

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ
СВОЙСТВА

УДК 538.945

КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА
И ПАРАМЕТР ПОРЯДКА В ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ
СВЕРХПРОВОДНИК / НЕОДНОРОДНЫЙ ФЕРРОМАГНЕТИК

© 2024 г. В. А. Туманов^{a, *}, Ю. Н. Прошин^a

^a Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, 18, Казань, 420008 Россия

*e-mail: tumanvadim@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.08.2023 г.

После доработки 24.08.2023 г.

Принята к публикации 03.12.2023 г.

Предложен метод решения самосогласованной краевой задачи для линейризованного уравнения Узаделя. Метод позволяет найти нормированное по образцу распределение сверхпроводящего параметра порядка и критическую температуру в зависимости от параметров задачи и решать сравнительно сложные пространственно-неоднородные задачи, например, сверхпроводящие гетероструктуры, содержащие неоднородные магнитные слои. В рамках такого подхода рассмотрены слоистые структуры, содержащие сверхпроводящие и расщепленные на домены ферромагнитные слои. Проведено сравнение теории с экспериментом для системы Fe 20 Å/V 340 Å/Fe 8 Å/Cr/ Fe 8 Å.

Ключевые слова: сверхпроводимость, ферромагнетизм, домен, эффект близости

DOI: 10.31857/S0015323024030031, EDN: WUJTPC

ВВЕДЕНИЕ

Слоистые структуры сверхпроводника (S) с ферромагнитным металлом (F) предоставляют возможность сосуществования ферромагнетизма и сверхпроводимости в рамках одного образца [1–8]. В таких системах наблюдается немонотонное поведение критической температуры и критического тока Джозефсона (в S/F/S-системе) в зависимости от толщины ферромагнитного слоя [9–13]. Если направление намагниченности изменяется в пределах слоистой системы, возникают триплетные сверхпроводящие пары с ненулевым спином [3, 5, 14, 15]. Такие куперовские пары проникают гораздо глубже в ферромагнитный металл, так как обменное поле ферромагнетика не разрушает их. Кроме этого, магнитные неоднородности влияют на критическую температуру [16], как правило, повышая ее [17, 18] по сравнению с однородным ферромагнетиком. Одним из типов таких неоднородностей являются доменные стенки. Влияние их на критическую температуру можно оценить следующей формулой [2]: $(T_{cw} - T_c)/T_c \sim (\xi_s/l_{dw})^2$, где T_c – критическая температура для бислоя с однородной намагниченностью, T_{cw} – критическая температура области, локализованной вблизи доменной стенки, l_{dw} – толщина доменной стенки, ξ_s – длина когерентности в сверхпроводнике. В природных системах характерный размер неоднородностей

среднего обменного поля l_{dw} велик по сравнению с характерной длиной сверхпроводящих корреляций ξ_s . Однако в искусственных системах условие $\xi_s \ll l_{dw}$ может не выполняться, и влияние таких магнитных неоднородностей на критическую температуру становится существенным.

Для вычисления критической температуры неоднородной системы, содержащей слои сверхпроводника, используется множество методов [2, 3, 19]. Наиболее удобными и часто используемыми являются методы, основанные на решении квазиклассических уравнений сверхпроводимости. Например, для решения уравнений Узаделя можно выделить приближенные методы, такие как одномодовое приближение [4, 20] и приближение постоянного в пределах слоя параметра порядка [21–23], и точные: многомодовый метод [24, 25] и метод фундаментального решения [25]. Последние являются математически строгими и применяются во множестве работ [3, 13–16], однако они предполагают наличие аналитического решения уравнений Узаделя в ферромагнитном слое. Для некоторых магнитных неоднородностей, которые нельзя устранить инвариантными преобразованиями задачи, такие решения были получены. Это позволило вычислить ток Джозефсона через такие ферромагнитные слои (см., напр., [14, 26–28]), но вычисление критической температуры в системах этого типа требует достаточно сильных приближе-

ний [18, 29]. В настоящей работе для нахождения сверхпроводящего параметра порядка Δ и критической температуры T_c мы предлагаем численный метод, который можно применить как для систем с однородной намагниченностью, так и для неоднородных в магнитном отношении ферромагнитных слоев, а также для случая неоднородных магнитных полей. Для апробации метода мы рассмотрим гетероструктуры S/F, S₁/F/S₂ и F₁/S/F₂, в которых ферромагнитные слои могут содержать периодическую доменную структуру.

МОДЕЛЬ

Мы рассматриваем многослойные системы, состоящие из слоев сверхпроводника и ферромагнетика, не включенные в электрическую цепь. Сосредоточимся на эффекте близости в рамках грязного предела: $l_s, \xi_f \ll \xi_s; l_f, a_f \ll \xi_f$, где $\xi_{f(s)}$ – длина когерентности, $l_{f(s)}$ – длина свободного пробега, a_f – длина спиновой жесткости. Такие условия справедливы для большинства экспериментальных систем. Кроме того, даже на грани применимости такой вариант теории эффекта близости успешно описывает некоторые экспериментальные результаты (см., например, [30]). Поведение куперовских пар в рамках грязного предела описывается матричной функцией Узаделя $\hat{F}_f(\mathbf{r}, \omega)$, которая удовлетворяет уравнению Узаделя. Вблизи критической температуры уравнение Узаделя для ферромагнитного слоя в случае неоднородной намагниченности можно записать в виде [24]:

$$\begin{aligned} \frac{D_f}{2} \hat{\nabla}^2 \hat{F}_f(\mathbf{r}, \omega) - |\omega| \hat{F}_f(\mathbf{r}, \omega) - \\ - \frac{i}{2} \text{sgn} \omega \{ (\mathbf{I}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}), \hat{F}_f(\mathbf{r}, \omega) \} = 0, \end{aligned} \quad (1a)$$

