

УДК 681.5.015.4

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЯГИ ДВИГАТЕЛЯ И СИЛЫ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПО ДАННЫМ ЛЕТНЫХ ИСПЫТАНИЙ СО СГЛАЖИВАНИЕМ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

© 2024 г. О. Н. Корсун^{1, 2, *}, Б. К. Поплавский², А. В. Стуловский¹, Моунг Хтанг Ом²

¹ФАУ Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, Москва, Россия

²НИУ Московский авиационный институт, Москва, Россия

*e-mail: marmotto@rambler.ru

Поступила в редакцию 16.02.2024 г.

После доработки 18.03.2024 г.

Принята к публикации 13.05.2024 г.

Предлагается подход для оценивания силы тяги двигателей и силы аэродинамического сопротивления самолета на основе данных летных испытаний. Для получения отдельных оценок сил тяги и аэродинамического сопротивления применяются измерения продольной и нормальной перегрузки, угла атаки, истинной воздушной скорости и барометрической высоты. Преимущество предлагаемого подхода заключается в том, что он не требует использования газодинамических моделей двигателя, летающих лабораторий, измерений усилия в точках крепления двигателя или установки дополнительных датчиков в двигателе. Несмотря на эти преимущества, на практике такой подход обычно не применяется, поскольку он приводит к плохо обусловленной или некорректной задаче идентификации из-за высокой степени линейной зависимости между векторами сил тяги и аэродинамического сопротивления. Предлагаются способы решения указанной проблемы, заключающиеся в разработке специального тестового маневра, который повышает степень обусловленности, а также в использовании специального сглаживания случайных ошибок измерений с помощью уравнений движения летательного аппарата.

Ключевые слова: идентификация силы тяги двигателей летательного аппарата, идентификация моделей движения летательного аппарата, обработка данных летных испытаний

DOI: 10.31857/S0002338824030066 EDN: UPYMJE

IDENTIFICATION OF ENGINE THRUST AND AERODYNAMIC DRAG FORCE ACCORDING TO FLIGHT TEST DATA WITH SMOOTHING OF RANDOM MEASUREMENT ERRORS

O. N. Korsun^{a, b, *}, B. K. Poplavsky^b, A. V. Stulovskii^a, Moungh Htang Om^b

^aMoscow Aviation Institute, National Research University, Moscow, Russia

^bState Research Institute of Aviation Systems, Moscow, Russia

*e-mail: marmotto@rambler.ru

In this paper, an approach is proposed to identify the thrust force of engines and the aerodynamic drag force of aircraft according to flight test data. To obtain separate estimates of thrust and drag forces, measurements of longitudinal and normal load factors, angle of attack, true airspeed and barometric altitude are used. The advantage of the proposed approach is that it does not require the use of gas-dynamic models of the engine, flying laboratories, force measurements in the engine mounting points, or the installation of additional sensors in the engine. Despite these advantages, in practice, such an approach is usually not used, since it leads to a poorly conditioned or incorrect identification problem due to the high degree of linear relationship between the vectors of thrust and drag forces. This article suggests ways to solve the problem of poor conditionality, consisting of the development of a special test maneuver that improves the degree of conditionality of the problem, as well as the use of the special smoothing of random measurement errors using the equations of motion of the aircraft.

Keywords: identification of aircraft thrust; identification of aircraft motion models; processing of flight test data

Введение. В авиационной технике оценивание силы тяги самолета является одной из основных задач летных испытаний самолета. Во-первых, сила тяги — важнейший параметр, от которого зависят основные летные характеристики самолета, определяющие его эксплуатационные возможности, а во-вторых, оценки тяги необходимы для проверки и уточнения математических моделей двигателей, которые затем используются на протяжении всего жизненного цикла самолета [1–4].

К сожалению, прямое измерение тяги при летных испытаниях обычно невозможно, поскольку векторы тяги и силы аэродинамического сопротивления очень близки к коллинеарности при малых углах атаки, соответствующих горизонтальному полету. Это означает, что непосредственно в летных экспериментах может быть измерена только сумма тяги и сопротивления. Тем не менее во многих случаях необходимы именно отдельные оценки сил тяги и сопротивления.

По этой причине принятый в настоящее время подход в первую очередь ориентирован на расчет тяги в соответствии с моделями, взятыми из теории газодинамических процессов в газотурбинных двигателях [5]. Этот подход широко известен, должным образом представлен в литературе и относительно сложен. Он формирует отдельную инженерную дисциплину — расчет газодинамических двигателей. В статье обсудим некоторые главные моменты. Расчет тяги на основе газодинамических моделей двигателей учитывает их конструктивные особенности. Требуется также получение большого количества параметров из наземных стендовых испытаний, проводимых перед началом летных. Естественно, наземные стенды не имитируют должным образом условия полета, т.е. высоту и воздушную скорость, поэтому ошибки неизбежны. Чтобы преодолеть это, можно использовать данные летных испытаний. Тем не менее эти данные порождают еще одну группу проблем.

Газодинамическая оценка тяги с помощью полетных данных требует значений давления и температуры в основных секциях двигателя, которые должны быть измерены в полете. В большинстве случаев штатная конструкция двигателя не предусматривает необходимого количества датчиков, поэтому перед началом летных испытаний двигатель должен быть модифицирован специальным образом. Другими словами, для того чтобы учитывать искажения воздушного потока и газозвушной смеси в основных сечениях двигателя, необходимо установить дополнительные поля датчиков, которые полностью покрывают всю поверхность сечения. В результате двигатель отклоняется от своей штатной конфигурации. Кроме того, такие модификации являются дорогостоящими и отнимают много времени. Эти проблемы должным образом представлены в работах [6, 7]. Анализ ошибок измерения давления и температуры и их влияния на оценку тяги представлен в работе [8]. Другая проблема газодинамического подхода заключается в том, что он не учитывает взаимодействие между двигателем и корпусом самолета, поскольку принимает во внимание только внутренние процессы в двигателе. Для повышения достоверности результатов используются летающие лаборатории, которые обычно представляют собой многомоторные летательные аппараты, на которых тестируемый двигатель, модифицированный надлежащим образом, устанавливается вместо одного из штатных двигателей [1, 6, 7]. Этот подход, вероятно, является лучшим, но требует значительных материальных и временных затрат. Публикации [9, 10] знакомят с применением методов стохастической оценки к данным испытаний двигателя, но использование тех или иных математических методов обработки данных может не решить фундаментальные проблемы, коренящиеся в физике процессов. Таким образом, распространенные в настоящее время газодинамические методы сложны, отнимают много времени и имеют свои собственные источники ошибок. Общепринятая оценка относительных погрешностей тяги при таком подходе составляет 4–7% [11, 12], но это в значительной степени зависит от рассматриваемого двигателя, летательного аппарата, задействованных наземных и лётно-испытательных комплексов и т.д.

Существуют некоторые особые случаи. Для легких самолетов в ряде случаев используются датчики усилия в точках крепления двигателя [13], но это не работает для самолетов большего размера. В работе [14] представлен очень упрощенный, но широко распространенный подход, который определяет силу лобового сопротивления после принятия гипотезы о том, что тяга соответствует имеющимся априорным данным или определяется при допущении, что сопротивление известно. Двигатели с отклоняемым вектором тяги [15] предоставляют хорошие возможности для оценки тяги, поскольку отклонения в векторе тяги могут создавать неко-

линейность между тягой и лобовым сопротивлением, но очень немногие самолеты имеют такую возможность. Теоретически можно получить неколлинеарность при больших углах атаки, но этот случай связан с нелинейной и нестационарной аэродинамикой и сильным влиянием угла атаки на тягу.

