

ISSN 0023-4206

Том 61, Номер 4

Июль - Август 2023



КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

www.sciencejournals.ru



СОДЕРЖАНИЕ

Том 61, номер 4, 2023

Оценки параметров западного аврорального электроджета во время сильных суббурь <i>А. А. Петрукович, М. А. Евдокимова, С. В. Апатенков</i>	267
Одновременные наземные и спутниковые измерения поляризованного джета на меридиане станции Якутск <i>А. Е. Степанов, В. Л. Халипов, С. Е. Кобякова, С. И. Данилов</i>	277
Временные ряды космических наблюдений: анализ локальных метеорологических и солнечных серий <i>Г. С. Курбасова, А. Е. Вольвач, Л. Н. Вольвач</i>	285
О точках либрации в системе астероид–исследовательский зонд <i>Э. К. Лавровский</i>	302
Эксперимент “Лунный Принтер” по лазерному сплавлению лунного реголита в космическом проекте “Луна-Грунт” <i>Т. М. Томилина, А. А. Ким, Д. И. Лисов, А. М. Лысенко</i>	311
Прогнозирование параметров вращения Земли в задачах навигации с учетом феномена эволюции неравномерности вращения Земли <i>М. Н. Красильщиков, Д. М. Кружков, Е. А. Мартынов</i>	322
Влияние продуктов выделения из конструкционных материалов космических аппаратов на оптические характеристики терморегулирующих покрытий космических аппаратов <i>А. А. Чиров, Н. Г. Белякова</i>	332
Исследование движения группы из четырех связанных космических аппаратов под управлением с использованием сил Лоренца <i>К. С. Чернов, Д. С. Иванов</i>	339

УДК 550.385

ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЗАПАДНОГО АВРОРАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОДЖЕТА ВО ВРЕМЯ СИЛЬНЫХ СУББУРЬ

© 2023 г. А. А. Петрукович¹, М. А. Евдокимова^{1, *}, С. В. Апатенков²

¹Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

*evdokimari@mail.ru

Поступила в редакцию 20.10.2022 г.

После доработки 25.10.2022 г.

Принята к публикации 02.11.2022 г.

Продолжается разработка простой “прямоугольной” модели западного аврорального электроджета, основанной на наблюдениях магнитного поля вдоль разреженной меридиональной цепи станций в полярной зоне. Модель имеет три параметра: две границы и постоянную плотность электрического тока. Работа модели показана на примере суббурь, наблюдаемых на цепочке станций CARISMA (*англ.* Canadian Array for Realtime Investigations of Magnetic Activity). Был введен дополнительный параметр, позволяющий менять меридиональный профиль тока от прямоугольного к колоколообразному, но его влияние на работу модели оказалось слабым. В заключение проведено сравнение оценок полной силы электроджета, полученных по этой модели, с оценками суббурного токового клина, полученными по среднеширотным станциям. Обе оценки имеют схожие амплитуды и изменяются согласованно в течение развития взрывной фазы суббури. Величины тока в определенных моменты времени могут различаться в два раза, но схожие различия наблюдаются и для других моделей западного аврорального электроджета. Последнее предполагает, что реальная геометрия тока электроджета и тока клина могут значительно отличаться от используемых относительно простых моделей.

DOI: 10.31857/S0023420622700029, EDN: LUMRFQ

ВВЕДЕНИЕ

Авроральные электроджеты — это электрические токи, протекающие в полярной ионосфере и замыкающие магнитосферные токовые системы. В частности, так называемый западный электроджет развивается во время взрывной фазы суббурь и является сильнейшим из электроджетов. Характерные вариации наземного магнитного поля, сопутствующие электроджету, также являются основными характеристиками суббури в целом [7].

Однако данные по наземному магнитному полю, обобщенные в виде индексов AE/AU/AL по основным станциям наблюдения аврорального овала, или индексы SML/SMU/SME по более новому и расширенному набору станций [14], или даже магнитограммы с единичных станций не являются непосредственно пригодными для количественного сравнения с магнитосферными наблюдениями: измеренное магнитное поле необходимо преобразовывать в распределение электрического тока [19].

Для достаточно плотной (распределенной по некоторому району) сети наземных станций существует относительно распространенный метод

восстановления двумерных эквивалентных ионосферных токов [1, 12]. Однако такие сети недоступны на всех долготах даже в северном полушарии. Для меридиональных цепочек станций (с большим числом точек измерения), таких как IMAGE (*англ.* International Monitor for Auroral Geomagnetic Effects) [20] или CARISMA [9], одномерные методы позволяют оценить меридиональный профиль электроджета [4, 8, 16]. В остальных областях северного полушария, а также во всем южном полушарии, на более или менее одной долготе доступно совсем немного станций.

Следует отметить, что также существует несколько статистических моделей аврорального овала [13, 18, 21], но они основываются на авроральных высыпаниях электронов или на данных о полярных сияниях, которые имеют схожее пространственное распределение, но не тождественны электроджету.

В продолжение развития количественных подходов к оценке полного тока электроджета, в нашей первой статье [3] воспроизведены алгоритмы основных доступных моделей [8, 16, 18] и показа-

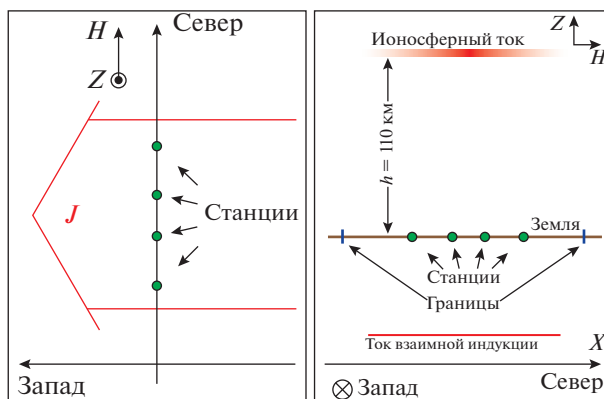


Рис. 1. Схема электроджета [3].

ли их работу на нескольких примерах. Также была разработана новая модель для гораздо меньшего числа станций в меридиональной цепочке (порядка 2–4), которую можно использовать в большем количестве случаев, чем предыдущие модели. Эта статья содержит как подробное введение, так и технические детали всех моделей. Для достижения такой более широкой применимости используется новая более простая прямоугольная модель электроджета в виде полосы с тремя неизвестными параметрами — постоянной плотностью тока и двумя границами. Эта модель нелинейна по отношению к неизвестным параметрам. Также используется вертикальная Z -компонента магнитного поля. Упомянутые выше модели [8, 16] линейны и используют только направленную на север X -компоненту магнитного поля.

Показано, что такая простая прямоугольная модель достоверно описывает электроджет, но, чтобы избежать попадания в локальные минимумы в ходе итераций (при поиске минимума нелинейной функции) и исключить нефизичные решения, должны быть предприняты некоторые технические меры предосторожности. В частности, хотя бы две станции должны быть за пределами электроджета, чтобы вариации Z -компоненты магнитного поля могли надежно указать на его границы.

В этой статье продолжается разработка и проверка нашей модели. Сперва приведен краткий повтор алгоритма модели, затем выполнены проверки на данных с цепочки магнитометров CARISMA. Основной темой данной статьи является исследование применимости несколько доработанной модели с колоколообразным меридиональным профилем плотности тока. Также впервые сравниваются наши оценки электроджета с оценками суббуревого токового клина, восстановленными по наблюдениям на среднеширотных станциях [6, 17].

1. АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ

Здесь кратко изложена модель, предложенная в работе [3]. Используется следующая простая модель западного аврорального электроджета (рис. 1): (1) высота h фиксирована и равна 110 км; (2) вертикальная толщина электроджета пренебрежимо мала; (3) слой тока одномерен, зависимости от долготы нет; (4) ток строго параллелен широтной линии. Модельный широтный профиль тока получается с использованием север-южной X - и вертикальной Z -компоненты магнитного поля, измеренных в некотором множестве положений. Y -компонента магнитного поля игнорируется.

Магнитное поле электроджета проявляется как отклонение от спокойного поля, так что последнее должно быть вычтено. Чтобы вычислить спокойное поле, усредняются данные пяти самых спокойных дней месяца [2]. Вариации наземного магнитного поля (X и Z) составляют сумму ионосферного тока (электроджета, X_e и Z_e) и тока взаимной индукции внутри Земли (X_i и Z_i). Индукционное поле вычитается с помощью простого эмпирического подхода [15]:

$$X_e = \frac{2}{3} X, \quad Z_e = Z. \quad (1)$$

Параметрическая модель электроджета определяется, максимизируя Гауссову функцию правдоподобия L , составленную из разниц модельного и измеренного полей.

$$-2\ln L = \sum_{k=1}^N \left[\frac{1}{\sigma_X^2} (\delta X_k - \delta X_{km}(\mathbf{p}))^2 + \frac{1}{\sigma_Z^2} (\delta Z_k - \delta Z_{km}(\mathbf{p}))^2 \right] + Q_r, \quad (2)$$

где N — число станций, X_k и Z_k — измеренное магнитное поле (нТл) на k -й станции (спокойное

и индукционное поля вычтены). X_{km} и Z_{km} — вычисленное модельное магнитное поле, Q_r обозначает возможные дополнительные факторы, отвечающие за регуляризацию. $\mathbf{p}$ — вектор параметров модели. σ_x (σ_z) — стандартные отклонения измеренных X (Z) компонент (на всех используемых станциях в определенное время).

Оптимальный вектор параметров соответствует минимуму $-2\ln L$. За матрицу ошибок (дисперсии) параметров $\mathbf{p}$ берется обратный Гессиян $\ln L$:

$$\text{cov}(\mathbf{p}) = \left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial p_i \partial p_j} \right)^{-1}. \quad (3)$$

В работе [3] предложена прямоугольная модель с постоянной плотностью тока и плавающими границами. Параметры модели: плотность тока, нижнеширотная и верхнеширотная границы электроджета.

$$\begin{aligned} \delta X_{km} &= \frac{\mu_0}{2\pi} j \left(\arctg \frac{x_k - x_l}{h} - \arctg \frac{x_k - x_h}{h} \right), \\ \delta Z_{km} &= \frac{\mu_0}{4\pi} j \ln \frac{h^2 + (x_k - x_h)^2}{h^2 + (x_k - x_l)^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где j — плотность тока полосы (А/м); h — высота тока; x_h, x_l — координаты верхней (по широте) и нижней границ тока соответственно (м); x_k — координаты станции k (м).

Эта модель нелинейна и может быть решена любым стандартным алгоритмом (например, Левенберга—Марквардта), но необходимо задать определенные начальные значения параметров модели. В отличие от линейной регрессии, в данном случае нахождение истинного решения (абсолютного минимума функции) не гарантируется.

Избежать скатывания в локальный минимум позволяет так называемый алгоритм мулти-старта, который перебирает в качестве начальных условий случайный набор значений, нормально распределенных вокруг предсказаний модели овала [18], и выбирает результат с минимальными невязками по формуле (2).

2. ПРОВЕРКА МОДЕЛИ НА ДАННЫХ CARISMA

Описанная выше модель тестировалась на цепочках станций IMAGE и Ямала [3]. В этой работе добавлены примеры двух суббурь (23.VI.2015 и 10.VIII.2016), наблюдаемых на меридиональных цепочках Churchill и Alberta (рис. 2 и 3) Канадской сети для исследований магнитной активности (CARISMA) [9]. Координаты используемых станций приведены в табл. 1. В представленных ниже примерах использовался алгоритм мулти-старта со случайным набором 50 начальных значений, нормально распределенных вокруг плотности тока — 220 кА/град и границ, рассчитанных по модели [18], со стандартным отклонением 275 кА/град и 5.94°.

Приведенная на рис. 2 первая суббуря довольно сложная, со многими активациями. Профиль тока восстанавливается для двух моментов времени (показаны вертикальными линиями). Иногда невозможно корректно восстановить высокоширотную границу электроджета (вертикальная красная линия и красный профиль на правой панели), потому что все станции в данный момент находятся “внутри” полосы тока. Поэтому, полный ток в таких случаях не может быть восстановлен. В таких случаях на графиках не отображается эта граница и полный ток.

Отметим, что в хорошем случае (синяя вертикальная линия и синий цвет на правой панели) посчитанное по модели магнитное поле хорошо совпадает с измеренным почти на всех станциях. Второй пример суббури, наблюдаемой на цепочке станций Alberta (рис. 3), представляет собой одиночную магнитную бухту. Модель относительно уверенно восстанавливает положение и амплитуду электроджета. Эти примеры подтверждают достоверность метода для цепочек из 4 станций, при условии что некоторые станции находятся за пределами электроджета и с полярной, и с экваториальной стороны.

3. СГЛАЖИВАНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ МОДЕЛИ

Может показаться, что модель тока с прямоугольной формой слишком проста, так как в природе нет резких, бесконечно тонких границ. В частности, ожидается, что плотность электрического тока спадает постепенно (относительно широты). Чтобы оценить важность данной проблемы с точки зрения эмпирического моделирования, необходимо проверить, соответствует ли альтернативный вариант, например, колоколообразный профиль плотности тока, наблюдательным данным существенно лучше. Чтобы имитировать отклонение от прямоугольной формы в сторону колоколообразной, используются кубические кривые Безье [5], широко известный инструмент для сглаживания графических объектов. Кубическая кривая рисуется между четырьмя заданными точкам P_0, P_1, P_2, P_3 , для текущего аргумента t

$$\begin{aligned} B(t) &= (1-t)^3 P_0 + 3(1-t)^2 t P_1 + \\ &+ 3(1-t) t^2 P_2 + t^3 P_3. \end{aligned} \quad (5)$$

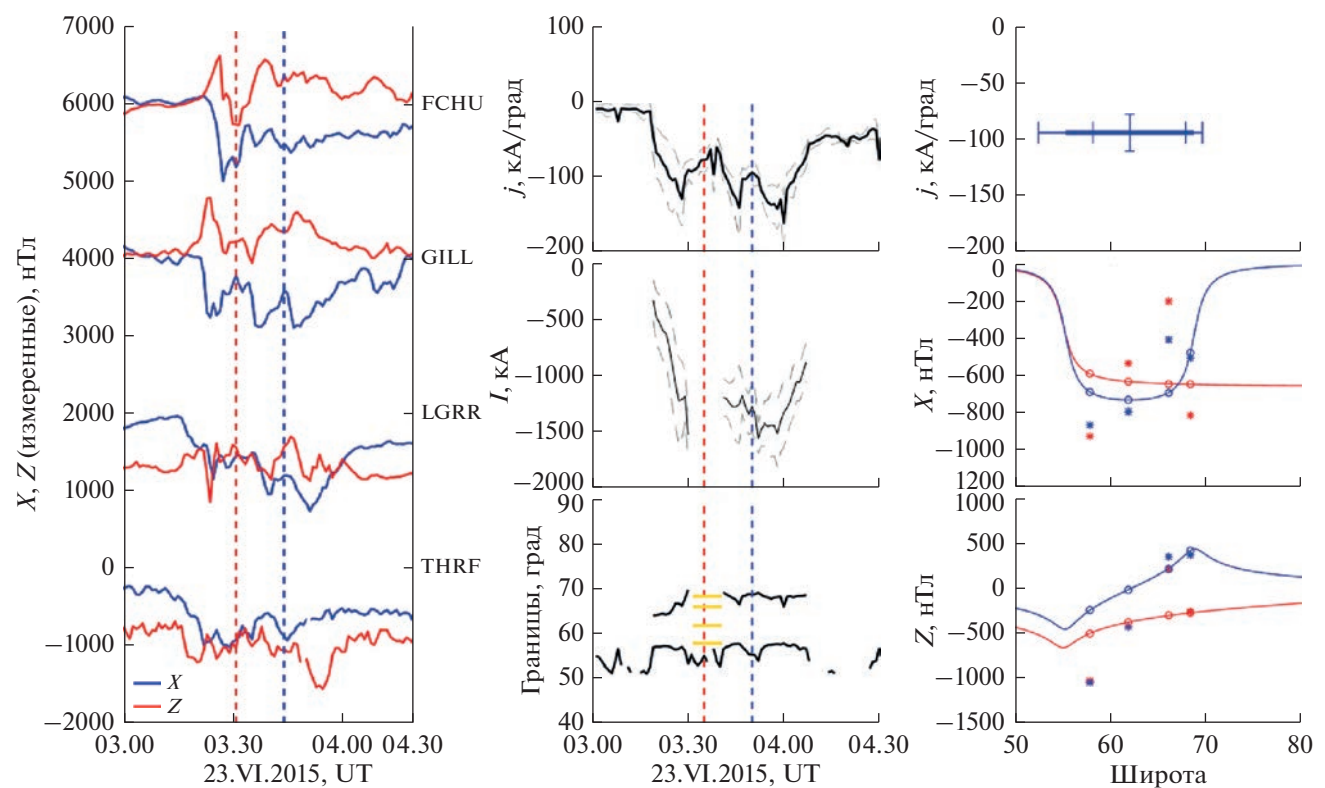


Рис. 2. Пример прямоугольной модели по данным цепочки Churchill. Слева: профиль измеренного магнитного поля от времени. Вертикальные линии обозначают срезы по времени для правой панели. Центр: модельные плотность тока, полный ток (стандартные отклонения отображены тонкими кривыми) и границы электроджета (положение станций показано желтыми линиями). Справа: широтные срезы с параметрами модели для двух времен. Ошибки параметров показаны тонкими отрезками на верхнем графике. Звездочки соответствуют измеренному магнитному полю на станциях.

Для моделирования профиля плотности тока (рис. 4) используются две кривые Безье с контрольными точками Pt_1, Pt_2, Pt_3, Pt_4 , и Pt_5, Pt_6, Pt_7, Pt_8 и горизонтальную полку между ними (между Pt_4 и Pt_5). Края Pt_1 и Pt_8 находятся на нулевом уровне. Максимальное значение плотности тока j_0 и полуширина d на полувысоте наследуются от прямоугольного профиля. Форма профиля плот-

Таблица 1. Список станций сети магнитометров CARISMA, взятый из [9]

Код станции	Название	Геодезическая широта (С)	Геодезическая долгота (В)	CGM широта (С)	CGM долгота (В)
FCHU	Fort Churchill	58.76	265.91	68.4	333.4
FSMI	Fort Smith	60.03	248.07	67.3	306.7
GILL	Gillam	56.38	265.36	66.1	332.9
MCMU	Fort McMurray	56.66	248.79	64.2	309.0
VULC	Vulcan	50.37	247.02	57.7	308.7
LGRR	Little Grand Rapids	52.03	264.54	61.9	332.3
POLS	Polson	47.66	245.79	54.7	307.9
THRF	Thief River Falls	48.03	263.64	57.9	331.4

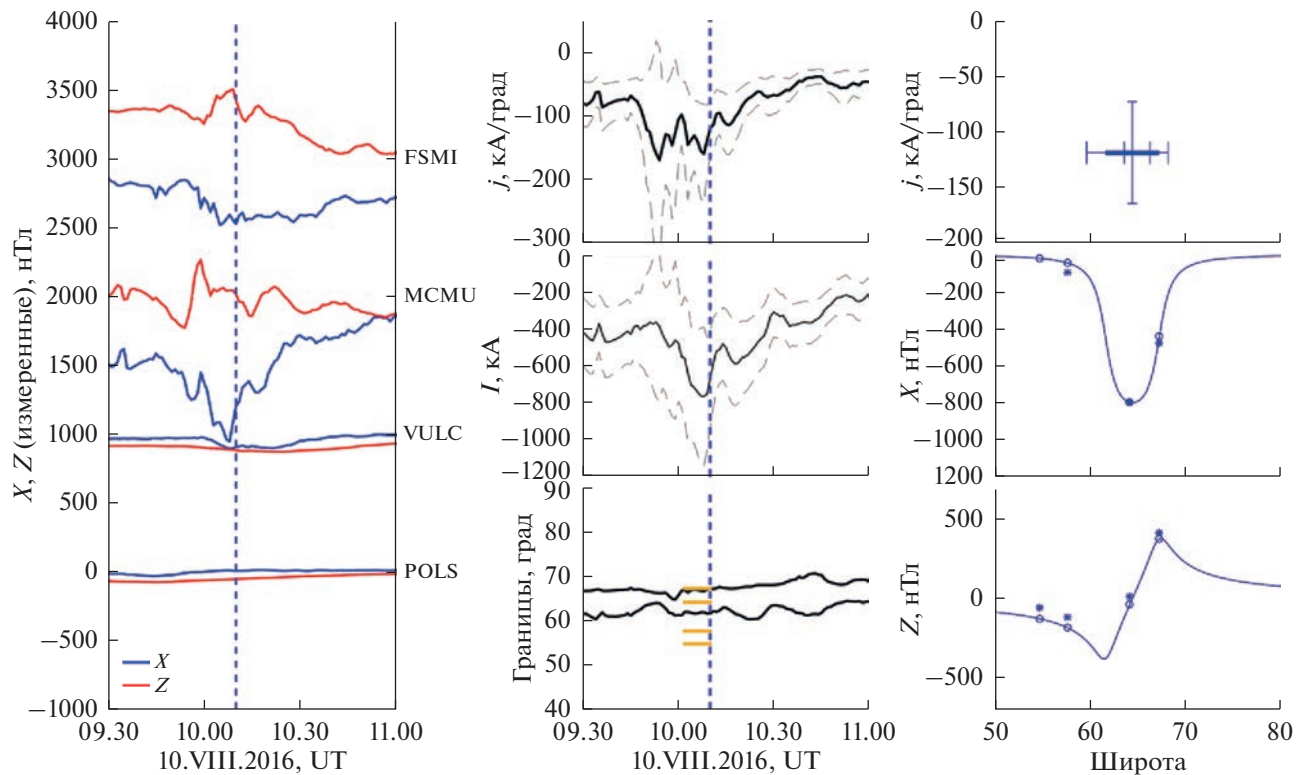


Рис. 3. Пример прямоугольной модели по данным цепочки Alberta. Слева: профиль измеренного магнитного поля от времени. Вертикальные линии обозначают срезы по времени для правой панели. Центр: модельные плотность тока, полный ток (стандартные отклонения отображены тонкими кривыми) и границы электроджета (положение станций показано желтыми линиями). Справа: широтный срез параметров модели в определенный момент времени. Ошибки параметров показаны тонкими отрезками на верхнем графике. Звездочки соответствуют измеренному магнитному полю на станциях.

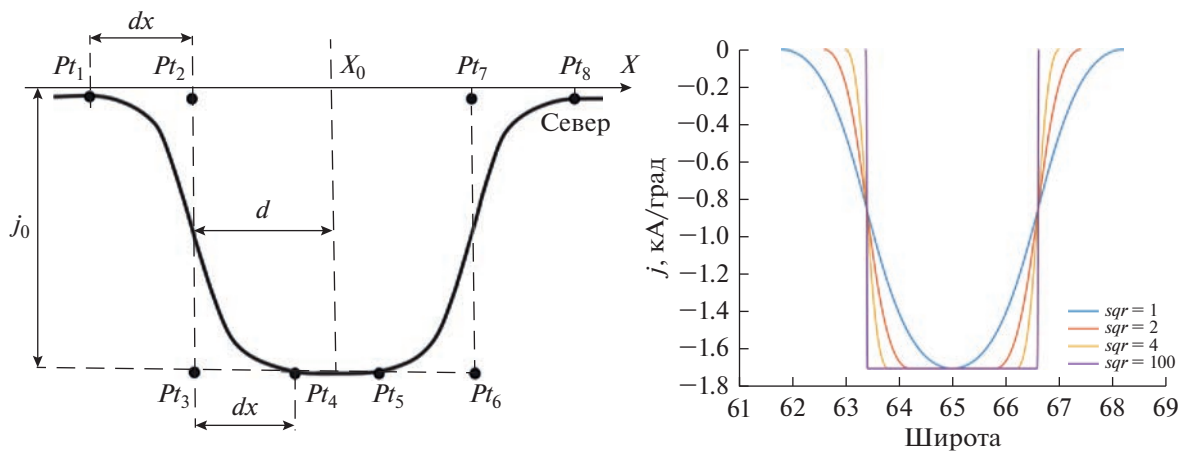


Рис. 4. Регулировка реконфигурации от прямоугольного к колокообразному профилю. Слева: параметры кривых Безье. Справа: разнообразие возможных профилей.

ности тока может регулироваться движением контрольных точек. Например, когда Pt_1 приближается к Pt_2 (и Pt_4 к Pt_3 , Pt_5 к Pt_6 , Pt_8 к Pt_7), профиль становится ближе к прямоугольному. В модели предполагается, что полный ток не меняется

при изменении профиля плотности тока и равен полному току прямоугольного профиля.

Процесс регулируется только одним свободным параметром 'квадратности' ('square'):

$$sqr = d/dx. \quad (6)$$

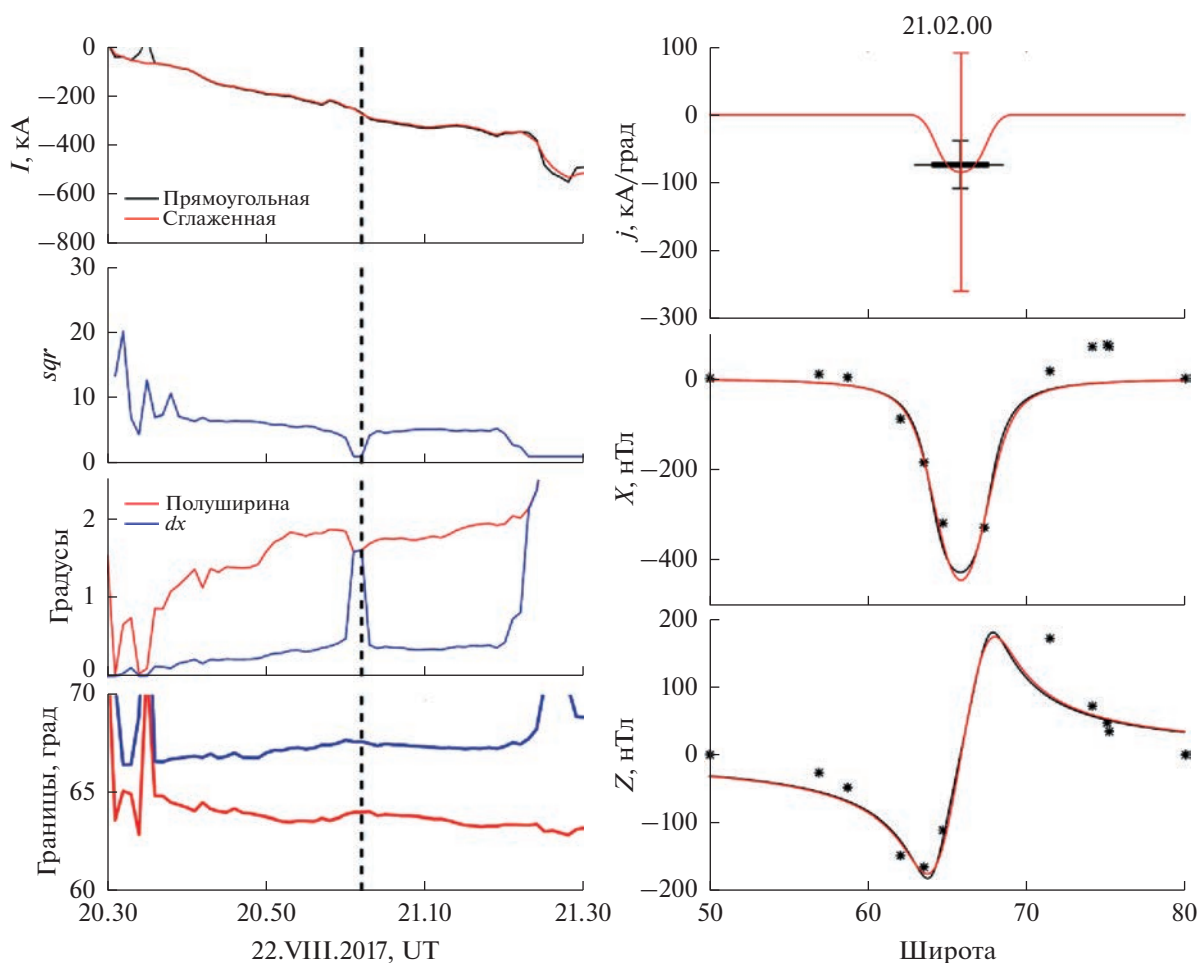


Рис. 5. Сравнение прямоугольной и сглаженной моделей. Слева: итоговые параметры модели (сверху вниз): полный электрический ток, sqr , полуширина в градусах и границы в градусах. Справа: широтные профили модельных плотности тока и магнитного поля для выборочного момента времени 21.02 UT (отображено слева вертикальной пунктирной линией). Звездочками показаны измеренные магнитные поля в фактических координатах станций.

Так, $sqr = 1$ и $dx = d$ соответствуют колокообразной форме, а при $sqr = 100$ профиль практически прямоугольный (рис. 4 справа).

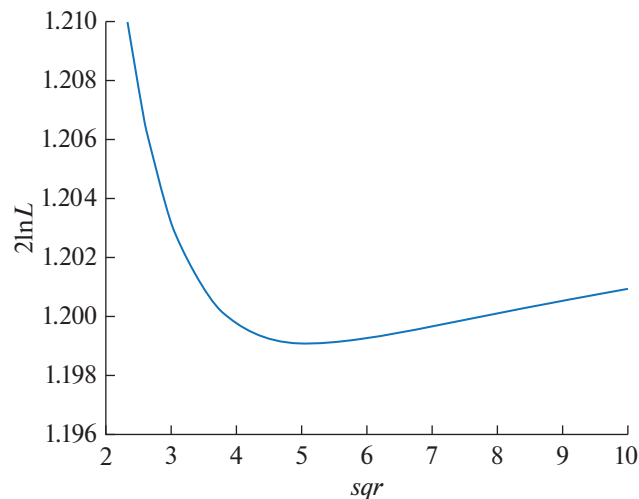
Итак, у новой возможной модели электроджета четыре свободных параметра: плотность тока, две границы и параметр квадратности. Для такого сглаженного профиля уравнение (4) уже не действительно, и можно использовать численное интегрирование для вычисления модельного магнитного поля или вывести новую аналитическую формулу (поскольку профиль может быть разделен на несколько кубических кривых).

Полезность этой модели была оценена на нескольких суббурах в данных цепочки IMAGE. Хотя модель создавалась для меридиональных цепочек с небольшим количеством станций, ее можно использовать и для большого числа станций. Это позволяет проверить новый вариант с большей статистической достоверностью. На рис. 5 пока-

зан характерный пример относительно простой суббури 22.VIII.2017, которая уже была рассмотрена в работе [3] и удобна для проверки новых моделей. Отметим что ключевые параметры тока и модельные магнитные поля практически совпадают и для прямоугольной модели, и для сглаженной модели.

Параметр sqr варьируется от 1 до 10. На правой панели сверяются профили широты для одного конкретного момента времени (21.02 UT, черная пунктирная линия), когда заданный профиль был наиболее близок к форме колокола ($sqr = 1$). Даже в таком случае максимальной разницы в профилях плотности тока получившиеся магнитные поля почти одинаковы.

На рис. 6 показана изменчивость функции правдоподобия в 21.05 UT в зависимости от sqr . Она находится в пределах доли одного процента, и это практически незначимо. В этом расчете для

Рис. 6. Срез функции правдоподобия по параметру sqr .

простоты зафиксированы другие параметры модели в их оптимальных значениях (плотность тока – 82.5 кА/град, границы 63.86°–67.42°).

Следовательно, по крайней мере, для некоторых проверенных случаев усложнение простейшей прямоугольной модели не приводит к заметному повышению статистического качества и не рекомендуется для использования по умолчанию.

4. СРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОДЖЕТА С СУББУРЕВЫМ ТОКОВЫМ КЛИНОМ

В течение взрывной фазы суббури образуется глобальная петля тока с продольными токами между магнитосферой и ионосферой – суббуревой токовый клин (SCW) [10]. В простейшей схеме эти продольные токи полностью замыкаются западным электроджетом в авроральной ионосфере. Таким образом ожидается увидеть схожие динамику и интенсивность токового клина и западного электроджета. Чтобы получить параметры токового клина, использовались методы их оценки по наземным данным [6, 17]. На среднеширотных станциях (широтах ниже 55°) в геомагнитных вариациях доминирует сигнал от токового клина, а вкладом ионосферного электроджета можно пренебречь. Для сравнения электроджета и токового клина отобраны суббури с очевидным началом и АЕ-индексом не ниже 400 нТл, случившиеся между 18 и 23 UT. Для них с помощью плотной сети авроральных и среднеширотных магнитометров IMAGE можно восстановить как электроджет, так и токовый клин.

В интервале между 1.VIII.2017 и 1.III.2018 найдено всего 16 событий, для которых SCW четко восстанавливается, а долготы цепочки IMAGE

находятся внутри детектируемого токового клина. Список событий представлен в табл. 2.

Поскольку количество доступных магнитометров сети велико, можно применять несколько методов для определения тока электроджета. Помимо нашей сглаженной модели также использовалась модель [8] и одномерная реконструкция,

Таблица 2. Список суббурь для сравнения токового клина и электроджета

Дата	Начало суббури	Интервал восстановления SCW
17.VIII.2017	21.25	22.36–23.00
18.VIII.2017	20.43	20.47–21.05
22.VIII.2017	20.32	20.41–21.10
11.IX.2017	21.42	21.46–22.15
18.IX.2017	21.12	21.14–21.40
23.IX.2017	19.30	19.35–20.15
21.X.2017	22.43	22.45–23.25
24.X.2017	21.54	21.55–22.20
9.XI.2017	21.45	21.50–21.57
12.XI.2017	20.27	20.25–21.00
7.XII.2017	20.31	20.36–21.04
24.I.2018	21.35	21.40–22.10
31.I.2018	22.03	22.06–22.30
1.II.2018	21.16	21.18–21.31
15.II.2018	21.03	21.05–21.24
22.II.2018	21.10	21.13–21.40

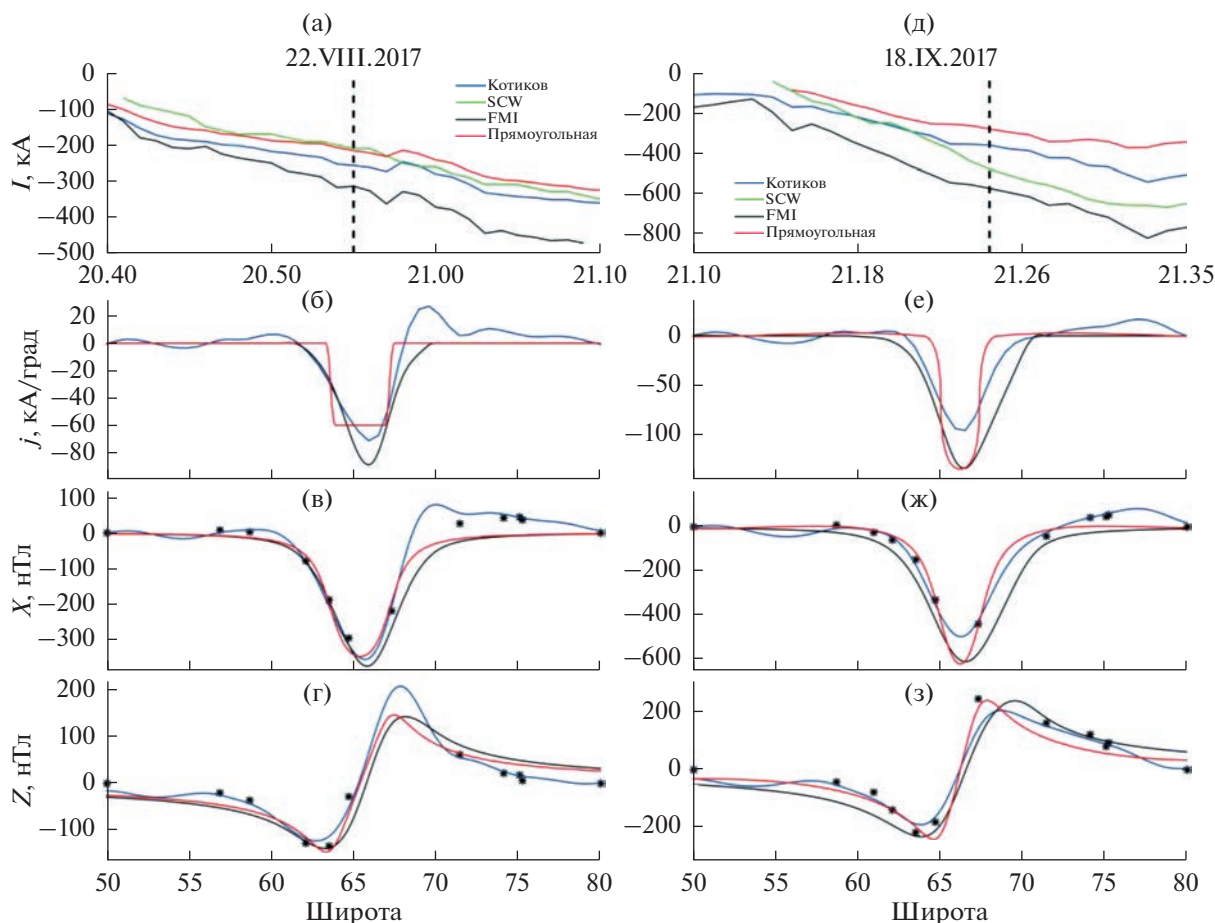


Рис. 7. Сравнение токового клина (зеленый) и параметров западного электроджета, восстановленного тремя методами: по модели Котикова (синий), 1D FMI метод (черный) и прямоугольная сплаженная модель (красный). Слева событие 22.VIII.2017, справа – 18.IX.2017. Панели (а, д) показывают интенсивность тока (полный ток); (б, е) – плотность тока на широтном срезе в момент времени, отмеченный вертикальной пунктирной линией в 20.55 UT (слева) и 21.25 UT (справа); (в, ж) – смоделированные и наблюдаемые (черные звездочки) вариации X -компоненты поля в тот же самый момент; (г, з) – смоделированные и наблюдаемые (черные звездочки) вариации Z -компоненты поля в тот же самый момент.

предложенная Финским метеорологическим институтом (*англ.* Finnish Meteorological Institute) (https://space.fmi.fi/MIRACLE/iono_1D.php) [11].

Два типичных примера отображены на рис. 7. И SCW, и электроджет развиваются схожими темпами. Электроджет по модели 1D FMI, всегда сильнее вплоть до двух раз. Электроджет по нашей модели всегда менее интенсивный, чем по модели Котикова. Полный ток SCW варьирует между этими моделями. Широтные срезы показывают, что прямоугольная модель занижает крылья электроджета, и поэтому оценки полного тока по этой модели всегда ниже. Все модели относительно хорошо восстанавливают наблюдаемое магнитное поле (звездочки на рис. 7). Следовательно, можно сделать вывод, что оценка интенсивности SCW согласуется с оценкой ионосферного электроджета в пределах неопределенности расчетов различными моделями электроджета.

ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Предложены одномерные алгоритмы для оценки сильных токов, развивающихся в ионосфере во время взрывной фазы суббури. Модели работают хорошо, если станции по расположению перекрывают всю зону электроджета. Следовательно, минимальное количество станций в цепочке – три, из которых две находятся снаружи электроджета, фиксируя его границы, и одна внутри, определяя максимум плотности тока. Хотя формально в этом случае имеется шесть свободных измеряемых параметров ($3X$ и $3Z$ магнитных компоненты), только три из них содержат существенную информацию. Внутри электроджета Z -компонента близка к нулю, а X -компонента ответственна за амплитуду. Снаружи – X менее значима, а относительно сильная Z указывает на границу электроджета. Так как толщина

электроджета часто довольно мала — 5° или меньше, лучше иметь четыре станции, чтобы компенсировать возможное смещение овала в зависимости от уровня активности. Оптимальные промежутки между станциями порядка 3° – 4° , поэтому возможно охватить весь диапазон расположений электроджета от 60° до 75° магнитной широты.

Несмотря на то, что модельный прямоугольный меридиональный профиль электроджета не вполне физичен, показано, что его сглаживание до колоколообразной формы неэффективно для улучшения статистического качества подгонки. Был использован простейший алгоритм сглаживания, сохраняющий значение полного тока (площадь под кривой). Для такого сглаживания нужен только один дополнительный свободный параметр. Подробное сравнение меридиональных профилей тока в различных моделях на рис. 7 показывает, что часто “крылья” электроджета шире и интенсивнее, чем это допускается в нашей модели. В следующих исследованиях будет протестирован альтернативный профиль модели, сочетающий прямоугольную (отвечающую за центральную часть) и треугольную (отвечающую за крылья) формы. Однако в этом варианте количество свободных параметров модели больше, что может усложнить сходимость алгоритма.

Также проведены первые тесты приложения рассматриваемых моделей для оценок токов, связанных с суббурей. В частности, сравнивался интегральный ток токового клина с током замыкания (электроджетом) в ионосфере. Обе модели основаны на существенном упрощении геометрии суббуревых токов. Эти упрощения не обязательно являются полностью обоснованными, что может привести к появлению систематических ошибок. Тем не менее, даже первые тесты показывают базовую совместимость оценок токового клина и электроджета, которые отличаются в пределах двух раз. Отметим, что схожие различия наблюдаются и между разными моделями электроджета. Некоторые из них, вероятно, можно было бы компенсировать регулируемой модельной формы электроджета. Собранный статистика из 16 событий с достоверными наблюдениями как SCW, так и соответствующих электроджетов может быть использована для будущего анализа.

В заключение, в этом исследовании продолжение регуляровка и тестирование одномерных моделей западного электроджета, основанных на меридиональной цепи магнитных станций. Простейшая прямоугольная модель оказалась надежной и конкурентоспособной и может быть использована для сравнения с другими суббуревыми токами, в частности с суббуревым токовым клином.

Авторы выражают благодарность создателям архивов данных магнитометров.

