

УДК 533.932

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ В ОВАЛЕ ПОЛЯРНЫХ СИЯНИЙ: ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ

© 2023 г. Б. В. Козелов*

Полярный геофизический институт, Анатиты, Мурманская область, Россия

**boris.kozelov@gmail.com*

Поступила в редакцию 05.10.2022 г.

После доработки 26.10.2022 г.

Принята к публикации 27.10.2022 г.

Взаимодействие окружающей Землю магнитосферно-ионосферной (МИ) системы со средой (солнечным ветром) происходит в форме череды переходных процессов на разных масштабах. Наиболее крупные из них, магнитные бури, очевидно триггируются возмущениями в солнечном ветре (англ. direct driving). Роль внутренней динамики МИ-системы, вызванной в значительной степени нелинейностью и временными запаздываниями процессов поступления и сброса (англ. load-unload processes) энергии и частиц из солнечного ветра в магнитосферу, становится более существенной на меньших масштабах (суббури, псевдобрейкапы, инжекции, активизации). Типичное динамическое состояние МИ-системы описывается как самоорганизованная критичность или турбулентность, для которых свойственны статистическая масштабная инвариантность (скейнинг, англ. scathing) в распределениях флуктуаций многих характеристик. Динамика МИ-системы проектируется в область аврорального овала, само существование которого обусловлено этой динамикой. Пространственно-временная структура авроральных возмущений в большой степени отражает структуру процессов в МИ-плазме. Описание этой структуры важно как для фундаментального изучения плазменных процессов, так и для многих актуальных прикладных вопросов, связанных с прохождением радиоволн в ионосфере и жизнедеятельностью в высоких широтах. В статье обсуждаются подходы и наработки для построения модели пространственно-временной структуры аврорального овала, основанные на фрактальных и мультифрактальных характеристиках.

DOI: 10.31857/S0023420622700054, EDN: BVLCRW

ВВЕДЕНИЕ

Окружающая Землю магнитосферно-ионосферная (МИ) система является открытой нелинейной распределенной динамической системой в сложно-структурированной окружающей среде — солнечном ветре. Простые электродинамические соображения (полость с плазмой, создаваемая полем постоянного магнита, которую обтекает поток заряженных частиц с вмороженным магнитным полем) дают представление о глобальном строении МИ-системы. Из общих физических соображений, в силу ограниченности объема МИ-системы и ее пространственной распределенности, взаимодействие с внешней средой при длительной эволюции приводит систему в состояние, в котором она балансирует на пороге устойчивости, и системе “удобно” сбрасывать излишки энергии/частиц. Постоянное взаимодействие с неоднородной средой проявляется в том числе в форме череды переходных процессов на разных масштабах, что во многом определяет динамику и саму структуру МИ-системы. Наиболее

крупные из них, магнитные бури, очевидно триггируются возмущениями в солнечном ветре (англ. direct driving) — изменениями динамического давления солнечного ветра и ориентации межпланетного магнитного поля (ММП). Часть энергии солнечного ветра, поступающая в МИ-систему, может накапливаться внутри в виде энергизации потоков плазмы, токовых слоев. Поэтому играет роль также внутренняя динамика МИ-системы, вызванная в значительной степени нелинейностью и временными запаздываниями процессов поступления и сброса (англ. load-unload processes) энергии и частиц из солнечного ветра в магнитосферу, что становится более существенным на меньших масштабах (суббури, псевдобрейкапы, инжекции, активизации) [1]. Различные плазменные неустойчивости вызывают локальные переходные процессы, которые приводят к высыванию энергичных частиц в атмосферу, к авроральным явлениям, проектирующимся из-за конфигурации земного магнитного поля в область, называемую авроральным овалом (см. обзор [2]). Таким

образом, само существование аврорального овала обусловлено динамикой плазмы в МИ-системе, причем пространственно-временная структура авроральных возмущений отражает структуру процессов в МИ-плазме [3]. Описание этой структуры важна как для фундаментального изучения плазменных процессов, так и для многих актуальных прикладных вопросов, связанных с прохождением радиоволн в ионосфере и жизнедеятельностью в высоких широтах [4]. Существующие модели описывают границы аврорального овала в лучшем случае с некоторым разбиением на типы высыпающихся потоков частиц в зависимости от уровня возмущения. Однако внутри этих границ наблюдается значительная неоднородность высыпающихся потоков частиц по пространству и времени, что играет важную роль, например, в формировании структуры МИ-токов [5], а не только приводит к локальным флуктуациям ионосферной электронной концентрации.

В статье обсуждаются подходы и наработки для построения модели пространственно-временной структуры авроральных возмущений в овале полярных сияний, основанные на фрактальных и мультифрактальных характеристиках, что должно заполнить существенный пробел в моделях окружающей среды.

МЕТОДИЧЕСКИЕ СООБРАЖЕНИЯ

Как уже было сказано, магнитосферно-ионосферная система Земли является открытой нелинейной распределенной динамической системой, находящаяся вдали от состояния термодинамического равновесия с окружающей средой — солнечным ветром. Однако под воздействием потока энергии/частиц в ней из солнечного ветра возникает так называемое неравновесное квазистационарное (англ. Non-Equilibrium Steady State — NESS) состояние [6], которое поддерживается диссипацией в многочисленных плазменных неустойчивостях и локальных транзиентах (переходных диссипативных процессах) [7]. Для исследования этого состояния исторически возникло два подхода (языка): один опирается на понятие “турбулентность” в широком смысле [8], другой — на понятие “самоорганизованная критичность” (СК) [9, 10]. И то, и другое понятие, особенно их математическое описание, — идеализация, которую можно применить к природным объектам с определенными оговорками.

Оба подхода основаны на часто возникающем при анализе временных рядов свойстве статистического самоподобия (скейлинга), которое проявляется в степенном распределении величин, измеренных в природных системах [11]. Такое распределение означает некоторую упорядочен-

ность в казалось бы случайных флуктуациях, что может быть использовано для включения в эмпирические модели. Далее приведем некоторые закономерности, которые для этого могут быть использованы.