Другой подход к оценке тяги и лобового сопротивления был разработан в рамках численной аэрогидродинамики или *computational fluid dynamics (CFD)*. При этом уравнения Навье–Стокса, которые определяют поток внутри двигателя и вокруг него, а также вокруг планера, решаются численно. Таким образом, можно получить интегральные оценки тяги и лобового сопротивления, включая взаимодействие двигателя и воздушной рамы. Этот подход всегда был чрезвычайно трудоемким, но в последние годы ситуация значительно улучшилась благодаря прогрессу в программном обеспечении. С точки зрения физики основная проблема CFD заключается в том, что он требует настройки, для чего необходим набор точек калибровки. Эти точки должны быть взяты из данных наземных или летных испытаний, от которых в решающей степени зависит итоговая точность CFD. Пример применения CFD представлен в работе [16], где относительные погрешности оцениваются в 13.5%. Таким образом, каждый метод оценки тяги имеет свои недостатки. Следовательно, полезными являются альтернативные идеи.

В настоящей статье рассмотрен подход, представляющий собой объединение теории идентификации систем и динамики полета. Прямая отдельная оценка тяги и лобового сопротивления, основанная на теории идентификации [17–19], может иметь такие преимущества, как простота моделей и ограниченный набор необходимых датчиков. Однако он не используется на практике, поскольку приводит к некорректным или плохо обусловленным задачам идентификации [16] из-за высокой степени коллинеарности или линейной зависимости между векторами тяги и лобового сопротивления [1, 17–19].

Новизна этого подхода заключается в его оригинальных рекомендациях по регуляризации некорректно поставленных задач. Эти рекомендации включают:

- разработку специального тестового маневра, сформированного таким образом, чтобы на интервале времени обработки обеспечивалась линейная независимость между векторами сил тяги и лобового сопротивления [20, 21];
- исследование алгоритма сглаживания с помощью уравнений движения летательного аппарата [22] для уменьшения влияния случайных ошибок измерений.

Преимуществами предлагаемого подхода являются:

- простая модель объекта, основанная на динамике полета;
- отсутствие необходимости в газодинамических моделях, которые обычно достаточно сложны;
- небольшой набор необходимых бортовых измерений, который включает сигналы продольной и нормальной перегрузки, угол атаки, истинную воздушную скорость и барометрическую высоту;
- метод устойчив к стохастическим ошибкам измерений благодаря алгоритму сглаживания;
- метод учитывает взаимодействие между двигателем и корпусом самолета, поскольку он получает свои оценки непосредственно из полетных данных, которые характеризуют движение воздушного судна (перегрузки, угол атаки, воздушная скорость и высота).

Краткое обоснование новизны этого подхода представлено следующим образом. В настоящее время, как правило, тяга рассчитывается с помощью газодинамических моделей, которые являются сложными и имеют несколько источников ошибок, как упоминалось выше. В данной статье предлагается простая модель объекта, обеспечивающая отдельную идентификацию тяги и сопротивления. Насколько нам известно, этот подход в настоящее время не используется, поскольку он требует решения некорректно поставленной задачи. Авторы рассматривают новый метод, который мог бы достичь этого, в том числе в условиях шума. Ограничения подхода заключаются в следующем:

- предполагается, что тяга постоянна при постоянном режиме работы двигателя и не больших изменениях воздушной скорости, высоты и угла атаки;
- метод может быть чувствителен к систематическим ошибкам измерения угла атаки и воздушной скорости.

В целях уменьшения влияния систематических ошибок при измерении угла атаки и истинной воздушной скорости рекомендуется применение метода, описанного в работе [23].

Далее обсудим взаимосвязь между предлагаемым методом, основанным на идентификации системы и динамике полета, и газодинамическим подходом и методом CFD. Эти методы имеют совершенно разную природу и могут использоваться по отдельности. Естественно, у этих методов есть свои собственные допущения, ограничения и ошибки, и ни один из них не может быть признан лучшим. С другой стороны, гетерогенный характер этих методов означает, что их погрешность должна быть некоррелированной. Следовательно, один метод может служить средством тестирования для другого. Например, предлагаемый метод должен обеспечивать набор калибровочных точек для CFD. Систематическое различие между приведенным методом и газовой динамикой может обеспечить оценку эффекта интерференции. Очевидно, что все результаты должны сравниваться статистически из-за стохастической природы ошибок оценки.

1. Общая постановка задачи. Для определения условий совместной идентифицируемости необходимо построить математическую модель объекта. Для решения этой задачи рассмотрим силы, действующие на воздушное судно в связанной системе координат [1].

В данной системе координат тяга силовой установки $P_x(t)$ представлена в следующем виде:

$$P_x(t) = mgn_x(t) + C_x(t)q(t)S, \quad (1.1)$$

где $P_x(t)$ – проекция силы тяги, $n_x(t)$ – составляющая вектора перегрузки вдоль связанной оси Ox , $C_x(t)$ – коэффициент продольной аэродинамической силы вдоль связанной оси, $q(t)$ – скоростной напор, m – масса самолета, S – площадь крыла. Преобразуем выражение (1.1) с учетом погрешностей при измерениях параметров полета:

$$P_x(t) = mgn_x(t) + C_x(t)q(t)S + \varepsilon(t), \quad (1.2)$$

где $\varepsilon(t)$ – случайная погрешность измерения.

Предположим, что измерения выполнены в дискретные, равноотстоящие моменты времени с шагом $\Delta t = h$. Тогда $\Delta t = h$ для N последовательных измерений получаем

$$t_i = hi, \quad i = \overline{0, N-1}.$$

Для решения задачи на интервале измерений выделим скользящий базовый интервал, содержащий $2l + 1$ измерение каждого параметра:

$$T_k = [t_{k-l} \dots t_k \dots t_{k+l}].$$

Для упрощения вычислений на каждом скользящем интервале введем отсчет времени от его средней точки, полагая $t_k = 0$. Для точек базового интервала можно записать систему уравнений:

$$P_x(t_j) = mgn_x(t_j) + C_x(t_j)q(t_j)S + \varepsilon(t_j), \quad j = \overline{-l, l}. \quad (1.3)$$

В дальнейшем условимся $\hat{n}_x(t_j)$ обозначать через $n_{x,j}n_x(t_j)$, а $q(t_j)\hat{q}(t_j) - q_jq(t_j)$.

Для отдельного определения $P_x(0)$ и $C_x(0)$, т.е. значений в средней точке скользящего базового интервала, необходимо сделать ряд предположений о характере изменения этих параметров на скользящем базовом интервале, т.е. на интервале $[t_{-l} \dots t_l]$. Рассмотрим расчетные формулы совместной идентификации $P_x(0)$ и $C_x(0)$, полученные при различных предположениях, справедливость которых обеспечивается выполняемыми в полете режимами, выбором длины скользящего интервала, шагом по времени между измерениями и использованием априорной информации о ЛА.