Анализ данных профинансирован проектом Российского научного фонда № 18-47-05001.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Amm O., Viljanen A.* Ionospheric disturbance magnetic field continuation from the ground to the ionosphere using spherical elementary current systems // *Earth Planets Space*. 1999. V. 51. Iss. 6. P. 431–440.
2. *Chapman S., Bartels J.* Geomagnetism. London: Oxford University Press, 1940.
3. *Evdokimova M.A., Petrukovich A.A.* Estimation of westward auroral electrojet current with magnetometer chain data // *Ann. Geophys.* 2020. V. 38. Iss. 1. P. 109–121.
4. *Johnsen M.G.* Real-time determination and monitoring of the auroral electrojet boundaries // *J. Space Weather Space Clim.* 2013. V. 3. Iss. A28.
5. *Hazewinkel M.* Encyclopedia of Mathematics: Supplement. Germany. Berlin; Heidelberg: Springer Science and Business Media, 1997.
6. *Horning B.R., McPherron R., Jackson D.D.* Application of linear inverse theory to a line current model of substorm current systems // *J. Geophys. Res.* 1974. V. 79. Iss. 34. P. 5202–5210.
7. *Ganushkina N.Yu., Liemohn M.W., Dubyagin S.* Current Systems in the Earth's Magnetosphere // *Reviews of Geophysics*. 2018. V. 56. Iss. 2. P. 309–332.
8. *Kotikov A.L., Latov Yu.O., Troshichev O.A.* Structure of auroral electrojets by the data from a meridional chain of magnetic stations // *Geophysica*. 1987. V. 23. Iss. 2. P. 143–154.
9. *Mann I.R., Milling D., Jonathan Rae I. et al.* The upgraded CARISMA magnetometer array in the THEMIS era // *Space Sci. Rev.* 2008. V. 141. Iss. 1. P. 413–451.
10. *McPherron R.L., Russell C.T., Kivelson M.G. et al.* Substorms in space: The correlation between ground and satellite observations of the magnetic field // *Radio Sci.* 1973. V. 8. Iss. 11. P. 1059–1076.
11. *Mersmann U., Baumjohann W., Küppers F. et al.* Analysis of an eastward electrojet by means of upward continuation of ground-based magnetometer data // *J. Geophys.* 1979. V. 45. Iss. 1. P. 281–298.
12. *Mishin V.M.* The magnetogram inversion technique and some applications // *Space Sci. Rev.* 1990. V. 53. Iss. 1–2. P. 83–163.
13. *Newell P.T., Sotirelis T., Wing S.* Diffuse, monoenergetic, and broadband aurora: The global precipitation budget // *J. Geophys. Res.* 2009. V. 114. Iss. A9. Art. ID. A09207.
14. *Newell P., Gjerloev J.* Evaluation of SuperMAG auroral indices as indicators of substorms and auroral power // *J. Geophys. Res.* 2011. V. 116. Iss. A12. Art. ID. A12211.
15. *Петров В.Г.* Моделирование индукции в проводящей земле при исследовании динамики полярных

- электроструй // *Geomagnetism and Aeronomy*. 1982. Т. 22. № 1. С. 159–161.
16. *Popov V.A., Papitashvili V. O., Watermann J.F.* Modeling of equivalent ionospheric currents from meridian magnetometer chain data // *Earth Planets Space*. 2001. V. 53. P. 129–137.
<https://doi.org/10.1186/bf03352370>
17. *Sergeev V.A., Vagina L.I., Elphinstone R.D. et al.* Comparison of UV optical signatures with the substorm current wedge as predicted by an inversion algorithm // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. Iss. A2. P. 2615–2627.
18. *Старков Г.В.* Математическая модель авроральных границ // *Геомагнетизм и аэрономия*. 1994. Т. 34. № 3. С. 331–336.
19. *Untiedt J., Baumjohann W.* Studies of polar current systems using the IMS Scandinavian magnetometer array // *Space Sci. Rev.* 1993. V. 63. Iss. 3–4. P. 245–390.
20. *Viljanen A., Hakkinen L.* IMAGE magnetometer network in Satellite-Ground Based Coordination Sourcebook / edited by Lockwood M., Wild M.N. Opge-noorth H.J. Eur. Space Agency Spec. Publ. 1997. ESA SP-1198. P. 111–117.
21. *Vorobjev V.G., Yagodkina O.I., Katkalov Yu.V.* Auroral Precipitation Model and its applications to ionospheric and magnetospheric studies // *J. Atm. S-Terr. Phys.* 2013. V. 102. P. 157–171.
<https://doi.org/10.1016/j.jastp.2013.05.007>

ОДНОВРЕМЕННЫЕ НАЗЕМНЫЕ И СПУТНИКОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ДЖЕТА НА МЕРИДИАНЕ СТАНЦИИ ЯКУТСК

© 2023 г. А. Е. Степанов^{1, *}, В. Л. Халипов², С. Е. Кобякова¹, С. И. Данилов¹

¹Институт космических исследований и аэронавтики им. Ю.Г. Шафера ЯНЦ СО РАН, Якутск, Россия

²Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

*a_e_stepanov@ikfia.ysn.ru

Поступила в редакцию 14.07.2022 г.

После доработки 12.01.2023 г.

Принята к публикации 01.02.2023 г.

Приводятся данные одновременных измерений поляризационного джета с наземной станции вертикального радиозондирования Якутск и спутниковых наблюдений узких провалов электронной плотности или быстрых дрейфов ионосферной плазмы на запад со спутников серии *DMSP* (англ. Defense Meteorological Satellite Program). События основаны на наземных ионосферных измерениях и охватывают интервал времени с марта 1989 по декабрь 2015 г., т.е. около 26 лет. Одновременность наблюдений обеспечивается периодом времени примерно ± 1.5 ч от времени регистрации признаков поляризационного джета по данным наземной станции ионосферного зондирования или периодом обращения спутников *DMSP* вокруг Земли. По данным многолетних одновременных спутниковых и наземных измерений (126 событий) показано и подтверждено, что наличие на ионограммах характерных дополнительных следов отражений указывает на присутствие вблизи зенита станции наблюдения узких и быстрых дрейфов ионосферной плазмы или поляризационного джета. Также показано, что квазимгновенная долготная протяженность поляризационного джета на субавроральных широтах в отдельных случаях может достигать 8 ч или 120° по долготе.

DOI: 10.31857/S0023420622600210, EDN: ULGUXU

ВВЕДЕНИЕ

Поляризационный джет или узкие струи (потoki) быстрых ионных дрейфов к западу вблизи проекции плазмопаузы на высотах области *F* ионосферы являются одним из характерных признаков геомагнитного возмущения в субавроральной области *F* ионосферы. Они наиболее заметно проявляются во время суббурь на фоне крупномасштабной конвекции плазмы и впервые были обнаружены по данным советского спутника “Космос-184” [1]. Ввиду условий в замороженности плазмы такая узкая полоса быстрого западного дрейфа на высотах области *F* ионосферы была отождествлена с развитием направленного к полюсу локального электрического поля на экваториальной границе зоны крупномасштабной конвекции, которое регистрируется спутниками в том же пространственно-временном секторе. Скорость плазмы в полосе поляризационного джета может достигать на высотах области *F* сверхзвуковых значений — до нескольких километров в секунду.

Изучению поляризационного джета и SAID (англ. Subauroral Ion Drifts — обозначение, принятое в англоязычных странах) посвящено доста-

точно много работ. Он исследовался по спутниковым измерениям электрических полей в ионосфере и магнитосфере, измерениям дрейфа ионов в ионосфере, по наземным радарным измерениям, ионограммам вертикального и возвратно-наклонного зондирования ионосферы [2–11].

Единичные и статистические исследования поляризационного джета показывают, что обычно он имеет широтную протяженность 100–200 км или 1° – 2° по широте, наблюдается преимущественно в предполуденном секторе (19.00–24.00) MLT и на инвариантных широтах 55° – 65° ; максимальная скорость дрейфа плазмы в полосе поляризационного джета может достигать 4–5 км/с. Поляризационный джет всегда наблюдается экваториальнее границы высыпания авроральных электронов и с увеличением геомагнитной активности смещается к более низким широтам.

Формирование и существование поляризационного джета приводит к целому ряду резких структурных изменений в ионосфере, таких как изменения состава ионосферы, появление плазменных неоднородностей и формирование глубокого провала на высоте *F*-слоя ионосферы, широтно-ограниченные термосферные ветры, очень быстрые продольные вертикальные потоки, плаз-

мосферные провалы внутри и вне плазмопаузы, плазмосферное короткое замыкание суббуревых инъекций и тому подобное [12–19]. Все это оказывает влияние на условия распространения коротких радиоволн и отражает изменение космической погоды.

Одновременные ионозондовые измерения на Якутской цепочке ионосферных станций и единичные спутниковые измерения на космических аппаратах “Космос-184”, AE-C, DE-1, -2 и “Ореол-3” позволили выявить наземные признаки поляризационного джета. Было установлено, что присутствие характерных следов отражений $F3s$ на ионограммах вертикального и возвратно-наклонного зондирования ионосферы свидетельствует о существовании вблизи зенита станции наблюдения поляризационного джета [20–22].

Следует отметить, что наземные ионозондовые измерения поляризационного джета проводятся только группой ионосферных исследований на базе Якутской меридиональной цепочки станций вертикального и возвратно-наклонного зондирования. Упомянем также, что в 1982–1986 гг. радиофизические измерения проводились со шведско-британских наземных УКВ радаров [23, 24], где наблюдались события подобные поляризационному джету.

В современных экспериментальных геофизических исследованиях при изучении субавроральных явлений важное значение имеют результаты многолетних наземных измерений параметров субавроральных и авроральных явлений. В архивах данных ионозондовых измерений на сети якутских станций содержится информация об уникальных событиях за последние пять циклов солнечной активности. Нередко ионозондовые измерения перекрываются со спутниковыми измерениями тепловой плазмы в ионосфере и плазмосфере, электрических полей и токов, энергичных ионов и электронов. Ионозондовые измерения проводятся в круглосуточном режиме каждые 15 мин и позволяют отслеживать физические процессы до и после возникновения какого-то явления. С появлением в ионосферных измерениях ионозондов с цифровым форматом представления данных реализовалась возможность работы станций в on-line режиме. Появляется прямая возможность обеспечивать различные геофизические службы оперативной информацией. В частности, одна из актуальных и важных задач — возможность мониторинга крупномасштабных структур субавроральной ионосферы, в первую очередь широты границы диффузных вторжений [25], рассматриваемой как наглядный и эффективный индекс геофизической активности, имеющий ясный физический смысл.

Целью настоящей работы является исследование многолетних одновременных измерений по-

ляризационного джета с наземной ионосферной станции Якутск и наблюдений быстрых ионных дрейфов со спутников серии DMSP.

ДАННЫЕ ИЗМЕРЕНИЙ

Для сопоставления наземных и спутниковых измерений было рассмотрено 126 событий поляризационного джета, зарегистрированных с наземной ионосферной станции Якутск, расположенной вблизи 130-го географического меридиана в восточной Сибири на широте 62.2° , и 281 измерение быстрых субавроральных дрейфов ионов со спутников серии DMSP. Программа DMSP (Defence Meteorological Satellite Program) — это программа длительного спутникового мониторинга Земли, поставляющая оперативную глобальную информацию, в том числе и солнечно-геофизического характера. Интервал времени синхронных наземных и спутниковых наблюдений охватывает период с марта 1989 по декабрь 2015 г., т.е. около 26 лет.

Критерии отбора событий для сопоставления были следующие: для наземных данных — наличие на ионограммах станции зондирования характерных следов отражений $F3s$ [20] и резких срывов критической частоты на суточных f -графиках станции [26]; для спутниковых данных — пик горизонтальной скорости превышает или равен около 1000 м/с; полуширина — менее 3° ; событие расположено экваториальнее авроральной зоны в раннем-вечернем и вечернем секторах MLT; полярная кромка западных ионных дрейфов совпадает или примыкает к экваториальной границе потоков высыпающихся электронов [27].

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для сопоставлений одновременных наземных и спутниковых измерений выбирались пролеты и наблюдения спутников DMSP, входящие (пролетающие) в промежуток времени ± 1.5 ч от события регистрации признаков поляризационного джета на ионограммах вертикального зондирования [28], так как ионосфера не может мгновенно реагировать на изменения ионосферно-магнитосферных параметров.

В ходе работы было проанализировано 126 дней, когда на ионограммах ст. Якутск регистрировались отражения от поляризационного джета ($F3s$ -отражения), и 281 пролет спутников серии DMSP, когда спутники одновременно регистрировали большие горизонтальные скорости V_{horz} и резкие падения ионной плотности N_i .

Высота пролета спутников составляла от 790 до 856 км, а траектории спутников проходили в основном в раннем-вечернем и вечернем секторах MLT. Величина геомагнитной возмущенно-

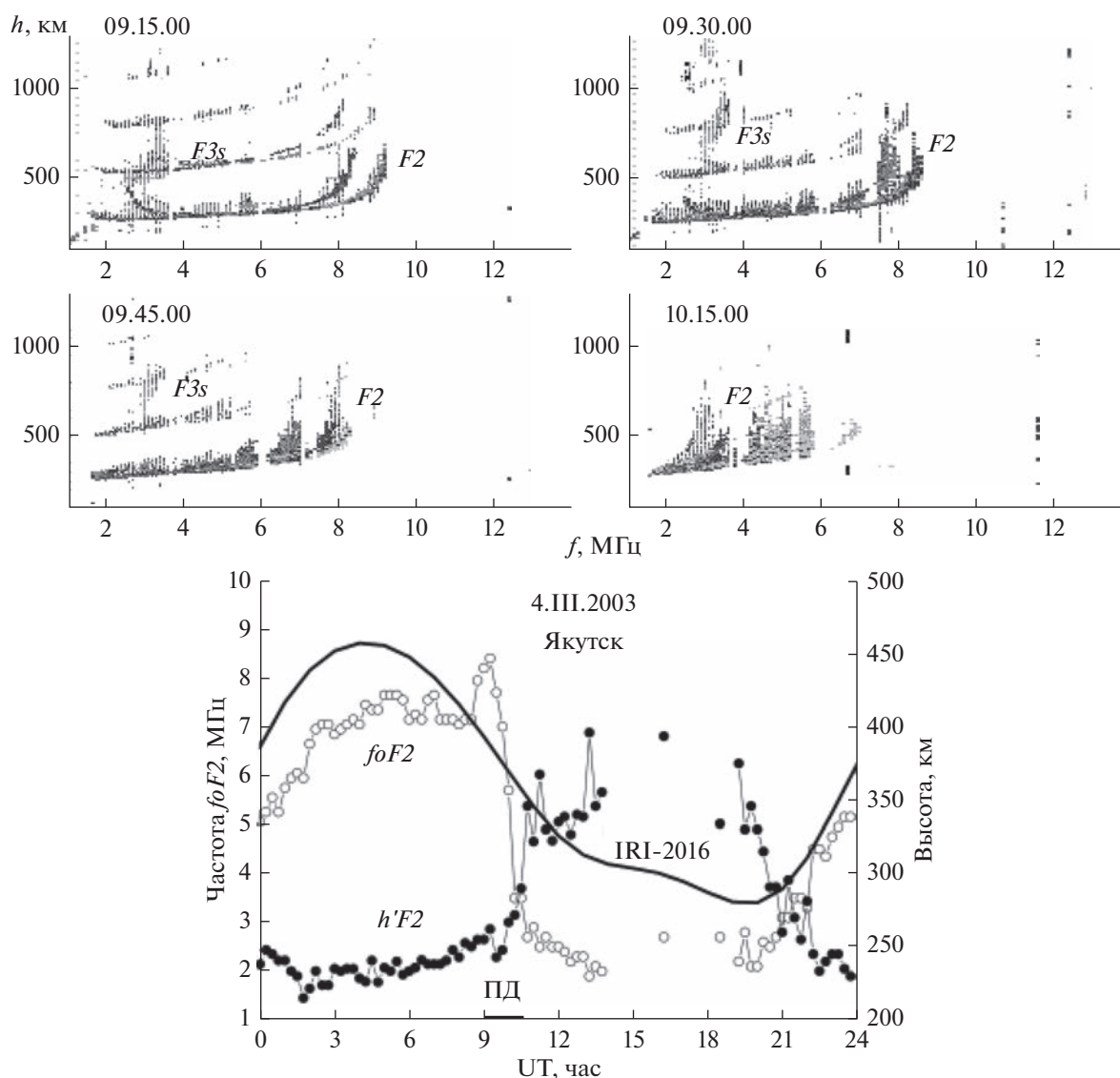


Рис. 1. Последовательность ионограмм вертикального зондирования (вверху) и f -график (внизу) наземной станции Якутск от 4 марта 2003 г. при пролете спутника *DMSP F15* вблизи меридиана станции наблюдения. Присутствие характерных следов $F3s$ на ионограммах, а также резкое падение критической частоты $foF2$ (белые кружки) и рост минимальной высоты отражений $h'F2$ (черные кружки) указывает на присутствие вблизи станции поляризационного джета. Жирной линией здесь приведен суточный ход критической частоты по модели IRI-2016.

сти по планетарному индексу Kp во всех событиях была больше или равна трем.

На рис. 1 приведены ионограммы и f -график станции Якутск от 4 марта 2003 г., когда вблизи меридиана станции пролетал спутник *DMSP F15*. В верхней части рисунка показаны ионограммы вертикального зондирования ионосферы. Видно, что в наземных данных с 09.15 до 10.15 UT (18.15–19.15 LT) на ионограммах начинает регистрироваться присутствие вблизи станции поляризационного джета — на ионограммах видны характерные следы $F3s$ -отражений от узкого провала ионизации. Характерные дополнительные следы отражений на ионограммах обозначены как $F3s$. В нижней части

рисунка приведен суточный ход критической частоты и минимальной высоты слоя $F2$ над Якутском, отмеченных белыми и черными кружочками соответственно. Заметно, что критическая частота в период между 08.30 и 10.30 UT начинает повышаться и резко падать, что говорит о возникновении или присутствии поляризационного джета вблизи зенита станции наблюдения [21, 25, 27]. Минимальная высота F -слоя во время возникновения поляризационного джета резко увеличивается с 250 до 350 км [29]. Период наблюдения дополнительных следов отражений на ионограммах отмечен жирной черточкой с надписью ПД на шкале мирового времени UT. Отметим, что

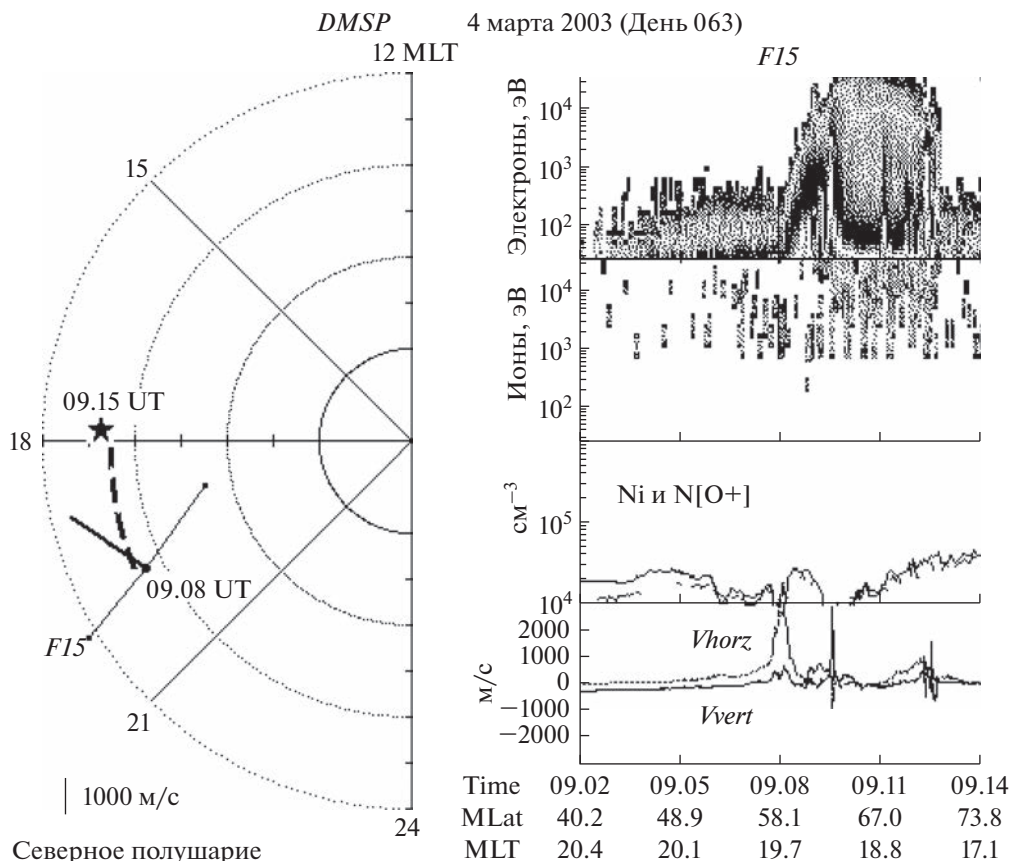


Рис. 2. Измерения поляризационного джета со спутника DMSP F15 при пролете вблизи меридиана станции Якутск 4 марта 2003 г. Траектория спутника и местоположение ст. Якутск (звездочка), в координатах магнитная широта—магнитное время, приведены слева. Масштаб скорости приведен внизу с левой стороны. На правой стороне рисунка показаны спектрограмма ионных и электронных высыпаний, профили Ni и N[O+] и горизонтальные и вертикальные скорости ионов (V_{horz} и V_{vert}) на высоте пролета спутника. Здесь тонкой прямой линией показано положение поляризационного джета со значением скорости дрейфа около 3 км/с.

после регистрации дополнительных отражений на ионограммах зондирующей станции в большинстве случаев наблюдаются ионосферные условия А и В — экранировка и поглощение радиоволн зондирующей станции [30]. Жирной линией здесь приведен суточный ход критической частоты по модели IRI-2016. Местное время в Якутске соотносится с мировым временем как $LT = UT + 9$ ч.

Спутник DMSP F15 в это время пролетал восточнее станции Якутск. Траектория спутника и местоположение ст. Якутск, в координатах магнитная широта — магнитное время, приведены на рис. 2. На полярной диаграмме положение ст. Якутск, где регистрируются ионосферные признаки поляризационного джета, отмечено темной звездочкой. На траектории спутника в 09.08 UT утолщенной линией отмечено западное движение ионосферной плазмы со скоростью около 3000 м/с. На правой стороне рисунка показаны спектрограммы ионных и электронных высыпаний, профили плотностей Ni и N[O+] и го-

ризонтальные и вертикальные скорости ионов (V_{horz} и V_{vert}) на высоте пролета спутника.

Из рисунка видно, что экваториальнее электронных высыпаний наблюдается понижение плотности ионной составляющей и резкий рост скорости V_{horz} почти до 3000 м/с. Такие вариации параметров четко указывают на существование в ионосфере поляризационного джета. На рисунке положение поляризационного джета отмечено вертикальной линией на траектории спутника F15, где длина линии примерно соответствует скорости дрейфа плазмы.

Таким образом, возникновение или существование в субавроральной ионосфере поляризационного джета или узких провалов ионизации можно проследить и с наземных, и со спутниковых измерений, что показывают одновременные измерения от 4 марта 2003 г.

Примеры квазисовременных наблюдений поляризационного джета с наземных и спутниковых (спутники DMSP F08—F19) измерений за различные интервалы времени приведены на рис. 3.

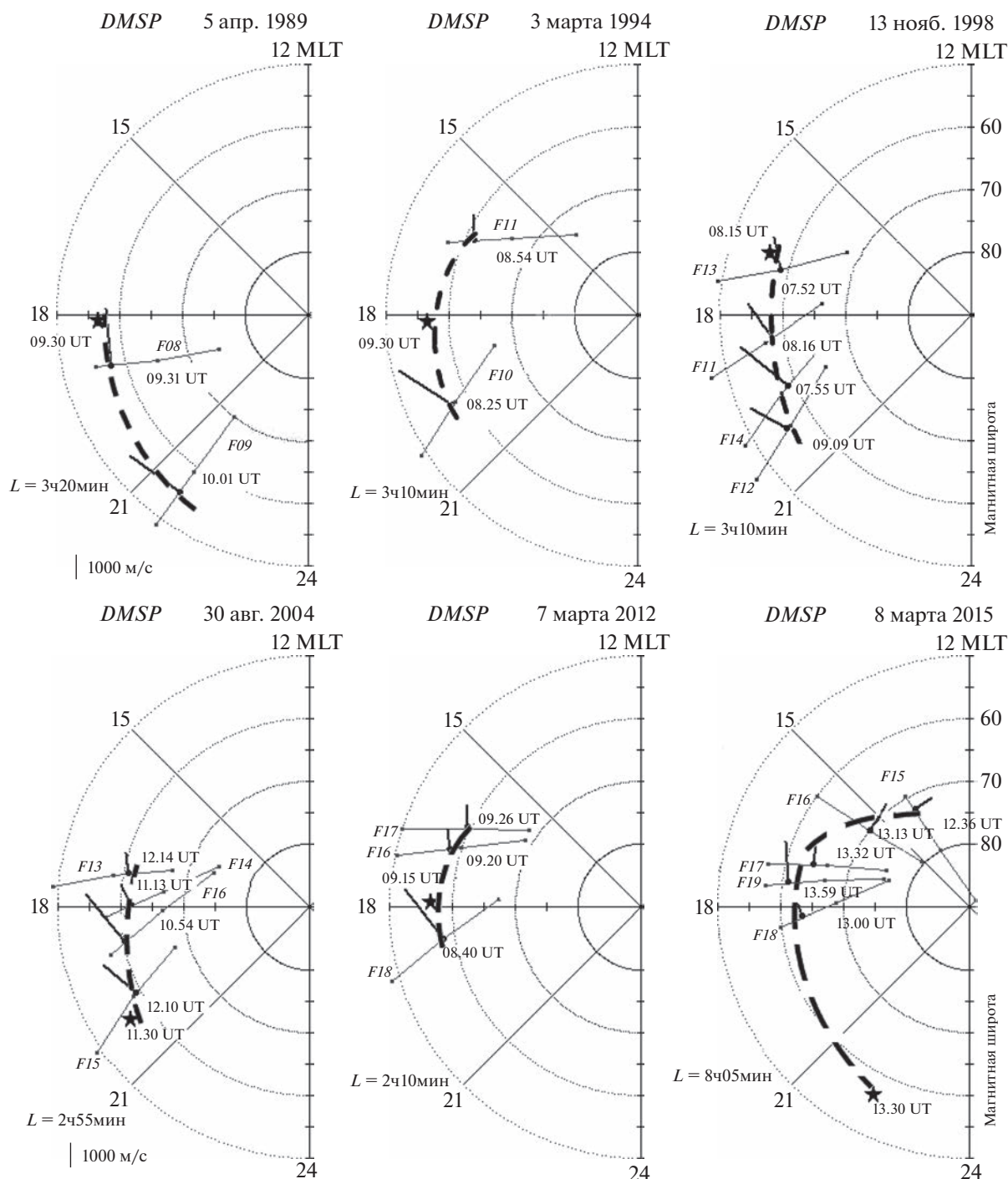


Рис. 3. Квазисовременные многоспутниковые измерения поляризационного джета со спутников серии *DMSP* и с наземной ионосферной станции Якутск. Здесь, тонкие прямые — траектории пролетов спутников *DMSP*, где время между точками пролета спутника составляет 3 мин. На траектории спутника утолщенными прямыми отмечены максимальные значения горизонтальных скоростей поляризационного джета в западном направлении. Толстые штриховые линии обозначают примерное положение узкой струи ионосферной плазмы на высотах спутника, направленное на запад. Буква *L* обозначает кажущуюся протяженность поляризационного джета в часах.

Здесь, как указывалось выше, местоположение наземной станции Якутск отмечено звездочкой. Тонкие прямые — траектории пролетов спутников *DMSP*, пересекающие область больших скоростей, где время между точками пролета

спутника составляет 3 мин. На траектории спутника утолщенными прямыми отмечены максимальными горизонтальными скоростями поляризационного джета в западном направлении. Толстые штриховые линии обозначают примерное поло-

Таблица 1

Год	Количество событий	Спутники <i>DMSP</i>	Год	Количество событий	Спутники <i>DMSP</i>
1989	7	<i>F8, F9</i>	2003	9	<i>F13, F14, F15</i>
1990	10	<i>F8, F9</i>	2004	1	<i>F13, F14, F15, F16</i>
1991	19	<i>F10</i>	2005	—	—
1992	7	<i>F10, F11</i>	2006	—	—
1993	6	<i>F8, F10, F11</i>	2007	4	<i>F15, F16, F17</i>
1994	4	<i>F10, F11</i>	2008	—	—
1995	4	<i>F11, F12</i>	2009	—	—
1996	2	<i>F11, F12</i>	2010	1	<i>F15, F16</i>
1997	—	—	2011	1	<i>F15, F16, F17</i>
1998	9	<i>F12, F13, F14</i>	2012	6	<i>F16, F17, F18</i>
1999	8	<i>F12, F13, F14</i>	2013	4	<i>F17, F18</i>
2000	13	<i>F12, F13, F14, F15</i>	2014	—	—
2001	7	<i>F12, F13, F14, F15</i>	2015	2	<i>F17, F19</i>
2002	2	<i>F13, F14, F15</i>		Всего 126	Всего 281 пролет

жение узкой струи ионосферной плазмы на ионосферных высотах, направленное на запад. Долготная протяженность в часах, между регистрацией поляризационного джета наземной станцией Якутск и моментом измерения максимальной западной скорости, обозначенная буквой *L*, а также масштаб ионной скорости приведены внизу с левой стороны полярных диаграмм. Наибольшая квазипротяженность *L* поляризационного джета (8 марта 2015 г.) составляет около 8 ч или 120°; таких событий было три случая. Отметим, что все эти протяженные события встречались ожидаемо тогда, когда станция наблюдения находилась в позднем вечернем секторе, т.е. после 21.00 MLT.

Во всех случаях видно, что местоположение поляризационного джета по данным наземной станции хорошо коррелирует с одновременными положениями узких дрейфов ионосферной плазмы по данным со спутников *DMSP*. На рисунке мы постарались привести пролеты и измерения всех сменяющих друг друга спутников с 1989 по 2015 гг.

В табл. 1 приведена статистика одновременных измерений, где первая колонка означает год рассмотрения, вторая — количество наземных событий в году, совпадающих по времени с измерениями со спутников *DMSP*, третья колонка — названия спутников, чьи данные использовались в рассмотрении. Заметим, что отсутствие или малое количество регистраций поляризационного джета по наземным данным встречается в годы минимума циклов солнечной активности.

Проведенный анализ одновременных измерений поляризационного джета показал, что в наземных и спутниковых измерениях наблюдается

один и тот же эффект на границе плазмопаузы, т.е. усиление электрического поля северного направления, которое приводит к узким и быстрым западным дрейфам ионосферной плазмы на субавроральных широтах [2–11]. На спутниковых данных *DMSP* они проявляются: 1) как резкий рост западной скорости, измеряемый дрейфметрами, 2) провал в ионной плотности и 3) потоком высыпавшихся мягкоэнергичных электронов и ионов полярнее узкого провала и роста скоростей.

По результатам одновременных измерений можно сделать вывод, что в области поляризационного джета или узкого провала ионизации не наблюдается высыпаний мягкоэнергичных частиц. Значительное высыпание мягкоэнергичных частиц наблюдается к северу от поляризационного джета, которое формирует полярную стенку главного ионосферного провала [9, 16].

Следует сказать, что одновременные измерения никак не говорят о мгновенной долготной протяженности поляризационного джета, так как и наземные, и спутниковые измерения регистрируют только часть исследуемого явления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены одновременные наземные и спутниковые измерения, когда на наземных ионограммах вертикального зондирования наблюдались признаки поляризационного джета. Было проанализировано 126 дней, когда на ионограммах ст. Якутск регистрировались отражения от поляризационного джета, и 281 пролет спутников серии *DMSP*, когда спутники регистрировали большие горизонтальные скорости *Vhorz* и резкие

падения ионной плотности N_i экваториальное высыпание мягкоэнергичных частиц. Величина геомагнитной возмущенности K_p во всех событиях была больше или равна трем.

В исследовании получены следующие результаты:

— по данным многолетних одновременных спутниковых и наземных измерений (126 событий) показано и подтверждено, что наличие на ионограммах характерных дополнительных следов отражений указывает на присутствие вблизи зенита станции наблюдения узких и быстрых дрейфов ионосферной плазмы или поляризационного джета;

— показано, что долготная квазипротяженность поляризационного джета на субавроральных широтах в отдельных случаях может достигать 8 ч или 120° по долготе.

Работа выполнена в рамках государственного задания — номер государственной регистрации 122011700182-1. Авторы благодарят Национальный геофизический центр данных NOAA/NESDIS за предоставление данных спутников *F8–F19 DMSP IDM*, *SSJ/4* и *SSM*. Мы благодарны мировому центру данных по геомагнетизму в Киото (<https://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp>) за предоставление данных по индексам геомагнитной активности. Авторы также выражают сердечную признательность сотрудникам ЛМИИ ИКФИА ЯНЦ СО РАН Л.Н. Габеев, Н.Н. Павловой и А.О. Ершовой за нестандартную обработку ионосферных материалов Якутской цепочки ионосферных станций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гальперин Ю.И., Пономарев В.Н., Зосимова А.Г. Прямые измерения скорости дрейфа ионов в верхней ионосфере во время магнитной бури II. Результаты измерений во время магнитной бури 3 ноября 1967 г. // Косм. исслед. 1973. Т. 11. № 2. С. 284–296.
2. Spiro R.W., Heelis R.A., Hanson W.B. Rapid subauroral ion drifts observed by Atmospheric Explorer C // Geophys. Res. Lett. 1979. V. 6. Iss. 8. P. 657–660.
3. Maynard N.C., Aggson T.L., Heppner J.P. Magnetospheric observation of large subauroral electric fields // Geophys. Res. Lett. 1980. V. 7. Iss. 11. P. 881–884.
4. Rich F.J., Burke W.J., Kelley M.C., Smiddy M. Observations of field-aligned currents in association with strong convection electric fields at subauroral latitudes // J. Geophys. Res. 1980. V. 85. Iss. A5. P. 2335–2340.
5. Providakes J.F., Kelley M.K., Swartz W.E. et al. Radar and optical measurements of ionospheric processes associated with intense subauroral electric fields // J. Geophys. Res. 1989. V. 94. Iss. A5. P. 5350–5366.
6. Филиппов В.М., Решетников Д.Д., Халипов В.Л. и др. Комплексные наблюдения узких провалов ионизации в области F наземными и спутниковыми методами // Косм. исслед. 1989. Т. 27. № 4. С. 568–584.
7. Гальперин Ю.И., Сивцева Л.Д., Филиппов В.М., Халипов В.Л. Субавроральная верхняя ионосфера. Новосибирск: Наука, 1990. 192 с.
8. Karlsson T., Marklund G.T., Blomberg L.G., Malkki A. Subauroral electric fields observed by the Freja satellite: A statistical study // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. Iss. A3. P. 4327–4314.
9. Халипов В.Л., Гальперин Ю.И., Степанов А.Е., Шестакова Л.В. Формирование поляризационного джета в ходе взрывной фазы суббури: результаты наземных измерений // Косм. исслед. 2001. Т. 39. № 3. С. 244–253.
10. He F., Zhang X.-X., Chen B. Solar Cycle, Seasonal, and Diurnal Variations of Subauroral Ion Drifts: Statistical Results // J. Geophys. Res. 2014. V. 119. Iss. 6. P. 5076–5086. <https://doi.org/10.1002/2014JA019807>
11. Синевич А.А., Чернышев А.А., Чугунин Д.В. и др. Пространственная структура поляризационного джета по данным спутников Norsat-1 и Swarm // Косм. исслед. 2021. Т. 59. № 6. С. 489–497. <https://doi.org/10.31857/S0023420621060091>
12. Anderson P.C., Heelis R.A., Hanson W.B. The ionospheric signatures of rapid subauroral ion drifts // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. Iss. A4. P. 5785–5792.
13. Karlsson T., Marklund G.T., Blomberg L.G., Malkki A. Subauroral electric fields observed by the Freja satellite: A statistical study // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. Iss. A3. P. 4327–4314.
14. Anderson P.C., Hanson W.B., Heelis R.A. et al. A proposed production model of rapid subauroral ion drifts and their relationship to substorm evolution // J. Geophys. Res. 1993. V. 98. Iss. A4. P. 6069–6078.
15. Anderson P.C., Heelis R.A., Hanson W.B. The ionospheric signatures of rapid subauroral ion drifts // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. Iss. A4. P. 5785–5792.
16. Степанов А.Е., Халипов В.Л., Голиков И.А., Бондарь Е.Д. Поляризационный джет: узкие и быстрые дрейфы субавроральной ионосферной плазмы. Якутск: Издат. дом СВФУ, 2017. 176 с.
17. He F., Zhang X.-X., Chen B., Fok M.-C. Plasmaspheric trough evolution under different conditions of subauroral ion drift // Sci. China Tech. Sci. 2012. V. 55. Iss. 5. P. 1287–1294. <https://doi.org/10.1007/s11431-012-4781-1>
18. Mishin E.V., Puhl-Quinn P.A. SAID: Plasmaspheric short circuit of substorm injections // Geophys. Res. Lett. 2007. V. 34. L24101. <https://doi.org/10.1029/2007GL031925>
19. Mishin E.V., Streltsov A.V. Nonlinear wave and plasma structures in the auroral and subauroral geospace. Elsevier Science Publishing Co Inc., 2022. 621 p.
20. Шульгина Н.В. Спорадические образования в F -области // Авроральные явления 70-П. Апатиты: КФ АН СССР, 1974. С. 44–46.

21. Решетников Д.Д., Филиппов В.М., Баишев Д.Г. и др. Морфология и динамика узких провалов ионизации в субавроральной области F: препринт. Якутск: ЯФ СО АН СССР, 1987. 39 с.
22. Филиппов В.М., Решетников Д.Д., Халипов В.Л. и др. Комплексные наблюдения узких провалов ионизации в области F наземными и спутниковыми методами // Косм. исслед. 1989. Т. 27. № 4. С. 568–584.
23. Freeman M.P., Southwood D.J., Lester M., Yeoman T.K., Reeves G.D. Substorm-associated radar auroral surges // J. Geophys. Res. 1992. V. 97. Iss. A8. P. 12173–12185.
24. Shand B.A., Lester M., Yeoman T.K. Substorm associated radar auroral surges: a statistical study and possible generation model // Ann. Geophysicae. 1998. V. 16. P. 441–449.
25. Халипов В.Л., Гальперин Ю.И., Лисаков Ю.В. и др. Диффузная авроральная зона. II. Формирование и динамика полярного края субаврорального ионосферного провала в вечернем секторе // Косм. исслед. 1977. Т. 15. № 5. С. 708–724.
26. Степанов А.Е., Кобякова С.Е., Халипов В.Л. Наблюдение быстрых субавроральных дрейфов ионосферной плазмы по данным Якутской меридиональной цепочки станций // Солнечно-земная физика. 2019. Т. 5. № 4. С. 73–79.
<https://doi.org/10.12737/szf-54201908>
27. He F., Zhang X.-X., Chen B. Solar cycle, seasonal, and diurnal variations of subauroral ion drifts: statistical results // J. Geophys. Res. 2014. V. 11. Iss. 6. P. 5076–5086.
<https://doi.org/10.1002/2014JA019807>
28. Степанов А.Е., Гололобов А.Ю., Халипов В.Л., Голиков И.А. Вариации ионосферных параметров при формировании поляризационного джета // Геомагнетизм и аэронавигация. 2021. Т. 61. № 1. С. 60–65.
<https://doi.org/10.31857/S0016794021010156>
29. Степанов А.Е., Голиков И.А., Попов В.И., Бондарь Е.Д., Халипов В.Л. Структурные особенности субавроральной ионосферы при возникновении поляризационного джета // Геомагнетизм и аэронавигация. 2011. Т. 51. № 5. С. 643–649.
30. Руководство URSI по интерпретации и обработке ионограмм / Под ред. Н.В. Медниковой. М.: Наука, 1977. 342 с.

УДК 550.3

ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ КОСМИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ: АНАЛИЗ ЛОКАЛЬНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ И СОЛНЕЧНЫХ СЕРИЙ

© 2023 г. Г. С. Курбасова¹, А. Е. Вольвач¹*, Л. Н. Вольвач¹

¹Крымская астрофизическая обсерватория РАН, п. Кацивели, Крым, Россия

*volvach@bk.ru

Поступила в редакцию 17.02.2022 г.

После доработки 30.01.2023 г.

Принята к публикации 14.03.2023 г.

Рассмотрен круг вопросов, посвященных результатам анализа некоторых метеорологических и солнечных рядов спутниковых наблюдений в местности Кара-Даг (Крым). Представлена качественная и количественная картина изменения общей инсоляции, падающей на поверхность земли, температуры воздуха на высоте 2 м и температуры поверхности земли в Кара-Даге за последние 38 лет. Построена численная модель, позволяющая прогнозировать в анализируемых данных наиболее мощное колебание с периодом в один год. В работе использовались: метод вейвлет анализа, статистические методы выделения гауссовского и не гауссовского шумов, итерационный метод построения и оценок точности приближения моделей. Когерентные вариации в анализируемых и некоторых глобальных геодинамических и солнечных временных рядах были установлены при помощи двухканального авторегрессионного анализа. Качественная характеристика процесса изменения основных вариаций в анализируемых временных рядах получена с использованием анализа фазовых траекторий на плоскости Пуанкаре.

DOI: 10.31857/S0023420623700097, EDN: UMRXAA

ВВЕДЕНИЕ

Планета Земля (от внутреннего ядра до твердой оболочки), ее магнитосфера, атмосфера, гидросфера и биосфера составляют единую систему, в которой происходит круговорот энергии и вещества, вызванный солнечной радиацией. Перераспределение энергии в этой системе и пространственно-временные закономерности этого процесса изучены в настоящее время далеко не полностью. В частности, это относится к взаимосвязям и процессу перераспределения энергии вследствие сейсмической и вулканической активности Земли.

В.Е. Хаин и Э.Н. Халилов в своей монографии о пространственно-временной закономерности сейсмической и вулканической активности Земли отмечают следующее: “Вулканизм и сейсмичность, тектонические вертикальные и горизонтальные движения литосферы и ее составляющих, глубинное строение и энергетическое состояние земной коры, формирование и размещение месторождений полезных ископаемых, динамика флюидов и т.д., являются различными элементами общей системы, теснейшим образом взаимосвязанными между собой, а

также с процессами в гидросфере, атмосфере и космосе” [1].

Вращение Земли вокруг своей оси, ее движение в Солнечной системе, кроме известных гравитационных взаимодействий, подвергается влиянию ротационных факторов, связанных с другими, часто малоизученными, механизмами движения веществ, расположенных как внутри Земли, так и за ее пределами. К таким процессам относятся, например, плюмы — восходящие мантийные струи, выступающие на поверхность в “горячих точках” поверхности Земли. Плюмы ответственны за бурные вулканические процессы, которые приводят к обширным извержениям [2]. И хотя в проблеме плюмов остается много неясного, их роль в транспортировке энергии в “горячих точках” доказана [2]. Кроме того, в теории тектоники литосферных плит в качестве одного из движущих механизмов энергетических обменных процессов указывается мантийная конвекция.

Тепловая составляющая, несомненно, играет если не исключительную, то ведущую роль, и это подтверждается успешным компьютерным моделированием кинематики плит [3, 4]. Восходящие мантийные струйные потоки и тепловая конвекция наряду с другими факторами участву-

ют в долговременном процессе формирования геологической структуры и климата в локальных точках Земли.

