

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ В ИОНОСФЕРЕ В УСЛОВИЯХ ПОРОГОВОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

© 2024 г. В. А. Еременко¹, Н. И. Манаенкова^{1, *}

¹ Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн

им. Н.В. Пушкова РАН (ИЗМИРАН), Москва, Троицк, Россия

*e-mail: nat_man@mail.ru

Поступила в редакцию 25.02.2023 г.

После доработки 21.10.2023 г.

Принята к публикации 23.11.2023 г.

Известная задача нелинейного взаимодействия “волна — ионосфера” рассмотрена в условиях пороговой нелинейности. Считается, что нелинейные эффекты возникают только для излучения большой мощности, когда амплитуда волны превысит некоторое пороговое значение. Показана возможность существования сосредоточенных волновых полей в этих условиях. Выявлено, что определенное соотношение параметров нелинейности приводит к увеличению интенсивности радиоизлучения, так как взаимодействие отдельных солитонов может приводить к их слиянию в уединенную волну большей мощности. Наличие пороговой нелинейности может приводить к образованию упорядоченной структуры уединенных волн.

DOI: 10.31857/S0016794024020104, EDN: DYKOYE

1. ВВЕДЕНИЕ

После открытия ионосферного плазменного слоя эта среда стала предметом пристального внимания научного сообщества. Потребности радиосвязи и ее бурное развитие стали мощным стимулом интенсификации исследований процессов распространения радиоволн в ионосферной плазме. Со временем мощность радиоизлучения становилась все больше, и это имело свои положительные моменты: расширение диапазона наблюдаемых величин, совершенствование средств диагностики. Однако увеличение мощности радиоизлучения с неизбежностью приводит к возникновению нелинейных эффектов. Как известно, ионосферная плазма является достаточно разреженной средой, в которой сравнительно велика длина свободного пробега электронов. Таким образом, электрон успевает получить значительную энергию за время одного пробега в электромагнитном поле. Как следствие этого процесса, появление зависимости диэлектрической проницаемости окружающей среды от интенсивности волнового поля. Подобные нелинейные возмущения ионосферной плазмы приводят к эффектам самофокусировки волнового поля.

Теоретические исследования влияния мощного радиоизлучения на эффекты разогрева ионосферной плазмы начались достаточно давно [Гинзбург и Гуревич, 1960]. Дополнительный импульс

исследований в этом направлении дало экспериментальное подтверждение взаимодействия мощного радиоизлучения с ионосферной плазмой при наклонном зондировании ионосферы [Бочкарев и др., 1980; Bochkaev et al., 1982].

Для описания нелинейных волн широкое использование получила так называемая керровская модель нелинейности, в которой принята пропорциональная зависимость нелинейного возмущения диэлектрической проницаемости от квадрата модуля амплитуды волны. В рамках этой модели давно показано существование сосредоточенных волновых полей — солитонов, которые являются очень удобным инструментом зондирования окружающей среды.

Достаточно очевидны и ограничения этой простой модели, поскольку в реальности нелинейные эффекты не могут возникнуть при малой мощности излучения. Так называемый “пробой” среды происходит только тогда, когда амплитуда волны превысит некоторое пороговое значение, и тогда возникает зависимость величины диэлектрической проницаемости от амплитуды волнового поля. Включение пороговой нелинейности в модель распространения радиоизлучения в ионосферной плазме, безусловно, повышает сложность исследований, но зато дает возможность обнаружить новые явления, совсем не характерные для стандартной керровской модели.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается типичная задача распространения радиоволн в ближайшем околоземном пространстве. Учитывая, что в области фокусировки лучей интенсивность сигнала заметно увеличивается, это может привести к возникновению нелинейного взаимодействия радиоволны с ионосферой [Бочкарев и др., 1980].

Для описания волнового поля в некоторой выделенной малой области обычно используется уравнение Гельмгольца для амплитуды волнового поля:

$$\Delta u + k^2 \varepsilon u = 0, \quad (1)$$

где k — волновое число; u — волновое поле; ε — диэлектрическая проницаемость.

Поскольку при высокой интенсивности излученного сигнала диэлектрическая проницаемость становится зависимой от амплитуды волны, для описания распространения радиоволн будет необходимо решать нелинейную задачу.

Рассмотрим распространение узкого коротковолнового пучка. Для построения решения уравнения Гельмгольца, сосредоточенного в малой окрестности лучевой траектории, введем ортогональную систему координат: x — длина дуги траектории; y — расстояние вдоль направления, ортогонального лучу.