Предположим, что скользящий интервал $T = [t_{-l} \dots 0 \dots t_l]$ $T \in [t_{-m} \dots t_j \dots t_m]$, тяга на скользящем интервале постоянна $P_x(t_j) = \text{const} = P_x(0)$, $\forall t_j \in T$, а сила сопротивления при малом изменении угла атаки:

$$P_x(t_j) = \text{const} = P_x(0) \quad \forall t_j \in T,$$

где $j = \overline{-l, l}$, $P_x(0), C_x(0), C_x^\alpha(0)$ — значения параметров в средней точке интервала $[t_{-l} \dots t_l]$, $\Delta\alpha(t_j) = \Delta\alpha(t_j) - \alpha(0)$ $[t_{-m} \dots t_m]$. Обозначим $\Delta\alpha(t_j) = \Delta\alpha_j$. Тогда

$$\Delta\alpha(t_j) = \Delta\alpha_j.$$

При сделанных предположениях систему уравнений (1.3) относительно неизвестных параметров $P_x(0)$, $C_x(0)$ и $C_x^\alpha(0)$ можно записать $(2l+1)$ уравнений:

$$\begin{aligned} P(0) &= mgn_{x,-l} + C_x(0)q_{-l}S + C_x^\alpha(0)\Delta\alpha_{-l}q_{-l}S + \varepsilon_{-l}; \\ &\dots \\ P(0) &= mgn_{x,0} + C_x(0)q_0S + C_x^\alpha(0)\Delta\alpha_0q_0S + \varepsilon_0; \\ &\dots \\ P(0) &= mgn_{x,l} + C_x(0)q_lS + C_x^\alpha(0)\Delta\alpha_lq_lS + \varepsilon_l. \end{aligned} \quad (1.4)$$

В матричной форме записи эта система принимает вид:

$$Za = mgN_x + \varepsilon, \quad (1.5)$$

где

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & -q_{-l}S & -\Delta\alpha_{-l}q_{-l}S \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & -q_0S & -\Delta\alpha_0q_0S \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & -q_lS & -\Delta\alpha_lq_lS \end{bmatrix}; a = \begin{bmatrix} P(0) \\ C_x(0) \\ C_x^\alpha(0) \end{bmatrix}; N_x = \begin{bmatrix} n_{x,-l} \\ \dots \\ n_{x,0} \\ \dots \\ n_{x,l} \end{bmatrix}; \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{-l} \\ \dots \\ \varepsilon_0 \\ \dots \\ \varepsilon_l \end{bmatrix}.$$

В случае применения метода наименьших квадратов для оценки элементов вектора a , т.е. для определения \hat{a} из условия

$$\hat{a} = \arg \min_a \sum_{j=-l}^l \varepsilon_j^2(a) = \arg \min_a \varepsilon^T \varepsilon,$$

оценка \hat{a} равна

$$\hat{a} = (Z^T Z)^{-1} Z^T N_x mg. \quad (1.6)$$

Дисперсионная матрица оценки элементов вектора \hat{a} при некоррелированных погрешностях ε_j может быть вычислена по формуле:

$$D[\hat{a}] = \sigma_\varepsilon^2 (Z^T Z)^{-1}.$$

В более подробной форме записи матрицу $Z^T Z$ с целью анализа приведенных формул представим как

$$Z^T Z = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ -q_{-l}S & \dots & -q_0S & \dots & -q_lS \\ -\Delta\alpha_{-l}q_{-l}S & \dots & -\Delta\alpha_0q_0S & \dots & -\Delta\alpha_lq_lS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -q_{-l}S & -\Delta\alpha_{-l}q_{-l}S \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & -q_0S & -\Delta\alpha_0q_0S \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & -q_lS & -\Delta\alpha_lq_lS \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (2l+1) & -S \sum_{j=-l}^l q_j & -S \sum_{j=-l}^l q_j \Delta \alpha_j \\ -S \sum_{j=-l}^l q_j & S^2 \sum_{j=-l}^l q_j^2 & S^2 \sum_{j=-l}^l q_j^2 \Delta \alpha_j \\ -S \sum_{j=-l}^l q_j \Delta \alpha_j & S^2 \sum_{j=-l}^l q_j^2 \Delta \alpha_j & S^2 \sum_{j=-l}^l q_j^2 \Delta \alpha_j^2 \end{bmatrix}.$$

Допустим, что полет выполняется с неизменными параметрами $V = \text{const}$ и $H = \text{const}$ (с постоянным скоростным напором $q = \text{const}$). В целях анализа идентифицируемости запишем матрицу $Z^T Z$ следующим образом:

$$Z^T Z = \begin{bmatrix} (2l+1) & -(2l+1)Sq & -(2l+1)Sq \sum_{j=-l}^l \Delta \alpha_j \\ -(2l+1)Sq & (2l+1)S^2q^2 & (2l+1)S^2q^2 \sum_{j=-l}^l \Delta \alpha_j \\ -(2l+1)Sq \sum_{j=-l}^l \Delta \alpha_j & (2l+1)S^2q^2 \sum_{j=-l}^l \Delta \alpha_j & (2l+1)S^2q^2 \sum_{j=-l}^l \Delta \alpha_j^2 \end{bmatrix}.$$

Вынесем общий множитель $(2l+1)$, тогда матрица $Z^T Z$ примет вид:

$$Z^T Z = (2l+1) \begin{bmatrix} 1 & -Sq & -Sq \sum_{j=-l}^l \Delta \alpha_j \\ -Sq & S^2q^2 & S^2q^2 \sum_{j=-l}^l \Delta \alpha_j \\ -Sq \sum_{j=-l}^l \Delta \alpha_j & S^2q^2 \sum_{j=-l}^l \Delta \alpha_j & S^2q^2 \sum_{j=-l}^l \Delta \alpha_j^2 \end{bmatrix}.$$

Поскольку, например, первая и вторая строки совпадают с точностью до постоянного множителя $(-Sq)$, определитель $|Z^T Z| = 0$, рассматриваемая матрица $Z^T Z$ будет вырожденной.

Сформулируем предположение, которое имеет решающее значение для задачи. Допустим, что тяга остается постоянной при постоянном режиме работы двигателя, постоянной высоте полета и небольших изменениях скорости полета, т.е. скоростного напора q . Следовательно, чтобы обеспечить идентифицируемость, необходимо изменить скорость полета, при этом изменения относительно исходного установившегося значения должны быть небольшими (точные значения зависят от типа двигателя и режима полета), чтобы выполнялось условие относительно постоянства силы тяги двигателей на интервале обработки. В то же время перегрузка n_x и столбцы матрицы $Z^T Z$ изменяются из-за изменения скорости полета и скоростного напора q . Этим и обеспечивается условие идентифицируемости.

Для изменения скорости при постоянном режиме работы двигателей можно выполнять, например, последовательные серии пикирований и кабрирований с малыми углами наклона траектории. Изменения угла атаки при переходных процессах можно использовать для оценивания параметров, связанных с углом атаки. Проведенный анализ позволяет сформулировать следующие требования к полетному маневру:

- в полете необходимо выполнять режимы, при которых изменяется скоростной напор;
- величина изменений скоростного напора должна выбираться так, чтобы выполнялось допущение о постоянстве тяги на участке обработки при постоянном режиме работы двигателей.

2. Уточнение модели объекта. Аэродинамическая подъемная сила и сила аэродинамического сопротивления в полусвязанной системе координат направлены вдоль осей OX_e и OY_e соответственно. Отметим для лучшего понимания, что при отсутствии бокового движения (в нашем случае) направление оси OX_e совпадает с направлением вектора воздушной скорости, а ортогональная ось OY_e принадлежит поверхности симметрии самолета. Следовательно, силы лобового сопротивления и подъемной силы определяются по следующим формулам [24]:

$$X_e = qSC_{xe}, Y_e = qSC_{ye}, \quad (2.1)$$

где $q = \rho_H V^2 / 2$ – скоростной напор, Па, V – воздушная скорость, м/с, S – эквивалентная площадь крыла, м², ρ_H – плотность воздуха на высоте полета H , кг/м³.

В полусвязанной системе координат аэродинамические коэффициенты принимают вид:

$$C_{xe} = -\left(C_x^0 + C_x^\alpha \alpha + C_x^{\alpha^2} \alpha^2 \right);$$

$$C_{ye} = C_y^0 + C_y^\alpha \alpha + C_y^{\delta_B} \delta_B, \quad (2.2)$$

где δ_B – отклонение рулей высоты, C_x^0 и C_y^0 – коэффициенты аэродинамического сопротивления и подъемной силы при нулевом угле атаки, C_x^α , $C_x^{\alpha^2}$ и C_y^α – производные аэродинамического сопротивления и подъемной силы по углу атаки, $C_y^{\delta_B}$ – производная подъемной силы по углу отклонения рулей высоты. В формулах (2.2) знак «минус» в первой формуле учитывает, что сила сопротивления направлена против положительного направления полусвязанной оси OX_e .