где $D_{s(f)}$ – коэффициент диффузии в сверхпроводящем (ферромагнитном) слое, \mathbf{I} – эффективное обменное поле, $\omega = \pi T(2n+1)$ – мацубаровская частота, $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ – вектор, составленный из матриц Паули. Здесь и далее для простоты принято, что $k_B = \mu_B = \hbar = 1$, где k_B – постоянная Больцмана, μ_B – магнетон Бора. В сверхпроводящем слое уравнение Узаделя имеет вид [3, 31]:

$$\frac{D_s}{2} \hat{\nabla}^2 \hat{F}_s(\mathbf{r}, \omega) - |\omega| \hat{F}_s(\mathbf{r}, \omega) = -\hat{\Delta}(\mathbf{r}), \quad (1b)$$

где Δ – сверхпроводящий параметр порядка. Обобщенные граничные условия Куприянова – Лукичева на внутренних границах имеют вид [32]:

$$\begin{aligned} \frac{4D_s}{\sigma_s v_s} \frac{\partial \hat{F}_s(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x} &= \frac{4D_f}{\sigma_f v_f} \frac{\partial \hat{F}_f(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x}, \\ \frac{4D_f}{\sigma_f v_f} \frac{\partial \hat{F}_f(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x} &= \hat{F}_f(\mathbf{r}, \omega) - \hat{F}_s(\mathbf{r}, \omega). \end{aligned} \quad (2)$$

где $\sigma_{s(f)}$ – параметры прозрачности со стороны S(F) металла [4]. Они могут быть выражены друг через друга через параметр $n_{sf} = N_f v_f / N_s v_s$, где $N_{s(f)}$ – плотность электронных состояний на уровне Ферми, $v_{s(f)}$ – фермиевская скорость. Ось x перпендикулярна S/F-границе и направлена из S-слоя в F (рис. 1). На внешних границах поток функции Узаделя равен нулю:

$$\frac{\partial \hat{F}_{s(f)}(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Сформулированная краевая задача должна быть дополнена уравнением самосогласования [3]:

$$\Delta(\mathbf{r}) \ln \frac{T}{T_{cs}} = \pi T \sum_{\omega > 0}^{\omega_D} \text{Sp} \left(\hat{F}_s(\mathbf{r}, \omega) - \frac{\Delta(\mathbf{r})}{\omega} \right), \quad (4)$$

где T_{cs} – критическая температура уединенного сверхпроводника, ω_D – частота Дебая.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Рассматриваемая задача о нахождении критической температуры существенно отличается от задач о протекании тока Джозефсона через одиночную ферромагнитную прослойку или многослойную систему: в последних чаще всего предполагается наличие сверхпроводящих берегов, параметр порядка в которых имеет фиксированное значение [2]. При вычислении критической температуры рассматривается краевая задача без закрепленных значений. Совместно с уравнением самосогласования задача допускает тривиальное решение. Критическая температура в данном случае выступает в роли параметра, при котором возможно ненулевое решение линеаризованной самосогласованной краевой задачи. В силу ли-

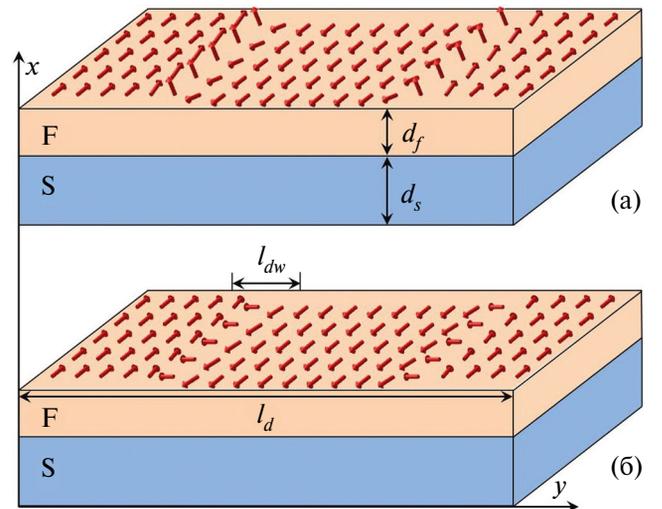


Рис. 1. Схематическое изображение контакта сверхпроводника с ферромагнетиком, разделенным на полосовые домены стенками Блоха (а) или Нееля (б).

нейности задачи решений для параметра порядка в этом случае бесконечно много, и они отличаются глобальным множителем. По этой причине далее мы будем говорить не о самом параметре порядка, а о его пространственном распределении с фиксированным средним значением.

Для решения данной задачи мы применим итерационную процедуру. Кратко опишем алгоритм. В начале задается затравочная температура, и в качестве затравочного значения параметра порядка мы можем выбрать постоянную величину (например, равную 1) в пределах одного сверхпроводящего слоя. Вычисляем среднее значение затравочного параметра порядка $\langle |\Delta_0| \rangle$. Среднее здесь и далее вычисляется по всем слоям. Затем методом конечных разностей решаем краевую задачу. Далее рассчитываем параметр порядка с помощью уравнения самосогласования в виде:

$$\Delta(\mathbf{r}) = \lambda_{\text{ex}(k)} \pi T_c \sum_{\omega > 0}^{\omega_{D(k)}} \text{Sp} \widehat{F}_{s(k)}(\mathbf{r}, \omega), \quad (5)$$

где λ_{ex} пересчитываем через критическую температуру объемного сверхпроводника по формуле:

$$\lambda_{\text{ex}(k)} = \left(2\pi T_{\text{cs}(k)} \sum_{\omega > 0}^{\omega_{D(k)}} \frac{1}{\omega} \right)^{-1}, \quad (6)$$