Отметим, что именно попытки геометрического описания природных структур и их “сложности” привело к созданию фрактальной геометрии [12]. Лежащее в основе этого подхода понятие самоподобия подразумевает, что элементы структуры на разных масштабах статистически подобны друг другу. Разложение по зависящим от пространственного масштаба пробным функциям дает степенной спектр. В простейшем варианте структура описывается значением наблюдаемой величины $I(x)$ в определенных точках $\{x_i\}$ пространства $\mathbf{R}^n$, а в качестве пробной функции используется приращение $dI(x, s) = I(x + s) - I(x)$ на пространственном масштабе s . Статистическое усреднение величины $dI(x, s)^q$ по всем точкам x дает статистический момент порядка q , $S(s, q) = \langle dI(x, s)^q \rangle$. Необходимо отметить, что исследования моментов большого порядка ограничены длиной доступного ряда данных и для моментов $q > 6$ обычно не имеют смысла. Степенной вид зависимости статистических моментов от масштаба s при малых s , $S(s, q) \sim s^{\zeta(q)}$, свидетельствует о фрактальной структуре. При линейной зависимости показателя степени от номера момента, $\zeta(q) = Hq$, говорят о монофрактале, а при нелинейной — о мультифрактале (рис. 1). По мере возможности лучше использовать в качестве пробных функций имеющие ряд преимуществ вейвлет-лидеры [13]. Для характеристики (мульти)фрактальной структуры можно использовать разложение зависимости $\zeta(q)$ в ряд Тейлора при $q \rightarrow 0$: $\zeta(q) = \sum_{p \geq 1} c_p q^p / p!$. В этом случае значения первых двух коэффициентов имеют простую интерпретацию: $c_1 = H > 0$ и $c_2 = 0$ в случае монофрактала, а отклонение c_2 от 0 характеризует степень мультифрактальности. Пример обработки мультифрактального ряда значений за 2000 г. величины $(v_{sw} B_z)$ — произведения скорости солнечного ветра на z компоненту ММП — приведен на рис. 1. Структурная функция $S(s, q)$ строилась для масштабов 4–128 мин, бутстреп процедура использовалась для оценки доверительных интервалов аппроксимаций.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ХАРАКТЕРИСТИК АВРОРАЛЬНЫХ ТРАНЗИЕНТОВ

Рассмотрим авроральное свечение атмосферы в ночное время, как отражение переходных процессов, происходящих в МИ-системе, независимо от деталей физических механизмов в МИ-

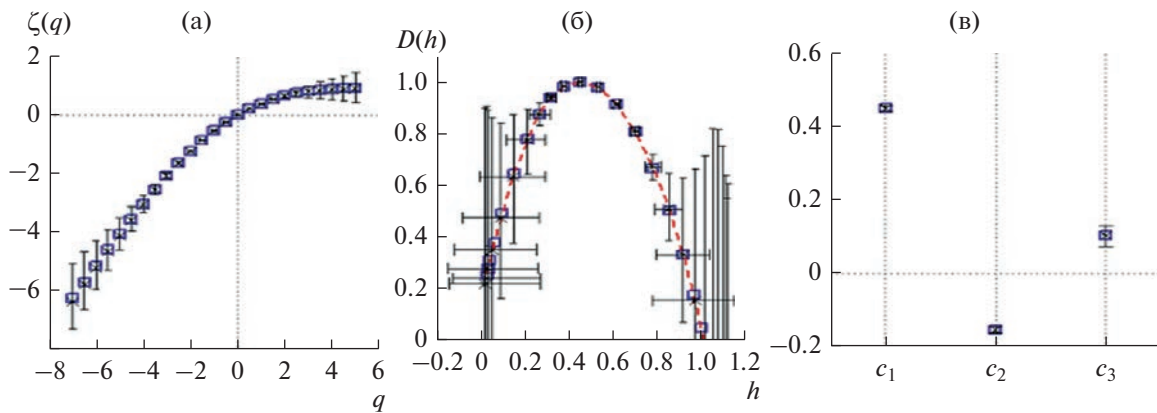


Рис. 1. Мультифрактальные характеристики ряда значений величины $(v_{sw} B_z)$ за 2000 г.: (а) зависимость показателя степени от момента структурной функции; (б) спектр сингулярностей; (в) первые три коэффициента в разложении зависимости $\zeta(q)$ в ряд Тейлора.

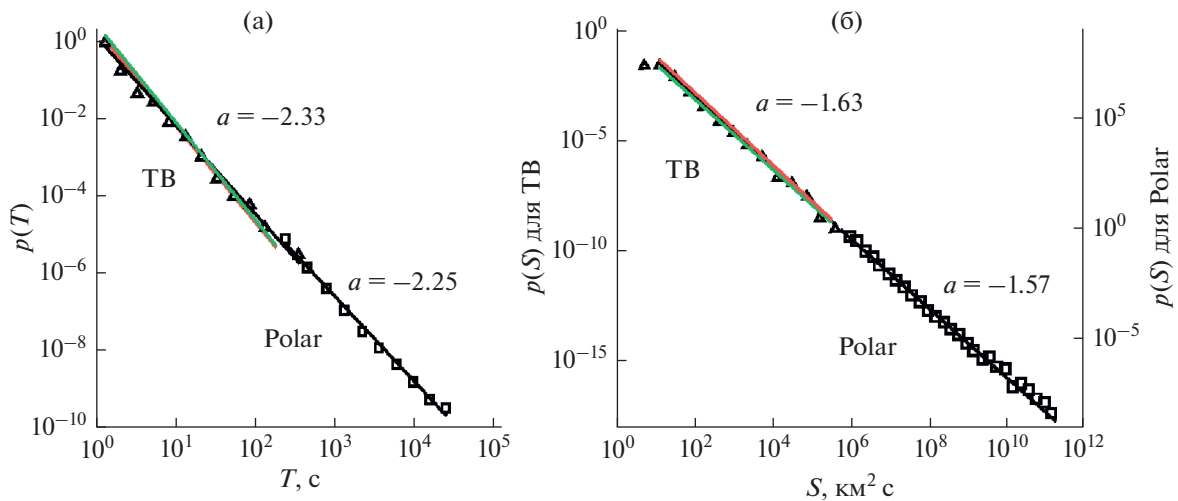


Рис. 2. Плотность распределения характеристик индивидуальных пятен аврорального свечения во время активных фаз суббурь: (а) времени жизни; (б) интегрированной по времени жизни площади пятна. Черные символы — из работы [16] по данным спутника Polar (квадраты) и наземным данным для 19.1.2001 (треугольники). Линии — аппроксимации степенной зависимости: черная — для 19.1.2001, зеленая — для 14.1.2005, красная — для 28.1.2001.