Перегрузки обычно измеряются в проекциях на связанной системе координат. Для вычисления перегрузки в проекции на оси полусвязанной системы координат из перегрузок проекций связанной системы координат используется следующее преобразование:

$$n_{xe} = n_x \cos \alpha - n_y \sin \alpha, n_{ye} = n_x \sin \alpha + n_y \cos \alpha, \quad (2.3)$$

где n_{x_e} , n_{y_e} – проекции перегрузки на оси полусвязанной системы координат OX_e , OY_e , n_x , n_y – проекции перегрузки в связанной системе координат.

После ряда несложных преобразований модель объекта принимает следующий вид:

$$mgn_{x_e} = -qSC_x^0 - qSC_x^\alpha \alpha - qSC_x^{\alpha^2} \alpha^2 - P_{in} + P_{out} \cos \phi_{\delta_e} -$$

$$- P_{out} \sin \phi_{\delta_e} \alpha - \frac{1}{2} P_{out} \cos \phi_{\delta_e} \alpha^2, \quad (2.4)$$

где ϕ_{δ_e} – угол установки двигателя, P_{out} , P_{in} – выходной и входной импульсы двигателя.

Последние два слагаемых целесообразно учесть в явном виде, используя априорную информацию о выходном импульсе P_{out} . Объединим составляющие тяги:

$$P_{eff} = -P_{in} + P_{out} \cos \phi_{\delta_e},$$

где P_{eff} – эффективная тяга двигателя. Тогда уравнение (2.4) принимает вид:

$$mgn_{x_e} = -qSC_x^0 - qSC_x^\alpha \alpha - qSC_x^{\alpha^2} \alpha^2 - P_{eff} + f(P_{out_0}), \quad (2.5)$$

$$f(P_{out_0}) = -P_{out_0} \sin \phi_{\delta_e} \alpha - \frac{1}{2} P_{out_0} \cos \phi_{\delta_e} \alpha^2. \quad (2.6)$$

Этот многочлен зависит от априорного значения выходного импульса P_{out_0} . В этом случае можно использовать априорные значения. Легко показать, что при разумных предположениях погрешность такого приближения пренебрежимо мала.

Обратите внимание, что регрессор для тяги P_{eff} (эффективная тяга, если быть точным) равен единице. Следовательно, идентификация возможна, только если динамическое давление изменяется в определенных пределах. Очевидно, что при маневрировании угол атаки также изменяется, что позволяет оценить параметры силы лобового сопротивления, связанные с ним. Следовательно, можно оценить вектор параметров, который включает в себя тягу $P = P_{eff}$ и компоненты силы лобового сопротивления $C_x^0, C_x^\infty, C_x^{\infty 2}$.

3. Алгоритм снижения влияния шумов измерений. В работе применялись традиционная множественная регрессия или метод наименьших квадратов (МНК) для оценки вектора идентифицированных параметров. Известно, что оценки МНК чувствительны к шуму изменений регрессоров. В этом случае влияние шума возрастает из-за того, что проблема по существу плохо обусловлена [1, 17]. Попытки авторов преодолеть влияние шума с помощью полиномиального сглаживания четвертого и пятого порядков [1], а затем более сложной регуляризации А.Н. Тихонова [17] не дали положительных результатов.

Доказал свою эффективность следующий алгоритм, который является вариантом метода проверки согласованности полетных данных [18]. Авторы [22] ранее сформулировали представленный ниже алгоритм с целью обнаружения динамических ошибок и других систематических погрешностей измерений. В этой работе предложенный метод был успешно применен для сглаживания стохастических погрешностей измерений.

Следующие уравнения получены из общей модели пространственного движения летательного аппарата:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z - \frac{1}{\cos\beta} \left[\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin\beta \right) \sin\alpha + \left(\frac{a_y}{V} + \omega_x \sin\beta \right) \cos\alpha \right], \\ \frac{d\beta}{dt} &= \frac{a_z}{V} \cos\beta - \left(\frac{a_x}{V} \sin\beta - \omega_y \right) \cos\alpha + \left(\frac{a_y}{V} \sin\beta + \omega_x \right) \sin\alpha, \\ \frac{dV}{dt} &= a_x \cos\alpha \cos\beta - a_y \sin\alpha \cos\beta + a_z \sin\beta, \\ \frac{d\upsilon}{dt} &= \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg}\upsilon (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma), \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\cos\upsilon} (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь α, β — углы атаки и скольжения, рад; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — угловые скорости относительно связанных осей, рад/с; υ, γ, ψ — углы тангажа, крена, рыскания, рад; V — истинная воздушная скорость, м/с; a_x, a_y, a_z — ускорения вдоль связанных осей, определяемые формулами:

$$\begin{aligned} a_x &= g(n_x - \sin\upsilon), \\ a_y &= g(n_y - \cos\upsilon \cos\gamma), \\ a_z &= g(n_z + \cos\upsilon \sin\gamma), \end{aligned} \quad (3.2)$$

где n_x, n_y, n_z — перегрузки вдоль связанных осей.

Главная особенность этих уравнений заключается в том, что они не зависят от аэродинамических коэффициентов самолета, поскольку входящие в правые части ускорения можно вычислить через измеряемые в полете значения перегрузок.

Уравнения (3.1), (3.2) в векторной форме имеют вид:

$$\dot{y}(t) = f(y(t), a, u(t)), \quad (3.3)$$

где $y(t), u(t)$ — векторы выходных и входных сигналов; a — вектор параметров.

В данном случае вектор $y(t)$ состоит из сигналов $\alpha(t), \beta(t), V(t), v(t), \gamma(t)$. В вектор входных сигналов входят измеренные в полете значения угловых скоростей $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ и перегрузок n_x, n_y, n_z . Начальные условия $y(t_0)$ задаются по результатам измерений параметров $\alpha(t), \beta(t), V(t), v(t), \gamma(t)$ в момент начала участка обработки.

Непосредственное численное интегрирование системы дифференциальных уравнений (3.1) с учетом (3.2) в общем случае не дает положительных результатов, поскольку постоянные составляющие погрешностей измерений входных сигналов $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ и n_x, n_y, n_z приводят к появлению погрешности типа линейного тренда, что не позволяет сравнивать выходные сигналы модели и объекта. Для устранения этого эффекта введем вектор неизвестных параметров a , состоящий из постоянных составляющих погрешностей измерений сигналов $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ и n_x, n_y, n_z :

$$a^T = [C_{\omega_x} C_{\omega_y} C_{\omega_z} C_{n_x} C_{n_y} C_{n_z}]. \quad (3.4)$$

Для нахождения оценок параметров (3.4) применим, например, алгоритм идентификации по максимуму правдоподобия. Модель наблюдений в векторной форме имеет вид:

$$z(t_i) = y(t_i) + \eta(t_i), \quad (3.5)$$

где $i = \overline{1, K}$, K — число измерений на участке обработки, $\eta(t_i)$ — шум наблюдения или измерений, который предполагается нормальным вектором случайной последовательности типа белого шума с нулевым математическим ожиданием и постоянной ковариационной матрицей R . Как правило, также предполагается, что шумы независимы, и в этом случае матрица R является диагональной, а ее элементами — отклонения в стохастических погрешностях для каждого канала измерения.

Вектор наблюдения включает сигналы, производные которых находятся в левой части уравнения (3.1):

$$z^T(t) = [\alpha(t), \beta(t), V(t), v(t), \gamma(t)]. \quad (3.6)$$

Минимизируемый функционал принимает вид:

$$J(a) = \sum_{i=1}^K ((z(t_i) - y(t_i, a, u(t_i)))^T R^{-1} (z(t_i) - y(t_i, a, u(t_i)))) , \quad (3.7)$$

где $y(t_i, a, u(t_i))$ — выходной сигнал модели объекта.

