

УДК 629.78

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОГРАММ УПРАВЛЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ОГРАНИЧЕННОЙ ТЯГОЙ

© 2023 г. С. А. Ишков¹, Г. А. Филиппов¹, *

¹Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
Самара, Россия

*filippov.ga@ssau.ru

Поступила в редакцию 21.04.2022 г.

После доработки 13.12.2022 г.

Принята к публикации 17.12.2022 г.

Рассматривается задача оптимального управления относительным движением космического аппарата с двигателем конечной тяги на произвольных околокруговых орбитах с использованием принципа максимума Понтрягина. Движение исследуется в орбитальной цилиндрической системе координат, с использованием переменных, записанных в форме вековых и периодических составляющих относительного движения в плоскости орбиты. Основное внимание уделяется анализу структуры оптимального управления при свободной и трансверсальной ориентации вектора тяги при наличии на траектории пассивных участков. В качестве критерия выбора оптимального управления рассматривалось моторное время работы корректирующих двигателей. Определены характерные структуры управления для различных областей начальных условий движения, получены оценки предельных затрат моторного времени.

DOI: 10.31857/S0023420622600155, EDN: BVBNMX

ВВЕДЕНИЕ

Задача оптимизации номинальных программ управления относительным движением маневрирующего космического аппарата (КА), оснащенного двигателем ограниченной тяги, рассматривалась многими авторами [1–6]. Проводимые исследования имеют большое прикладное значение для задачи выведения космических объектов на геостационарную орбиту, задачи формирования орбитальных спутниковых систем различного класса, задачи управления движением инспекционных КА и специальных КА, предназначенных для борьбы с космическим мусором.

Авторами предложено множество способов формирования номинального управления движением. В статье [1] траектория относительного движения разделена на большое, но конечное число сегментов, в некоторых из которых допускается проведение коррекции. Получена оптимальная (по критерию минимума затрат характеристической скорости) ориентация вектора тяги на каждом сегменте, а затем сегменты траектории соединены в маневры. В работах [3, 6] с использованием принципа максимума Понтрягина получен ряд решений задачи управления выведением КА на геостационарную орбиту с

использованием уравнений орбитального движения в равноденственных элементах.

Несмотря на полученные в последнее время результаты, проблема управления относительным движением не перестала быть актуальной и требует продолжения исследований по различным направлениям.

В настоящей работе исследуются номинальные программы управления с использованием уравнений, записанных в безразмерном виде, что позволяет считать полученные результаты инвариантными по отношению к параметрам КА и высоты базовой орбиты. Важным в теоретическом и практическом плане является определение структуры оптимальных программ управления КА для вариантов трансверсальной и свободной ориентации вектора тяги и получение сравнительных оценок затрат общего и моторного времени на выполнение заданного маневра.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Введем в рассмотрение два космических аппарата — пассивный (КА1) и активный (КА2), снабженный нерегулируемым двигателем ограниченной тяги. Рассмотрим движение активно-

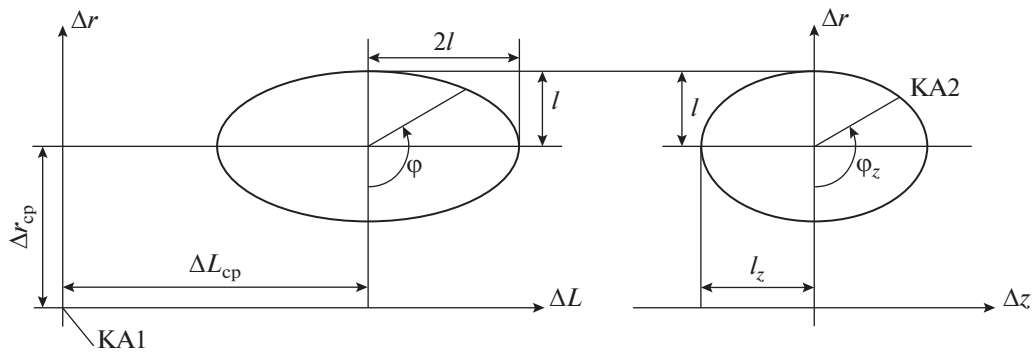


Рис. 1. Вековые и периодические составляющие движения.

го аппарата в цилиндрической системе координат, построенной в центре масс КА1, который движется по круговой орбите. Ось Ox направим по дуге опорной круговой орбиты, Oy — вдоль радиус-вектора, Oz — по бинормали. Запишем линейные уравнения относительного движения двух КА в этой системе координат [7–9]:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{r} &= \Delta V_r, \\ \Delta \dot{L} &= \Delta V_u - \lambda \Delta r, \\ \Delta \dot{z} &= \Delta V_z, \\ \Delta \dot{V}_u &= -\lambda \Delta V_r + a_T, \\ \Delta \dot{V}_r &= 2\lambda \Delta V_u + \lambda^2 \Delta r + a_S, \\ \Delta \dot{V}_z &= -\lambda^2 z + a_W.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь Δr — разность радиус-векторов КА1 и КА2; $\Delta L = \Delta u r_1$ — расстояние между КА1 и КА2 в проекции на плоскость орбиты КА1; Δu — разность угловых координат (аргументов широты); Δz — разность боковых координат; $\Delta V_r, \Delta V_u, \Delta V_z$ — разность скоростей в радиальном, тангенциальном и боковом направлении соответственно; a_S, a_T, a_W — соответственно радиальная, тангенциальная и бинормальная составляющая ускорения тяги a КА2; λ — угловая скорость орбитального движения КА1; r_1 — радиус-вектор КА1.

Как видно из уравнений (1), в линейном приближении продольное движение (составляющие $\Delta r, \Delta L, \Delta V_r$ и ΔV_u) не связано с боковым (составляющие $\Delta z, \Delta V_z$). При этом в пассивном движении изменение составляющих $\Delta z, \Delta V_z$ будет подчиняться гармоническому закону. Анализ пассивного продольного движения показывает, что КА2 движется относительно КА1 по эллипсу, центр которого смещается с постоянной скоростью по движению, если центр эллипса лежит ниже КА1 или против движения, если центр эллипса лежит выше КА1. Полуоси эллипса относятся как 2 : 1.