плазме, приводящих к этому свечению. На изображениях полярных сияний, полученных камерой всего неба (или камерой на спутнике), выделим связанные области (пятна) свечения, превышающие некоторое фоновое значение. Имея достаточно длительную регистрацию сияний, для каждого такого пятна будем проследивать его историю, фиксируя его свойства: размер, интегральную яркость на кадре, время жизни. Было показано, что статистическое распределение характеристик областей аврорального свечения в широком диапазоне масштабов имеет скейлинговые свойства, характерные для СК-состояния [14–17] (см. пример на рис. 2).

Также было показано, что полученные степенные показатели статистических распределений

связаны друг с другом характерными для критических явлений соотношениями [18]. Таким образом, такие характеристики, как размер и время жизни аврорального пятна, не являются полностью независимыми случайными величинами, а определенным образом согласованы. Эта внутреннее согласование было использовано, например, в работе [19] для оптимизации пространственного и временного разрешения авроральной камеры при проектировании исследовательского спутника.

Статистические особенности пространственного распределения аврорального свечения во время суббуревой активности можно также исследовать с помощью характеристик, которые обычно применяются к турбулентным течениям.

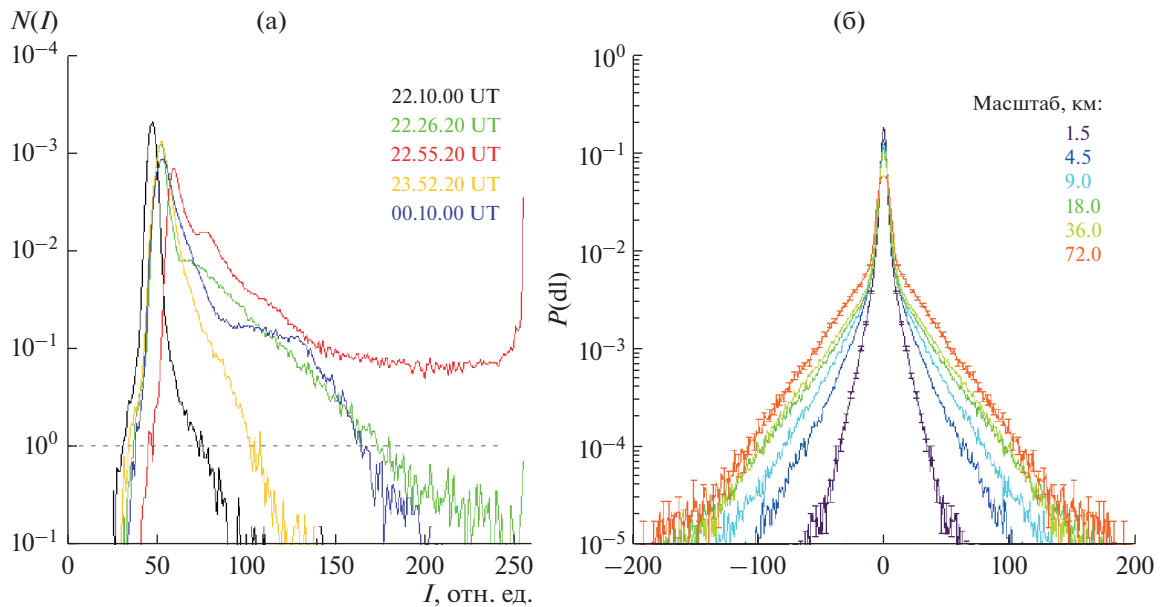


Рис. 3. Типичные распределения интенсивности свечения при регистрации полярных сияний 19.I.2001: (а) число пикселей от интенсивности для 20-секундных интервалов, цветом — начало интервала; (б) флуктуации интенсивности от масштаба, для интервала 20 с, начиная с 22.26.20 UTC. Данные из работы [21].

По данным телевизионных наблюдений всего неба обсерватории Баренцбург (Шпицберген) в работе [20, 21] были исследованы особенности функции плотности вероятности (англ. probability density function — PDF) авроральных флуктуаций на различных пространственных масштабах (рис. 3). Наблюдаемые PDF обычно имеют негауссову форму с тяжелыми хвостами. Также был проведен анализ обобщенной структурной функции (ОСФ) флуктуаций аврорального свечения для определения скейлинговых свойств моментов до шестого порядка и определена эволюция индексов скейлинга во время фазы расширения суббури. Полученные скейлинговые особенности можно интерпретировать как признаки турбулентного движения магнитосферно-ионосферной плазмы.

По более новым данным камер системы ALIS в работе [22] были проанализирован скейлинг в сияниях с помощью логарифмических диаграмм, построенных с помощью дискретного вейвлет-преобразования данных [23], а также функции стандартного отклонения, эксцесса и плотности вероятности флуктуаций. Было показано, что на изображениях суббуревых авроральных форм обнаруживается близость к самоподобию. Флуктуации полярных сияний в различных эмиссионных линиях демонстрируют очень похожее масштабное поведение. Проведено сравнение с флуктуациями электрического поля, наблюдавшимися спутником *Dynamics Explorer 2* в условиях суббури. Было показано, что признаки перемежаемости в турбулентных характеристиках более выра-

жены для суббуревых электрических полей, чем для авроральных флуктуаций.