Алгоритм численной оптимизации, используемый для нахождения оценок параметров, является модификацией классического метода Ньютона [18, 19].

4. Методика выполнения полетного маневра для оценивания абсолютного значения эффективной тяги. Сформулируем методику выполнения режима для одной высоты и скорости полета. В соответствии с общим подходом к оцениванию характеристик самолетов в летных испытаниях указанный маневр необходимо выполнить во всем эксплуатационном диапазоне высот и скоростей полета. Приведенные ниже конкретные значения параметров полета соответствуют только одному частному случаю.

На высота $H = 3000$ м и скорости полета, соответствующей $M = 0.4$ ($V_{np} = 410$ км/ч), необходимо сбалансировать самолет в прямолинейном горизонтальном полете (ПГП) с постоянной скоростью, запомнив при этом угол атаки α_0 . Выполнить дачи ручкой управления самолетом (РУС) по тангажу «от себя» и «на себя» длительностью 2–2.5 с так, чтобы приращения угла атаки составили $\pm(1-2)^\circ$. Восстановить ПГП на той же высоте и с тем же числом M и углом атаки. Не изменяя режим работы двигателей, перевести самолет в пикирование с малым приращением угла тангажа так, чтобы приборная скорость полета постепенно увеличилась на 10 км/ч до 420 км/ч (число M увеличилось на 0.01 до $M = 0.41$). Затем перевести самолет в прямолинейный набор высоты так, чтобы скорость с тем же темпом уменьшилась на 10 км/ч

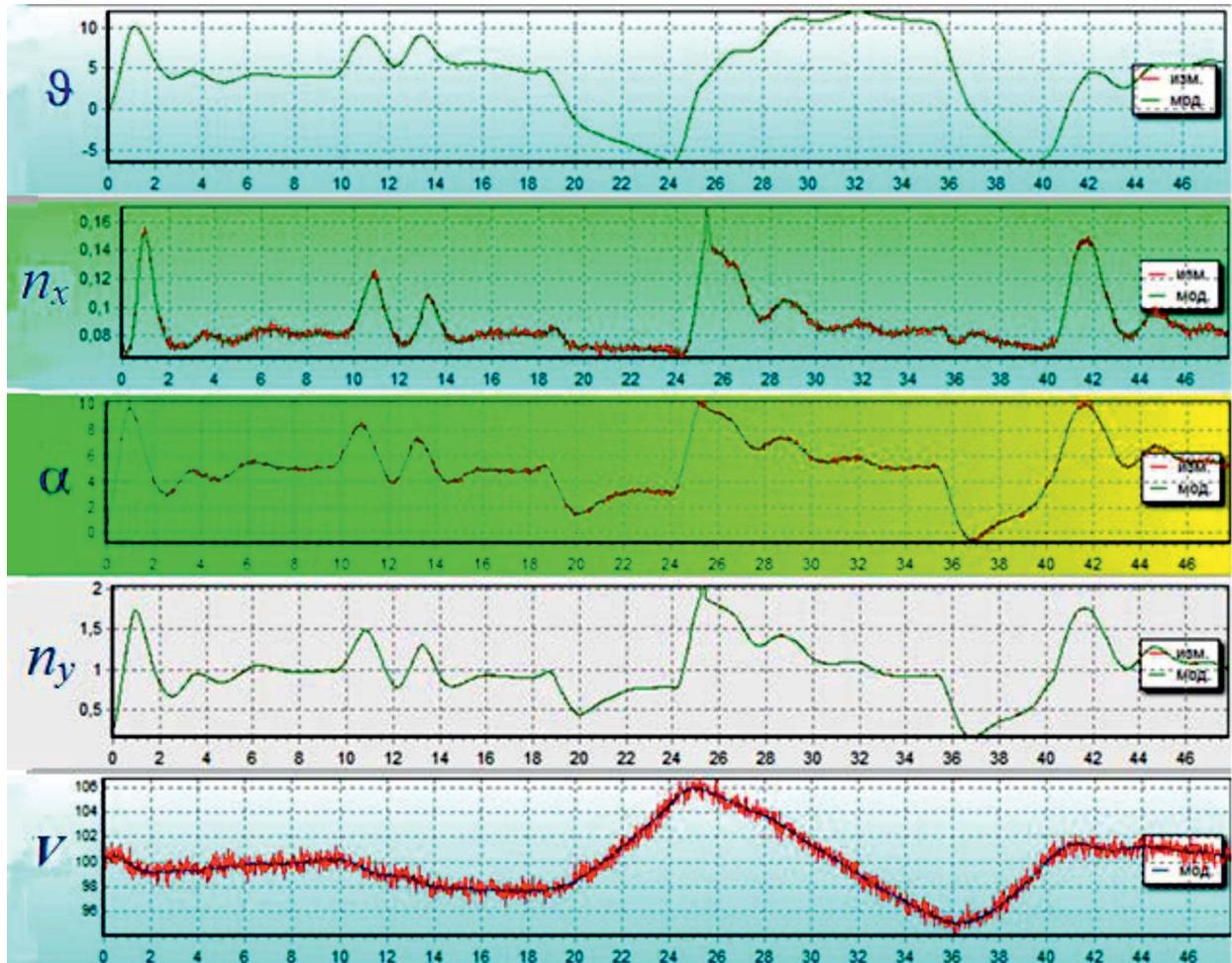


Рис. 1. Участки полетного тестового маневра с постоянным режимом работы двигателя.

от исходного значения, т.е. до 400 км/ч (число M уменьшилось на 0.01 до $M=0.39$). Далее снова перевести самолет в пикирование и увеличить скорость с тем же темпом до исходного значения 410 км/ч ($M=0.4$). Восстановить ППП с $M=0.4$ ($V_{пр}=410$ км/ч) на исходной высоте в пределах $H_0 \pm 250$ м. Выполнить дачи РУС по тангажу «от себя» и «на себя» длительностью 2–2.5 с так, чтобы приращения угла атаки составили $\pm(1-2)^\circ$. При выполнении режима угол атаки выдерживать в диапазоне $\alpha_0 \pm(1-2)^\circ$, при переводах в пикирование и кабрирование допускается превышение этого ограничения.

Таким образом, требуется при постоянном режиме работы двигателя выполнить плавное колебание по приборной скорости ± 10 км/ч ($dM = \pm 0.01$) за счет малых изменений угла наклона траектории. Выполнить аналогичный режим, создавая приращения по приборной скорости ± 15 км/ч ($dM = \pm 0.015$).

Для полетного тестового маневра с постоянным режимом работы двигателя характерны следующие участки (рис. 1):

- балансировка самолета в ППП с постоянной скоростью полета ($M=0.4$);
- выполнение дач РУС по тангажу «от себя» и «на себя» длительностью 2–2.5 с так, чтобы приращения угла атаки составили $\pm(2-3)^\circ$;
- восстановление ППП с исходными значениями высоты H , числа M и угла атаки α ;
- перевод самолета в пикирование с малым приращением угла тангажа, позволяющим увеличить число M на 0.03 ($M=0.43$);
- перевод воздушного судна в прямолинейный набор высоты так, чтобы число M с тем же темпом уменьшилось на 0.06 ($M=0.37$);
- перевод самолета в пикирование с целью увеличения скорости полета с тем же темпом до исходного значения числа $M=0.4$;



Рис. 2. Отклонения по высоте при летном испытательном маневре при постоянном режиме работы двигателя.

– восстановление ПГП с числом $M=0.4$ на исходной высоте в пределах $H_0 = \pm 250$ м с последующим выполнением дач РУС по тангажу «от себя» и «на себя» длительностью 2–2.5 с, позволяющих получить приращения угла атаки $\pm(2-3)^\circ$.

