

УДК 531.01:629.191

АНАЛИЗ КОРРЕКЦИИ ТРАЕКТОРИИ ВЫВЕДЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ВЫСОКИЕ КРУГОВЫЕ ОРБИТЫ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЛУНЫ С ПОМОЩЬЮ ДВУХИМПУЛЬСНОГО ПЕРЕХОДА

Е. С. Гордиенко^{1, *}, В. В. Ивашкин²

¹Научно-производственное объединение им. С.А. Лавочкина, Химки, Россия

²Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

*gordienko.evgeny@gmail.com

Поступила в редакцию 11.10.2023

Переработанный вариант 19.11.2023

Принята к публикации 04.12.2023

Рассматривается коррекция траектории двухимпульсного выведения космического аппарата на высокую круговую орбиту искусственного спутника Луны с учетом ошибок определения положения и скорости спутника, а также ошибок выдачи импульсов скорости по величине и по направлению. Рассматриваются коррекции траектории с одним и двумя корректирующими импульсами. Приводятся результаты анализа. Делаются выводы о практическом применении таких траекторий.

DOI: 10.31857/S0023420624050054, EDN: IHNTLR

Освоение Луны является одной из важнейших задач по исследованию космического пространства. В разное время построением лунных траекторий занимались отечественные ученые: В.А. Егоров [1], Д.Е. Охочимский, М.Л. Лидов [2], В.В. Ивашкин [3, 4], Ю.П. Улыбышев [5], Р.Ф. Муртазин [6] и многие другие, а также целый ряд зарубежных исследователей, например, Е.А. Belbruno, J.K. Miller [7], G. Chin [8], Yu. Zhang [9]. Ее освоение включает в себя решение множества задач, среди которых обеспечение связи с лунными и окололунными объектами, с Землей, ретрансляция сигналов с Луны на Землю и обратно [10], а также навигация на поверхности Луны и в окололунном пространстве [11]. Эти вопросы можно решить, в том числе, с помощью создания лунной многофункциональной спутниковой системы (ЛМСС), расположенной на высоких круговых орбитах вокруг Луны [12]. Для ее построения, в частности, необходимо решить задачу определения наилучшей по критерию минимизации характеристической скорости траектории выведения на орбиты ЛМСС.

Проведенный в работах Т.Н. Edelbaum, В.В. Ивашкина [13], Д.Е. Охочимского [14]

анализ трехимпульсного перехода с подлунной траектории на орбиту искусственного спутника Луны (ИСЛ) в центральном поле Луны показал, что трехимпульсный переход может быть выгоднее одноимпульсного. Данный вывод подтвердили результаты исследования биэллиптического перехода на высокие орбиты ИСЛ [15, 16]. Анализ траекторий, использующих трехимпульсное выведение при переходе на высокие орбиты ИСЛ, продемонстрировал, что существует частный случай таких траекторий, при котором промежуточный импульс в наиболее удаленной точке не сообщается [6, 16, 17]. Далее будем называть его двухимпульсным переходом [15]. Ранее уже был описан метод получения таких траекторий [17]. Однако для них, как и для траекторий с трехимпульсным маневром торможения, при переходе на высокие орбиты ИСЛ важным остается вопрос их практической реализации, с учетом коррекции и навигации.

Влияние возмущающих факторов ведет к тому, что реальные параметры орбиты КА практически всегда отличаются от расчетных [18]. Полученные с помощью математических методов номинальные траектории меняются в

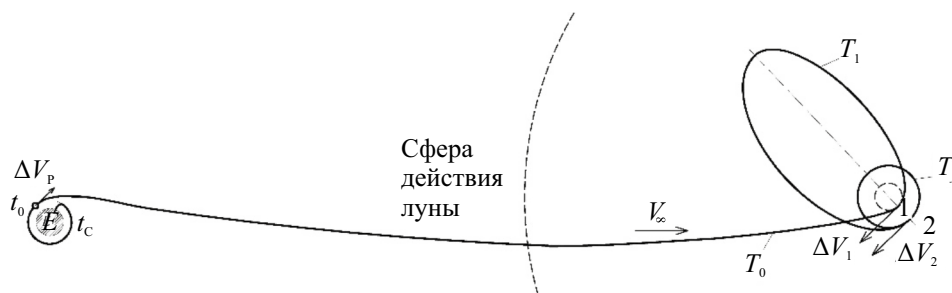


Рис. 1. Схема двухимпульсного выведения КА на высокую круговую орбиту ИСЛ радиусом a_f в номинальном случае.

реальном полете под воздействием факторов, наиболее весомыми из которых являются ошибки выдачи импульсов, как по модулю, так и по направлению, а также ошибки знания траектории, как по положению, так и по скорости. Анализ влияния этих факторов на траекторию выведения КА на высокую круговую орбиту искусственного спутника Луны (ИСЛ) и посвящена настоящая работа.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе рассматривается задача оценки суммарной характеристической скорости W на реализацию траектории перехода КА с начальной селеноцентрической гиперболы на конечную высокую круговую орбиту ИСЛ с заданными величинами большой полуоси $a(t_f) = a_f = R_M + H_f$ (равной 5 тыс. км), эксцентриситета $e(t_f) = e_f = 0$ и наклона к плоскости лунного экватора $i(t_f) = 90^\circ$ с учетом ее коррекции. При этом номинальная траектория перелета КА от Земли до данной высокой орбиты ИСЛ берется из предыдущего анализа [17], более детально она рассмотрена далее, в разделе 3. Коррекция траектории полета КА рассматривается только на ее конечном участке, от периселения гиперболы подлета к Луне до перехода на конечную орбиту ИСЛ. Будут рассмотрены схемы с одним или двумя корректирующими импульсами, с двух- или трехпараметрической коррекцией [18, 19]. Задача оценки затрат суммарной характеристической скорости перехода W сводится к задаче ее минимизации:

$$W \rightarrow \min. \quad (1)$$

Начальная масса КА m_0 принята равной ~2040 кг.

2. СХЕМА ВЫВЕДЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ВЫСОКУЮ ОРБИТУ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЛУНЫ

Полагаем, что КА достигает Луны, двигаясь к ней по обычной траектории прямого перелета Земля — Луна. Для такого случая схема двухимпульсного выведения КА с подлетной к Луне траектории на высокую круговую орбиту ИСЛ для номинального полета представлена на рис. 1. Ракета-носитель «Союз 2.1б» стартует с Земли (E) в момент старта t_c и переводит спутник на околоземную низкую опорную орбиту. В расчетный момент t_0 разгонный блок (РБ) «Фрегат» выдает импульс скорости, переводя орбитальный блок (РБ с КА) на участок пассивной траектории полета к Луне. Далее РБ отделяется от орбитального блока, уходит на орбиту захоронения и через 2...3 витка сгорает в плотных слоях атмосферы, а КА продолжает свой путь к Луне. После проведения коррекций на участке перелета Земля — Луна, внутри сферы действия Луны (СДЛ) траектория КА представляет собой селеноцентрическую гиперболу T_0 , основной ее характеристикой является вектор скорости на бесконечности V_∞ при подлете к Луне. В ее периселении p_0 (точка 1) выдается первый, тормозной, импульс ΔV_1 , который переводит КА на высокоэллиптическую орбиту T_1 , двигаясь по которой спутник в конечном периселении p_f (точка 2), после сообщения второго, тормозного, импульса ΔV_2 , переходит на конечную круговую орбиту T_f радиусом a_f (например, 5 тыс. км). Далее в работе будем называть их первым основным и вторым основным импульсами.

3. НОМИНАЛЬНАЯ ТРАЕКТОРИЯ ВЫВЕДЕНИЯ НА ОРБИТУ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЛУНЫ

Ошибки управления при выведении КА приводят к отличию реальной траектории движения

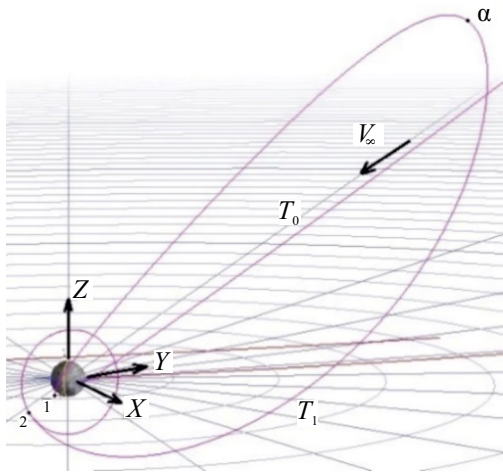


Рис. 2. Номинальная траектория двухимпульсного выведения КА на высокую орбиту ИСЛ, где осями X , Y и Z обозначены оси селенографической системы координат XYZ .