здесь индекс k нумерует сверхпроводящие слои. Важно отметить, что, несмотря на более быструю сходимость суммы по мацубаровским частотам в уравнении самосогласования в форме (4), мы вынуждены использовать эквивалентные уравнения (5)–(6), чтобы обеспечить стабильную сходимость алгоритма. Вычисляем среднее значение модуля параметра порядка и вводим параметр $a = \langle |\Delta| \rangle / \langle |\Delta_0| \rangle$. Следующим шагом является пересчет критической температуры. Простейшим вариантом в данном случае будет выбор температуры следующей итерации в виде $T_{c(n+1)} = aT_{c(n)}$. Однако для ускорения сходимости можно возвести параметр a в положительную степень, зависящую от отношения T_c/T_{cs} . В представленных далее численных расчетах использована эмпирически подобранная связь новой и старой критической температуры:

$$T_{c(n+1)} = T_{c(n)} a^p (T_{\text{cs}}/T_{c(n)}). \quad (7)$$

Параметр p в текущей реализации алгоритма стартует с 3 и снижается до 1, когда $(a - 1)$ меняет знак. Скорее всего, данный этап можно будет усовершенствовать. Далее параметр порядка нормируется на a , и мы снова переходим к этапу вычисления функции Узалея с новым параметром порядка при новой температуре. Когда параметр порядка на соседних итерациях совпадает с за-

данной точностью, самосогласованная краевая задача считается решенной. Важно отметить, что для S/F-контактов с однородным ферромагнетиком наши результаты, полученные таким способом, совпадают с результатами, приведенными в работе [25].

ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И ОСОБЕННОСТИ МЕТОДА

Данный метод может быть применен к широкому кругу гетероструктур, содержащих сверхпроводящие слои. Основную вычислительную сложность представляет расчет функции Узалея для каждой мацубаровской частоты методом конечных разностей в пределах одной итерации. Конечно, это приводит к тому, что алгоритм для трехмерной сетки работает существенно медленнее, по сравнению с двумерным случаем. Асимптотическая сложность метода конечных разностей равна сложности решения системы линейных алгебраических уравнений и, для практически важных случаев, составляет $O(n^3)$, где n – число узлов сетки. Отметим, что для рассматриваемой квазиклассической модели сетка не привязана к кристаллической решетке и допускает оптимизацию. Кроме того, очевидно, наблюдается гиперболический рост времени выполнения алгоритма при приближении к нулевой температуре. Это ограничение на практике можно обойти. Для этого достаточно проанализировать изменения значения параметра a при температуре ниже $0.05T_{\text{cs}}$. Для нулевой критической температуры характерно почти стабильное значение параметра ощутимо выше 1 на нескольких последовательных итерациях.

Рассмотрение гетероструктур с более чем одним слоем сверхпроводника имеет свои особенности. Равновесная разность фаз параметра порядка в различных слоях сверхпроводника может быть получена непосредственно в процессе работы описанного алгоритма. Однако если слои сверхпроводника разделены, например, толстым однородным ферромагнитным слоем $d_f \gg a_f$, количество итераций для достижения самосогласования существенно возрастает. В этом случае слои теряют связь между собой и рассмотрение их в качестве единого сверхпроводящего образца теряет физический смысл. В пограничной ситуации, когда d_f порядка нескольких a_f , подбор затравочного значения параметров порядка позволяет ускорить расчеты. На практике мы использовали следующий несложный прием. После первых итераций алгоритма становится ясна равновесная разность фаз параметров порядка. Основываясь на этой информации, подбираем методом половинного деления стартовые (постоянные в преде-

лах слоя) значения параметров порядка в S-слоях, совершая каждый раз пробную итерацию. Стартуя с таких значений, алгоритм вычисляет $\Delta(\mathbf{r})$ и критическую температуру.

S/F-КОНТАКТЫ

Для апробации метода мы рассмотрим контакт сверхпроводника с ферромагнетиком, разделенным на периодические полосовые домены. Если не учитывать рассеянные поля, создаваемые доменной структурой, такая задача может быть решена на двумерной сетке. Намагниченность в пределах стенки описывается зависимостью в пределах угла сферической системы координат θ от координаты вдоль S/F-границы y [33]:

$$\theta = 2 \arctan \exp\left(\frac{y - y_0}{l_{dw}}\right), \quad (8)$$

где y_0 – положение доменной стенки, l_{dw} принято называть ее толщиной. Если азимутальный угол $\varphi = \pi/2$, то это доменная стенка Нееля, при $\varphi = 0$ – доменная стенка Блоха (рис. 1). Наши расчеты показывают, что без учета магнитных полей влияние доменных стенок Нееля и Блоха на критическую температуру одинаково при равной толщине стенок l_{dw} .

Профили параметра порядка для различных периодов доменной структуры l_d для контакта S/F представлены на рис. 2. Параметры сверхпроводящего слоя и далее близки к экспериментальным для слоев ванадия в слоистых системах Fe/V, изученных в работе [30]: T_{cs} для ванадия