Основные требования к режиму полета заключаются в том, что отклонения воздушной скорости и соответственно числа Маха, высоты полета и угла атаки должны быть относительно небольшими. Например, высота изменяется в пределах $\pm(30-60)$ м (рис. 2). Обычно влияние таких отклонений на тягу незначительно. Это также относится к изменениям угла атаки в пределах $\pm(1-3)^\circ$ относительно горизонтального полета и рекомендуемым отклонениям по Маху $\pm(0.015-0.025)$. В следующей части статьи обсудим эти ограничения более подробно.

Для оценки точности предложенного алгоритма использовали данные моделирования, полученные с помощью стенда полунатурного моделирования полета учебно-тренировочного самолета традиционного типа, т.е. с низко расположенным прямым крылом, турбореактивными двигателями, установленными по обе стороны от фюзеляжа, с размахом крыльев 10 м и весе 5600 кг. Моделирующий стенд включал в себя модель системы дистанционного управления полетом, модель аэродинамических характеристик. Сравнение модели с результатами летных испытаний показало, что, например, относительные расхождения между моделью и фактическими выходными сигналами самолета при подаче ступенчатого входного сигнала в канале тангажа не превысили 3.0–3.5%.

Тестовые режимы на стенде выполнялись операторами без значительной летной квалификации (как правило, приглашались авиационные инженеры и исследователи, имеющие опыт пилотирования наземных тренажерных комплексов). Их задача состояла в том, чтобы выдерживать отклонения по числу M , высоте и углу атаки, как указано выше, и никаких других требований не предъявлялось. Таким образом, все реализации тестовых режимов отличались друг от друга, при этом разброс по скорости полета и углу атаки достигал 20–30%. Как описано ниже, это не повлияло на точность оценок. Таким образом, режимы испытаний толерантны к точности пилотирования.

На рис. 1 показано, что режим испытаний состоит из достаточно небольших отклонений параметров полета, которые далеки от эксплуатационных ограничений для большинства типов воздушных судов. Скорости изменения параметров также малы и при необходимости могут быть еще уменьшены. Это означает, что тип воздушного судна и его динамические характеристики не имеют решающего значения для эффективности метода.

Этот вывод подтверждается в следующей части статьи, где рассматривается не только учебный реактивный самолет с относительно высокими динамическими характеристиками, но и весьма инерционный транспортный самолет, масса которого больше примерно в 10 раз.

5. Оценка точности алгоритма определения по данным стендового моделирования. Аэродинамика моделировалась с помощью линейной модели, которая обычно имеет место при малых угла атаки. Задавалась параболическая зависимость коэффициента лобового сопротивления от угла атаки, что также соответствует наиболее распространенному случаю.

Абсолютные значения параметров тяги и лобового сопротивления были следующими: тяга $P = 7900$ N; сопротивление при нулевом угле атаки $C_x^0 = 0.02$; производная сопротивления относительно угла атаки $C_x^\alpha = 0.006$; производная сопротивления относительно квадрата угла атаки $C_x^{\alpha^2} = 0.0008$.

Для одних и тех же условий полета, т.е. для одного и того же числа Маха и высоты, режим испытаний повторялся 6 раз, и для окончательной оценки тяги было взято среднее значение.

Таблица 1. Относительные погрешности в оценке коэффициентов тяги и силы сопротивления при уровне шума измерений 1 без сглаживания

№ п/п	P	C_x^0	C_x^α	$C_x^{\alpha^2}$
	%			
1	0.27	0.75	0.01	-0.13
2	0.65	2.1	-0.2	0.18
3	0.44	3.6	2.5	-1.41
4	0.62	2.2	0.33	-0.38
5	0.42	1.5	0.7	-0.73
6	1.25	2.9	-3.08	2.29
Математическое ожидание	0.61	2.18	0.043	-0.03
СКО	0.31	0.92	1.53	1.15

Таблица 2. Относительные погрешности в оценке коэффициентов тяги и силы сопротивления при уровне шума измерений 2 без сглаживания

№ п/п	P	C_x^0	C_x^α	$C_x^{\alpha^2}$
	%			
1	1.45	5.54	0.55	-0.45
2	2.58	7.95	-1.03	0.9
3	3.62	11.8	-0.58	0.68
4	3.36	11.3	0.32	-0.25
5	1.97	7.35	2.12	-1.81
6	3.99	11.2	-6.85	5.21
Математическое ожидание	2.83	9.19	-0.91	0.713
СКО	0.91	2.36	2.84	2.19

Поскольку пилотами были люди, все реализации, естественно, отличались. Затем идентификация была выполнена классическим методом наименьших квадратов (МНК) в двух вариантах: сначала без предварительного сглаживания, а затем с предварительным сглаживанием, как описано выше, чтобы уменьшить влияние шумов измерений. Шумы измерений на уровне 1 представляли собой гауссовские последовательности с нулевыми средними и среднеквадратическими отклонениями (СКО) в каналах продольной и нормальной перегрузок 0.001, а в измерениях угла атаки и воздушной скорости соответственно 0.06° и 0.6 км/ч. На уровне 2 СКО шумов были в 2 раза больше, чем на уровне 1.

Исследования показывают, что классический МНК без предварительного сглаживания обеспечивает приемлемую точность оценки в 0.61% для шумов измерения уровня 1, т.е. для низкой интенсивности шума (табл. 1). При увеличении шума до уровня 2, что соответствует значениям, ожидаемым в летном эксперименте, погрешности возрастают почти до 2.83% (табл. 2). Для уменьшения этого шума предлагается применить идентификацию МНК с предварительным сглаживанием полетных данных. Это снижает погрешности оценки до 0.65–0.7%. Относительные ошибки в оценке коэффициентов тяги и лобового сопротивления на уровнях 1 и 2 представлены ниже: оценки без сглаживания приведены в табл. 1 и 2; оценки с предварительным сглаживанием — в табл. 3 и 4.

Следовательно, согласно данным средств моделирования, погрешности в оценках тяги составляют менее 1% при низких или сглаженных случайных шумах измерений. С одной стороны, эта точность весьма хорошая, с другой — нужно иметь в виду, что она была достигнута при следующих допущениях:

- тяга постоянна во время тестового режима;
- ошибки измерений являются случайными, а не систематическими.

В данной конкретной задаче сглаженные оценки параметров полета не представляют большого интереса, поскольку нужны оценки коэффициентов тяги и лобового сопротивления. Однако следует отметить, что алгоритм сглаживания дает оценки, которые очень близки к истинным значениям. Это следует из того факта, что СКО расхождений между измерения-

Таблица 3. Относительная погрешность в оценке коэффициента тяги и лобового сопротивления при уровне шума измерений 1 с использованием метода сглаживания

№ п/п	P	C_x^0	C_x^α	$C_x^{\alpha^2}$
1	0.39	1.5	-0.017	-0.05
2	0.63	1.5	0.6	0.25
3	1.6	1.5	3.83	2.25
4	0.99	2	1.25	0.63
5	0.64	2	0.23	0.19
6	-0.29	0.05	-2.27	-1.75
Математическое ожидание	0.66	1.425	0.604	0.253
СКО	0.573	0.654	1.808	1.172

Таблица 4. Относительная погрешность в оценке коэффициента тяги и лобового сопротивления при уровне шума измерений 2 с использованием метода сглаживания

№ п/п	P	C_x^0	C_x^α	$C_x^{\alpha^2}$
1	0.41	1.5	-0.067	0.01
2	0.54	1.5	0.87	0.38
3	2.15	1.5	6.7	3.98
4	1.5	3.5	1.83	1.2
5	0.79	3	0.37	0.44
6	-1.18	-1.7	-4.8	-3.75
Математическое ожидание	0.702	1.55	0.817	0.377
СКО	1.032	1.66	3.370	2.267

ми параметров полета и оценками очень близки к СКО шумов, а средние значения близки к нулю, т.е. различия обусловлены влиянием шумов.

