

УДК: 629.78 : 531

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЙ ВЫВЕДЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ОРБИТЫ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЛУНЫ

© 2024 г. С. А. Бобер^{1,2}, С. А. Аксенов^{1,2,*}

¹Национальный исследовательский институт «Высшая школа экономики», Москва, Россия

²Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

*saksenov@hse.ru

Поступила в редакцию 25.09.2023

После доработки 13.02.2024

Принята к публикации 15.02.2024

В работе предлагается метод построения траекторий выведения космического аппарата на круговую полярную орбиту искусственного спутника Луны (ИСЛ), основанный на использовании свойств инвариантных многообразий решений круговой ограниченной задачи трех тел. Такой подход по сравнению с классическим гомановским переходом позволяет существенно сократить тормозной импульс за счет увеличения времени перелета. Процесс построения орбит перелета включает два этапа. На первом этапе производится анализ решений круговой ограниченной задачи трех тел, в результате которого выбираются наименее затратные варианты выхода на орбиту ИСЛ. На втором этапе в эфемеридной модели Солнечной системы строятся орбиты, соответствующие найденным вариантам и проходящие на заданном расстоянии от Земли. Разработанный метод применен для анализа возможностей перелетов на полярные орбиты ИСЛ высотой 150 км в 2030 г. Описаны варианты выхода на орбиту ИСЛ, соответствующие значениям тормозного импульса 619.5 и 623.3 м/с при продолжительности перелета 111 дней и 93 дня соответственно.

DOI: 10.31857/S0023420624050045, EDN: IHSGTC

ВВЕДЕНИЕ

Исследование околополярных областей Луны — одна из приоритетных задач освоения космоса [1, 2]. Проведение таких исследований предполагает вывод космических аппаратов (КА) на околополярные круговые орбиты искусственного спутника Луны (ИСЛ) в качестве начальной орбиты посадки для посадочных миссий и рабочей орбиты — для орбитальных [3, 4]. В этой связи представляется актуальной задача минимизации тормозного импульса при выведении КА на орбиту ИСЛ.

Уменьшение тормозного импульса по сравнению с прямым гомановским переходом при перелетах к Луне может быть достигнуто за счет применения биэллиптических переходов [5, 6], двухимпульсных схем торможения [7, 8] или использования инвариантных многообразий орбит вокруг околоземных точек либрации [9, 10]. Суть этих подходов заключается в использовании естественной динамики системы

Солнце — Земля — Луна, позволяющей за счет увеличения времени перелета снизить затраты характеристической скорости.

Обширные обзоры возможностей перелетов на орбиту ИСЛ, предоставляемых естественной динамикой системы Солнце — Земля — Луна, и методики построения таких перелетов представлены в работах [10, 11]. Для плоской круговой ограниченной задачи четырех тел методом полного перебора были рассчитаны тысячи траекторий перелета с низкой круговой околоземной орбиты высотой 167 км на круговую орбиту ИСЛ высотой 100 км и найдены Парето-оптимальные варианты по продолжительности перелета и величине совокупных затрат характеристической скорости. При увеличении времени перелета с 90 до 110 дней, минимальные затраты характеристической скорости сокращаются с 3831.5 до 3824.5 м/с. При этом дополнительный облет Луны позволяет уменьшить эту величину на 200 м/с. Информация о величине тормозного импульса в данных работах отсутствует.

В недавней статье [12] показано, что тормозной импульс при переходе на орбиты ИСЛ высотой 100 км может составлять 631...644 м/с при времени перелета от 90 до 182 дней.

Методы, примененные в публикациях [9–12], объединяет использование структуры и свойств инвариантных многообразий круговой ограниченной задачи трех тел. Одним из таких свойств является обеспечивающая естественные переходы между окрестностями точек либрации возможность касания устойчивого многообразия, ассоциированного с орбитами вокруг точки L_2 системы Земля – Луна, и неустойчивых многообразий, ассоциированных с орбитами вокруг точек L_1 и L_2 системы Солнце – Земля. Попадание в окрестности точек либрации L_1 и L_2 системы Солнце – Земля с орбиты искусственного спутника Земли (ИСЗ) обеспечивается за счет движения вдоль устойчивых многообразий, ассоциированных с орбитами вокруг этих точек. Переход из окрестности точки L_2 системы Земля – Луна на орбиту ИСЛ осуществляется вдоль соответствующего неустойчивого многообразия.

Таким образом, перелет осуществляется за счет двух импульсов: разгонного, переводящего КА с орбиты ИСЗ на орбиту перелета, и тормозного, переводящего КА с орбиты перелета на орбиту ИСЛ. Движение в течение перелета осуществляется в пассивном режиме за счет естественной динамики системы Солнце – Земля – Луна. Основной проблемой при построении траекторий таких перелетов является их неустойчивость и высокая чувствительность к изменяемым параметрам, что требует поиска приемлемого начального приближения. Поэтому построение траекторий всегда осуществляется в несколько этапов.

В статье [9] расчет начального приближения осуществляется посредством построения инвариантных многообразий систем Солнце – Земля и Земля – Луна в рамках круговой ограниченной задачи трех тел и поиска их точек касания, после чего полученная траектория уточняется уже в задаче четырех тел и впоследствии переводится в эфемеридную посредством дифференциальных коррекций. В публикациях [10, 11] начальное приближение строится методом полного перебора комбинаций параметров перелета.

В работе [12] осуществляется поиск траекторий, принадлежащих неустойчивым многообразиям, ассоциированным с орбитами вокруг точек L_1 и L_2 системы Солнце – Земля и касающимся орбиты Луны. Эти траектории впоследствии корректируются в плоской круговой задаче четырех

тел с целью синхронизации с движением Луны и построения траектории выхода на круговую орбиту ИСЛ. Подобный подход используется в работе [13], где параметры отлетного вектора варьируются для получения траектории, касающейся орбиты Луны, для построения начального приближения.

Перечисленные методы не подходят для построения перелетов на полярные орбиты, поскольку не позволяют задавать наклонение орбиты ИСЛ. В статье [14] на основе автоматического перебора интегрируемых в обратном времени траекторий, соединяющих орбиты ИСЗ и ИСЛ, сделано сравнение прямых перелетов с низкоэнергетическими. В частности, показано, что использование прямых схем перелета на орбиты ИСЛ с наклонением выше 60° невозможно без существенных затрат характеристической скорости. При построении траекторий использовался метод полного перебора с варьированием четырех параметров (аргумента перицентра и долготы восходящего узла орбиты ИСЛ, даты, величины тормозного импульса), требующий существенных вычислительных затрат при анализе возможностей перелета в заданном временном диапазоне. По этой причине анализ возможностей перелета на орбиты ИСЛ в работе [14] осуществлялся лишь для восьми дат внутри года, соответствующих характерным положениям Земли, Солнца и Луны.

