

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА

УДК 538.945;538.955

ДИНАМИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ БЛИЗОСТИ В ГИБРИДНЫХ СТРУКТУРАХ СВЕРХПРОВОДНИК/ФЕРРОМАГНИТНЫЙ ДИЭЛЕКТРИК

© 2023 г. Я. В. Туркин^{a, b, *}, Н. Г. Пугач^a, Е. Г. Екомасов^{c, d}, Б. Г. Львов^a

^aНациональный исследовательский университет “Высшая школа экономики”,
б-р Покровский, 11, Москва, 101000 Россия

^bКрымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,
пр. Академика Вернадского, 4, Симферополь, 295007 Россия

^cБашкирский государственный университет, ул. Заки Валиди, 32, Уфа, 450076 Россия

^dБашкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы,
ул. Октябрьской революции, 3а, Уфа, 450008 Россия

*e-mail: yturkin@hse.ru

Поступила в редакцию 27.09.2022 г.

После доработки 12.11.2022 г.

Принята к публикации 15.11.2022 г.

Теоретически исследуется динамика наведенной намагниченности и спинового тока, возникающих в слое грязного сверхпроводника за счет эффекта близости с ферромагнитным диэлектриком с однородной периодически прецессирующей намагниченностью. Динамика наблюдаемых физических величин описывается в рамках квазиклассического формализма Узаделя–Флоке, позволяющего исследовать воздействие периодического возмущения на неоднородную сверхпроводящую систему. Пространственные распределения и временная эволюция наведённой намагниченности и сверхпроводящего спинового тока внутри слоя сверхпроводника находятся из численных решений системы уравнений Узаделя–Флоке.

Ключевые слова: сверхпроводящая спиритроника, эффект близости. ферромагнитный резонанс

DOI: 10.31857/S0015323022601428, **EDN:** KQRYAE

ВВЕДЕНИЕ

Спиновый перенос в гибридных системах, состоящих из сверхпроводящих и ферромагнитных металлов, активно исследуют на протяжении последнего десятилетия. Такой интерес обусловлен тем, что взаимодействие между сверхпроводимостью и магнетизмом открывает потенциальные возможности создания новых устройств спиритроники, не испытывающих джоулева нагрева при переключении между логическими состояниями.

Одной из центральных проблем сверхпроводящей спиритроники является проблема эффективного инжектирования спинового тока в сверхпроводник [1]. Такое инжектирование можно осуществить, например, при помощи динамического изменения направления намагниченности в соседнем слое металлического [3] или диэлектрического [4] ферромагнитного материала. Последний вариант более предпочтителен, так как позволяет свести к минимуму уже упомянутую проблему джоулева нагрева. Согласно последним экспериментальным исследованиям, взаимодействие спиновых волн со сверхпроводя-

щими корреляциями в гибридных структурах ферромагнитный материал/сверхпроводник приводит как к изменению динамики намагниченности в ферромагнитном слое, так и к появлению нестационарных спиновых токов и наведенной намагниченности в сверхпроводниках [5–7]. Однако механизмы взаимного влияния сверхпроводника и ферромагнетика на динамические свойства друг друга пока еще полностью не поняты. Поэтому разработка теории возникающих триплетных сверхпроводящих корреляций и спиновых волн в гибридных структурах является одной из ключевых задач современной сверхпроводящей спиритроники. Существует множество экспериментальных работ, в которых высказывается ряд возможных объяснений: изменение динамических свойств магнитного слоя: изменение параметра Гильбертова затухания [8], экранирование Мейснера [9], чистые сверхпроводящие спиновые токи триплетных куперовских пар [10] и т.д. Эти возможные механизмы обусловлены разными типами исследуемых структур и геометрий, но в любой гибридной структуре наблюдается устойчивый эффект взаимодействия магнит-

ных волн и сверхпроводящих корреляций, это взаимодействие может проявляться в возникновении нестационарного спинового тока, наведенной намагниченности, а также подавлении параметра порядка внутри сверхпроводящего слоя [11].

Плотность спинового тока на интерфейсе между сверхпроводником и ферромагнитным диэлектриком была вычислена в теоретических работах [4, 6, 12–14]. В них акцент сделан именно на влиянии сверхпроводника на магнетик, а неоднородная спиновая динамика в объеме сверхпроводника не исследуется. Исключением являются недавние работы [15, 16], где исследуется протекание тока через трехслойные структуры, подобные джозефсоновским переходам.