от номинальной. Отклонения параметров реальной траектории КА от их аналогов для номинальной траектории имеют вероятностный характер. Полагаем, что известны статистические характеристики случайных отклонений начальных параметров траектории КА от их расчетных (номинальных) значений: например, корреляционная матрица отклонений координат и компонент скорости на момент t_0 начала пассивного полета к Луне, дисперсии этого момента и начальной массы КА, ошибки исполнения импульсов скорости двигателем КА, ошибки навигации и др. Параметры номинальной траектории КА близки к математическим ожиданиям параметров его реальной траектории [18].

Для анализа характеристик коррекции была взята номинальная траектория выведения КА с двухимпульсным переходом с гиперболы подлета к Луне на конечную высокую орбиту ИСЛ, которая обычно является оптимальной по минимуму суммарной характеристической скорости [6, 15, 17]. Параметры такой, ранее полученной

траектории [17], представлены в табл. 1. Ее изображение в селеноцентрической системе координат (СК) MJ2000 представлено на рис. 2, где α — апоцентр номинальной высокоэллиптической орбиты T_1 , полученный после сообщения первого, тормозного, импульса ΔV_1 у Луны. Время перелета по такой траектории с начальной околоземной орбиты до момента выдачи первого тормозного импульса в периселении подлетной селеноцентрической гиперболы $\Delta t_{3-Л}$ составило ~ 5.5 сут.

В табл. 1 и далее: $t_{\pi 0}$ — время пролета периселения π_0 гиперболы подлета T_0 , в котором сообщается первый импульс ΔV_1 (точка 1); $t_{\alpha 1}$ — время пролета апоселения α орбиты T_1 ; $t_{\pi f}$ — время перехода на конечную орбиту ИСЛ в периселении π_f орбиты T_1 , в котором сообщается второй импульс ΔV_2 (точка 2), а КА переходит с высокоэллиптической орбиты T_1 на конечную орбиту T_f ; W — суммарная характеристическая скорость двухимпульсного выведения; r_α — расстояние в наиболее удаленной от Луны точке α ; m_0 — начальная масса КА при подлете к Луне (до сообщения импульса ΔV_1); m_1 — масса КА в наиболее удаленной от Луны точке α (после сообщения импульса ΔV_1); m_f — конечная масса КА (после сообщения импульса ΔV_2); a_f , Ω_f , i_f и ω_f — конечные радиус круговой орбиты, долгота восходящего узла, наклонение к плоскости экватора Луны и аргумент периселения соответственно.

Отметим, что движение КА по номинальной траектории, соответствующей данным табл. 1, и в нижеследующем анализе моделируется с учетом возмущений, которые будут рассмотрены в разделе 7. Здесь и далее все времена приведены в UTC.

4. ВОЗМУЩАЮЩИЕ ФАКТОРЫ ПРИ ДВУХИМПУЛЬСНОМ ВЫВЕДЕНИИ КА НА ОРБИТУ ИСЛ

Число случайных факторов, влияющих на движение КА, достаточно велико, по своему воздействию на траекторию среди них

Таблица 1. Характеристики двухимпульсного решения для номинальной траектории

$t_{\pi 0}$	$t_{\alpha 1}$	$t_{\pi f}$	ΔV_1 , м/с	ΔV_2 , м/с	W , м/с	r_α , км
16.V.2030 00:00:00	18.V.2030 01:31:06	19.V.2030 13:20:53	247.77	327.21	574.98	39753.14
m_0 , кг	m_1 , кг	m_f , кг	a_f , тыс. км	Ω_f , °	i_f , °	ω_f , °
2039.736	1884.413	1697.270	5	86.64	92.82	334.79

нет превалирующих. Пассивное движение КА в каждый момент времени t описывается случайным шестикомпонентным вектором $X = \{x, y, z, V_x, V_y, V_z\}$. В соответствии с центральной предельной теоремой, можно считать, что он подчиняется нормальному закону распределения. Такой вектор можно полностью описать корреляционной матрицей, в которой по диагонали расположены дисперсии соответствующих случайных величин, а недиагональные члены представляют собой вторые смешанные моменты [18, 19].

В работе рассматриваются коррекции траектории с учетом ошибок определения положения и скорости от момента подлета КА к Луне до момента перехода на конечную орбиту, а также ошибок выдачи импульсов скорости. Далее опишем их отдельно.

Неточность определения положения и скорости КА на орбитах вокруг Луны

Специалисты Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН оценили ошибки определения параметров движения спутника Луны [20]. При этом рассматривались три независимых интервала уточнения параметров КА.

1. От запуска с Земли до номинального момента проведения первой коррекции на перелете от Земли к Луне.

2. Между первой и второй коррекциями на перелете Земля — Луна.

3. От второй коррекции на перелете до торможения у Луны.

Определение параметров с получением оценок точности на трех описанных интервалах было проведено с использованием набора измерений наклонной дальности и радиальной скорости. В обработке были задействованы модельные измерения с трех станций: «Клен-Д» в Евпатории и Уссурийске и «Кобальт-Р» в Медвежьих Озерах (Россия). Эти же данные об измерениях будем использовать и для решения нашей задачи.

Вторая коррекция на перелете с Земли на Луну проводится в окрестности СДЛ. Наиболее удаленная от поверхности Луны точка α траектории двухимпульсного перехода также находится в непосредственной близости от СДЛ. Поэтому оценки точности определения параметров геоцентрического движения КА на участке между первой и второй коррекциями на перелете будем использовать приближенно в качестве ошибок определения положения и скорости в

окрестности наиболее удаленной от поверхности Луны точки α . Тогда в орбитальной СК mb (в координатах радиус, трансверсаль, бинормаль) они равны [20]:

$$\sigma(r) = 0.0249 \text{ км}, \sigma(n) = \sigma(b) = 0.6477 \text{ км}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma(V_r) &= 0.000543 \text{ м/с}, \\ \sigma(V_n) &= \sigma(V_b) = 0.00586 \text{ м/с}. \end{aligned} \quad (3)$$

Торможение у Луны на участке прямого перелета от Земли к Луне, а также первый и второй импульсы торможения для схемы с двухимпульсным переходом, прикладываемые в периселениях орбит T_0 и T_1 (им соответствуют точки 1 и 2 на рис. 1, 2), находятся вблизи от Луны. Поэтому оценки точности определения параметров геоцентрического движения КА на участке от второй коррекции (на перелете Земля — Луна) до торможения у Луны будем использовать в качестве приближенных ошибок определения положения и скорости КА в точках 1 и 2. Тогда в орбитальной СК mb они равны:

$$\sigma(r) = 0.0318 \text{ км}, \sigma(n) = \sigma(b) = 0.9777 \text{ км}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \sigma(V_r) &= 0.0008 \text{ м/с}, \\ \sigma(V_n) &= \sigma(V_b) = 0.0265 \text{ м/с}. \end{aligned} \quad (5)$$

Ошибки определения вектора состояния в наиболее удаленной от Луны точке α увеличиваются за счет ошибок исполнения первого основного импульса, который переводит КА с гиперболы подлета на высокоэллиптическую орбиту вокруг Луны. Ошибки определения вектора состояния в точках 1 и 2 увеличиваются за счет ошибок исполнения второго корректирующего импульса на участке траектории перелета Земля — Луна. Поэтому их следует увеличить по отношению к величинам, представленным в выражениях (2)–(5), например, удвоить или утроить. В разработанных алгоритмах это учтено в методе «зашумления» исполнения маневров, описанном в стратегии маневрирования для случаев одноимпульсной и двухимпульсной коррекций.

Изменение вектора состояния КА из-за неточности определения положения и скорости на орбитах вокруг Луны назовем «зашумлением» с учетом ошибок измерений.