В данной работе предлагается метод построения траекторий выведения космического аппарата на полярные орбиты ИСЛ, развивающий подход, разработанный в исследованиях [9–12]. С целью уменьшения количества варьируемых параметров по сравнению с полным перебором, используемым в статье [14], построение траектории перелета осуществляется в два этапа. На первом этапе в круговой ограниченной задаче трех тел, моделирующей систему Земля – Луна, осуществляется поиск параметров орбиты ИСЛ, минимизирующих значение тормозного импульса при перелете из окрестности точки L_2 на целевую орбиту ИСЛ. Вектор состояния, соответствующий найденной орбите, используется как начальное условие для интегрирования ограниченной задачи N тел, учитывающей влияние Солнца и планет Солнечной системы, в обратном времени до достижения перигея. Заданная высота перигея обеспечивается за счет варьирования тормозного импульса. Результатом работы алгоритма становится траектория перелета с круговой околоземной орбиты заданного радиуса на полярную орбиту ИСЛ. Предложенный

алгоритм может применяться для анализа различных вариантов перелета в течение заданного промежутка времени и выбора оптимальной с точки зрения расхода характеристической скорости даты старта. В настоящей работе приведен пример оценки влияния даты старта на расход характеристического импульса для 2030 г. с шагом в сутки.

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ

Круговая ограниченная задача трех тел

Рассматриваемая схема перелета на орбиту ИСЛ использует особенности динамики круговой ограниченной задачи трех тел. С целью упрощения дальнейшего изложения здесь приводятся общеизвестная постановка данной задачи, определения и факты, используемые при разработке метода построения траекторий. Движение КА описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x}, \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y}, \\ \ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z}, \end{cases} \quad (1)$$

где x , y и z — координаты космического аппарата во вращающейся системе координат (СК) с центром, расположенном в центре масс двух массивных тел, движущихся вокруг него по круговым орбитам. Ось X направлена вдоль линии, соединяющей массивные тела, ось Y сонаправлена со скоростью меньшего из них, ось Z дополняет систему до правой тройки. В данной работе будут рассмотрены вращающиеся СК, для которых массивными телами выступают системы Земля — Луна и Солнце — Земля.

Все величины, входящие в уравнение (1), носят безразмерный характер. Масштабы времени и расстояния выбираются таким образом, чтобы расстояние между массивными телами и угловая скорость их движения вокруг барицентра были равны единице. Функция U называется псевдопотенциалом и определяется следующим соотношением:

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{\mu}{|\vec{r}_2 - \vec{r}|} + \frac{1 - \mu}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|}, \quad (2)$$

где μ — коэффициент, равный отношению массы меньшего тела (m_2) к сумме масс массивных

тел ($\mu = m_2/(m_1 + m_2)$); $\vec{r}_i$ — радиус-векторы массивных тел: $\vec{r}_1 = (-\mu, 0, 0)^T$, $\vec{r}_2 = (1 - \mu, 0, 0)^T$; $\vec{r} = (x, y, z)^T$ — радиус-вектор КА. Уравнения (1) описывают стационарную гамильтонову систему, гамильтониан которой имеет вид:

$$\hat{H} = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - U(x, y, z). \quad (3)$$

Поскольку гамильтониан (3) стационарен, система (1) имеет первый интеграл, который принято обозначать $J_C = -2\hat{H}$. Очевидно, что для заданного значения J_C координаты КА могут находиться только в области, задаваемой неравенством:

$$U(x, y, z) \geq \frac{1}{2}J_C. \quad (4)$$

Единственными известными аналитическими решениями круговой ограниченной задачи трех тел являются положения равновесия, называемые коллинеарными (L_1, L_2, L_3) и треугольными (L_4, L_5) точками либрации. Коллинеарные точки либрации лежат на оси X и являются неустойчивыми положениями равновесия типа седло-центр-центр. При линеаризации системы (1) вокруг этих точек возникают решения следующего вида:

$$\begin{cases} x - \gamma = A_1 e^{\lambda t} + A_2 e^{-\lambda t} + A_x \cos(\omega_x t + \phi_x), \\ y = c A_1 e^{\lambda t} - c A_2 e^{-\lambda t} - k A_x \sin(\omega_x t + \phi_x), \\ z = A_z \cos(vt + \psi), \end{cases} \quad (5)$$

где γ — координата точки либрации, определяющая ее положение на оси X ; $A_1, A_2, A_x, A_z, \phi_x$ и ψ — константы, определяемые начальным вектором состояния; c, k, ω_x и v — параметры системы, зависящие только от μ и γ .

Среди решений системы (5) выделяют траектории принадлежащие центральному ($A_1 = A_2 = 0$), устойчивому ($A_1 = 0, A_2 \neq 0$) и неустойчивому ($A_1 \neq 0, A_2 = 0$) многообразиям. Траектории, у которых оба коэффициента A_1 и A_2 ненулевые, называют транзитными, в случае если знаки A_1 и A_2 различны. В противном случае траектория называется нетранзитной. Описанная структура решений линеаризованной задачи имеет место и в исходной нелинейной системе (1) в окрестностях коллинеарных точек либрации [15, 16]. Она отличается наличием периодических и квазипериодических орбит вокруг точек либрации, а также устойчивых и неустойчивых инвариантных многообразий, разделяющих пространство векторов состояния на

области, отвечающие транзитным и нетранзитным траекториям.

Строгий критерий, позволяющий по вектору состояния установить является ли траектория транзитной или нетранзитной в исходной нелинейной задаче отсутствует. Поэтому на практике используются косвенные геометрические критерии, позволяющие ответить на этот вопрос. На применении такого подхода основаны методы расчета орбит вокруг точек либрации, предложенные в работах [17–20]. В качестве критерия для определения транзитной орбиты может применяться пересечение некоторой плоскости [20], сферы [18] или нелинейной поверхности, образованной вращением горизонтальной орбиты Ляпунова [19].

Построение траекторий перелета к Луне

Алгоритм построения траекторий перелета к Луне состоит из двух этапов. На первом этапе в круговой ограниченной задаче трех тел, моделирующей систему Земля – Луна, осуществляется поиск транзитных орбит, позволяющих перевести КА на полярную орбиту ИСЛ заданной высоты с минимальным тормозным импульсом. На втором этапе в эфемеридной модели Солнечной системы рассчитывается пассивная перелетная траектория с круговой околоземной орбиты радиуса 6545 км (высота орбиты — 167 км).

Для построения транзитных орбит использован геометрический критерий, предложенный ранее в работе [18] и основанный на использовании характерных особенностей структуры пространства векторов состояния круговой ограниченной задачи трех тел. Область возможных положений, определяемую соотношением (4), можно разделить на три подобласти, соответствующие трем слагаемым правой части уравнения (2), как показано на рис. 1а. Первое слагаемое отвечает внешней подобласти, второе — подобласти преимущественного влияния Луны и третье — подобласти преимущественного влияния Земли. При больших значениях J_C эти подобласти не связаны между собой. При $J_C \leq 3.1884$ вторая и третья подобласти объединяются посредством перешейка в окрестности точки L_1 . При $J_C \leq 3.1722$ первая и вторая подобласти объединяются посредством перешейка в окрестности точки L_2 . Движение КА, начинающееся около Луны, будет транзитным по отношению к L_2 , если после попадания в ее окрестность он покинет вторую подобласть и окажется в первой. В качестве формального критерия этого перехода выбрано пересечение сферы с центром в Земле и радиусом 500 тыс. км, что проиллюстрировано на рис. 1б.