Крымский полуостров находится недалеко от границы Евразийской литосферной плиты, деформации и движения которой на длительном интервале времени оказывали и оказывают непосредственное влияние на активизацию внутриземных процессов (землетрясения, вулканы, сели), на формирование локальных геофизических и климатических характеристик Крыма.

История возникновения полуострова Крым, как и прогнозирование его эволюции в будущем, составляет предмет научных гипотез и не обоснованных фактическими данными предположений. В то же время структура и расположение горных массивов может служить свидетельством о прошлом Крыма. Известный исследователь Крыма П. Паллас писал в 1795 г.: “Взирая на эту бесконечную цепь бесчисленных слоев, лежащую один подле другого, и по большей части косою чашею наклоненных к юго-востоку, или к югу, то есть к своему обрезу, или к утесам, можно из этого сделать двоякое заключение: или что эта цепь гор опустилась в морскую бездну; или, что вся эта громада слоев поднята выше моря чрезвычайною какою-нибудь силою, действующею на величайшей глубине” [5].

На полуострове Крым, одной из сейсмически активных зон Земли, есть несколько потухших вулканов. Один из них, наиболее опасный по экологическим последствиям, носит название Кара-Даг. В настоящее время не существует методов предсказания его “пробуждения”. Однако существует ряд косвенных признаков, указывающих на вероятность активизации землетрясений и вулканов. К ним относятся экстремальные события на Солнце, динамика вращения Земли, активизация течения жидких масс внутри Земли, события в атмосфере и магнитосфере. Нарушение теплового баланса, необъяснимый с точки зрения периодически протекающих процессов локальный приток энергии в поверхности земли, служит сигналом нестабильности экологической обстановки.

Обнаруженное нами ранее [6, 7] повышенное по сравнению с другими районами Крыма прогревание поверхности и рост общей инсоляции, падающей на поверхность Земли в местности Кара-Даг, требуют в связи с возможными экологическими последствиями тщательного анализа временных рядов наблюдений этого явления. В публикациях [8–11] нами обсуждались результаты анализа коротких временных рядов спутниковых измерений — локальных параметров тем-

пературы и общей инсоляции в различных районах Крыма (до 2005 г.). В последнее время появилась возможность использовать длинные временные ряды космических измерений (параметры температуры поверхности земли, температуры воздуха на высоте двух метров и общей инсоляции падающей на поверхность земли в Кара-Даге) для анализа среднегодовых данных за период с 1983 по 2019 гг. и ежедневных (суточных) за период с 1.I.1982 по 13.V.2019. Результаты анализа этих временных рядов обсуждаются в настоящей работе.

С учетом предположения, что прогнозируемые изменения метеорологических и солнечных данных в Кара-Даге могут быть описаны периодическими функциями, нами построены численные модели колебаний с периодом один год.

ИСТОЧНИКИ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

В рамках программы в области наук о Земле НАСА уже давно поддерживает спутниковые системы и исследования, предоставляя научному сообществу данные, важные для изучения климата и климатических процессов. Эти данные включают долгосрочные усредненные климатические оценки метеорологических величин и поверхностных потоков солнечной энергии. В настоящее время функционирует проект прогноза энергетических ресурсов во всем мире (Prediction of Worldwide Energy Resource Project, POWER), в рамках которого создана база данных, объединяющая более 200 параметров наземной метеорологии и солнечной энергии.

С июня 2018 г. новый проект POWER включает улучшенные солнечные и метеорологические данные со всеми параметрами, доступными на глобальной сетке 0.5° широты и 0.5° долготы. Для анализа нами использовались следующие временные ряды параметров поверхностной и солнечной энергии (Sfures and Solar Energy, SSE): общая инсоляция, падающая на поверхность земли (All Sky Insolation Incident on a Horizontal Surface, ALLSI), температура поверхности земли (Earth Skin Temperature, TS), температура воздуха на высоте 2 м (Temperature at 2 Meters, T2M). Длительность непрерывных рядов составляет: суточные на интервале с 1.I.1982 по 15.V.2019 и среднегодовые на интервале с 1983 по 2017 гг. [<https://eosweb.larc.nasa.gov/sse>]. Сокращения TS, T2M, ALLSI введены для обозначения анализируемых временных рядов.

Точность спутниковых измерений NASA оценивалась с помощью многочисленных наземных измерений. Хотя надежность наземных измере-

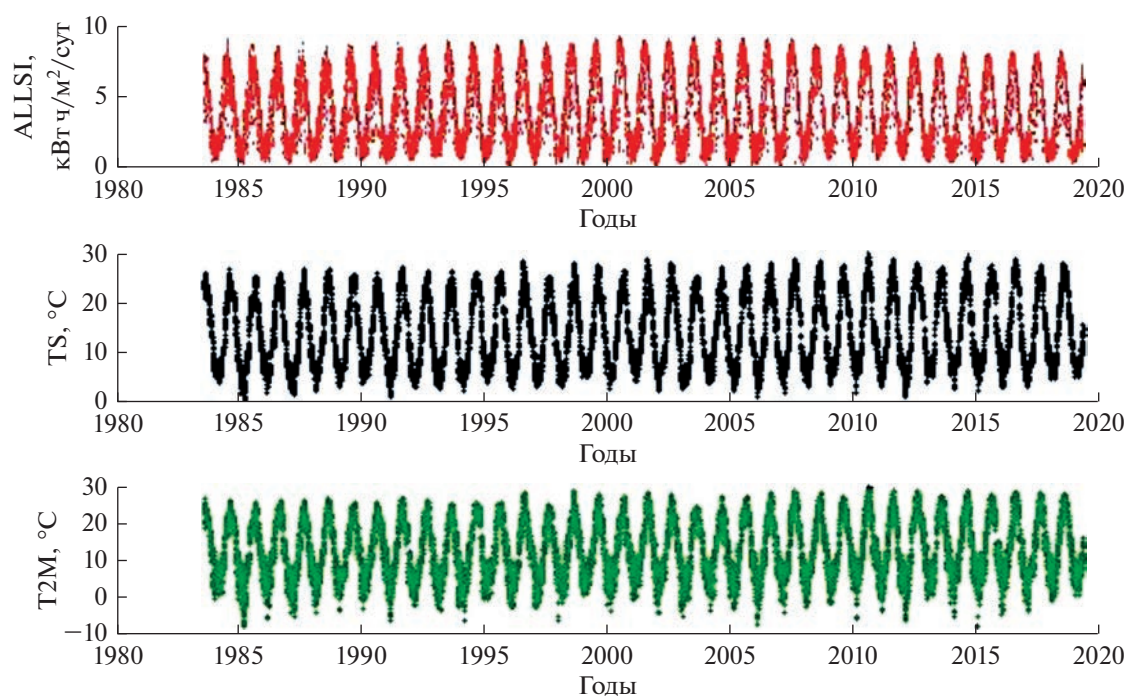


Рис. 1. Серии данных ALLSI, TS, T2M. Единицы отсчетов по горизонтальной оси одни сутки (интервалы между делениями 2000 сут).

ний сама по себе не всегда достаточно точна, по оценкам NASA среднеквадратическая ошибка ежемесячных значений составляет около 8–10%, а средняя ошибка отклонений от наземных наблюдений лежит между -2 и $+0.7\%$ [<https://eosweb.larc.nasa.gov/sse>].

Для двухканального авторегрессионного анализа использовались среднегодовые данные о длительности суток (Length of Day, LOD) [<https://www.sidc.be/silso/datafiles>], о солнечной активности [<http://www.sidc.be/silso/datafiles>]; об индексах глобальной температуры [<http://data.giss.nasa.gov>].

На рис. 1 приведены графики анализируемых серий TS, T2M, ALLSI.

МЕТОДЫ АНАЛИЗА

Метод вейвлет-анализа. Вейвлет-анализ представляет собой новый метод, несмотря на то, что математические корни его заложены в работах Жозефа Фурье в девятнадцатом веке. Одним из первых обратил внимание на недостаточную информативность Фурье-анализа Хаар и в 1910 г. опубликовал систему базисных функций, обладающую основными свойствами вейвлетов [12].

Вейвлет-преобразование предоставило возможность анализировать свойства сигнала одновременно в физическом (время, координата) и частотном пространстве и может быть использо-

вано для анализа временных серий, содержащих *нестационарную мощность* на многих различных частотах [13, 14].

Вейвлет-анализ, разбивая временной ряд на время–частоту–пространство, позволяет определить доминирующие режимы изменчивости и информацию о том, как эти режимы изменяются во времени. В настоящее время вейвлет-преобразование используется во многих исследованиях в области геофизики, астрономии, космологии и других.

Последовательности наблюдений природных параметров, в том числе и анализируемые в настоящей статье, имеют сложные частотно-временные характеристики. Как правило, они состоят из близких по времени, кратковременных высокочастотных компонентов и долговременных, близких по частоте низкочастотных компонентов. Присущая природным временным рядам изменчивость локализации частот не может быть обнаружена обычным методом преобразования Фурье.

Одним из способов анализа для извлечения из сигнала информации о локальной частоте служит оконное преобразование Фурье. В этом методе преобразование Фурье выполняется на скользящем отрезке временного ряда длины T , (сегменте) с временным шагом δt и общей длиной $N\delta t$. Та-

ким образом, преобразуется частота T^{-1} в частоту $(2\delta t)^{-1}$ на каждом временном шаге. Временная длительность сегментов — часть временного ряда, в которой определяется оконная функция того или иного типа (например, окно Чебышева, окно Гаусса и др.), в процессе преобразования данных не изменяется. Оконное преобразование Фурье представляет неточный и неэффективный метод частотно-временной локализации, поскольку он при анализе устанавливает фиксированную шкалу или “интервал ответа” T . Неточность возникает от наложения высоко- и низкочастотных составляющих, не попадающих в окно частотного диапазона. Неэффективность связана с частотами $T/(2\delta t)$, которые необходимо анализировать на каждом временном шаге независимо от размера окна или присутствующих доминирующих частот. Кроме того, для определения наиболее подходящего выбора обычно анализируются окна различных длин. Для анализов, в которых предопределенное масштабирование может быть неприемлемым из-за широкого диапазона доминирующих частот, следует использовать независимую от масштаба локализацию, такую, как вейвлет-анализ.

Основой анализа Фурье являются синусоиды, которые не имеют ограниченной длительности и простираются от минус до плюс бесконечности. В анализе Фурье синусоиды гладкие и предсказуемые, в то время как вейвлеты имеют тенденцию быть нерегулярными и асимметричными, что позволяет изучать локальные особенности сигнала. Вейвлет — это волна эффективно ограниченной продолжительности, имеющая среднее значение, равное нулю. Анализ Фурье состоит в разбиении сигнала на синусоидальные волны различных частот. Точно так же вейвлет-анализ представляет собой разбиение сигнала на сдвинутые и масштабированные версии исходного (или материнского) вейвлета.

Вейвлет-анализ способен выявить аспекты данных, которые упускают другие методы анализа сигналов, — тренды, разрывы в высших производных.

Определение непрерывного вейвлет-преобразования. В преобразовании Фурье анализирующими функциями являются комплексные экспоненты. Результирующее преобразование является функцией одной переменной ω . В оконном преобразовании Фурье анализирующие функции представляют собой оконные комплексные экспоненты, а результат — функция двух переменных. В непрерывном вейвлет-преобразовании анализирующей функцией является вейвлет ψ .

Вейвлет-преобразование сравнивает сигнал со сдвинутыми и сжатыми или растянутыми версиями вейвлета. Растяжение или сжатие функции в совокупности называется расширением или масштабированием и соответствует физическому понятию масштаба. Сравнивая сигнал с вейвлетом в различных масштабах и положениях, можно получить функцию двух переменных.

В вейвлет-преобразовании гармоническое колебание заменяется вейвлет-функцией, которая адаптируется к анализируемому сигналу, смещая его по оси времени и масштабируя по оси частот. Это позволяет локализовать во времени нестабильный квазигармонический сигнал в анализируемом наборе данных [9, 13, 14].

Используемое в настоящей работе непрерывное вейвлет-преобразование строится с помощью непрерывных масштабных преобразований и переносов вейвлета $\psi(t)$ с произвольными значениями масштабного коэффициента $a > 0$ и параметра сдвига b .

Уравнение непрерывного вейвлет-преобразования имеет вид [14]:

$$C(a, b, f(t), \psi(t)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) \sqrt{a} \hat{\psi}^*(a\omega) e^{j\omega b} d\omega, \quad (1)$$

где a — параметр масштаба (шкала); b — временная переменная в обратном преобразовании Фурье; $\psi(t)$ — вейвлет; ω — частота. Символ $*$ обозначает операцию комплексного сопряжения.

Последовательность анализируемых данных представляет собой вектор длины N , $x(n)$. Дискретная версия свертки в этом случае представляется в виде:

$$W_a[b] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \tilde{\psi}_a[b-n]. \quad (2)$$

Чтобы получить *непрерывное вейвлет-преобразование* сигнала, необходимо вычислить свертку для каждого значения параметра сдвига b и повторить этот процесс для каждой шкалы a .

Одним из критических замечаний по поводу вейвлет-анализа является произвольный выбор вейвлет-функции $\psi_0(\eta)$ (следует отметить, что такой же произвольный выбор делается при использовании традиционных преобразований, таких как преобразование Фурье, Бесселя, Лежандра и др.) При выборе вейвлет-функции необходимо учитывать несколько факторов (подробнее см. в статье [15]). Эти факторы нами учитывались в настоящей работе при выборе вейвлет-функций на различных этапах вейвлет-анализа.

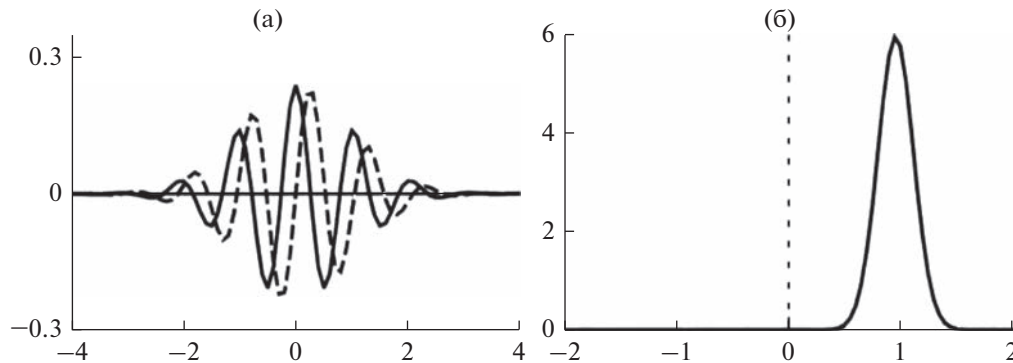


Рис. 2. Вейвлет Морле: график для вейвлета $\psi(t/s)$ во временной области слева представляет действительную часть (сплошная линия) и мнимую часть (штриховая линия); график справа представляет вейвлет $\Psi(s\omega)$ в частотной области. Для построения вейвлета масштаб выбран равным $s = 10\delta t$.

В частности, для решения задачи шумоподавления нами использовались вейвлеты из семейства “Вейвлеты Хаар” (сокращение “haar”), приспособленные для преобразования данных с резкими выбросами (рывками). Математические характеристики этих вейвлетов включают ортогональность, биортогональность, симметричность, нерегулярность [13].

Сглаживание последовательностей данных выполнено с помощью вейвлетов из семейства “Вейвлеты Мейер” (сокращение “dmeu”) [16]. Преимущество сглаживания с помощью вейвлета Мейер состоит в использовании вспомогательной функции, варьируя коэффициенты в которой, получаем семейство разных вейвлетов. Этот вейвлет обеспечивает ортогональный анализ.

С целью вейвлет-анализа спектрального состава анализируемых в настоящей работе данных использовались вейвлеты из семейства “Вейвлеты Морле” (сокращение “morl”). Вейвлет “morl” представляет собой плоскую волну, модулированную гауссианой:

$$\psi_0(\eta) = \pi^{-1/4} e^{i\omega_0\eta} e^{-\eta^2/2}, \quad (3)$$

где ω_0 — частота (безразмерный параметр); η — время (безразмерный параметр). Чтобы удовлетворить условию допустимости $\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\psi}_0(\omega')|^2 d\omega' = 1$, функция, описывающая вейвлет (рис. 2) должна иметь нулевое среднее [10, 11]. В этом случае $\omega_0 = 6$. Вейвлет Морле показан на рис. 1.

Подавление шума. Базовая модель для зашумленного сигнала в основном имеет следующую форму:

$$s(n) = f(n) + \sigma e(n), \quad (4)$$

где интервалы времени n равноотстоящие.

В простейшей модели предположим, что $e(n)$ является гауссовым белым шумом $N(0, 1)$, а уровень шума σ примем равным 1.

Цель подавления шума состоит в том, чтобы удалить шумовую часть сигнала s и восстановить f .

Эта часть работы выполнена нами с использованием программного обеспечения МАТЛАБ [17].

Процедура вейвлет шумоподавления состоит из трех этапов:

1. Разложение. Выбирается вейвлет и уровень N . Вычисляется вейвлет разложение сигнала s на уровне N .

2. Вычисляется пороговое значение коэффициентов детализации. Для каждого уровня от 1 до N выбирается порог и применяется мягкое пороговое значение к коэффициентам детализации.

3. Реконструкция. Вычисляется вейвлет-реконструкция на основе исходных коэффициентов аппроксимации уровня N и модифицированных коэффициентов детализации уровней от 1 до N .

Вектор коэффициентов детализации представляет собой суперпозицию коэффициентов f и коэффициентов e . Разложение e приводит к коэффициентам детализации, которое является стандартным гауссовым белым шумом.

Коэффициенты детализации CD1 (наиболее точная шкала) по существу являются шумовыми коэффициентами со стандартным отклонением, равным σ . Среднее абсолютное отклонение коэффициентов является надежной оценкой σ . Если существует подозрение о наличии небелого шума e , пороговые значения должны быть масштабированы путем оценки уровня шума в зависимости от уровня. Степень отклонения от белого шума обнаруживается при сравнении дискретных статистик, гистограмм, графиков корреляции и графиков преобразования Фурье.

Метод двухканального авторегрессионного анализа. Это метод спектрального оценивания – метод аппроксимации данных той или иной принятой статистической моделью. В тех случаях, когда объем данных достаточно велик, классические спектральные оценки будут наиболее структурно устойчивыми. При этом единственное допущение, которое для них требуется – анализируемые данные должны быть стационарными в широком смысле. Интервал используемых нами для анализа временных рядов (38 лет) представляет собой ограниченную часть полной временной последовательности данных. Это привело к необходимости использовать альтернативные методы и модели в предположении, что короткие сегменты данных, получаемые на практике из более длинной записи данных, можно считать локально стационарными. Попытки свести эту задачу к более легкой и практически решаемой привели к использованию различных моделей СПМ (спектральной плотности мощности), алгоритмы и программы которых приведены в современном учебном пособии [18, 19]. Типичным является класс моделей временных рядов, которые дают рациональные функции СПМ (АР – авторегрессионная, СС – скользящего среднего и АРСС – моделирование синусоид в белом шуме). Эти модели определяются некоторым конечным небольшим набором коэффициентов. В результате получаются менее смещенные спектральные оценки с более высоким разрешением.

К преимуществам этой модели относится тот факт, что авторегрессионные спектры имеют острые пики, что, как правило, связано с высоким разрешением. Кроме того, оценки АР-параметров можно получить в результате решения линейных уравнений. Основные характеристики выбранных нами моделей: класс оценок – параметрические; название модели – авторегрессионная (АР); методы – Yule–Walker или Berg; квадратичная форма спектра (определения вектора и матрицы приведены в работах [18, 19]); порядок АР-модели служит для управления соотношением между разрешением и дисперсией.

Согласно этому методу установление взаимной корреляции между двумя (одноканальными) процессами заключается в вычислении функции взаимной (двухканальной) спектральной плотности мощности, которая представляет собой дискретно-временное преобразование Фурье взаимной корреляционной функции [18]:

$$P_{xy}(f) = T \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} r_{xy}[k] \exp(-j2\pi f k T), \quad (5)$$

$$F_{xy}(f) = P_{xy}(f) / \sqrt{P_{xx}(f)} \sqrt{P_{yy}(f)}, \quad (6)$$

где x, y – одноканальные процессы; f – частота; T – интервал времени.

Учитывая (5) для измерения сходства (как функции частоты) двух сигналов, вычисляем квадрат модуля когерентности (КМК)

$$\text{КМК}(f) = |F_{xy}(f)|^2 \quad (7)$$

и фазовый спектр когерентности

$$\theta(f) = \arctg[\text{Im}\{F_{xy}(f)\} / \text{Re}\{F_{xy}(f)\}]. \quad (8)$$

Размер КМК (7) заключен между 0 (для частот, на которых отсутствует согласованность между каналами) и 1 (для частот, на которых каналы полностью когерентные). Фаза когерентности (8) характеризует отставание или опережение по фазе события в канале x по отношению к событию в канале y .

РЕЗУЛЬТАТЫ

Статистические оценки шума. В результате статистического анализа нами получены графические и численные оценки гауссового и не гауссового шумов.

Гауссов шум – это статистический шум, имеющий плотность вероятности, равную плотности вероятности нормального распределения, также известного как распределение Гаусса. Плотность вероятности p_G гауссовой случайной величины z равна

$$p_G(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (9)$$

где μ – среднее значение; σ – стандартное отклонение. В случае стандартного нормального распределения $\mu = 0$ и $\sigma = 1$.

Выбор оптимального разложения на систематическую и шумовую компоненту возможен, если сигнал представляет собой сумму полезного сигнала и гауссового шума, что соответствует модели (4).

Так как мы анализируем длительные природные ряды с заведомо неизвестной статистикой, к тому же, параметры которой на длительном интервале времени могут изменяться, обосновано применение метода вейвлет-преобразования, позволяющего анализировать в пространстве и времени соответствие выбранной нами статистической модели реальным изменениям шума в данных.

На рис. 3 приведены основные графические данные статистики для серии ALLSI. Анализ гра-

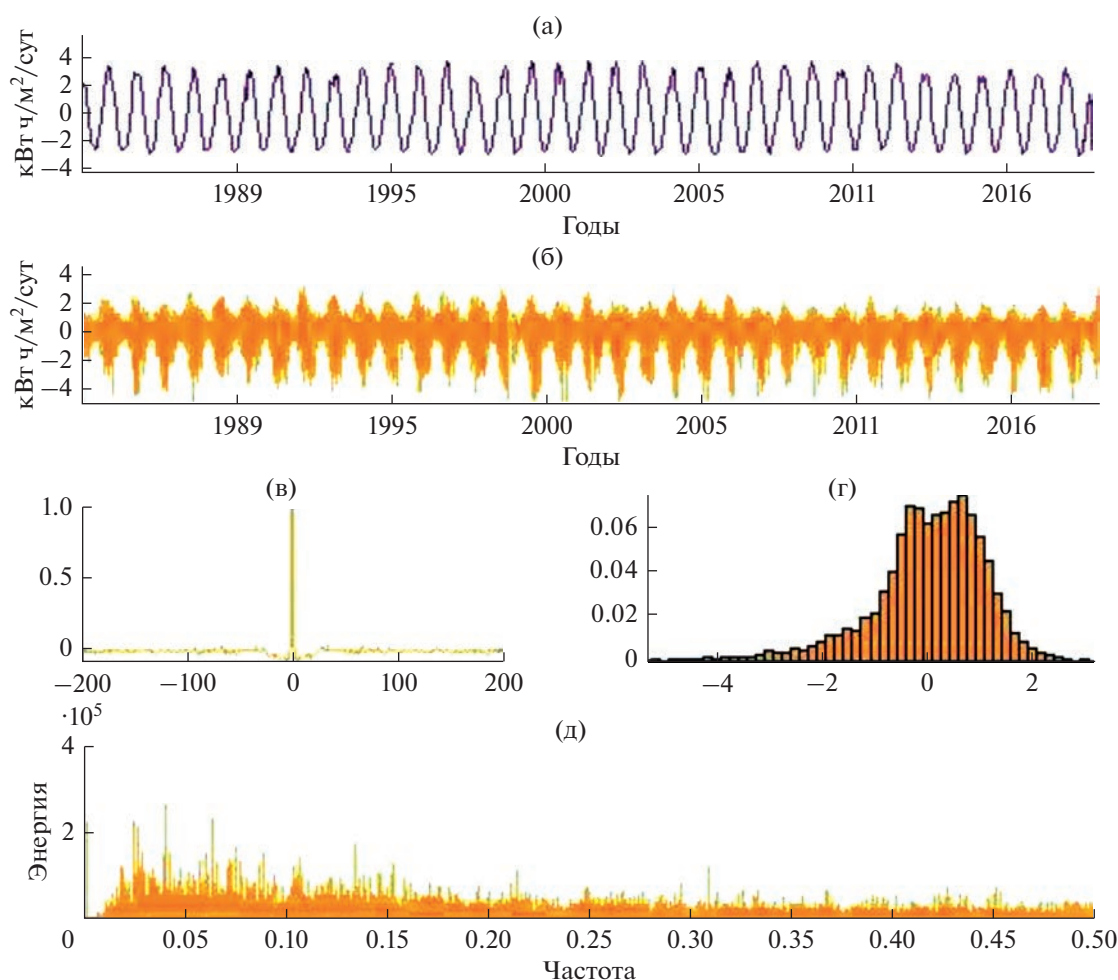


Рис. 3. Статистический анализ: (а) серия ALLSI после удаления гауссового шума; (б) гауссовый шум в серии данных ALLSI; (в) автокорреляция; (г) гистограмма; (д) спектр Фурье (FFT). На графиках (а) и (б) единицы отсчетов по горизонтальной оси одни сутки (интервалы между делениями 2000 сут).

фика (а) на этом рисунке позволяет предположить присутствие достаточно регулярных колебаний. Анализ графика шума (рис. 3б), гистограммы (рис. 3г) и спектра (рис. 3д) допускает возможность присутствия нерегулярных колебаний, не связанных с гауссовым шумом.

Аналогичные графики получены для серий TS, T2M. Дискретные статистики шума в сериях TS, T2M, ALLSI приведены в табл. 1.

Анализ дискретных статистик, приведенных в табл. 1 указывает на распределение близкое к распределению Гаусса.

Таблица 1. Дискретные статистики гауссового шума

Статистики	TS, °C	T2M, °C	ALLSI, кВт/ч/м ² /сут
Среднее	$3.56 \cdot 10^{-7}$	$3.686 \cdot 10^{-5}$	$1.13 \cdot 10^{-5}$
Медиана	0.00455	0.0360	0.0390
Мода	0.130	0.0585	0.0105
Макс.	2.845	7.796	3.819
Мин.	-2.930	-7.024	-4.284
Ст. откл.	0.644	1.346	0.827

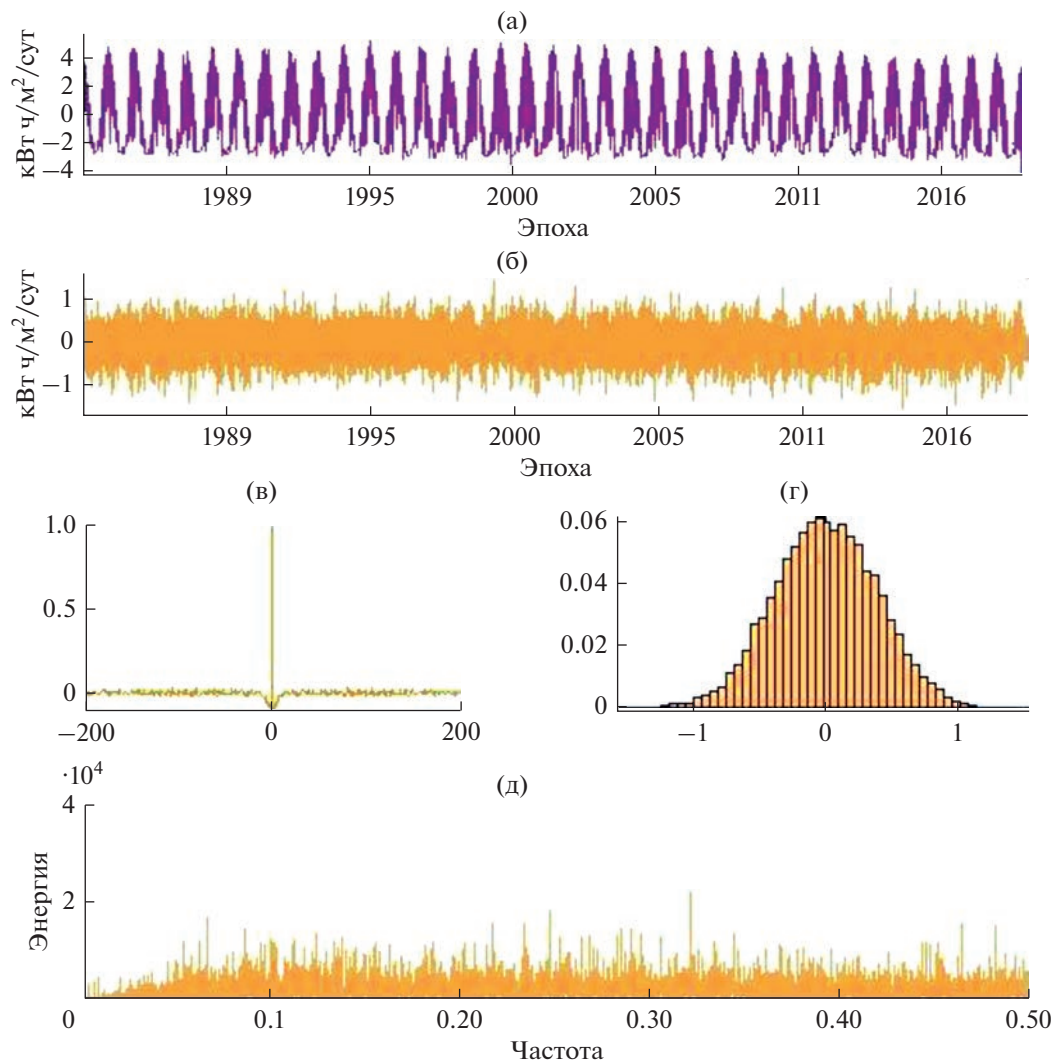


Рис. 4. Статистический анализ: (а) серия ALLSI после удаления не гауссового шума; (б) шум в серии данных ALLSI; (в) автокорреляция; (г) гистограмма; (д) спектр Фурье (FFT). На графиках (а) и (б) единицы отсчетов по горизонтальной оси одни сутки (интервалы между делениями 2000 сут).

Так как белый шум может иметь не гауссово распределение (например, Пуассона, Коши и др.) нами получены графики (рис. 4) и статистические оценки не гауссового шума (табл. 2). С помощью

правила выбора коэффициентов вейвлета с использованием метода штрафа Бирге–Массарта устанавливается глобальный порог шумоподавления [12].

В вычислениях параметров шума подходящим оказался средний уровень штрафа (*Penalize medium*) [17, 20]. Графические результаты статистического анализа небелого шума приведены на рис. 4, а дискретные статистики – в табл. 2.

Далее в анализе использовались временные серии данных TS, T2M, ALLSI, из которых были вычтены линейный тренд и не гауссовый шум.

Регулярные периодические колебания (численные модели). Анализ систематических флуктуаций необходим для установления закономерностей, присутствующих в природных процессах. Регу-

Таблица 2. Дискретные статистики не гауссового шума

Статистики	TS, °C	T2M, °C	ALLSI, кВт/ч/м²/сут
Среднее	0	0	0
Медиана	0.01972	0.1482	0.00021
Мода	0.1262	0.0204	–0.05255
Макс.	3.877	6.647	1.501
Мин.	–5.741	–12.29	–1.545
Ст. откл.	1.065	2.123	0.3896

Таблица 3. Коэффициенты моделей сезонного колебания (10) с 95% доверительными интервалами и параметры точности приближения

Параметры	TS, °C	T2M, °C	ALLSI, кВт/ч/м ² /сут
a_0	0.06556 (0.0361, 0.09502)	0.06476 (0.02113, 0.1084)	0.0153 (−0.001979, 0.03257)
a_1	−9.544 (−9.598, −9.491)	−10.3 (−10.37, −10.22)	3.029 (3.004, 3.053)
b_1	−5.046 (−5.122, −4.969)	−4.601 (−4.717, −4.485)	−0.03359 (−0.08239, 0.01521)
Частота	0.0172	0.0172	0.01721
Период	(0.0172, 0.0172) $P = 365.3$ сут	(0.0172, 0.0172) $P = 365.3$ сут	(0.01721, 0.01721) $P = 365.3$ сут
r -квадрат	0.9506	0.9039	0.8182
Скоррект. r -квадрат	0.9506	0.9039	0.8182
RMSE	1.741	2.6	1.008

лярные периодические колебания в данных могут быть описаны гладкими периодическими функциями. При выборе моделей приближения основополагающими полагались две статистические оценки: RMSE — среднеквадратическая ошибка или стандартная ошибка приближения и r -квадрат корреляции между исходными и прогнозируемыми значениями: значение близкое к 1 указывает на то, что большая доля дисперсии учитывается моделью.

Кроме того, на каждом этапе итераций при выборе порядка и типа модели (прошли испытание полиномиальная, экспоненциальная, модель Фурье, гауссиана и сплайны) вычислялся скорректированный квадрат корреляций. Скорректированный r -квадрат — это r -квадрат с регулируемой степенью свободы. Значение, близкое к 1 указывает на лучшее соответствие.

Предварительный спектральный анализ показал, что наиболее мощным колебанием в трех сериях данных является колебание с периодом в один год. Модель этого колебания наиболее полезна для построения прогноза. Аналитическое описание выбранной модели следующее:

$$f(x) = a_0 + a_1 \cos(x \cdot w) + b_1 \sin(x \cdot w). \quad (10)$$

В этом выражении коэффициент a_0 моделирует постоянный член; w — основная частота; a_1 , b_1 — коэффициенты первой гармоники в приближаемых данных. Аргумент $x = t - t_0$, где t_0 — время отсчета первого элемента каждого временного ряда.

Сезонные колебания описаны моделью (10), параметры которой для каждого временного ряда (TS, T2M, ALLSI) приведены в табл. 3. В этой же таблице приведены статистические характеристики точности приближения параметров модели и точность модели (10). Анализ статистических оценок (табл. 3) показывает, что большая часть (~90%) дисперсии учтена. Тем не менее, в пределах точности наблюдений, модели колебаний с периодом в один год не полностью учитывают изменения амплитуды сезонных колебаний, как это хорошо видно на графиках рис. 5. Причем, наибольшие отклонения наблюдаются на графике ALLSI (ежедневные данные об общей инсоляции падающей на поверхность земли в Кара-Даге).

Вейвлет-анализ данных. Регулярные периодические колебания в спектральной структуре временных рядов TS, T2M, ALLSI обнаруживает проведенный нами частотно-временной непрерывный вейвлет-анализ. Периоды этих колебаний сопоставимы с периодами сезонного колебания, лунных и лунно-солнечных приливных волн. Анализ графиков на рис. 6 показывает, что наиболее мощные периодические колебания выделяются в интервале ~200–400 сут. Рисунок демонстрирует происходящий во времени рост мощности этих периодических колебаний (см. индикатор цвета справа).

Вейвлет-анализ отклонений от модели (10). Отклонения от колебаний с периодом в один год могут быть вызваны:

- систематическими колебаниями;
- влиянием аперiodических процессов.

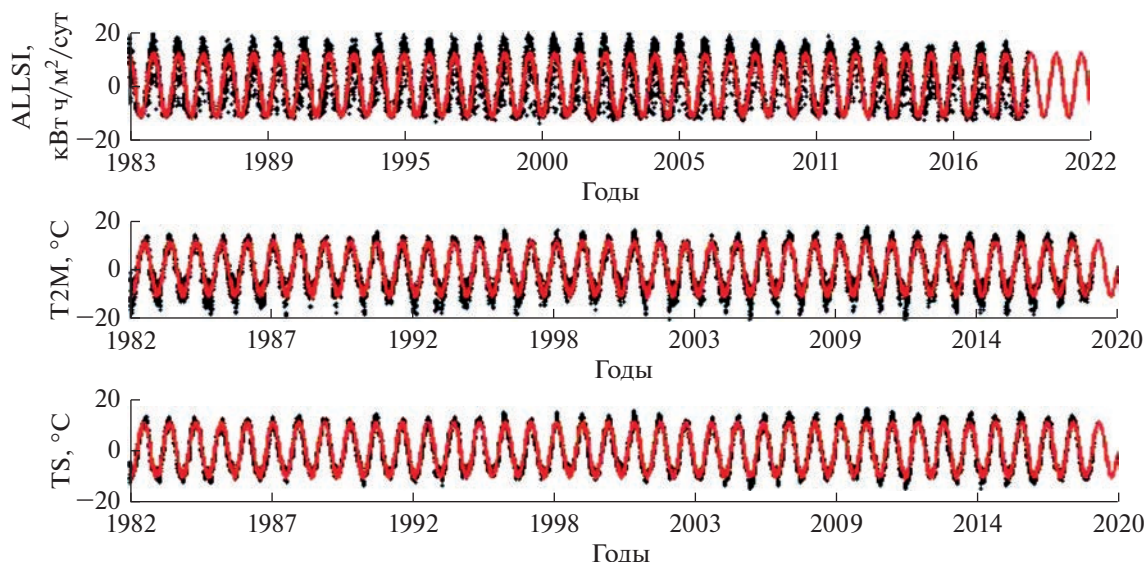


Рис. 5. Графики серий данных ALLSI, T2M, TS с удаленными линейными трендами, не гауссовым шумом (черные звездочки) и модели колебаний с периодом один год (красная кривая). После 2019 г. — прогноз. Единицы отсчетов по горизонтальной оси одни сутки (интервалы между делениями 2000 сут).

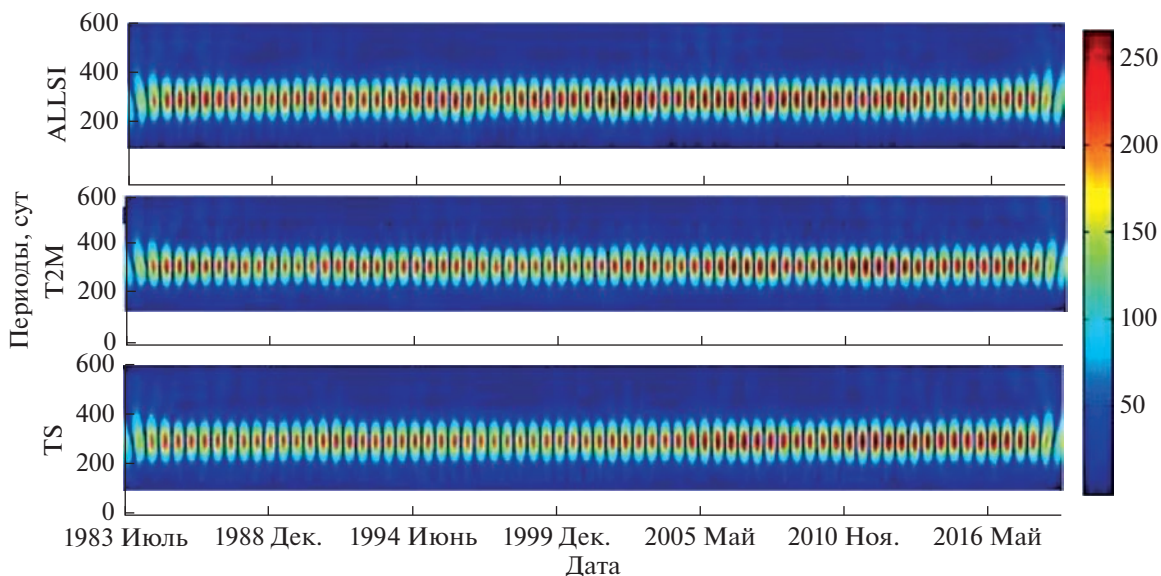


Рис. 6. Графики частотно-временного вейвлет-преобразования серий ALLSI — общей инсоляции падающей на поверхность земли в Кара-Даге; T2M — температуры воздуха на высоте 2 м; TS — температуры поверхности земли. Вейвлеты Морле. Единицы отсчетов по горизонтальной оси одни сутки (интервалы между делениями 2000 сут).

Для определения присутствия периодических колебаний в отклонениях от модели (10) нами проведен частотно-временной вейвлет-анализ. Результаты частотно-временного разложения отклонений от модели (10) представлены на рис. 7.

На этом рисунке в высокочастотной области масштабов (короткие периоды) выделяются периодические колебания с нерегулярной интенсивностью и распределением по времени. Нами

выполнено спектральное разложение и оценки параметров этих колебаний. Наиболее значимыми в трех сериях данных оказались два колебания с периодами 182.5 сут и 2.7 года (986 сут). Амплитуды этих колебаний относительно амплитуды колебаний с периодом в один год составляют соответственно 11.6% — в серии TS, 9% — в серии T2M, 4.6% — в серии ALLSI для периода 182.5 сут и 3.6% во всех трех сериях для периода 2.7 года.

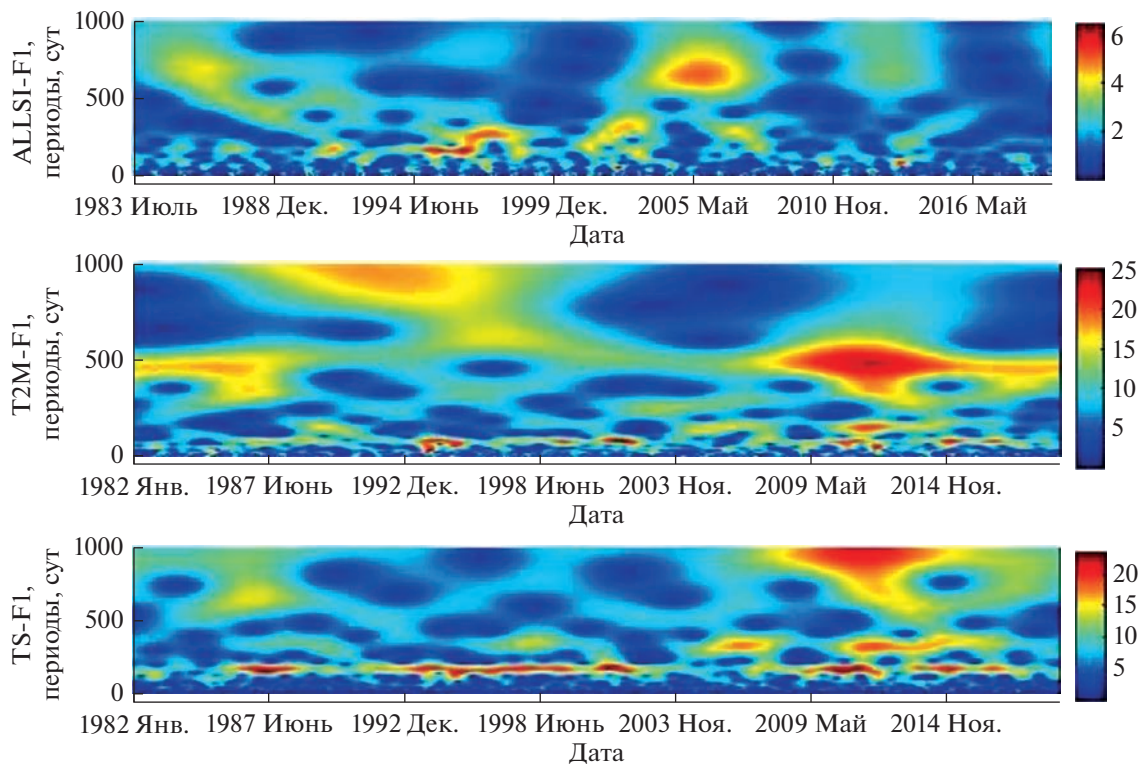


Рис. 7. Частотно-временной вейвлет-анализ вариаций отклонений от модели (9) серий данных ALLSI, T2M, TS. Единицы отсчетов по горизонтальной оси одни сутки (интервалы между делениями 2000 сут).