Неточность сообщения импульсов скорости по модулю и по направлению

Для оценки точности исполнения маневров используются формулы (6)–(8). Точности исполнения импульсов скорости по модулю и по направлению (3σ) зависят от величины импульса

скорости и на основании экспериментальных данных рассчитываются (в метрах в секунду) следующим образом [21]:

– точность для продольной составляющей:

$$\Delta V_M = \sqrt{0.02^2 + (0.003t)^2 + (0.0005\Delta V)^2 + \left(\frac{2P_{\max}T_{\text{ц}}}{M_{\text{пм}}}\right)^2 + \left(\frac{J_{\text{пд}}}{M_{\text{пм}}}\right)^2}, \quad (6)$$

где t — время работы ДУ, с; ΔV — величина импульса скорости, м/с; $P_{\max}$ — максимальная тяга ДУ, Н; $J_{\text{пд}}$ — разброс импульса последействия при выключении ДУ, Н·с; $T_{\text{ц}}$ — длительность цикла счета бортового вычислительного комплекса (БВК), с ($T_{\text{ц}} = 0.05$ с); $M_{\text{пм}}$ — масса КА на момент выключения ДУ, кг;

– точность для поперечной составляющей:

$$\Delta V_{\Pi} \leq \Delta V_M \sin 40 \text{ угл. мин.} \quad (7)$$

Тогда общая ошибка выдачи импульса имеет вид:

$$\varepsilon(\Delta V) = \sqrt{\Delta V_M^2 + \Delta V_{\Pi}^2}. \quad (8)$$

Формула (8) приведена для качественной оценки величины общей ошибки исполнения импульса $\varepsilon(\Delta V)$ в зависимости от импульса скорости ΔV . В алгоритме зашумления учитываются только величины точностей, определяемые по формулам (6) и (7).

Полагаем, что характеристики используемых в работе двигателей соответствуют данным из табл. 2 для двух вариантов двигателя (Д1 и Д2).

Во всех расчетах начальная масса КА при полете к Луне равна $m_0 = 2039.736$ кг [21].

Таблица 2. Характеристики рассмотренных двигателей

Наименование	Д1	Д2
Количество двигателей $N_{\text{ДВ}}$	1	4
Тяга P , Н	4315	49.71
Удельный импульс $P_{\text{уд}}$, с	319	286.6
Импульс последействия $J_{\text{пд}}$, Н·с	1961	1.879

На рис. 3 представлена ошибка выдачи импульса скорости $\varepsilon(\Delta V_o)$ в зависимости от сообщаемого импульса скорости ΔV для двух вариантов двигателей Д1 и Д2. Из его анализа видно, что для импульсов ΔV менее 33.3 м/с выгоднее использовать двигатель Д2 с малой тягой, при больших величинах — двигатель Д1 с большой тягой.

Изменение вектора состояния КА из-за не точности исполнения импульсов скорости по модулю и направлению назовем «зашумлением» с учетом ошибок выдачи импульсов.

5. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Для практической реализации траектории движения КА с двухимпульсным маневром перехода на конечную орбиту, после введения ошибок во все параметры управления, надо провести расчеты его движения со всеми необходимыми коррекциями. Методика таких расчетов для различных вариантов коррекций (с одноимпульсной или двухимпульсной коррекцией, двух- или трехпараметрической коррекцией) будет рассмотрена в разделах 6 и 8.

После этого необходимо провести оценку максимальных отклонений варьируемых

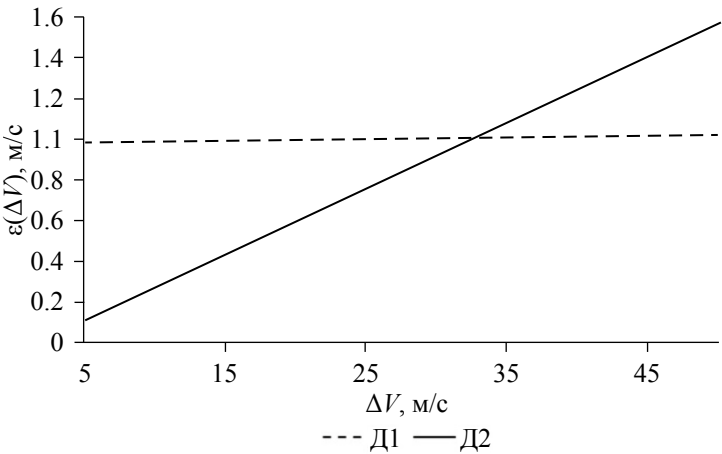


Рис. 3. Зависимость ошибки выдачи импульса скорости $\varepsilon(\Delta V)$ от величины импульса ΔV .

параметров. Обрабатываются результаты решения и определяются статистические характеристики, такие как математическое ожидание ($M(\xi)$) и среднее квадратическое отклонение ($\sigma(\xi)$) случайной величины ξ , описывающей маневр. В качестве такой величины могут выступать массовые (m_1, m_2, m_3), энергетические ($\Delta V_1, \Delta V_k$ (или ΔV_{k1} и ΔV_{k2}), $\Delta V_2, W, \Delta W$) и геометрические (e, r_π, r_α, a) характеристики, где ΔV_k — величина корректирующего импульса для случая одноимпульсной коррекции; ΔV_{k1} и ΔV_{k2} — величины первого и второго корректирующих импульсов; ΔW — отклонение суммарной характеристической скорости от ее номинальной величины; a и e — большая полуось (радиус круговой орбиты) и эксцентриситет.

Задача расчета импульсов коррекции и определения их максимальных величин сложна, поэтому на данном этапе анализа необходимые приращения характеристической скорости КА при коррекциях находятся статистическим методом Монте-Карло. Для определения наилучшего числа реализаций проводились расчеты для $10^2, 10^3, 10^4$ и 10^5 реализаций. Анализ показал, что статистические характеристики существенно отличаются друг от друга при росте числа реализаций от 10^2 до 10^4 . При этом для расчетов с 10^4 и 10^5 реализаций вероятностные характеристики получаются близкими к нормальному закону распределения. Но расчет с 10^5 реализаций требует в ~ 10 раз больше времени, чем с 10^4 . Поэтому далее для каждого из вариантов проводится цикл расчётов, состоящий из 10 тысяч случайных реализаций.

6. ВАРИАНТЫ ПРОВЕДЕНИЯ КОРРЕКЦИЙ ДВУХИМПУЛЬСНОЙ ТРАЕКТОРИИ ВЫВЕДЕНИЯ КА НА ВЫСОКИЕ ОРБИТЫ ИСЛ

Для накопления статистики моделируется участок траектории от момента подлета КА к Луне до момента его перехода на конечную орбиту ИСЛ с учётом ошибок определения параметров траектории и ошибок исполнения импульсов скорости. Для каждой реализации последовательно, с использованием итерационного метода Ньютона, решаются три или четыре крайние задачи для перехода на орбиту ИСЛ в зависимости от схемы коррекций.

Далее рассмотрим отдельно каждый из вариантов проведения коррекций: одно- или двухимпульсной коррекций, двух- или трехпараметрической коррекций.

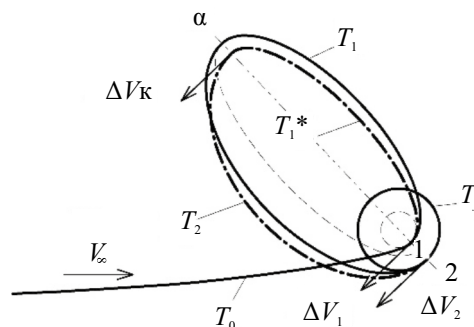


Рис. 4. Схема одноимпульсной коррекции выведения КА на высокую орбиту ИСЛ T_f .

Случай одноимпульсной коррекции

Полагаем, что в таком случае влияние ошибок определения положения и скорости, а также ошибок выдачи импульсов скорости компенсируется добавлением корректирующего импульса скорости ΔV_k в наиболее удаленной от Луны точке α , а номинальная двухимпульсная траектория выведения превращается в трехимпульсную. Ее схема приведена на рис. 4. На нем сплошной и штрихпунктирной линиями показаны номинальная траектория и траектория с учетом коррекций соответственно, также V_∞ — скорость на «бесконечности» при подлете к Луне; T_0 — гипербола подлета к Луне; T_1 — номинальная орбита КА после приложения первого основного импульса ΔV_1 ; T_1^* — участок траектории перелета спутника из периселения π_0 (точка 1) в апоселений α с учетом ошибок определения положения и скорости КА, а также ошибок выдачи первого импульса ΔV_1 ; T_2 — участок траектории перелета из апоселения α в периселений π_f (точка 2) с учетом возмущений, ошибок определения положения и скорости КА, а также ошибок выдачи корректирующего импульса ΔV_k ; ΔV_2 — второй основной импульс скорости.