РЕЗУЛЬТАТЫ: ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТДЕЛЬНЫХ ТРАНЗИЕНТОВ

Не только в статистике, но и внутри отдельного аврорального транзientа наблюдается разного рода подобия между пространственно-временными масштабами.

Оценки размерности изолиний равной интенсивности на изображениях, содержащих полярные сияния, проведенные простейшим методом сеточной размерности (англ. box dimension), были приведены в публикациях [24, 25]. Были получены спектры размерности изолиний — зависимости размерности от уровня, для которого изолиния построена. Такие спектры позволяют: локализовать авроральную форму из фонового свечения; выделить диапазон интенсивностей свечения, связанных с наиболее развитыми структурами в авроральной форме; проследить за развитием структуры области аврорального свечения. Была показано, что обычно существует уровень, размерность изолинии для которого может численно характеризовать пространственную структуру сияния на отдельном кадре. Размерности изолиний для диффузных форм оказываются больше, чем для более четко локализованных дуг, что интуитивно понятно.

В работе [26] была исследована эволюция скейлингового индекса, характеризующего флук-

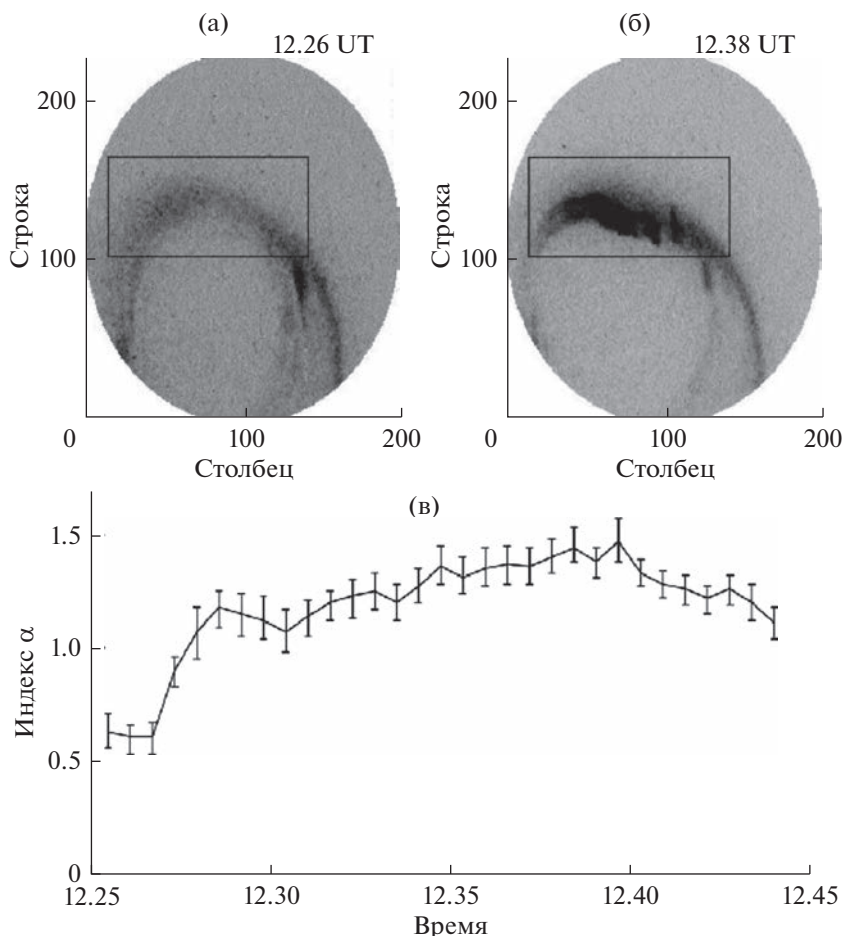


Рис. 4. Изображения UVI со спутника Polar до (а) и во время (б) активизации полярных сияний 7.11.2000, прямоугольником выделена область расчета; (в) эволюция скейлингового индекса. Данные из работы [26].

туации аврорального свечения в начале взрывной фазы суббури. По изображениям имаджера UVI (англ. Ultraviolet Imager) со спутника Polar показано, что этот индекс обычно изменяется от значений меньше единицы до 1.5, увеличиваясь по мере развития аврорального брейкапа (рис. 4). Подобные особенности масштабирования ранее отмечались для флуктуаций в меньших масштабах по телевизионным наблюдениям всего неба. Если это поведение интерпретировать в терминах нелинейных взаимодействий между масштабами, то это означает, что мощность мелкомасштабных флуктуаций со временем переносится на более крупные масштабы, своего рода обратный турбулентный каскад. Скейлинговое поведение в полярных сияниях во время суббуровой активности сравнивалось с скейлинговым поведением системы волокон продольных токов, смоделированных численно по модели нелинейных взаимодействий альфвеновских когерентных структур, согласно сценарию из работы [27]. Этот сценарий также предполагает обратный каскад, проявля-

ющийся в объединении мелкомасштабных нитей продольных токов одной полярности и формировании “крупнозернистых” структур продольных токов.

Аналогичное поведение наблюдается не только во время суббуровых возмущений. В работе [28] аналогичное поведение индекса масштабирования наблюдается при активизации возмущения трансполярной дуги при северном направлении ММП. Таким образом масштабирование (скейлинг) присутствует в структуре аврорального свечения, причем похоже, что он лежит в основе тех процессов, которые приводят к авроральным транзиентам, независимо от их морфологической классификации.