Если волновое поле u представить в виде комплексной функции:

$$u = v \exp(ik\psi),$$

где v и ψ — действительные функции, то уравнение Гельмгольца распадется на два уравнения для действительных величин:

$$\Delta v + k^2 \left[\varepsilon - (\nabla \psi)^2 \right] v = 0, \quad \operatorname{div} (v^2 \nabla \psi) = 0.$$

Учитывая, что производные функции v вдоль траектории существенно меньше, чем в перпендикулярном направлении, после соответствующих выкладок [Еременко и Манаенкова, 2017] в главном приближении можно получить выражения:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + k^2 \left[\varepsilon - \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \right] v = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0.$$

Поскольку электрическое поле разогревает среду и создает дополнительное возмущение диэлектрической проницаемости, следовательно, можно считать, что выражение для ε состоит из двух частей: $\varepsilon = \varepsilon_r + \varepsilon_n$, ε_r — регулярная часть, независимая от волнового поля, и ε_n — возмущение, обусловленное электрическим полем. Мы можем

предположить, что в малой окрестности ε_r — почти константа. Без ограничения общности можно считать, что $\varepsilon = 1 + \varepsilon_n(v^2)$. Перейдя к безразмерным переменным $\xi = kx$, $\eta = ky$, получим в главном приближении типичную задачу нелинейного распространения радиоволн:

$$\frac{d^2 v}{d\eta^2} = q^2 v - \left(1 + \varepsilon(v^2) \right) v,$$

где $q = \frac{d\psi}{d\xi}$ — безразмерное волновое число. Это уравнение имеет первый интеграл.

$$\left(\frac{dv}{d\eta} \right)^2 - \lambda^2 v^2 + F(v^2) = E, \quad E = \text{const} \quad (2)$$

где $\lambda^2 = q^2 - 1$. $F(v^2) = \int_0^{v^2} \varepsilon_n(t) dt$.

При $E = 0$ уравнение (2) предполагает существование сосредоточенных волн, при условии, что уравнение $F(t) - \lambda^2 t = 0$ имеет два простых корня: $t = 0$ и $t = t_0 > 0$. Действительно,

$$\eta = \pm \int \frac{dt}{\sqrt{\lambda^2 t^2 - F(t^2)}} + \text{const}.$$

При $t = 0$ $\lambda \eta \rightarrow \pm \ln v$, т.е. $v \approx \exp(-\lambda |\eta|)$, соответственно $v = 0$ на бесконечности. Также без ограничения общности можно выбрать $\eta = 0$ при $t = t_0$. Тогда функция $v(\eta)$ четная, амплитуда максимума волнового пучка есть $v_0 = \sqrt{t_0}$ (центр пучка при $\eta = 0$). Формальное решение будет иметь вид:

$$\eta = - \int_{v_0}^v \frac{dt}{\sqrt{\lambda^2 t^2 - F(t^2)}}.$$

В случае керровской нелинейности $\varepsilon_n(v^2) = \alpha v^2$, где α — коэффициент нелинейности. Соответственно, $F(v^2) = \alpha v^4$, и этот интеграл берется в элементарных функциях, что приводит к хорошо известному сосредоточенному решению нелинейного уравнения Шредингера

$$v = v_0 / \operatorname{ch}(\lambda \eta), \quad (3)$$

где v_0 — амплитуда волнового пучка, $\lambda = \sqrt{\alpha v_0^2} / 2$ — обратная ширина пучка.

3. ПОРОГОВАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ

Далее рассмотрим модель распространения радиоволн в условиях пороговой нелинейности. Будем считать, что нелинейные эффекты возникают только для волн, интенсивность которых превышает некоторое пороговое значение [Ньюэлл, 1989]. Тогда нелинейное возмущение диэлектрической проницаемости может быть представлено формулой

$$\varepsilon_n(v^2) = \alpha v^2 \theta(v^2 - A^2),$$

где A — пороговое значение, $\theta(v)$ — функция Хэвисайда.