В этом случае возможно два варианта коррекций: двухпараметрическая и трехпараметрическая. Рассмотрим их далее.

Случай одноимпульсной двухпараметрической коррекции

В качестве контролируемых параметров управления приняты конечные радиус a_f и наклонение i_f . Для варианта одноимпульсной двухпараметрической коррекции имеем в общем случае три компонента импульса скорости коррекции и два корректируемых параметра,

т.е. имеем один «лишний» компонент. Тогда существуют плоскость оптимальной коррекции и нуль-вектор, приложение корректирующего импульса в направлении которого практически не влияет на изменение отклонений корректируемых параметров [18, 19]. На данном этапе работы принято следующее упрощение, когда для коррекции были выбраны два варьируемых компонента приращений скорости: по радиальному направлению ΔV_r и по биссектрисе угла между трансверсалью n и бинормалью b ΔV_{nb} , который определяет величину соответствующего импульса скорости ΔV_{nbk} по формуле:

$$\Delta V_{nbk} = \sqrt{\Delta V_n^2 + \Delta V_b^2} \quad (9)$$

и проекции приращения скорости на нормальное n и бинормальное b направления по формулам:

$$\Delta V_n = \Delta V_{nb} \cos(45^\circ), \quad (10)$$

$$\Delta V_b = \Delta V_{nb} \sin(45^\circ). \quad (11)$$

Отметим, что в качестве варьируемых параметров можно использовать величины приращений скорости по нормальному ΔV_n и бинормальному ΔV_b направлениям.

Случай одноимпульсной трехпараметрической коррекции

Если к контролируемым параметрам добавить время t_f перехода КА на конечную орбиту ИСЛ, то имеют место одноимпульсная коррекция и трехпараметрическая краевая задача, в которой в качестве варьируемых параметров используются проекции приращения скорости на оси селеноцентрической СК MJ2000 ΔV_x , ΔV_y и ΔV_z или проекции приращения скорости на оси орбитальной СК mb — ΔV_r , ΔV_n и ΔV_b .

Особенности реализации одноимпульсной коррекции

Отметим, что для накопления мерной базы измерений, проводимых наземными станциями, требуется некоторый достаточный интервал времени [22]. Полагаем его равным ~1 сут, при этом закладывать данные на борт для выполнения маневра следует за 4...6 ч до его исполнения. Для такой схемы время движения от точки выдачи первого основного импульса (точки 1) до корректирующего импульса и от него до точки приложения второго основного импульса составляет $\Delta t_{1\alpha} \approx \Delta t_{\alpha 2} \approx 1.16...1.25$ сут. Поэтому такой вариант выведения возможен для траекторий со временем нахождения КА на орбитах вокруг Луны между точками 1 и 2 от ~2.33 сут и более.

В расчетах время приложения корректирующего импульса t_k определяется условием достижения апоселения α .

Метод решения краевых задач

При решении краевых задач в двух- и трехпараметрических коррекциях в случае одноимпульсной коррекции мы варьируем величины компонент импульсов коррекций, сообщаемых в апоселении α орбиты T_1^* , так чтобы отклонения параметров a_f , i_f (и t_f для трехпараметрической коррекции) обратились в «нуль» с заданной точностью. Краевые задачи решаются итерационным методом Ньютона. Результатом решения являются приращения характеристической скорости ΔV_r , ΔV_{nb} (ΔV_n , ΔV_b) или ΔV_x , ΔV_y , ΔV_z (ΔV_r , ΔV_n и ΔV_b), обеспечивающие заданные величины контролируемых параметров. Точность решения краевых задач выбрана следующей: по селенографическому наклонению $|\varepsilon_i| < 0.01^\circ$, по большой полуоси $|\varepsilon_{af}| < 0.01$ км; точность по времени пролета периселения в точке 2 задавалась с ошибкой $|\varepsilon_{pt}|$ менее 0.1 с.

Для двухимпульсной коррекции имеем случай трехпараметрической коррекции, когда дважды определяются параметры коррекции: один раз при расчете первого корректирующего импульса до пролета апоцентра и второй раз при расчете второго корректирующего импульса после пролета апоцентра.

Случай двухимпульсной коррекции

В таком случае ошибки измерений и выдачи импульсов компенсируются за счет последовательного приложения двух корректирующих импульсов, равномерно разнесенных во времени с интервалом ~1 сут между точками: 1 и K1, K1 и K2, K2 и 2. Тогда номинальная двухимпульсная траектория превращается в четырехимпульсную, ее схема представлена на рис. 5. Здесь сплошной и штрихпунктирной линиями показаны номинальная траектория и траектория с учетом коррекций, также T_1^* — траектория перелета КА из периселения π_0 (точка 1) до момента проведения первой коррекции K1 с учетом ошибок измерений и ошибок выдачи первого основного импульса ΔV_1 ; T_2^* — траектория перелета из точки K1 до точки проведения второй коррекции K2 с учетом ошибок измерений и ошибок выдачи импульса первой коррекции ΔV_{K1} ; T_3 — траектория полета КА из точки K2 до периселения π_f (точка 2) с учетом ошибок измерений и ошибок выдачи импульса второй коррекции ΔV_{K2} ; ΔV_2 — второй основной импульс скорости.

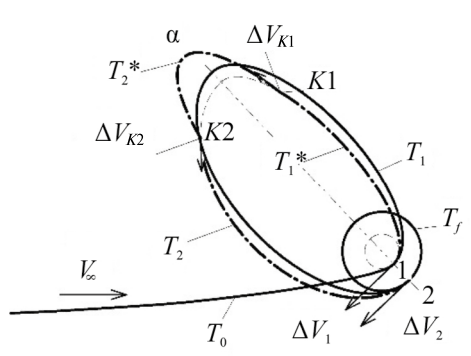


Рис. 5. Схема двухимпульсной коррекции выведения КА на высокую орбиту ИСЛ T_f .

Как и в случае одноимпульсной коррекции, время движения КА между точками приложения первого основного и первого корректирующего импульсов, первого и второго корректирующих импульсов, второго корректирующего и второго основного импульсов составляет $\Delta t_{1K1} \approx \Delta t_{K1K2} \approx \Delta t_{K22} \approx 1.16...1.25$ сут. Поэтому такой вариант схемы выведения подходит для траекторий с временем нахождения КА на орбитах вокруг Луны от ~ 3.5 сут и более. В расчетах время приложения первого и второго корректирующих импульсов задано равным $t_{K1} = 17.V.2030\ 04:24:00$ (UTC), $t_{K2} = 18.V.2030\ 08:48:00$ (UTC).

Опишем далее модель поля и уравнения движения КА при учете возмущений.

7. МОДЕЛЬ ПОЛЯ И УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ УЧЕТЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Геоцентрический участок траектории движения КА к Луне моделируется в рамках задачи четырёх тел с учетом возмущений от гравитационного поля Земли с учётом его нецентральности в разложении геопотенциала в ряд по сферическим функциям до 8-го порядка и 8-й степени включительно, а также центральных полей Луны и Солнца.