Вектор состояния на круговой полярной орбите ИСЛ заданной высоты однозначно определяется двумя параметрами: долготой восходящего узла (Ω) и истинной аномалией (τ). Для

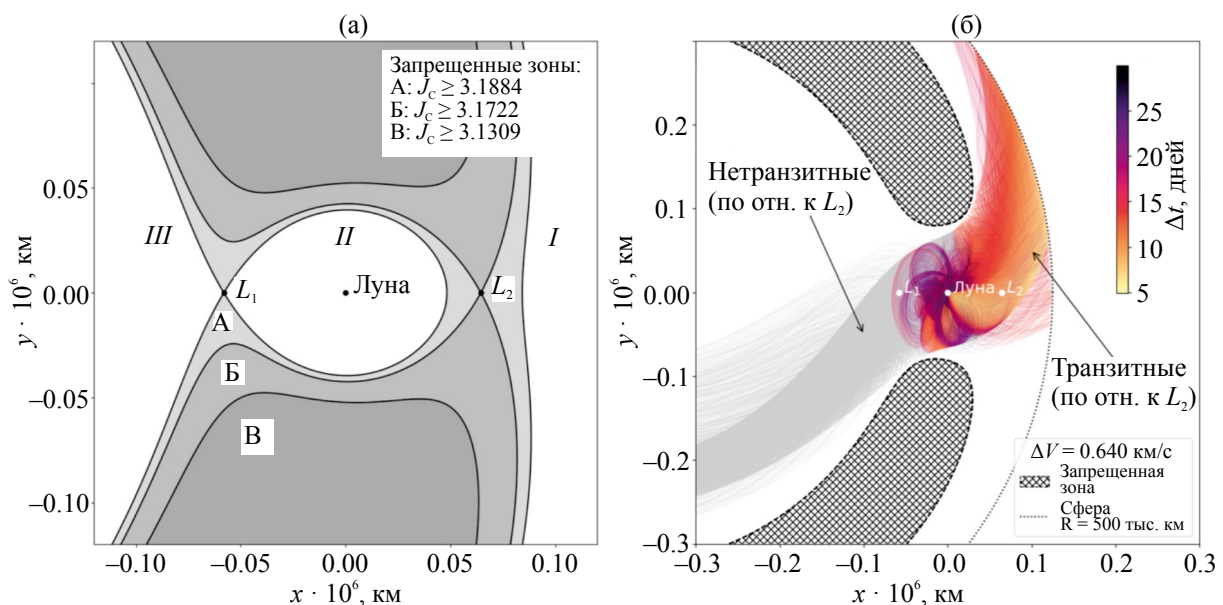


Рис. 1. Области возможных положений и идентификация транзитных орбит круговой ограниченной задачи трех тел: (а) Области возможных положений для различных значений константы Якоби; (б) Определение транзитных орбит по критерию пересечения сферы радиуса 500 тыс. км с центром в Земле.

иллюстрации принципа работы критерия определения транзитных по отношению к L_2 орбит на рис. 1б представлены траектории, полученные при полном переборе этих параметров с шагом в один градус при заданном значении $\Delta V_M = 640$ м/с. Пересечение сферы с плоскостью xy показано пунктиром. Область плоскости xy , состоящая из точек, не удовлетворяющих критерию (4) отмечена штриховкой. Цвет транзитной орбиты отвечает времени, необходимому для пересечения сферы, в соответствии с приведенной на рисунке шкалой. Можно видеть, что все транзитные по отношению к L_2 траектории пересекают описанную выше сферу.

При заданном значении $J_C < 3.1722$, время, требующееся для перехода из второй подобласти в первую, зависит от начального вектора состояния и, вообще говоря, не ограничено. Поэтому при поиске транзитных орбит рассматривались только такие варианты, при которых добавление к вектору состояния, соответствующему круговой орбите ИСЛ, апсидального импульса скорости ΔV_M приводило к пересечению сферы в течение заданного промежутка времени Δt_M .

В работе посредством полного перебора с шагом в 1° отыскивалась комбинация (Ω, τ) , обеспечивающая минимальное значение ΔV_M при заданном Δt_M . Поскольку орбиты, соответствующие найденным сочетаниям Ω , τ и ΔV_M , являются транзитными, они всегда проходят через окрестность точки L_2 . Это означает, что уменьшением ΔV_M до некоторого значения $\Delta V_{M,\min}$ можно добиться перехода на орбиту вокруг этой точки либрации.

В рамках данного исследования поиск $\Delta V_{M,\min}$ осуществлялся посредством метода ограничивающих плоскостей, описанного авторами в предыдущих работах [20, 21]. Интегрирование круговой ограниченной задачи трех тел осуществлялось посредством программной библиотеки OrbiPy [22]. Использовался метод интегрирования *Dop853*, который принадлежит классу явных методов Рунге — Кутты 8-го порядка с переменным шагом. Погрешность интегрирования выбрана в 10^{-12} безразмерных единиц ($\sim 4 \cdot 10^{-7}$ км для системы Земля — Луна).

В силу симметрии круговой ограниченной задачи трех тел, найденным таким образом вариантам перехода с полярной орбиты ИСЛ на орбиту вокруг точки L_2 соответствуют зеркальные варианты перехода с орбиты вокруг L_2 на орбиту ИСЛ. Для этих вариантов значения $\Delta V_{M,\min}$ сохраняются, а величины Ω и τ меняют знак.

На втором этапе расчет орбит перелета осуществлялся в эфемеридной модели Солнечной системы с помощью программного пакета GMAT [22] посредством численного интегрирования системы уравнений движения в невращающейся прямоугольной геоцентрической системе координат. Для задания геопотенциала использовалась гравитационная модель GSFC JGM-2 с разложением по сферическим гармоникам 8×8 . Солнце, Луна и планеты Солнечной системы учитывались как точечные массы.

Интегрирование траектории осуществляется в обратном времени для найденных на предыдущем этапе комбинаций Ω и τ , взятых с обратным знаком. Сначала осуществляется уточнение найденного в ограниченной задаче трех тел значения переходного импульса — $\Delta \tilde{V}_{M,\min}$ (переходные импульсы, рассчитанные в эфемеридной задаче, будем обозначать волной сверху). После чего осуществляется варьирование переходного импульса $\Delta \tilde{V}_M$ в пределах $\Delta \tilde{V}_{M,\min}, \Delta \tilde{V}_{M,\min} + 1$ м/с. При построении орбиты, уравнения движения интегрируются, начиная с момента применения тормозного импульса у Луны и заканчивая моментом достижения перигея. Таким образом, численно строится функция, описывающая зависимость радиуса перигея от тормозного импульса: $R_{\Pi}(\Delta \tilde{V}_M)$. Значения $\Delta \tilde{V}_M$, соответствующие заданной высоте перигея, отыскиваются методом секущих.

РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2 приведены результаты расчета транзитных орбит для значений Δt_M , равных 10, 15, 20 и 30 дням. Значения Ω и τ отложены по горизонтальной и вертикальной осям соответственно. Штрихованные области, соответствующие различным значениям ΔV_M , ограничивают комбинации Ω и τ , приводящие к транзитным орбитам за заданное время. Маркерами отмечены точки, соответствующие минимальным значениям ΔV_M . Когда τ принимает значения, равные 0° или 180° , начальная скорость направлена ортогонально плоскости xy . Комбинации (Ω, τ) , приводящие к движению КА в противоположную от Земли сторону, принадлежат областям, заштрихованным на рис. 2а. При увеличении Δt_M структура областей параметров, приводящих к транзитным орбитам усложняется, причем минимальные значения ΔV_M наблюдаются при сочетаниях Ω и τ , соответствующих направлению «к Земле». Это объясняется

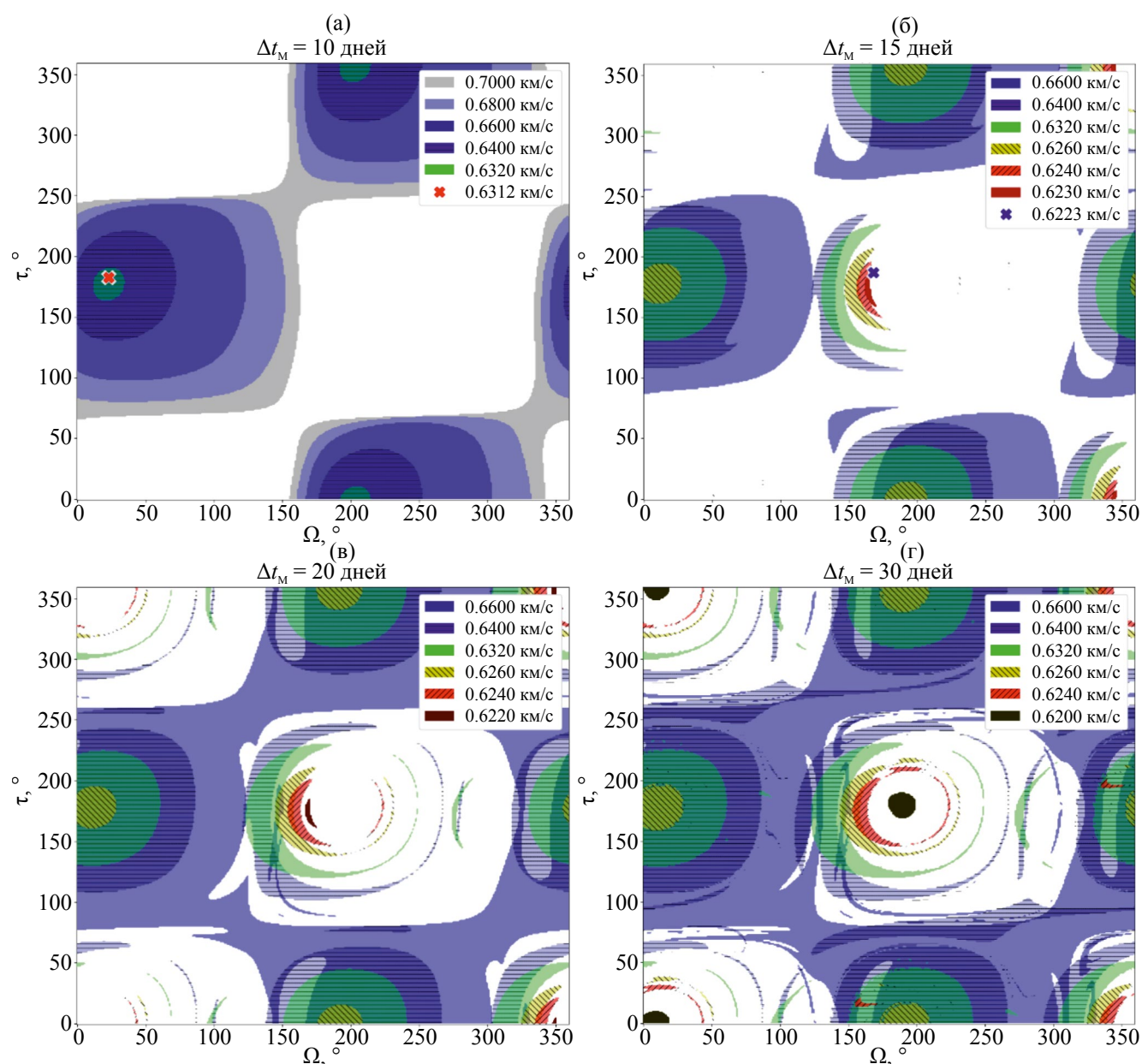


Рис. 2. Комбинации долготы восходящего узла (Ω) полярной орбиты и истинной аномалии (τ) КА, которые при применении апсидального маневра ΔV_M приводят к транзитным орбитам за время Δt_M , равное: (а) 10 дням; (б) 15 дням; (в) 20 дням; (г) 30 дням.

тем, что при достаточном количестве времени, возникают траектории перехода в окрестность точки L_2 через окрестность точки L_1 .

На рис. 3 приведены примеры решений круговой ограниченной задачи трех тел, соответствующих минимумам ΔV_M , полученным при Δt_M равном 10 и 15 дням. Точки, на плоскости $\Omega - \tau$, соответствующие этим орбитам, отмечены маркерами на рис. 2. Траектории, изображенные на рис. 3а, соответствуют комбинации параметров ($\Omega = 23^\circ$, $\tau = 183^\circ$), приводящей к движению по

направлению «от Земли». Пунктирной линией изображена траектория, соответствующая $\Delta V_M = 631.2$ м/с. КА попадает на транзитную по отношению к L_2 орбиту и быстро покидает сферу действия Луны. Время нахождения в окрестности L_2 может быть увеличено с помощью метода ограничивающих плоскостей, что приведет к уменьшению ΔV_M . Траектория, соответствующая $\Delta V_{M,\min} = 625.4$ м/с, рассчитанная в ограниченной задаче трех тел, представлена на рис. 3а непрерывной линией.