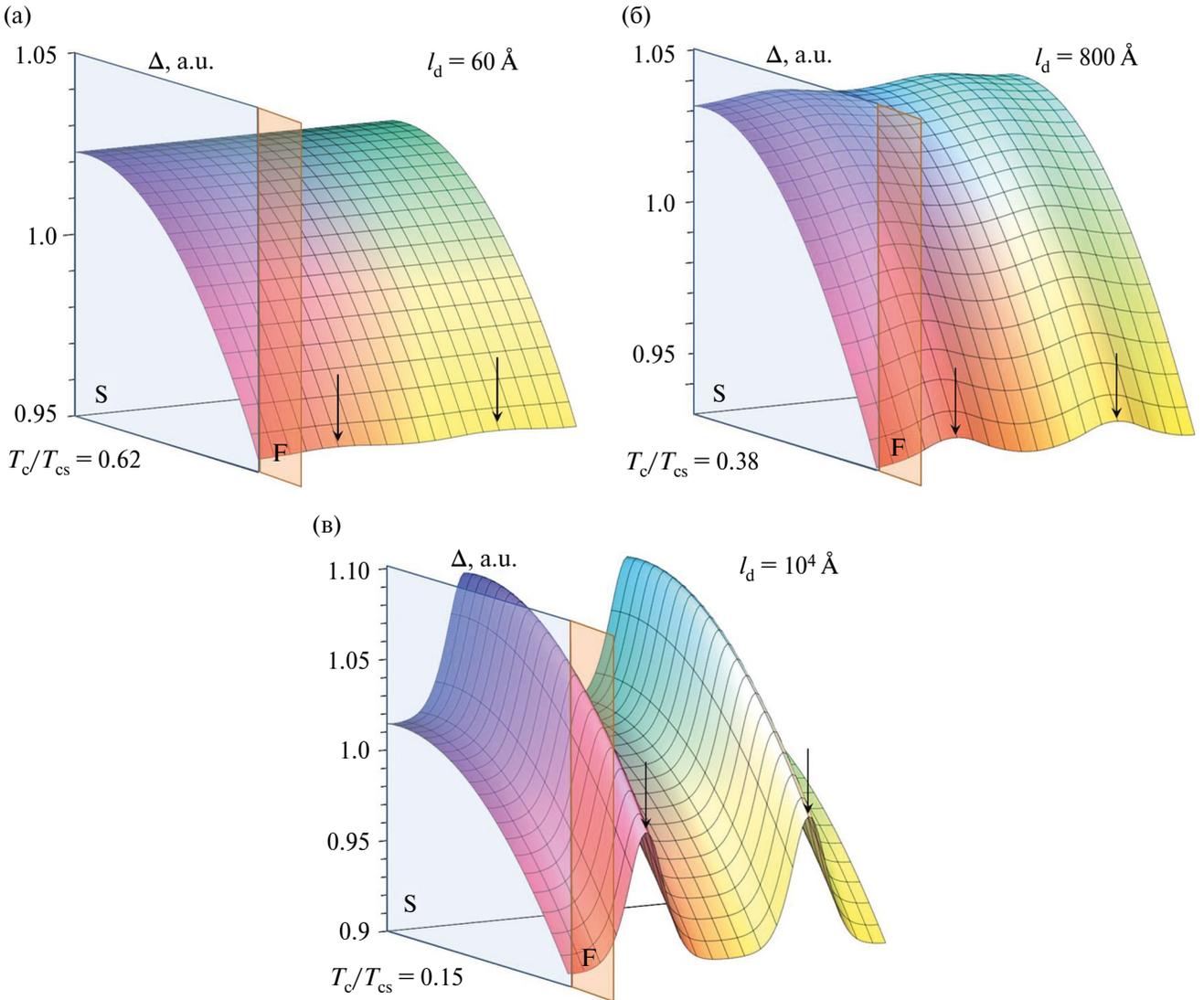


Рис. 2. Параметр порядка в сверхпроводящем слое, нормированный на свое среднее значение. На заднем плане расположена свободная граница, на переднем – ферромагнитный слой. Стрелками отмечено положение доменных стенок. Ширина рисунка в плоскости границы равна l_d . Параметры системы: $l_s = 120 \text{ \AA}$, $a_r = 20 \text{ \AA}$, $\zeta_s = 125 \text{ \AA}$, $l_r/a_r = 0.5$, $T = 1000 \text{ K}$, $\sigma_s = 10$, $n_{sf} = 5$, $d_s = 122 \text{ \AA}$, $d_f = 16 \text{ \AA}$, $l_{dw}/l_d = 0.025$. Критическая температура в случае монодоменного F слоя $T_c/T_{cs} = 0.09$.

составляет 5.4 К, $\omega_D = 390$ К. Влияние доменной структуры качественно изменяется в зависимости от ее масштаба. При $l_d \gg \xi_s$ наблюдается выраженное повышение модуля параметра порядка в области локализации доменной стенки. Если толщина сверхпроводника порядка ξ_s , такое поведение параметра порядка проявляется на всей глубине S-слоя. Если l_d порядка ξ_s , по нашим расчетам наблюдается увеличение параметра порядка вблизи доменных стенок, но эффект быстро спадает в глубине сверхпроводника. При этом влияние на критическую температуру становится существенным. При $l_d \ll \xi_s$ в случае периодической доменной структуры параметр порядка становится практически однородным в плоскости границы, но влияние на критическую температуру наиболее сильное. Такое поведение параметра порядка ожидаемо из качественных соображений [2, 34]: в толще сверхпроводника он может существенно меняться на расстояниях, превышающих сверхпроводящую длину когерентности.

На основной панели рис. 3 представлена зависимость критической температуры S/F-системы от периода доменной структуры при различных толщинах ферромагнитного слоя. При толщине ферромагнетика, соответствующей первому минимуму $T_c(d_f)$ для однодоменного ферромагнитного слоя (см. вставку на рис. 3) влияние магнитных неоднородностей на критическую температуру становится существенно сильнее. По всей видимости, в этом случае это связано с нарушением условия интерференции с отраженной от

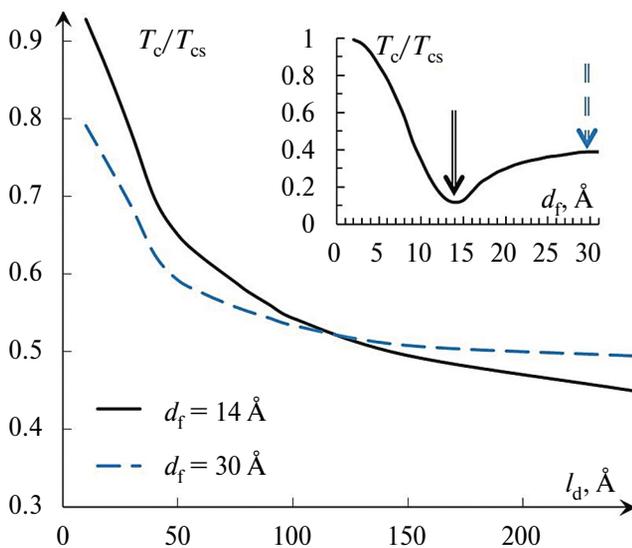


Рис. 3. Зависимость критической температуры S/F-системы от периода доменной структуры l_d при различных толщинах ферромагнетика. На вставке – зависимость $T_c(d_f)$ для S/F-контакта как функция толщины ферромагнетика d_f . Параметры системы: $l_s = 120$ Å, $a_f = 20$ Å, $\xi_s = 125$ Å, $l_f/a_f = 0.4$, $I = 1000$ К, $\sigma_s = 6$, $n_{sf} = 3.7$, $d_s = 145$ Å, $l_{dw}/l_d = 0.02$.