Дальнейшее, селеноцентрическое, движение КА на высокую орбиту ИСЛ с учетом проведения маневров коррекции происходит по высокоэллиптическим орбитам и не выходит за границы СДЛ (до радиуса СДЛ, $\rho \leq R_{\text{СДЛ}} \approx 60$ тыс. км). В таком случае селеноцентрическая траектория моделируется в рамках задачи четырех тел — КА,

Луна с учетом ее нецентральности с разложением селенопотенциала в ряд по сферическим функциям до 8-го порядка и 8-й степени включительно, Земля и Солнце, как материальные точки, и определяется численным интегрированием системы дифференциальных уравнений движения точки в невращающейся селеноцентрической геоэкваatorialной системе прямоугольных координат $OXYZ$. Используется среднее равноденствие и средний геоэквактор стандартной эпохи J2000.0. Тогда дифференциальные уравнения имеют вид:

$$\frac{d^2 \bar{\rho}}{dt^2} = -\frac{\mu_M}{\rho^3} \bar{\rho} + \sum_{i=1}^2 \mu_i \left(\frac{\bar{\rho}_i - \bar{\rho}}{|\bar{\rho}_i - \bar{\rho}|^3} - \frac{\bar{\rho}_i}{|\bar{\rho}_i|^3} \right) + \bar{a}_M + \bar{a}_{SP}, \quad (12)$$

где $\bar{\rho}$ — селеноцентрический радиус-вектор КА; μ_i и $\bar{\rho}_i$ — гравитационные параметры и селеноцентрические радиус-векторы возмущающих небесных тел, причем при $i = 1$ возмущение соответствует притяжению Земли, а при $i = 2$ — притяжению Солнца ($\mu_1 = \mu_E$; $\mu_2 = \mu_S$; $\bar{\rho}_1 = -\bar{r}_1$, $\bar{\rho}_2 = \bar{\rho}_1 + \bar{r}_2$), $\bar{r}_1$ и $\bar{r}_2$ — геоцентрические радиус-векторы Луны и Солнца; $\bar{a}_M = \{a_{Mx}, a_{My}, a_{Mz}\}$ — возмущающее ускорение, вызванное нецентральностью поля тяготения Луны с разложением потенциала гравитационного поля Луны в ряд по сферическим функциям до 8-го порядка и 8-й степени включительно, $\bar{a}_{SP}$ — давление солнечного света. Векторы состояния небесных тел определяются из табличных эфемерид DE-421 [23]. В расчетах использованы следующие значения констант:

$$\begin{aligned} \mu_E &= 398600.436233 \text{ км}^3/\text{с}^2; \\ \mu_M &= 4902.800076 \text{ км}^3/\text{с}^2; \\ \mu_S &= 1.32712440040944 \cdot 10^{11} \text{ км}^3/\text{с}^2. \end{aligned}$$

Эфемеридная поправка Δt (TDB-UTC) равна 69.184 с.

Ранее было показано [16], что для расстояний от центра Луны от 4 до 9 тыс. км при площади миделева сечения в 24 м^2 возмущения от давления солнечного света, действующие на спутник, в $\sim 1.5...3.5$ раза меньше возмущений от гравитационного поля Солнца, и их также следует учитывать. Однако из-за отсутствия проработанного облика лунного навигационного КА и малой длительности его движения по орбитам вокруг Луны, составляющей от 2.5 до 5 сут, в настоящей работе давление солнечного света не учитывается: $|\bar{a}_{SP}| = 0$.

8. СТРАТЕГИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОДНО- И ДВУХИМПУЛЬСНОЙ КОРРЕКЦИИ

Одноимпульсная коррекция

Рассмотрим стратегию проведения маневров для случая одноимпульсной коррекции, когда ошибки знания положения и скорости на орбите T_1^* , а также ошибки выдачи первого основного импульса ΔV_1 компенсируются за счет приложения одного, корректирующего, импульса скорости в наиболее удаленной от Луны точке α . Ранее отмечалось, что такой вариант коррекции подходит для траекторий с длительностью полета по орбитам от точки 1 до точки 2 от ~ 2.33 дня и более. Его схема изображена на рис. 4.

Опишем далее принятые основные этапы такой коррекции.

1. Для определения орбиты КА за 4...6 ч до пролета периселения π_0 гипербола T_0 (точка 1) вектор состояния КА «зашумляется» с учетом ошибок измерений на участке после второй коррекции на перелете Земля — Луна до момента подлета к Луне по формулам (4) и (5).

2. За некоторое время (4...6 ч) до периселения π_0 (точка 1), для сообщения в нем, подбирается такая величина импульса схода ΔV_1 с гипербола T_0 подлета КА к Луне на орбиту T_1^* , чтобы через виток в периселении π_f (точка 2) спутник имел конечные радиус периселения $a_f = 5$ тыс. км и наклонение $i_f = 90^\circ$, а эксцентриситет был равен нулю $e_f = 0$. Так как импульс ΔV_1 больше, чем 33.3 м/с, то он выдается с помощью двигателя большой тяги Д1 (табл. 2).

3. После приложения первого основного импульса ΔV_1 вектор состояния «зашумляется» с учетом ошибок выдачи импульса, согласно формулам (6) и (7).

4. Далее спутник движется в направлении апоселения α по орбите T_1^* . Для определения орбиты КА за 4...6 ч до его пролета вектор состояния КА «зашумляется» с учетом ошибок измерений на участке полета КА от точки 1 до точки α , согласно формулам (2) и (3).

5. За некоторое время (за 4...6 ч) до апоселения α орбиты T_1^* , для сообщения в нем, подбирается величина импульса коррекции ΔV_k такая, чтобы, двигаясь по орбите T_2 , через примерно полвитка в периселении π_f (точка 2) спутник имел конечные радиус периселения $a_f = 5$ тыс. км и наклонение $i_f = 90^\circ$, а эксцентриситет был равен нулю $e_f = 0$. Импульс коррекции выдается двигателем Д1 или Д2 (табл. 2).

6. После приложения корректирующего импульса в апоселении α вектор состояния «зашумляется» с учетом ошибок выдачи импульса, согласно формулам (6) и (7).

7. Далее КА движется по орбите T_2 в направлении ее периселения π_f (точка 2). Для определения орбиты спутника за 4...6 ч до его пролета, вектор состояния спутника «зашумляется» с учетом ошибок измерений на участке от апоселения (точка α) до точки приложения второго импульса ΔV_2 (точка 2), согласно формулам (4) и (5).

8. За 4...6 ч до пролета периселения π_f орбиты T_2 (точка 2) определяется величина импульса ΔV_2 , переводящая КА на высокую полярную ($i_f = 90^\circ$) круговую ($e_f = 0$) орбиту ИСЛ радиусом $a_f = 5$ тыс. км. Импульс выдается с помощью двигателя Д1 (табл. 2).

9. После приложения второго основного импульса вектор состояния «зашумляется» с учетом ошибок выдачи этого импульса, согласно формулам (6) и (7).

10. Далее определяются параметры конечной орбиты КА, их отклонения от номинальных значений, а также проводится оценка необходимых импульсов коррекции для перевода КА на конечную круговую орбиту ИСЛ.

Двухимпульсная коррекция

Стратегия проведения маневров в случае сообщения двух корректирующих импульсов в окрестности наиболее удаленной от Луны точки α несколько отличается. Схема такой коррекции, изображенная на рис. 5, подходит для траекторий с длительностью перелета КА между точками 1 и 2 от ~ 3.5 дня и более.

Опишем принятые основные этапы проведения такой коррекции.

1. Для определения орбиты КА за 4...6 ч до пролета периселения π_0 гипербола T_0 вектор состояния КА «зашумляется» с учетом ошибок измерений на участке после второй коррекции на перелете от Земли к Луне до периселения π_0 , согласно формулам (4) и (5).

2. Для периселения π_0 (точка 1) подбирается величина ΔV_1 первого основного импульса схода с гипербола T_0 подлета КА к Луне на высокоэллиптическую орбиту ИСЛ T_1^* такая, чтобы через виток в периселении π_f (точка 2) орбита КА имела конечные радиус периселения $a_f = 5$ тыс. км, наклонение $i_f = 90^\circ$ и заданное время t_f , а эксцентриситет был равен нулю $e_f = 0$. Импульс ΔV_1 выдается двигателем Д1 из табл. 2.

3. После приложения первого основного импульса скорости вектор состояния «зашумляется» с учетом ошибок выдачи импульса, согласно формулам (6) и (7).

4. Далее спутник движется в направлении апоселения по орбите T_1^* в течение 22...24 ч, для определения орбиты КА за 4...6 ч до первой коррекции, которая выдается в точке $K1$, вектор состояния КА «зашумляется» с учетом ошибок измерений на участке полета КА от точки 1 до точки $K1$, согласно формулам (2) и (3).