Кроме того, в серии TS обнаруживается вариация с периодом 356.8 сут с амплитудой, составляющей 4% от амплитуды годового колебания.

Вейвлет кросс-спектр. Мерой линейной зависимости между двумя временными рядами, когда появление признака в одном сигнале соответствует наличию аналогичного признака во втором сигнале, является их корреляция.

Вейвлет-анализ позволяет скорректировать корреляционную функцию так, чтобы она стала мерой локализованной корреляции в частотно-временном пространстве, известной как когерентность вейвлета. Когерентность вейвлета может обнаруживать такие моменты времени и масштабы, для которых два сигнала имеют высокую линейную зависимость, несмотря на то, что спектры мощности локализованных вейвлетов могут быть минимальны в обоих случаях.

С целью анализа взаимной вейвлет-корреляции были вычислены кросс-спектры для данных T2M и ALLSI, TS и ALLSI.

Кросс-спектр для двух временных рядов x и y имеет вид [17]:

$$C_{xy}(a, b) = S\left(C_x^*(a, b) C_y(a, b)\right), \quad (11)$$

где $C_x(a, b)$ и $C_y(a, b)$ представляют непрерывное вейвлет-преобразование временных рядов x и y для шкал a и смещений b ; верхний индекс $*$ означает комплексно-сопряженное выражение, а S — это оператор сглаживания по времени и масштабу. Результаты вычислений кросс-спектров приведены на рис. 8.

Сравнение графиков на рис. 8 показывает, что после 2005 г. наблюдается одновременный рост мощности взаимного спектра на каждом графике (см. индикатор цвета справа: темно-красные области указывают на 95% уровень достоверности).

Вейвлет-когерентность. Корреляция не обязательно подразумевает причинно-следственную связь. Она выражается коэффициентом корреляции, определяемым как:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}. \quad (12)$$

Добавление знаменателя в формулу кросс-корреляции нормализует значения, и, следовательно, $r \in [0, 1]$, где 0 означает отсутствие линейной связи, а 1 — наличие абсолютной линейной связи между наборами данных.

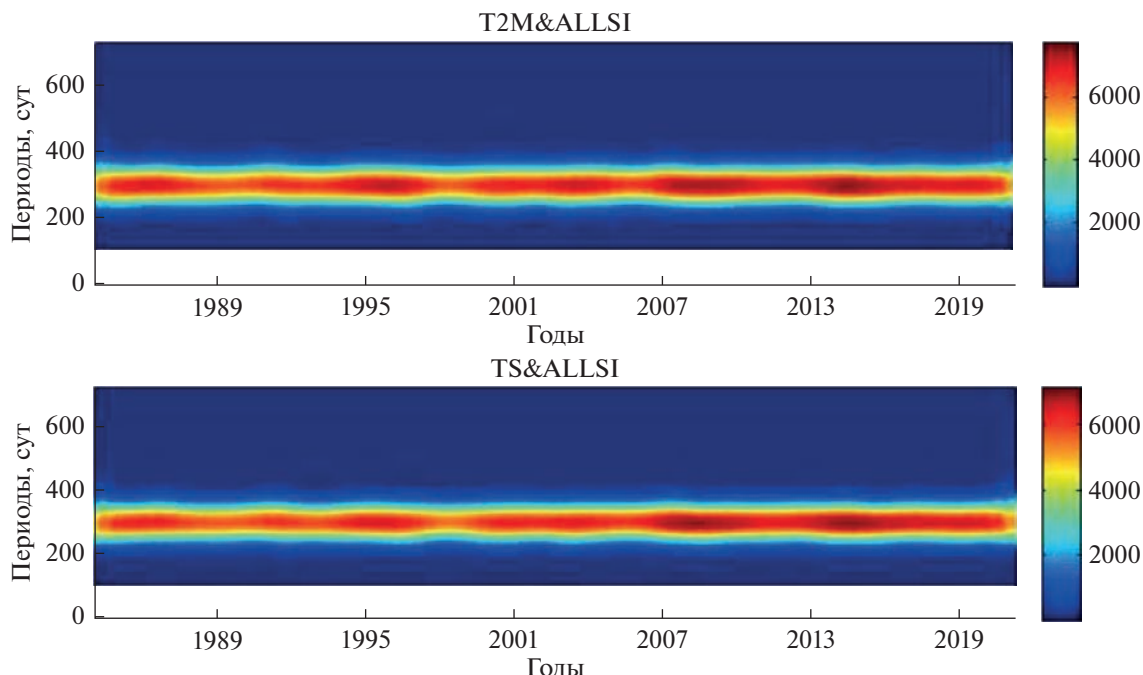


Рис. 8. Кросс-спектры временных рядов: верхний график — температура воздуха на высоте 2 м (T2M) и общая инсоляция (ALLSI); нижний график — температура поверхности земли (TS) и общая инсоляция (ALLSI). Единицы отсчетов по горизонтальной оси одни сутки (интервалы между делениями 2000 сут).

Метод вейвлет-анализа позволяет скорректировать корреляционную функцию (12) так, чтобы она стала мерой локализованной корреляции, известной как когерентность вейвлета в частотно-временном пространстве.

Математическое описание вейвлет-когерентности представим в виде [17]:

$$r^2 = \frac{S\left(C_x^*(a,b)C_y(a,b)\right)}{\sqrt{S\left(|C_x(a,b)|^2\right)}\sqrt{S\left(|C_y(a,b)|^2\right)}}, \quad (13)$$

где $C_x(a,b)$ и $C_y(a,b)$ — непрерывные вейвлет-преобразования x и y в масштабах a и локализациях b ; верхний индекс $*$ — комплексно-сопряженное выражение, а S — оператор сглаживания по времени и масштабу. Сглаживание по времени и масштабу проводится для увеличения уровней значимости и доверительных интервалов.

Величина когерентности, определяемая как квадрат совместного спектра нормированного по индивидуальным спектрам мощности, принимает значения от 0 до 1 и измеряет взаимную корреляцию между двумя временными рядами x и y как функцию частоты (периода).

На рис. 9 демонстрируется распределение модуля когерентности временных рядов T2M и ALLSI, TS и ALLSI.

Стрелки направления указывают сигналы в фазе (направлены вправо) и сигналы в противофазе (направлены влево). Максимально насыщенной окраской охвачены области достоверности более 95% (см. индикатор цвета внизу с отмеченными уровнями значимости). Единицы отсчетов по горизонтальной оси одни сутки (интервалы между делениями 2000 сут).

Анализ скалограммы на рис. 9:

- Области высокой когерентности хорошо локализованы по частоте и в достаточной степени локализованы во времени вокруг известных частотных составляющих (рис. 6).

- Наблюдается высокая когерентность колебаний на интервале периодов (439–600 сут) до 1988 г. и после 2005 г. Области высокой когерентности на этих интервалах локализованы по времени.

- Направление стрелок указывает, что высоко когерентные колебания в выделенных интервалах периодов происходят в фазе.

Информация о характере флуктуаций в сериях ALLSI, T2M, TS получена из анализа локализации точек на плоскости Пуанкаре.

Анализ фазовых траекторий флуктуаций в сериях ALLSI, T2M, TS на плоскости Пуанкаре. Метод Пуанкаре предполагает наличие информации о фазовом пространстве динамической системы,

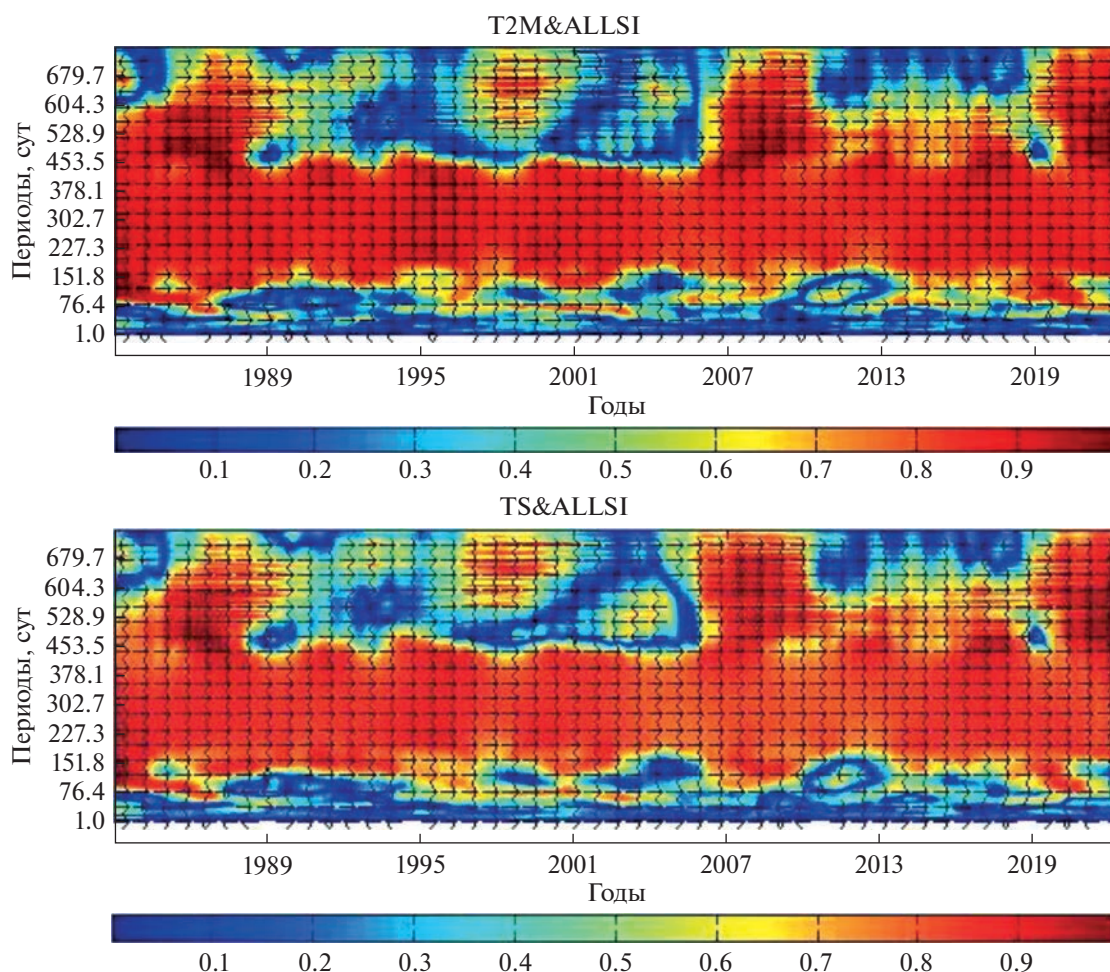


Рис. 9. Скалограммы вейвлет-когерентности временных рядов: верхний график – температура воздуха на высоте 2 м (T2M) и общая инсоляция (ALLSI); нижний график – температура поверхности земли (TS) и общая инсоляции (ALLSI). Стрелки направления указывают сигналы в фазе (направлены вправо) и сигналы в противофазе (направлены влево). Максимально насыщенной окраской охвачены области достоверности более 95 % (см. индикатор цвета внизу с отмеченными уровнями значимости). Единицы отсчетов по горизонтальной оси одни сутки (интервалы между делениями 2000 сут).

производящей временные ряды, которая, в случае анализа природных временных рядов, практически отсутствует. Тем более что серии данных ALLSI, T2M, TS не содержат полной информации о породивших эти ряды процессах. Однако на ограниченном интервале времени каждая из анализируемых нами серий данных достаточно точно отражает общее поведение процесса изменения температуры и общей инсоляции.

В настоящей работе предполагалось получить некоторую качественную информацию о характере флуктуаций (периодические, квазипериодические, хаотические) в сериях ALLSI, T2M, TS. С этой целью использовался метод анализа фазовых траекторий на плоскости Пуанкаре. Предполагая периодический характер вынуждающей силы, построим отображения Пуанкаре стробоско-

пическим выбором точек, то есть предусматривая отбор динамических переменных в моменты, соответствующие определенной фазе вынуждающего колебания.

Картины выборок точек с периодами 365 и 986 сут (2.7 года) на рис. 10 демонстрируют возможность присутствия этих колебаний в анализируемых данных. В идеальном случае периодических колебаний имеет место наложение точек. Наличие в данных двух несоизмеримых частот, при выборке с периодом одной из них, траектория представляется замкнутой фигурой или орбитой на фазовой плоскости. Такое колебание относится к квазипериодическим или, другими словами, соответствует “движению на торе”. Наблюдаемые отклонения точек стробоскопической выборки от орбиты на фазовой плоскости указывают на области

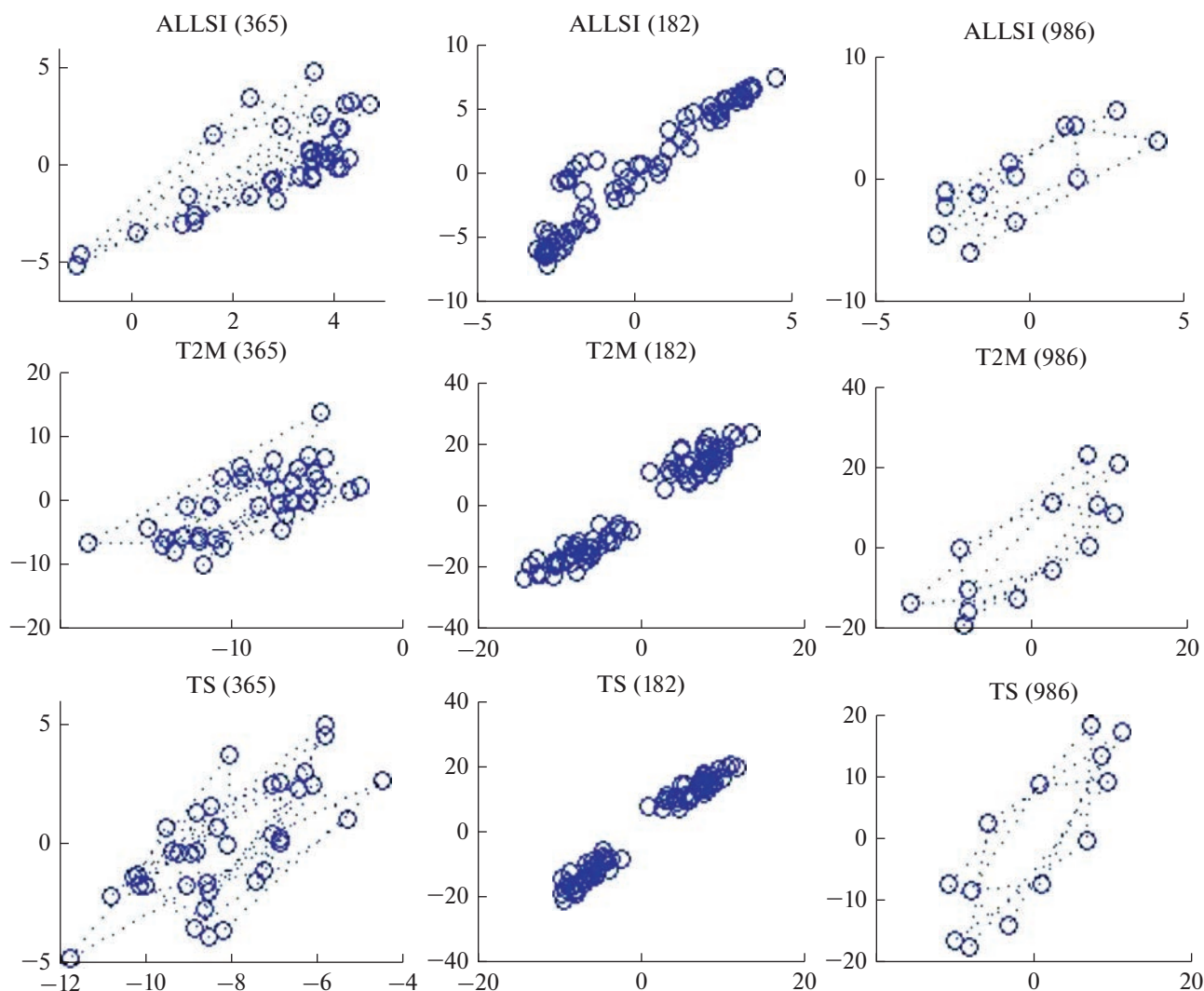


Рис. 10. Отображения Пуанкаре на фазовой плоскости для серий ALLSI, T2M, TS, полученные методом стробоскопических выборок точек. По горизонтали отложены величины в выборке данных (указаны в скобках). По вертикали — первая производная от дискретных выборок. Единицы отсчета соответствуют единицам отсчета в сериях ALLSI, T2M, TS.

синхронизации в пространстве параметров ([21], с. 58).

Отображения Пуанкаре на фазовой плоскости для выборки с периодом 182 сут сопоставим с квазипериодическим процессом, возбуждаемым периодическим сигналом с двумя степенями свободы ([21], с. 59).

AP-анализ. Процессы, воспроизводящие анализируемые нами временные ряды не могут быть не связаны с глобальными явлениями, такими как изменение длительности суток, солнечная активность, изменения глобальной температуры. Существование такой связи демонстрируют графики на рис. 11.

На этом рисунке демонстрируется существование когерентной связи между одинаковыми ва-

риациями в среднегодовых данных ALLSI и в данных о длительности суток, период 11.8 лет (КМК = 0.85, IP = 6); о количестве солнечных пятен (периоды 10.5 лет, 3.6 года (КМК = 0.8 и 0.85, IP = 7)); об индексах изменения глобальной температуры (периоды 2.3, 3.5 года (КМК = 0.7 и 0.9, IP = 7)).

ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Земля представляет собой открытую систему, существующую не в абстрактном, а в конкретном космическом пространстве и взаимодействующую с ним. Виды взаимодействия Земля—Космос достаточно разнообразны, в их основе лежат резонансные взаимосвязи. Одним из примеров такой взаимосвязи является взаимодействие в си-

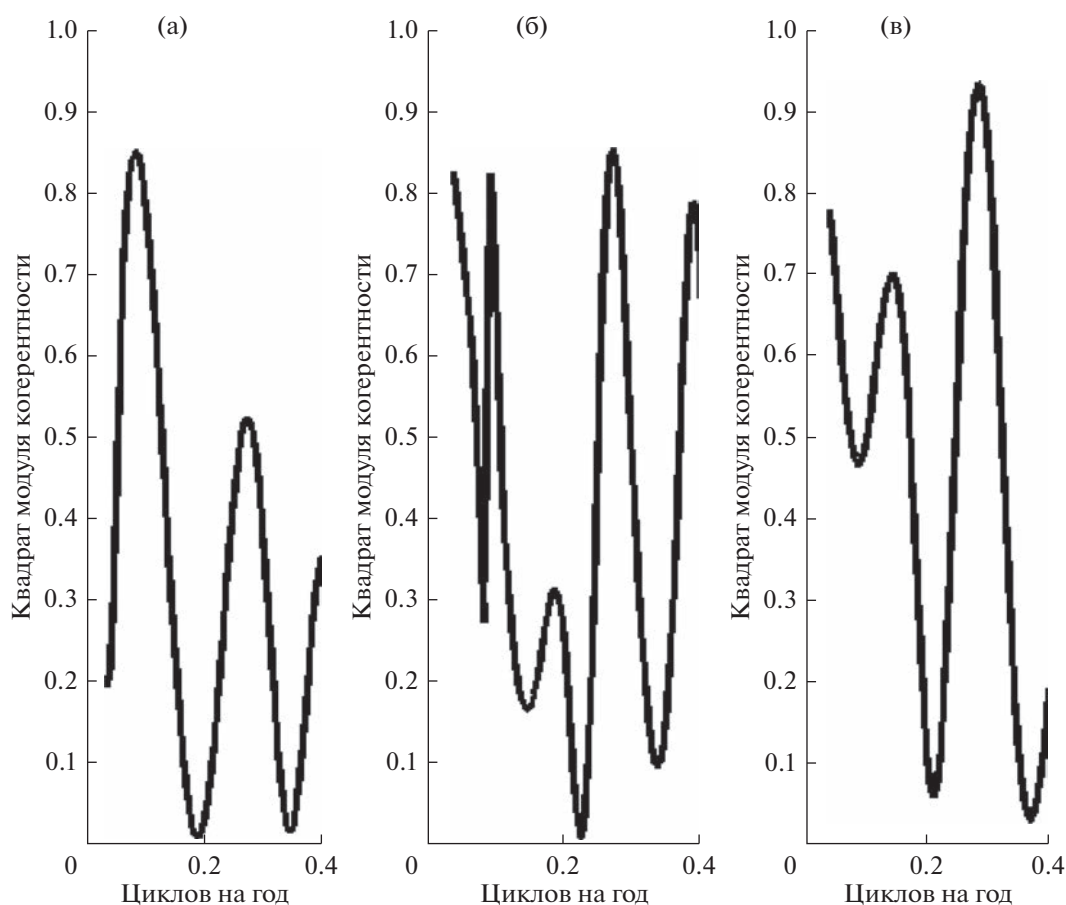


Рис. 11. Когерентность между вариациями в среднегодовых данных ALLSI и в следующих среднегодовых данных: а — длительность суток (length of day, LOD), б — количество солнечных пятен (Вольфа), в — индексы глобальной температуры.

стеме Земля—Луна, фактически представляющая двойную планету, барицентр которой лежит вне Земли. Уменьшение амплитуды вызываемых притяжением Луны твердых приливов и замедление вращения Земли, по-видимому, носят не монотонный колебательный характер, а могут находиться в резонансе с тектонической цикличностью [22].

Р. Бостром считает, что проявление на Земле субдукции, и вообще тектоники плит, практически не известной на других планетах земной группы, было обусловлено именно взаимодействием Земли и Луны [23].

Достаточно давно было отмечено совпадение длительности крупномасштабных тектонических циклов, выделенных еще в конце XIX в. французским геологом М. Бертраном, со временем обращения по галактической орбите Земли и всей Солнечной системы. На этом пути Земля пересекает струйные потоки газопылевого галактического вещества, которое может оказывать определенное воздействие на происходящие в ее недрах

процессы. В этом случае речь идет об определенном резонансе между космическими и глубинными геодинамическими процессами. Решение этой проблемы может привести к совершенно иной интерпретации экстремальных процессов на Земле.

Так как понимание процесса зарождения и прогнозирования экстремальных явлений далеко от завершения, локальные наблюдения и их анализ, не решая проблему в целом, вносят вклад в развитие общей теории. На прогревание поверхности земли в Кара-Даге могут влиять внешние и внутренние источники энергии. Пробуждение потухшего вулкана в Кара-Даге возможно даже при незначительном нарушении теплового баланса.

Анализируя временные ряды метеорологических и солнечных параметров локальной точки Земного шара, такой, например, как Кара-Даг, мы не можем учитывать все глобальные процессы, влияющие на их воспроизведение, и должны выделять ведомые в их изменении вариации. Это,

в первую очередь, вариации, воспроизводимые суточным вращением Земли, а также изменениями параметров вращения в системе Земля–Луна и ориентации этой системы относительно Солнца — главного источника инсоляции. Наиболее значимой из этих вариаций является колебание с периодом один год.

Выделенные сезонные колебания с периодом один год учитывают периодические изменения в анализируемых сериях данных (рис. 5). Тем не менее, анализ флуктуаций в этих сериях на плоскости Пуанкаре обнаруживает отклонения от строгой периодичности и даже квазипериодичности (рис. 11). Эти отклонения от фазовых траекторий могут быть связаны с многочисленными резонансными взаимодействиями периодических вынужденных и собственных колебаний в системе Земля, в частности, с приливными волнами. На основании результатов, приведенных в настоящей работе можно сделать выводы:

- Наиболее мощными периодическими колебаниями в анализируемых сериях данных являются сезонные, которые с большим приближением можно описать численной моделью (10).

- Вейвлет-анализ позволил исследовать локальные изменения спектрального состава в данных и показал локальные изменения мощностей колебаний на различных временных интервалах.

- Временные интервалы с максимальной мощностью колебаний в анализируемых сериях данных совпадают, что позволяет допустить возможность поступления энергии от одного и того же источника.

- Прогревание поверхности земли в Кара-Даге требует особого внимания с целью разграничения внешних (общая инсоляция) и внутриземных источников нагрева (плюмы, тектоника Крыма и др.). Конкретные выводы об этом явлении могут быть получены при выяснении существования внутриземного источника, резонирующего с потоком солнечной инсоляции. Этот вывод нуждается в изучении геологической обстановки в этой точке Земли.

- Проведенное нами исследование когерентных связей между общей инсоляцией и локальной температурой воздуха на высоте 2 м, между общей инсоляцией и локальной температурой поверхности земли в Кара-Даге, позволило определить области высокой когерентности, хорошо локализованные по частоте и, в достаточной степени, локализованные во времени вокруг известных частотных составляющих (рис. 10).

- Обсуждаемые в настоящей работе когерентные связи локальных измерений температуры воздуха на высоте 2 м и температуры поверхности

земли с общей инсоляцией в Кара-Даге определяют степень линейности между двумя сериями данных и не обязательно подразумевают причинно-следственную связь.

- Установленные нами когерентные связи между одинаковыми вариациями в среднегодовых данных об общей инсоляции в Кара-Даге и в данных о длительности суток (период 11.8 лет); количестве солнечных пятен (периоды 10.5 лет, 3.6 года), индексах изменения глобальной температуры (периоды 2.3, 3.5 года) имеют обоснование в современных теоретических исследованиях [22].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хаин В.Е., Халилов Э.Н. Пространственно-временные закономерности сейсмической и вулканической активности. Бургас, Science Without Borders, 2008. 304 с.
2. Хаин В.Е. Геология на пороге новой научной революции // Природа. 1995. № 1. С. 33–51.
3. Лобковский Л.И., Котелкин В.Д. Двухъярусная термодинамическая модель конвекции и ее геодинимические следствия // Проблемы глобальной геодинимики. Коллективная монография. М.: ГЕОС, 2000. С. 29–53.
4. Трубицын В.П. Глобальные тектонические процессы, формирующие лик Земли // Геофизика на рубеже веков. М.: ИФЗ РАН, 1999. С. 80–92.
5. Палас П. Краткое физическое и топографическое описание Таврической области. Перевод с фр. И. Рижского. СПб: Императорская типография, 1795. 72 с.
6. Kurbasova G.S., Volvach A.E. The insolation anomalies on the Crimean peninsula with observations from space // Proc. Microwave and Telecommunication Technology: 24th International Crimean Conference. Sevastopol. 2014. P. 1085–1086.
<https://doi.org/10.1109/CRMICO.2014.6959772>
7. Kurbasova G.S., Volvach A.E. Wavelet analysis of terrestrial and space measurements of local insolation // Space Science and Technology. 2014. V. 20. Iss. 4. P. 42–49.
<https://doi.org/10.15407/knit2014.04.042>
8. Volvach A.E., Kurbasova G.S. Secular variations of geomagnetic declination in the Karadag point and the global helio-geodynamic processes // Geofizicheskiy Zhurnal—Geophysical Journal. 2019. V. 41. Iss. 1. P. 192–199.
9. Volvach A.E., Kurbasova G.S. Model of insolation of the earth surface in the Kara–Dag locality according to SSE data // Visnyk of Taras Shevchenko National University of Kyiv: Geology. 2019. V. 2. P. 1–58.
<https://doi.org/10.17721/1728-2713.85.07>
10. Volvach A.E., Kurbasova G.S., Volvach L.N. Analysis of periodical variability of insolation and soil temperature in the Crimea // Geofizicheskiy Zhurnal—Geophysical Journal. 2019. V. 23. Iss. 6. P. 195–202.

11. *Volvach A.E., Kurbasova G.S., Volvach L.N.* Solar-Terrestrial Cycles in the Climatic and Geophysical Properties of Crimea // *Astrophysical Bulletin*. 2019. V. 74. Iss. 3. P. 331–336.
<https://doi.org/10.1134/S1990341319030118>
12. *Haar A.* Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme // *Mathematische Annalen*. 1910. V. 69. P. 331–371.
13. *Daubechies I.* Orthonormal bases of compactly supported wavelets // *Communications on Pure and Applied Mathematics*. 1988. V. 41. P. 909–996.
14. *Daubechies I.* The wavelet transform, time–frequency localization and signal analysis // *IEEE Transactions on Information Theory*. 1990. V. 36. Iss 5. P. 961–1005.
15. *Farge M.* Non-Gaussianity and coherent vortex simulation for two dimensional turbulence using an adaptive orthogonal wavelet basis // *Phys. Fluids*. 1999. V. 11. Iss. 8. P. 2187–2201.
16. *Abry P.* Ondelettes et turbulence. Multirésolutions, algorithmes de décomposition, invariance d'échelles. Diderot Editeur. Paris. 1997. 268 p.
17. *Torrence C., Compo G.P.* A Practical Guide to Wavelet Analysis // *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 1998. V. 79. Iss. 1. P. 61–78.
18. *Marple S.L.* Digital spectral analysis with applications. Englewood Cliffs. NJ. Prentice–Hall, 1987. 512 p.
19. *Marple S.L.* Digital spectral analysis. Second Edition. Mineola, New York. Dover Publications, 1987. 2019. 435 p.
20. *Donoho D.L.* De–noising by soft–thresholding / *IEEE Trans. Information Theory*. 1995. V. 41. Iss. 3. P. 613–627.
<https://doi.org/10.1109/18.382009>
21. *Мун Ф.* Хаотические колебания. М.: Мир, 1990. 311 с.
22. *Авсюк Ю.Н.* Глобальные изменения среды и климата в сопоставлении с приливной моделью эволюции системы Земля–Луна // *Геофизика на рубеже веков*. М.: ИФЗ РАН, 1999. С. 93–106.
23. *Bostrom R.C.* Tectonic Consequences of the Earth's rotation. Oxford: Oxford University Press, 2000.

УДК 521,62-50

О ТОЧКАХ ЛИБРАЦИИ В СИСТЕМЕ АСТЕРОИД–ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЗОНД

© 2023 г. Э. К. Лавровский*

Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

*Lavrov.EK@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.07.2022 г.

После доработки 29.11.2022 г.

Принята к публикации 17.12.2022 г.

Работа посвящена исследованию относительного движения в поле однородных сфероидных тел. Считается, что спутник астероида не влияет на его поступательное и вращательное движения по инерции. Это последнее есть вращение в режиме регулярной прецессии. Рассматривается случай, когда астероид — эллипсоид вращения. Строится система условий, которой должны удовлетворять точки либрации; показано, что ее решением являются два типа точек либрации, различающиеся своим расположением по отношению к неизменному вектору кинетического момента вращения и к оси симметрии эллипсоида. Далее численно-аналитическим методом исследуется по первому приближению устойчивость точек либрации.

DOI: 10.31857/S0023420622700042, EDN: ULOUAD

ВВЕДЕНИЕ

В небесной механике, говоря о точках либрации, обычно имеют в виду ситуацию в проблеме трех тел, когда вокруг массивного тела (Солнца) вращается менее массивное (планета). Имеется еще и третье тело с пренебрежимо малой массой (астероид), гравитация которого не оказывает существенного влияния на движение двух других тел. Это ограниченная задача трех тел. Точками либрации в этой задаче называются стационарные точки в подвижной системе осей, связанной с планетой, где за счет действия гравитации со стороны массивного тела и центробежной силы астероид находится в равновесии. Интерес к точкам либрации обусловлен, прежде всего, тем, что не удается построить аналитического решения задачи трех тел даже в ограниченной постановке, поэтому важны и частные решения, которым посвящено большое число работ и монографий, например, [1]. Как известно со времен Л. Эйлера и Ж. Лагранжа, в плоской, круговой задаче трех тел имеются три коллинеарные точки либрации (они неустойчивы) и две треугольные (иногда, устойчивые), причем последние отличаются тем свойством, что треугольник, вершинами которого служат положения всех трех тел, является равносторонним. В частности, в системе Солнце–Юпитер действительно была отмечена концентрация тел малой массы — троянцев и ахейцев в треугольных точках. Точки либрации часто создают комфортные условия для наблюдения небес-

ных объектов с тела малой массы одновременно с удобством его связи с Землей. В особенности это относится к точкам либрации в системе Земля–Луна. Так, например, в недавнем прошлом при работе китайского исследовательского зонда *Ченъэ-4* на обратной (невидимой) стороне Луны использовалась для связи с Землей одна из треугольных точек в системе Земля–Луна.

Ряд работ посвящен точкам либрации в окрестности вращающихся гравитирующих тел. Так в статьях [2, 3] изучались точки либрации по малой и большой оси трехосного однородного гравитирующего эллипсоида. Другой класс динамически симметричных объектов рассмотрен в работе [4], где исследовались точки либрации гантели, вращающейся в режиме регулярной прецессии. Гантель состоит из двух сферических гравитирующих тел разной массы, соединенных невесомым стержнем. В этой работе, а также в публикациях [5–7] показано, что точки либрации сосредоточены либо в плоскости, перпендикулярной к вектору кинетического момента, либо они принадлежат плоскости оси симметрии гантели и упомянутого кинетического момента.

Настоящая работа в определенном смысле продолжает данное направление, только в качестве гравитирующего астероида здесь рассматривается однородный эллипсоид вращения.

УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ И ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ ЭЛЛИПСОИДА ВРАЩЕНИЯ

Рассмотрим однородный эллипсоид вращения (астероид) с полуосями $a, b = a, c$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Обозначим $k = c/a$, при $k > 1$ – эллипсоид вытянутый, при $k < 1$ – сплюснутый. Сферический случай не рассматривается. Будучи динамически симметричным телом, астероид вращается по инерции в режиме регулярной прецессии [9], при которой он совершает угловое движение с постоянной скоростью $\omega = \dot{\psi}$ вокруг направления вектора кинетического момента, неизменного по величине и направлению в абсолютном пространстве. Между этим вектором и осью симметрии астероида поддерживается постоянный угол нутации θ . Кроме того, астероид вращается еще и с некоторой постоянной угловой скоростью $\dot{\phi}$, направленной по оси его симметрии. Между этими тремя величинами существует связь

$$\dot{\phi} = \dot{\psi} \cos \theta \frac{A - C}{C},$$

где A, C – соответственно экваториальный и осевой моменты инерции.

Введем в рассмотрение вращающуюся с угловой ω систему координат так, что ось Oz направлена по вектору кинетического момента, ось Ox лежит в плоскости, образованной вектором кинетического момента и осью симметрии эллипсоида, ось Oy дополняет систему $Oxyz$ до правой, точка O есть центр масс эллипсоида. Исследовательский зонд в этой системе – материальная точка с координатами (x, y, z) .

Гравитационное воздействие астероида на зонд описывается решением Дирихле [10] в главных осях эллипсоида $Ox'y'z'$, причем Oz' – его ось симметрии, а $Ox'y'$ – экваториальная плоскость эллипсоида. Если эллипсоид вытянутый и $c > a$, то гравитационные ускорения X', Y', Z' в точке (x', y', z') определяются согласно формулам

$$\frac{X'}{x'} = \frac{Y'}{y'} = \frac{3fM}{2a^3l^3} \left[\ln \left(\sqrt{1+w^2} + w \right) - w\sqrt{1+w^2} \right] \equiv \alpha P,$$

$$\frac{Z'}{z'} = \frac{3fM}{a^3l^3} \left[\frac{w}{\sqrt{1+w^2}} - \ln \left(\sqrt{1+w^2} + w \right) \right] \equiv \alpha Q$$

и

$$\alpha = \frac{3fM}{a^3l^3}, \quad l^2 = \frac{c^2 - a^2}{a^2},$$

$$\frac{z'^2}{1+w^2} + x'^2 + y'^2 = \frac{a^2l^2}{w^2}, \quad w \geq 0.$$

В аналогичном случае сплюснутого эллипсоида $c < a$ следует использовать соотношения

$$\frac{X'}{x'} = \frac{Y'}{y'} = \frac{3fM}{2c^3l^3} \left[\frac{w}{1+w^2} - \arctg(w) \right] \equiv \alpha P,$$

$$\frac{Z'}{z'} = \frac{3fM}{c^3l^3} [\arctg(w) - w] \equiv \alpha Q$$

и

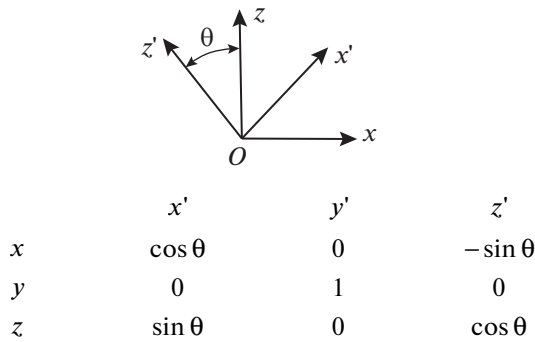
$$\alpha = \frac{3fM}{c^3l^3}, \quad l^2 = \frac{a^2 - c^2}{c^2},$$

$$\frac{x'^2 + y'^2}{1+w^2} + z'^2 = \frac{c^2l^2}{w^2}, \quad w \geq 0.$$

Здесь $M = \frac{4}{3}\pi\sigma abc$ – масса эллипсоида; σ – плотность материала астероида; f – константа тяготения; l, α – параметры; w, P, Q – функции координат, введенные для удобства описания силы притяжения эллипсоида. В случае вытянутого эллипсоида его виду отвечает диапазон изменения функции $w \in [0, \sqrt{k^2 - 1}]$, в случае сжатого эллипсоида аналогичный диапазон – $w \in \left[0, \frac{\sqrt{1 - k^2}}{k}\right]$. Причем значения $w = 0$ слева отвечают в обоих случаях бесконечно удаленным точкам пространства, а правые границы диапазона – самой поверхности эллипсоида.

Нетрудно заметить, что для внешней точки пространства приведенные выше формулы гарантируют построение одного и того же вектора гравитационных ускорений (в проекциях по оси симметрии и перпендикулярно к ней) независимо от того, каким образом выбирались главные оси Ox', Oy' в экваториальной плоскости астероида. В частности, можно считать, что ось Ox' всегда лежит в плоскости Oxz . Тогда матрица перехода от осей $Oxyz$ к осям $Ox'y'z'$ и взаимное располо-

жение этих осей отвечают изображенным на следующей схеме



Оси Oy и Oy' при этом совпадают. Аналогичным образом связаны в этих осях и гравитационные ускорения X, Y, Z и X', Y', Z' .

Перейдем в подвижную систему осей $Ox'y'z'$. Уравнения движения точки малой массы принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} - 2\omega\dot{y} - \omega^2 x &= X = X' \cos \theta - Z' \sin \theta, \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{x} - \omega^2 y &= Y = Y', \\ \ddot{z} &= Z = X' \sin \theta + Z' \cos \theta, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} X &= \alpha[x' P(x', y', z') \cos \theta - z' Q(x', y', z') \sin \theta], \\ Y &= \alpha y P(x', y', z'), \\ Z &= \alpha[x' P(x', y', z') \sin \theta + z' Q(x', y', z') \cos \theta]. \end{aligned}$$

Таким образом, точки либрации должны удовлетворять условиям

$$\left. \begin{aligned} [\alpha P + \omega^2] x' \cos \theta - [\alpha Q + \omega^2] z' \sin \theta &= 0, \\ [\alpha P + \omega^2] y' &= 0, \quad P x' \sin \theta = -Q z' \cos \theta. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Постоянные x, y, z отвечают постоянным x', y', z' и наоборот. Можно просто искать решения с постоянными x', y', z' , от которых в конечном итоге зависят функции P и Q .

Будем считать, что $0 < \theta < \pi/2$. Второе из условий в системе (2) удовлетворяется в двух случаях:

а) если $\alpha P + \omega^2 = 0$ или если б) $y = 0$. Первое определяет точки либрации, являющиеся аналогом “треугольных”, второе — “псевдоколлинеарных”, как они названы в статье [4]. В других работах, например, в [5], последние называют также “компланарными” точками либрации. Как показано в работе [8], любое однородное осесимметричное тело может иметь только эти два типа точек либрации.

Случай А. Два оставшихся соотношения из (2) образуют систему условий

$$\begin{cases} [\alpha Q + \omega^2] z' \sin \theta = 0, \\ P x' \sin \theta = -Q z' \cos \theta. \end{cases}$$

Если $Q \neq P$, то отсюда вытекает, что $x' = z' = 0$ (т.е. $x = z = 0$). Существование точек либрации возможно только на оси y , перпендикулярной плоскости Oxz . Значение w , при котором выполняется условие $\alpha P(w) + \omega^2 = 0$, связано с единственной ненулевой координатой y точек либрации соотношениями: в случае вытянутого эллипсоида $l^2 = k^2 - 1$, $y^2 = \frac{a^2 l^2}{w^2}$ и $l^2 = \frac{1 - k^2}{k^2}$,

$\frac{y^2}{1 + w^2} = \frac{c^2 l^2}{w^2}$ в случае сплюснутого эллипсоида.

Функция $P(w)$ — монотонно-убывающая, поэтому условие $\alpha P(w) + \omega^2 = 0$ может выполняться только при единственном значении w . В каждом из таких случаев существуют реально ровно две точки либрации по плюс-минус оси y , когда эти точки “интересны”, т.е. принадлежат внешности эллипсоида.