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \geq 0 \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}.$$

Функция $F(v^2)$ в этих условиях имеет вид

$$F(v^2) = \int_0^{v^2} \varepsilon_n(t) dt = \frac{\alpha}{2} (v^4 - A^4) \theta(v^2 - A^2).$$

Нетрудно видеть, что и в этом случае уравнение $F(v) - \lambda^2 t = 0$ имеет два простых корня: $t = \lambda^2 / \alpha + \sqrt{(\lambda^2 / \alpha)^2 + A^4} > 0$ и $t = 0$ и также возможно существование сосредоточенного решения — солитона. В этом случае решение ищется численно посредством интегрирования в области $\eta \geq 0$ уравнения $\frac{dv}{d\eta} = -\sqrt{\lambda^2 v^2 - F(v^2)}$, $v(0) = v_0$. В область $\eta < 0$ решение продолжается четным образом. Локализованные волновые поля в среде с пороговой нелинейностью очень похожи на обычные керровские солитоны, но пучок — более узкий в центре и имеет “длинные хвосты” [Еременко и Манаенкова, 2017]. Но есть одна принципиальная особенность — зависимость эффективной ширины волнового пучка от его амплитуды. Эффективной шириной солитона будем считать окрестность его максимальной амплитуды, в которой сосредоточена половина энергии пучка. Для керровского солитона (3) эта окрестность представляет собой величину $\sqrt{2/\alpha} \ln(3)/v_0$. То есть, эффективная ширина “стандартного” солитона обратно пропорциональна его амплитуде. Для “порогового” солитона (сосредоточенного волнового пучка в условиях пороговой нелинейности) ситуация принципиально другая. В этом случае для определения эффективной ширины сосредоточенного решения вначале посредством численного интегрирования вычисляется полная энергия волнового пучка $E = 2 \int_0^\infty v^2(\eta) d\eta$.

Пределы интегрирования берутся конечные, так как на границе $v(\eta)$ становится исчезающее малой. Затем определяется полуширина пучка σ таким образом, чтобы выполнялось соотношение: $2 \int_0^\sigma v^2(\eta) d\eta = E/2$. Зависимость эффективной ширины пучка от отношения его амплитуды к величине порога нелинейности v_0/A приведена на рис. 1. Видно, что при превышении величины v_0/A некоторого критического значения характер зависимости заметно меняется.

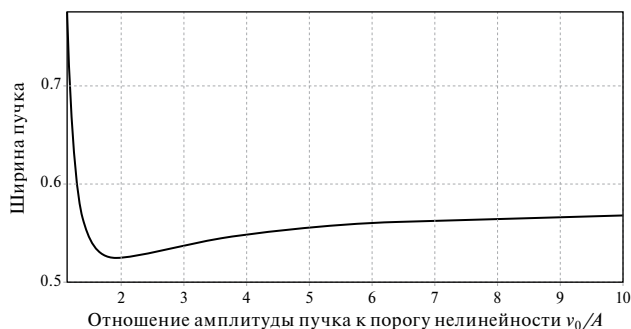


Рис. 1. Зависимость ширины пучка от отношения его амплитуды к величине порога нелинейности.

4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОРОГОВЫХ СОЛИТОНОВ

Для описания взаимодействия сосредоточенных волновых пучков, сходящихся под малым углом, воспользуемся параболическим уравнением теории дифракции [Фок, 1970]. В безразмерных координатах это уравнение для амплитуды волнового поля u имеет вид

$$2i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + (\varepsilon - 1)u = 0. \quad (4)$$

В нашем случае $\varepsilon - 1 = \varepsilon_n(|u|^2)$.

В качестве начальных данных при $\xi = 0$ задаем два сходящихся пучка:

$$u_0(\eta) = v(\eta + \eta_0) \exp(i\phi\eta) + v(\eta - \eta_0) \exp(-i\phi\eta),$$

где $v(\eta)$ есть результат интегрирования уравнения (3); η_0 — координата центра пучка; ϕ — угол выхода пучка. Решая численно задачу (4), находим волновое поле $u(\xi, \eta)$ на каждом сечении $\xi = \text{const}$.

Взаимодействие волновых пучков в средах с пороговой нелинейностью может значительно отличаться от взаимодействия стандартных солитонов в среде с керровской нелинейностью. Если “стандартные” солитоны расходятся после взаимодействия без изменения амплитуды [Ньюэлл, 1989], то “пороговые” солитоны ведут себя значительно сложнее. При относительно небольшом превышении порога A (менее 1.5) солитоны вообще рассыпаются. То есть, в какой-то момент из-за взаимных биений амплитуда сигнала падает ниже порога, вследствие чего задача становится линейной, и волновое поле медленно рассеивается. Но замечательный факт состоит в том, что при увеличении амплитуды взаимодействующих пучков они сначала соединяются в единый конгломерат повышенной интенсивности с высвечиванием некоторой доли энергии [Еременко и Манаенкова, 2019]. И только

при значительном превышении порога нелинейности волновые пучки взаимодействуют аналогично керровским солитонам, проходя сквозь друг друга, также с частичной потерей энергии.

График зависимости максимума нормированной функции u/v_0 от отношения начальной амплитуды пучка к величине порога нелинейности v_0/A приведен на рис. 2.