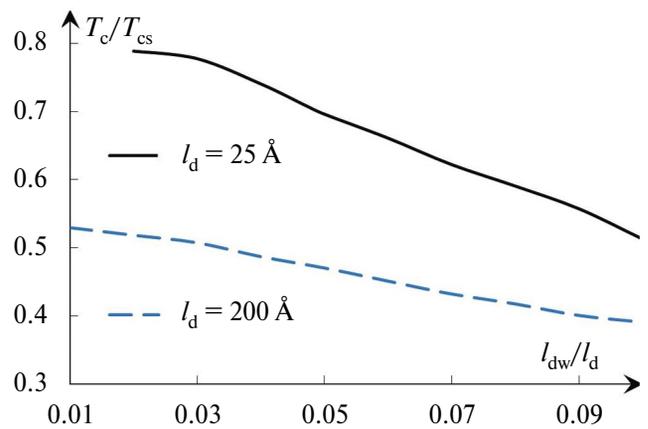


Рис. 4. Зависимость критической температуры S/F-системы от толщины доменной стенки l_{dw} при фиксированном периоде доменной структуры. Параметры системы: $l_s = 120$ Å, $a_f = 50$ Å, $\xi_s = 125$ Å, $l_f/a_f = 0.4$, $I = 120$ К, $\sigma_s = 6$, $n_{sf} = 3.7$, $d_s = 145$ Å, $d_f = 35$ Å.

свободной границы компонентой функции Узаделя. Для более толстого ферромагнетика такая интерференция в любом случае не наблюдается из-за экспоненциального затухания отраженной волны. Такая интерпретация является сильно упрощенной, так как на доменных стенках интенсивно формируются триплетные компоненты функции Узаделя F_{12} и F_{21} . На рис. 4 представлена зависимость критической температуры от толщины доменной стенки l_{dw} при фиксированном периоде доменной структуры. Согласно нашим расчетам, доменная структура с более резкими границами оказывает на критическую температуру системы большее влияние.

S/F/S- И F/S/F-СИСТЕМЫ

При добавлении второго сверхпроводящего слоя пространственное распределение параметра порядка усложняется. При определенных толщинах слоя ферромагнетика в $S_1/F/S_2$ -системе равновесная разность фаз параметра порядка может измениться с 0 на π [9, 35, 36]. Такие системы принято называть 0 и π контактами соответственно [2, 37]. На рис. 5 представлено распределение параметра порядка в π контакте, толщина F в котором близка к переходной (от 0 контакта к π контакту). В представленной на рис. 5 системе ферромагнитный слой содержит периодическую структуру относительно крупных доменов $l_d \gg \xi_s$. В более тонком сверхпроводящем слое наблюдается большое относительное изменение параметра порядка. В представленной системе внутри слоя S_2 параметр порядка отрицателен практически во всем объеме, но в некоторых точках, вблизи середины доменной стенки, обращается в 0. Такое поведение характерно для более тонкого

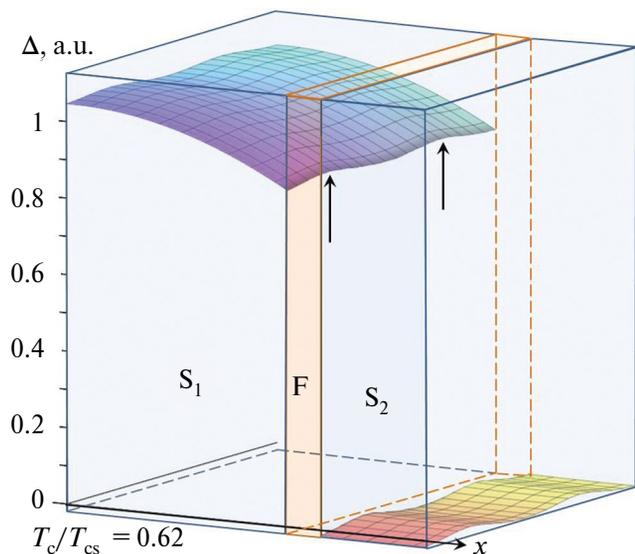


Рис. 5. Распределение сверхпроводящего параметра порядка в системе S_1 200 Å/F 21.5 Å/ S_2 100 Å. Ферромагнитный слой разделен на полосовые домены с периодом доменной структуры $l_d = 2000$ Å. Стрелки показывают положение доменных стенок. Размеры слоев показаны в масштабе только по оси x . Параметры системы: $l_s = 120$ Å, $a_f = 20$ Å, $\zeta_s = 125$ Å, $l_f/a_f = 0.4$, $I = 1000$ К, $\sigma_s = 10$, $n_{sf} = 3.7$, $l_{dw}/l_d = 0.02$.

слоя, сверхпроводимость в котором при температуре близкой к T_c всей системы поддерживается за счет эффекта близости с более массивным слоем. В случае, если сверхпроводники в $S_1/F/S_2$ имеют разные значения T_{cs} в роли слоя с индуцированной сверхпроводимостью может оказаться даже достаточно массивный сверхпроводник с более низким значением T_{cs} .