В продольном относительном движении выделим вековые и периодические составляющие [9, 10]. Вековыми будем считать параметры, характеризующие смещение центра эллипса и размер его малой полуоси, а периодическими — положение космического аппарата на эллипсе. В боковом движении вековым параметром будет амплитуда колебаний в боковой плоскости, а периодическим — фаза колебаний. Введем переменные:

$$\begin{aligned}\Delta r_{cp} &= 2 \left(\Delta r + \frac{\Delta V_u}{\lambda} \right), \\ \Delta L_{cp} &= \Delta L - 2 \frac{\Delta V_r}{\lambda}, \\ l &= \sqrt{\frac{(\Delta L - \Delta L_{cp})^2}{4} + (\Delta r - \Delta r_{cp})^2}, \\ \operatorname{tg}(\varphi) &= \frac{\Delta V_r}{\lambda \Delta r + 2 \Delta V_u}, \\ l_z &= \sqrt{\Delta z^2 + \left(\frac{\Delta V_z}{\lambda} \right)^2}, \\ \operatorname{tg}(\varphi_z) &= \frac{\lambda \Delta z}{\Delta V_z}.\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь Δr_{cp} — среднее смещение КА2 вдоль радиуса орбиты КА1; ΔL_{cp} — среднее смещение КА2 вдоль орбиты КА1; l — малая полуось эллипса относительного движения; l_z — амплитуда колебаний в боковой плоскости; φ и φ_z — углы определяющие положение КА2 на эллипсе относительного движения.

Физическая интерпретация переменных (2), для случая пассивного движения показана на рис. 1.

Запишем дифференциальные уравнения для переменных (2). Для этого продифференцируем их правые и левые части по времени и после преобразований получим:

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{r}_{cp} &= \frac{2}{\lambda} a_T, \\
\Delta \dot{L}_{cp} &= -1.5\lambda \Delta r_{cp} - \frac{2}{\lambda} a_S, \\
\dot{i} &= \frac{1}{\lambda} (a_S \sin \varphi + 2a_T \cos \varphi), \\
\dot{\varphi} &= \lambda + \frac{a_S \cos \varphi - 2a_T \sin \varphi}{\lambda l}, \\
\dot{i}_z &= \frac{1}{\lambda} a_W \cos \varphi_z, \\
\dot{\varphi}_z &= \lambda - \frac{a_W \sin \varphi_z}{\lambda l_z}.
\end{aligned} \quad (3)$$

Анализ уравнений (3) показывает, что вековое движение (Δr_{cp} и ΔL_{cp}) связано с периодическим (l и φ) только через управляющее ускорение a , что в ряде случаев позволит рассмотреть вековое движение отдельно от периодического.

В правых частях 4-го и 6-го уравнения системы (3) имеются особенности, связанные с наличием в знаменателе параметров l и l_z что приводит к вычислительным трудностям при малых значениях последних, что характерно для околокруговых орбит и орбит с близкими наклонениями.

Для устранения указанных особенностей можно перейти к переменным:

$$\begin{aligned}
l_x &= l \cos(\varphi), \quad l_y = l \sin(\varphi); \\
x_z &= l_z \cos(\varphi_z), \quad y_z = l_z \sin(\varphi_z).
\end{aligned} \quad (4)$$

Запишем в окончательном виде систему дифференциальных уравнений относительного движения, не имеющую вычислительных особенностей:

$$\begin{cases}
\Delta \dot{r}_{cp} = \frac{2a_T}{\lambda}, \\
\Delta \dot{L}_{cp} = -1.5\lambda \Delta r_{cp} - \frac{2a_S}{\lambda}, \\
\dot{i}_x = -\lambda l_y + \frac{2a_T}{\lambda}, \\
\dot{i}_y = \lambda l_x + \frac{a_S}{\lambda}, \\
\dot{x}_z = -\lambda y_z + \frac{a_W}{\lambda}, \\
\dot{y}_z = \lambda x_z.
\end{cases} \quad (5)$$

В дальнейшем ограничимся рассмотрением только продольного относительного движения, полагая, что вектор тяги лежит в местной вертикальной плоскости.

Запишем проекции управляющего ускорения на оси орбитальной цилиндрической системы координат в следующем виде:

$$\begin{aligned}
a_T &= a \delta \cos(\alpha), \\
a_S &= a \delta \sin(\alpha).
\end{aligned} \quad (6)$$

Здесь α — угол отклонения вектора тяги от трансверсального направления; δ — функция включения тяги $\delta = \{0; 1\}$ для данного варианта.

Получим уравнения движения в безразмерном виде. Для этого разделим правую и левую часть четырех первых уравнений системы (5) на масштабный множитель для фазовых координат $K = 2a\lambda^{-2}$ и для времени $\bar{t} = \lambda t$, получим:

$$\begin{cases}
\Delta \dot{\bar{r}}_{cp} = \cos(\alpha) \delta, \\
\Delta \dot{\bar{L}}_{cp} = -1.5\Delta \bar{r}_{cp} - \sin(\alpha) \delta, \\
\dot{\bar{i}}_x = \cos(\alpha) \delta - \bar{i}_y, \\
\dot{\bar{i}}_y = \frac{\sin(\alpha) \delta}{2} + \bar{i}_x.
\end{cases} \quad (7)$$

Система уравнений (7) инвариантна к величине ускорения от тяги КА2 и параметрам орбиты КА1. Далее, для упрощения записи, верхний символ “—” будет опущен. Подразумевается, что все переменные безразмерны.

Учитывая, что расход массы во время маневра мал, то примем, что величина ускорения от тяги КА2 постоянна.

Для полноты модели добавим к уравнениям соотношение для расчета моторного времени работы двигателей:

$$\dot{i}_{\text{мот}} = \delta.$$

При трансверсальной ориентации вектора тяги, система (7) примет вид:

$$\begin{cases}
\Delta \dot{\bar{r}}_{cp} = \delta, \\
\Delta \dot{\bar{L}}_{cp} = -1.5\Delta \bar{r}_{cp}, \\
\dot{\bar{i}}_x = \delta - \bar{i}_y, \\
\dot{\bar{i}}_y = \bar{i}_x, \\
\dot{i}_{\text{мот}} = |\delta|.
\end{cases} \quad (8)$$

Здесь $\delta = \{-1; 0; 1\}$ — функция включения тяги при ее трансверсальной ориентации.

2. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Рассмотрим задачу построения оптимального управления продольными составляющими относительного движения со свободной и трансверсальной ориентацией вектора тяги с пассивными участками.

Для варианта *свободной ориентации вектора тяги* ставится задача определения оптимальной зависимости угла отклонения тяги от трансверсального направления $\alpha_{\text{опт}}$ от времени и зависимости оптимальной функции включения тяги $\delta_{\text{опт}}$

от времени, которые удовлетворяют граничным условиям:

$$\begin{aligned} t = 0: \quad \Delta r_{cp} &= \Delta r_{cp0}, \quad \Delta L_{cp} = \Delta L_{cp0}, \\ l_x &= l_{x0}, \quad l_y = l_{y0}; \\ t = t_k: \quad \Delta r_{cp} &= 0, \quad \Delta L_{cp} = 0, \quad l_x = 0, \quad l_y = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

и доставляют минимум критерию задачи:

$$t_{\text{мот}} = \int_0^{t_{\text{общ}}} \delta \, dt \rightarrow \min \quad (10)$$

при фиксированной продолжительности маневра $t_{\text{общ}}$.

В соответствии с общим алгоритмом принципа максимума Понтрягина, запишем Гамильтониан системы (7):

$$H = \Psi_{\Delta r_{cp}} \cos(\alpha) \delta - \Psi_{\Delta L_{cp}} (1.5 \Delta r_{cp} + \sin(\alpha) \delta) + \Psi_{l_x} (\cos(\alpha) \delta - l_y) + \Psi_{l_y} \left(\frac{\sin(\alpha) \delta}{2} + l_x \right) + \Psi_{t_{\text{мот}}} \delta. \quad (11)$$

Здесь $\Psi_{\Delta r_{cp}}$, $\Psi_{\Delta L_{cp}}$, Ψ_{l_x} , Ψ_{l_y} и $\Psi_{t_{\text{мот}}}$ – сопряженные переменные, уравнения для которых имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_{\Delta r_{cp}} &= 1.5 \Psi_{\Delta L_{cp}}, \\ \dot{\Psi}_{\Delta L_{cp}} &= 0, \\ \dot{\Psi}_{l_y} &= \Psi_{l_x}, \\ \dot{\Psi}_{l_x} &= -\Psi_{l_y}, \\ \dot{\Psi}_{t_{\text{мот}}} &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Сопряженная система имеет аналитическое решение:

$$\begin{aligned} \Psi_{\Delta r_{cp}}(t) &= \Psi_{\Delta r_{cp0}} + 1.5t \Psi_{\Delta L_{cp0}}, \\ \Psi_{\Delta L_{cp}}(t) &= \Psi_{\Delta L_{cp0}}, \\ \Psi_{l_y}(t) &= \sqrt{\Psi_{l_{x0}}^2 + \Psi_{l_{y0}}^2} \sin \left(t + \arctg \left(\frac{\Psi_{l_{y0}}}{\Psi_{l_{x0}}} \right) \right), \\ \Psi_{l_x}(t) &= \sqrt{\Psi_{l_{x0}}^2 + \Psi_{l_{y0}}^2} \cos \left(t + \arctg \left(\frac{\Psi_{l_{y0}}}{\Psi_{l_{x0}}} \right) \right), \\ \Psi_{t_{\text{мот}}}(t) &= \Psi_{t_{\text{мот}0}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Оптимальное управление определим из условия максимума Гамильтониана (11), получим:

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{опт}} &= \arctg \left(\frac{\Psi_{l_y} - \Psi_{\Delta L_{cp}}}{\Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}}} \right), \\ \delta_{\text{опт}} &= \\ &= \frac{1 + \text{sign} \left(\sqrt{\left(\frac{\Psi_{l_y}}{2} - \Psi_{\Delta L_{cp}} \right)^2 + (\Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}})^2} + \Psi_{t_{\text{мот}}} \right)}{2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Для варианта *трансверсальной ориентации вектора тяги* ставится задача определения оптимальной зависимости функции включения тяги $\delta_{\text{опт}}$ от времени, которая удовлетворяет граничным условиям (9) и доставляет минимум по затратам моторного времени (10) при фиксированном общем времени $t_{\text{общ}}$.

В соответствии с общим алгоритмом принципа максимума Понтрягина, запишем Гамильтониан системы (8):

$$H = \Psi_{\Delta r_{cp}} \delta - \Psi_{\Delta L_{cp}} 1.5 \Delta r_{cp} + \Psi_{l_x} (\delta - l_y) + \Psi_{l_y} l_x + \Psi_{t_{\text{мот}}} |\delta|. \quad (15)$$

Граничные условия задачи имеют вид (9), уравнения для сопряженных множителей и их аналитические решения имеют вид (12) и (13) соответственно.

Оптимальное управление определим как максимум Гамильтониана (15), получим

$$\delta_{\text{опт}} = \begin{cases} -1 & \Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}} < -|\Psi_{t_{\text{мот}}}| \\ 0 & -|\Psi_{t_{\text{мот}}}| < \Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}} < |\Psi_{t_{\text{мот}}}| \\ 1 & \Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}} > |\Psi_{t_{\text{мот}}}|. \end{cases} \quad (16)$$

Таким образом, задача оптимального управления сводится к двухточечной краевой задаче определения начальных значений сопряженных переменных для системы дифференциальных уравнений (7) или (8), дополненной уравнениями для сопряженных переменных (12) с граничными условиями (9) и управлением (14) или (16).

3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

При формировании численной процедуры определения оптимального управления центральной проблемой является сходимость краевой задачи. Для рассматриваемого круга задач был использован подход, связанный со сведением краевой задачи к поиску минимума функции невязок:

$$\begin{aligned} F &= c_1 \left(\Delta r_{cp}^* - \Delta r_{cpk} \right)^2 + c_2 \left(\Delta L_{cp}^* - \Delta L_{cpk} \right)^2 + \\ &+ c_3 \left(l_x^* - l_{xk} \right)^2 + c_4 \left(l_y^* - l_{yk} \right)^2, \end{aligned}$$

где параметры, отмеченные звездочкой, получались в ходе численного интегрирования дифференциальных уравнений; c_i – весовые коэффициенты.