Взаимодействие магнитных колебаний и волн в диэлектрических ферромагнетиках со сверхпроводящими корреляциями играет ключевую роль в физических процессах в сверхпроводящих магнитных кристаллах [17], мезоскопических сверхпроводящих контактах [18], а также в ферромагнитных джозефсоновских переходах [19–23]. В качестве примера можно привести создание искусственных синапсов на основе магнитных джозефсоновских переходов [24–26]. В работе [26] показано, что искусственные синапсы, построенные на базе структурированных ферромагнитных джозефсоновских переходов, образуют новый класс пластичных нейроморфных устройств с пиковым потреблением энергии менее 10^{-11} Дж и рабочими частотами до 100 ГГц.

Задача теоретического описания эффекта близости ферромагнетика и сверхпроводника может быть решена как в микроскопическом [14], так и в квазиклассическом формализме [12, 13]. Оба этих подхода уже нашли множество применений в рассмотрении динамики гибридных сверхпроводящих структур. Квазиклассический формализм с успехом был применен для описания задач, неоднородных в пространстве: возникновения врачающих спиновых моментов, процессов [27], связанных с неоднородным распределением температуры [28] и т.д. Теоретическое исследование динамики произвольных гибридных сверхпроводящих структур при помощи квазиклассического формализма стало возможным благодаря последовательному развитию обобщенной теории граничных условий для квазиклассических функций Грина на границах со слабыми и сильными магнетиками [28–31].

В данной работе мы используем подход, основанный на уравнении Узаделя для вычисления нестационарной наведенной намагниченности и спинового тока не только на интерфейсе гибридной структуры сверхпроводник/ферромагнитный диэлектрик, но и внутри сверхпроводящего слоя. Полученные результаты могут быть исполь-

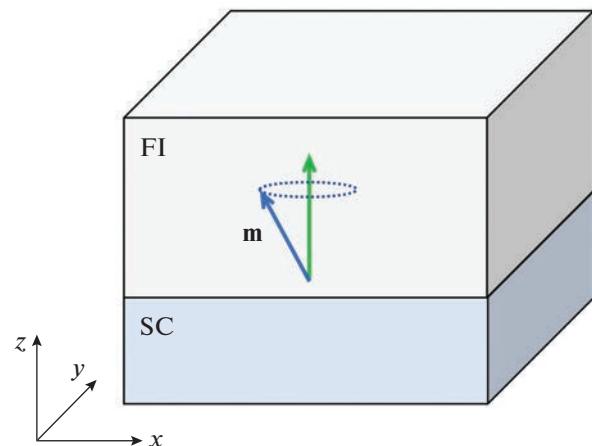


Рис. 1. Схематическое изображение исследуемой структуры, состоящей слоя сверхпроводника (SC) и ферромагнитного диэлектрика (FI) с однородной прецессирующей намагниченностью, направленной вдоль вектора \mathbf{m} .

зованы для разработки и оптимизации устройств сверхпроводящей спинtronики, например, спиновых вентиляй [32–37].

МОДЕЛЬ

Рассмотрим двухслойную структуру сверхпроводник/ферромагнитный диэлектрик, изображенную на рис. 1. Однородная намагниченность прецессирует в ферромагнитном слое.

Задача о взаимодействии прецессирующей намагниченности в слое ферромагнитного диэлектрика со сверхпроводящим конденсатором в соседнем слое металла, вообще говоря, является динамической и должна решаться при помощи нестационарного уравнения Узаделя [38]:

$$i\hbar \{\tilde{\rho}_4 \partial_t, \tilde{g}\}_t - i\hbar D \partial_z (\tilde{g} \circ \partial_z \tilde{g}) = -i [\tilde{\Delta}(t), \tilde{g}], \quad (1)$$

где $\tilde{g}(t_1, t_2)$ — двухвременная квазиклассическая функция Грина в пространстве Намбу-спин-Келдыша, $\tilde{\Delta}(t)$ — нестационарный сверхпроводящий параметр порядка, D — коэффициент диффузии, $\tilde{\rho}_4 = \sigma_0 \otimes \sigma_x \otimes i\sigma_y$ — вспомогательная матрица в пространстве Намбу-спин-Келдыша, образующаяся внешним умножением матриц Паули σ_x , σ_y и единичной матрицы σ_0 ; \circ — оператор свертки по времени, $\{, \}_t$ и $[,]_t$ — коммутатор и антикоммутатор, при раскрытии которых необходимо также произвести свертку по временным переменным;

$$[f, g]_t = f(t_1)g(t_1, t_2) - g(t_1, t_2)f(t_2).$$

Здесь и далее опустим зависимость квазиклассической функции Грина от координаты z для краткости изложения. Используя тот факт, что намагниченность прецессирует периодически, задача