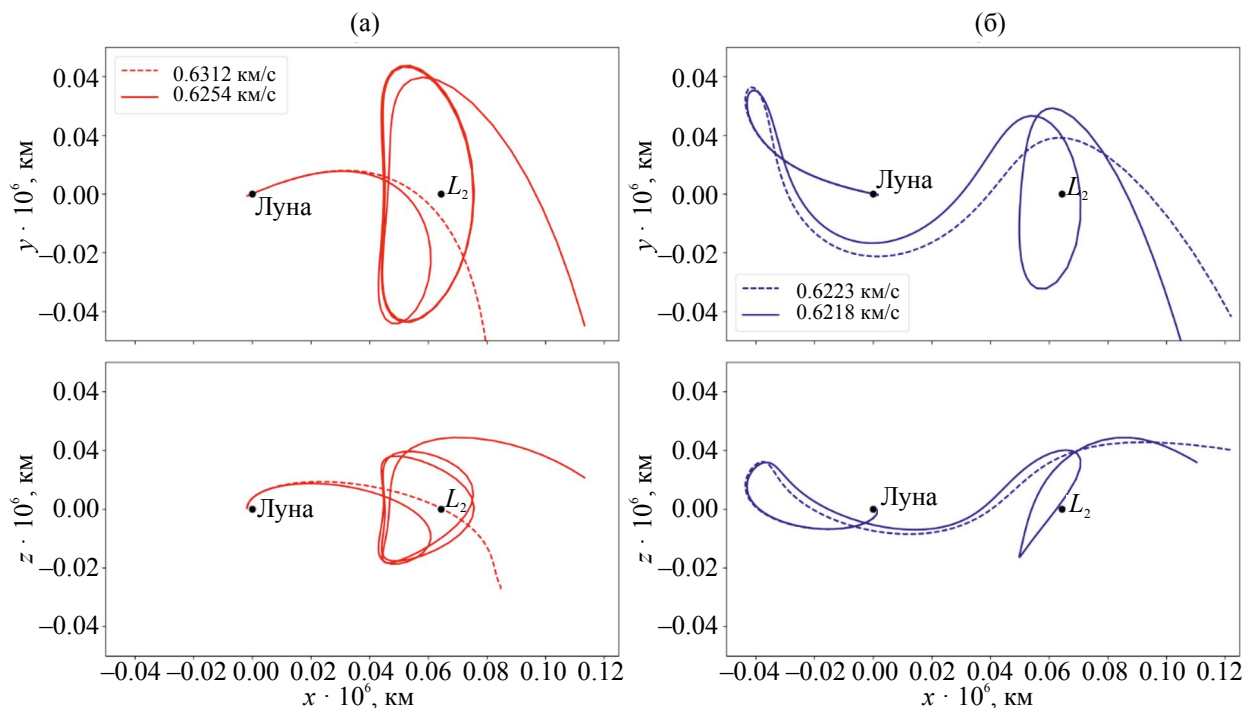


Рис. 3. Примеры решений круговой ограниченной задачи трех тел, соответствующие значениям Ω , τ при применении отлетных импульсов ΔV_M (пунктир) и $\Delta V_{M,\min}$ (непрерывная линия), полученным при расчете транзитных орбит при различных значениях Δt_M : (а) 10 дней; (б) 15 дней.

Траектории, изображенные на рис. 3б, соответствуют начальному направлению движения к Земле. Пунктирной линией изображена траектория, соответствующая $\Delta V_M = 622.3$ м/с, непрерывной линией — траектория, соответствующая начальной скорости, уточненной с помощью метода плоскостей ($\Delta V_{M,\min} = 621.8$ м/с). Эти траектории будут нетранзитными по отношению к точке L_1 и транзитными по отношению к точке L_2 . Космический аппарат направляется в окрестность L_1 , но не переходит в область преимущественного влияния Земли, а возвращается к Луне и, облетая ее, попадает в окрестность L_2 . При увеличении ΔV_M орбита становится транзитной по отношению к L_1 и, как следствие, не приводит к L_2 . Таким образом, увеличение импульса приводит к тому, что КА не может удалиться на 500 тыс. км от Земли в течение заданного срока. В рассматриваемом примере вектор состояния, соответствующий $\Omega = 168^\circ$, $\tau = 187^\circ$ и $\Delta V_M = 622.3$ м/с, приводит в течение 15 дней к транзитной по отношению к L_2 орбите и не приводит к таковой при $\Delta V_M = 625$ м/с. Это хорошо видно на рис. 2б — точка, отмеченная маркером, принадлежит заштрихованной области, соответствующей 623 м/с, и не принадлежит областям, соответствующим большим значениям ΔV_M .

Такой эффект характерен для точек, отвечающих орбитам непрямого перелета к L_2 . Если перелет к L_2 не связан с дополнительными облетами Луны (примером служит орбита, изображенная на рис. 3а), этого эффекта не наблюдается.

На втором этапе производилось интегрирование уравнений движения в реалистичной системе сил, учитывающей гравитационное влияние Солнца, Луны и планет Солнечной системы. Траектории строились в обратном времени для векторов состояния, соответствующих взятым с обратным знаком значениям Ω и τ , найденным на первом этапе. В качестве примера был выбран 2030 г.

При рассмотрении траектории вне рамок ограниченной задачи трех тел возникают возмущения, связанные с эллиптичностью орбиты Луны, влиянием Солнца и планет Солнечной системы, поэтому значение $\Delta \tilde{V}_{M,\min}$ изменяется в зависимости от времени совершения импульса. На рис. 4 представлены зависимости $\Delta \tilde{V}_{M,\min}$ от даты в пределах 2030 г. (непрерывная линия) в сравнении со значением, полученным в круговой ограниченной задаче трех тел ($\Delta V_{M,\min}$ — пунктирная линия) для двух вариантов перелета, рассмотренных выше. За счет эксцентриситета и

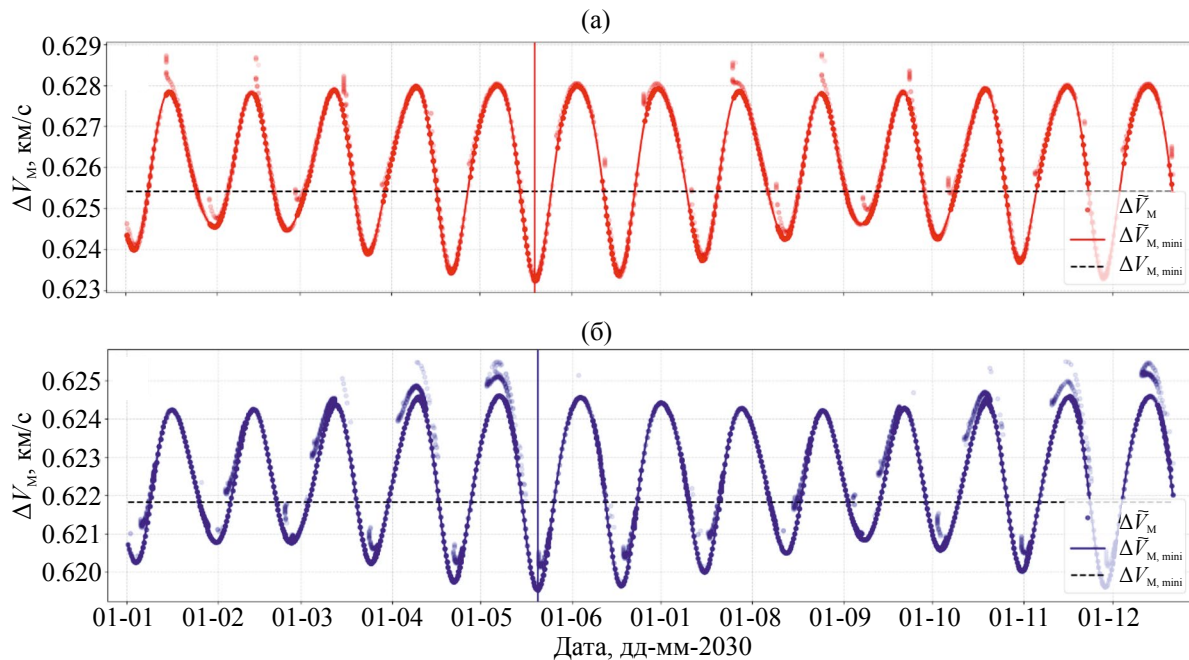


Рис. 4. Зависимость тормозных импульсов у Луны для рассчитанных в эфемеридной модели Солнечной системы вариантов перелета ($\Delta\tilde{V}_M$ — маркеры) в сравнении с импульсом перехода с орбиты вокруг точки либрации, рассчитанным в эфемеридной модели ($\Delta\tilde{V}_{M,\min}$ — сплошная линия) и в ограниченной задаче трех тел ($\Delta V_{M,\min}$ — пунктирная линия) от времени их выполнения для двух вариантов перелета: (а) маршрут без облета точки L_1 системы Земля — Луна; (б) маршрут с облетом точки L_1 системы Земля — Луна.