Для численной оценки степени сложности (числа степеней свободы) процессов в ряде работ использовался подход из исследования [29] и алгоритм Грассбергера – Прокаччи [30] к данным оптических наблюдений [31–33]. Получены оценки для случаев пульсирующих сияний, суб-

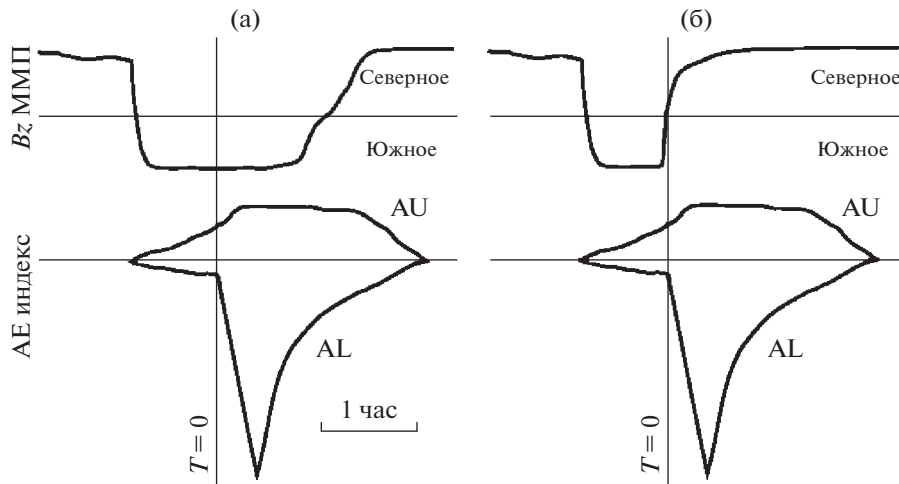


Рис. 5. Схема изменений в B_z компоненте ММП и авроральных индексах для спонтанных (а) и стимулированных (б) суббурь.

буревых интенсификаций и изменения числа степеней свободы в течение развития аврорального возмущения.

ОБСУЖДЕНИЯ

Некоторые вопросы относительно признаков самоподобия и моделей, приводящих к таким проявлениям, требуют дополнительных обсуждений.

О триггировании в СК-системе. Декларируемая в концепции СК самоорганизация в критическое состояние под действием не специфического (не навязывающего явно структуру) бесконечно медленного внешнего воздействия для земной МИ-системы, строго говоря, не выполняется. Солнечный ветер также имеет сложную структуру (см. рис. 1) и его воздействие на земную МИ-систему нельзя считать слабым. Тем не менее, в этом случае основными условиями для возникновения близкого к СК состояния можно считать: 1) система ограничена; 2) существование потока энергии (массы) из внешней среды в систему; 3) возможность накопления энергии (массы) в системе с нелинейным порогом сброса-перераспределения внутри системы; 4) поступление и сброс из системы разнесены по пространственно-временным масштабам. В таких условиях система стремится к состоянию, в котором все “резервуары” во внутреннем фазовом пространстве находятся вблизи порога переполнения.

В близком к критическому состоянию возможны переходные процессы, напрямую триггируемые возмущениями внешней среды. В литературе известно много работ, посвященных сравнению триггированных и спонтанных суббурь.

ревых возмущений магнитосферы в зависимости от особенностей в солнечном ветре (обычно наиболее эффективным считается поворот от южного к северному направлению ММП, либо вариации динамического давления солнечного ветра) (рис. 5).

В зависимости от внутреннего состояния МИ-системы, близости к порогу возникновения переходного процесса такой триггирующий импульс может быть более или менее выражен. В работе [34] для 13 суббуревых возмущений в качестве характеристики энергии, накопленной в магнитосфере, использован угол χ между вектором магнитного поля и солнечно-магнитосферным экватором в ближнем хвосте ночной магнитосферы по данным спутника *GEOS-2*. Отобраны события при $K_p \geq 4$, когда спутник попадал в область вблизи внешней границы энергичных частиц. Чем меньше угол χ , тем более “вытянуто” магнитное поле (отклоняется от дипольного), тем больше энергии накоплено в токовой системе хвоста магнитосферы. Плавное вытягивание на предварительной фазе суббури позволяет упорядочить суббури для сравнения, смотри схему, показанную на рис. 6. С началом активной фазы суббури магнитное поле возвращается к более дипольному состоянию (диполизация). Для разных событий начало диполизации происходит при разных углах. Возмущения, наблюдавшиеся в ММП вблизи начала диполизации по данным спутников *IMP-8* (англ. Interplanetary Monitoring Platform) и *ISEE-3* (фр. International Sun-Earth Explorer), приведены на рис. 6 на нижней панели. При слабо вытянутой конфигурации магнитного поля перед возникновением суббури внешнее возмущение было больше. В условиях сильно вытянутой в

хвост конфигурации суббура может развиваться “спонтанно” при незначительных внешних возмущениях.

Эволюция мультифрактальных характеристик транзиентов. Признаки перемежаемости при исследовании флуктуаций в магнитосферной плазме отмечались многими авторами по различным данным. В флуктуациях аврорального свечения также отмечались такие признаки [20, 22]. В общем случае это означает, что флуктуации имеют не просто фрактальную, а мультифрактальную структуру. В работе [2] проводится сравнение динамики переходных процессов в четырех различных моделях двумерных распределенных систем: клеточный автомат модели Занга (модель песочной кучи), затухающая турбулентность в жидкости, МГД-модель (магнитогазодинамическая) взаимодействующих за счет сил Ампера токовых волокон (рис. 7), модель кристаллизации пылевой плазмы. Пространственное распределение двумерных полей исследовалось с помощью мультифрактального формализма описанного в разд. “Методические соображения”. Показано, что эволюция пространственных структур, возникающих из случайного начального состояния, имеет общие закономерности, несмотря на значительное различие действующих в моделируемых системах связей: 1) показатель самоподобия c_1 растет и достигает насыщения; 2) параметр мультифрактальности c_2 уменьшается, удаляясь от 0 с развитием переходного процесса (ширина мультифрактального спектра увеличивается), а затем возвращается к нулевому значению, (см. рис. 7).

То есть именно мультифрактальность характерна для транзиентов в распределенных системах, а близость к монофрактальности — типична для фазы затухания переходных процессов.