Равенство $Q = P$ невозможно так, как в случае вытянутого эллипсоида

$$\frac{d(Q - P)}{dw} = \frac{w^4}{(1 + w^2) \sqrt{1 + w^2}} \geq 0,$$

причем $Q(w = 0) = P(w = 0) = 0$, т.е. при $w > 0$, имеем неравенство $P < Q < 0$. Если же эллипсоид сплюснутый, то

$$\frac{d(Q - P)}{dw} = -\frac{w^4}{(1 + w^2)^2} \leq 0 \text{ и } Q < P < 0.$$

Случай Б. Из третьего и первого условий (2) заключаем, что

$$\begin{aligned} z' &= -x' \frac{P}{Q} \operatorname{tg} \theta, \\ x' \{ \alpha P Q + \omega^2 (Q \cos^2 \theta + P \sin^2 \theta) \} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Если равенство нулю во втором соотношении (3) реализуется при $x' = 0$, то $x' = z' = 0$. Иными словами, приходим к тривиальному решению $x = y = z = 0$, которое противоречит здравому смыслу. При написании первого из соотношений (3) молчаливо предполагалось, что $Q \neq 0$. Функция $Q(w)$ имеет единственный корень $w = 0$, отвечающий бесконечно удаленной точке пространства (x, y, z) , где $Q = P = 0$.

Пусть

$$\alpha P Q + \omega^2 (Q \cos^2 \theta + P \sin^2 \theta) = 0, \quad (4)$$

при $y = 0$. Точки либрации лежат в плоскости Oxz' ($= Oxz$), образованной вектором кинетического момента и осью симметрии эллипсоида. Иными словами, в случае вытянутого эллипсоида дополнительно возникает система трех соотношений

$$\begin{aligned} z' &= -x' \frac{P(w)}{Q(w)} \operatorname{tg} \theta, \\ \alpha P(w)Q(w) + \omega^2 [Q(w) \cos^2 \theta + P(w) \sin^2 \theta] &= 0, \quad (5) \\ \frac{z'^2}{1+w^2} + x'^2 &= \frac{a^2(k^2-1)}{w^2} \end{aligned}$$

относительно трех неизвестных w, x', z' при заданном угле нутации θ , а также параметрах ω, α и $k > 1$. В случае сплюснутого эллипсоида возникает аналогичная по смыслу система вида

$$\begin{aligned} z' &= -x' \frac{P(w)}{Q(w)} \operatorname{tg} \theta, \\ \alpha P(w)Q(w) + \omega^2 [Q(w) \cos^2 \theta + P(w) \sin^2 \theta] &= 0, \quad (6) \\ \frac{x'^2}{1+w^2} + z'^2 &= \frac{c^2(1-k^2)}{w^2 k^2}, \end{aligned}$$

причем $k < 1$. Как отмечалось выше, функции $P(w), Q(w)$, а также параметр α при рассмотрении двух указанных типов эллипсоидов различные. Очевидный путь построения решений, отвечающих условиям (5), (6), требует сначала решения уравнения (4) при заданных величинах коэффициентов α, ω и нахождения соответствующих значений w . После чего возникают два простых линейных условия относительно x'^2, z'^2 . Соответствие знаков перед решениями x', z' определяется первыми соотношениями в (5) и (6). Каждая из систем условий (5) и (6) имеет пару решений типа $\pm(x', z')$, причем в случае вытянутого эллипсоида это

$$\begin{aligned} x' &= \pm \frac{aQ(w)\sqrt{(k^2-1)(1+w^2)}}{w\sqrt{(1+w^2)Q^2(w) + \operatorname{tg}^2 \theta \cdot P^2(w)}}, \\ z' &= \mp \frac{aP(w) \operatorname{tg} \theta \sqrt{(k^2-1)(1+w^2)}}{w\sqrt{(1+w^2)Q^2(w) + \operatorname{tg}^2 \theta \cdot P^2(w)}}, \end{aligned} \quad (7)$$

а в случае сплюснутого эллипсоида

$$\begin{aligned} x' &= \pm \frac{cQ(w) \operatorname{ctg} \theta \sqrt{(1-k^2)(1+w^2)}}{wk\sqrt{(1+w^2)P^2(w) + Q^2(w) \operatorname{ctg}^2 \theta}}, \\ z' &= \mp \frac{cP(w)\sqrt{(1-k^2)(1+w^2)}}{wk\sqrt{(1+w^2)P^2(w) + Q^2(w) \operatorname{ctg}^2 \theta}}. \end{aligned}$$

Независимо от того, рассматривается ли вытянутый или сплюснутый эллипсоид, на полуин-

тервале $w > 0$ условие (4) не может иметь более одного корня. Действительно, представим его в форме

$$\frac{P(w)Q(w)}{Q(w) \cos^2 \theta + P(w) \sin^2 \theta} + \frac{\omega^2}{\alpha} = 0 \quad (8)$$

и продифференцируем по w левую часть этого соотношения

$$\begin{aligned} \frac{d}{dw} \left[\frac{P(w)Q(w)}{Q(w) \cos^2 \theta + P(w) \sin^2 \theta} \right] &= \\ &= \frac{P^2 Q'_w \sin^2 \theta + Q^2 P'_w \cos^2 \theta}{[Q(w) \cos^2 \theta + P(w) \sin^2 \theta]^2}. \end{aligned}$$

Поскольку, как легко видеть $P'_w < 0$, $Q'_w < 0$, получается, что дробная функция переменной w в левой части уравнения (8) монотонно убывает. При этом она равна нулю, когда $w = 0$, и стремится к минус бесконечности при $w \rightarrow \infty$. Тем самым, независимо от выбора величин $\omega, \alpha > 0$ уравнение (8) имеет ровно один корень. Неясно только, отвечают ли ему точки либрации во внешней или во внутренней области эллипсоида.

Ввиду сложного нелинейного характера условий (5), (6) дальнейшее их исследование требует использования численных методов.

Некоторые результаты исследования, позволяющие судить о картине точек либрации, приводятся ниже. Пусть астероид сложен из кремния $\sigma = 2.328 \text{ г см}^{-3}$. В случае вытянутого эллипсоида примем далее, что $c = 150 \text{ м}$, $a = 100 \text{ м}$, $k = c/a = 1.5$. Тогда с учетом задаваемого значения $\omega = 0.0005 \text{ с}^{-1}$ получаем

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{3fM}{a^3 I^3} = \frac{3f(4/3)\pi\sigma a^2 c}{a^3 (\sqrt{k^2-1})^3} = \\ &= \frac{k}{(\sqrt{k^2-1})^3} 4\pi(\rho f) = 0.209796 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-2}, \\ \frac{\omega^2}{\alpha} &\approx 0.119. \end{aligned}$$

Рассмотрим несколько ситуаций. Пусть $\theta \approx 0$, тогда ввиду (4) $P = -\omega^2/\alpha \approx -0.120$ при $w \approx 0.745$. Компланарные точки либрации здесь $x' \approx \pm 150.07 \text{ м}$, $z' = 0$. При $\theta = \pi/4$ имеем $PQ/(P+Q) = -0.5\omega^2/\alpha = -0.5958 \cdot 10^{-1}$, $w \approx 0.787$. Согласно расчетам по приведенным выше формулам получаем такие точки либрации $x' \approx \pm 97.80 \text{ м}$, $z' \approx \mp 131.03 \text{ м}$. Если $\theta \approx \pi/2$, то $Q = -\omega^2/\alpha \approx -0.120$, $w \approx 0.84$. Точки либрации $x' = 0$, $z' \approx \mp 173.83 \text{ м}$. Все эти точки находятся вне тела эллипсоида — в чем можно убедиться либо не-

посредственно, либо в силу того, что все рассмотренные значения переменной w – корней условия (4) – принадлежат диапазону $[0, l = 1.118]$.

При расчетах в аналогичном случае сплюснутого эллипсоида считалось, что $k = c/a = 0.666$, $a = 150$ м, $c = 100$ м, $\omega = 0.611556 \cdot 10^{-3}$ с $^{-1}$. (Значение ω немного изменено, чтобы при новом α сохранить выполнение соотношения $\omega^2/\alpha \approx 0.119$.) Случаям $\theta = 0, \pi/4, \pi/2$ отвечают соответственно следующие значения переменной w : 0.905, 0.84, 0.784. При расчетах по приведенным ранее формулам получаем соответственно следующие координаты точек (x', z') либрации: $x' \approx \pm 176.17$ м, $z' = 0$; $x' \approx \pm 126.09$ м, $z' \approx \mp 91.96$ м; $x' = 0$, $z' \approx \mp 136.70$ м, причем $l = 1.120$.

УСТОЙЧИВОСТЬ ТОЧЕК ЛИБРАЦИИ

Исследуем устойчивость по первому приближению построенных точек либрации, начиная со случая вытянутого эллипсоида. Основная проблема, которая возникает в связи с этим, состоит в описании вариаций гравитационного ускорения при возникновении отклонений в позиции тела малой массы. Для ее решения требуется выполнить определенные выкладки, приведенные в Приложении. В результате проварьированные уравнения системы (1)

$$\begin{aligned} \delta\ddot{x} &= \delta X + 2\omega\delta\dot{y} + \omega^2\delta x, \\ \delta\ddot{y} &= \delta Y - 2\omega\delta\dot{x} + \omega^2\delta y, \quad \delta\ddot{z} = \delta Z \end{aligned} \quad (9)$$

удается представить в виде

$$\begin{cases} \delta\ddot{x} = a_{xx}\delta x + a_{xy}\delta y + a_{xz}\delta z + 2\omega\delta\dot{y}, \\ \delta\ddot{y} = a_{yx}\delta x + a_{yy}\delta y + a_{yz}\delta z - 2\omega\delta\dot{x}, \\ \delta\ddot{z} = a_{zx}\delta x + a_{zy}\delta y + a_{zz}\delta z \end{cases} \quad (10)$$

с постоянными коэффициентами a . Характеристический определитель системы (10) имеет вид

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 - a_{xx} & -2\omega\lambda - a_{xy} & -a_{xz} \\ 2\omega\lambda - a_{yx} & \lambda^2 - a_{yy} & -a_{yz} \\ -a_{zx} & -a_{zy} & \lambda^2 - a_{zz} \end{vmatrix} = 0.$$

В развернутой форме это

$$\begin{aligned} &\lambda^6 + \lambda^4[-a_{xx} - a_{yy} - a_{zz} + 4\omega^2] + \\ &\quad + \lambda^3 2\omega[a_{xy} - a_{yx}] + \\ &\quad + \lambda^2[a_{xx}a_{yy} + a_{xx}a_{zz} + a_{yy}a_{zz} - \\ &\quad - a_{xz}a_{zx} - 4\omega^2a_{zz} - a_{xy}a_{yx} - a_{yz}a_{zy}] + \\ &\quad + 2\omega\lambda[-a_{yz}a_{zx} + a_{xz}a_{zy} + a_{zz}a_{yx} - a_{zz}a_{xy}] + \\ &\quad + [-a_{xx}a_{yy}a_{zz} - a_{xy}a_{yz}a_{zx} - a_{xz}a_{zy}a_{yx} + \\ &\quad + a_{yy}a_{xz}a_{zx} + a_{zz}a_{xy}a_{yx} + a_{xx}a_{zy}a_{yz}] = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

“Треугольные” точки либрации

В этом случае $x' = z' = 0$, $y \neq 0$, а также $\omega^2 = -\alpha P(w) = -\alpha P(0, y, 0)$. Сказанное влечет за собой равенство $a_{xy} = a_{yx} = a_{yz} = a_{zy} = 0$, которое означает, что в характеристическом полиноме отсутствуют все нечетные степени λ . Полином превращается в бикубический относительно λ с оставшимися ненулевыми коэффициентами a

$$\begin{aligned} a_{xz} &= a_{zx} = \alpha(P - Q)\sin\theta\cos\theta, \\ a_{xx} &= \omega^2 + \alpha(P\cos^2\theta + Q\sin^2\theta), \\ a_{zz} &= \alpha(P\sin^2\theta + Q\cos^2\theta). \end{aligned}$$

Коэффициент $a_{yy} \neq 0$, после некоторых упрощений представим в виде

$$a_{yy} = \frac{\alpha w^3}{\sqrt{1 + w^2}}.$$

Окончательный вид характеристического полинома таков

$$\begin{aligned} &\lambda^6 + \lambda^4[4\omega^2 - a_{xx} - a_{yy} - a_{zz}] + \\ &\quad + \lambda^2[a_{xx}a_{yy} + a_{xx}a_{zz} + a_{yy}a_{zz} - 4\omega^2a_{zz} - a_{xz}a_{zx}] + \\ &\quad + a_{yy}[-a_{xx}a_{zz} + a_{xz}a_{zx}] = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Характеристический полином далее исследовался численно, в случае $a = 100$ м, $\sigma = 2.328$ г см $^{-3}$. Можно показать, что случай сплюснутого эллипсоида отличается только тем, что здесь возникает другой вид коэффициента a_{yy}

$$a_{yy} = \frac{\alpha w^3}{(1 + w^2)},$$

а также (естественно) другой вид имеют зависимости $P(w)$, $Q(w)$. Он также исследовался численно при той же плотности материала астероида и той же длине наименьшей из осей.

Более удобным представляется, однако, форма учета ненулевых коэффициентов a , когда все они дополнительно поделены на величину α , и в рассмотрение введено безразмерное отношение $\chi = \omega^2/\alpha$. В случае “треугольных” точек либрации

$$\chi = -P(w). \quad (13)$$

Тем самым, все ненулевые коэффициенты a зависят только от угла нутации θ и функции w , Прямым перебором в пространстве (w, θ) можно проанализировать все ситуации.

О результатах исследования устойчивости чуть ниже, сначала остановимся на методе этого численного исследования. Запишем характеристическое уравнение в общем случае как кубическое относительно $r = \lambda^2$ и сделаем замену перемен-

ной r на g , чтобы избавиться от квадратичного члена, тогда

$$\begin{aligned} r^3 + \tilde{a}r^2 + \tilde{b}r + \tilde{c} &= 0, \\ g = r + \tilde{a}/3 &\Rightarrow g^3 + pg + q = 0, \\ p = \tilde{b} - \tilde{a}^2/3, \quad q &= \tilde{c} + 2\tilde{a}^3/27 - \tilde{a}\tilde{b}/3. \end{aligned}$$

Известно, что гарантированное вещественное решение кубического уравнения вида $g^3 + pg + q = 0$ — это

$$g = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

После этого два оставшихся корня — вещественных или комплексно-сопряженных — находятся через решение квадратичного уравнения. В случае устойчивости точек либрации все корни r должны быть вещественными, неположительными величинами — в противном случае возникают корни λ с разными по знаку реальными частями. Поэтому необходимые условия устойчивости можно получить из теоремы Виета

$$r_1 + r_2 + r_3 = -\tilde{a}, \quad r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3 = \tilde{b}, \quad r_1r_2r_3 = -\tilde{c},$$

они имеют вид $\tilde{a} \geq 0, \tilde{b} \geq 0, \tilde{c} \geq 0$. Известно также, что дискриминант кубического уравнения

$$\Delta = -4\tilde{a}^3\tilde{c} + \tilde{a}^2\tilde{b}^2 - 4\tilde{b}^3 + 18\tilde{a}\tilde{b}\tilde{c} - 27\tilde{c}^2$$

позволяет точно указать количество вещественных и комплексно сопряженных корней: при $\Delta > 0$ уравнение имеет три различных вещественных корня, при $\Delta = 0$ два вещественных корня совпадают, при $\Delta < 0$ есть один вещественный корень и два комплексно сопряженных. Оба этих соображения использовались при численном исследовании для контроля результатов.

“Компланарные” точки либрации

В этом случае $y = 0$. По методу исследования устойчивости ситуация мало чем отличается от только что разобранного случая, так как по-прежнему $a_{xy} = a_{yx} = a_{yz} = a_{zy} = 0$, а значит, характеристическое уравнение имеет тот же вид (12) и оно бикубическое. Это позволяет вести численное исследование по тому же плану.

Основное отличие от предыдущего случая — более громоздкие формулы для остальных ненулевых коэффициентов a . Перечислим их в случае вытянутого эллипсоида (см. Приложение)

$$\eta = (2w^2 + 1)(x'^2 + y'^2) + (z'^2 - a^2l^2)$$

и

$$\begin{aligned} a_{xx} &= \chi + (Q \sin^2 \theta + P \cos^2 \theta) - \\ &- \frac{w^2}{\sqrt{1+w^2}} \left(\frac{z' \sin \theta}{1+w^2} - x' \cos \theta \right) \frac{\xi x' \cos \theta - w z' \sin \theta}{\eta}, \\ a_{zz} &= (P \sin^2 \theta + Q \cos^2 \theta) + \\ &+ \frac{w^2}{\sqrt{1+w^2}} \left(\frac{z' \cos \theta}{1+w^2} + x' \sin \theta \right) \frac{\xi x' \sin \theta + w z' \cos \theta}{\eta}, \\ a_{yy} &= \chi + P, \quad a_{xz} = (P - Q) \sin \theta \cos \theta - \\ &- \frac{w^2}{\sqrt{1+w^2}} \left(\frac{z' \sin \theta}{1+w^2} - x' \cos \theta \right) \frac{\xi x' \sin \theta + w z' \cos \theta}{\eta}, \\ a_{zx} &= (P - Q) \sin \theta \cos \theta + \\ &+ \frac{w^2}{\sqrt{1+w^2}} \left(\frac{z' \cos \theta}{1+w^2} + x' \sin \theta \right) \frac{\xi x' \cos \theta - w z' \sin \theta}{\eta}. \end{aligned}$$

Безразмерное отношение — функция (w, θ) в силу соотношения

$$\chi = \frac{\omega^2}{\alpha} = - \frac{PQ}{Q \cos^2 \theta + P \sin^2 \theta}.$$

Впрочем, величина χ не оказывает никакого влияния на выбор знаков $\pm$ и выбор самой пары x', z' с помощью соотношений (7). Члены, зависящие от x', z' в правых частях ненулевых коэффициентов a , могут быть представлены также в виде функций (w, θ) за счет взаимного сокращения числителя и знаменателя на величину $a^2 l^2$. Тем самым, в правых частях приведенной выше системы стоят также функции (w, θ) .

В случае сплюснутого эллипсоида ситуация аналогичная, только

$$\eta = (2w^2 + 1)z'^2 + (x'^2 + y'^2 - c^2 l^2)$$

и

$$\begin{aligned} a_{xx} &= \chi + (Q \sin^2 \theta + P \cos^2 \theta) - \\ &- \frac{w^2}{1+w^2} \left(z' \sin \theta - \frac{x' \cos \theta}{1+w^2} \right) \frac{w x' \cos \theta - \xi z' \sin \theta}{\eta}, \\ a_{zz} &= (P \sin^2 \theta + Q \cos^2 \theta) + \\ &+ \frac{w^2}{1+w^2} \left(z' \cos \theta + \frac{x' \sin \theta}{1+w^2} \right) \frac{w x' \sin \theta + \xi z' \cos \theta}{\eta}, \\ a_{yy} &= \chi + P, \quad a_{xz} = (P - Q) \sin \theta \cos \theta - \\ &- \frac{w^2}{1+w^2} \left(z' \sin \theta - \frac{x' \cos \theta}{1+w^2} \right) \frac{w x' \sin \theta + \xi z' \cos \theta}{\eta}, \\ a_{zx} &= (P - Q) \sin \theta \cos \theta + \\ &+ \frac{w^2}{1+w^2} \left(z' \cos \theta + \frac{x' \sin \theta}{1+w^2} \right) \frac{w x' \cos \theta - \xi z' \sin \theta}{\eta}. \end{aligned}$$

Результаты исследования устойчивости изображены на рисунке, показаны границы областей устойчивости. По горизонтальной оси отложены

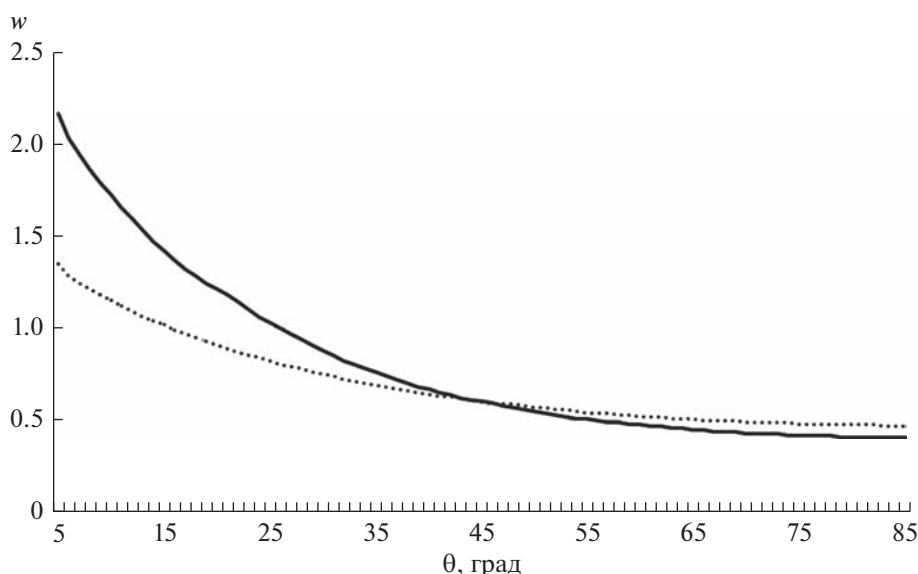


Рис. 1. Результаты исследования устойчивости.

значения (в градусах) угла нутации θ , по вертикальной — значения безразмерной величины w .

Случаю вытянутого эллипсоида отвечает жирная кривая: области устойчивости для “треугольных” точек либрации отвечает вся зона в переменных w, θ , расположенная ниже этой кривой. Все пары x', z' “компланарных” точек либрации неустойчивы. Случаю сплюснутого эллипсоида отвечает пунктирная кривая: ниже данной кривой расположена зона устойчивости “компланарных” точек либрации. Напротив, все “треугольные” точки либрации неустойчивы.

С первого взгляда результаты исследования на устойчивость могут показаться странными ввиду сильного влияния на нее фактора вытянутости-сплюснутости эллипсоида, хотя в смысловом плане они и согласуются с результатами некоторых работ других авторов, например, [7]. Однако следует иметь в виду, что при $k = 1$, когда эллипсоид переходит в сферу, точки либрации образуют окружность определенного радиуса в экваториальной (перпендикулярной угловой скорости) плоскости сферы. Каждая из его точек по существу неустойчивая, но обладает свойством орбитальной устойчивости. Это создает противоречивую ситуацию.

Дополним сказанное результатом некоторого численного исследования. Рассматривается вытянутый по форме эллипсоид с наименьшей осью $a = 100$ м, плотности $\sigma = 2.328$ г см⁻³ закрученный с угловой скоростью $\omega = 5 \cdot 10^{-4}$ с⁻¹. В диапазоне изменения параметра $k \in (1, 2.5]$ требуется построить “треугольные” точки либрации и уста-

новить, устойчивы ли они. Поскольку коэффициент χ линейно зависит от отношения $(k^2 - 1)^{3/2}/k$, то в силу соотношения (13) каждому k ставится в соответствие некоторое число w , причем диапазон $w \in (0, 1.38]$. Эти числа растут вместе с ростом k , им отвечают координаты y точек либрации строго во вне эллипсоида. Вопрос их устойчивости зависит от величины угла нутации θ . Если $\theta \approx 5^\circ$, то все точки либрации устойчивы ввиду картины на рисунке, поскольку оказалось, что здесь $w < 2$. Если же $\theta > 45^\circ$, то, начиная со значения $k \approx 1.3$, соответствующие величины w превышают условный барьер $w \approx 0.5$ на рисунке для устойчивых режимов. Они неустойчивы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Преобразования начнем с вариации функций $P(w)$, $Q(w)$. Найдем их производные

$$P = \frac{1}{2} \left[\ln(\sqrt{1+w^2} + w) - w\sqrt{1+w^2} \right],$$

$$Q = \frac{w}{\sqrt{1+w^2}} - \ln(\sqrt{1+w^2} + w),$$

$$\frac{dP}{dw} = \frac{-w^2}{\sqrt{1+w^2}}, \quad \frac{dQ}{dw} = \frac{-w^2}{(1+w^2)\sqrt{1+w^2}}.$$

Переменная w зависит от координат (x', y', z') положения точки малой массы следующим явным образом

$$w^4(x'^2 + y'^2) + w^2(x'^2 + y'^2 + z'^2 - a^2 l^2) - a^2 l^2 = 0, \\ l^2 = k^2 - 1.$$

Отсюда имеем

$$4w^3\delta w(x'^2 + y'^2) + w^4 2(x'\delta x' + y'\delta y') + \\ + 2w\delta w(x'^2 + y'^2 + z'^2 - a^2 l^2) + \\ + w^2 2(x'\delta x' + y'\delta y' + z'\delta z') = 0$$

или

$$2w\delta w \{ (2w^2 + 1)(x'^2 + y'^2) + (z'^2 - a^2 l^2) \} = \\ = -2w^2 \{ (w^2 + 1)(x'\delta x' + y'\delta y') + z'\delta z' \}, \\ \delta w = - \frac{w \{ (w^2 + 1)(x'\delta x' + y'\delta y') + z'\delta z' \}}{\{ (2w^2 + 1)(x'^2 + y'^2) + (z'^2 - a^2 l^2) \}} = \\ = -w \frac{(w^2 + 1)x'\delta x' + (w^2 + 1)y'\delta y' + z'\delta z'}{(2w^2 + 1)(x'^2 + y'^2) + (z'^2 - a^2 l^2)}.$$

Ранее было найдено

$$x' = x \cos \theta + z \sin \theta, \\ z' = -x \sin \theta + z \cos \theta, \quad y' = y,$$

отсюда

$$\delta x' = \delta x \cos \theta + \delta z \sin \theta, \\ \delta z' = -\delta x \sin \theta + \delta z \cos \theta, \quad \delta y' = \delta y.$$

Перейдем к пространству переменных $Oxyz$, заменив $\delta x'$ на δx и т.д., а члены типа $x' = x'(x, y, z)$ и им подобные пока оставим в прежнем виде, подразумевая делаемую замену. Тогда, обозначая

$$\xi = w(w^2 + 1), \\ \eta = (2w^2 + 1)(x'^2 + y'^2) + (z'^2 - a^2 l^2)$$

окончательно имеем

$$\delta w = - \frac{\xi x'(\cos \theta \delta x + \sin \theta \delta z) + \xi y' \delta y' + w z'(-\sin \theta \delta x + \cos \theta \delta z)}{\eta} = \\ = - \frac{\delta x(\xi x' \cos \theta - w z' \sin \theta) + \xi y \delta y + \delta z(\xi x' \sin \theta + w z' \cos \theta)}{\eta}. \quad (\text{П.1})$$

Поскольку ускорения $X' = \alpha x' P$, $Y' = \alpha y' P$, $Z' = \alpha z' Q$ (по модели гравитации) переходят в ускорения X, Y, Z по тем же формулам, что и x', y', z' в x, y, z , то

$$X = -Z' \sin \theta + X' \cos \theta, \quad Y = Y', \\ Z = Z' \cos \theta + X' \sin \theta$$

или $X = \alpha \{-z' Q \sin \theta + x' P \cos \theta\}$, $Y = \alpha y' P$, $Z = \alpha \{z' Q \cos \theta + x' P \sin \theta\}$. Отсюда

$$\delta X = \alpha \{-\delta z' Q \sin \theta - z' \delta Q \sin \theta + \\ + \delta x' P \cos \theta + x' \delta P \cos \theta\} = \\ = \alpha \left\{ \begin{aligned} &(\delta x \sin \theta - \delta z \cos \theta) Q \sin \theta + \\ &+ z' \sin \theta \frac{w^2 \delta w}{(1 + w^2)^{3/2}} + \\ &+ (\delta x \cos \theta + \delta z \sin \theta) P \cos \theta - \\ &- x' \cos \theta \frac{w^2 \delta w}{(1 + w^2)^{1/2}} \end{aligned} \right\},$$

$$\delta Y = \alpha \{\delta y P + y \delta P\} = \alpha \left\{ \delta y P - y \frac{w^2 \delta w}{(1 + w^2)^{1/2}} \right\},$$

$$\delta Z = \alpha \{\delta z' Q \cos \theta + z' \delta Q \cos \theta + \\ + \delta x' P \sin \theta + x' \delta P \sin \theta\} = \\ = \alpha \left\{ \begin{aligned} &(\delta z \cos \theta - \delta x \sin \theta) Q \cos \theta - \\ &- z' \cos \theta \frac{w^2 \delta w}{(1 + w^2)^{3/2}} + \\ &+ (\delta x \cos \theta + \delta z \sin \theta) P \sin \theta - \\ &- x' \sin \theta \frac{w^2 \delta w}{(1 + w^2)^{1/2}} \end{aligned} \right\}.$$

Подставим сюда выражение δw через вариации $\delta x, \delta y, \delta z$ согласно (П.1). Как отмечалось выше, проварьированные уравнения системы (1) имеют вид (9)

$$\delta \ddot{x} = \delta X + 2\omega \delta \dot{y} + \omega^2 \delta x, \\ \delta \ddot{y} = \delta Y - 2\omega \delta \dot{x} + \omega^2 \delta y, \quad \delta \ddot{z} = \delta Z.$$

Тем самым, членом при δx в первом из уравнений (10) в его правой части является

$$\omega^2 + \alpha \left\{ (Q \sin^2 \theta + P \cos^2 \theta) - \frac{w^2}{\sqrt{1 + w^2}} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{z' \sin \theta}{1 + w^2} - x' \cos \theta \right) \frac{\xi x' \cos \theta - w z' \sin \theta}{\eta} \right\} \equiv a_{xx},$$

при δy

$$-\alpha \frac{w^2}{\sqrt{1+w^2}} \left(\frac{z' \sin \theta}{1+w^2} - x' \cos \theta \right) \frac{\xi y'}{\eta} \equiv a_{xy},$$

а при δz

$$\alpha \left\{ (P-Q) \sin \theta \cos \theta - \frac{w^2}{\sqrt{1+w^2}} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{z' \sin \theta}{1+w^2} - x' \cos \theta \right) \frac{\xi x' \sin \theta + w z' \cos \theta}{\eta} \right\} \equiv a_{xz}.$$

Членом при δx во втором уравнении (10) является

$$\alpha y' \frac{w^2}{(1+w^2)^{1/2}} \frac{\xi x' \cos \theta - w z' \sin \theta}{\eta} \equiv a_{yx},$$

при δy

$$\omega^2 + \alpha \left[P + \frac{w^2}{\sqrt{1+w^2}} \frac{\xi y'^2}{\eta} \right] \equiv a_{yy},$$

а при δz

$$\alpha y' \frac{w^2}{(1+w^2)^{1/2}} \frac{\xi x' \sin \theta + w z' \cos \theta}{\eta} \equiv a_{yz}.$$

Членом при δx в третьем уравнении (10) является

$$\alpha \left\{ (P-Q) \sin \theta \cos \theta + \frac{w^2}{\sqrt{1+w^2}} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{z' \cos \theta}{1+w^2} + x' \sin \theta \right) \frac{\xi x' \cos \theta - w z' \sin \theta}{\eta} \right\} \equiv a_{zx},$$

при δy

$$\alpha \frac{w^2}{\sqrt{1+w^2}} \left(\frac{z' \cos \theta}{1+w^2} + x' \sin \theta \right) \frac{\xi y'}{\eta} \equiv a_{zy},$$

а при δz

$$\alpha \left\{ (P \sin^2 \theta + Q \cos^2 \theta) + \frac{w^2}{\sqrt{1+w^2}} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{z' \cos \theta}{1+w^2} + x' \sin \theta \right) \frac{\xi x' \sin \theta + w z' \cos \theta}{\eta} \right\} \equiv a_{zz}.$$

Представленные выше выкладки позволяют судить о виде коэффициентов a .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Маркеев А.П.* Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1978.
2. *Батраков Ю.В.* Периодические движения частицы в поле тяготения вращающегося трехосного эллипсоида // Бюл. ИТА. 1957. Т. 6. № 8. С. 524–542.
3. *Абалакин В.К.* К вопросу об устойчивости точки либрации в окрестности вращающегося гравитирующего эллипсоида // Бюл. ИТА. 1957. Т. 6. № 8. С. 543–549.
4. *Белецкий В.В.* Обобщенная ограниченная круговая задача трех тел как модель динамики двойных астероидов // Косм. исслед. 2007. Т. 45. № 5. С. 435–442.
5. *Белецкий В.В., Родников А.В.* Компланарные точки либрации в обобщенной ограниченной круговой задаче трех тел // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7. № 3. С. 569–576.
6. *Белецкий В.В., Родников А.В.* Точки либрации обобщенной ограниченной круговой задачи трех тел в случае мнимого расстояния между притягивающими центрами // Нелинейная динамика. 2012. Т. 8. № 5. С. 931–940.
7. *Родников А.В.* Треугольные точки либрации обобщенной ограниченной круговой задачи трех тел в случае комплексно-сопряженных масс притягивающего центра // Нелинейная динамика. 2014. Т. 10. № 2. С. 213–222.
8. *Родников А.В.* О движении материальной точки вдоль леера, закрепленного на прецессирующем твердом теле // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7. № 2. С. 295–311.
9. *Аппель П.* Теоретическая механика. Т. 2. М.: Физматгиз, 1960.
10. *Дубошин Г.Н.* Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1968.

УДК 520.6

ЭКСПЕРИМЕНТ “ЛУННЫЙ ПРИНТЕР” ПО ЛАЗЕРНОМУ СПЛАВЛЕНИЮ ЛУННОГО РЕГОЛИТА В КОСМИЧЕСКОМ ПРОЕКТЕ “ЛУНА-ГРУНТ”

© 2023 г. Т. М. Томилина¹, А. А. Ким^{1, *}, Д. И. Лисов², А. М. Лысенко¹

¹Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

²Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

*kim@imash.ac.ru

Поступила в редакцию 30.11.2022 г.

После доработки 05.12.2022 г.

Принята к публикации 06.12.2022 г.

В статье представлены результаты лабораторных исследований по применению новой технологии селективного лазерного сплавления для получения опытных изделий из лунного реголита без специальных добавок. Определены основные свойства природного реголита, которые существенно влияют на процесс сплавления. Получены первые образцы заданной геометрии из порошков лабрадорита и габбро-диабазы, которые являются естественными аналогами лунного реголита, по этой технологии. Результаты исследований планируется использовать при подготовке исходных данных для разработки космического прибора Лунный Принтер в составе комплекса научной аппаратуры перспективного лунного проекта “Луна-Грунт”.

DOI: 10.31857/S0023420622600313, EDN: ULNKTA

ВВЕДЕНИЕ

Российский проект “Луна-Грунт” с космическим аппаратом “Луна-28” является естественным завершением первого подготовительного этапа Российской лунной программы с реализацией четырех исследовательских автоматических посадочных и орбитальных аппаратов “Луна-25” — “Луна-28” (ОКР “Луна-Глоб”, “Луна-Ресурс-1” орбитальный и посадочный и “Луна-Грунт” [1, 2]). Предусмотренная в проекте доставка на Землю образцов полярного лунного вещества, тестовых образцов, сплавленных из реголита, биологических образцов и образцов электронных компонентов создаст научную основу для реализации следующих этапов Российской лунной программы — создания роботизированного Лунного полярного полигона, проведения первой лунной полярной пилотируемой экспедиции, строительства посещаемой Лунной базы.

Происхождение Луны — ближайшего к Земле космического тела до конца не выяснено, и вопросы ее внутреннего строения и эволюции пока остаются. Советские и американские исследования по программам “Луна” и “Аполлон” не затрагивали приполярные районы Луны, и о природных условиях на лунных полюсах до недавнего времени было практически ничего не известно.

В конце 90-х гг. прошлого века было установлено, что полюса являются уникальными района-

ми, в веществе которых присутствует водяной лед и летучие соединения космического происхождения. Предположение о наличии водяного льда на лунных полюсах возникло на основе результатов наблюдений, выполненных в 1998 г. [3], когда было обнаружено ослабление вторичного излучения нейтронов с поверхности Луны. Нейтронное излучение лунной поверхности возникает под воздействием Галактических космических лучей, и возможной причиной ослабления потока энергичных нейтронов могло быть их замедление в веществе реголита с высоким содержанием водорода в молекулах водяного льда. В 2009 г. было произведено глобальное картографирование лунной поверхности в ИК-диапазоне [4] с борта индийского космического аппарата *Chandrayaan-1*, и была обнаружена спектральная линия в окрестности длины волны 3 мкм, которая соответствует спектральной линии молекулы воды. Эти наблюдения стали прямым доказательством присутствия воды на лунных полюсах.

В 2010 г. с помощью российского нейтронного телескопа LEND, работающего на космическом аппарате *LRO*, был выбран район полярного кратера Кабео, в реголите которого ожидалась максимальная концентрация водяного льда [5]. В район этого кратера был отправлен космический аппарат *LCROSS* с разгонным блоком Centaur. После столкновения Centaur с поверхностью Луны приборы *LCROSS* выполнили прямые из-

мерения состава вылетевшего с поверхности лунного грунта и обнаружили в нем содержание воды, около 5% по массе [6].

Предполагается, что вода в полярных районах Луны накопилась за сотни миллионов лет вследствие столкновений с кометами и астероидами. Многие из небесных малых тел прилетели от других звезд, и могли занести “споры жизни” в Солнечную систему. Можно предположить, что изучение состава лунного полярного вещества позволит выяснить вопрос о возможности внеземного происхождения жизни на нашей планете. Лунная вода также могла образоваться в лунном реголите из протонов солнечного ветра. Изучение изотопного состава лунной воды позволит ответить на вопрос о ее межпланетном или солнечном происхождении. Образцы лунного мерзлого реголита должны пройти детальные исследования в наземных лабораториях для выяснения происхождения лунной воды, ее изотопного состава, наличия в ней химических примесей и сложных высокомолекулярных соединений космического происхождения.

В результате изучения лунного грунта, доставленного на Землю советскими миссиями “Луна” и американскими — “Аполлон”, а также из результатов измерений с борта автоматических космических аппаратов стало известно, что в веществе Луны присутствуют алюминий, железо, титан, редкие земли и многие другие элементы таблицы Менделеева. При этом все исследованные образцы лунного вещества были доставлены из районов на низких и умеренных широтах. Изучение элементного состава вещества полярных районов Луны не проводилось. Особый интерес представляет район Южного полюса, так как он расположен на периферии гигантского лунного Бассейна Южного полюса — Эйкен [7]. Вещество на поверхности этого кратера было вынесено из лунных недр, и оно имеет состав ранней Луны, который существенно отличается от состава реголита на современной поверхности лунных морей и высокогорий. Поэтому изучение состава основных пороодообразующих элементов реголита в окрестности Южного полюса позволит выяснить условия возникновения Луны и характер ее ранней эволюции. Кроме фундаментальных знаний о происхождении и эволюции Луны, изучение состава полярного реголита предоставит практические знания о наличии залежей полезных ископаемых, о степени содержания в них тех или иных редких элементов.

В последние годы стала активно обсуждаться идея создания обитаемых баз на Луне. Ряд стран, в том числе Россия, объявили о планах осуществить несколько крупных лунных проектов, включая и пилотируемые экспедиции, с целью изучения природных условий на лунных полюсах и построения необходимой инфраструктуры. Од-

нако даже для простейшей инфраструктуры требуется доставка на Луну значительных масс с использованием тяжелых ракетносителей, поэтому появились предложения и даже проекты (например, *ATHLETE*, 2011 г. и *Moonrise*, 2019 г.) по использованию для этих целей природных материалов — реголита, *in situ* и, соответственно, разработка для их применения новых технологий. Основное внимание уделяется аддитивным технологиям, в которых трехмерный объект создается методом послойного наложения исходного материала, в данном случае порошка реголита. Для изготовления крупногабаритных объектов и несущих конструкций в качестве исходного материала предлагается порошок реголита со связующими добавками [8, 9]. Изучаются разные добавки. Другой вид технологии, наиболее перспективный — технология послойного лазерного сплавления, в которой объект формируется на опорной плоскости послойно из порошка под действием лазерного луча. Лазер сканирует и плавит область порошка, заданную в цифровой модели. В настоящее время во многих научных лабораториях проводятся эксперименты с имитаторами лунного реголита с использованием аддитивной технологии 3D-печати для подтверждения возможности получения тестовых образцов и изучения их свойств [10, 11]. В основном все работы посвящены проблеме подбора технологических параметров для сплавления имитаторов лунного реголита на промышленных установках, которые изначально были разработаны для изготовления изделий из металлических порошков с соответствующими техническими требованиями. В отдельных работах на таких установках получены малые образцы заданной геометрии (колечки, кубики) с характерным размером 5 мм [10, 11], на кубических образцах измерялись механические параметры: твердость и пористость и определялась прочность на сжатие.

Однако прежде чем лунный реголит станет природным ресурсом для изготовления деталей лунной инфраструктуры на месте, необходимо создать новые технологии для такого применения. Надо показать, что эти технологии будут работать в лунных условиях и элементы лунной инфраструктуры могут быть получены, чтобы лунный реголит со временем мог стать основным материалом для создания деталей лунных механизмов и лунной инфраструктуры.

1. ПРОЕКТ “ЛУНА-ГРУНТ” И ЭКСПЕРИМЕНТ “ЛУННЫЙ ПРИНТЕР” В ЕГО СОСТАВЕ

Основная цель будущего российского проекта “Луна-Грунт” состоит в доставке на Землю образцов полярного реголита и проведении их детального анализа с целью выяснения состава летучих

соединений и воды, а также состава основных породообразующих элементов с учетом близости Южного полюса к границе Бассейна Южного полюса — Эйткен. В рамках этого проекта будет произведен забор образцов реголита. Эти образцы будут отбираться грунтозаборным устройством с разной глубины из-под поверхности — от нескольких сантиметров до 1–2 м — и без размораживания помещены в криогенную термостатированную капсулу для доставки в возвращаемом модуле на Землю.

Но не только фундаментальные знания о лунном полярном веществе вызывают интерес у исследователей — участников проекта “Луна-Грунт”. Луну рассматривают также и как полигон для разработки и испытаний новых средств и технологий для полетов в дальний космос. На основе опыта эксплуатации лунной космической инфраструктуры будут создаваться космические аппараты для будущих межпланетных экспедиций.

Для вывода в космос космического аппарата с поверхности Луны потребуются ракета гораздо меньшей массы, чем с земного космодрома (сила тяжести на Луне в 6 раз меньше). Можно ожидать, что будущая межпланетная космонавтика будет использовать лунные космодромы, на которых из лунного вещества будут изготавливаться элементы конструкций космических аппаратов, а из летучих компонентов лунного реголита будут вырабатываться компоненты топлива для лунных ракет [12]. Технологические эксперименты по использованию лунного вещества для создания космической инфраструктуры уже становятся важнейшим элементом научно-исследовательских программ освоения Луны.

Отсюда следует еще одна важная цель проекта “Луна-Грунт”: провести отработки новой космической техники на перелете Земля — Луна — Земля, на окололунной орбите, на поверхности Луны, провести технологические опыты по созданию возвращаемых образцов деталей на основе 3D-печати из лунного реголита и по добыче воды, кислорода и водорода из полярного реголита.