Рассмотрим теперь трехслойную систему $F_1/S/F_2$. На рис. 6 представлена зависимость критической температуры системы Fe/V 339 Å/Fe как функция толщины ферромагнетиков (вставка) и системы Fe 20 Å/V 340 Å/Fe 8 Å как функция характерного периода возможной доменной структуры в правом ферромагнетике. Такая система упрощенно моделирует систему Fe 20 Å/V 340 Å/Fe 8 Å/Cr/Fe 8 Å, в которой при некоторых толщинах прослойки хрома вероятно образуется доменная структура. Возможность формирования структуры мелких доменов обусловлена особенностями роста слоев (см. подробнее [38]). Параметры сверхпроводящего слоя взяты из работы [30]. Параметры ферромагнитного слоя и SF границы выбраны на основе экспериментов, описанных в работах [30, 38, 39]. На вставке рис. 6 приведено сравнение теоретической кривой, полученной с выбранными параметрами, с экспериментальными данными для смежной серии образцов, изученных в работе [30]. Согласно нашим расчетам, влияние мелко-

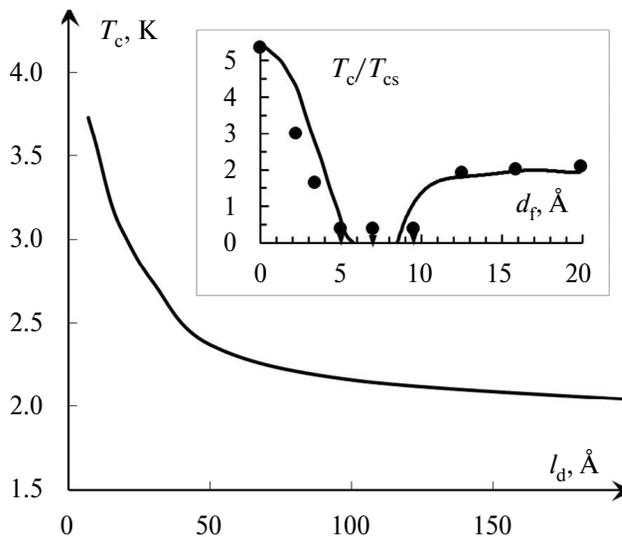


Рис. 6. Зависимость критической температуры Fe 20 Å/V 340 Å/Fe 8 Å системы от периода доменной структуры l_d . На вставке – зависимость $T_c(d_f)$ для контакта Fe/V 339 Å/Fe сверхпроводника с однородными магнитными слоями. Экспериментальные точки из работы [30]. Параметры системы: $l_s = 120$ Å, $a_f = 5$ Å, $\zeta_s = 125$ Å, $l_f/a_f = 1.7$, $I = 1000$ К, $\sigma_s = 10$, $n_{sf} = 6.2$, $l_{dw}/l_d = 0.02$.

скую температуру системы очень существенно, но в упрощенной численной модели критическая температура для такой структуры примерно полградуса не дотягивает до максимальных значений T_c порядка 4–4.1 К, наблюдавшихся в эксперименте [38]. Отсутствие количественного согласия может быть связано с существенными различиями в нашей модельной доменной структуре и предполагаемой доменной структуре для экспериментальной системы. Доменные стенки в реальности могут иметь сложную форму и не обладают периодичностью в плоскости границы V/Fe. Такие домены при сходном масштабе обладают большей “концентрацией” магнитных неоднородностей. В дополнение к этому, играет роль отличие параметров, полученных при работе с системой Fe/V 339 Å/Fe из [30], которая все же отличается от Fe 20 Å/V 340 Å/Fe 8 Å/Cr/Fe 8 Å, экспериментально исследованной в работе [38].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен численный метод решения самосогласованной краевой задачи для линейаризованного уравнения Узаделя, позволяющий найти критическую температуру и профиль сверхпроводящего параметра порядка. Для контакта сверхпроводника с однородным ферромагнетиком наши расчеты совпадают с результатами, полученными в работе [25] многомодовым методом и методом фундаментального решения.

Метод применим к системам, содержащим сложные магнитные текстуры, и не содержит приближений и принципиальных ограничений за исключением условий применимости квазиклассических уравнений сверхпроводимости. К достоинствам метода также можно отнести его простоту и модульность. Например, вместо метода конечных разностей можно использовать иные численные методы решения краевой задачи или сочетать аналитические и численные подходы в различных слоях.

С помощью нашего метода мы рассчитали профиль параметра порядка в различных типах гетероструктур, состоящих из слоев сверхпроводника и ферромагнетика, расщепленного на домены. При большом масштабе неоднородностей их влияние затухает на масштабе нескольких значений длины когерентности ξ_s .

В случае, когда масштаб неоднородности становится меньше длины когерентности ξ_s , изменения параметра порядка в плоскости границы почти полностью сглаживаются, однако наблюдается сильное влияние на критическую температуру. Кроме того, доменные стенки оказывают влияние на равновесную разность фаз сверхпроводящего параметра порядка в S/F/S-системах.

Предложенный метод позволяет точнее рассчитать критическую температуру для моделей спиновых клапанов [40–43], в которых задействованы неоднородные ферромагнетики, например, скирмионы и скирмионные решетки [34, 44–46]. Для некоторых реализаций спинового клапана можно учесть влияние практической геометрии гетероструктуры [20, 23]. В дальнейшем в рамках данного метода планируется учесть влияние внешних и внутренних магнитных полей [47–50] совместно с эффектом близости для гетероструктур с неоднородными магнитными слоями.

Работа выполнена за счет средств Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета (Приоритет-2030).