Анизотропия фрактальных индексов. Необходимо отметить, что во многих случаях структура аврорального свечения имеет явную анизотропию. На верхней панели рис. 8 представлен пример изображения множественной (мультиплетной) авроральной дуги, наблюдавшийся 4 февраля 2014 г. в Апатитах (Мурманская обл.). Изображения были зарегистрированы камерой с диагональным полем зрения 67° (камерой 4 в зеленом канале, см. табл. 1 в работе [35]). Для такой структуры размерность d_f можно оценить по линейным сечениям из соотношения $d_f - 1 = (\alpha - 2)/2$. Здесь α — индекс масштабирования, полученный по логарифмическим диаграммам, построенным с использованием дискретного вейвлет-разложения [23], и учтены поправки на искажения, обсуждавшиеся в публикации [36]. На рис. 8 поверх изображения нанесен график, представляющий угловую зависимость индекса масштабирования α .

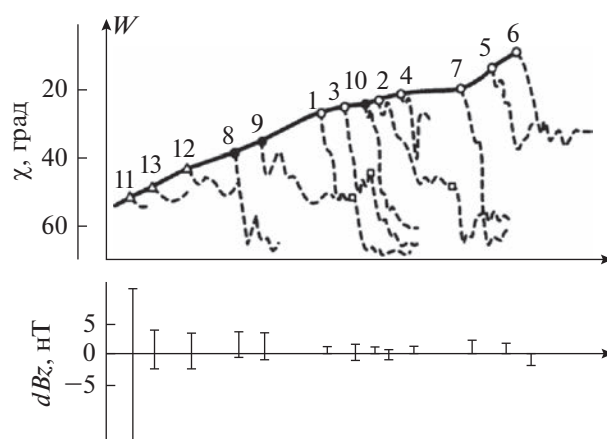


Рис. 6. Схематичное сопоставление состояния магнитосферы и внешнего возмущения dBz вблизи моментов начала суббури (по данным из работы [34]).

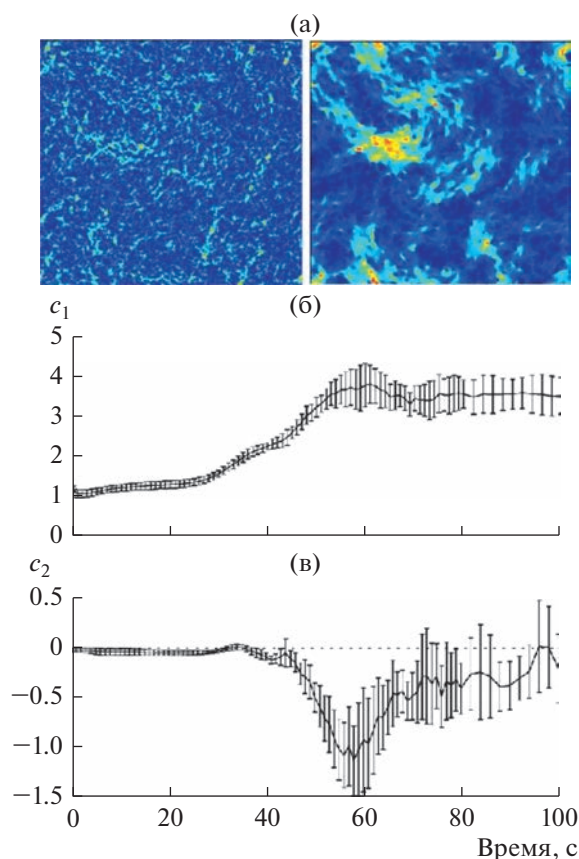


Рис. 7. Обработка результатов МГД моделирования системы взаимодействующих за счет сил Ампера токовых волокон: (а) распределение тока в начале (20 с) и вблизи максимума развития транзиента (60 с); (б), (в) эволюция первых двух кумулянтов (разложение по формуле (1)), характеризующих динамику мультифрактальной структуры.

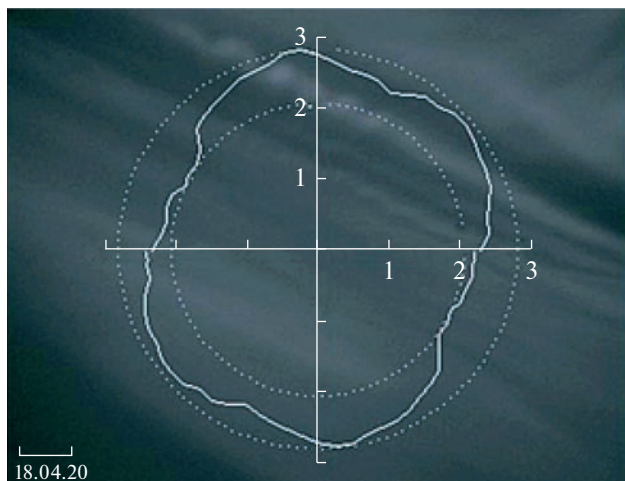


Рис. 8. Пример мультиплетной дуги, зарегистрированной во время события 4.11.2014 в Апатитах, 18.04.20 UTC. Нанесенный поверх график в полярных координатах показывает угловую зависимость индекса масштабирования α .

Значение индекса выражается радиальным расстоянием, а угол указывает направление линейного поперечного сечения изображения, используемого для расчета индекса. Пунктирными кружками отмечены крайние значения коэффициента масштабирования. Направление, перпендикулярное дугам, соответствует направлению

север — юг. Развитие структуры в динамике видно на верхней панели рис. 9, где представлена авроральная кеограмма, построенная по меридиональным сечениям изображений камеры в интервале 18.00–18.09 UTC (англ. Coordinated Universal Time). На нижней панели рис. 9 представлена временная эволюция индекса масштабирования α в перпендикулярном и параллельном направлении дуг направления. Как видно, в этом случае основная динамика наблюдается в перпендикулярной структуре. Как показано в работах [5, 37] фрактальная структура авроральных высыпаний, вероятно, связана с поддержанием протекания (перколяции) ионосферно-магнитосферной токовой системы.

