

УДК 533.951

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАМАГНИЧЕННОГО СТРУЙНОГО ТЕЧЕНИЯ В МАГНИТОСФЕРЕ

© 2023 г. О. Г. Онищенко^{1, 2, *}, Ф. З. Фейгин^{1, **}

¹Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН (ИФЗ РАН), Москва, Россия

²Институт космических исследований РАН (ИКИ РАН), Москва, Россия

*e-mail: onish@ifz.ru

**e-mail: feygin@ifz.ru

Поступила в редакцию 01.06.2022 г.

После доработки 06.09.2022 г.

Принята к публикации 22.09.2022 г.

Представлена новая гидродинамическая модель квазистационарного джета. В приближении идеальной гидродинамики несжимаемой жидкости найдено аналитическое решение, соответствующее ограниченному в пространстве джету, в условиях компенсации нелинейных эффектов скорости и магнитного поля в уравнении движения. Для граничных условий, типичных для джетов в астрофизике и в экспериментах по лабораторному моделированию, создана аксиально-симметричная мало-параметрическая модель стационарного джета, позволяющая описывать структуру поля скорости и магнитного поля.

DOI: 10.31857/S0016794022600399, EDN: ADQYQG

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование джетов в магнитоактивной плазме является одной из ключевых проблем в физике плазмы [Chandrasekhar, 1956; Bellan, 2018; Bogoyavlenskij, 2000; Onishchenko et al., 2018] при интерпретации джетов из аккреционных дисков в окрестности черных дыр [Lovelace et al., 1986; Ferrari, 1998] и торнадо в солнечной атмосфере [Fedun et al., 2011; Wedemeyer-Böhm, 2012]. Наряду с астрофизическими джетами в литературе обсуждаются и магнитосферные джеты (см., например, [Stepanova and Antonova, 2015]). Несмотря на актуальность изучения джетов, теоретические исследования еще далеки от той роли, которую может играть наука для прогнозирования динамики таких структур. Внутреннее устройство джета, его интенсивность и масштаб в значительной степени определяют устойчивость нелинейного образования и характер его взаимодействия с другими джетами и потоками. В этой связи отыскание новых точных решений уравнений гидродинамики, описывающих вихревые течения жидкости, является актуальной задачей. Представляется, что построение новой модели джетов, соответствующих точному решению уравнений магнитной гидродинамики, открывает наиболее простой и корректный путь к получению ряда теоретически и практически важных результатов.

Динамику джетов можно условно разделить на три стадии: генерацию, квазистационарное со-

стояние и затухание. Генерацию джетов часто связывают с эффектом конвективной неустойчивости (см., например, [Bogoyavlenskij, 2000; Bellan, 2018; Онищенко и др., 2020]), а затухание может быть обусловлено диссипативными процессами, такими как вязкость и теплопроводность. Обычно время существования джетов на второй, квазистационарной стадии развития часто превышает времена существования джетов на первой и третьей стадиях развития. При исследовании джетов ограничимся рядом приближений, упрощающих аналитическое исследование: а) ограничимся изучением нерелятивистских джетов; б) плазму считаем идеально проводящей, в которой можно пренебречь электрическим полем, в) полагаем плазму несжимаемой; г) пренебрегаем эффектами вязкости и теплопроводности, основанной на точном решении уравнений магнитной гидродинамики.

Гидродинамические модели стационарных джетов в нейтральной атмосфере изучались ранее (см., например, [Онищенко и др., 2020; Onishchenko et al., 2015, 2019]).

Целью данной работы является развитие стационарных моделей джетов, ограниченных в пространстве. Модель, исследованная в работе [Onishchenko et al., 2018], обладала рядом недостатков, среди которых были неограниченность джетов по оси симметрии и связанный с этим неограниченный рост вертикальной скорости джета. Но-

вая модель джетов позволяет учесть эти недостатки предыдущих моделей.