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буздин А.И., Вуйичич Б., Куприянов М.Ю. Структуры ферромагнетик-сверхпроводник // ЖЭТФ. 1992. Т. 101. С. 231–240.
2. Buzdin A.I. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures // Rev. Mod. Phys. 2005. V. 77. P. 935–976.
3. Efetov K.B., Garifullin I.A., Volkov A.F., Westerkholt K. Proximity effects in ferromagnet/superconductor heterostructures // Springer Tracts Mod. Phys. 2008. V. 227. P. 251–290.
4. Изюмов Ю.А., Прошин Ю.Н., Хусаинов М.Г. Конкуренция сверхпроводимости и магнетизма в гетероструктурах ферромагнетик/сверхпроводник // УФН. 2002. Т. 172. С. 113–154.
5. Rabinovich D.S., Bobkova I.V., Bobkov A.M., Silaev M.A. Chirality selective spin interactions mediated by the moving superconducting condensate // Phys. Rev. B. 2018. V. 98. P. 184511.
6. Baumard J., Cayssol J., Bergeret F.S., Buzdin A. Generation of a superconducting vortex via Néel skyrmions // Phys. Rev. B. 2019. V. 99. P. 014511.
7. Успенская Л.С., Львов Д.С., Пензяков Г.А., Скрабина О.В. Эффект невзаимности в структурах железитригый гранат–сверхпроводник // ФММ. 2020. Т. 121. С. 469–475.
8. Яговец В.О., Пугач Н.Г., Екомасов Е.Г., Львов Б.Г. Намагниченность в бислоях сверхпроводник–ферромагнитный металл, вызванная обратным эффектом близости // ФММ. 2021. Т. 122. С. 908–916.
9. Khusainov M.G., Proshin Y.N. Possibility of periodically reentrant superconductivity in ferromagnet/superconductor layered structures // Phys. Rev. B. 1997. V. 56. P. R14283.
10. Ryazanov V.V., Oboznov V.A., Rusanov A.Y., Veretenikov A.V., Golubov A.A., Aarts J. Coupling of Two Superconductors through a Ferromagnet: Evidence for a π Junction // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 2427–2430.
11. Khabipov M.I., Balashov D.V., Maibaum F., Zorin A.B., Oboznov V.A., Bolginov V.V., Rossolenko A.N., Ryazanov V.V. A single flux quantum circuit with a ferromagnet-based Josephson π -junction // Supercond. Sci. Techn. 2010. V. 23. P. 045032.
12. Кошина Е.А., Криворучко В.Н. Эффекты близости в структурах многозонный сверхпроводник–ферромагнитный металл // ФНТ. 2017. Т. 43. С. 754–763.
13. Гайфуллин Р.Р., Кушир В.Н., Деминов Р.Г., Тагиров Л.Р., Куприянов М.Ю., Голубов А.А. Эффект близости в сверхпроводящем триплетном спиновом клапане S1/F1/S2/F2 // ФТТ. 2019. Т. 61. С. 1585–1588.
14. Karabassov T., Stolyarov V.S., Golubov A.A., Silkin V.M., Bayazitov V.M., Lvov B.G., Vasenko A.S. Competitive 0 and π states in S/F/S trilayers: Multimode approach // Phys. Rev. B. 2019. V. 100. P. 104502.
15. Fominov Ya.V., Golubov A.A., Karminskaya T.Y., Kupriyanov M.Y., Deminov R.G., Tagirov L.R. Superconducting triplet spin valve // Письма в ЖЭТФ. 2010. V. 91. P. 329–333.
16. Pugach N.G., Safonchik M., Thierry Champel M., Zhitomirsky E., Lähderanta E., Eschrig M., Lacroix C. Superconducting spin valves controlled by spiral re-orientation in B20-family magnets // Appl. Phys. Letters. 2017. V. 111. P. 162601.
17. Yang Z., Lange M., Volodin A., Szymczak R., Moshchalkov V.V. Domain-wall superconductivity in super-