5. Через ~28...30 ч после пролета периселения π_0 (точки 1) в точке $K1$ подбирается величина импульса коррекции ΔV_{K1} такая, чтобы через ~2/3 витка в периселении орбиты T_2^* (в точке 2) орбита спутника имела конечные радиус периселения $a_f = 5$ тыс. км, наклонение $i_f = 90^\circ$ и заданное время t_f , а эксцентриситет был равен нулю $e_f = 0$. Импульс выдается с помощью двигателя Д1 или Д2 (табл. 2).

6. После приложения первого корректирующего импульса скорости ΔV_{K1} вектор состояния «зашумляется» с учетом ошибок выдачи импульса, согласно формулам (6) и (7).

7. Далее КА движется по орбите T_2^* в направлении периселения (точка 2) конечной орбиты ИСЛ T_f , через ~50...53 ч после пролета периселения π_0 (точка 1) для определения орбиты КА за 4...6 ч до второй коррекции, выдаваемой в точке $K2$, вектор состояния спутника «зашумляется» с учетом ошибок измерений на участке полета КА от точки приложения первой $K1$ до точки приложения второй $K2$ коррекции по формулам (2) и (3).

8. Через ~57...60 ч после пролета периселения π_0 для точки приложения второй коррекции (точка $K2$) подбирается величина импульса коррекции ΔV_{K2} такая, чтобы через ~1/3 витка в периселении π_f орбиты T_3 (точка 2) орбита спутника имела конечные радиус периселения $a_f = 5$ тыс. км, наклонение $i_f = 90^\circ$ и заданное время t_f , а эксцентриситет был равен нулю $e_f = 0$. Импульс выдается с помощью двигателя Д1 или Д2 (табл. 2). Следовательно, второй импульс скорости коррекции исправляет ошибки предыдущего определения орбиты и ошибки исполнения предыдущей коррекции.

9. После приложения второго ΔV_{K2} корректирующего импульса вектор состояния «зашумляется» с учетом ошибок выдачи импульса, согласно формулам (6) и (7).

10. Далее КА движется в направлении периселения π_f орбиты T_3 , через ~79...81 ч после

пролета периселения π_0 (точки 1) для определения орбиты ИСЛ за 4...6 ч до пролета периселения π_f (точка 2) вектор состояния спутника «зашумляется» с учетом ошибок измерений на участке от точки сообщения второй коррекции (точка $K2$) до периселения π_f орбиты T_3 (точка 2), согласно формулам (4) и (5).

11. В периселении π_f орбиты T_3 (точка 2) через 85...90 ч после пролета периселения π_0 определяется величина второго основного импульса ΔV_2 , переводящая КА на высокую полярную ($i_f = 90^\circ$) круговую ($e_f = 0$) орбиту ИСЛ радиусом $a_f = 5$ тыс. км. Импульс выдается с помощью двигателя Д1 из табл. 2.

12. После приложения второго основного импульса скорости вектор состояния «зашумляется» с учетом ошибок выдачи импульса, согласно формулам (6) и (7).

13. Далее определяются параметры конечной орбиты КА, их отклонения от номинальных значений, а также проводится оценка необходимых импульсов коррекции для перевода КА на конечную круговую орбиту.

9. РЕЗУЛЬТАТЫ

Изложенная выше методика анализа коррекций была применена при разработке соответствующего программного обеспечения, с помощью которого было проведено исследование коррекционных характеристик траектории выведения КА с Земли на высокую орбиту ИСЛ. При этом были проведены четыре цикла расчетов: два — для схемы с одноимпульсной коррекцией (двух- и трехпараметрическая) и два — для схемы с двухимпульсной трехпараметрической коррекцией (с помощью двигателей Д1 или Д2). Каждый цикл расчета включал в себя десять тысяч реализаций ошибок навигации и управления.

Первый цикл расчетов проводился для одноимпульсной схемы коррекций, при этом решалась двухпараметрическая краевая задача, когда время перехода на конечную орбиту было свободным. Отметим, что, если конечные радиусы перигея r_π и апоселения r_α отличаются от номинального значения конечного радиуса a более, чем на 0.5 %, где $\Delta r_\pi = (r_\pi - a)/a$, $\Delta r_\alpha = (r_\alpha - a)/a$ (0.5 % соответствует отклонение в 25 км), то после рассмотренных выше маневров необходимо проводить коррекцию формы конечной орбиты. В табл. 3 представлены основные результаты анализа для такого случая.

Второй цикл расчетов проводился для одноимпульсной схемы коррекций, при этом решалась трехпараметрическая краевая задача, когда к контролю конечных радиуса a_f , наклона i_f добавилось время перехода на конечную орбиту t_f . Его основные результаты приведены в табл. 4.

Третий и четвертый циклы расчетов проводились для двухимпульсной трехпараметрической схемы коррекций, при этом для сообщения импульсов рассматривались разные двигатели: для третьего цикла расчетов все маневры выполнялись на двигателе большой тяги Д1, а для четвертого — корректирующие импульсы ΔV_{K1} и ΔV_{K2} сообщались с помощью двигателей малой тяги Д2. Их основные результаты приведены в табл. 5 и 6.

В табл. 3–6: M , σ , $M+3\sigma$ и $M-3\sigma$ — математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение и «оценка случайной величины сверху» и «оценка случайной величины снизу»; W и ΔW — суммарная характеристическая скорость и ее отклонение от номинальной величины, представленной в табл. 1; m_1 — масса КА после первого основного импульса; m_2 — масса КА после импульса коррекции; m_3 — масса КА после второго основного импульса; r_π и r_α — конечные радиусы пери- и апоселения; a — большая полуось; e — эксцентриситет. В табл. 5 и 6 m_2 — масса КА после первого импульса коррекции; m_3 — масса КА

после второго импульса коррекции; m_4 — масса КА после второго основного импульса.

Если оценить характеристики случайных величин, приведенных в табл. 3, по уровню «3 σ », то получается, что на импульс коррекции требуется ~9.9 м/с, суммарная характеристическая скорость больше номинальной величины на ~46.5 м/с. Также видно, что отсутствие контроля времени перехода на конечную орбиту ИСЛ t_f ведет к большому разбросу по величинам конечных большой полуоси (± 692 км), радиусов пери- (± 746 км) и апоселения (± 749 км). Конечная масса КА m_f получается больше 1672.4 кг.

Если оценить характеристики случайных величин, приведенных в табл. 4, по уровню «3 σ », то получается, что на импульс коррекции требуется ~30.7 м/с, суммарная характеристическая скорость больше номинальной величины на ~31.4 м/с. Также видно, что контроль времени перехода t_f на конечную орбиту ИСЛ сокращает разброс по большой полуоси (± 21.4 км), а также по радиусам пери- (± 25.89 км) и апоселения (± 26.61 км). Конечная масса КА m_f получается больше 1680.3 кг.

Если оценить характеристики случайных величин, приведенных в табл. 5, по уровню «3 σ », то получается, что на импульс коррекции требуется ~10.2 м/с, суммарная характеристическая скорость больше номинальной величины на 11.5 м/с. Видно, что разброс составил

Таблица 3. Статистические характеристики для одноимпульсной коррекции со свободным временем перехода КА на конечную орбиту ИСЛ (первый цикл расчетов)

	ΔV_1 , м/с	ΔV_K , м/с	ΔV_2 , м/с	W , м/с	ΔW , м/с	e
M	247.78	2.59	327.93	578.30	3.35	0.0013
σ	0.33	2.43	13.21	14.40	14.40	0.00075

	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	r_π , км	r_α , км	a , км
M	1884.41	1882.85	1695.49	4984.85	4997.79	4993.36
σ	0.20	1.47	7.67	248.76	249.62	230.55

Таблица 4. Статистические характеристики для одноимпульсной коррекции с контролем времени перехода КА на конечную орбиту ИСЛ (второй цикл расчетов)

	ΔV_1 , м/с	ΔV_K , м/с	ΔV_2 , м/с	W , м/с	ΔW , м/с	e
M	247.77	9.43	327.26	584.45	9.510604	0.0013
σ	0.33	7.10	1.02	7.29	7.291179	0.00075

	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	r_π , км	r_α , км	a , км
M	1884.41	1878.75	1692.14	4993.47	5006.43	5000.01
σ	0.20	4.26	3.94	8.63	8.87	7.13