В разделе 2 приводятся исходные уравнения магнитной гидродинамики и решение Chandrasekhar [1956]. В разделе 3 изучается новая модель джета, а в разделе 4 суммируются результаты.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ. РЕШЕНИЕ CHANDRASEKHAR (Chandrasekhar [1956])

В качестве исходных магнитогидродинамических уравнений несжимаемой, невязкой плазмы в приближении идеальной проводимости используем уравнение сохранения импульса

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + \frac{1}{\rho \mu_0} \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{B}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p, \quad (1)$$

условие идеальной проводимости

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (2)$$

условия несжимаемости плазмы и магнитного поля

$$\nabla \mathbf{v} = 0, \quad (3)$$

и

$$\nabla \mathbf{B} = 0, \quad (4)$$

и закон Ампера

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (5)$$

Здесь \mathbf{v} – скорость плазмы; \mathbf{B} – магнитное поле; ρ – массовая плотность; p – давление; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; t – время. Используя известное тождество $(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = (\nabla \times \mathbf{v}) \times \mathbf{v} + \nabla(\mathbf{v}^2/2)$, уравнение (1) можно привести к следующему виду

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} - \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v}) + \frac{1}{\rho \mu_0} \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{B}) = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{\mathbf{v}^2}{2} \right). \quad (6)$$

Chandrasekhar [1956] показал, что следующее из уравнения (6) решение

$$\mathbf{v} = \pm \frac{\mathbf{B}}{(\rho \mu_0)^{1/2}} \quad (7)$$

и

$$p = -\rho \frac{v^2}{2} = -\frac{B^2}{2\mu_0} \quad (8)$$

является устойчивым относительно слабых возмущений. Из уравнений (7) и (8) следует, что в джете плотность кинетической энергии равна плотности энергии магнитного поля. Недостатком этого решения является отсутствие информации о структуре магнитного поля, скорости и неограниченности джета в пространстве.

3. МОДЕЛЬ ДЖЕТА

Рассматривая аксиально-симметричную модель джета, введем цилиндрическую систему координат (r, ϕ, z) с аксиальной осью z в направлении распространения джета, и полагаем, что $\partial/\partial\phi = 0$. В аксиально-симметричной модели джета магнитное поле и скорость плазмы в отсутствие тороидальных компонент могут быть представлены в следующем виде: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_p$ и $\mathbf{B} = \mathbf{B}_p$, где $\mathbf{v}_p = (v_r, 0, v_z)$ и $\mathbf{B}_p = (B_r, 0, B_z)$ – полоидальные компоненты. Наиболее общие выражения для полоидальных компонент скорости в несжимаемой плазме и магнитного поля могут быть представлены в следующем виде: $\mathbf{v}_p = \nabla \times (\psi \nabla A_\phi)$ и $\mathbf{B}_p = \nabla \times \mathbf{A}$, где ψ – функция тока и тороидальная компонента векторного потенциала \mathbf{A} , $\mathbf{A} = (0, A_\phi, 0)$. В рассматриваемой модели стационарного джета полоидальные компоненты скорости и магнитного поля характеризуются двумя скалярными функциями ψ и A_ϕ , зависящими только от двух пространственных координат r и z . Компоненты скорости связаны с функцией тока следующими соотношениями:

$$v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{и} \quad v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (9)$$

а компоненты магнитного поля связаны с A_ϕ соотношениями

$$B_r = -\frac{\partial}{\partial z} A_\phi, \quad B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi). \quad (10)$$

При выборе функций $\psi(r, z)$ и $A_\phi(r, z)$ будем исходить из следующих граничных условий для поля скорости и магнитного поля:

– в центре вихря, при $r = 0$, $v_r = B_r = v_z = B_z = 0$;

– на периферии вихря, при $r \rightarrow \infty$ ($r \gg r_0$), $v_r = v_z = B_r = B_z = 0$;

– у основания вихря, при $z = 0$ и $r \neq 0$, все компоненты скорости и магнитного поля – конечные величины.

Учитывая такие граничные условия, в качестве ψ и A_ϕ используем следующие выражения:

$$\frac{\Psi}{v_0} = r^2 \left(1 - \frac{z}{L} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{r_0^2} \right) \quad (11)$$

и

$$\frac{A_\phi}{B_0} = \mp r \left(1 - \frac{z}{L} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{r_0^2} \right). \quad (12)$$

Здесь v_0 и B_0 – характерные величины полоидальной скорости и полоидального магнитного поля, а r_0 и L – характерные масштабы в радиаль-

ном и аксиальном направлении. Воспользовавшись формулами (9)–(12), получаем

$$\frac{v_r}{v_0} = \frac{B_r}{B_0} = \frac{r}{L} \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \quad (13)$$

и

$$\frac{v_z}{v_0} = \pm \frac{B_z}{B_0} = 2 \frac{r^2}{r_0^2} \left(1 - \frac{z}{L}\right) \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right). \quad (14)$$

Из уравнения (13) видно, что радиальная скорость положительна во всей области, что соответствует расходящемуся от аксиальной оси потоку плазмы в отличие от модели джета, представленного в работе [Onishchenko et al., 2018], где поток плазмы во внутренней области направлен к центру симметрии. Подставив в уравнения (13) и (14) в качестве характерной скорости $v_0 = B_0 / (\rho \mu_0)^{1/2}$, получим выражения (7) и (8) с полоидальными выражениями скорости и магнитного поля.