Таким образом, метод сглаживания работал примерно так же, как и в случаях проверки совместимости полетных данных [21, 24]. Новизна заключается в том, что в данной задаче именно такой тип сглаживания значительно улучшает решение некорректной задачи идентификации в условиях шума измерений.

В заключение статьи представим дополнительные подтверждения того, что предлагаемый метод мало чувствителен к изменениям типа самолета и стиля пилотирования. Описанные выше эксперименты проводились на пилотажном стенде небольшого учебного реактивного самолета, а тестовые режимы выполнялись пилотами-людьми. Рассмотрим совсем другой случай.

Возьмем модель транспортного реактивного самолета (вес 57 000 кг, скорость 0.27 М и высота полета 3000 м); назовем это самолетом типа 2. Зададим тестовый маневр, выполненный с помощью чисто математического моделирования. Графики этого тестового режима представлены на рис. 3. Балансировка в горизонтальном полете выполнялась автоматически, а затем руль высоты отклонялся, как показано на нижнем графике рис. 3, на котором базовый период входного сигнала составлял 33 с. Отклонения руля высоты были описаны математически без участия пилотов-людей.

Моделирование проводилось шесть раз с шумом измерения уровня 2. Относительные погрешности в оценках тяги по методу МНК с предварительным сглаживанием представлены в табл. 5 в столбце P , %. Результаты близки к предыдущему случаю (табл. 4); средняя погрешность составляет менее 1%.

Как упоминалось выше, критической точкой предлагаемого способа является предположение о постоянстве тяги. Очевидно, наиболее критичным параметром, который может влиять на тягу при постоянном режиме работы двигателя, является число Маха. На рис. 4 представлен типичный график относительного изменения тяги при постоянной высоте полета и режиме работы двигателя в зависимости от M .

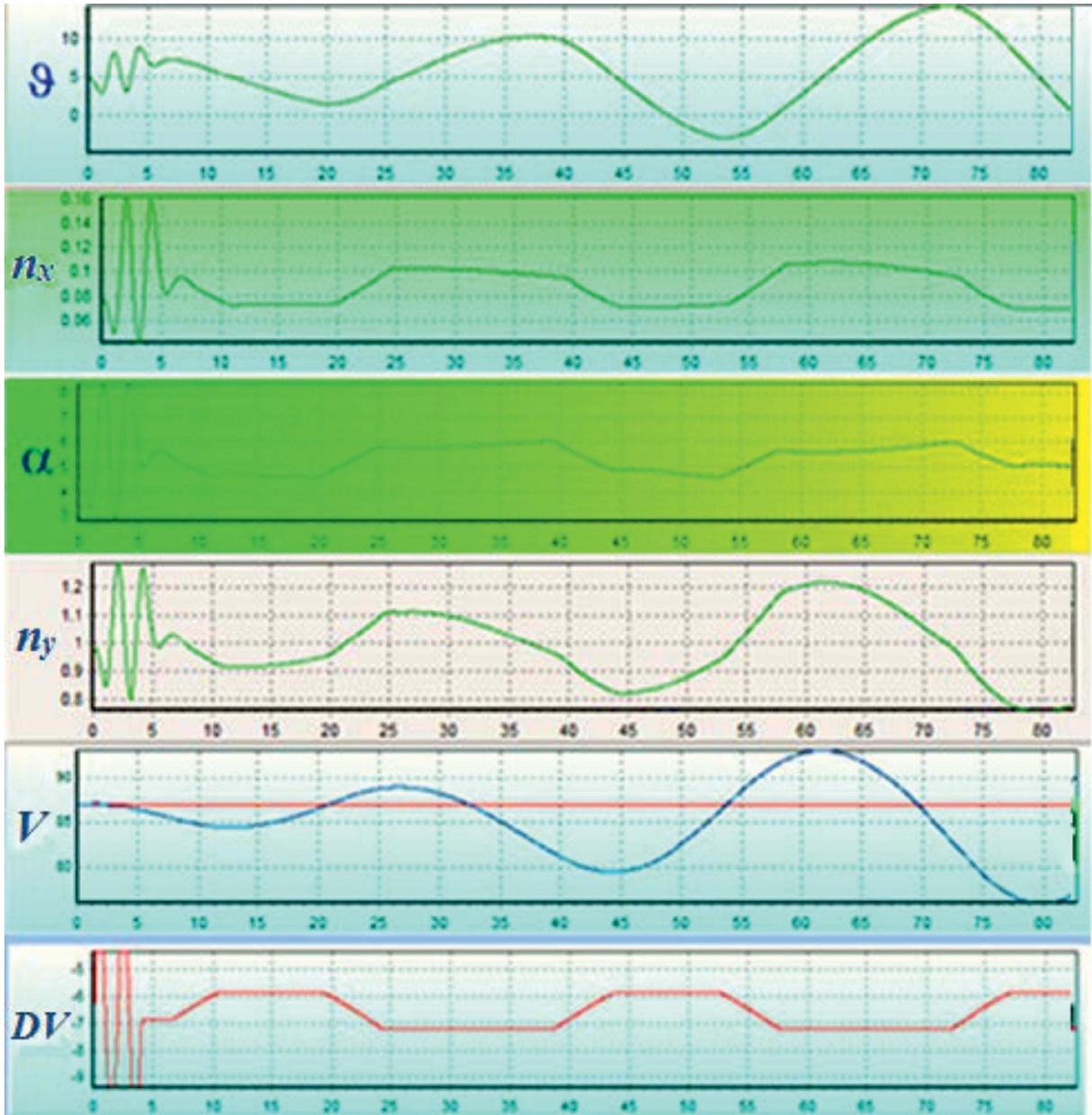


Рис. 3. Летный испытательный маневр (автоматический) с постоянным режимом работы двигателя для транспортного реактивного самолета (тип 2).

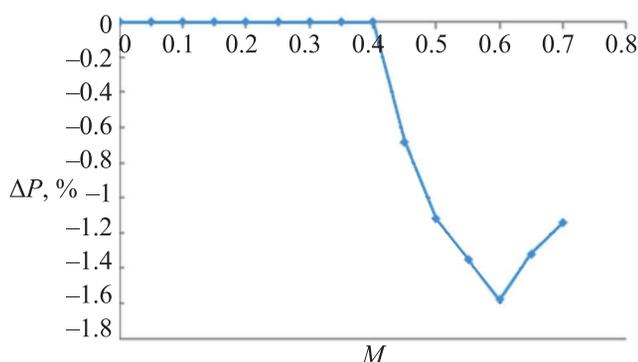
Во-первых, мы видим интервал $M = 0-0.4$, где тяга вообще не изменяется, т.е. при низких скоростях полета предположение может быть выполнено полностью. Для больших изменений числа M порядка 0.25 получаем для рассматриваемого примера изменение тяги менее чем на 0.3%. Примем заведомо увеличенное значение. Итак, предположим, что изменение тяги составляет 1.0%, и повторим моделирование транспортного самолета и оценку тяги по методу МНК с предварительным сглаживанием при уровне шума 2.

Результаты представлены в табл. 5 в столбце $P + dpvar$. Как можем видеть, относительная погрешность оценки тяги возрастает до 2.47%. Это может быть приемлемо в отдельных случаях, но рост погрешности значителен по сравнению со случаем, когда выполнено предположение о постоянстве тяги. Этот пример также показывает, что характеристики двигателя, полученные с помощью газодинамического подхода, могут быть полезны в рамках предлагаемого метода для целей планирования эксперимента.