Таблица 5. Статистические характеристики для двухимпульсной коррекции, когда все маневры выполнялись с помощью двигателя Д1 (третий цикл расчетов)

	ΔV_1 , м/с	ΔV_{K1} , м/с	ΔV_{K2} , м/с	ΔV_2 , м/с	W , м/с	ΔW , м/с	e , -
М	247.78	3.067	0.78	327.21	578.84	3.89	0.0013
σ	0.32	2.39	0.59	0.49	2.53	2.53	0.0007
	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	m_4 , кг	r_{π} , км	r_{α} , км	a , км
М	1884.41	1882.56	1882.09	1695.18	4993.77	5006.41	5000.09
σ	0.19	1.45	1.51	1.37	7.09	7.07	6.12

Таблица 6. Статистические характеристики для двухимпульсной коррекции, когда корректирующие импульсы выдавались с помощью двигателя Д2 (четвертый цикл расчетов)

	ΔV_1 , м/с	ΔV_{K1} , м/с	ΔV_{K2} , м/с	ΔV_2 , м/с	W , м/с	ΔW , м/с	e , -
М	247.78	3.03	0.024	327.202	578.029	3.09	0.0013
σ	0.32	2.31	0.016	0.402	2.34	2.34	0.00072
	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	m_4 , кг	r_{π} , км	r_{α} , км	a , км
М	1884.41	1882.38	1882.37	1695.43	4993.58	5006.34	4999.96
σ	0.19	1.56	1.56	1.41	5.21	5.15	3.73

по радиусам пери- и апоселения ± 21.27 км и ~ 21.21 км соответственно. Конечная масса КА m_f получается больше 1691 кг, а в наилучшем варианте она равна ~ 1700 кг (1699.3 кг).

Если оценить характеристики случайных величин, приведенных в табл. 6, по уровню «3 σ », получится, что на импульс коррекции требуется ~ 9.9 м/с, суммарная характеристическая скорость больше номинальной величины на ~ 10.1 м/с. Видно, что за счет сокращения ошибки выдачи импульса скорости удается уменьшить разброс радиусов пери- (± 15.63 км) и апоселения (± 15.45 км). Конечная масса КА m_f получается больше 1691.2 кг. В наилучшем варианте она равна ~ 1700 кг (1699.66 кг).

Анализ данных из табл. 3–6, показал, что в худшем варианте (по конечной массе $M(m_4) - 3\sigma(m_4)$) после выдачи второго основного импульса КА перейдет на орбиту ИСЛ с высотами периселения $r_{\pi f}$ и апоселения $r_{\alpha f}$, отличными от заданного радиуса конечной круговой орбиты ($a_f = 5$ тыс. км), для перехода на которую ему необходим запас характеристической скорости $\Delta V_{\text{кр}}$ на двухимпульсную коррекцию формы орбиты, конечная масса КА при этом сократится до m_f . Результаты анализа сведены в табл. 7.

Анализ табл. 3–7 показал, что наилучшими для коррекции траектории двухимпульсного перехода на орбиту ИСЛ являются варианты для расчетов №3 и №4 (двухимпульсная коррекция),

Таблица 7. Сравнительные характеристики четырех циклов расчетов

Параметры	Цикл расчетов			
	№1	№2	№3	№4
$r_{\pi f}$, км	4238.57	4967.58	4972.50	4977.95
$r_{\alpha f}$, км	5746.65	5033.04	5027.62	5021.79
$\Delta V_{\text{кр}}$, м/с	~ 73.8	~ 3.3	~ 2.7	~ 2.3
m_f , кг	1629.16	1678.36	1689.45	1689.88

а наихудшим — вариант для расчета №1 (одноимпульсная двухпараметрическая коррекция).

Таким образом, для минимизации суммарной характеристической скорости коррекцию траектории перехода КА на орбиту ИСЛ следует проводить как можно чаще (с учетом времени накопления мерной базы измерений между активными маневрами, которое в расчетах принято равным примерно одним суткам) на двигателях малой тяги Д2 (для уменьшения ошибок выдачи импульсов).

Ниже опишем некоторые вероятностные характеристики для лучшего (по конечной массе) цикла расчетов №4, когда корректирующие импульсы сообщались с помощью двигателей Д2. В этом случае получаются наименьшие отклонения параметров орбиты от заданных конечных параметров.

10. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
НАИЛУЧШЕГО ВАРИАНТА

В табл. 8 представлены коэффициенты асимметрии $A_s(\xi)$ и эксцесса $E_s(\xi)$ случайной величины ξ для цикла расчетов №4, вычисляемые согласно формулам

$$A_s(\xi) = \frac{\mu_3}{\sigma^3}, \tag{13}$$

где $\mu_3 = \frac{M[(\xi - M(\xi))^3]}{\sigma^3}$ — третий центральный момент;

$$E_s(\xi) = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3, \tag{14}$$

где $\mu_4 = \frac{M[(\xi - M(\xi))^4]}{\sigma^4}$ — четвертый центральный момент. Они позволяют судить о том, насколько распределение случайной величины близко к нормальному распределению.

Таблицу 8 можно использовать для оценки отклонения фактического распределения от нормального. Она демонстрирует, что величины первого основного ΔV_1 и второго основного ΔV_2 импульсов скорости, а также конечной большой полуоси a_f обладают характеристиками, наиболее близкими к характеристикам нормального распределения.

На рис. 6 представлены зависимости функций распределения вероятности $P(\Delta V_2)$ и плотности распределения вероятности $\rho(\Delta V_2)$ второго основного импульса скорости ΔV_2 . На нем и далее вертикальными прямыми линиями отмечены величины математического ожидания $M(\xi)$ и «оценки сверху» $\lim(\xi)$ случайной величины ξ , где $\lim(\xi) = M(\xi) + 3\sigma(\xi)$.

Остальные случайные величины имеют распределения, отличные от нормального. Так происходит из-за сильного влияния ошибок навигации и управления на реальную траекторию. На рис. 7 представлена зависимость функции распределения вероятности $P(\Delta V_{K1})$ и плотности

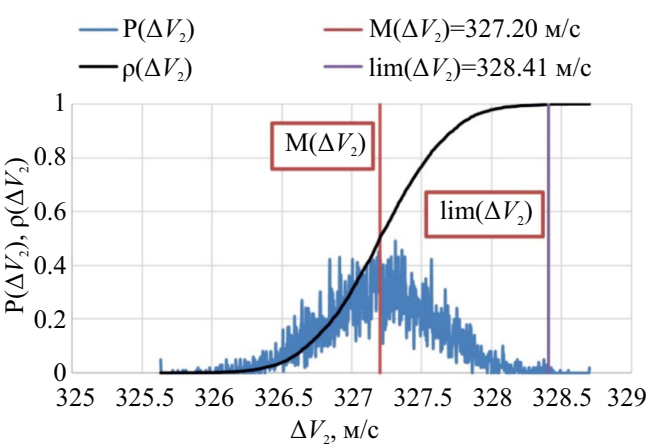


Рис. 6. Зависимость функции распределения вероятности $P(\Delta V_2)$ и плотности распределения вероятности $\rho(\Delta V_2)$ для первого импульса ΔV_2 .

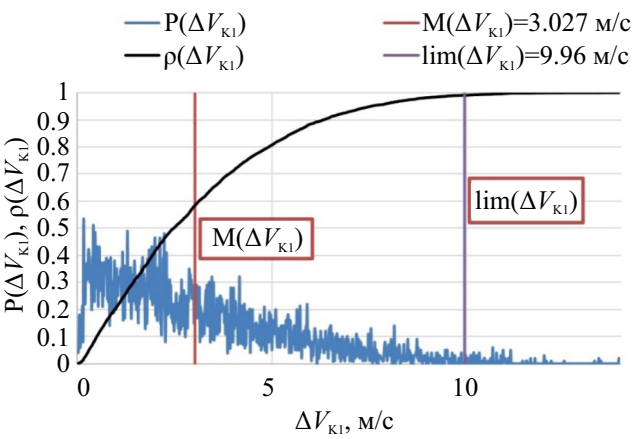


Рис. 7. Зависимости функции распределения вероятности $P(\Delta V_{K1})$ и плотности распределения вероятности $\rho(\Delta V_{K1})$ для первого корректирующего импульса ΔV_{K1} .