Для получения этого графика на сечении $\xi = \text{const}$ вычисляется максимум функции $u(\xi, \eta)$, при большом значении ξ , т. е. на достаточно большом расстоянии после взаимодействия пучков. Видно, что при $v_0/A < 1.5$ волновое поле диссипирует, при $1.5 < v_0/A < 2.5$ пучки “слипаются”, и только при $v_0/A > 2.5$ пучки расходятся после взаимодействия. Далее, чем выше превышение амплитуды исходного пучка над значением порога нелинейности, тем ближе картина взаимодействия пороговых солитонов к взаимодействию керровских солитонов, u/v_0 стремится к единице, пучки восстанавливаются.

Следует заметить, что амплитуда пучка, образовавшегося при соединении двух солитонов в единый конгломерат, устанавливается достаточно долго в колебательном режиме.

На рис. 3 приведена зависимость максимума амплитуды волнового поля от расстояния ξ . Такая зависимость наблюдается в диапазоне $1.5 < v_0/A < 2.5$.



Рис. 2. Зависимость максимума волнового поля от отношения начальной амплитуды к величине порога нелинейности.

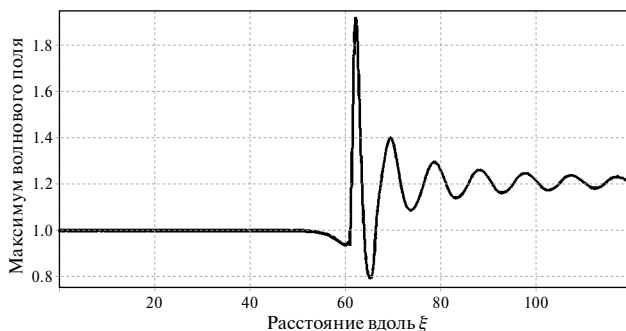


Рис. 3. Амплитуда объединенного волнового пучка в зависимости от расстояния.

В этом диапазоне при $\xi \rightarrow \infty$ волновое поле сосредоточено в окрестности $\eta = 0$. Заметим, что для керровских солитонов в этой области $\eta = 0$, $\xi \rightarrow \infty$ амплитуда поля равна нулю, так как пучки расходятся из области взаимодействия. На этом рисунке можно наблюдать, как колеблется объединенный пучок, тем не менее, амплитуда устанавливается на уровне, примерно на 20% выше исходного пучка.

При многократном взаимодействии большого числа пучков амплитуда будет и далее возрастать, но не более чем в 2.5 раза, по сравнению с пороговым значением, поскольку в дальнейшем пучки перестают слипаться. Очевидно, что при значительном превышении порога нелинейности пороговые солитоны почти восстанавливают свою структуру после взаимодействия, амплитуда пучка приближается к исходной при стремлении v_0/A к бесконечности. Таким образом, мы приходим к некоторому процессу самоорганизации — если облучать плазму достаточно мощным излучением в условиях пороговой нелинейности, получим упорядоченную структуру “пороговых” солитонов вполне определенной амплитуды.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В качестве косвенного подтверждения рассматриваемых явлений обратимся к экспериментам по разогреву ионосферы мощной радиоволной при наклонном распространении. При этом существовали две постановки такого рода экспериментов. В первой серии экспериментов использовался пробный сигнал с траекторией распространения, очень близкой к траектории мощного (греющего) радиоизлучения [Бочкарев и др., 1980; Bochkarev et al., 1982]. Второй подход базировался на использовании диагностического ионозонда, расположенного в средней точке трассы [Sales et al., 1986]. Результаты этих экспериментов были довольно скромными ввиду недостаточной мощности греющего излучения, хотя первый подход позволил обнаружить сам факт взаимодействия волна — ионосфера при наклонном распространении. Позднее была проведена серия экспериментов, объединяющих эти два подхода [Sales et al., 1991; Бочкарев и др., 1992]. В конце концов, тщательное планирование экспериментов с увеличением мощности радиоизлучения и одновременным теоретическим моделированием лучевой структуры волнового поля в плавно-неоднородной среде позволило определить локализацию области возмущения и характер изменения электронной плотности в этой области [Bochkarev et al., 1997]. Эти исследования подтвердили факт порогового взаимодействия волна — ионосфера с образованием области возмущения с пониженной электронной плотностью в окрестности каустического острия в слое F_2 ионосферы.