эволюции Лунной орбиты, а также влияния Солнца, величина переходного импульса меняется в пределах 3...5 м/с в течение каждого лунного месяца.

Представленные на рис. 4 значения $\Delta\tilde{V}_{M,\min}$ приводят к транзитным орбитам, которые задерживаются в окрестности лунной точки L_2 более чем на 40 дней. Увеличение импульса в пределах 1 м/с позволяет сократить этот срок до 10 дней для прямого перелета и 15 дней для перелета через L_1 . Таким образом, при достижении КА расстояния 500 тыс. км от Земли угол между проекцией вектора Земля — КА на плоскость эклиптики и направлением Земля — Солнце может меняться в пределах 360° за счет варьирования значения $\Delta\tilde{V}_M$. Изменение угла в свою очередь приводит к возникновению транзитных и нетранзитных по отношению к точкам либрации L_1 или L_2 орбит в системе Солнце — Земля, часть из которых проходит на требуемом расстоянии от Земли. Таким образом, за счет варьирования переходного импульса осуществляется поиск траекторий перелета на полярные орбиты ИСЛ. Этот процесс проиллюстрирован на рис. 5 и 6.

На рис. 5 представлены орбиты перелета, соответствующие дате выполнения тормозного

импульса у Луны, отвечающей минимуму $\Delta\tilde{V}_M$ (19.V.2030, 12:29:44 UT) среди вариантов прямого перелета L_2 — ИСЛ. На рис. 3а эта дата отмечена вертикальной линией. На рис. 5б траектории представлены во вращающейся СК, соответствующей системе массивных тел Земля — Луна. Варьирование $\Delta\tilde{V}_M$ в пределах 1 м/с порождает пучок траекторий, отличающихся временем, на которое КА задерживается в окрестности лунной точки L_2 . На рис. 5а эти же траектории представлены во вращающейся СК, соответствующей системе Солнце — Земля; можно видеть, что некоторые из них, сделав виток вокруг одной из точек либрации этой системы, проходят на близком расстоянии от Земли. Траектории, перигей которых находится на расстоянии 6545 км от центра Земли, показаны жирными непрерывными и пунктирными линиями. Пунктир означает, что траектория перелета соответствует ретроградной околоземной орбите. Прогрессивным орбитам соответствуют траектории перелета, показанные непрерывной линией. Можно видеть, что низкоэнергетический перелет на орбиту ИСЛ возможен через одну из коллинеарных точек либрации (L_1 или L_2) системы Солнце — Земля. При этом в зависимости от времени нахождения в окрестностях этих точек, перелет может занимать разное

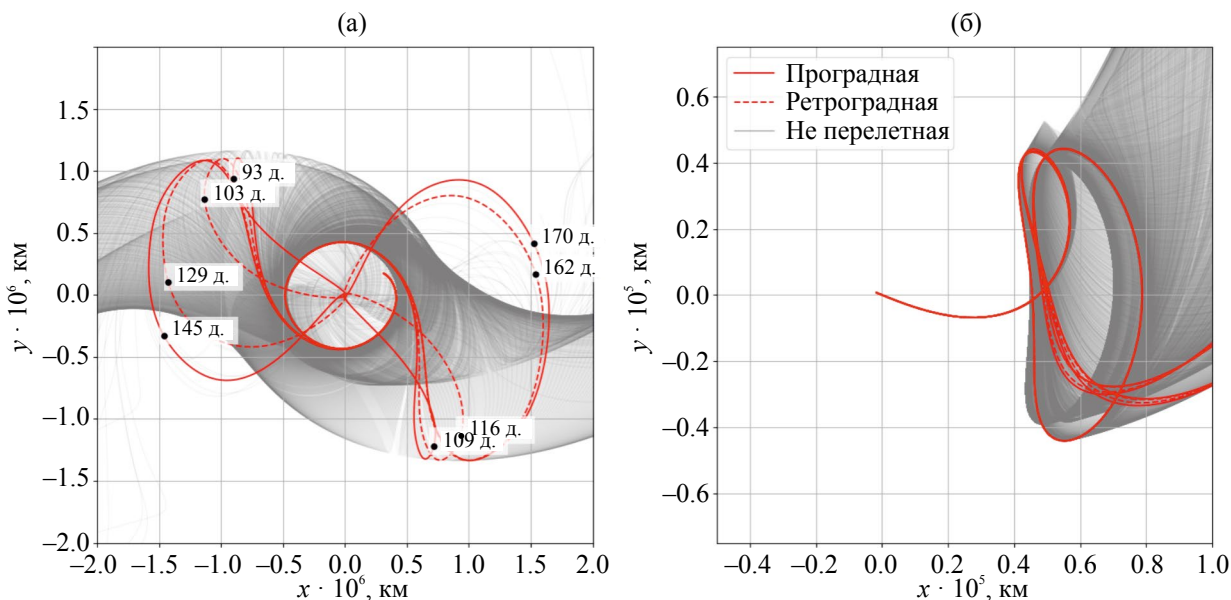


Рис. 5. Варианты перелета на ИСЛ через лунную точку L_2 при совершении тормозного импульса у Луны 19.V.2030, 12:29:44 UT, показанные во вращающихся СК, соответствующих разным системам массивных тел: (а) Солнце – Земля; (б) Земля – Луна.

время. Длительность представленных на рис. 5а вариантов перелета указана рядом с соответствующими траекториями и составляет от 92 до 169 дней.

На рис. 6 представлены орбиты перелета, соответствующие дате выполнения тормозного

импульса у Луны, отвечающей минимуму $\Delta\tilde{V}_M$ (20.V.2030, 05:51:47 UT) среди вариантов перелета $L_2 - L_1 - \text{ИСЛ}$. При варьировании тормозного импульса $\Delta\tilde{V}_M$ в пределах 620...621 м/с найдено четыре варианта перелета, соответствующих