Минимум функции невязок определялся градиентным методом, итерационная формула которого имеет вид:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - \gamma_i \nabla F(\mathbf{x}_i),$$

Таблица 1. Рассматриваемые граничные условия

	Вариант А $ l_0 - l_k \gg \Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk} $	Вариант Б $ l_0 - l_k \approx \Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk} $	Вариант В $ l_0 - l_k \ll \Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk} $
1	$\Delta r_{cp0} = 34.13 \text{ км (1.815)},$ $\Delta L_{cp0} = 2557 \text{ км (136)},$ $l_0 = 188 \text{ км (10)}$	$\Delta r_{cp0} = 341.3 \text{ км (18.15)},$ $\Delta L_{cp0} = 25575 \text{ км (1360)},$ $l_0 = 94.03 \text{ км (5)}$	$\Delta r_{cp0} = 682 \text{ км (36.3)},$ $\Delta L_{cp0} = 51151 \text{ км (2720)},$ $l_0 = 37.6 \text{ км (2)}$
2	$\Delta r_{cp0} = 34.13 \text{ км (1.815)},$ $\Delta L_{cp0} = 2557 \text{ км (136)},$ $l_0 = 282.08 \text{ км (15)}$	$\Delta r_{cp0} = 341.3 \text{ км (18.15)},$ $\Delta L_{cp0} = 25575 \text{ км (1360)},$ $l_0 = 376.11 \text{ км (20)}$	$\Delta r_{cp0} = 682 \text{ км (36.3)},$ $\Delta L_{cp0} = 51151 \text{ км (2720)},$ $l_0 = 94.03 \text{ км (5)}$

Таблица 2. Рассматриваемые граничные условия

	Вариант Г $ l_0 - l_k \approx \Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk} $	Вариант Д $ l_0 - l_k \approx \Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk} $
1	$\Delta r_{cp0} = 341.3 \text{ км (18.15)},$ $\Delta L_{cp0} = 12787 \text{ км (680)},$ $l_0 = 94.03 \text{ км (5)}$	$\Delta r_{cp0} = 341.3 \text{ км (18.15)},$ $\Delta L_{cp0} = 51151 \text{ км (2720)},$ $l_0 = 94.03 \text{ км (5)}$
2	$\Delta r_{cp0} = 341.3 \text{ км (18.15)},$ $\Delta L_{cp0} = 12787 \text{ км (680)},$ $l_0 = 376.11 \text{ км (20)}$	$\Delta r_{cp0} = 341.3 \text{ км (18.15)},$ $\Delta L_{cp0} = 51151 \text{ км (2720)},$ $l_0 = 376.11 \text{ км (20)}$

где x_i — вектор неизвестных; γ_i — константа, задающая величину шага в направлении антиградиента; $\nabla(F)$ — компоненты вектора градиента функции F ; i — номер итерации.

Другую сложность при решении краевой задачи вызывает выбор начального приближения для сопряженных переменных. Предложен подход, предусматривающий решение задачи быстродействия на первом этапе, а на втором, используя найденное решение в качестве начального приближения, решение серии задач о минимуме моторного времени при постепенном увеличении затрат общего времени.

Выбор весовых коэффициентов представляет собой отдельную задачу, не имеющую строго алгоритма решения. Попытка решения задачи без весовых коэффициентов показала, что, в зависимости от сочетания граничных условий (доминирование векового или периодического движения), в первую очередь удовлетворяется граничное условие для доминирующего компонента относительного движения, а удовлетворение оставшихся граничных условий происходит очень медленно. В связи с чем были введены весовые коэффициенты, которые “ослабляют” невязку по доминирующему граничному условию. Эвристически установлено, что при доминировании требования коррекции векового движения $c_2 = 0.001$, при доминировании требования коррекции периодического движения $c_3 = c_4 = 0.001$.

Расчеты выполнены для геостационарной орбиты. Угловая скорость КА1 $\lambda = 7.2921 \cdot 10^{-5}$ рад/с. Ускорение от тяги КА2 принято равным $5 \cdot 10^{-5}$ м/с², параметр $K = 18.8058$ км.

Анализировалось решение задач оптимального управления при различных типах граничных условий.

Исследовано влияние составляющих движения Δr_{cp} и l при постоянном ΔL_{cp} на критерии задачи (табл. 1) и влияние составляющей ΔL_{cp} при постоянных Δr_{cp} и l (табл. 2). При расчетах фазовый угол ϕ_0 принят равным нулю, конечные условия движения нулевые: $\Delta r_{cp} = \Delta L_{cp} = l_x = l_y = 0$. В табл. 1 и 2 приведены размерные и в скобках соответствующие им безразмерные начальные условия движения.

На рисунках красным цветом показаны результаты решения задачи с трансверсальной ориентацией тяги, синим — со свободной, пассивные участки обозначены черным цветом.

На рис. 2 показан пример траектории и управление для граничных условий 2А, т.е. при доминировании коррекции периодического движения, при свободной и трансверсальной ориентации тяги.

Анализ траекторий векового движения для случая $|l_0 - l_k| > |\Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk}|$ (рис. 2а) показывает, что траектория представляет собой “пилообразную” кривую, что обеспечивается чередованием