ВЫВОДЫ

Из вышесказанного можно сделать следующие выводы:

1. Авроральный овал отражает динамику магнитосферно-ионосферной системы, управляемую как внешней средой, так и внутренними процессами.
2. Существующие модели не описывают внутреннюю структуру авроральных потоков заряженных авроральных частиц.
3. Наряду с регулярными структурами (дуги, пульсирующие пятна) в структуре авроральных

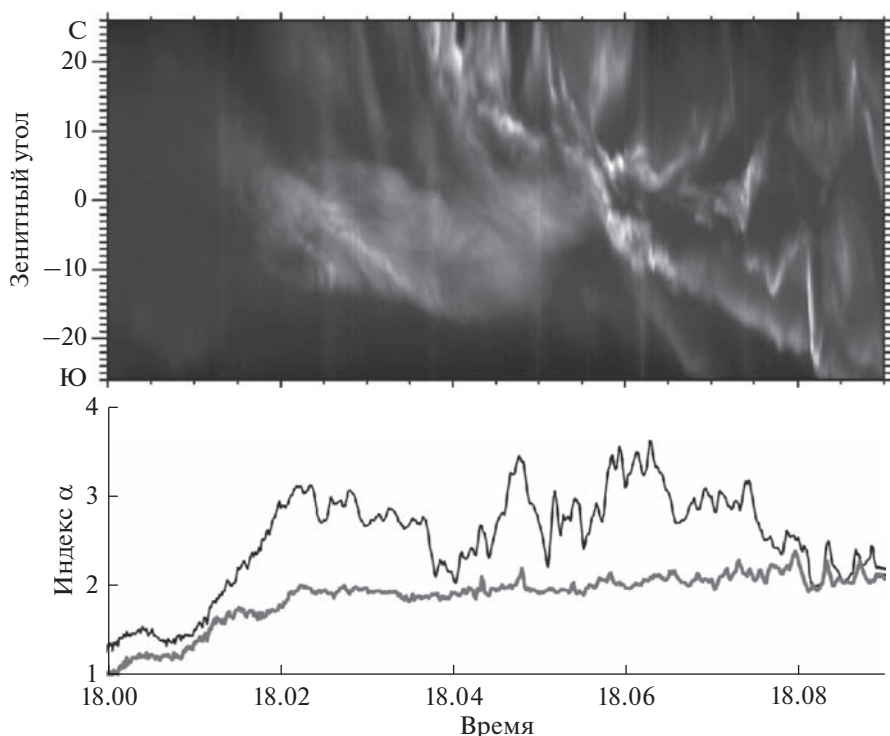


Рис. 9. Событие 4.11.2014 в Апатитах, 18.00–18.09 UTC. Верхняя панель: авроральная кеограмма север — юг. Нижняя панель: черная (серая) линия показывает эволюцию индекса масштабирования α для сечения поперек (вдоль) авроральной структуры.

высыпаний присутствует самоподобие (степенные распределения), как в статистических распределениях, так в индивидуальных переходных процессах.

4. Описание этих структур возможно включить в модель, используя представления фрактальной геометрии.

Вместе с тем необходимо иметь в виду следующие особенности авроральных структур:

1. Анизотропия полярных сияний и, следовательно, их фрактальных характеристик.

2. В общем случае мультифрактальность неравновесных транзиентов, к которым относятся наблюдаемые процессы в магнитосферно-ионосферной системе.