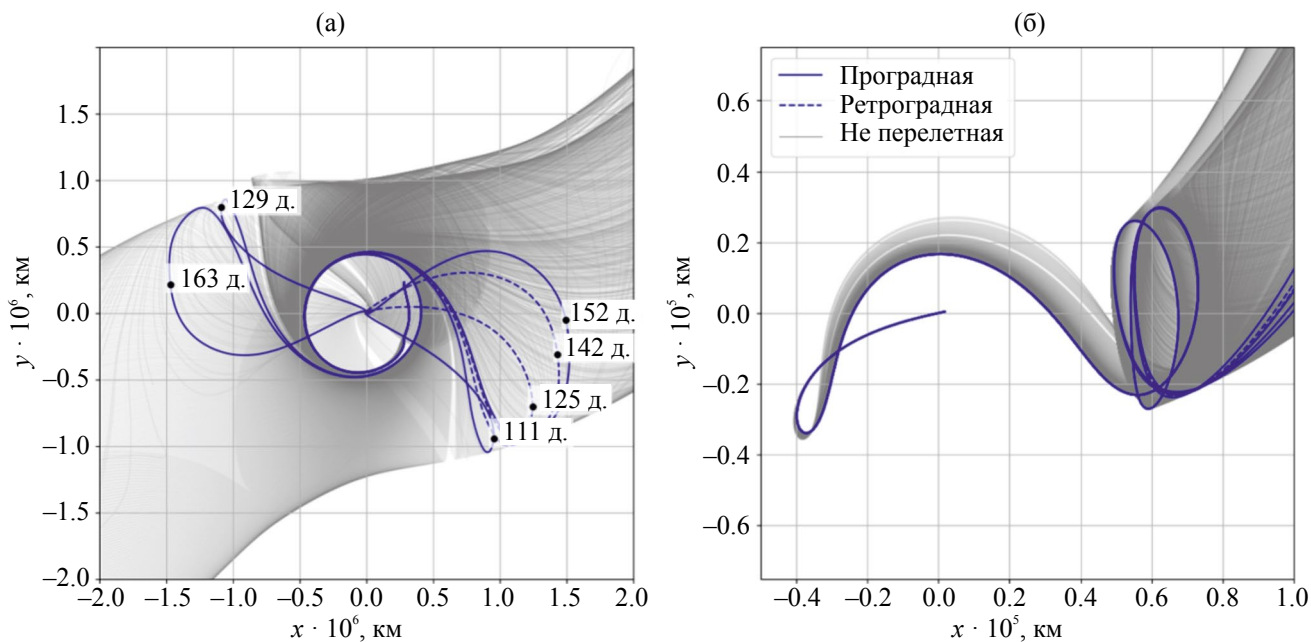


Рис. 6. Варианты перелета на ИСЛ через лунную точку L_1 при совершении тормозного импульса у Луны 20.V.2030, 05:51:47 UT, показанные во вращающихся СК, соответствующих разным системам массивных тел: (а) Солнце – Земля; (б) Земля – Луна.

Таблица 1. Параметры траекторий перелета на полярные орбиты ИСЛ

№	Наклонение околоземной орбиты, град	Дата, время (UT) старта	Время перелета, дни	Тормозной импульс, м/с	Тип перелета
1	24	25.XII.2029, 11:59:52	145	623.3	L_2
2	58	15.II.2030, 11:59:08	93	623.3	L_2
3	66	30.XI.2029, 19:16:48	170	623.2	L_2
4	33	30.I.2030, 10:20:50	109	623.2	L_2
5	66	19.XII.2029, 02:17:59	152	619.5	L_1
6	62	29.I.2030, 15:54:24	111	619.5	L_1
7	28	07.XII.2029, 20:39:27	163	619.5	L_1
8	40	11.I.2030, 14:49:58	129	619.5	L_1

проградным околоземным орбитам длительно-стью от 110 до 163 дней.

Характеристики перелетов, представленных на рис. 5 непрерывными линиями, приведены в табл. 1. В таблице приведены только варианты перелетов, начинающиеся с проградных околоземных орбит. При этом наклонения этих орбит принимают значения от 24° до 66° . Значения наклонений околоземных орбит, с которых начинаются рассчитанные в работе перелеты, приведены на рис. 7 в зависимости от даты старта. Можно видеть, что независимо от маршрута перелета значения возможных наклонений

плотно покрывают диапазон от 30° до 150° . При старте в октябре 2029 или мае 2030 г. существуют перелеты, начинающиеся с околоземной орбиты с наклонением 0° . Задача обеспечения требуемого наклонения выходит за рамки настоящего исследования, однако его результаты показывают принципиальную возможность ее решения при сохранении значений тормозного импульса, проиллюстрированных на рис. 4.

Надо отметить, что варьирование тормозного импульса в пределах 1 м/с теоретически позволяет найти бесконечное количество орбит перелета, поскольку время нахождения

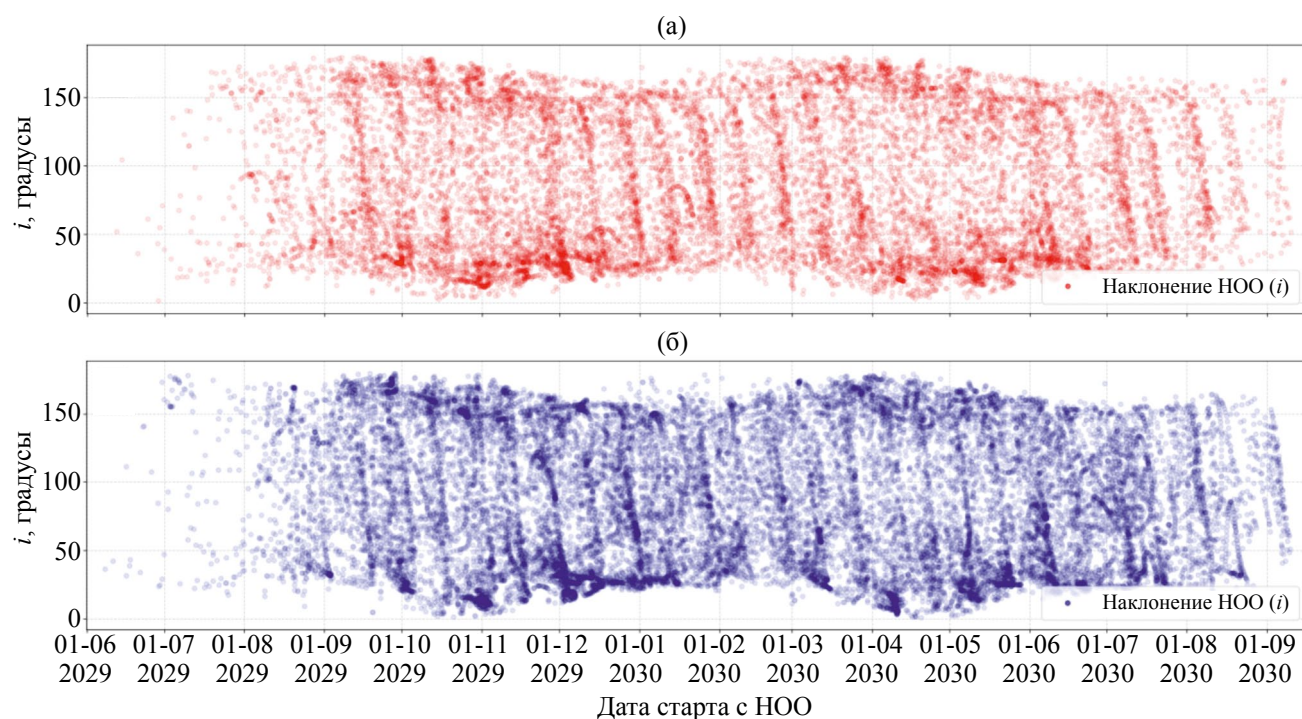


Рис. 7. Наклонение орбиты ИСЗ, с которой начинается перелет, в зависимости от даты старта при использовании различных маршрутов перелета: (а) маршрут без облета точки L_1 системы Земля – Луна; (б) маршрут с облетом точки L_1 системы Земля – Луна.