- conductor–ferromagnet hybrids // *Nature Materials*. 2004. V. 3. P. 793–798.
18. *Tumanov V.A., Proshin Y.N.* The Effect of Planar Magnetic Inhomogeneities on the Critical Temperature of Ferromagnet–Superconductor Systems // *JLTP*. 2016. V. 185. P. 460–466.
 19. *Nagai Y.* N-independent Localized Krylov–Bogoliubov-de Gennes Method: Ultra-fast Numerical Approach to Large-scale Inhomogeneous Superconductors // *J. Phys. Soc. Japan*. 2020. V. 89. P. 074703.
 20. *Krunavakarn B.* Spin switch effect in multiply connected superconductor-ferromagnet hybrid geometry // *Phys. Letters A*. 2019. V. 383. P. 1341–1344.
 21. *Авдеев М.В., Прошин Ю.Н.* Переключатели тока на основе асимметричных наноструктур ферромагнетик-сверхпроводника с учетом триплетного канала во внешнем магнитном поле // *ЖЭТФ*. 2013. Т. 144. С. 1251–1259.
 22. *Авдеев М.В., Прошин Ю.Н.* Уединенная сверхпроводимость в гетероструктуре ферромагнетик–сверхпроводник // *Письма в ЖЭТФ*. 2015. Т. 102. С. 106–110.
 23. *Борисова О.Н., Туманов В.А., Прошин Ю.Н.* Управляемый джозефсоновский 0- π контакт на базе четырехслойной системы ферромагнетик-сверхпроводник (FSFS) // *ФММ*. 2020. Т. 121. С. 482–486.
 24. *Голубов А.А., Куприянов М.Ю., Лукичев В.Ф., Орликовский А.А.* Критическая температура SN-сэндвича // *Микроэлектроника*. 1983. Т. 12. С. 355–362.
 25. *Fominov Y.V., Chitchev N.M., Golubov A.A.* Non-monotonic critical temperature in superconductor/ferromagnet bilayers // *Phys. Rev. B*. 2002. V. 66. P. 014507.
 26. *Fominov Y.V., Volkov A.F., Efetov K.B.* Josephson effect due to the long-range odd-frequency triplet superconductivity in S F S junctions with Néel domain walls // *Phys. Rev. B*. 2007. V. 75. P. 104509.
 27. *Aikebaier F., Virtanen P., Heikkilä T.* Superconductivity near a magnetic domain wall // *Phys. Rev. B*. 2019. V. 99. P. 104504.
 28. *Bakurskiy S.V., Golubov A.A., Klenov N.V., Kupriyanov M.Y., Soloviev I.I.* Josephson effect in SIFS tunnel junctions with domain walls in the weak link region: In memory of V.F. Gantmakher // *JETP Letters*. 2015. V. 101. P. 765–771.
 29. *Houzet M., Buzdin A.I.* Theory of domain-wall superconductivity in superconductor/ferromagnet bilayers // *Phys. Rev. B*. 2006. V. 74. P. 214507.
 30. *Garifullin I.A., Tikhonov D.A., Garifyanov N.N., Lazar L., Goryunov Y.V., Khlebnikov S.Y., Tagirov L.R., Westerholt K., Zabel H.* Re-entrant superconductivity in the superconductor/ferromagnet V/Fe layered system // *Phys. Rev. B*. 2002. V. 66. P. 020505.
 31. *Usadel K.D.* Generalized diffusion equation for superconducting alloys // *Phys. Rev. Lett.* 1970. V. 25. P. 507–509.
 32. *Куприянов М., Лукичев В.* Влияние прозрачности границ на критический ток грязных SS'S структур // *ЖЭТФ*. 1988. Т. 94. С. 139–149.
 33. *Хуберт А.* Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М.: Мир, 1977. 308 с.
 34. *Туманов В.А., Зайцева В.Е., Прошин Ю.Н.* Критическая температура наноструктуры сверхпроводник/ферромагнетик вблизи магнитного скирмиона // *Письма в ЖЭТФ*. 2022. V. 116. P. 443–449.
 35. *Sun G., Chenxu W.* Josephson current in superconductor/ferromagnet/superconductor junctions // *Phys. Letters A*. 2004. V. 325. P. 166.
 36. *Gingrich E.C., Niedzielski B.M., Glick J.A., Wang Y., Miller D.L., Loloee R., Pratt J., Birge N.O.* Controllable 0– π Josephson junctions containing a ferromagnetic spin valve // *Nature Physics*. 2016. V. 12. P. 564.
 37. *Frolov S.M., Van Harlingen D.J., Oboznov V.A., Bolginov V.V., Ryazanov V.V.* Measurement of the current-phase relation of superconductor /ferromagnet/ superconductor π Josephson junctions // *Phys. Rev. B*. 2004. V. 70. P. 144505.
 38. *Туманов В.А., Горюнов Ю.В., Прошин Ю.Н.* Осцилляции критической температуры в гетероструктуре (Fe/Cr/Fe)/V/Fe // *Письма в ЖЭТФ*. 2018. Т. 107. С. 449–454.
 39. *Goryunov Y.V.* Epitaxial strain and formation of the interface alloys in layered system Fe/Cr // *J. Supercond. Nov. Magn.* 2007. V. 20. P. 121–125.
 40. *Oh S., Youm D., Beasley M.* A superconductive magnetoresistive memory element using controlled exchange interaction // *Appl. Phys. Lett.* 1997. V. 71. P. 2376–2378.
 41. *Tagirov L.R.* Low-Field Superconducting Spin Switch Based on a Superconductor/Ferromagnet Multilayer // *Phys. Rev. Lett.* 1999. V. 83. P. 2058–2061.
 42. *Buzdin A.I., Vedyayev A.V., Ryzhanova N.V.* Spin-orientation–dependent superconductivity in F/S/F structures // *Europhys. Lett.* 1999. V. 48. P. 686–691.
 43. *Proshin Yu.N., Zimin A., Fazleev N.G., Khusainov M.G.* Hierarchy of critical temperatures in four-layered ferromagnet/superconductor nanostructures and control devices // *Phys. Rev. B*. 2006. V. 73. P. 184514.
 44. *Romming N., Hanneken C., Menzel M., Bickel J.E., Wolter B., Bergmann K., Kubetzka A., Wiesendanger R.* Writing and deleting single magnetic skyrmions // *Science*. 2013. V. 341. P. 636–639.
 45. *Leonov A.O., Monchesky T.L., Romming N., Kubetzka A., Bogdanov A.N., Wiesendanger R.* The properties of isolated chiral skyrmions in thin magnetic films // *New Journal Phys.* 2016. V. 18. P. 065003.
 46. *Rybakov F.N., Borisov A.B., Blügel S., Kiselev N.S.* New spiral state and skyrmion lattice in 3D model of chiral magnets // *New J. Phys.* 2016. V. 18. P. 045002.

47. Миронов С.В., Самохвалов А.В., Буздин А.И., Мельников А.С. Электромагнитный эффект близости и ЛОФФ неустойчивость в гибридных структурах сверхпроводник–ферромагнетик (Миниобзор) // Письма в ЖЭТФ. 2021. Т. 113. С. 102–111.
48. Vadimov V.L., Sapozhnikov M.V., Mel'nikov A.S. Magnetic skyrmions in ferromagnet-superconductor (F/S) heterostructures // *Appl. Phys. Lett.* 2018. V. 16. P. 113.
49. Apostoloff S.S., Andriyakhina E.S., Vorobyev P.A., Tretiakov O.A., Burmistrov I.S. Chirality inversion and radius blowup of a Néel-type skyrmion by a Pearl vortex // *Phys. Rev. B.* 2023. V. 107. P. L220409.
50. Андрияхина Е.С., Апостолюк С.С., Бурмистров И.С. Отталкивание неелевского скирмиона от пирловского вихря в тонких гетероструктурах ферромагнетик-сверхпроводник // Письма в ЖЭТФ. 2022. Т. 116. С. 801–807.

Critical Temperature and Order Parameter in Superconductor/Inhomogeneous Ferromagnet Heterostructures

V. A. Tumanov^{1,*}, Yu. N. Proshin¹

¹ Kazan Federal University, Kazan, 420008 Russia

* e-mail: tumanvadim@yandex.ru

Abstract – A method for solving a self-consistent boundary value problem for the linearized Usadel equation is proposed. The method makes it possible to find the sample-normalized distribution of the superconducting order parameter and the critical temperature as functions of the problem parameters and to solve relatively complex spatially inhomogeneous problems, e.g., superconducting heterostructures containing inhomogeneous magnetic layers. Within this approach, layered structures containing superconducting and domain-split ferromagnetic layers are considered. The theory is compared with experiment for the Fe 20 Å/V 340 Å/Fe 8 Å/Cr/Fe 8 Å system.

Keywords: superconductivity, ferromagnetism, domain, proximity effect