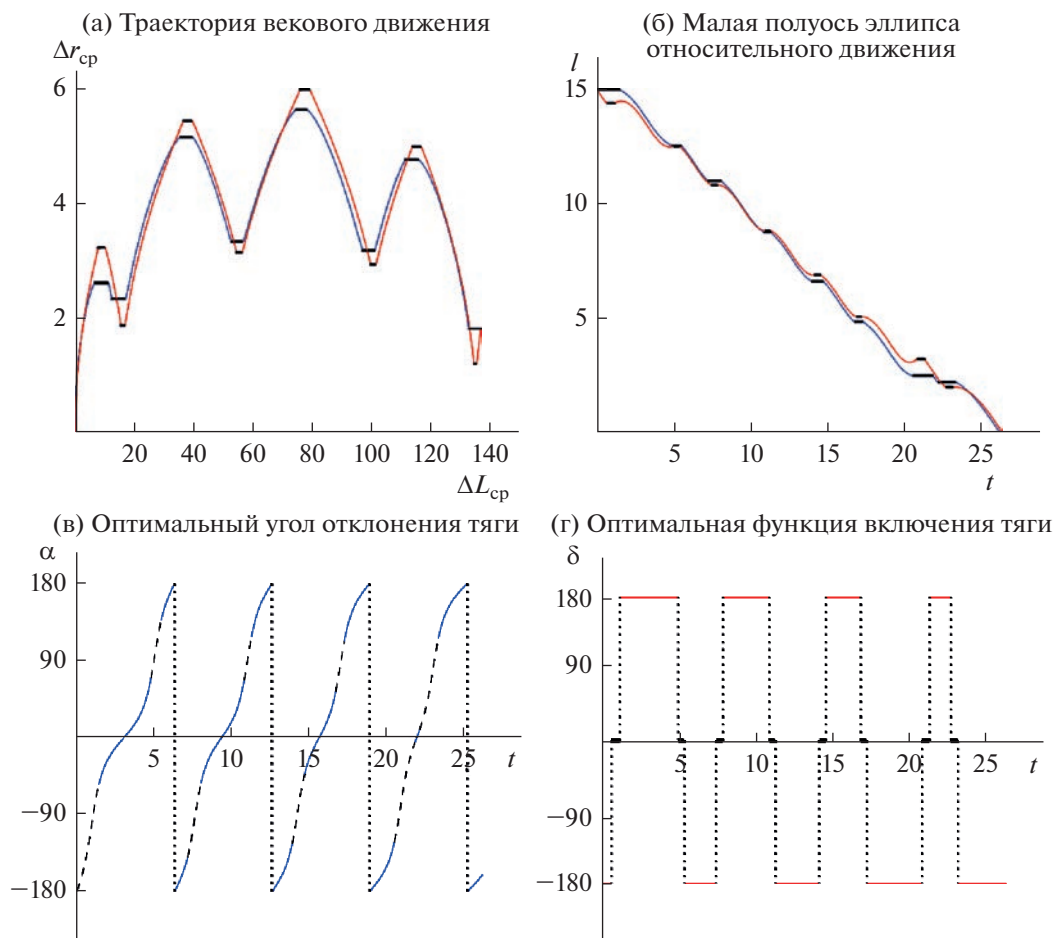


Рис. 2. Пример траекторий и оптимального управления относительным движением для случая $|l_0 - l_k| > |\Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk}|$, граничные условия 2А, в примере общее время 26.98 при трансверсальной ориентации вектора тяги и 26.21 при свободной, а моторное время задавалось 20.65 для обоих вариантов.

знака трансверсальной тяги (рис. 2г) или колебаниями угла отклонения тяги между 0 и π , т.е. от трансверсального отрицательного до положительного направления (рис. 2в).

Анализ зависимости малой полуоси эллипса относительного движения от времени (рис. 2б), показывает, что она практически монотонно изменяется от начального до конечного значения.

Анализ оптимальной программы угла отклонения тяги $\alpha(t)$ (рис. 2в) показывает, что угол α на активных участках близок к 0° или 180° , что соответствует включению тяги в положительном или отрицательном трансверсальном направлении (рис. 2г).

На рис. 3 и 4 показаны траектории и управление при свободной и трансверсальной ориентации вектора тяги для граничных условий 1Б, что соответствует варианту доминирования коррекции векового движения.

Как следует из рис. 3а и 3б, на траектории векового движения исчезают участки увеличения среднего смещения вдоль радиуса орбиты (рис. 4а), а

эллипса относительного движения от времени можно выделить две области доминирования коррекции векового движения (на рис. 3а первая — на участке ΔL_{cp} от 1369 до 1150 и вторая — на участке ΔL_{cp} от 500 до 0, на рис. 3б первая — время от 0 до 6 рад, вторая — время от 23 до конца), между которыми расположена область доминирования коррекции периодического движения.

В областях коррекции векового движения угол отклонения тяги близок к нулю и 180° (рис. 3в), что соответствует ориентации тяги в положительном и отрицательном трансверсальном направлении (рис. 3г).

Как следует из рис. 3в и 4в в областях коррекции периодического движения угол отклонения тяги α изменяется от 0° до 180° (рис. 3в), что соответствует чередованию знака тяги при ее трансверсальной ориентации (рис. 3г). При минимальных затратах моторного времени на траектории векового движения исчезают участки увеличения среднего смещения вдоль радиуса орбиты (рис. 4а), а