в окрестности точки либрации может быть неограниченно. Однако разность между $\Delta\tilde{V}_M$ для орбит, совершающих N и $N+1$ оборот вокруг точки либрации, быстро стремится к нулю при увеличении N , что ограничивает возможности численного расчета. С другой стороны, поиск вариантов перелета, занимающих большее время, за счет пренебрежимо малого уменьшения тормозного импульса не представляется продуктивным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлен алгоритм поиска низкоэнергетических траекторий перелета на полярные орбиты ИСЛ и выполнено исследование возможностей осуществления таких перелетов в 2030 г.

Наименьшие значения тормозного импульса достигаются, если приближение к Луне происходит после последовательного облета точек L_2 и L_1 системы Земля – Луна. Если переход на орбиту ИСЛ осуществляется через облет точки L_2 , но без облета точки L_1 , значение тормозного импульса оказывается выше в среднем на 3 м/с.

Минимальное значение тормозного импульса зависит от даты его совершения и может варьироваться в течение года в пределах 5 м/с. В 2030 г. датой, соответствующей минимальному импульсу, является 20 мая. При этом дата старта может меняться в зависимости от длительности пребывания космического аппарата в окрестностях точек либрации систем Солнце – Земля и Земля – Луна, облет которых осуществляется в рамках выбранного варианта перелета.

Показано, что значение тормозного импульса у Луны при перелете на ИСЛ высотой 150 км может составлять 619.5 м/с при времени перелета 111 дней. В этом случае старт с околоземной орбиты должен осуществляться 29.I.2030, после чего космический аппарат последовательно облетает окрестности точки L_2 системы Солнце – Земля, L_2 системы Земля – Луна и L_1 системы Земля – Луна. При увеличении тормозного импульса до 623.3 м/с время перелета может быть сокращено до 93 дней. В этом случае старт должен осуществляться 15.II.2030, а маршрут перелета включает последовательный облет точек L_2 систем Солнце – Земля и Земля – Луна.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Статья подготовлена в ходе работы в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета

«Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ). Исследование выполнено с использованием суперкомпьютерного комплекса НИУ ВШЭ.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефанов В.В., Долгополов В.П. Луна. От исследования к освоению (к 50-летию космических аппаратов «Луна-9» и «Луна-10») // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2016. Т. 34. № 4. С. 3–8.
2. Митрофанов И.Г., Зеленый Л.М. Об освоении Луны. Планы и ближайшие перспективы // Земля и Вселенная. 2019. № 4. С. 16–37. DOI:10.7868/S0044394819040029.
3. Митрофанов И.Г., Зеленый Л.М., Третьяков В.И. и др. Луна-25: Первая полярная миссия на Луну // Астрономический вестник. 2021. Т. 55. № 6. С. 497–508. DOI:10.31857/S0320930X21060098.
4. Казмерчук П.В., Шириаков А.Е. Космический аппарат «Луна-25» – Возвращение на Луну // Астрономический вестник. 2021. Т. 55. № 6. 509–521. DOI:10.31857/S0320930X21060050.
5. Belbruno E.A., Miller J. A ballistic lunar capture trajectory for the Japanese spacecraft Hiten. Technical Report Jet Propulsion Laboratory Interoffice Memorandum 312/90.4-1731-EAB. 1990.
6. Ивашкин В.В. Об оптимальных траекториях полета КА к Луне в системе Земля – Луна – Солнце // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2001.
7. Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В., Симонов А.В. и др. Анализ траекторий выведения КА на высокие орбиты искусственного спутника Луны с использованием двухимпульсного торможения // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2023. Т. 60. С. 27–37. DOI:10.26162/LS.2023.60.2.004.
8. Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В., Симонов А.В. и др. Анализ траекторий выведения космического аппарата на высокие круговые орбиты искусственного спутника Луны // Космические исследования. 2022. Т. 60. С. 235–245. DOI:10.31857/S0023420622030050.
9. Koon W.S., Lo M.W., Marsden J.E. et al. Low energy transfer to the Moon // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2001. V. 81. P. 63–73. DOI:10.1023/A:1013359120468.
10. Oshima K., Toppito F., Yanao T. Low-energy transfers to the Moon with long transfer time // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2019. V. 131. Art.ID. 4. DOI:10.1007/s10569-019-9883-7.

11. *Toppato F.* On optimal two-impulse Earth-Moon transfers in a four-body model // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2013. V. 117. P. 279–313. DOI:10.1007/s10569-013-9513-8.
12. *Tan M., Zhang K., Wang J.* A Sun – Earth stable manifold-based method for planar two-impulse Earth – Moon transfer design // *J. Astronautical Sciences*. 2023. V. 70. Art.ID. 5. DOI:10.1007/s40295-023-00373-z.
13. *Scheuerle S.T., Howell K.C.* Characteristics and analysis of families of low-energy ballistic lunar transfers // *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*. Big Sky. Montana. 2021. P. 1–20.
14. *Parker J.S., Anderson R.L.* Low-Energy Lunar Trajectory Design. Wiley, 2014. ISBN: 978-1-118-85531-7.
15. *Gómez G., Masdemont J.J., Mondelo J.M.* Libration point orbits: a survey from the dynamical point of view // *Libration Point Orbits and Applications*. 2003. P. 311–372. DOI:10.1142/9789812704849_0016.
16. *Koon W.S., Lo M.W., Marsden J.E. et al.* Heteroclinic connections between periodic orbits and resonance transitions in celestial mechanics // *Chaos: Interdisciplinary J. Nonlinear Science*. 2000. V. 10. Iss. 2. P. 427–469. DOI:10.1063/1.166509.
17. *Hechler M., Cobos J.* Herschel, Planck and GAIA orbit design // *Libration Point Orbits and Applications*. 2003. P. 115–135. DOI: 10.1142/9789812704849_0006.
18. *Ren Y., Shan J.* A novel algorithm for generating libration point orbits about the collinear points // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2014. V. 120. P. 57–75. DOI:10.1007/s10569-014-9560-9.
19. *Zhang H., Li S.* A general method for the generation and extension of collinear libration point orbits // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2016. V. 126. P. 339–367. DOI:10.1007/s10569-016-9698-8.
20. *Aksenov S., Bober S., Guskova M.* Mapping of initial conditions for libration point orbits // *Advances in Space Research*. 2021. V. 68. P. 2501–2514. DOI:10.1016/j.asr.2021.04.035.
21. *Аксенов С.А., Бобер С.А.* Расчет и исследование ограниченных орбит вокруг точки либрации L_2 системы Солнце – Земля // *Косм. исслед.* 2018. Т. 56. № 2. С. 160–167. DOI:10.7868/S0023420618020097.
22. Свидетельство о государственной регистрации: RU 2021616743. Российская Федерация. Модуль OrbiPy для расчета движения космического аппарата в ограниченной круговой задаче трех тел. Программа для ЭВМ. *Бобер С.А., Гуськова М.С., Аксенов С.А.* Дата регистрации: 26.04.2021. Дата публикации: 26.04.2021.