может быть сведена к решению стационарных уравнений в частотной области. Переход в частотную область можно осуществить при помощи так называемого преобразования Флоке–Вигнера [38, 39]. Идея этого преобразования заключается в разложении смешанного представления [16] в ряд Фурье по суммарной временной переменной $t = (t_1 + t_2)/2$. Очевидно, что такое разложение возможно, если разлагаемая функция периодична по суммарной временной переменной:

$$f(\omega, t + T) = f(\omega, t), \quad (2)$$

где T – период внешнего воздействия, ω – частота, получающаяся при переходе к смешанному представлению:

$$f(\omega, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \exp[i\omega\tau] f(t + \tau/2, t - \tau/2), \quad (3)$$

где $\tau = t_1 - t_2$ – разностная временная переменная. Таким образом, формула преобразования Флоке–Вигнера выглядит следующим образом:

$$f_n(\omega) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt \exp[in\Omega t] f(\omega, t), \quad (4)$$

где $\Omega = 2\pi/T$ – частота внешнего воздействия, n – номер фурье-гармоники. Применяя последовательно (3) и (4) к нестационарному уравнению Узаделя (1), получаем уравнение Узаделя–Флоке:

$$\begin{aligned} & i \left\{ \frac{n\hbar\Omega}{2} \tilde{\rho}_4, \tilde{g}_n(\omega) \right\} + i[\hbar\omega \tilde{\rho}_4, \tilde{g}_n(\omega)] = \\ & = -\hbar D \partial_z (\tilde{g} \circ \partial_z \tilde{g})_n(\omega) - i(\tilde{\Delta}(t_1) \tilde{g}(t_1, t_2))_n(\omega) + \\ & + i(\tilde{g}(t_1, t_2) \tilde{\Delta}(t_2))_n(\omega). \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнение (5) является уже стационарной задачей, которая может быть решена численно. Будем считать, что температура сверхпроводящего слоя значительно ниже температуры сверхпроводящего фазового перехода. Уравнение (5) должно быть дополнено граничными условиями, условием нормировки и уравнением для сверхпроводящего параметра порядка.

Нестационарные граничные условия на интерфейсе между ферромагнитным диэлектриком могут быть записаны в адиабатическом приближении $\hbar\Omega \ll \Delta$ [12, 13, 32]:

$$\tilde{g} \circ \partial_z \tilde{g} = iK_{\text{ex}} [\tilde{m}(t), \tilde{g}], \quad (6)$$

где K_{ex} – скалярный коэффициент, пропорциональный величине обменного взаимодействия между сверхпроводником и ферромагнитным диэлектриком, $\tilde{m}(t)$ – матрица намагниченности в пространстве Намбу–спин–Келдыша [31].

Решая численно уравнение Флоке–Узаделя (5) с учетом граничных условий (6) и условий нормировки [38], получаем значения Фурье гармо-

ник квазиклассических функций Грина в зависимости от координаты и частоты. Используя полученные результаты, можно вычислить нестационарные распределения наведенной намагниченности и спинового тока внутри сверхпроводника:

$$\mathbf{M}_n = \frac{\hbar g \mu_B N_0}{8} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \text{Tr} \left[\hat{\sigma} \hat{g}_n^K(\omega) \right], \quad (7)$$

$$\mathbf{j}_z^s = \frac{\hbar^2 N_0 D}{8} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \text{Tr} \left[\hat{\rho}_4 \hat{\sigma} (\tilde{g} \circ \partial_z \tilde{g})_n^K(\omega) \right], \quad (8)$$

где $\hat{\sigma}$ – оператор спина в Намбу–спиновом пространстве, $\hat{g}_n^K(\omega)$ – Флоке–представление келдышевой компоненты квазиклассической функции Грина в Намбу–спиновом пространстве [31].

После вычисления коэффициентов Фурье (7) и (8), наблюдаемые могут быть вычислены в виде рядов Фурье:

$$\mathbf{M}(t) = \sum_n \mathbf{M}_n \exp[-in\Omega t], \quad (9)$$

$$\mathbf{j}_z^s = \sum_n \mathbf{j}_{n,z}^s \exp[-in\Omega t]. \quad (10)$$

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Исследуемая структура изображена на рис. 1. Сверхпроводящий слой алюминия толщиной L граничит со слоем ферромагнитного диэлектрика, интерфейс между сверхпроводником и диэлектриком находится в точке с координатой $z = L$. Внутри магнитного диэлектрика намагниченность считается однородной и прецессирует с циклической частотой Ω . Направление оси прецессии намагниченности ферромагнитного диэлектрика совпадает с направлением оси z , которая перпендикулярна плоскости слоев, а нестационарные компоненты вектора намагниченности x и y параллельны интерфейсу. Толщина сверхпроводника равна $L = 4\xi$. Исходный набор параметров для численных расчетов соответствует алюминию [11]; $T_c = 1.2$ К, $D = 8.89 \times 10^{-3}$ м²/с, $E_F = 11.2$ эВ, $\Delta^{(0)} = 1.76 k_B T_c$, $K_{\text{ex}} = 1.8897 \times 10^8$. В качестве магнитного диэлектрика может выступать железо–иттриевый гранат, для которого выполняется условие адиабатичности $\hbar\Omega \ll \Delta$: $\Delta/\hbar\Omega \approx 30–40$. Длина коррентности определяется из следующего соотношения:

$$\xi = \sqrt{\frac{\hbar D}{2\pi k_B T_c}}, \quad (11)$$

где k_B – постоянная Больцмана. При заданных параметрах $\xi \approx 93$ нм. Коэффициент диффузии был выбран таким образом, чтобы выполнялось условие грязного предела: $l \ll \xi$, где l – длина свободного пробега.

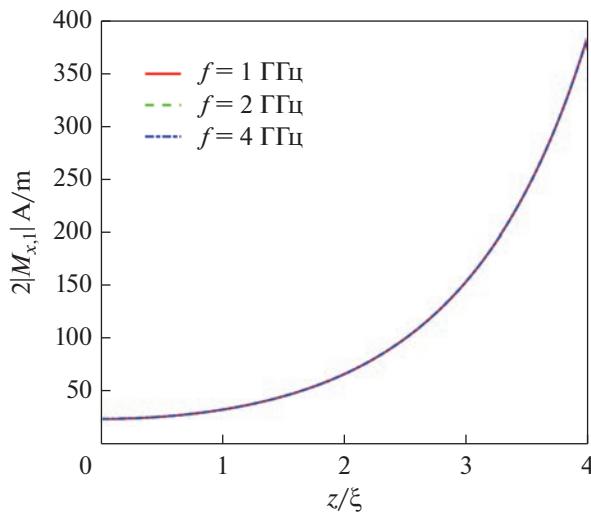


Рис. 2. Распределение удвоенного модуля коэффициента Фурье наведенной намагниченности параллельной интерфейсу.

На рис. 2 приведены зависимости удвоенного модуля коэффициента Фурье наведенной намагниченности, параллельной интерфейсу, в зависимости от положения внутри слоя сверхпроводника. Удвоенный модуль фурье-коэффициента является амплитудой колебаний, поэтому его удобно использовать для оценки величины наведенной намагниченности и инжектированного спинового тока.

Графики для модуля фурье-коэффициента наведенной намагниченности при разных частотах прецессии намагниченности ферромагнитного диэлектрика совпадают. Наложение этих кривых можно объяснить тем фактом, что проекция вектора намагниченности в ферромагнитном диэлектрике не зависит от частоты в рамках данного приближения. Однако с ростом частоты прецессии следует ожидать более сложной зависимости для индуцированной намагниченности на интерфейсе, так как при повышении частоты прецессии или при уменьшении сверхпроводящего параметра порядка, энергия однородной моды намагниченности $\hbar\Omega$ приближается к энергии сверхпроводящей щели Δ и сверхпроводимость на интерфейсе начинает активно подавляться. Более того, в случае высоких частот прецессии намагниченности необходимо получить более точное выражение для граничных условий, которое учитывает неадиабатические эффекты подавления сверхпроводящего параметра порядка и генерации квазичастиц. Рассмотрение подобных явлений выходит за рамки данной работы. Стационарная наведенная намагниченность вдоль оси oz , генерирующаяся постоянной компонентой намагниченности в ферромагнитном диэлектрике, исследована в [11] и здесь не приводится.