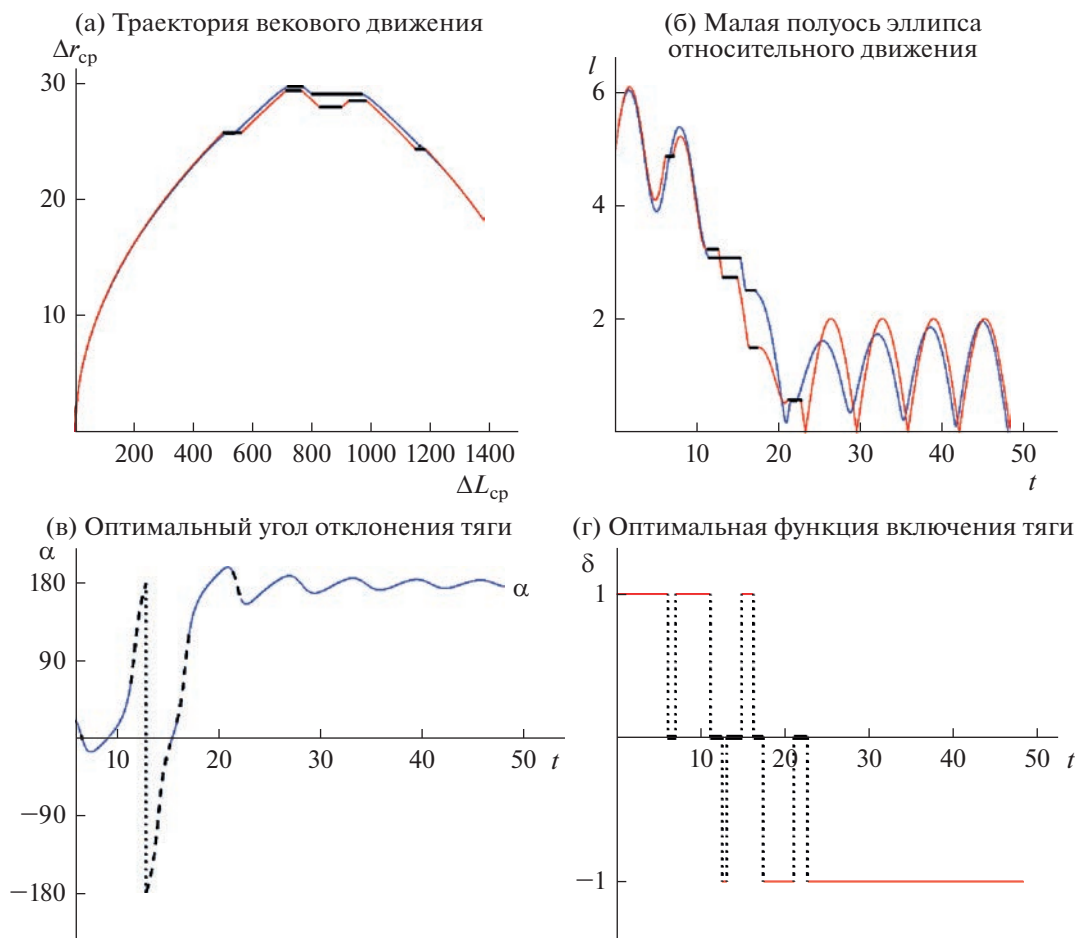


Рис. 3. Пример траекторий относительного движения для случая $|\Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk}| > |l_0 - l_k|$, граничные условия 1Б, в примере общее время 48.75 при трансверсальной ориентации вектора тяги и 48.43 при свободной, а моторное время задавалось 41.75 для обоих вариантов.

угол отклонения тяги на активных участках становится близким только к 180° (рис. 4в), что соответствует включениям тяги только в отрицательном трансверсальном направлении (рис. 4г), чем и обусловлен искомый минимум затрат моторного времени.

На рис. 5 показаны траектории и управление для граничных условий 2б, т.е. при сопоставимых по абсолютной величине приращениях среднего смещения вдоль радиуса орбиты и малой полуоси эллипса относительного движения.

Как следует из рис. 5, в этом случае траектория векового движения (рис. 5а) состоит из двух областей. В первой (на рис. 5б время от 0 до 35 рад или на рис. 5а ΔL_{cp} от 1369 до 250) происходит основное уменьшение малой полуоси эллипса относительного движения, во второй (оставшаяся часть траектории) происходит окончательная «подгонка» вековых и периодических составляющих движения. Аналогичен и характер управления. В первой области оптимальный угол отклонения тяги ко-

леблется между 0° и 180° , во второй он близок к 180° (рис. 5в), что соответствует переключению знака трансверсальной тяги в первой области и постоянству знака тяги во второй (рис. 5г).

На рис. 6 показана зависимость общего времени от моторного в области введенных граничных условий (табл. 1 и табл. 2). На рис. 6 показаны безразмерные критерии задачи — моторное и общее время и соответствующие им размерные величины — затраты характеристической скорости и затраты общего времени. На рис. 6 цифрами обозначены некоторые пределы затраты моторного времени:

- цифрой “1” обозначено $t_{\text{мот}} = |l_0 - l_k| = 10$, что соответствует граничным условиям 1А в части размера малой полуоси эллипса относительного движения;
- цифрой “2” обозначено $t_{\text{мот}} = |l_0 - l_k| = 15$, что соответствует граничным условиям 2А в части размера малой полуоси эллипса относительного движения;

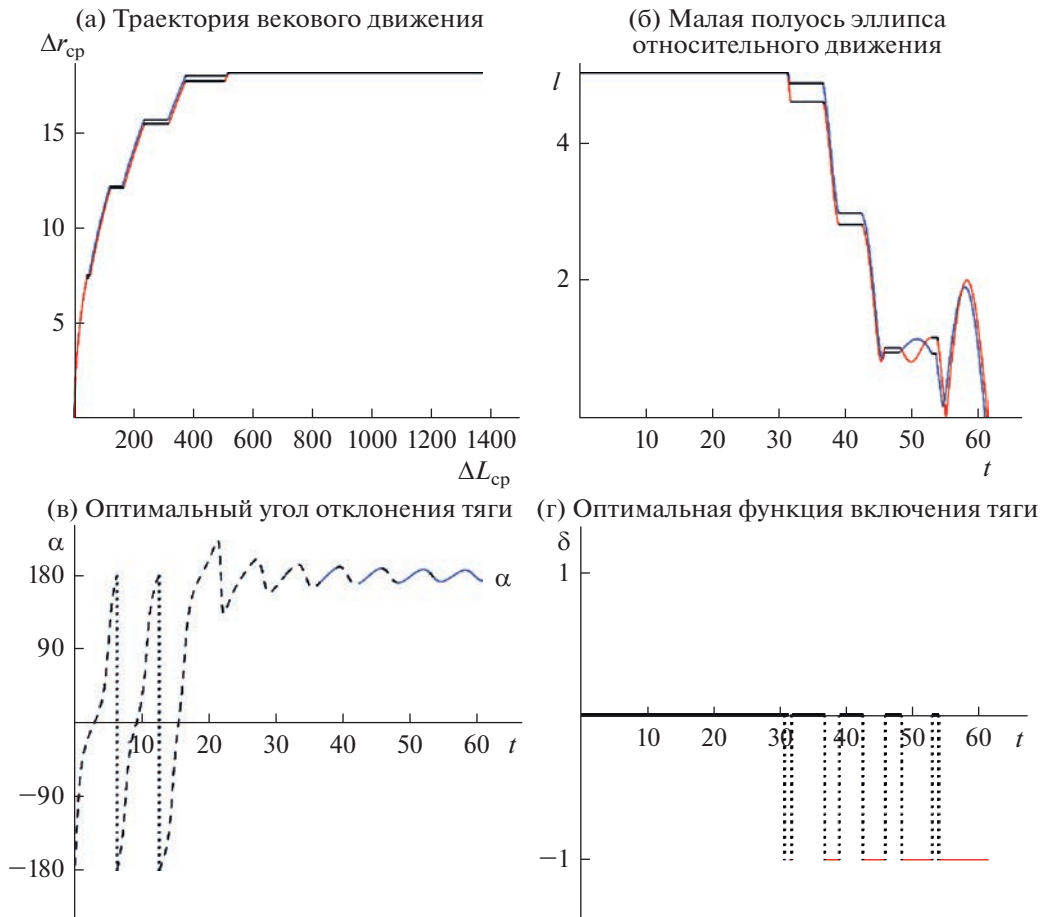


Рис. 4. Пример траекторий относительного движения для случая $|\Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk}| > |l_0 - l_k|$, граничные условия 1Б, в примере общее время 61.36 при трансверсальной ориентации вектора тяги и 60.99 при свободной, а моторное время задавалось 18.15 для обоих вариантов.