Работа поддержана грантом РФФИ № 22-12-20017 “Пространственно-временные структуры в околоземном космическом пространстве Арктики: от полярных сияний через особенности самоорганизации плазмы к прохождению радиоволн”. Автор благодарит А.В. Милованова, И.В. Головачанскую, К. Рипдала, В.М. Урицкого, А.А. Чернышеву за обсуждения вопросов, затронутых в данной работе при написании совместных публикаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Akasofu S.-I. Polar and magnetospheric substorm. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company, 1968.
<https://doi.org/10.1007/978-94-010-3461-6>
2. Козелов Б.В. Природа полярных сияний и подходы к описанию структуры аврорального свечения // Мат. исслед. в естеств. науках: Тр. 7-й Всероссийской науч. шк. Апатиты, Геолог. ин-т КНЦ РАН, Кольское отд-ние РМО. 3–6 окт. 2011 / под ред. Ю.Л. Войтеховского. Апатиты: Изд-во K&M, 2011. С. 32–47.
3. Yahnin A.G., Despirak I.V., Lubchich A.A. et al. Relationship between substorm auroras and processes in the near-Earth magnetotail // Space Sci. Reviews. 2006. V. 122. P. 97–106.
4. Сахаров Я.А., Мингалев И.В., Козелов Б.В. и др. Влияние геомагнитного возмущения на зоны доступности однокачковой связи коротковолнового диапазона // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 3. С. 386–392.
5. Chernyshov A.A., Kozelov B.V., Mogilevsky M.M. Study of auroral ionosphere using percolation theory and fractal geometry // J. Atmos. Solar-Terrest. Phys. 2017. V. 161. P. 127–133.
6. Milovanov A.V., Zelenyi L.M., Zimbardo G. Fractal structures and power law spectra in the distant Earth's magnetotail // J. Geophys. Res. 1996. V. 101(A9). P. 19903–19910.
7. Каррерас Б.А., Ньюман Д., Линч В.Е., Даймонд П.Х. Самоорганизованная критичность как парадигма для процессов переноса в плазме, удерживаемой магнитным полем // Физика плазмы. 1996. Т. 22. № 9. С. 819–833.
8. Frisch U. Turbulence: The Legacy of A.N. Kolmogorov. Cambridge University Press, 1995.
9. Bak P. How nature works. The science of self-organized criticality: Oxford University Press, 1997.
10. Jensen H.J. Self-organized criticality. Cambridge University Press, 1998.
11. Lui A.T.Y. Multiscale phenomena in the near-Earth magnetosphere // J. Atm. Solar-Terr. Phys. 2002. V. 64. P. 125–143.
12. Mandelbrot B. The fractal geometry of nature. San-Francisco: Freeman, 1982.
13. Wendt H., Roux S.G., Jaffard S., Abry P. Wavelet leaders and bootstrap for multifractal analysis of images // Signal Proces. 2009. V. 89. P. 1100–1114.
14. Uritsky V., Pudovkin M.I., Steen A. Geomagnetic substorm as perturbed self-organized critical dynamics of the magnetosphere // J. Atm. Solar-Terr. Phys. 2001. V. 63. P. 1415–1424.
15. Uritsky V.M., Klimas A.J., Vassiliadis D. et al. Scale-free statistics of spatiotemporal auroral emissions as depicted by POLAR UVI images: Dynamic magnetosphere is an avalanching system // J. Geophys. Res. 2002. V. 107(A12), Art. № 1426.
<https://doi.org/10.1029/2001000281>
16. Kozelov B.V., Uritsky V.M., Klimas A.J. Power law probability distributions of multiscale auroral dynamics from ground-based TV observations // Geophys. Res. Lett. 2004. V. 31. Art. № L20804.
17. Козелов Б.В., Ролдугин А.В. Пространственно-временное самоподобие на малых масштабах в суббуравых активизациях по данным высокоскоростной камеры в Ловозеро // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 3. С. 335–339.
18. Uritsky V., Klimas A., Vassiliadis D. Evaluation of spreading critical exponents from the spatiotemporal evolution of emission regions in the nighttime aurora // Geophys. Res. Lett. 2003. V. 30(15).
<https://doi.org/10.1029/2002GL016556>
19. Uritsky V.M., Donovan E., Trondsen T. et al. Data-derived spatiotemporal resolution constraints for global auroral imagers // J. Geophys. Res. 2010. V. 115. Art. № A09205.
20. Kozelov B.V., Rypdal K. Intermittence in auroral fluctuations during substorm // Physics of Auroral Phenomena. Proc. 29th Annual Seminar. Apatity, 2006. P. 48–51.
21. Kozelov B.V., Rypdal K. Spatial scaling of optical fluctuations during substorm-time aurora // Ann. Geophys. 2007. V. 25. P. 915–927.
22. Golovchanskaya I.V., Kozelov B.V., Sergienko T.I. et al. Scaling behavior of auroral luminosity fluctuations observed by Auroral Large Imaging System (ALIS) // J. Geophys. Res. 2008. V. 113. Art. № A10303.
23. Abry P., Flandrin P., Taqqu M.S., Veitch D. Wavelets for the analysis, estimation and synthesis of scaling data // Self-Similar Network Traffic and Performance Evaluation / ed. K. Park, W. Willinger. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2000. P. 39–88.
<https://doi.org/10.1002/047120644X.ch2>

24. Козелов Б.В. Фрактальные характеристики пространственной структуры полярных сияний // Физика околоземного космич. пространства. Апатиты: Изд-во КНЦ РАН, 2000. С. 572–597.
25. Kozelov B.V. Fractal approach to description of the auroral structure // *Ann. Geophys.* 2003. V. 21. P. 2011–2023.
26. Kozelov B.V., Golovchanskaya I.V., Mingalev O.V. Inverse cascade in the structure of substorm aurora and non-linear dynamics of field-aligned current filaments // *Ann. Geophys.* 2011. V. 29. P. 1349–1354.
27. Chang T., Tam S.W.Y., Wu C. Complexity induced anisotropic bimodal intermittent turbulence in space plasmas // *Phys. Plasma.* 2004. V. 11(4). P. 1287–1299.
28. Kozelov B.V., Golovchanskaya I.V. Scaling of electric field fluctuations associated with the aurora during northward IMF // *Geophys. Res. Lett.* 2006. V. 33. Art. № L20109.
29. Takens F. On the numerical determination of the dimension of an attractor // *Dynamical Systems and Bifurcations* / ed. Braaksma B.L.J., Broer H.W., Takens F. Book ser. Groningen. Lecture Notes in Mathematics. Berlin: Springer-Verlag, 1985. V. 1125. P. 99–106.
30. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors // *Phys. Rev. Lett.* 1983. V. 50(5). P. 346–349.
31. Kozelov B.V., Vjalkova N.Y. Search of temporal chaos in TV images of aurora // *Intern. J. Geomagn. Aeron.* 2005. V. 5. Art. № GI3005.
<https://doi.org/10.1029/2005GI000102>
32. Kozelov B.V., Kozelova T.V., Kornilova T.A. Dynamics of auroral intensification as an output of magnetosphere-ionosphere system // *Proc. 6th Intern. Conf. Substorms.* University of Washington, Seattle, 25–29 Mar. 2002. P. 432–437.
33. Козелов Б.В., Ролдугин А.В. Получение информации об ионосферно-магнитосферной плазме по наблюдениям полярных сияний // *Изв. РАН. Сер. физ.* 2021. Т. 85. № 3. С. 366–371.
34. Козелова Т.В., Пудовкин М.И., Лазутин Л.Л. Особенности развития стимулированных и спонтанных магнитосферных суббурь по спутниковым и наземным данным // *Геомагнетизм и аэронавтика.* 1989. Т. 29. № 6. С. 910–915.
35. Kozelov B.V., Pilgaev S.V., Borovkov L.P., Yurov V.E. Multi-scale auroral observations in Apatity: winter 2010–2011 // *Geosci. Instrum. Method. Data Syst.* 2012. V. 1. Iss. 1. P. 1–6.
<https://doi.org/10.5194/gi-1-1-2012>
36. Kozelov B.V., Golovchanskaya I.V. Derivation of aurora scaling parameters from ground-based imaging observations: Numerical tests // *J. Geophys. Res.* 2010. V. 115. Art. № A02204.
37. Chernyshov A.A., Mogilevsky M.M., Kozelov B.V. Use of fractal approach to investigate ionospheric conductivity in the auroral zone // *J. Geophys. Res.* 2013. V. 118(7). P. 4108–4118.