Таким образом, можно сделать вывод, что в предположении постоянства тяги при постоянном режиме работы двигателя предлагаемый метод обеспечивает достоверные ошибки оценки

Таблица 5. Относительные погрешности в оценке тяги при уровне шума измерений 2 с использованием метода сглаживания для транспортного реактивного самолета типа 2

№ п/п	P	$P + dpvar$
	%	
1	0.46	0.97
2	2.67	3.3
3	-1.51	6.9
4	0.43	0.38
5	3.34	2.64
6	0.44	0.647
Математическое ожидание	0.97	2.47
СКО	1.76	2.46

**Рис. 4.** Типичные отклонения тяги (ΔP , %) от начального значения при ($M = 0-0.4$) в зависимости от M для транспортного самолета.

менее 1%, включая случайные шумы измерения. Это подтверждается примерами обработки данных моделирования. В случаях, когда допущение о постоянстве нарушается, метод обладает определенной робастностью, как показано выше. Однако этот случай требует специального исследования. Вполне вероятно, что для того, чтобы справиться со значительными изменениями тяги во время режима летных испытаний, потребуется модификация метода. Действительно, как показано в работе [24], основным источником погрешностей идентификации параметров являются отклонения в реальном объекте модели, предполагаемые при идентификации.

Заключение. Предлагается подход, который обеспечивает идентификацию силы тяги двигателей и силы аэродинамического сопротивления в соответствии с данными летных испытаний на основе параметрической идентификации динамических систем. Преимущества метода в том, что в нем используются только измерения стандартных датчиков, которые обычно устанавливаются на борту современных самолетов. Недостатком этого подхода является плохая обусловленность задачи идентификации, которая затрудняет его практическое применение.

Методы, предложенные в статье, направлены на решение проблемы отдельных оценок тяги и лобового сопротивления. Для достижения этой цели в статье получены следующие результаты:

- математический анализ задачи, показывающий источник линейной зависимости между силами тяги и лобового сопротивления, т.е. нарушение условий параметрической идентифицируемости, и позволяющий сформулировать основные требования к маневру полета;
- рассмотрена математическая модель объекта, удобная для отдельной идентификации сил тяги и лобового сопротивления;
- подробно описан тестовый полетный маневр, обеспечивающий выполнение условий идентифицируемости;
- предложен алгоритм сглаживания полетных данных, который значительно снижает влияние случайных ошибок при измерениях параметров полета;

— получены оценки точности приведенного метода по результатам математического и стендового моделирования в условиях шумов измерений, показано, что при уровнях случайных погрешностей измерений, которые приблизительно соответствуют летному эксперименту, ошибка определения тяги не превышает 1%.

Необходимо учитывать, что ключевой особенностью представленного метода является предположение о том, что тяга остается постоянной, если режим работы двигателя не изменяется и колебания скорости полета относительно невелики. Систематические погрешности измерений оцениваются с использованием метода из работы [23] или при помощи других подходов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильченко К.К., Леонов В.А., Пашковский И.М., Поплавский Б.К. Летные испытания самолетов. М.: Машиностроение, 1996. 745 с.
2. PART 25; Airworthiness Standard: Transport Category Airplanes. FAA. Department of Transport: Washington, DC, USA, 1999.
3. SAE AIR 1703A; In-Flight Thrust Determination. Society of Automotive Engineers: Warrendale, PA, USA, 2006.
4. SAE AIR 5450; Advanced Ducted Propulsor In-Flight Thrust Determination. Society of Automotive Engineers: Warrendale, PA, USA, 2016.
5. Добрянский Г.В., Мартыанова Т.С. Динамика авиационных газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1989. 240 с.
6. Kurtenbach F.J., Burcham F.W. Flight Evaluation of a Simplified Gross Thrust Calculation Technique Using an F100 Turbofan Engine in an F-15 Airplane; NASA Technical Paper 1782; NASA: Washington, DC, USA, 1981.
7. Conners T.R. Measurement Effects on the Calculation of In-Flight Thrust for an F404 Turbofan Engine; NASA Technical Memorandum 4140; NASA: Washington, DC, USA, 1989.
8. Lee J., Yang I., Yang S., Kwak J.S. Uncertainty Analysis and ANOVA for the Measurement Reliability Estimation of Altitude Engine Test // J. Mech. Sci. Technol. 2007. V. 21. P. 664–671.
9. Hoff J.C. A Probabilistic In-flight Thrust Estimation Process // Proc. SFTE 39th Annual Symposium. Fort Worth, Brazil, 2008.
10. Hoff J.C., Barbosa J.R. Application of a Stochastic In-Flight Thrust Determination Process to Real Engine Data // Proc. 3rd CTA DLR Workshop on Data Analysis and Flight Control. S.J. Campos, Brasil, 2009.
11. Andreev S.P., Makarov V.E. The Numerical Analysis of Impact of Changes in Flight Conditions and in Engine's Regime at Cruise on Airplane's Aerodynamic Characteristics // Proc. 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences ICAS 2014. St. Petersburg, Russia, 2014.
12. Lin Z., Xiao H., Zhang X., Wang Z. Thrust Prediction of Aircraft Engine Enabled by Fusing Domain Knowledge and Neural Network Model. Aerospace. 2023. V. 10. P. 493.
13. Muhammad H., Muhandi H., Kuntjoro W., Sritjahjono B.E. In-Flight Thrust Determination by Load Measurement on the Engine Mounting System // Proc. ICAS 2000. Harrogate, UK, 2000. P. 533.1–533.7.
14. Girija G., Parameswaran V., Raol J.R., Srinathkumar S. Estimation of Lift and Drag Characteristics of an Aircraft from Flight Data // J. Aeronaut. Soc. India. 1991. V. 43. P. 285–292.
15. Bowers A.H., Pahle J.W. Thrust Vectoring on the NASA F-18 High Alpha Research Vehicle; NASA/TM 4771; NASA: Washington, DC, USA, 1996.
16. Khasyofi M., Hartono F. Development Testing Method and Analysis Static Thrust for Propeller Based Propulsion // Proc. Intern. Conf. on Aerospace and Aviation. Bandung City, Indonesia, 2018.
17. Tikhonov A.N., Arsenin V.Y. Solution of Ill-Posed Problems; Winston & Sons: Washington, DC, USA, 1977; ISBN 0-470-99124-0.
18. Klein V., Morelli E.A. Aircraft System Identification: Theory and Practice; AIAA: Reston, VA, USA, 2006. 499 p.
19. Maine R.E., Iliff K.W. Identification of Dynamic Systems: Theory and Formulation; NASA RP 1138; NASA: Washington, DC, USA, 1985. 160p.
20. Korsun O.N., Poplavsky B.K., Prihodko S.J. Intelligent Support for Aircraft Flight Test Data Processing in Problem of Engine Thrust Estimation // Procedia Comput. Sci. 2017. V. 103. P. 82–87.
21. Korsun O.N., Poplavsky B.K., Om, M.H. Identification of the Engine Thrust Force Using Flight Test Data // Proc. Intern. Conf. on Aerospace System Science and Engineering ICASSE 2021. Lecture Notes in Electrical Engineering / Eds Z. Jing, D. Strelets. Singapore: Springer, 2023. V. 849.
22. Korsun O.N., Nikolaev S.V., Om M.H. Detection of Dynamic Errors in Aircraft Flight Data // Proc. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. Moscow, Russia, 2021. V. 1027. P. 012011.
23. Korsun O.N., Nikolaev S.V., Pushkov S.G. Algorithm for Estimating Systematic Measurement Errors for Air Velocity, Angle of Attack, and Sliding Angle in Flight-testing // J. Comput. Syst. Sci. Int. 2016. V. 55. P. 446–457.
24. Korsun O.N., Om M.H. The Practical Rules for Aircraft Parameters Identification Based on Flight Test Data // Metascience Aerosp. 2024. V. 1. P. 53–65.