- цифрой “3” обозначено $t_{\text{мот}} = |\Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk}| = 18.15$ что соответствует граничным условиям 1Б в части изменения среднего смещения вдоль радиуса орбиты;

- цифрой “4” обозначено $t_{\text{мот}} = |l_0 - l_k| = 20$ что соответствует граничным условиям 2Б в части изменения среднего смещения вдоль радиуса орбиты;

- цифрой “5” обозначено $t_{\text{мот}} = |\Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk}| = 36.3$ что соответствует граничным условиям В в части изменения среднего смещения вдоль радиуса орбиты.

Как следует из рис. 6, затраты моторного времени ограничены справа предельным значением, полученным в решении задачи быстродействия, а слева их предельным значением, которое стремится к:

1. $\min(t_{\text{мот}}) = |l_0 - l_k|$, если выполнено условие $|l_0 - l_k| > |\Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk}|$ (вариант граничных усло-

вий А и 2Б по табл. 1, а также 2Д по табл. 2, на рис. 6 отмечен вертикальными линиями 1, 2 и 4);

2. $\min(t_{\text{мот}}) = |\Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk}|$, если выполнено условие $|\Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk}| > |l_0 - l_k|$ (вариант граничных условий 1Б и В по табл. 1, а также Г и 1Д по табл. 2, на рис. 6 отмечен вертикальными линиями 3 и 5).

Нетрудно заметить, что предельные затраты моторного времени для общего случая определяются как $\min(t_{\text{мот}}) = \max(|\Delta r_{cp0} - \Delta r_{cpk}|, |l_0 - l_k|)$.

Влияние составляющей движения ΔL_{cp} на величину критерия задачи (моторное время) сложное. В области сравнительно большого моторного времени (правые части кривых на рис. 6) имеет место резкое увеличение критерия задачи; при сравнительно малом моторном времени имеет место резкое увеличение моторного времени при слабо изменяемом моторном. Что достаточно просто объяснимо с физической точки зрения. При малом моторном времени основную часть

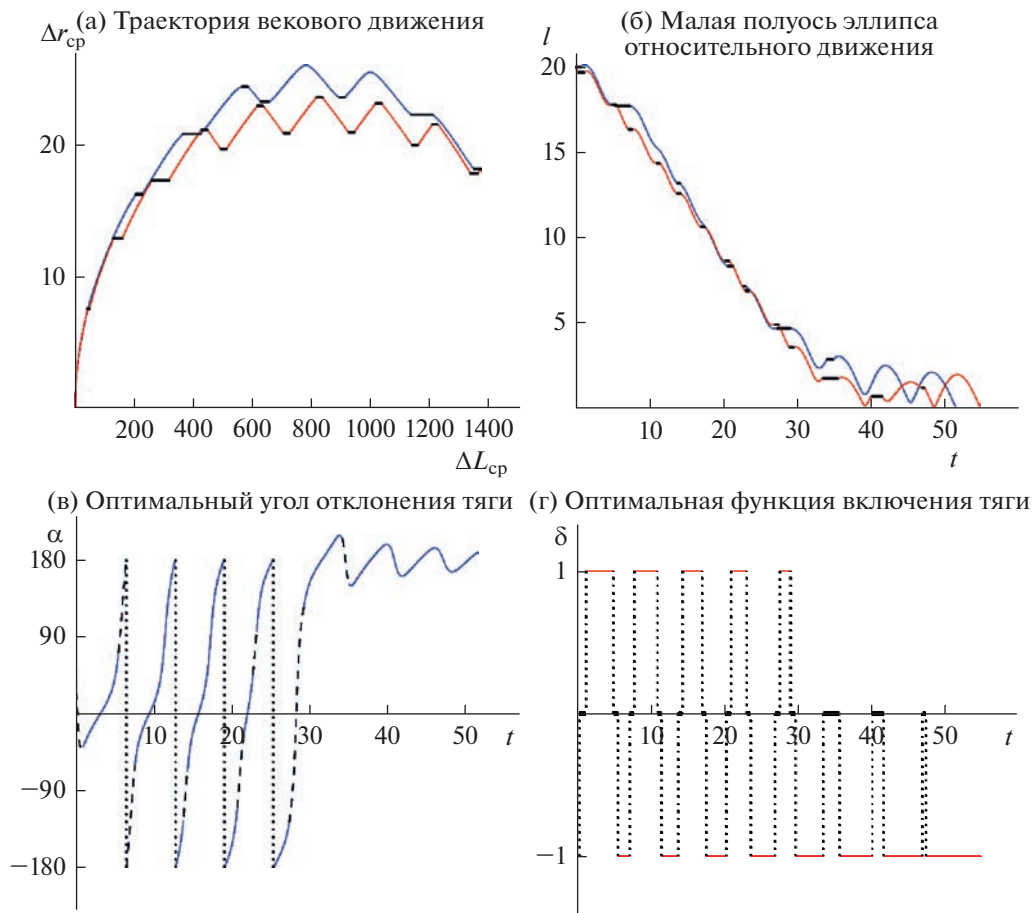


Рис. 5. Пример оптимального управления для случая $|\Delta r_{\text{ср}0} - \Delta r_{\text{ср}k}| > |l_0 - l_k|$, граничные условия 1Б, в примере общее время 54.92 при трансверсальной ориентации вектора тяги и 51.62 при свободной, а моторное время задавалось 44.3 для обоих вариантов.