При выработке концепции проекта “Луна-Грунт” было принято решение включить в проект исследования по применению лунного реголита для создания элементов лунной инфраструктуры. Возможность возврата с лунной поверхности на Землю полезной нагрузки позволяет провести в рамках этого проекта комплексный научно-технологический эксперимент по созданию на Луне опытных образцов деталей из лунного реголита, первичной отбраковки этих образцов, полученных в разных режимах печати, и доставки наиболее удачных образцов на Землю для детального изучения их физико-механических свойств. Проведение такого исследования с применением реального лунного вещества и в условиях лунной

космической среды позволит выяснить наиболее перспективные направления дальнейших исследований для создания наиболее эффективной технологии для применения лунного реголита в качестве исходного материала для 3D-печати.

В данной статье представлены первые результаты исследований и лабораторных испытаний для разработки концепции будущего космического эксперимента Лунный принтер в составе проекта “Луна-Грунт”.

2. КОСМИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ “ЛУННЫЙ ПРИНТЕР”

2.1. Цели эксперимента

Основная задача эксперимента “Лунный Принтер” (ЛП) — испытание режимов сплавления опытных образцов в космических условиях с использованием реального лунного вещества для выяснения оптимальных условий его сплавления. Изготовленные образцы должны быть предварительно отобраны по своим физико-механическим параметрам, наиболее удачные из них будут возвращены на Землю для дальнейших исследований в земных лабораториях.

В рамках данного эксперимента будут отработаны технологии подготовки вещества реголита для его дальнейшего использования в качестве исходного материала в процессе сплавления, основанном на лазерной 3D-печати, будут определены рациональные режимы лазерного сплавления в условиях космического пространства на лунной поверхности, и также будут определены механические и тепловые характеристики полученных опытных сплавленных образцов после их возвращения на Землю.

Результаты эксперимента будут использованы в качестве исходных данных для проектирования будущих экспериментальных установок по изготовлению деталей и элементов конструкций из лунного реголита, необходимых для дальнейшей отработки технологий 3D-печати из лунного вещества в рамках последующих проектов.

2.2. Общая концепция эксперимента “Лунный Принтер”

Концепция эксперимента и аппаратуры ЛП основана на объединении в одном комплексе нескольких процессов (рис. 1):

- забор грунта и его измельчение;
- анализ и сортировка лунного грунта;
- процесс сплавления методом лазерной 3D-печати;
- контроль качества сплавления образца и его механической прочности;

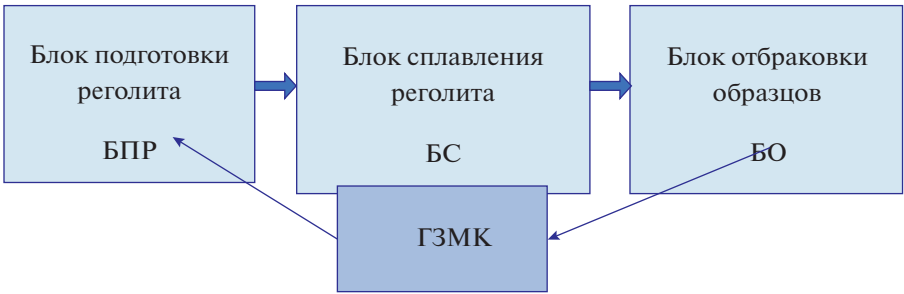


Рис. 1. Блочная структура эксперимента ЛП.

• подготовка и передача отобранных образцов в возвратный модуль.

Лунное вещество для эксперимента ЛП должно доставляться грунтозаборным устройством (комплекс ГЗМК), установленным на борту космического аппарата. В блоке подготовки реголита (БПР) вещество измельчается, просеивается установкой измельчения грунта и ступенчатыми вращающимися ситами и доставляется в емкость накопления материала для сплавления реголита и далее на платформу для построения образца в блоке сплавления (БС).

Блок сплавления (БС) оснащен системой лазерного сплавления и оптическим датчиком для контроля заполнения материалом платформы построения. В БС производится сплавление частиц материала между собой и с нижележащим слоем. Процесс сплавления основан на применении метода селективного (выборочного) лазерного сплавления (СЛС). Данная технология применяется для изготовления изделий из порошков по компьютерным цифровым моделям (CAD). Этот процесс заключается в последовательном послойном сплавлении порошкового материала посредством лазерного излучения.

По завершении сплавления образцы проходят контроль качества и оценку механических свойств в

блоке отбраковки (БО): визуальный контроль качества через телевизионную камеру и сброс образца с расчетной высоты. Отобранные образцы, прошедшие контроль, помещаются в возвращаемый контейнер. Бракованные образцы и излишки материала удаляются за борт и/или в емкость для остатков грунта и отбракованных образцов.

Контроль и управление работой всех функциональных блоков аппаратуры ЛП осуществляется блоком электроники (БЭ).

Для проведения эксперимента в составе космического аппарата должно быть спроектировано устройство загрузки контейнера с образцами в возвращаемый модуль (ВМ). Количество возвращаемых образцов должно составить от трех до пяти штук. Необходимые ресурсы для проведения эксперимента ЛП представлены в табл. 1.

Исходя из концепции эксперимента ЛП, можно определить задачи первого этапа лабораторных исследований, которые необходимо провести заранее для создания научной основы его опытно-конструкторской разработки.

Первой задачей является исследование аналогов-имитаторов лунного реголита, которые в наибольшей степени подходят для лабораторных исследований и отработок процесса 3D-печати.

Таблица 1. Необходимые ресурсы для проведения космического эксперимента ЛП

Параметр прибора	Оценка величины
Суммарная масса, кг	Не более 25
Потребляемая мощность (Вт)	
• в дежурном режиме	До 100
• в режиме печати	До 300–500
Оценка информативности в процессе печати, бит/с	Не меньше 500–3200
Оценка времени подготовки к печати и печати 1 образца, с	
• подготовка к печати	1800
• печать	3600
Общее время работы прибора на Луне	Минимальное время 20 ч, максимальное время 40 ч
Общий объем передаваемой информации, бит	$1.7 \cdot 10^7$

Таблица 2. Химический состав. Концентрация, вес. %

	SiO ₂	Al ₂ O ₃	TiO	FeO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	MnO
Материковый реголит (“Аполлон-16”)	45.2	27.4	0.53	4.16	4.27	16.6	0.47	0.11	0.057
Морской реголит (“Луна-16”)	41.7	15.33	3.39	16.64	8.78	12.49	0.34	0.10	0.21

Вторая задача состоит в изучении процесса лазерного сплавления для выбора параметров сплавляемого вещества, оптимальных типов лазеров и режимов их работы. Опыт решения указанных задач и получения первых пробных образцов определяет направления дальнейших лабораторных исследований.

3. ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ РЕГОЛИТА ДЛЯ СОЗДАНИЯ ДЕТАЛЕЙ ЛУННОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ

3.1. Особенности лунной природной среды, которые влияют на создание лунной инфраструктуры, применение реголита

При создании лунной инфраструктуры надо учитывать особенности природной среды на Луне: известно, что на Луне сила тяжести в шесть раз меньше, чем на Земле. Луна лишена атмосферы и дипольного магнитного поля, постоянно бомбардируется микрометеоритами, Галактическими и солнечными космическими лучами, подвергается воздействию прямого солнечного излучения (термические циклы –176, +127°С). Все это в значительной степени влияет не только на объекты инфраструктуры, но и на технологические процессы при создании ее элементов из лунного реголита на месте.

3.2. Основные свойства реголита

Реголит – это поверхностный грунт Луны, который в разных областях достигает глубины от 4 до 15 м. Природные свойства реголита были изучены в период 1970–1980 гг. как на образцах, доставленных на Землю, так и на основе анализа экспериментальных данных, полученных в лунных условиях во время работы комических аппаратов “Луноход-1” и “Луноход-2” [13, 14]. Было установлено, что прямых аналогов реголита на Земле нет, поэтому для лабораторных исследований были созданы имитаторы, близкие по составу к природным образцам. При этом было обнаружено, что состав грунта зависит от того, в каком месте и с какой глубины от поверхности конкретный образец взят – это проявляется в различии его физико-механических и тепловых свойств. Например, морские районы обогащены титаном и железом, в то время как горные районы богаты кальцием и алюминием.

Рассматривая реголит как исходный материал для создания объектов на Луне с помощью современных аддитивных технологий, необходимо выделить те характеристики, которые определяют его теплофизические свойства: морфологический, гранулометрический, минеральный и химический составы.

По морфологическим и гранулометрическим характеристикам лунный реголит не имеет прямых аналогов среди природных земных образований. Частицы лунного грунта имеют неправильную, угловатую и вытянутую форму с острыми концами, что обуславливает пространственную анизотропию теплофизических свойств. Средний размер частиц меняется в пределах 40–130 мкм со средним значением 70 мкм. Кумулятивные кривые распределения частиц реголита по размерам показывают, что гранулометрический состав реголита практически не зависит от его регионального происхождения (море или материк), но зависит от степени зрелости реголита, которая определяется местным геологическим происхождением и возрастом породы. Следует отметить, что изменение гранулометрического состава лунного грунта с глубиной на данный момент плохо изучено.

Главными минералами в составе реголита являются силикаты. Важно, что эти минералы являются минералами переменного состава, так что реголит морских и материковых областей имеют разный химический состав. Типичный химический состав реголита в морских и материковых областях по результатам исследований образцов грунта, доставленных автоматически станциями “Луна-16” и “Аполлон-16”, приведен в табл. 2.

В связи с задачей создания лунной инфраструктуры исследования свойств реголита в настоящее время возобновились. Одновременно появились публикации о разработке имитаторов реголита с различными характеристиками под конкретные задачи [15, 16].

3.3. Варианты технологий применения реголита *in situ*

Среди технологий, которые предлагаются для использования реголита как исходного материала для создания элементов инфраструктуры *in situ* можно выделить две основные группы: 1) технологии, в которых в качестве исходного мате-

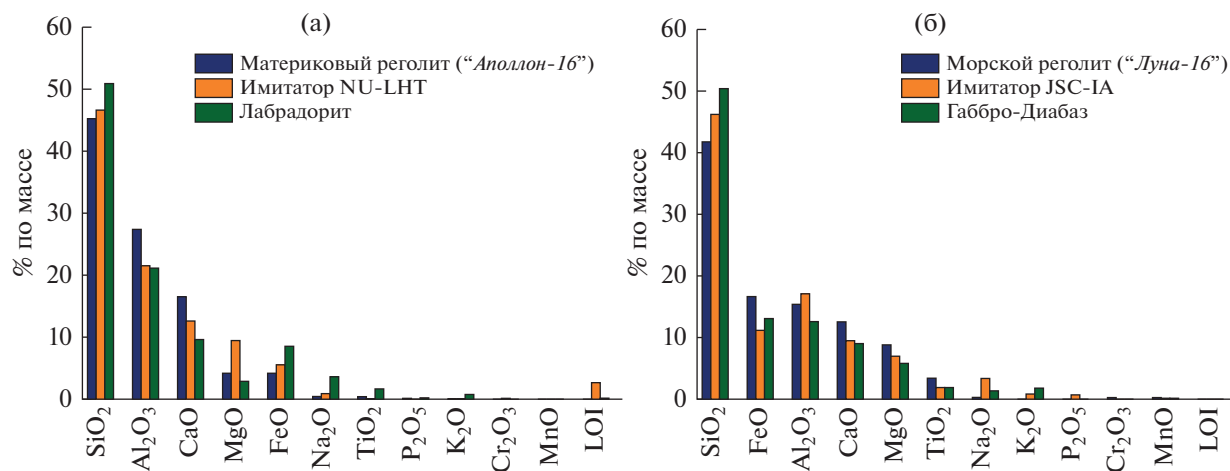


Рис. 2. Химический состав лабрадорита и габбро-диабазы в сравнении с природным лунным грунтом.

риала используется реголит с различными связующими добавками (*D-shape*, микро-фермы, “лунный бетон” [8, 9, 17]), при этом добавки составляют до 35% по массе; и 2) технологии, в которых в качестве исходного материала используется только лунный грунт, который подвергается сплавлению.

Первый вариант имеет очевидный недостаток — необходимость доставки на Луну дополнительных материалов, например, полимеров, или добычи местных компонентов, например, серы [17]. Следует отметить, что, как показали эксперименты с имитаторами реголита с добавками, полученные образцы имеют хорошие механические характеристики. Технологии первой группы предлагается использовать для строительства больших объектов, при этом подразумевается, что необходимое для строительства оборудование надо будет доставить.

Второй вариант, без добавления дополнительных материалов, представляется более перспективным, особенно при использовании лазера в качестве источника энергии для сплавления лунного реголита [18–23]. В таком варианте изделия получают небольших геометрических размеров и имеют твердую хрупкую структуру со значением прочности на сжатие до 50 МПа. При этом, как показывают эксперименты [10, 18], достигается достаточная точность воспроизводимой геометрии, что позволяет говорить о широкой применимости данной технологии для изготовления элементов конструкций.

Разработки технологий применения реголита активно развиваются по обоим вариантам. Для лабораторного макетирования эксперимента “Лунный принтер” было решено применить второй вариант технологий, основанный на селективном лазерном сплавлении.

4. ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ КОСМИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА С ЛУНЫМ ПРИНТЕРОМ

4.1. Выбор имитаторов-аналогов реголита для лабораторных исследований

Выбор имитаторов реголита для эксперимента осуществлялся по двум критериям — это его теплофизические свойства и доступность. В настоящее время известен только один отечественный вариант, VI-75, который разрабатывался для механических испытаний, поэтому для лабораторных исследований по сплавлению реголита были изготовлены аналоги, имитирующие в первую очередь его теплофизические свойства. Использовались две горные породы, лабрадорит и габбро-диабаз, наиболее близкие по минеральному и химическому составу к лунному реголиту, которые измельчались в порошок в соответствии с гранулометрическим составом реголита.

Химический состав имитаторов в сравнении с природным лунным грунтом представлен на рис. 2. Можно видеть, что по химическому составу лабрадорит хорошо имитирует материковый тип реголита, в то время как габбро-диабаз хорошо имитирует морской тип реголита. Также лабрадорит и габбро-диабаз хорошо согласуются по составу с американскими имитаторами NU-LHT и JSC-1A, соответственно.

Гранулометрический состав имитаторов в сравнении с составом лунного реголита, доставленного миссией “Аполлон-16” на Землю, представлен на рис. 3 (слева). Кривые Apollo-16 min и Apollo-16 max ограничивают область, в которой лежат кумулятивные кривые, полученные для всех исследованных проб; кривые для порошка лабрадорита и габбро-диабазы совпадают. Морфология частиц показана на рис. 3 (справа).

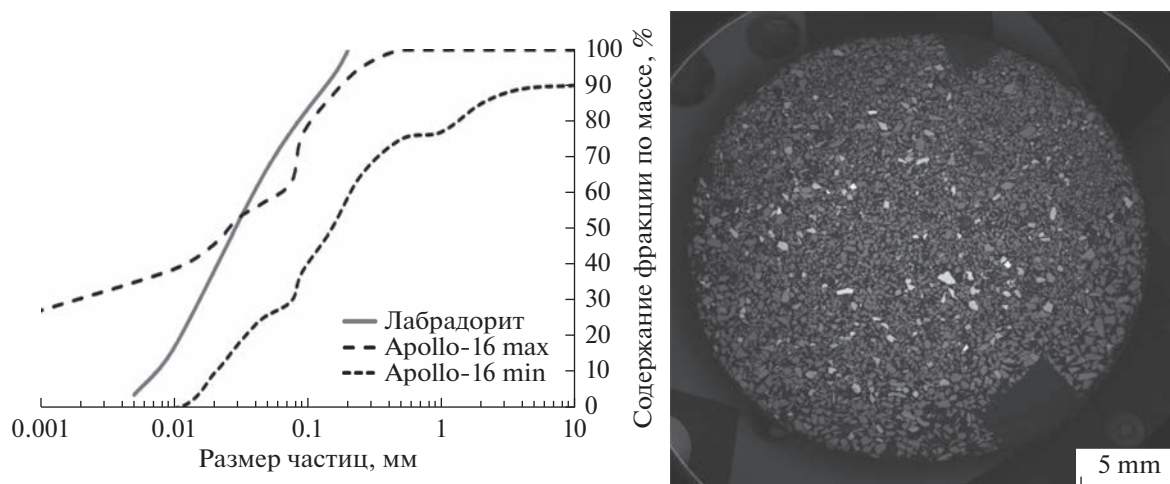


Рис. 3. Кумулятивные кривые распределения фракций имитаторов и лунного грунта с миссии “Аполлон-16” (слева) и морфология частиц имитаторов (справа).

С точки зрения использования имитаторов реголита для лазерного сплавления в промышленных установках СЛС, где в качестве исходного материала используются специально приготовленные металлические порошки, надо иметь в виду, что тепловые свойства реголита существенно отличаются от свойств металлов — они являются анизотропными по теплопроводности и неоднородными по температуре плавления для разных минералов, входящих в его состав.

4.2. Выбор лазера для лабораторных исследований

Анализ публикаций по сплавлению имитаторов реголита показал, что в основном использовался волоконный непрерывный лазер Yb:YAG с длиной волны 1.06 мкм. Лазеры такого типа используются в промышленных СЛС-установках для металла и известно, как они работают. Также было установлено [18, 22, 23], что на длине волны порядка 1 мкм реголит поглощает около 90% падающего излучения, в то время как, на длинах волн порядка 10 мкм это значение не превышает 18%, например, для газового CO₂-лазера.

Для лабораторного эксперимента использовалась небольшая промышленная установка 3D-печати Concept Laser MLab с непрерывным волоконным лазером Yb:YAG. Его параметры соответствовали максимальной мощности 100 Вт, длине волны 1.06 мкм и диаметру пучка 50 мкм. Выбор установки определялся параметрами лазера. Процесс сплавления порошка проходил в инертной среде (азот) по технологическим требованиям к установке, на платформе построения 90 × 90 × 80 мм.

4.3. Основные требования к методике сплавления

План эксперимента состоял из пяти этапов:

1. Прожиг порошка одиночными треками на разных режимах лазера. Определение наилучших режимов с отсутствием значимых дефектов: несплавление порошка с подложкой, образование шариков на всей длине трека, неровность трека.
2. Прожиг одиночных слоев порошка на тех же режимах. Определение наилучших режимов с отсутствием значимых дефектов: несплавление порошка с подложкой, сильная шероховатость, образование шариков.
3. Многослойное сплавление на выбранных на этапе 2 режимах. Определение оптимального режима сплавления, соответствующего минимальной пористости и возможности сплавления образцов высотой более 5 мм.
4. Сплавление образца простой геометрии на оптимальном режиме, выбранном на этапе 3.
5. Сплавление образца сложной геометрии.

В рамках предварительной подготовки эксперимента порошки просеивались ситом до 100 мкм для более равномерного поглощения лазерного излучения при сплавлении. Кроме того, проводилось тестирование материала для изготовления опорной площадки, на которую насыпается порошок, так называемой подложки. В опубликованных работах по сплавлению имитатора лунного реголита в основном используют три типа материалов: металл, стекло и керамика [23, 10, 11]. Критерием является качество сплавления первого слоя порошка с подложкой. В данном эксперименте материал подложки был определен по результатам предварительных экспериментальных исследований, выполненных на простой установке HTS 300Mobile с импульсным лазером. Было установлено, что стекло и металл не обеспечива-

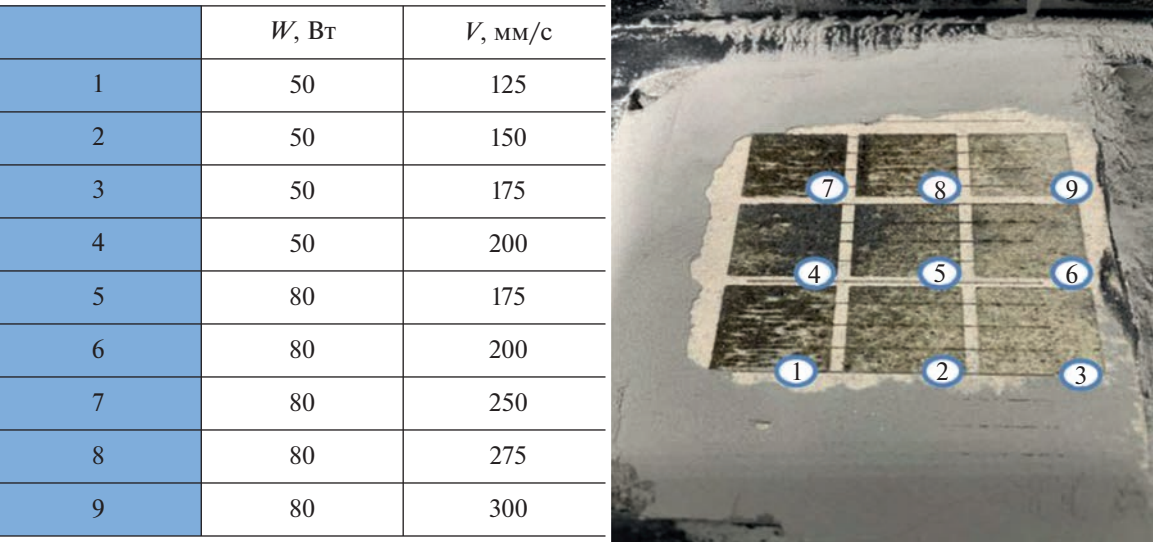


Рис. 4. Режимы сплавления одиночных слоев (слева) и сплавленные образцы (справа).

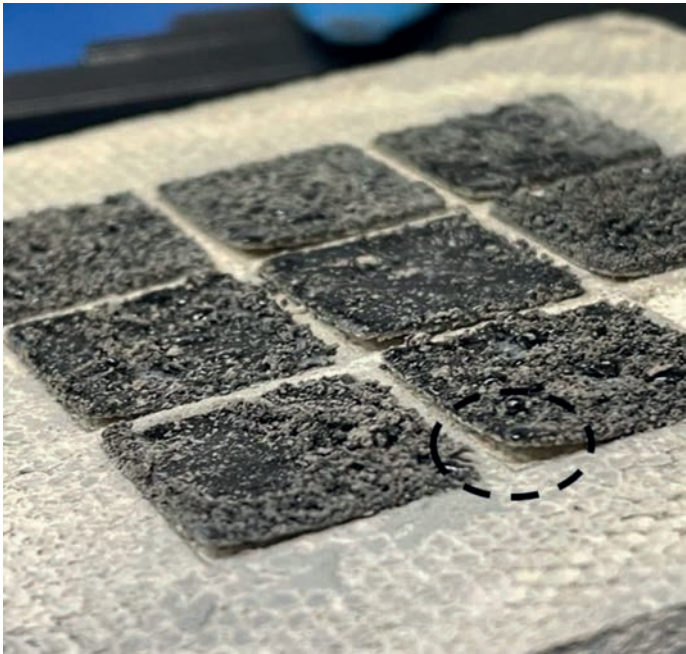


Рис. 5. Результат многослойного сплавления образцов (пунктирном отмечено место отрыва образца от подложки).

ли нужного сплавления порошков лабрадорита и габбро-диабазы с подложкой, и для эксперимента была выбрана керамическая подложка из огнеупорной глины.

4.4. Эксперимент с порошками лабрадорита и габбро-диабазы

На первом этапе эксперимента не удалось получить качественные одиночные треки, по которым можно было бы выбрать наилучшие режимы

сплавления. Проявилось свойство “нетекучести” порошка – неровное нанесение слоя. Эта проблема нанесения качественного слоя проявлялась на протяжении всего эксперимента. Интересно, что эта проблема не обсуждается в публикациях.

Результаты второго этапа сплавления одиночного слоя толщиной 0.1 мм на подложке на девяти режимах лазера можно видеть на рис. 4. Слева приведена таблица параметров сплавления: мощность лазера *W*, Вт и скорость сканирования

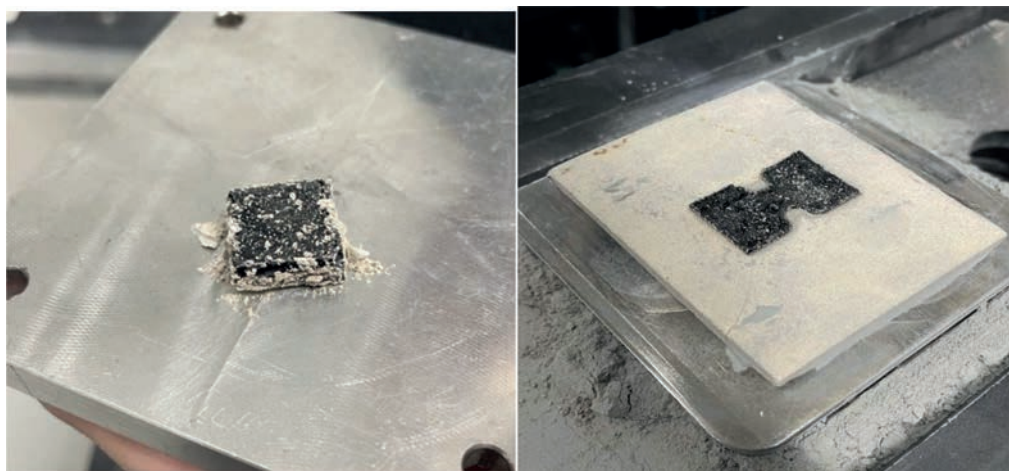


Рис. 6. Образец простой геометрии, снятый с подложки (слева) и сложной геометрии на керамической подложке (справа) из порошка лабрадорита.



Рис. 7. Образец простой геометрии из порошка габбро-диабазы на керамической подложке.

V , мм/с, справа — 9 образцов одиночного слоя размером 15×15 мм.

Полученные образцы имеют правильную форму, но слой очень неравномерный. По качеству образцов одиночного слоя не удалось определить оптимальные параметры режима сплавления, поэтому было проведено многослойное сплавление образцов на тех же девяти режимах. По результатам сплавления девяти образцов размерами 15×15 мм и высотой 3 мм был выбран оптимальный режим, который соответствовал сплавленному образцу, имеющему заданную форму и минимальную пористость (образец на рис. 5 в центре).

По результатам многослойного сплавления был сделан вывод, что оптимальным является режим сплавления с параметрами: мощность лазера и скорость сканирования 80 Вт и 175 мм/с соответственно (режим 5 в таблице на рис. 4), толщина слоя составляла 0.1 мм. На этом оптимальном

режиме из порошков имитаторов были сплавлены образцы простой геометрии с размерами 15×15 мм и высотой 8 мм (рис. 6 (слева) и рис. 7), и образец более сложной геометрии (рис. 6, справа).

Исследование микроструктуры полученных образцов показало, что наряду с ровными однородными участками имеются неровные и неоднородные, соответственно при измерении твердости значения по Виккерсу имели диапазон от 100 до 720 HV. Хрупкость сплавленных образцов демонстрирует рис. 7, где показан образец из порошка габбро-диабазы, который раскололся после падения с высоты 20 см.

В ходе эксперимента было замечено, что края образцов отрывались от подложки из-за остаточных напряжений (рис. 5). Стоит отметить, что отрыв проходил не по границе лабрадорит–подложка, а в материале подложки. Судя по всему, данная проблема решается более тщательным

подбором режимов сплавления. Этот вопрос будет изучаться на следующих этапах лабораторных исследований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные исследования по сплавлению имитаторов лунного реголита, изготовленных из горных пород, лабрадорита и габбро-диабаз, методом аддитивной технологии селективного лазерного сплавления в рамках лабораторных экспериментов, подтвердили принципиальную возможность ее использования для получения конструктивных элементов из лунного реголита без применения специальных добавок. Были определены основные свойства природного реголита, которые влияют на процесс сплавления, и получены первые опытные образцы заданной геометрии. Образцы имели хрупкую структуру и высокую твердость.

Выявленные трудности в реализации поставленной задачи показали необходимость дополнительных детальных исследований свойств лунного реголита применительно к технологии СЛС, а также адаптации промышленной технологии селективного лазерного сплавления, для которой исходным материалом является специально приготовленный металлический порошок. Результаты будущих исследований в этих направлениях позволят выявить основные закономерности применения технологий СЛС при работе с лунным реголитом, разработать теоретические модели процесса сплавления и научиться прогнозировать свойства конечного изделия из реголита, созданного в лунных условиях. Эти результаты создадут научную основу для разработки бортового научного прибора Лунный принтер и проведения эксперимента по изготовлению опытных образцов из лунного реголита в рамках проекта «Луна-Грунт».

Авторы выражают благодарность Институту двигателей и энергетических установок Самарского университета и ЦКП АТОС Университета «ВОЕНМЕХ» за техническую помощь в проведении эксперимента по сплавлению имитаторов лунного реголита на лазерных установках, а также сотрудникам института ГЕОХИ РАН за оказанные консультации по свойствам реголита.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-22-00840.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Митрофанов И.Г. Об освоении Луны. Русский космизм, лунная гонка и открытие «новой Луны» // Земля и Вселенная. 2019. № 1. С. 5–17. <https://doi.org/10.7868/S0044394819010018>
2. Митрофанов И.Г., Зеленый Л.М. Об освоении Луны. Планы и ближайшие перспективы // Земля и

Вселенная. 2019. № 4. С. 16–37. <https://doi.org/10.7868/S0044394819040029>

3. Feldman W.C., Maurice S., Binder A.B. et al. Fluxes of fast and epithermal neutrons from Lunar Prospector: Evidence for water ice at the lunar poles // Science. 1998. V. 281. Iss. 5382. P. 1496–1500. <https://doi.org/10.1126/science.281.5382.149>
4. Pieters C.M., Goswami J.N., Clark R.N. et al. Character and spatial distribution of OH/H₂O on the surface of the Moon seen by M3 on Chandrayaan-1 // Science. 2009. V. 326 Iss. 5952. P. 568–572. <https://doi.org/10.1126/science.1178658>
5. Mitrofanov I.G., Sanin A.B., Boynton W.V. et al. Hydrogen Mapping of the Lunar South Pole Using the LRO Neutron Detector Experiment LEND // Science. 2010. V. 330. Iss. 6003. P. 483–486. <https://doi.org/10.1126/science.1185696>
6. Colaprete A., Schultz P., Heldmann J. et al. Detection of water in the LCROSS ejecta plume // Science. 2010. V. 330. Iss. 6003. P. 463–468. <https://doi.org/10.1126/science.1186986>
7. Petro N.E., Pieters C.M. Surviving the heavy bombardment: Ancient material at the surface of South Pole–Aitken Basin // J. Geophys. Res. Atmos. 2004. V. 109. Art. ID. E06004. <https://doi.org/10.1029/2003JE002182>
8. Cesaretti G., Dini E., Kestelier X.D. et al. Building components for an outpost on the Lunar soil by means of a novel 3D printing technology // Acta Astronaut. 2014. V. 93. P. 430–450. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2013.07.034>
9. Taylor S.L., Jakus A.E., Koube K.D. et al. Sintering of micro-trusses created by extrusion-3D-printing of lunar regolith inks // Acta Astronaut. 2018. V. 143. P. 1–8. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2017.11.005>
10. Goulas A., Binner J.G.P., Engstrom D.S. et al. Mechanical behaviour of additively manufactured lunar regolith simulant components // Proc IMechE Part L: J Materials: Design and Applications. 2018. V. 233. Iss. 8. P. 1629–1644. <https://doi.org/10.1177/1464420718777932>
11. Caprio L., Demir A.G., Previtali B. Determining the feasible conditions for processing lunar regolith simulant via laser powder bed fusion // Addit. Manuf. 2020. V. 32. Art. ID. 101029. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.101029>
12. Kornuta D., Abbud-Madrid A., Atkinson J. et al. Commercial lunar propellant architecture: A collaborative study of lunar propellant production // Reach. 2019. V. 13. Art. ID. 100026. <https://doi.org/10.1016/j.reach.2019.100026>
13. Флоренский К.П. Лунный грунт: свойства и аналогии. М.: АН СССР. Ин-т геохимии и аналит. химии им. В.И. Вернадского, 1975.
14. Carrier W.D., Olhoeft G.R., Mendell W. Physical properties of the lunar surface // Lunar sourcebook: A user's guide to the Moon. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1991. P. 475–594.

15. *Taylor L.A., Pieters C.M., Britt D.* Evaluations of Lunar Regolith Simulants // *Planet. Space Sci.* 2016. V. 126. P. 1–7.
<https://doi.org/10.1016/j.pss.2016.04.005>
16. *Slyuta E.N., Grishakina E.A., Makobchuk V.Y. et al.* Lunar soil-analogue VI-75 for large-scale experiments // *Acta Astronaut.* 2021. V. 187. P. 447–457.
<https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.06.047>
17. *Grugel R.N.* Sulfur “concrete” for lunar applications – Sublimation concerns // *Adv. Space Res.* 2008. V. 41. Iss. 1. P. 103–112.
<https://doi.org/10.1016/j.asr.2007.08.018>
18. *Fateri M., Gebhardt A.* Process Parameters Development of Selective Laser Melting of Lunar Regolith for On-Site Manufacturing Applications // *Intern. J. Appl. Ceram. Technol.* 2015. V. 12. Iss. 1. P. 46–52.
<https://doi.org/10.1111/ijac.12326>
19. *Goulas A., Friel R.J.* 3D printing with moondust // *Rapid Prototyp. J.* 2016. V. 22. Iss. 6. P. 864–870.
<https://doi.org/10.1108/RPJ-02-2015-0022>
20. *Gerdes N., Fokken L.G., Linke S. et al.* Selective Laser Melting for processing of regolith in support of a lunar base // *J. Laser Appl.* 2018. V. 30. Art. ID. 032018.
<https://doi.org/10.2351/1.5018576>
21. *Farries K.W., Visintin P., Smith S.T. et al.* Construction of lunar masonry habitats using laser-processed bricks // 71st Intern. Astronautical Congress (IAC) – The CyberSpace Edition. 2020. IAC-20-E5.1.1 x58693. 11 p.
22. *Balla V.K., Roberson L.B., O'Connor G.W. et al.* First demonstration on direct laser fabrication of lunar regolith parts // *Rapid Prototyp. J.* V. 18. Iss. 6. P. 451–457.
<https://doi.org/10.1108/13552541211271992>
23. *Goulas A., Binner J.G.P., Harris R.A. et al.* Assessing extraterrestrial regolith material simulants for in-situ resource utilisation based 3D printing // *Appl. Mater. Today.* 2017. V. 6. P. 54–61.
<https://doi.org/10.1016/j.apmt.2016.11.004>

УДК 629.7

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ В ЗАДАЧАХ НАВИГАЦИИ С УЧЕТОМ ФЕНОМЕНА ЭВОЛЮЦИИ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ

© 2023 г. М. Н. Красильщиков¹, Д. М. Кружков¹, *, Е. А. Мартынов¹

¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия
*kruzchkovd@mail.ru

Поступила в редакцию 12.12.2022 г.

После доработки 11.01.2023 г.

Принята к публикации 19.01.2023 г.

В статье обсуждается применение предложенной ранее [1] методики прогнозирования параметров вращения Земли (ПВЗ), обеспечивающей высокую точность прогноза в результате оптимизации процедуры метода наименьших квадратов, используемой для обработки соответствующих исторических данных. Приводятся результаты исследования точностных характеристик формируемых оценок ПВЗ применительно к задаче их прогнозирования на интервале с 2019 по 2022 г., когда впервые в истории наблюдения за суточным вращением Земли было зафиксировано изменение тренда зависимости разности Universal Time (UT1) и Coordinated Universal Time (UTC), вызванное уменьшением длины суток. Обсуждаются влияние тенденции изменения длины дня и сопутствующих проблем на точность прогнозирования ПВЗ в различных навигационных задачах с использованием классических полиномов, описывающих эволюцию параметров вращения Земли. Проводится сравнительный анализ точности прогноза ПВЗ, выполненного International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS), для аналогичного временного периода.

DOI: 10.31857/S0023420623220028, EDN: HZMZML

ВВЕДЕНИЕ

Фундаментальная проблема определения и прогнозирования параметров вращения Земли (ПВЗ), включая смещение полюса x_p , y_p и неравномерность суточного вращения в виде разницы времени UT1 (Universal Time) и координированного времени UTC (Coordinated Universal Time), неоднократно обсуждалась в значительном количестве работ [2–5] в силу ее исключительной важности в различных приложениях, связанных с задачами навигации, геодинамики и космической геодезии. Внимание авторов данная проблема привлекла в контексте решения задачи повышения точности и автономности функционирования ГЛОНАСС [6, 7]. В частности, в [8, 9] описывается информационная технология обработки данных измерений между космическими аппаратами (КА) и наземными станциями в интересах уточнения на борту навигационных космических аппаратов прогнозных значений параметров вращения Земли. Реализация этой технологии в перспективе может привести к исключению процедуры регулярной загрузки данных о реальной эволюции параметров вращения Земли на борт КА орбитальной группировки (ОГ). В рамках обсуж-

даемой технологии существенная роль отводится априорному анализу зависимостей, описывающих движение полюса и неравномерность вращения Земли, их вкладу в эквивалентную погрешность псевдодалности до потребителя (ЭППДП), а также методике прогнозирования ПВЗ на основе имеющихся апостериорных данных, обсуждаемой ниже в настоящей статье.

В [1] был развит подход к выбору оптимальных с точки зрения точности прогноза, достигаемой на длительном историческом интервале, коэффициентов полиномов, описывающих эволюцию ПВЗ. Было проведено исследование, показавшее, что в зависимости от длины требуемого интервала прогнозирования необходимо не только менять вид аппроксимируемой функции (которая бы наиболее близко соответствовала динамике обсуждаемых параметров на заданном отрезке), но и величину интервала аппроксимации, на основе обработки данных которого вычисляются требуемые значения коэффициентов используемых полиномов. Итогом такой работы и анализа результатов проведенных вычислений для длительного временного интервала (около 10 лет с 2009 по 2019 г.) стал набор параметров, включаю-

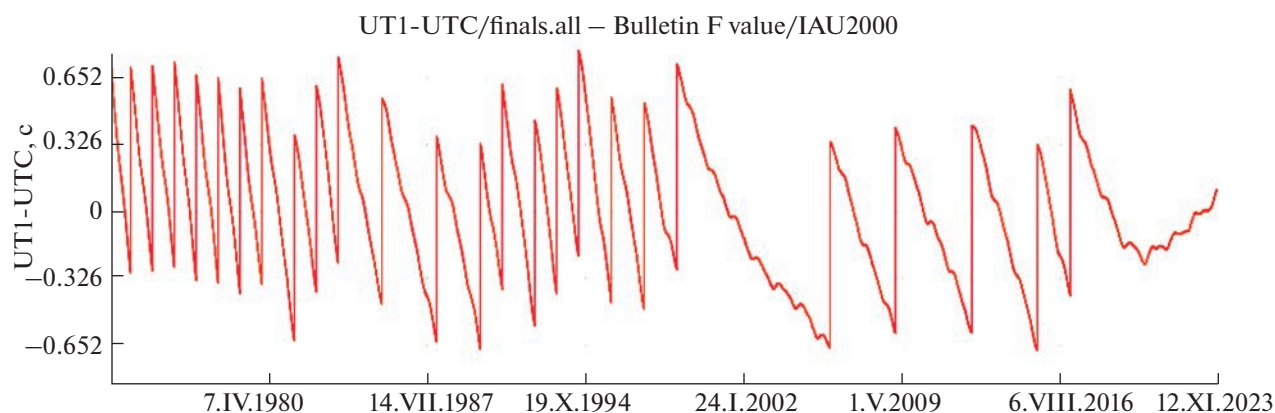


Рис. 1. Зависимость разности шкал времени UT1 и UTC.

щих для каждого из требуемых отрезков прогнозирования (например, от 5 до 90 дней) свой рекомендуемый вид функции и значение длительности интервала аппроксимации. Были получены гарантированные уровни точности прогнозирования каждого из параметров вращения Земли в рамках предлагаемой методики прогнозирования, основанной на развитом авторами подходе. Необходимо подчеркнуть, что в силу высокой неопределенности эволюции неравномерности вращения Земли именно этот параметр среди трех (x_p , y_p и неравномерность суточного вращения) предсказывается хуже всего и, как следствие, привносит наибольшую ошибку в итоговый прогноз эволюции ПВЗ и ЭППДП. В результате изменение тренда зависимости UT1-UTC (рис. 1 https://www.iers.org/IERSEN/Home/home_node.html) в последние годы может поставить под сомнение, на первый взгляд, возможность использования предлагаемых видов полиномов и интервалов аппроксимации, так как, не взирая на тот факт, что они были определены для длительного исторического интервала (10 лет), обсуждаемый отрезок с 2019 по 2022 г. не рассматривался.

Сказанное приводит к выводу, что в интересах проверки корректности и возможного совершенствования одной из компонент развиваемой информационной технологии, “отвечающей” за прогнозирование ПВЗ, актуальной задачей является анализ точностных характеристик прогноза применительно к выбранным видам аппроксимируемых функций и длинам отрезков аппроксимации на новых временных интервалах. Прежде чем приступить к обсуждению полученных результатов, необходимо сделать следующую оговорку относительно “аномальной” эволюции UT1-UTC (DUT), а именно: если изучать не только непосредственно график данной зависимости, но и исторический график эволюции длины

дня Length of Day (LOD), то нетрудно заметить характерный для зависимости LOD синусоидальный тренд, мультиплицированный с прямой. При этом аппроксимирующая линейный тренд прямая имеет обратный наклон и пересекает нулевую (номинальную) отметку длины суток примерно в период 2022–2023 гг. (рис. 2 [10]).

Таким образом, анализируя рис. 2, можно сделать вывод, что вторая производная функции, описывающей усредненный тренд длины суток, на всем отрезке наблюдений является отрицательной. Иными словами, длина суток уменьшалась десятилетиями, при этом изначально в момент старта наблюдения за вращением Земли эта величина была больше номинального значения. Данный факт дает основание предположить, что поведение и LOD, и DUT, которая фактически является интегралом LOD (без учета добавленных секунд), нельзя назвать аномальным. Как следствие, можно допустить, что аппроксимирующие их эволюцию зависимости, равно как и полученные ранее значения параметров процедуры прогнозирования ПВЗ, оптимальны в смысле точности прогнозирования на длительном временном отрезке в рамках той методики, которая была предложена в [1]. Ниже это обстоятельство проверяется путем определения статистических характеристик точности прогнозирования ПВЗ на новом временном интервале 2019–2022 гг. с использованием полученных ранее параметров процедуры прогнозирования.