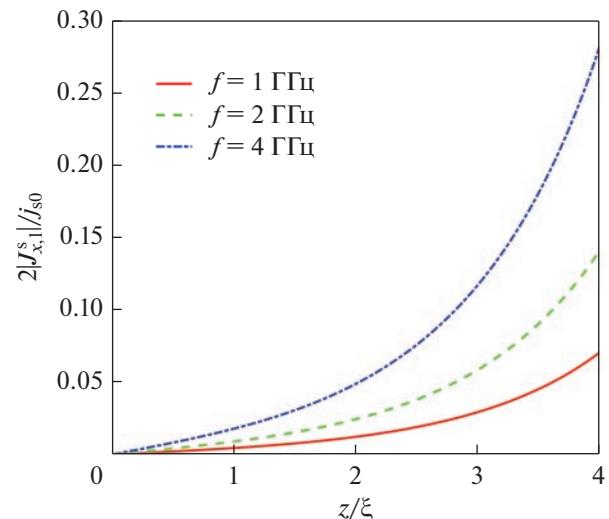


Рис. 3. Распределение удвоенного модуля коэффициента Фурье спинового тока внутри сверхпроводника при разных значениях частоты прецессии намагниченности ферромагнитного диэлектрика.

Из рис. 2 видно, что наведенная намагниченность уменьшается по мере удаления от интерфейса сверхпроводник/ферромагнетик. Это объясняется убыванием плотности триплетных сверхпроводящих корреляций, концентрация которых максимальна на интерфейсе, так как там происходит их конверсия из синглетных корреляций. Возникновение наведенной намагниченности было впервые описано в работе [40]. Там было показано, что в результате эффекта близости сверхпроводящие корреляции проникают в ферромагнетик таким образом, что вблизи границы с ним формируется эффективная намагниченность, коллинеарная намагниченности ферромагнетика. Однако полный магнитный момент куперовских пар, усредненный на масштабе много больше длины когерентности, включающем границу, может остаться равным нулю. Длина когерентности куперовской пары довольно велика, и электроны, находящиеся внутри сверхпроводника, могут образовывать пары с электронами, которые проникают в приграничную область ферромагнетика. Суммарный спин таких пар равен нулю, но в слое сверхпроводника появляется наведенная намагниченность [40]. В нашем случае волновые функции электронов в куперовских парах тоже могут проникать в ферромагнитный диэлектрик на конечную малую глубину.

Распределение удвоенного фурье-коэффициента спинового тока в сверхпроводнике изображено на рис. 3. Амплитуды спинового тока нормированы на величину $j_{s0} = (\hbar/2e)j_{e0}$, которая соответствует величине зарядового тока $j_{e0} = 2eN_0D\Delta_0/\xi = 6.262 \times 10^6 \text{ А}/\text{см}^2$. Зависимость амплитуды спинового тока от координаты внутри сверхпровод-

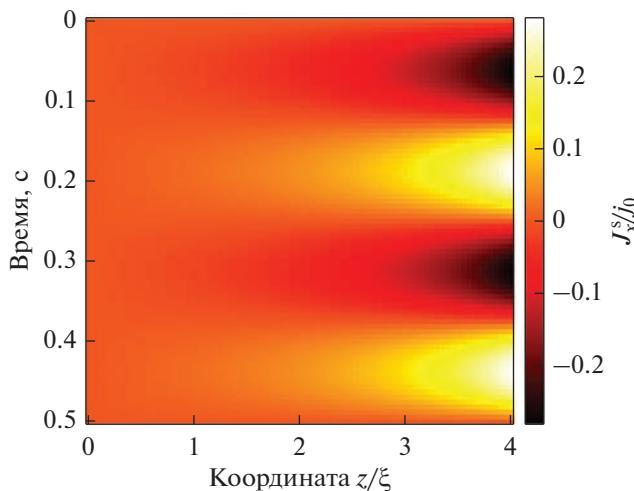


Рис. 4. Зависимость спинового тока проекции спина на ось x от времени и координаты.

ника также имеет близкий к экспоненте вид, который обусловлен нулевым спиновым током на интерфейсе между сверхпроводником и вакуумом. Как видно из рис. 3, амплитуда колебаний спинового тока возрастает с ростом частоты, так как спиновый ток на интерфейсе пропорционален частоте прецессии намагниченности. Спиновые токи различных проекций спина не равны нулю, только если соответствующие им нестационарные проекции вектора намагниченности на интерфейсе, также не равны нулю.

Это соответствует слабому эффекту близости, так как появление спиновых токов для проекции спина на ось z является эффектом второго порядка по силе обменного взаимодействия на интерфейсе.