6. ВЫВОДЫ

Теория нелинейных волновых процессов получила значительный импульс к развитию после открытия солитонов — сосредоточенных решений уравнения Кортевега—де Фриза. Причем особенно замечательный факт состоит в том, что в условиях нелинейности, солитоны после столкновения выходят из области взаимодействия без изменения формы с сохранением направления движения. Удивительно, что взаимодействие сосредоточенных решений нелинейного уравнения Гельмгольца (керровских солитонов) аналогично взаимодействию гидродинамических солитонов, хотя тип нелинейности совершенно разный. Казалось бы это общая черта уединенных нелинейных волн. Однако, для случая пороговой нелинейности также существуют уединенные волны, — сосредоточенные решения соответствующих волновых уравнений. Эти волны подобны керровским солитонам, но их взаимодействие, при определенном соотношении параметров, может принципиально отличаться от стандартного взаимодействия солитонов. При достаточно мощном излучении можно получить упорядоченную структуру уединенных волн с амплитудой, определяемой уровнем порога нелинейности. Заметим, что в данной ситуации выполнены все три условия для возникновения самоорганизации, сформулированные лауреатом Нобелевской премии И.Р. Пригожиным: наличие порога нелинейности, мощное воздействие, присутствие диссипации в системе [Пригожин и Стенгерс, 1986].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бочкарев Г.С., Еременко В.А., Лобачевский Л.А., Ляной Б.Е., Мигулин В.В., Черкашин Ю.Н. Моделирование воздействия мощной волны на ионосферу при наклонном падении // Геомагнетизм и аэронавигация. 1980. Т. 20. № 5. С. 848—853.
- Бочкарев Г.С., Жильцов А.У., Иванов В.П., Карвецкий В.Л., Черкашин Ю.Н., Чернов Ю.А. Эффект

наклонного радио нагрева по данным вертикального зондирования ионосферы // Геомагнетизм и аэронавигация. 1992. Т. 32. № 1. С. 171—172.

- Гинзбург В.Л., Гуревич А.В. Нелинейные явления в плазме, происходящие в переменном электромагнитном поле // Успехи физических наук. 1960. Т. 70. № 2. С. 201—246.
- Еременко В.А., Манаенкова Н.И. Влияние типа нелинейности на существование сосредоточенных волн // Успехи современной радиоэлектроники. 2017. Т. 71. № 6. С. 49—54.
- Еременко В.А., Манаенкова Н.И. О взаимодействии солитонов в средах с насыщающейся и пороговой нелинейностью // Тр. XXVI Всероссийской откр. науч. конф. “Распространение радиоволн”. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2019. С. 505—508. С. 505—508.
- Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике. М.: Мир, 1989. 325 с.
- Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. М.: Прогресс, 1986. 432 с.
- Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. Радио, 1970. 476 с.
- Bochkarev G.S., Eremenko V.A., Lobachevsky L.A., Ljanoy B.E., Migulin V.V., Cherkashin Yu.N. Non-linear interaction of decimeter radio waves at close frequencies on oblique propagation // J. Atmos. Terr. Phys. 1982. V. 44. № 12. P. 1137—1141.
- Bochkarev G.S., Krashenninnikov I.V., Sales G.S. The effects of powerful oblique radio transmission on the ionosphere on vertical sounding data // J. Atmos. Terr. Phys. 1997. V. 59. № 18. P. 2305—2311.
- Sales G.S., Reinisch B.W., Dorois C.G., Field E.C., Warber C.R. Ionospheric modification with oblique incident radio waves // Тр. II-го Суздальского симпозиума, ИЗМИРАН. М.: АН СССР, 1986. С. 79.
- Sales G.S., Platt I.G., Hainis D.M., Hang Y., Hecksher J. Recent measurement of oblique HF ionospheric modification // Тр. III-го Суздальского симпозиума, ИЗМИРАН. М.: АН СССР, 1991. С. 221.

Features of Radio Emission Propagation in the Ionosphere under Conditions of Threshold Nonlinearity

V. A. Eremenko¹, N. I. Manaenkova¹, *

¹Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere, and Radio Wave Propagation, Moscow, Troitsk, Russia

*e-mail: nat_man@mail.ru

The well-known problem of nonlinear “wave — ionosphere” interaction under conditions of threshold nonlinearity is considered. It is believed that nonlinear effects arise only for high-power radiation, when the wave amplitude exceeds a certain threshold value. The possibility of the existence of concentrated wave fields under these conditions is shown. It is revealed that a certain ratio of nonlinearity parameters leads to an increase in the radio emission intensity, since the interaction of individual solitons can lead to their merging into a higher-power solitary wave. The presence of threshold nonlinearity can lead to the formation of an ordered structure of solitary waves.