МОДЕЛИ, ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И АЛГОРИТМЫ

Прежде чем приступить к отработке описываемой технологии на новом относительно исследуемого в [1] отрезке времени с 2019 по 2022 г., кратко напомним существо процедуры исследования

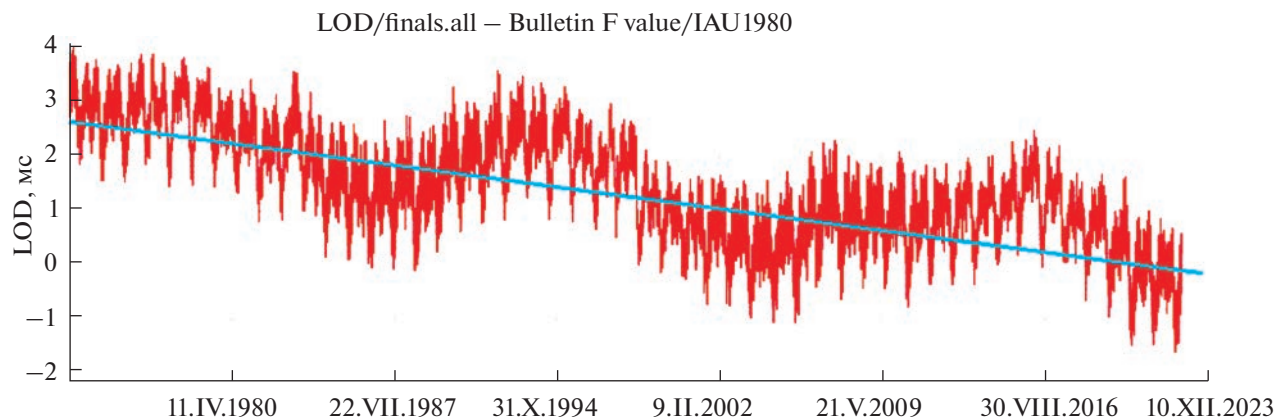


Рис. 2. Зависимость LOD.

и выбранной методики прогнозирования, которые были реализованы в соответствующем программном обеспечении (ПО). Процедура исследования включала следующие шаги:

выбор моделей для аппроксимации рядов ПВЗ, итеративный перебор используемых для аппроксимации ПВЗ моделей,

перебор значений длины интервалов аппроксимации и интервалов прогнозирования,

оценку коэффициентов полиномов на основе использования метода наименьших квадратов (МНК) и доступных апостериорных данных,

построение прогнозных рядов ПВЗ для различных длин интервалов прогнозирования,

оценку точности полученных прогнозных значений ПВЗ.

Оценка точности получаемого прогноза проводится путем сравнения прогнозных рядов ПВЗ, полученных с использованием созданного ПО, с апостериорными данными долговременных рядов ПВЗ от IERS, публикуемых в бюллетенях С04. Рассматриваемые модели, описывающие эволюцию ПВЗ, включали линейную и полиномиальную виды функций. Для сравнения использовались также и другие модели, исключенные затем из рассмотрения в связи с неприемлемыми по точности результатами. В результате описанной выше процедуры формируются таблицы соответствия минимальной ошибки прогноза и главных параметров процедуры прогноза: вида аппроксимируемой функции и интервала аппроксимации апостериорных данных.

Подчеркнем, что выбор используемого для описания эволюции ПВЗ вида полиномиальной модели до сих пор окончательно не решен. Существует ряд подходов, в рамках которых гармоника полиномов, описывающих ПВЗ, дополнены раз-

личными детерминированными аналитическими рядами, учитывающими приливы, влияние Луны и Солнца и т.д. В данной статье вопрос целесообразности выбора той или иной полиномиальной модели не обсуждается. Кроме того, в [1] уже был проведен анализ и получены оценки точности прогноза на основе используемых полиномиальных моделей (1), приведенных в ряде документов, аффилированных с IERS и National Geospatial-Intelligence Agency (NGA):

$$\begin{aligned}
 x_p &= A + B(T - T_a) + \sum_{n=1}^2 C_n \sin\left(\frac{2\pi(T - T_a)}{P_n}\right) + \\
 &\quad + \sum_{n=1}^2 D_n \cos\left(\frac{2\pi(T - T_a)}{P_n}\right) \\
 y_p &= E + F(T - T_a) + \sum_{n=1}^2 G_n \sin\left(\frac{2\pi(T - T_a)}{Q_n}\right) + \\
 &\quad + \sum_{n=1}^2 H_n \cos\left(\frac{2\pi(T - T_a)}{Q_n}\right) \\
 UT1 - UTC &= I + J(T - T_b) + \\
 &\quad + \sum_{n=3}^4 K_n \sin\left(\frac{2\pi(T - T_b)}{R_n}\right) + \sum_{n=3}^4 L_n \cos\left(\frac{2\pi(T - T_b)}{R_n}\right),
 \end{aligned} \quad (1)$$

где $A, B, C_n, D_n, E, F, G_n, H_n, I, J, K_n, L_n, R_1, R_2, T_a, T_b$ — коэффициенты, которые подлежали оцениванию при обработке апостериорных данных методом наименьших квадратов; T — дата, на которую необходим прогноз (MJD); P_1, Q_1, R_3 — длительность сидерического года; P_2, Q_2 — Чандлеровский цикл; R_4 — полугодовой цикл; R_1 — Лунный цикл; R_2 — полулунный цикл (все в днях). Так как в настоящий момент константы K и L под номерами 1 и 2 в методических рекомендациях NGA, начиная с 2005 года, обнуляются, и вместо них рассчитыва-

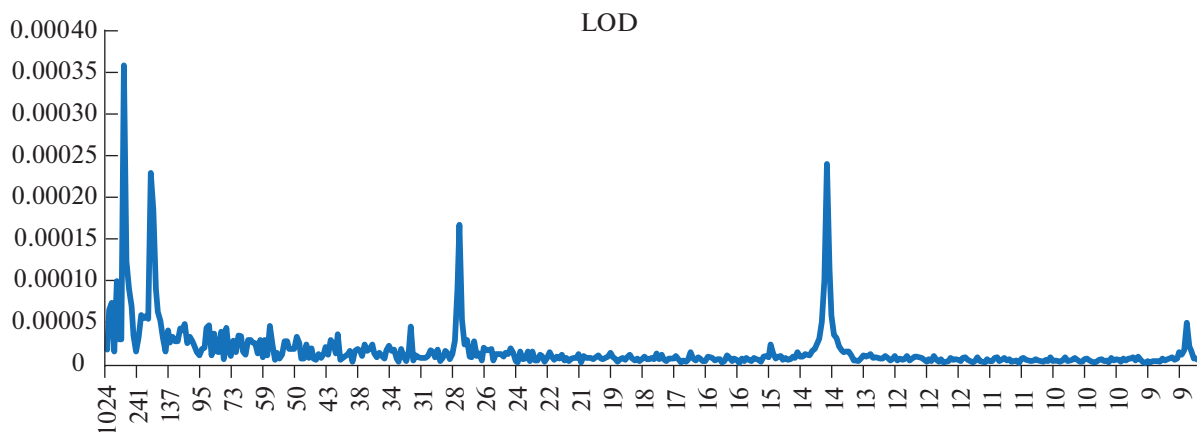


Рис. 3. Амплитуда гармоник ряда Фурье, построенного по временному ряду длины для LOD, в зависимости от выраженного в сутках периода.

ются соответствующие моделям зональных приливов значения, в (1) соответствующие гармоники отсутствуют. Однако, как показали исследования [1], использование априорных расчетных значений вместо полученных оценок коэффициентов K и L в представленном ряду приводит к ухудшению точности прогноза. В связи с этим упомянутые коэффициенты также подлежали определению в процессе исследований, а суммирование в (1) производилось для $n = 1 \dots 4$. Более подробно процедура исследования и все детали описаны в [1]. В конечном счете причинами выбора модели (1) являются, во-первых, относительная простота ее вычислительной реализации, в том числе при обработке больших объемов данных (отсутствует необходимость отдельного вычисления длинных детерминированных рядов для учета движения Луны-Солнца), и, во-вторых, как показано ниже, соответствие слагаемых модели результатам спектрального анализа. Речь идет прежде всего о DUT как о самом проблемном для прогноза параметре. Известно, что значение DUT (рис. 1) является интегралом эволюции LOD (рис. 2) за вычетом добавленных секунд. Спектральный анализ временной зависимости LOD подтверждает наличие абсолютно тех же гармоник, что используются в соотношении (1) для описания неравномерности вращения Земли, а именно: годового, полугодового, лунного и полулунного (рис. 3).

Приведем итоговую таблицу результатов, включающую полученные значения гарантируемых по уровню вероятности 0.95 ошибок прогнозирования ПВЗ, соответствующий им вид функции и интервал аппроксимации, полученные при обработке эволюции ПВЗ на интервале с 2009 по 2019 гг. Данная таблица приведена ранее в [1] и используется в качестве исходных данных для оценки точности прогнозирования на интервале 2019–2022 гг.

Результаты прогнозирования с использованием разработанной ранее методики. Ниже представлен сравнительный анализ получаемой точности прогноза ПВЗ для периода 2019–2022 гг. в сравнении с данными из табл. 1. Необходимо отметить, что, несмотря на потенциально возможно лучшие результаты, которые могли бы получиться при некоторых изменениях параметров процедуры прогноза, все интервалы аппроксимации и вид функции были выбраны в соответствии с табл. 1, так как в противном случае это исследование было бы лишено смысла. Вместе с определенными ранее параметрами получились следующие результаты (табл. 2).

На рис. 4 приведена сравнительная характеристика результатов использования декларируемых в табл. 1 параметров при прогнозировании ПВЗ на отрезке 2019–2022 гг. и на отрезке 2009–2019 гг.

Приведенные на рис. 4 результаты демонстрируют достижение аналогичного уровня точности при прогнозе на коротких периодах (до 20–30 дней), а также более высокую точность прогнозирования смещения координат полюса на длительных интервалах — от 30 дней и выше. При этом точность прогноза неравномерности вращения Земли на коротких интервалах имеет паритет между 2009–2019 и 2019–2022 гг., в то время как на длительных интервалах она ухудшилась весьма значительно (рис. 5 и 6).

Необходимо отметить, что выбор новых интервалов (см. табл. 2 с “*”) не позволил достичь той же точности прогнозирования неравномерности вращения Земли, которая была получена ранее для отрезка 2009–2019 гг., а именно: при подборе длины интервала аппроксимации выигрыш в точности прогноза достиг лишь 1–3 мс, то есть недостаточно для сохранения прежних характеристик

Таблица 1. Значения ошибок оценок эволюции x_p , y_p и (mas) и DUT (ms) при уровне доверительной вероятности 0.95 для проведенных исследований

ПВЗ	Параметр	Интервал прогноза (дни)						
		5	10	15	20	30	60	90
хр	Минимальное значение на классе аппроксимируемых функций	5.3	11.3	16.9	22.3	32	46	54
хр	Вид функции/интервал аппроксимации	л/2	л/2-8	л/6-16	л/7-14	п/680-705	п/660-680	п/735-749
ур	Минимальное значение на классе аппроксимируемых функций	3.8	7.2	11.3	15.7	26.5	45	55
ур	Вид функции/интервал аппроксимации	л/2-3	л/6-9	л/8-11	л/10-11	л/6-11	п/665-686	п/665-686
DUT	Минимальное значение на классе аппроксимируемых функций	2.4	5.9	8.6	11	14	25	38
DUT	Вид функции/интервал аппроксимации	л/2	л/2	л/2-3 или п/315-330	л/11-26 или п/300-320	п/310-325	п/315-329	п/300-320

Примечание: “л” — означает предпочтительное использование линейной зависимости для аппроксимации; “п” — полиномиальной (1). Количество дней, указанное через “/”, необходимо использовать как значение требуемого интервала аппроксимации для минимизирования ошибки прогноза на конкретном временном интервале.

Таблица 2. Гарантируемые по уровню вероятности 0.95 значения ошибок прогнозирования ПВЗ

Интервал обработки	Параметр/способ аппрокс.	День прогноза						
		5	10	15	20	30	60	90
2019–2022	x_p /“л”	5.6	11	16.5	23			
2019–2022	x_p /“п”			18	20	22.5	31	38
2019–2022	x_p /комбинация	5.6	11	16.5	23	22.5	31	38
2019–2022	y_p /“л”	3.8	7.5	11	15.5	25		
2019–2022	y_p /“п”				15	17.5	26.5	35
2019–2022	y_p /комбинация	3.8	7.5	11	15.5	25	26.5	35
2019–2022	DUT/“л”	3	7	9	11.5	18		
2019–2022	DUT/“п”			8.2	10	14.5	30	46
2019–2022	DUT/комбинация	3	7	8.2	10	14.5	30	46
2019–2022	DUT/“л”*	3	6	8.6	11.5	18		
2019–2022	DUT/“п”*			7.8	9.7	13.5	27.5	45
2019–2022	y_p /“п”*						24	33
2009–2019	x_p /комбинация	5.3	11.3	16.9	22.3	32	46	54
2009–2019	y_p /комбинация	3.8	7.2	11.3	15.7	26.5	45	55
2009–2019	DUT/комбинация	2.4	5.9	8.6	11	14	25	38

Примечание. * В данных строчках представлены результаты, полученные при подборе иных интервалов аппроксимации, дающих лучшие результаты (амплитуда изменения интервала составляла в некоторых случаях всего от 10 до 30 дней). Представленные под символом * значения приведены для оценки относительного улучшения точности прогнозирования при подборе наилучших условий аппроксимации вместо задекларированных ранее.

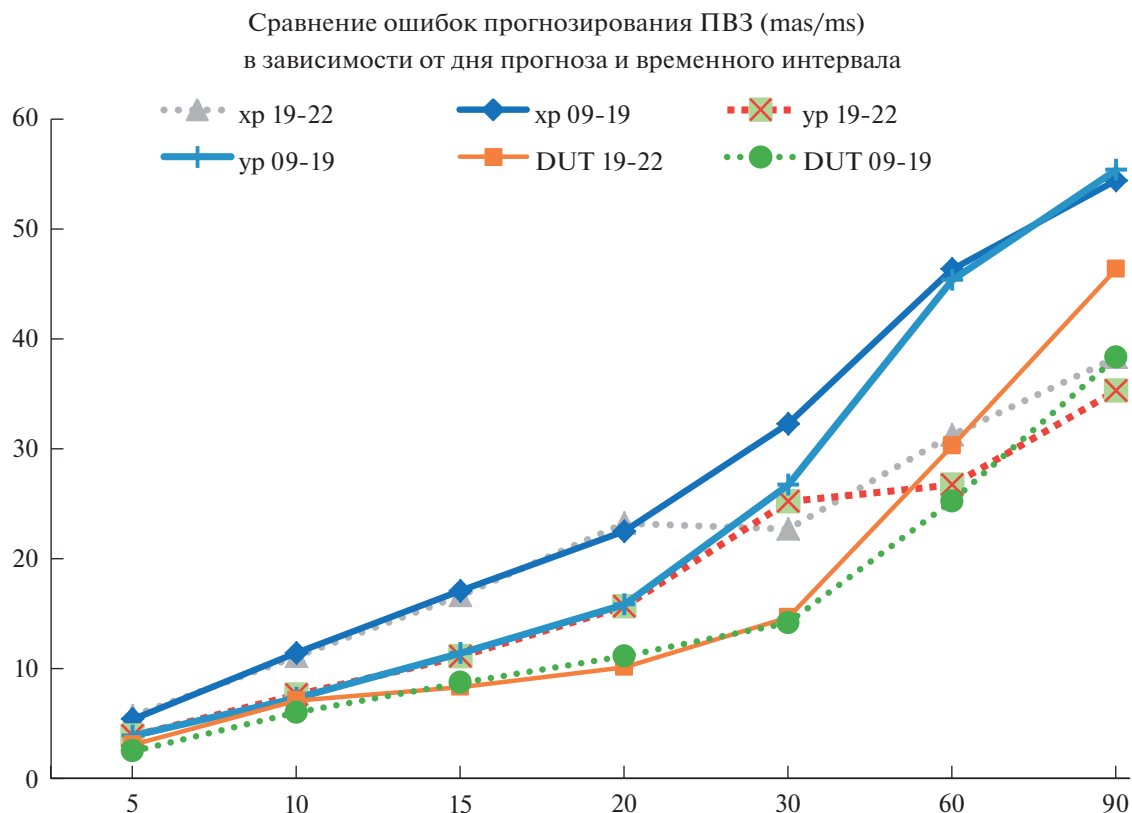


Рис. 4. Ошибки прогнозирования ПВЗ.

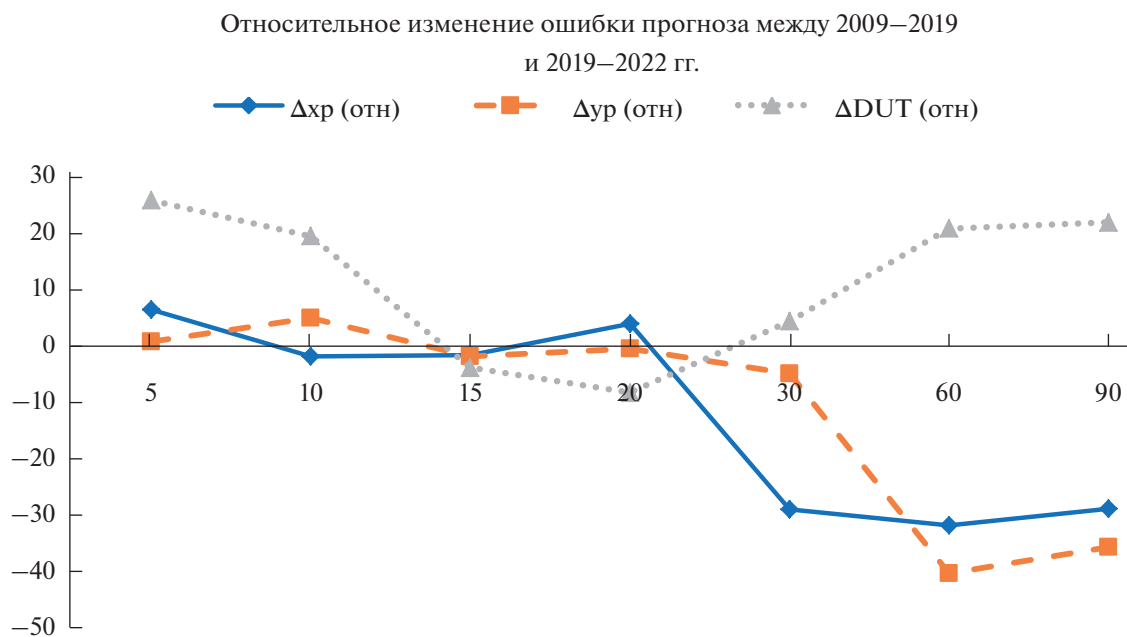


Рис. 5. Относительное изменение точности прогнозирования ПВЗ.

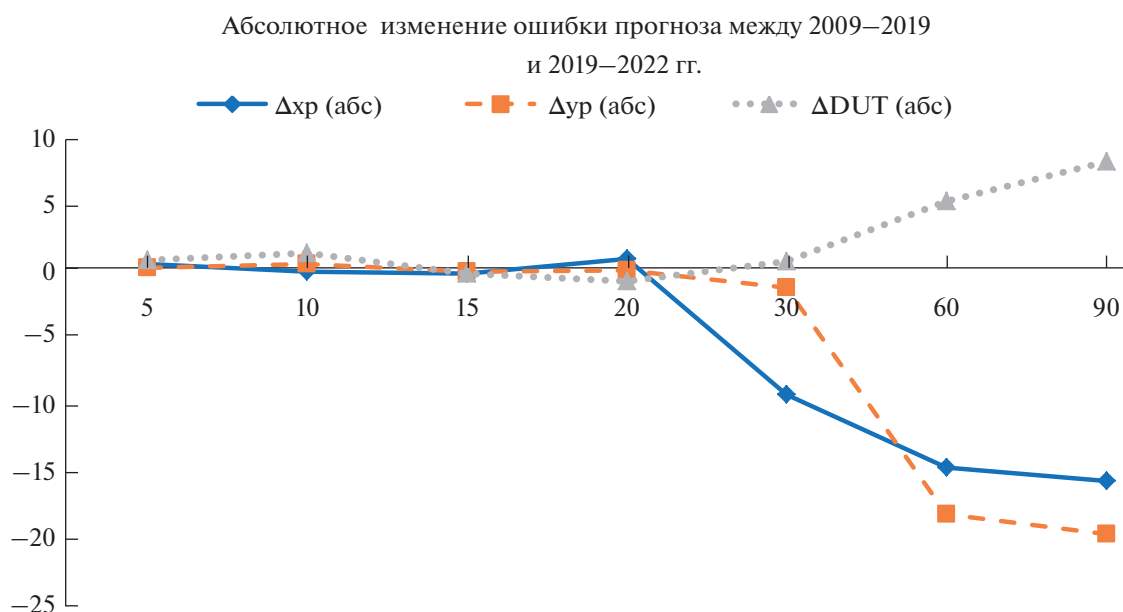


Рис. 6. Абсолютное изменение точности прогнозирования ПВЗ.

точности прогнозирования ПВЗ. Этот факт свидетельствует либо о неприемлемости используемой модели (1), либо о необходимости доработки выработанной методики прогнозирования, либо об аномалиях в тренде DUT на рассматриваемом трехлетнем отрезке 2019–2022 гг. Для того, чтобы определиться с влиянием тренда DUT на процесс прогнозирования, целесообразно, как это показано ниже, обратиться к результатам прогнозирования ПВЗ, выполненным IERS.

В то же время, результаты прогноза смещения полюса существенно улучшились в абсолютном и относительном выражении. С учетом данного феномена анализ вклада погрешности ПВЗ в эквивалентную погрешность псевдодальности рассматривается отдельно (рис. 7).

Рис. 7 демонстрирует некоторое ухудшение ЭППД за счет более существенного вклада неравномерности вращения Земли, составляющего, при использовании настроек, полученных ранее, порядка 3 м через 3 мес прогнозирования. Эта дельта снижается до 2.3 м при изменении интервалов аппроксимации. При этом в течение месяца расхождение в ЭППД между интервалами 2009–2019 гг. и 2019–2022 гг. составляет менее 1 метра, что говорит об относительной стабильности результатов, полученных для нового временного отрезка по выработанным ранее методике и значениям параметров процедуры прогноза [1].

Для того, чтобы выяснить причины ухудшения точности прогноза неравномерности вращения Земли с использованием разработанной ранее

методики, воспользуемся данными, предоставляемыми IERS, поскольку, как показывает анализ всех доступных данных, IERS демонстрирует наиболее впечатляющие результаты в области исследования геодинамики: прогнозы IERS точнее полученных с использованием разработанной авторами методики, а именно, на 90 дней ошибка прогнозирования DUT у IERS меньше полученной авторами на 10 мс (~40%). Однако, технология прогнозирования, вид используемых соотношений и другие параметры решения задачи прогнозирования IERS данных являются интеллектуальной собственностью данной организации, несмотря на значительное количество косвенно аффилированных работ. Таким образом, использовать прогноз IERS можно лишь, как и в данном случае, через публикуемые в различных бюллетенях этой организации результаты. Иными словами, факт наличия аномалий в тренде DUT может быть проведен путем оценки точности прогноза в бюллетенях.

Оценка точности прогноза IERS и анализ характера прогнозируемости DUT. Для оценки точности прогнозирования ПВЗ, изложенных во временных рядах, публикуемых IERS, было проведено соответствующее сравнение, которое заключалось в сопоставлении доступных данных из различных источников. В качестве прогнозируемых экспериментальных значений ПВЗ использовались данные из ежесуточных бюллетеней А, содержащих строки с соответствующим каждой дате прогнозных рядов ПВЗ длиной в 1 год. В каче-

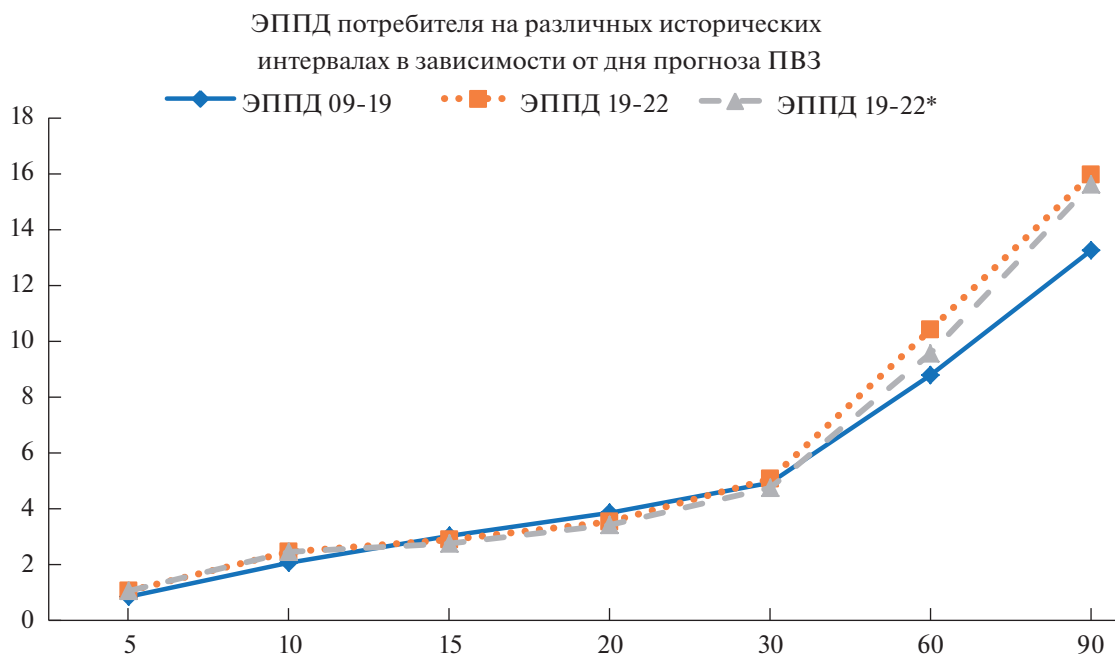


Рис. 7. Зависимость ЭППД от длительности прогноза ПВЗ.

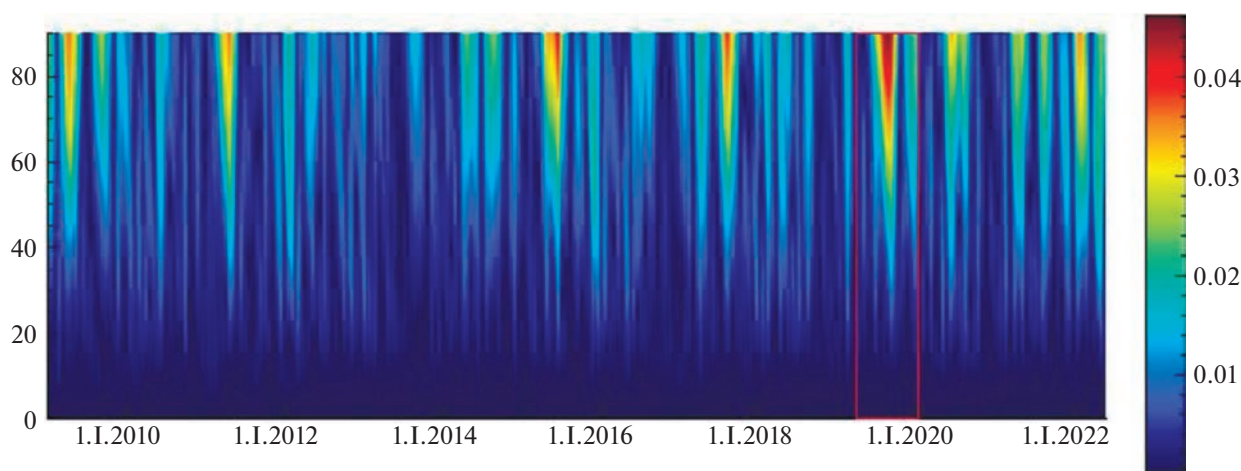


Рис. 8. Диаграмма уровня ошибок прогноза ПВЗ IERS.

стве эталонных использовались апостериорные данные IERS из бюллетеней C04. Общие результаты прогнозирования представлены ниже на цветовой диаграмме анализа.

На рис. 8 в различной цветовой гамме показано изменение точности прогнозирования DUT в зависимости от длины интервала прогноза и рассматриваемого исторического отрезка, для которого строится прогноз. Нетрудно заметить существенное ухудшение точности прогноза (рост ошибки с 20 до 50 мс), приходящегося как раз на точку в обсуждаемом интервале с 2019 по 2022 гг.

Для этого интервала (выделен на рис. 8) IERS демонстрирует при построении прогнозного ряда длиной от 30 сут почти удвоенный относительно стандартного рост ошибок. Ниже на рис. 9 представлены зависимости гарантированной по уровню 0.95 ошибки прогноза DUT в зависимости от длины интервала прогноза, построенного по бюллетеням A IERS для исторических интервалов 2009–2019 гг. и 2019–2022 гг. Заметно, что для обсуждаемого в статье диапазона дат 2019–2022 гг. характерен рост ошибок прогноза ПВЗ на длину интервала в месяц и более до 20–30% в сравнении

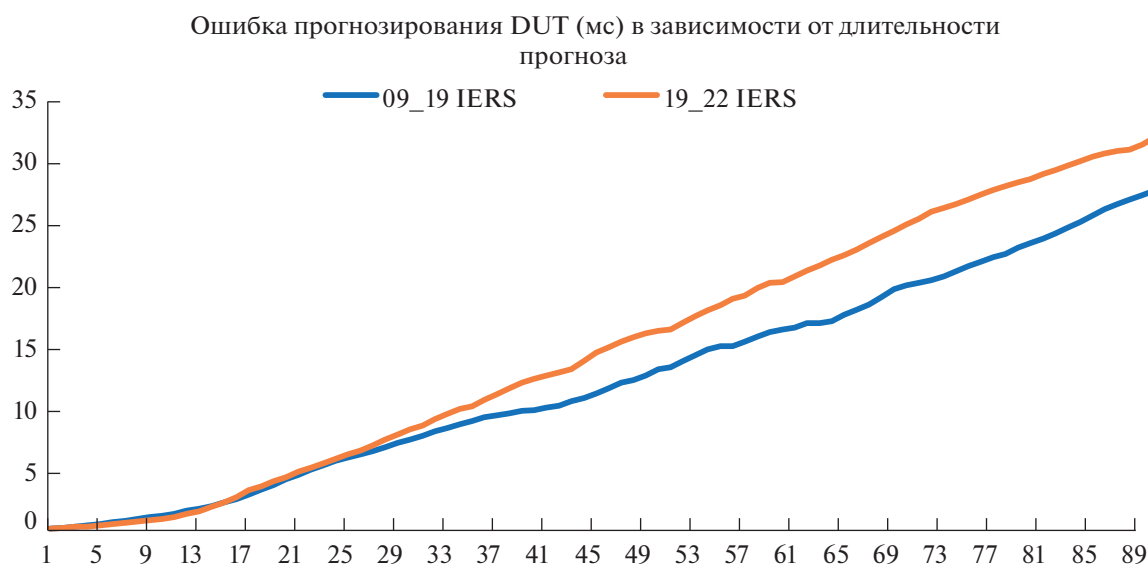


Рис. 9. Сравнение прогноза DUT по бюллетеням А IERS.

с аналогичными ошибками, полученными для диапазона 2009–2019 гг., несмотря на то, что первый интервал короче второго примерно в три раза. Данный факт говорит о наличии аномалий в привычном тренде зависимости эволюции DUT.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ приведенных в настоящей статье результатов исследований позволяет сделать следующие выводы:

- предлагаемая авторами методика прогнозирования ПВЗ демонстрирует, как показано в данной статье, стабильность и предсказуемость результатов;

- разработанная методика оптимизации процедуры прогнозирования на основе подбора вида аппроксимируемой функции и длины интервала аппроксимации в зависимости от длительности отрезка прогнозирования в целом сохраняет работоспособность на новых данных и дает сравнимые по точности прогноза результаты для будущих периодов;

- точность прогнозирования ПВЗ на будущих интервалах для предлагаемых параметров методики получается близкой к максимально достижимой точности, обеспечиваемой повторным подбором параметров процедуры прогнозирования под конкретный временной интервал;

- при использовании полученных в [1] параметров методики на интервалах до двух месяцев ухудшения точности прогнозирования ПВЗ не отмечается, что подтверждает возможность ис-

пользования предлагаемой методики прогнозирования в дальнейшем;

- феномен аномалии в тренде UT1-UTC имеет место, что подтверждается ухудшением точности прогнозирования начиная со второго месяца прогноза ее значения на отрезке 2019–2022 гг. в сравнении с прошлыми периодами при любых возможных параметрах аппроксимации и ухудшением точности прогнозирования, обеспечиваемого IERS;

- несмотря на проблемы с точностью предсказания DUT, соответствующая ЭППД с учетом ошибок прогнозирования ПВЗ остается в границах, близких к прежнему интервалу значений [1] с разницей относительно полученных ранее ее оценок не более трех метров, а на коротких интервалах (до месяца) не более метра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kozorez D.A., Kruzhkov D.M., Kuznetsov K.V., Martynov E.A. Predicting the Earth orientation parameters by the least square method // Russian Engineering Research. 2020. V. 40. Iss. 12. С. 1124–1127.
2. Kosek W. Future Improvements in EOP Prediction // Geodesy for Planet Earth. International Association of Geodesy Symposia. 2012. V. 136. P. 513–520. https://doi.org/10.1007/978-3-642-20338-1_62
3. Тиссен В.М., Толстиков А.С., Симонова Г.В. Прогнозирование параметров вращения Земли с помощью адаптивных гармонических моделей // Вестник Сибирского государственного университета геосистем и технологий. 2020. Т. 25. № 4. С. 238–245.
4. Yang Y., Nie W., Xu T. et al. Earth orientation parameters prediction based on the hybrid SSA + LS + SVM

- model // Measurement Science and Technology. 2022. V. 33. Iss. 12.
5. *Xu X., Zhou Y.* EOP prediction using least square fitting and autoregressive filter over optimized data intervals // Advances in Space Research. 2015. V. 56. Iss. 10.
 6. *Толстиков А.С., Тиссен В.М.* Параметры вращения Земли в задачах эфемеридно—временного обеспечения ГЛОНАСС и результаты, достигнутые в их прогнозировании // Мир измерений. 2012. № 6. С. 43–49.
 7. *Kozorez D.A., Krasil'shchikov M.N., Kruzhkov D.M.* The Earth orientation parameters inaccuracy and spacecraft motion prediction errors. 2. GPS // Russian Engineering Research. 2020. V. 40. Iss. 12. P. 1132–1134.
 8. *Grechkoseev A.K., Krasil'shchikov M.N., Kruzhkov D.M., Mararescul T.A.* Refining the Earth Orientation Parameters Onboard Spacecraft Concept and Information Technologies // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2020. V. 59. Iss. 4. P. 598–608.
 9. *Krasil'shchikov M.N., Kruzhkov D.M.* On the Issue of autonomous refining of the Earth orientation parameters onboard spacecraft. Analysis of the possibilities of developed information technology // Cosmic Research. 2021. V. 59. Iss. 5. P. 357–365.

УДК 538.975:53.082.53533.72:629.782

ВЛИЯНИЕ ПРОДУКТОВ ВЫДЕЛЕНИЯ ИЗ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА ОПТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕРМОРЕГУЛИРУЮЩИХ ПОКРЫТИЙ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

© 2023 г. А. А. Чиров¹, *, Н. Г. Белякова¹

¹Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия

*chiroff@mail.ru

Поступила в редакцию 12.02.2023 г.

После доработки 15.02.2023 г.

Принята к публикации 20.02.2023 г.

В статье представлены результаты экспериментальных исследований процессов выделения легко-конденсирующихся веществ из некоторых конструкционных материалов, применяемых на космических аппаратах, а также степень влияния тонких пленок конденсата на интегральные оптические коэффициенты внешних терморегулирующих покрытий (ТРП) КА. Исследования проводились в вакуумных условиях, эмитирующих космическую среду и излучение Солнца. Результаты экспериментов показали: плотности потоков компонент, выделяющихся с поверхностей материалов, достигают величин $5.4 \cdot 10^{-7}$ г см⁻² с⁻¹ и падают со временем по экспоненциальному закону; тонкие пленки конденсата толщиной 100 Å способны ухудшить интегральные оптические коэффициенты ТРП на десятки процентов. Обнаруженные эффекты способны влиять на тепловой баланс КА. Используемые в работе методы экспериментального исследования могут применяться для широкого класса материалов, а получаемые результаты использоваться при создании КА различного типа.

DOI: 10.31857/S0023420623600046, EDN: UMJEC

ВВЕДЕНИЕ

Вследствие воздействия различных факторов космического пространства на КА, как с внешних поверхностей КА [1], так и из внутренних объемов приборных отсеков [2], происходит выделение различных веществ. Наряду с выбросом рабочего тела двигателями ориентации и стабилизации КА на орбите, все эти продукты образуют в некоторой окрестности КА так называемую собственную внешнюю атмосферу (СВА). Часть компонент СВА, составляющая единицы процентов, может вернуться и попасть на различные функционально важные поверхности КА, например, на поверхности солнечных батарей (СБ), внешние терморегулирующие покрытия (ТРП), оптические приборы.

Определенный интерес вызывают те компоненты, которые способны конденсироваться на внешних поверхностях КА, образовывать на них тонкие пленки и тем самым влиять на рабочие характеристики этих поверхностей. В ранее опубликованных работах [3, 4] были представлены результаты экспериментальных исследований в данном направлении для щелочных металлов, как рабочих тел электроракетных двигателей (ЭРД) космических аппаратов. Исследования показали

наличие существенного влияния тонких пленок конденсата металлического рабочего тела ЭРД на оптические характеристики функционально важных внешних поверхностей КА.

В развитие указанных работ в данной статье представлены:

1. Результаты экспериментального определения удельных потоков, конденсирующихся при умеренных температурах компонент, выделяющихся из ряда конструкционных материалов, находящихся как снаружи КА, так и внутри приборного контейнера открытого типа.

2. Результаты экспериментального определения влияния тонкой пленки конденсата продуктов выделения из ряда конструкционных материалов на интегральные оптические коэффициенты ТРП.

1. ПЛОТНОСТЬ ПОТОКОВ ПРОДУКТОВ ВЫДЕЛЕНИЯ С ПОВЕРХНОСТЕЙ НЕКОТОРЫХ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

В настоящем разделе представлены результаты экспериментального определения плотности по-

токов частиц ($G_{уд}$) компонент, выделяющихся из ряда материалов, которые способны конденсироваться при умеренных температурах на ТРП внешних поверхностей КА.

Выбор шести конструкционных материалов для исследований, представляющих практический интерес, был не случаен. Он осуществлен из большого числа образцов (порядка 25) на основании предварительных экспериментальных исследований. Эти эксперименты имели целью выявить материалы, выделяющиеся компоненты из которых наиболее существенно оказывали влияние на оптические свойства ТРП, в частности, на коэффициенты отражения светового излучения.

1.1. Экспериментальный метод определения $G_{уд}$

Эксперименты проводились в вакуумной камере из нержавеющей стали объемом 20 л, оборудованной безмаслеными средствами откачки (гетероионным насосом ГИН-5), что позволяло получать разряжение в камере до 10^{-6} Торр. Схема экспериментального узла приведена на рис. 1. Образец исследуемого материала 2 укладывался в ванночку 3 из нержавеющей стали с размерами в плане 40×40 мм, которая нагревалась спиральным нагревателем 5. Температура нагрева материала 2 измерялась медь-константановой термопарой 4 и милливольтметром 6. На поворотной штанге крепился датчик 1 измерения потоков частиц. В качестве датчика использовался кварцевый резонатор. По временному изменению частоты Δf кварцевого резонатора на каждом промежутке по времени Δt определялась плотность потока конденсирующейся компоненты G_0 , которая в дальнейшем пересчитывалась в $G_{уд}$ по формуле:

$$G_{уд} = \frac{\pi R^2 G_0}{S_{обр}}, \quad (1)$$

где

$$G_0 = \frac{K \rho \Delta f}{f_0^2 \Delta t}. \quad (2)$$

Метод кварцевого резонатора (кварцевых весов) измерения потоков частиц рабочего тела неоднократно использовался авторами в работах [3, 4].

При проведении экспериментов значения параметров, входящих в соотношения (1), (2), были следующие: R – расстояние от поверхности образца до чувствительной пластины кварцевого резонатора, $R = 28$ см; $S_{обр} = 16$ см² – площадь поверхности материала исследуемого образца; $K = 167$ кГц см – постоянная кварцевого резонатора (срез кристалла АТ); $\rho = 2.65$ г см⁻³ – плотность пластины кварцевого резонатора; $f_0 = 10000$ кГц –

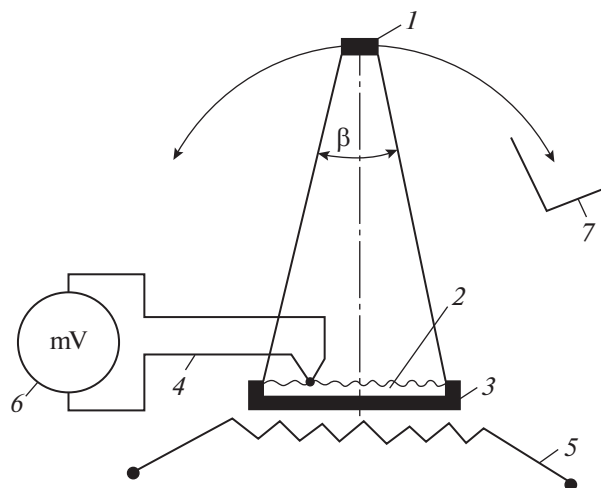


Рис. 1

опорная (начальная) частота кварцевого резонатора; Δf – итоговое изменение частоты (кГц) кварцевого резонатора за промежуток времени $\Delta t = 30$ с.

Представленные данные позволили получить простое соотношение для определения $G_{уд}$ по результатам измерений Δf :

$$G_{уд} = 2.269 \cdot 10^{-5} \Delta f \text{ г см}^{-2} \text{ с}^{-1}. \quad (3)$$

Вывод соотношения (1) осуществлен при допущении, что распределение потоков частиц компонент по углу от нормали к поверхности образцов подчиняется закону косинуса [5].

На чувствительной поверхности кварцевого резонатора, находящегося в положении 1 (см. рис. 1), происходили два взаимно противоположных процесса: конденсация частиц веществ, выделяющихся с поверхности образца, и испарение (уход) этих частиц с поверхности кварцевого резонатора. Для выявления этих двух процессов проводились измерения при двух положениях кварцевого резонатора: в положении 1 и при повороте штанги с кварцевым резонатором в положение за экран 7, в котором происходит только процесс испарения конденсированных частиц.