Наблюдаемый динамический эффект близости в сверхпроводнике аналогичен эффекту спиновой накачки для двухслойной гибридной структуры, состоящей из нормального металла и магнитного диэлектрика [41]. В нашем случае спиновый ток тоже может быть индуцирован только нестационарной намагниченностью. Однако спиновый ток, наведенный в сверхпроводящей структуре, имеет величину большую, чем в нормальном металле. В отличие от случая нормального металла, в нашей модели не учитываются никакие механизмы спиновой релаксации. Однако спиновый ток и наведенная намагниченность внутри сверхпроводника все равно затухают вдали от границы с магнетиком. Это можно объяснить тем, что обе эти величины создаются триплетными корреляциями, эффективность конверсии которых падает при удалении от интерфейса. Иными словами, если уменьшается наведенная намагниченность, которая определяется концентрацией триплетных корреляций, то также уменьшается и

спиновый ток, который создается динамикой наведенной намагниченности. Такое распределение спинового тока качественно отличается от случая трехслойной структуры ферромагнитик/сверхпроводник/ферромагнитик, где спиновый ток может течь и в стационарной ситуации [15].

Динамика x -компоненты сверхпроводящего спинового тока при частоте прецессии 4 ГГц и временном интервале равном двум периодам, изображена на рис. 4. Она соответствует осциллирующему во времени экспоненциальному распределению.

Такая динамика отвечает адиабатическому пределу и слабому эффекту близости, когда проекции спинового тока и наведенной намагниченности на интерфейсе в точности повторяют движение однородной намагниченности в ферромагнитном диэлектрике с практически мгновенной скоростью. При подавлении сверхпроводящего параметра порядка путем увеличения температуры или частоты прецессии намагниченности, можно ожидать более сложного распределения, содержащего экстремум, как в [11], где исследована ситуация $T_c - T \ll 1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проанализирован динамический эффект близости, возникающий в гибридных структурах сверхпроводник/ферромагнитный диэлектрик. Обнаружено, что амплитуда спинового тока пропорциональна частоте прецессии намагниченности, что является ожидаемым результатом, так как спиновый ток инжектируется при помощи адиабатической конверсии синглетных сверхпроводящих корреляций в триплетные корреляции на интерфейсе между сверхпроводником и ферромагнитным диэлектриком.

Полученные распределения нестационарной наведенной намагниченности и спинового тока внутри сверхпроводника обнаруживают некоторое сходство с эффектом спиновой накачки в структурах нормальный металл/ферромагнитный диэлектрик. Показано, что в случае сверхпроводника наведенная намагниченность и спиновый ток проникают гораздо глубже, что соответствует значительно большему времени спиновой релаксации в сверхпроводнике. Это открывает широкие перспективы для применения такого рода структур в низкотемпературной спинtronике.