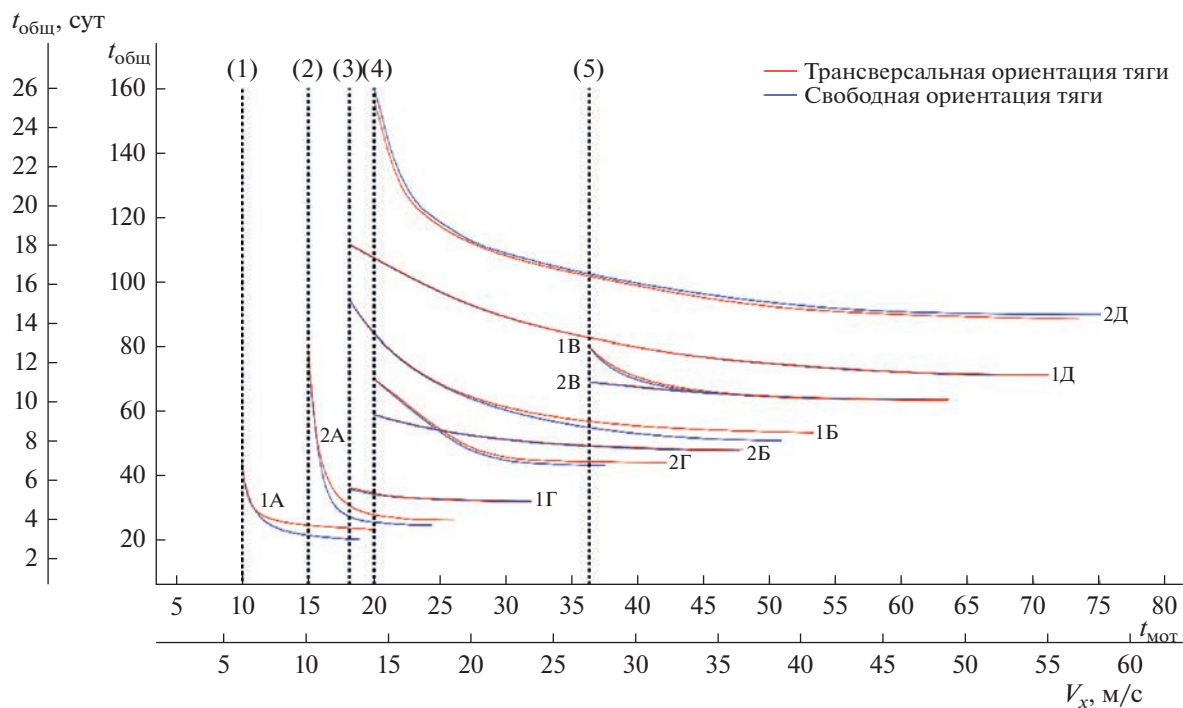


Рис 6. Пример зависимостей критериев задачи для граничных условий (табл. 1 и табл. 2).

траектории занимают пассивные участки, на которых составляющая $\Delta L_{\text{ср}}$ непрерывно изменяется, а оставшиеся составляющие движения постоянны.

Использование свободной ориентации тяги позволяет уменьшить затраты моторного времени, по сравнению с трансверсальной тягой:

- при доминировании коррекции периодического движения на 5–7%;
- при сопоставимых граничных условиях для векового и периодического движения на 3–5%;
- при доминировании коррекции векового движения на величину менее 1%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования оптимальных программ управления относительным движением на базе безразмерной модели с выделением вековых и периодических параметров движения позволили определить их структуру и характерные особенности для различных типов граничных условий.

При доминировании параметров периодического движения над вековым программа управления на витке содержит по одному разгонному и тормозному участку, которые разделены пассивными участками. Продолжительность коррекции будет зависеть от граничных условий.

При доминировании параметров векового движения над периодическим программа управления вектором тяги на концах оптимальной траектории близка к программе с трансверсальной ориентацией, а в средней части близка к программе с релейной структурой с двумя переключениями тяги на витке, пассивные участки сначала появляются в области коррекции периодического движения, затем векового.

При сопоставимых компонентах векового и периодического движения оптимальная программа будет носить сложный характер, сочетая описанные выше программы.

Для каждого типа граничных условий получены оценки предельных значений затрат моторного и общего времени на перелет при решении за-

дачи управления на быстродействие и задачи управления на минимум моторного времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баранов А.А., Ролдугин Д.С. Шестиимпульсные маневры встречи космических аппаратов на околокруговых некомпланарных орбитах // Косм. исслед. 2012. Т. 50. № 6. С. 472–480. (Cosmic Research. P. 441–448).
2. Войковский А.П., Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федотов А.В. Автономная реализация динамических операций на геостационарной орбите. II. Синтез алгоритмов управления // Известия РАН. Теория и системы управления. 2016. Т. 55. № 6. С. 107–128.
3. Константинов М.С., Мин Т. Метод оптимизации траекторий выведения КА с электроракетной двигательной установкой на ГСО // Вестник Московского авиационного института. 2009. Т. 16. № 5. С. 282–290.
4. Салмин В.В., Четвериков А.С. Управление плоскими параметрами орбиты геостационарного космического аппарата с помощью двигателя малой тяги // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2015. Т. 14. № 4. С. 92–101.
<https://doi.org/10.18287/2412-7329-2015-14-4-92-101>
5. Улыбышев Ю.П. Оптимизация многорежимных траекторий сближения с ограничениями // Косм. исслед. 2008. Т. 46. № 2. С. 135–147. (Cosmic Research. P. 133–145).
6. Петухов В.Г. Квазиоптимальное управление с обратной связью для многовиткового перелета с малой тягой между некомпланарными эллиптической и круговой орбитами // Косм. исследования. 2011. Т. 49. № 2. С. 128–137. (Cosmic Research P. 121–130).
7. Константинов М.С. Механика космического полета. М.: Наука, 1989.
8. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1969.
9. Анпазов Р.Ф., Сытин О.Г. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.
10. Ишков С.А. Сближение космических аппаратов с малой тягой на околокруговых орбитах // Косм. исслед. 1992. Т. 30. № 2. С. 165–179.