распределения вероятности $\rho(\Delta V_{K1})$ первого импульса коррекции.

В предыдущем исследовании [21] было показано, что для коррекции траектории перелета Земля — Луна необходим запас характеристической скорости от ~36 до 57 м/с. Тогда реализация двухимпульсного выведения КА на высокую орбиту ИСЛ с момента отделения от РБ требует суммарную характеристическую скорость от ~623 до ~644 м/с.

Таблица 8. Коэффициенты асимметрии $A_s(\xi)$ и эксцесса $E_s(\xi)$ для цикла расчетов № 4

	ΔV_1 , м/с	ΔV_{K1} , м/с	ΔV_{K2} , м/с	ΔV_2 , м/с	W , м/с	m_f , кг	$r_{\pi f}$, км	r_{af} , км	a_f , км
$A_s(\xi)$	-0.013	1.017	1.315	-0.031	0.993	-0.995	-0.789	0.822	0.035
$E_s(\xi)$	0.018	0.74	3.398	0.054	0.741	0.735	0.359	0.522	0.027

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Практическая реализация номинальной траектории двухимпульсного перехода ведет к необходимости введения коррекции траектории перелета Земля — Луна, в частности коррекции заключительного участка торможения. В настоящей работе исследованы одно- или двухимпульсные, двух- или трехпараметрические схемы коррекций. Разработаны методики и соответствующее им программное обеспечение, позволяющие оценить статистические коррекционные характеристики траектории на основе статистического метода Монте-Карло.

На основе анализа моделирования траекторий полета Земля — Луна и соответствующих двигательных установок были приняты некоторые числовые характеристики ошибок навигации и работы двигателей. Для них были проведены массовые расчеты, позволившие выявить наихудшие и наилучшие схемы коррекций.

Показано, что наихудшим, по величине суммарной характеристической скорости и конечной массы КА, является случай одноимпульсной двухпараметрической коррекции (с одним корректирующим импульсом в апоселении), когда время перехода КА t_f на конечную орбиту ИСЛ остается свободным. Для него суммарная характеристическая скорость составляет ~695 м/с, а конечная масса КА равна до ~1629.2 кг.

Показано, что наилучшим, по величине суммарной характеристической скорости и конечной массы КА, оказался случай двухимпульсной трехпараметрической коррекции (с двумя корректирующими импульсами в окрестности апоселения, которые выдаются на двигателях малой тяги Д2). Для него суммарная характеристическая скорость составляет ~659 м/с, а конечная масса КА достигает ~1690 кг.

Анализ ранее полученных результатов показал, что выигрыш номинального двухимпульсного перехода над его трехимпульсным аналогом в зависимости от варианта подлета КА к Луне с севера N или с юга S меняется в диапазоне от -13 до 69 м/с, а над одноимпульсным — от 108 до 122 м/с. Потери от реализации одно- и двухимпульсных схем коррекции составляют ~31 и ~10 м/с соответственно, поэтому коррекция не нарушает оптимальность двухимпульсного выведения при принятых ошибках управления и навигации. Следовательно, обе схемы можно использовать на практике.

Показано, что в наилучшем случае для реализации траектории двухимпульсного выведения

КА на высокие круговые орбиты ИСЛ с момента отделения спутника от РБ необходима суммарная характеристическая скорость от ~623 до ~644 м/с.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Егоров В.А.* О некоторых задачах динамики полета к Луне: Автореф... дис. канд. ф. -м. наук. — М.: 1957. — 8 с.
2. *Келдыш М.В., Власова З.П., Лидов М.Ю. и др.* Исследование траекторий облета Луны и анализ условий фотографирования и передачи информации // Келдыш М.В. Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика. М.: Наука, 1988. с. 261—309.
3. *Ивашкин В.В.* Оптимальные траектории импульсного перехода при наличии ограничений по радиусу // Косм. исслед. 1966. Т. 4. № 4. С. 510—521.
4. *Ивашкин В.В.* Об оптимальных траекториях полета КА к Луне в системе Земля — Луна — Солнце // Препринт. ИПМ им. М.В. Келдыша. 2001. № 85. 32 с.
5. *Ulybyshev Yu.P.* Optimization of Spatial Lunar Landing Trajectories: Attainability Domains, Redirection, and Descent Profile Constraint // Cosmic Research. 2021. V. 59. Iss. 1. P. 59—69. <https://doi.org/10.1134/S0010952521010093>
6. *Муртазин Р.Ф.* Эффективное выведение космического аппарата на высокую круговую окололунную орбиту // Космонавтика и ракетостроение. 2019. № 3. С. 5—12. https://www.researchgate.net/publication/340941430_Effective_Spacecraft_Insertion_into_High-Altitude_Circular_Lunar_Orbit
7. *Belbruno E.A., Miller J.K.* Sun-Perturbed Earth-to-Moon Transfers with Ballistic Capture // J. Guidance, Control and Dynamics. 1993. V. 16. Iss. 4. P. 770—775.
8. *Chin G., Brylow Sc., Foote M. et al.* Lunar Reconnaissance Orbiter Overview: The Instrument Suite and Mission // Space Science Reviews. 2007. V. 129 (4). P. 391—419. DOI:10.1007/s11214-007-9153-y
9. *Gao Yo., Wang Zh., Zhang Yu.* Low thrust Earth-Moon transfer trajectories via lunar capture set // Astrophysics and Space Science. 2019. V. 364. Art. ID. 219. <https://doi.org/10.1007/s10509-019-3708-8>
10. *Чеботарев В.Е., Шмаков Д.Н., Анжина В.А.* Концепция лунной системы спутниковой связи // Исследования наукограда. 2014. № 7. С. 26—31.
11. *Чеботарев В.Е., Кудымов В.И., Звонарь В.Д. и др.* Концепция окололунной навигации // Исследования наукограда. 2014. № 4. С. 14—20.
12. *Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В., Симонов А.В. и др.* Анализ траекторий выведения космическо-

- го аппарата на высокие круговые орбиты искусственного спутника Луны // *Косм. исслед.* 2022. Т. 60. № 3. С. 235–245. <https://doi.org/10.31857/S0023420622030050>
13. Основы теории полета космических аппаратов / под ред. Г.С. Нариманова, М.К. Тихонравова. М.: Машиностроение, 1972. 610 с.
 14. *Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г.* Основы механики космического полета. М.: Наука, 1990. 448 с.
 15. *Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В.* Использование трехимпульсного перехода для выведения космического аппарата на орбиты искусственного спутника Луны // *Косм. исслед.* 2017. Т. 55. № 3. С. 207–217. <https://doi.org/10.7868/S0023420617030037>
 16. *Гордиенко Е.С.* Методика оптимального выведения космического аппарата на высокие круговые орбиты искусственного спутника Луны: Автореф... дис. канд. техн. наук. М.: 2019. — 16 с.
 17. *Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В., Симонов А.В. и др.* Анализ траекторий выведения КА на высокие круговые орбиты искусственного спутника Луны с использованием двухимпульсного торможения // *Вестник НПО С.А. Лавочкина.* 2023. № 2 (60). С. 27–37.
 18. *Зеленцов В.В.* Основы баллистического проектирования искусственных спутников Земли. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 174 с.
 19. *Платонов А.К.* Исследование свойств корректирующих маневров в межпланетных полетах // *Косм. исслед.* 1966. Т. 4. № 5. С. 671–693.
 20. *Тучин А.Г., Боровин Г.К., Тучин Д.А. и др.* Инженерная записка. Первое торможение и маневрирование на орбитах искусственного спутника Луны и траекторное обеспечение посадки в выбранный район. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2019. 32 с.
 21. *Гордиенко Е.С., Худорожков П.А.* К вопросу выбора рациональной траектории полета к Луне // *Вестник НПО С.А. Лавочкина.* 2016. № 1(31). С. 15–25.
 22. *Тучин А.Г.* Определение параметров движения КА по результатам измерений при наличии шума в динамической системе // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.* 2004. № 2. 32 с.
 23. *Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H.* The Planetary and Lunar Ephemeris DE 421 // *IPN Progress Report.* 2009. V. 42-178. JPL IOM 343R-08-003. https://amsat-bda.org/files/The_Planetary_and_Lunar_Ephemeris_DE421.pdf