Работа по расчету спиновых токов была поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации, Мегагрант № 075-15-2022-1108. Исследование наведенной намагниченности осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ и по проекту “Зеркальные лаборатории”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Linder J., Robinson J.W.A. Superconducting spintronics // *Nature Phys.* 2015. V. 11. № 4. P. 307–315.
2. Ozaeta A., Virtanen P., Bergeret F.S., Heikkilä T.T. Predicted Very Large Thermoelectric Effect in Ferromagnet-Superconductor Junctions in the Presence of a Spin-Splitting Magnetic Field // *Phys. Rev. Lett.* 2014. V. 112. № 5. P. 057001.
3. Bell C., Milikisyants S., Huber M., Aarts J. Spin-Pumping-Induced Inverse Spin Hall Effect in Nb/Ni₈₀Fe₂₀ Bilayers and its Strong Decay Across the Superconducting Transition Temperature // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 100. № 4. P. 047002.
4. Inoue M., Ichioka M., Adachi H. Spin pumping into superconductors: A new probe of spin dynamics in a superconducting thin film // *Phys. Rev. B.* 2017. V. 96. № 2. P. 024414.
5. Golovchanskiy I.A., Abramov N.N., Stolyarov V.S., Chichkov VI., Silaev M., I.V. Shchetinin, Golubov A.A., Ryazanov V.V., Ustinov A.V., Kupriyanov M.Yu. Magnetization dynamics in proximity-coupled superconductor–ferromagnet–superconductor multilayers // *Phys. Rev. Appl.* 2020. V. 14. № 2. P. 024086.
6. Ojaajarvi R., Heikkilä T.T., Virtanen P., Silaev M.A. Giant enhancement to spin battery effect in superconductor/ferromagnetic insulator systems // *Phys. Rev. B.* 2021. V. 103. № 22. P. 224524.
7. Petković I., Aprili M., Barnes S.E., Beuneu F., Maekawa S. Direct dynamical coupling of spin modes and singlet Josephson supercurrent in ferromagnetic Josephson junctions // *Phys. Rev. B.* 2009. V. 80. № 22. P. 220502.
8. Yao Y., Song Q., Takamura Y., Cascales J.P., Yuan W., Ma Y., Yun Yu., Xie X. C., Moodera J.S., Han W. Probe of spin dynamics in superconducting NbN thin films via spin pumping // *Phys. Rev. B.* 2018. V. 97. № 22. P. 224414.
9. Jeon K.-R., Ciccarelli C., Kurebayashi H., Cohen L.F., Montiel X., Eschrig M., Wagner T., Komori S., Srivastava A., Robinson J.W.A., Blamire M.G. Meissner Screening and Trapped Magnetic Flux on Magnetization Dynamics in Thick Nb/Ni₈₀Fe₂₀/Nb Trilayers // *Phys. Rev. Appl.* 2019. V. 11. № 11. P. 014061.
10. Jeon K.-R., Ciccarelli C., Ferguson A.J., Kurebayashi H., Cohen L.F., Montiel X., Eschrig M., Robinson J.W.A., Blamire M.G. Enhanced spin pumping into superconductors provides evidence for superconducting pure spin currents // *Nat. Mat.* 2018. V. 17. P. 499–503.
11. Yagovtsev V.O., Gusev N.A., Pugach N.G., Eschrig M. The inverse proximity effect in strong ferromagnet–superconductor structures // *Supercond. Sci. Techn.* 2021. V. 34. № 2. P. 025003.
12. Silaev M.A. Finite-frequency spin susceptibility and spin pumping in superconductors with spin-orbit relaxation // *Phys. Rev. B.* 2021. V. 102. № 14. P. 144521.
13. Silaev M.A. Large enhancement of spin pumping due to the surface bound states in normal metal–superconductor structures // *Phys. Rev. B.* 2021. V. 102. № 18. P. 180502.
14. Kato T., Ohnuma Y., Matsuo M., Rech T., Jonckheere T., Martin T. Microscopic theory of spin transport at the interface between a superconductor and a ferromagnet–insulator // *Phys. Rev. B.* 2019. V. 99. № 14. P. 144411.
15. Ojaajarvi R., Bergeret F.S., Silaev M.A., Heikkilä T.T. Dynamics of Two Ferromagnetic Insulators Coupled by Superconducting Spin Current // *Phys. Rev. Lett.* 2022. V. 128. № 16. P. 167701.
16. Simensen H.T., Johnsen L.G., Linder J., Brataas A. Spin pumping between noncollinear ferromagnetic insulators through thin superconductors // *Phys. Rev. B.* 2013. V. 103. № 2. P. 024524.
17. Golovchanskiy I.A., Abramov N.N., Stolyarov V.S., Bolginov V.V., Ryazanov V.V., Golubov A.A., Alexey V.U. Ferromagnet/Superconductor Hybridization for Magnonic Applications // *Advanced functional materials.* V. 28. № 33. P. 1802375.
18. Holmqvist C., Fogelström M., Belzig W. Spin-polarized Shapiro steps and spin-precession-assisted multiple Andreev reflection // *Phys. Rev. B.* 2013. V. 90. № 1. P. 014516.
19. Stoutimore M.J.A., Rossolenko A.N., Bolginov V.V., Oboznov V.A., Rusanov A.Y., Baranov D.S., Pugach N., Frolov S.M., Ryazanov V.V., Van Harlingen D.J. Second-Harmonic Current-Phase Relation in Josephson Junctions with Ferromagnetic Barriers // *Phys. Rev. Lett.* 2018. V. 121. № 17. P. 177702.
20. Heim D.M., Pugach N.G., Kupriyanov M.Yu., Goldobin E., Koelle D., Kleiner R., Ruppelt N. The effect of normal and insulating layers on 0–π transitions in Josephson junctions with a ferromagnetic barrier // *New J. Phys.* 2015. V. 17. P. 113022.
21. Heim D.M., Pugach N.G., Kupriyanov M.Yu., Goldobin E., Koelle D., Kleiner R. Ferromagnetic planar Josephson junction with transparent interfaces: a φ junction proposal // *New J. Phys.* 2013. V. 25. № 23. P. 239601.
22. Pugach N.G., Kupriyanov M.Yu., Vedyayev A.V., Lacroix C., Goldobin E., Koelle D., Kleiner R., Sidorenko A.S. Ferromagnetic Josephson junctions with steplike interface transparency // *Phys. Rev. B.* 2009. V. 80. № 13. P. 134516.
23. Klenov N., Kornev V., Vedyayev A., Ryzhanova N., Pugach N., Rumyantseva T. Examination of logic operations with silent phase qubit // *J. Phys.: Conference Series* 2008. V. 98. P. 012037.
24. Bakurskiy S.V., Klenov N.V., Kupriyanov M.Yu., Soloviev I.I., Khapaev M.M. Extraction of Inductances and Spatial Distributions of Currents in a Model of Superconducting Neuron // *Comp. Mathem. Mathem. Phys.* 2021. V. 61. № 5. P. 854–863.
25. Soloviev I.I., Schegolev A.E., Klenov N.V., Bakurskiy S.V., Kupriyanov M.Y., Tereshonok, M.V., Shardin A.V., Stolyarov V.S., Golubov A.A. Adiabatic superconducting artificial neural network: Basic cells // *J. Appl. Phys.* 2018. V. 124. № 15. P. 152113.
26. Schneider M.L., Donnelly C.A., Russek S.E., Baek B., Pufall M.R., Hopkins P.F., Dresselhaus P.D., Benz S.P., Rippard W.H. Ultralow power artificial synapses using nanotextured magnetic Josephson junctions // *Sci. Advances.* 2018. V. 4. № 1. P. e1701329.
27. Bobkova I.V., Bobkov A.M., Silaev M.A. Spin torques and magnetic texture dynamics driven by the supercurrent in superconductor/ferromagnet structures // *Phys. Rev. B.* 2018. V. 98. № 1. P. 014521.