Выведенные в этой работе уравнения (13) и (14) позволяют исследовать структуру джета. Аксиально-симметричная структура с полоидальным магнитным полем соответствует z -пинчу и обладает отличной от нуля тороидальной плотностью электрического тока

$$j_\phi = \pm 4 \frac{B_0}{\mu_0 r_0} \frac{r}{r_0} \left(1 - \frac{z}{L}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right). \quad (15)$$

Из уравнений (13), (14) и (15) видно, что радиальные и аксиальные компоненты скорости и магнитного поля, а также плотность электрического тока обращаются в нуль в центре вихря, при $r = 0$. С удалением от оси радиальные компоненты скорости и магнитного поля (по абсолютной величине) растут, достигая максимального значения при $r \approx 0.7r_0$, и, затем, с удалением от оси симметрии, экспоненциально убывают. На вершине джета, при $z = L$, аксиальные компоненты скорости и магнитного поля, а также тороидальный ток обращаются в нуль. На большом удалении от оси симметрии, при $r \gg r_0$, все компоненты экспоненциально убывают.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследована новая аксиально-симметричная модель стационарного джета, ограниченного в аксиальном направлении. Новое решение позволяет изучать структуру скорости, магнитного поля и тороидального электрического тока в нерелятивистском джете. Новая малопараметрическая мо-

дель со свободными параметрами: характерный радиус r_0 и характерный аксиальный масштаб L , а также характерное магнитное поле или характерная скорость джета, позволяют исследовать структуру внутри и снаружи джета. Модель получена в пренебрежении тороидальными компонентами скорости и магнитного поля, что соответствует z -пинчу в физике плазмы.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках Государственного задания Института физики Земли РАН, а также в рамках Государственного задания по теме фундаментального научного исследования “Плазма” Института космических исследований РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- *Онищенко О.Г., Похотелов О.А., Астафьева Н.М., Хортон В., Федун В.Н.* Структура и динамика концентрированных мезомасштабных вихрей в атмосферах планет // УФН. Т. 190. № 7. С. 732–748. 2020. <https://doi.org/10.3367/UFN.2019.07.038611>
- *Bellan P.M.* Experiments and models of MHD jets and their relevance to astrophysics and solar physics // Phys. Plasmas. V. 25. P. 055601. 2018. <https://doi.org/10.1063/1.5009571>
- *Bogoyavlenskij O.I.* MHD model of astrophysical jets // Phys. Lett. A. V. 276. P. 257–266. 2000.
- *Chandrasekhar S.* Axisymmetric magnetic fields and fluid motions // Astrophys. J. V. 124. P. 232. 1956.
- *Fedun V., Shelyag S., Erdélyi R.* Numerical modeling of footpoint-driven magneto-acoustic wave propagation // Astrophys. J. Lett. V. 740. L46. 2011.
- *Ferrari A.* Modeling extragalactic jets // Ann. Rev. Astron. Astrophys. V. 36. P. 539–598. 1998.
- *Lovell R.V.E., Mehanian C., Mobarry C.M., Sulkanen M.E.* Theory of axisymmetric magnetohydrodynamic flows: discs // Astroph. J. Suppl. Ser. V. 62. P. 1–37. 1986.
- *Onishchenko O.G., Pokhotelov O.A., Horton W., Fedun V.* Large-Scale Alfvén vortices // Phys. Plasmas. V. 22. P. 122901-1–122901-5. 2015. <https://doi.org/10.1063/1.4936978>
- *Onishchenko O.G., Fedun V., Smolyakov A., Horton W., Pokhotelov O.A., Verth G.* Tornado model for a magnetised plasma // Phys. Plasmas. V. 25. P. 054503. 2018. <https://doi.org/10.1063/1.5023167>
- *Stepanova M., Antonova E.E.* Role of turbulent transport in the evolution of the κ distribution functions in the plasma sheet // J. Geophys. Res. – Space V. 120. P. 3702–3714. 2015. <https://doi.org/10.1002/2014JA020684>
- *Wedemeyer-Böhm S., Scullion, E., Steiner O., Rouppe V., de La Cruz Rodriguez J., Fedun V., Erdélyi R.* Magnetic tornadoes as energy channels into the solar corona // Nature. V. 486. P. 505–508. 2012.