28. *Bobkova I.V., Bobkov A.M., Belzig W.* Thermally induced spin-transfer torques in superconductor/ferromagnet bilayers // Phys. Rev. B. 2021. V. 103. № 2. P. L020503.
29. *Tokuyasu T., Sauls J.A., Rainer D.* Proximity effect of a ferromagnetic insulator in contact with a superconductor // Phys. Rev. B. 1988. V. 38. № 13. P. 8823–8832.
30. *Cottet A., Huertas-Hernando D., Belzig W., Nazarov Y.V.* Spin-dependent boundary conditions for isotropic superconducting Green's functions // Phys. Rev. B. 2009. V. 80. № 18. P. 184511.
31. *Eschrig M., Cottet A., Belzig W., Linder J.* General boundary conditions for quasiclassical theory of superconductivity in the diffusive limit: application to strongly spin-polarized systems // New J. Phys. 2015. V. 17. № 8. P. 083037.
32. *Gusev N.A., Dgheparov D.I., Pugach N.G., Belotelov V.I.* Magnonic control of the superconducting spin valve by magnetization reorientation in helimagnet // App. Phys. Lett. 2021. V. 118. № 23. P. 232601.
33. *Pugach N.G., Safonchik M., Champel T., Zhitomirsky M.E., Lähderanta E., Eschrig M., Lacroix C.* Superconducting spin valves controlled by spiral re-orientation in B20-family magnets // Appl. Phys. Lett. 2017. V. 111. № 16. P. 162601.
34. *Миронов С.В., Самохвалов А.В., Буздин А.И., Мельников А.С.* Электромагнитный эффект близости и ЛОФФ неустойчивость в гибридных структурах сверхпроводник–ферромагнетик (Миниобзор) // Письма в ЖЭТФ. 2021. Т. 113. № 2. С. 102–111.
35. *Tagirov L.R.* Low-Field Superconducting Spin Switch Based on a Superconductor // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. № 10. P. 2058–2061.
36. *Водопьянов Б.П., Тагиров Л.Р.* Осцилляции температуры сверхпроводящего перехода в бислоях сильный ферромагнетик–сверхпроводник // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 78. № 9. С. 1043–1047.
37. *Leksin P.V., Garif'yanov N.N., Kamashev A.A., Validov A.A., Fominov Ya.V., Schumann J., Kataev V., Thomas J., Büchner B., Garifullin I.A.* Isolation of proximity-induced triplet pairing channel in a superconductor/ferromagnet spin valve / Phys. Rev. B. 2016. V. 93. № 10. P. 100502(R).
38. *Brinkman A., Golubov A.A., Rogalla H., Wilhelm F.K., Kupriyanov M.Yu.* Microscopic nonequilibrium theory of double-barrier Josephson junctions // Phys. Rev. B. 2003. V. 68. № 22. P. 224513.
39. *Oka T., Aoki H.* Photovoltaic Hall effect in graphene // Phys. Rev. B. 2009. V. 70. № 8. P. 081406(R).
40. *Bergeret F.S., Volkov A.F., Efetov K.B.* Induced ferromagnetism due to superconductivity in superconductor-ferromagnet structures // Phys. Rev. B. 2004. V. 69. № 17. P. 174504.
41. Handbook of Spintronics / Ed. By Y. Xu et al. N.Y., London: Springer Science + Business Media Dordrecht, 2016. 1609 p.