Таким образом, величина Δf определялась как разность

$$\Delta f = \Delta f_1 - \Delta f_2, \quad (4)$$

где $\Delta f_1 > 0$ – изменение (падение) частоты кварцевого резонатора в положении 1 за период времени Δt ; $\Delta f_2 < 0$ – изменение (увеличение) частоты за период Δt при повороте штанги и расположении кварцевого резонатора за экраном 7. Для измерений частоты кварцевого резонатора использовался частотомер Ф30, с разрешающей способностью до 1 Гц.

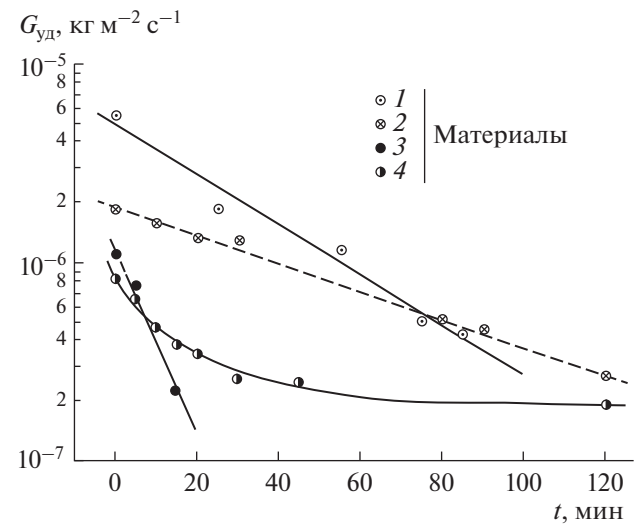


Рис. 2

Ввиду сложности измерения температуры чувствительной пластины кварцевого резонатора, с целью получения достоверной информации при измерениях $G_{уд}$, были проведены методические эксперименты. Проведены (см. рис. 1) измерения частоты кварцевого резонатора при различных температурах ванночки 3 без образцов 2. Методические эксперименты показали, что заметное влияние теплового излучения нагревателя образца на частоту, а следовательно, на температуру чувствительного элемента резонатора, происходит при температуре ванночки более 160°C (наибольшей температуре, реализуемой в основных экспериментах). Измерения показали, что даже при таком предельном значении температуры изменение частоты резонатора, по сравнению с частотой при комнатной температуре (~18°C), происходит не более чем на 20 Гц, что соответствует изменению температуры резонатора не более чем на несколько единиц градуса. Полученные результаты согласуются с температурно-частотными характеристиками кварцевых резонаторов среза АТ [6].

Таблица 1

Материал	1	2	3	4	5	6
$T_{пр}, ^\circ\text{C}$	65	65	300	—	—	—
$T_э, ^\circ\text{C}$	63–68	71–72	140–145	152–157	125–135	103
$G_{уд0}, \cdot 10^7, \text{г см}^{-2} \text{с}^{-1}$	5.4	1.87	1.11	0.84	0.24	0.25
$\tau, \cdot 10^{-3}, \text{с}$	2.06	3.72	0.772	1.287	—	—

1.2. Результаты экспериментов и их обсуждение

Исследования временной зависимости $G_{уд}$ проводились в течение двух часов для каждого из шести отобранных материалов:

- 1) лента поливинилхлоридная электроизоляционная;
- 2) лента пластикатная крепежная;
- 3) клей К300-61 + стеклосетка, пропитанная клеем БФ-4;
- 4) батареи солнечные с покрытием каучука, без защитных стекол;
- 5) мат ЭВТИ — экранно-вакуумная теплоизоляция;
- 6) поролон дублированный ПЭТФ-ОА.

Результаты измерений для первых четырех образцов материалов, при близких значениях к предельным рабочим температурам $T_э$, отражены на графиках (рис. 2). Из графиков видно, что величины $G_{уд}$ для всех образцов уменьшаются за период измерений более чем на порядок. Полученные зависимости описывается выражением (5) [7, 8]:

$$G_{уд} = G_{уд0} \exp(-t/\tau), \tag{5}$$

где τ — некоторая постоянная величина времени; t — время; $G_{уд0}$ — начальное значение $G_{уд}$.

Исходные температурные условия проведенных измерений и результаты статистической обработки для всех испытуемых образцов представлены в табл. 1, где $T_{пр}$ — предельно допустимая рабочая температура материала; $T_э$ — диапазон температур материалов, реализуемый при измерениях.

Значения τ , определенные в результате статистической обработки, позволяют экстраполировать полученные в экспериментах значения $G_{уд}$ на существенно большие временные промежутки.

Измерения показали, что у материала 4 величина $G_{уд}$ в течение одного часа выходит на стационарный уровень. Стабилизацией $G_{уд}$ со временем, по-видимому, обладают и другие материалы, но это происходит за больший период времени.

В процессе проведения экспериментальных исследований авторам не удалось выявить вре-

менного изменения $G_{уд}$ для материалов 5 и 6 в течение 2.5 ч. Это, возможно, является следствием недостаточно высокой чувствительности применяемого метода измерений, которая по оценкам составляла $\sim 4 \cdot 10^{-9} \text{ г см}^{-2} \text{ с}^{-1}$.

Для материала 2 была получена зависимость $G_{уд}(T)$ от температуры образца (рис. 3). Нагрев образца при данных измерениях осуществлялся за сравнительно короткое время (менее 10 мин), в результате чего процесс временного изменения $G_{уд}$ не успевал проявиться, и это дало возможность получить истинную картину зависимости $G_{уд}(T)$.

Статистическая обработка измерений показала, что зависимость $G_{уд}(T)$ описывается выражением (6) [7, 8]:

$$G_{уд}(T) = G_{уд0} \exp(-E/RT), \quad (6)$$

где $G_{уд0}$ — удельная плотность потока конденсирующейся компоненты, определенная при начальной температуре материала T_0 ; R — универсальная газовая постоянная; $E = 1.29 \cdot 10^{-8} \text{ Дж град}^{-1} \text{ К моль}^{-1}$ — некоторая энергия активации процесса на начальном участке измерений ($T = 65\text{--}74^\circ\text{C}$). Однако, при $T > 74^\circ\text{C}$ (превышающей $T_{пр}$), на графике $G_{уд}(T)$ (рис. 3) наблюдается излом. Это явление свидетельствует, по-видимому, о начале структурных изменений и начале выделения из материала 2 дополнительных компонент.

Представленные в данном разделе экспериментальные результаты получены в сравнительно малых временных и температурных диапазонах. Но используемая в работе экспериментальная методика измерений $G_{уд}$ и соотношения (5), (6) дают возможность значительно расширить диапазон применения полученных результатов.

2. ВЛИЯНИЕ ТОНКИХ ПЛЕНОК КОНДЕНСАТА КОМПОНЕНТ, ВЫДЕЛЯЮЩИХСЯ ИЗ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ, НА ОПТИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ A_s И ε ПОВЕРХНОСТЕЙ ТЕРМОРЕГУЛИРУЮЩИХ ПОКРЫТИЙ

В изложенном выше разделе приведены результаты исследований процессов выделения частиц легкоконденсирующихся компонент из некоторых конструкционных материалов. Потоки этих частиц являются составной частью СВА КА. Малая доля частиц СВА ($\leq 1\%$) может изменить направление движения и оказаться на поверхности КА.

При длительной эксплуатации КА на орбите, на ТРП и других функционально важных поверхностях могут образовываться тонкие пленки конденсата некоторых компонент СВА, которые, в свою очередь, могут изменить оптические свой-

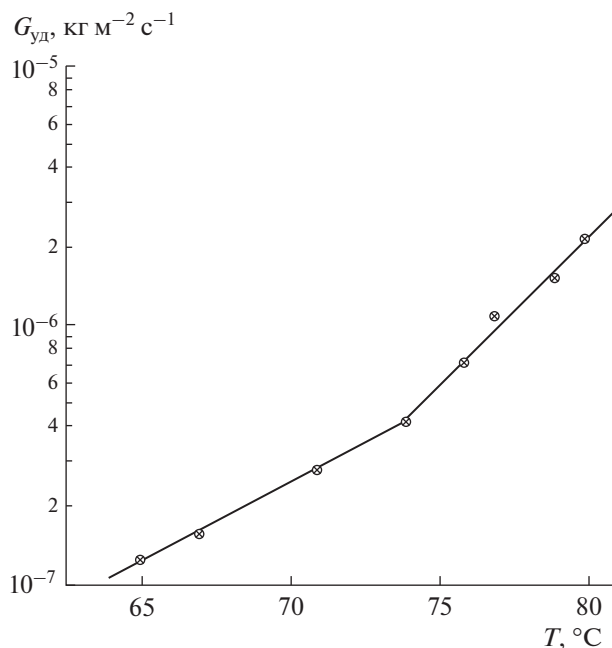


Рис. 3

ства ТРП: A_s — интегральный коэффициент поглощения солнечного излучения, ε — интегральный коэффициент теплового излучения (степень черноты). Изменение оптических свойств, как правило в худшую сторону, приводит к нарушению теплового баланса КА.

Оценка степени изменения A_s и ε при осаждении на ТРП тонких пленок продуктов выделения из некоторых конструктивных материалов явилось основанием для проведения нижеописанных экспериментальных исследований.

2.1. Экспериментальный метод определения A_s и ε

Теоретические основы метода измерений A_s и ε поверхностей ТРП и экспериментальный стенд подробно изложены в работе [3]. Метод измерений основан на использовании тонких металлических моделей (пластин), предполагаемых изотермическими. Пластины помещаются в вакуумную камеру в условия, исключающие какой-либо теплообмен с окружающей средой кроме лучистого. Одна из поверхностей металлической пластины с исследуемым покрытием ТРП подвергается воздействию постоянного светового излучения от внешнего источника, имитирующего Солнце. При установлении равновесной температуры T_0 пластины производится периодическое изменение интенсивности падающего излучения по синусоидальному закону. После истечения некоторого времени переходного процесса ($\approx 20\text{--}30$ мин), температура пластины приобретает синусоидаль-

ную составляющую с той же частотой, что и световое излучение.

Соотношения, по которым на основании измерений соответствующих параметров вычисляются оптические коэффициенты поверхностей пластины A_s и ϵ , получены из рассмотрения решения уравнения теплового баланса тонкой металлической пластины.

$$\rho C_p \delta \frac{dT}{dt} = A_{sn} J(t) + q - (\epsilon_n + \epsilon) \sigma T^4, \quad (7)$$

где: ρ — плотность материала пластины; C_p — удельная теплоемкость материала пластины; δ — толщина пластины; q — фоновые тепловые потоки, поглощаемые пластиной; σ — постоянная Стефана—Больцмана; A_{sn} — интегральный коэффициент поглощения солнечного излучения поверхности металлической пластины с ТРП (коэффициент поглощения); ϵ — интегральный коэффициент теплового излучения (степень черноты) неосвещенной стороны пластины; ϵ_n — интегральный коэффициент теплового излучения ТРП с освещенной стороны пластины; T — температура пластины; $J(t) = J_0 (1 + k \sin \omega t)$ — плотность падающего на поверхность пластины излучения от имитатора Солнца; t — время; J_0 — некоторая средняя постоянная величина интенсивности излучения, при которой пластина приобретает равновесную температуру T_0 ; k — коэффициент модуляции интенсивности излучения от имитатора Солнца; ω — круговая частота изменения излучения.

Предполагается, что все физические параметры пластины — ρ , δ , C_p , q , A_s и ϵ , являются постоянными величинами. Такое допущение справедливо даже в сравнительно широком температурном диапазоне пластины.

Теплофизические параметры ρ и C_p образцов реальных материалов, например пластин, покрытых различными ТРП, как правило, неизвестны и это ограничивает возможности рассмотренного метода. Поэтому был использован метод определения относительного изменения A_s и ϵ ТРП, то есть до и после каких-либо воздействий на поверхность (в частности, напыления на поверхность тонких пленок).

Вначале проводились измерения для “чистого” образца, а затем осуществлялись измерения для того же образца, но после конденсации какого-либо вещества на поверхность ТРП. Причем необходимо, чтобы после воздействия на поверхность исследуемого образца ТРП параметры ρ , δ и C_p не менялись, или менялись незначительно. По сделанным оценкам это допустимо при напылении тонких пленок различных веществ толщиной до нескольких тысяч ангстрем.

При выполнении выше сделанных допущениях, были выведены соотношения (8) и (9), по ко-

торым и были рассчитаны относительные изменения A_s и ϵ ТРП.

$$\frac{A_{sn}}{A_s} = \gamma \frac{A_n \operatorname{cosec} \varphi_n}{A \operatorname{cosec} \varphi}, \quad (8)$$

$$\frac{\epsilon_{1n} + \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} = \frac{T_0^3 \operatorname{tg} \varphi}{T_{0n}^3 \operatorname{tg} \varphi_n}, \quad (9)$$

где A_s и A_{sn} — коэффициенты поглощения; A и A_n — амплитудные значения синусоидального изменения температуры соответственно “чистого” и напыленного образца ТРП; φ и φ_n — углы сдвига фаз между синусоидальными изменениями светового потока от имитатора Солнца и температуры соответственно “чистого” и напыленного образца; ϵ_1 и ϵ_{1n} — коэффициенты излучения соответственно “чистого” и напыленного образца ТРП; ϵ_2 — коэффициент излучения необлучаемой стороны образца; T_0 и T_{0n} — средние (равновесные) температуры соответственно “чистого” и напыленного образца.

Из выражений (8) и (9) следует, что для одного и того же образца ТРП относительное изменение величин A_s и ϵ можно определить, измерив параметры T_0 , A и φ до и после напыления. При этом должны оставаться неизменными параметры J_0 , ω и k . Если равенство $J_0 = J_{0n}$ в эксперименте не выполняется, то в выражении (8) необходимо ввести коэффициент $\gamma = J_0/J_{0n}$.

Если исходно A_s , ϵ_1 для “чистого” образца ТРП и ϵ_2 известны, или определены заранее каким-либо другим способом, то из выражений (8) и (9) вычисляются абсолютные значения A_{sn} и ϵ_n .

2.2. Результаты экспериментов и их обсуждение

С использованием вышеописанного метода измерений были проведены экспериментальные исследования влияния тонких пленок конденсата веществ, выделяющихся из конструкционных материалов и представленных в подразд. 1.2 на интегральные оптические коэффициенты A_s и ϵ ТРП В16 и ОСОС.

Покрытие В16 представляет собой белую эмаль, созданную на основе окиси цинка, ОСОС — солнечные отражатели — тонкие (~0.2 мм) пластины из кварцевого стекла с напылением Ag или Al с одной стороны. Каждый тип ТРП наносился на алюминиевую пластину толщиной 1.5 мм и 40 × 40 мм в плане.

Образцы с соответствующим ТРП крепились на поворотном механизме, который размещался в вакуумной камере с замкнутым экраном, охлаждаемым жидким азотом [3]. В замкнутом экране имелось отверстие для освещения образца имитатором Солнца. При вертикальном положении об-

Таблица 2

Конструкционные материалы	ТРП	T_0 , К	ϵ_{ln}/ϵ_1	A_{sn}/A_s
Лента поливинил-хлоридная изоляционная	B16	237	0.66	1.12
	OCOC	234	0.30	1.51
Лента пластикатная крепежная	B16	244	0.68	0.98
	OCOC	224	1.05	0.95
Клей К300-61	B16	238	0.45	0.97
	OCOC	238	0.336	0.96

разца осуществлялись соответствующие измерения, а при горизонтальном — напыление на поверхность ТРП конденсирующихся компонент.

Напыление осуществлялось с помощью специального испарителя диаметром 30 мм, в который помещался конструкционный материал в измельченном виде. Испаритель нагревался до предельно допустимой рабочей температуры соответствующего материала. На образцы ТРП осуществлялось нанесение тонких пленок плотностью $\sim 0.5 \cdot 10^{-6}$ г см $^{-2}$, что соответствует, при условной объемной плотности пленки напыления 0.5 г см $^{-3}$, толщине пленки напыления ~ 100 Å.

Полученные результаты измерений представлены в табл. 2, в которой даны отношения ϵ_{ln}/ϵ_1 и A_{sn}/A_s , характеризующие степень изменения соответствующих интегральных оптических коэффициентов при нанесении на поверхности ТРП тонких пленок по сравнению с “чистыми”. Также в таблице даны значения равновесных температур T_0 пластин образцов ТРП, при которых проводились измерения.

Как следует из полученных экспериментальных результатов, значительное снижение своих величин претерпел коэффициент излучения ϵ . Исключением является случай осаждения на образец OCOC конденсата, выделяющегося из материала “лента пластикатная крепежная”, где в пределах точности измерений (3–5%) изменений величины ϵ не произошло. Иная картина наблюдается для коэффициентов A_s образцов ТРП. Существенное увеличение A_s произошло у обоих типов образцов при осаждении на их поверхности конденсата только от материала “лента поливинилхлоридная электроизоляционная”, в остальных ситуациях, в пределах точности измерений (3–5%), A_s не изменился.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Простота и высокая чувствительность экспериментального метода определения потоков частиц компонент (составляющих СВА), выделяющихся из исследуемых конструкционных мате-

риалов, дает возможность использовать этот метод измерений для исследования широкого класса материалов, применяемых на КА.

Измерения $G_{уд}$ проводились в сравнительно узком временном диапазоне и температурном промежутке. Использование соответствующих физических моделей (5) и (6), позволяют экстраполировать полученные значения $G_{уд} = 5.4 \cdot 10^{-6} \dots 2.5 \cdot 10^{-7}$ кг м $^{-2}$ с $^{-1}$ на значительные промежутки времени и широкий диапазон (в пределах рабочих) температур исследуемых материалов.

2. Несмотря на значительную продолжительность (~ 2 ч) измерений интегральных оптических коэффициентов A_s и ϵ ТРП и невысокую точность, используемая методика регулярного теплового режима тонкой металлической пластины, имеет существенные достоинства по сравнению с другими существующими методами измерений A_s и ϵ плоских поверхностей. Это — возможность одновременно, в одном эксперименте, определять A_s и ϵ ; условия проведения измерений приближены к натурной космической среде. Вакуумная камера откачивалась безмасленными средствами откачки до давления $\sim 10^{-6}$ Торр, в качестве имитатора Солнца использовалась газоразрядная ксеноновая лампа высокого давления, имеющая спектр излучения, близкий к солнечному.

Полученные результаты экспериментальных исследований показали: тонкие пленки ~ 100 Å легкоконденсирующихся компонент, выделяющиеся из некоторых конструкционных материалов КА, способны в некоторых ситуациях изменить в худшую сторону интегральные оптические коэффициенты ТРП на десятки процентов. Это явление может привести к нарушению теплового баланса некоторых систем КА.

Таким образом, реализуемые в работе экспериментальные методы определения $G_{уд}$ и изменения A_s и ϵ применимы к широкому классу материалов ТРП и конструкционных материалов КА. Результаты проведенных исследований могут использоваться при создании КА на стадии их проектирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Коротеев А.С., Акимов В.Н.* Перспективы развития космоса // Полет. 2003. № 12. С. 3–12.
2. *Чиров А.А., Белякова Н.Г.* Физико-математическая модель динамики давления остаточного газа внутри негерметичного приборного отсека высокоорбитального КА // Космические исследования. 2022. Т. 60. № 4. С. 348–354. <https://doi.org/10.31857/S0023420622040033>
3. *Чиров А.А.* Влияние тонких пленок конденсата металлического рабочего тела ЭРД на интегральные оптические коэффициенты терморегулирующих покрытий космических аппаратов // Космические исследования. 2014. Т. 52. № 3. С. 248–256. <https://doi.org/10.7868/S0023420614030030>
4. *Чиров А.А., Белякова Н.Г.* Изменение прозрачности тонких пленок цезия на поверхности стекла оптических приборов космического аппарата // Поверхность. Рентгеновские синхротронные и нейтронные исследования. 2013. № 12. С. 98–103. <https://doi.org/10.7868/S0207352813120056>
5. *Кошмаров Ю.А., Рыжов Ю.А.* Прикладная динамика разреженного газа. М.: Машиностроение, 1977. 184 с.
6. *Альтиуллер Г.Б.* Кварцевая стабилизация частоты. М.: Связь, 1977. 272 с.
7. *Попов Ю.А. и др.* Кинетика газовыделения летучих конденсирующихся веществ из органических материалов при длительном термовакuumном воздействии // Сб. тр. 8-й Всесоюзной конференции по динамике разреженных газов. Москва, 24–26 сентября 1985.
8. *Костюк В.И., Хасанишин Р.Х.* К вопросу моделирования газовыделения материалами покрытий КА при термовакuumном воздействии // Космонавтика и ракетостроение. 2002. Т. 28. № 3. С. 155–163.

УДК 629.783

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГРУППЫ ИЗ ЧЕТЫРЕХ СВЯЗАННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПОД УПРАВЛЕНИЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИЛ ЛОРЕНЦА

© 2023 г. К. С. Чернов¹, *, Д. С. Иванов¹

¹Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

*chernow.kirill@gmail.com

Поступила в редакцию 10.02.2023 г.

После доработки 10.02.2023 г.

Принята к публикации 11.02.2023 г.

В работе рассматриваются четыре космических аппарата, соединенные друг с другом электродинамическими тросами, которые при математическом моделировании движения системы считаются жесткими. В магнитном поле Земли на проводники с током действуют силы Лоренца, с использованием которых производится управление движением центра масс системы и угловым движением. В работе разработан алгоритм расчета величин сил тока для остановки дрейфа центра масс тетраэдральной формации относительно опорной орбитальной системы координат на низкой околоземной орбите и для раскрутки относительно центра масс до постоянной угловой скорости. Проводится численное исследование времени достижения заданного движения в зависимости от максимальной возможной силы тока и начальных условий.

DOI: 10.31857/S0023420623600022, EDN: UMATAE

ВВЕДЕНИЕ

Групповой полет спутников определяется как полет спутников, движущихся по близким относительным траекториям, которые могут управлять своим относительным положением и/или относительными скоростями, сохраняя близкие расстояния и решая общую задачу. В настоящее время наблюдается взрывное увеличение числа миссий группового полета вследствие миниатюризации космических аппаратов и значительно расширенного спектра решаемых задач по сравнению с миссиями с одиночным аппаратом. Согласно орбитальной динамике, расстояние между двумя аппаратами на околоземной орбите будет увеличиваться за счет действия возмущений естественных сил, даже если изначально относительная скорость равна нулю. Поэтому для сохранения близкого относительного расстояния требуется управление движением аппаратов в группе. Однако если на больших аппаратах для решения этой задачи могут использоваться бортовые двигатели, как, например, в работе [1], то на малых аппаратах за счет ограничений по массе, объему, энергии и стоимости таких двигателей может не оказаться. Поэтому получили развитие способы бестопливного управления относительным движением с использованием естественных сил, например, разницы действующих на аппараты

аэродинамических сил [2], сил солнечного давления [3], магнитного взаимодействия [4], обмена импульса [5] или с использованием сил Лоренца на низких околоземных орбитах [6].

Заряженная частица, движущаяся с определенной скоростью относительно магнитного поля Земли, ускоряется в направлении, перпендикулярном вектору ее скорости и локальному вектору магнитного поля, за счет силы Лоренца [7]. Применение этой силы для управления групповым полетом космических аппаратов является относительно новым и потому малоизученным подходом. Первые работы о воздействии силы Лоренца на заряженные тела были выполнены Л. Шаффером и Дж. Бернсом, которые разработали модель, объясняющую влияние плазменного окружения на динамику заряженных пылевых частиц, вращающихся вокруг Юпитера и Сатурна [8]. Эти исследования доказали, что на орбитальное движение большое влияние оказывает сила Лоренца и что эта магнитная сила наряду с гравитационными эффектами, лунными возмущениями и солнечным давлением ответственна за существование щелей в кольцевых резонансах Юпитера и Сатурна. Эти работы представляют собой ценный вклад в проверку моделей, касающихся движения заряженных частиц, и демонстрацию того, что эффекты силы Лоренца приводят к некеплеровым орбитам.

После работы, выполненной Л. Шаффером и Дж. Бернсом, М. Пек провел серию исследований, в которых предлагалось использовать силу Лоренца для разработки бестопливного управления движением группы спутников. В статье [7] М. Пек представляет систему, получившую название Lorentz Augmented Orbit System (LAO), которая могла бы использовать этот эффект для управления орбитальным движением. Он также представляет широкий спектр систем LAO, которые могут быть применены для решения задач увода с орбиты Земли, компенсации аэродинамического сопротивления, управления групповым полетом, изменения наклона орбиты. Действие силы Лоренца испытывает индивидуально каждый заряженный космический аппарат и, в отличие от кулоновской силы, сила Лоренца не является результатом взаимодействия двух заряженных космических аппаратов. Вместо этого эта сила вызвана магнитным взаимодействием между относительной скоростью заряженного космического корабля и магнитным полем окружающей среды. И направление, и величина силы Лоренца (представляющие разные значения для разных орбитальных положений и, следовательно, чувствительные к геометрии орбиты) зависят от орбитального движения спутника, поскольку ее направление всегда перпендикулярно скорости космического корабля и локальному вектору магнитного поля. В работе [7] М. Пек также представляет возможный дизайн системы LAO. Хотя конфигурации системы LAO не предполагают использования электродинамических тросов, физика работы обоих устройств аналогична. Для LAO тело выступает в роли точечного заряда, движущегося со скоростью тысяч метров в секунду относительно магнитного поля планеты. Движущийся заряд представляет собой ток, аналогичный тому, который действует в электродинамических тросах [9].

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле, в русскоязычной литературе называется силой Ампера, однако в англоязычной она также называется силой Лоренца. В дальнейшем в работе под силой Лоренца будет пониматься именно сила, действующая на проводник с током. В литературе встречается много работ, посвященных динамике орбитальных систем с электродинамическими тросами. В работе [10] предложена схема развертывания и поддержания созвездия аппаратов с электродинамическими тросами. Проблема колебаний электродинамических тросов, расположенных вдоль местной вертикали, затронута в работе [11], где предложена схема асинхронного управления с задержкой для уменьшения амплитуды колебаний. Для обеспечения натянутого состояния троса в статье [12] рассматривается вращающийся электродинамический трос и предложено управление для пере-

хода троса из состояния покоя в состояние вращения, исследуется устойчивость движения. В работе [13] анализируются эволюционные движения системы вокруг центра масс при изменении ее параметров и силы тока в электродинамических тросах космической системы. Большинство опубликованных работ теоретические, но есть и экспериментальные. В частности, в рамках миссии по тестированию подходов увода космического мусора KITE (Kounotori Integrated Tether Experiment) [14] планировалось развернуть электродинамический трос и продемонстрировать эффект его применения, однако этого сделать не удалось из-за отказа системы выпуска троса. Тем не менее системы с электродинамическими тросами имеют большие перспективы для применения к задачам управления околоземных спутников.

В литературе большое количество работ посвящено вопросам управления угловым движением с использованием момента сил Лоренца. Например, в статье [15] исследуется динамика космического аппарата в задаче стабилизации на около-круговой орбите с использованием магнитных катушек и момента сил Лоренца. В работе [16] рассматривается вопрос устойчивости при применении пропорционально-интегрально-дифференцирующего регулятора в системе с распределенными запаздываниями в управлении. Трехосная система ориентации на основе только моментов сил Лоренца рассматривается в [17], показано, что линеаризованная модель углового движения может быть сведена к стационарной системе, управляемость которой исследуется в этой работе.

Для исследования пространственного распределения параметров околоземного пространства требуется запустить минимум 4 аппарата, которые в идеальном случае должны всегда находиться в вершинах правильного тетраэдра. Однако орбитальная динамика такова, что это недостижимо без управления или потребует очень больших затрат характеристической скорости, если использовать бортовые двигатели. Так, миссия MMS (Magnetosphere Multiscale Mission) [18], двигающаяся по сильно эллиптическим траекториям, достигает необходимого качества (близости к правильному) тетраэдра только в заданной области интереса в окрестности апоцентра. В работе [19] получена конфигурация 4 аппаратов, сохраняющая качество тетраэдра на околокруговых орбитах, но получающийся тетраэдр не является правильным. Поэтому возникла идея для создания требуемой конфигурации связать 4 аппарата с помощью тросов равной длины. Но в этом случае встают вопросы устойчивости движения такой системы, они изучены в работе [20]. Без создания центробежных сил, обеспечивающих натяжение тросов, эта тетраэдральная система будет нестабильна и тросы могут перепутаться. В настоящей работе предложен подход с использованием

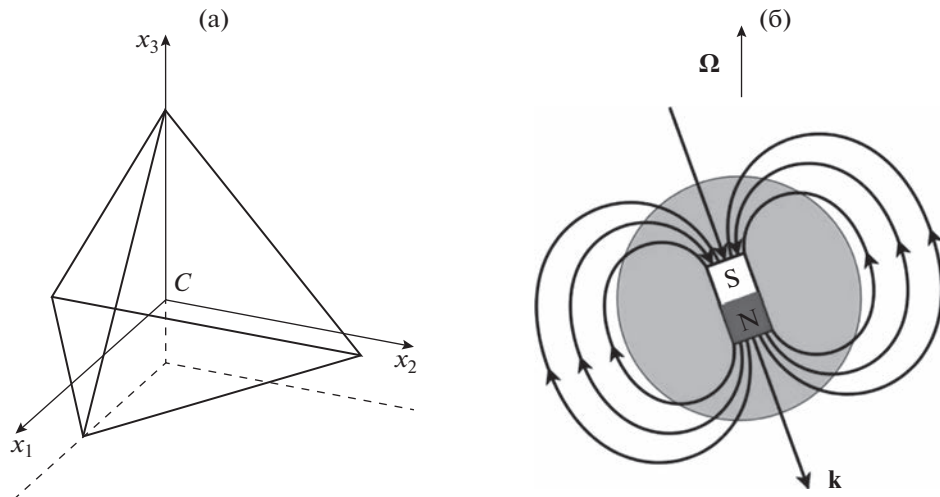


Рис. 1. Связанная с тетраэдром система координат (а), магнитный диполь Земли и вектор угловой скорости Земли (б).

силы Лоренца в электродинамических тросах тетраэдральной формации для обеспечения требуемого углового движения для натяжения тросов с одновременным решением задачи управления движением центра масс тетраэдра в рамках группового полета, когда требуется обеспечить ограниченное движение тетраэдра как целого относительно другого орбитального объекта.

1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В разделе описаны основные допущения, приведены уравнения движения и сформулирована постановка задачи.

1.1. Системы координат и модель движения

В работе используются следующие системы координат:

- $O_I X Y Z$ – ИСК – инерциальная система координат. Точка O_I – в центре Земли, ось $O_I X$ направлена в точку весеннего равноденствия, ось $O_I Z$ направлена вдоль оси вращения Земли, ось $O_I Y$ дополняет систему до правой тройки.

- $O X_r Y_r Z_r$ – ОпСК – опорная система координат. Точка O движется по круговой орбите, система вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью.

- $O x y z$ – ОСК – орбитальная система координат. Точка O движется по круговой орбите, ось $O z$ направлена вдоль вектора $O_I O$, ось $O y$ – вдоль вектора орбитального кинетического момента, ось $O x$ дополняет систему до правой тройки.

- $S x_1 x_2 x_3$ – ССК – связанная с тетраэдром система координат. Точка C находится в центре масс формации, оси $S x_1$ и $S x_2$ лежат в плоскости,

параллельной одной из граней тетраэдра, ось $S x_3$ направлена на четвертый, не лежащий в этой плоскости спутник (рис. 1а).

При расчете опорной орбитальной траектории формации используется линейная модель движения, которая описывается уравнениями Хилла–Клохесси–Уилтшира [21]:

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\omega_{orb}\dot{z} = f_x, \\ \ddot{y} + \omega_{orb}^2 y = f_y, \\ \ddot{z} - 2\omega_{orb}\dot{x} - 3\omega_{orb}^2 z = f_z. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $[x, y, z]^T = \mathbf{r} = \mathbf{r}_C - \mathbf{r}_O$ – разность радиус-векторов центров координат ССК и ОпСК, записанных в ОСК; ω_{orb} – орбитальная угловая скорость;

$[f_x, f_y, f_z]^T = \mathbf{f}$ – вектор управляющего ускорения. Решение однородной системы имеет вид

$$\begin{cases} x(t) = -3C_1\omega_{orb}t + 2C_2\cos(\omega_{orb}t) - \\ \quad - 2C_3\sin(\omega_{orb}t) + C_4, \\ y(t) = C_5\sin(\omega_{orb}t) + C_6\cos(\omega_{orb}t), \\ z(t) = 2C_1 + C_2\sin(\omega_{orb}t) + C_3\cos(\omega_{orb}t), \end{cases} \quad (2)$$

где константы $C_1, \dots, C_6$ зависят от начальных условий следующим образом:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\dot{x}(0)}{\omega_{orb}} + 2z(0), \quad C_2 = \frac{\dot{z}(0)}{\omega_{orb}}, \\ C_3 &= -2\frac{\dot{x}(0)}{\omega_{orb}} - 3z(0), \quad C_4 = -2\frac{\dot{z}(0)}{\omega_{orb}} + x(0), \\ C_5 &= \frac{\dot{y}(0)}{\omega_{orb}}, \quad C_6 = y(0). \end{aligned}$$

При численном моделировании интегрирование уравнений движения производится в следующей нелинейной модели

$$\ddot{\mathbf{R}} = -\frac{\mu_g \mathbf{R}}{R^3} + \mathbf{f}_\Sigma, \quad \mathbf{f}_\Sigma = \mathbf{f}_{J_2} + \mathbf{f}_{control}, \quad (3)$$

где $\mu_g = 3.986 \cdot 10^{14} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$ — гравитационный параметр Земли; $\mathbf{R} = [X, Y, Z]^T$ — радиус-вектор точки C в ИСК. В модели (3) учитывается нецентральность гравитационного поля Земли: потенциал раскладывается до второй гармоники, и тогда

$$\mathbf{f}_{J_2} = \begin{pmatrix} \frac{\delta}{R^5} X \left(\frac{5Z^2}{R^2} - 1 \right) \\ \frac{\delta}{R^5} Y \left(\frac{5Z^2}{R^2} - 1 \right) \\ \frac{\delta}{R^5} Z \left(\frac{5Z^2}{R^2} - 3 \right) \end{pmatrix},$$

$$\delta = \frac{3}{2} J_2 \mu_g R_E^2, \quad J_2 = 1082.23 \cdot 10^{-6},$$

где средний радиус Земли $R_E = 6.4 \cdot 10^6 \text{ м}$.

Угловое движение тетраэдра как твердого тела описывается динамическими уравнениями Эйлера и кинематическими соотношениями в кватернионах

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}^{-1} (-\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{M}_\Sigma), & \mathbf{M}_\Sigma = \mathbf{M}_{grav} + \mathbf{M}_{control}, \\ \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{q} \circ [0; \boldsymbol{\omega}] / 2, \end{cases} \quad (4)$$

где $\mathbf{J}$ — тензор инерции в ССК; $\boldsymbol{\omega}$ — полная угловая скорость ССК относительно ИСК; $\mathbf{q}$ — кватернион перехода из ИСК в ССК; символ “ $\circ$ ” обозначает кватернионное умножение. При моделировании учитывается гравитационный момент:

$$\mathbf{M}_{grav} = 3\mu_g \frac{\mathbf{R} \times \mathbf{J} \mathbf{R}}{R^5}.$$

Как известно, на проводник с током в магнитном поле действует сила Лоренца, определяемая следующим выражением $\mathbf{F} = I \mathbf{L} \times \mathbf{B}$, где I — значение силы тока; $\mathbf{L}$ — вектор из начала проводника в его конец вдоль направления тока; $\mathbf{B}$ — вектор магнитной индукции.

Для расчета индукции геомагнитного поля используется модель наклонного диполя. Считается, что вектор вдоль направления магнитного диполя Земли $\mathbf{k}$ наклонен под углом $\lambda = 12^\circ$ к оси вращения Земли и вращается с угловой скоростью вращения Земли $\Omega = 1/24/3600 \text{ рад/с}$ (рис. 16). Тогда индукция магнитного поля определяется следующей формулой:

$$\mathbf{B}(t, \mathbf{R}) = \frac{\mu_0 \mu_B}{4\pi R^5} \left(3(\mathbf{k}^T(t) \mathbf{R}) \mathbf{R} - R^2 \mathbf{k}(t) \right),$$

где $\mu_0 = 1.25 \cdot 10^{-6} \text{ Н А}^{-2}$ — магнитная постоянная и $\mu_B = 7.72 \cdot 10^{22} \text{ А м}^2$ — магнитный дипольный момент Земли. Поскольку размеры тетраэдральной формации намного меньше радиуса орбиты, то величина геомагнитного поля во всех точках системы в каждый момент времени считается одинаковой.

1.2. Постановка задачи

Рассматриваются четыре аппарата, каждый из которых соединен с другими электродинамическими тросами. В настоящей работе при построении алгоритма управления движением тетраэдральной формации тросы считаются жесткими, а угловое движение тетраэдра рассматривается как движение твердого тела. Рассматривается движение тетраэдральной формации на низкой околоземной орбите относительно заданной опорной орбитальной системы координат, при этом полный вектор состояния углового и поступательного движения считается известным. Предполагается, что с помощью специальных эмиттеров электронов можно создавать направление и величину требуемого электрического тока, текущего по стержням между аппаратами. При управлении величиной силы тока, текущего по стержням или тросам, можно изменять вектор силы и вектор момента сил, действующих на формацию как на твердое тело, и, таким образом, производится управление орбитальным и угловым движением системы. Предполагается, что величина силы тока ограничена, но существует разность токов, текущих по соседним стержням, таким образом, не рассматривается проблема накопления заряда в каком-либо из четырех аппаратов.

В настоящей работе решается задача построения управления тетраэдральной формацией с помощью силы Лоренца при описанных выше предположениях для остановки дрейфа относительно опорной орбитальной системы при движении на круговой низкой околоземной орбите. Одновременно с управлением поступательным движением решается задача достижения требуемого углового движения с постоянной угловой скоростью вращения формации, что необходимо для поддержания тросов в натянутом состоянии.

2. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ

В разделе представлен разработанный алгоритм управления движением тетраэдральной формации с электродинамическими тросами.

2.1. Требуемое управление

Как видно из первого уравнения в системе (2), если параметр $C_1 = 0$, то движение относительно опорной системы координат будет представлять

собой замкнутый эллипс. В этом случае движение центра масс формации будет ограниченным. В начальный момент после разворачивания системы это условие может не выполняться. Задача управления — привести систему в состояние, в котором это условие выполняется, а затем поддерживать околонулевое значение параметра C_1 . В работе [22] показано, что такую задачу решает приложение постоянного управляющего ускорения $\mathbf{f} = [f_x, f_y, f_z]^T$ за фиксированный период времени Δt , направленного вдоль касательной к орбите:

$$f_x(t) = \begin{cases} -\frac{\omega_{orb}}{\Delta t} \left(\dot{x}(t_0) + 2z(t_0) \right), & \text{если } t_0 < t < t_0 + \Delta t, \\ 0, & \text{если } t > t_0 + \Delta t, \end{cases} \quad (5)$$

$$f_y(t) = 0, \quad f_z(t) = 0.$$

Задача достижения требуемого углового движения сводится к приведению углового движения ССК к движению ОпСК, то есть относительная угловая скорость ω_{rel} должна сойтись к окрестности нуля, а относительный кватернион ориентации $\mathbf{q}_{rel}$ к кватерниону с единичной скалярной частью и нулевой векторной частью. Относительная угловая скорость и кватернион определяются следующим образом:

$$\omega_{rel} = \omega - \omega_{ref},$$

$$\mathbf{q}_{rel} = \tilde{\mathbf{q}}_{ref} \circ \mathbf{q},$$

где ω_{ref} — угловая скорость ОпСК; $\mathbf{q}_{ref}$ — кватернион ориентации ОпСК. Угловая скорость вращения ОпСК ω_{ref} считается постоянной; в начальный момент времени задается кватернион перехода из ИСК в ОпСК $\mathbf{q}_{ref}$ и интегрируется в соответствии с кинематическими уравнениями:

$$\dot{\mathbf{q}}_{ref} = \mathbf{q}_{ref} \circ [0; \omega_{ref}] / 2.$$

Закон управления угловым движением получен на основе метода Ляпунова, описанного в работе [23]. Составим кандидат-функцию Ляпунова в следующем виде:

$$V = (\omega_{rel}^T \mathbf{J} \omega_{rel}) / 2 + \mathbf{K}_a (1 - q_{rel,0}),$$

где $\mathbf{K}_a$ — положительно определенная матрица; $q_{rel,0}$ — скалярная часть кватерниона рассогласования. Продифференцируем эту функцию в соответствии с уравнениями углового движения (4):

$$\dot{V} = \omega_{rel}^T (-\omega \times \mathbf{J} \omega + \mathbf{M}_{grav} + \mathbf{M}_{control} + \mathbf{J} \omega_{rel} \times \omega_{ref} - \mathbf{J} \dot{\omega}_{ref} + \mathbf{K}_a \mathbf{q}_{rel}).$$

Согласно теореме Барбашина—Красовского [24], для асимптотической устойчивости нулевого положения равновесия, когда ССК совпадает с

ОпСК, требуется положительная знакоопределенность функции Ляпунова и неположительная определенность ее производной, притом что область, где $\dot{V} = 0$, не содержит целых траекторий. Первое условие для данной функции V выполнено в силу построения. Второе условие достигается при выполнении следующего равенства:

$$-\omega \times \mathbf{J} \omega + \mathbf{M}_{grav} + \mathbf{M}_{control} + \mathbf{J} \omega_{rel} \times \omega_{ref} - \mathbf{J} \dot{\omega}_{ref} + \mathbf{K}_a \mathbf{q}_{rel} = -\mathbf{K}_w \omega_{rel}, \quad (6)$$

если $\mathbf{K}_w$ — положительно определенная матрица. При выполнении (6) производная функции Ляпунова имеет следующий вид:

$$\dot{V} = -\omega_{rel}^T \mathbf{K}_w \omega_{rel}.$$

Отсюда следует, что $\dot{V}$ действительно будет неположительно определена, $\dot{V} = 0$ достигается только при $\omega_{rel} = 0$, что является значением относительной угловой скорости в положении равновесия. Из (6) находим управляющий момент:

$$\mathbf{M}_{control} = \omega \times \mathbf{J} \omega + \mathbf{J} \dot{\omega}_{ref} - \mathbf{J} (\omega_{rel} \times \omega_{ref}) - \mathbf{K}_a \mathbf{q}_{rel} - \mathbf{K}_w \omega_{rel} - \mathbf{M}_{grav}. \quad (7)$$

Матрицы коэффициентов управления $\mathbf{K}_a$ и $\mathbf{K}_w$ подбираются исходя из обеспечения желаемых характеристик переходных процессов при заданных ограничениях ресурса управления.

Таким образом, с помощью шести электрических токов в стержнях $I_1, \dots, I_6$ требуется обеспечить такое управление, которое реализует расчетные значения поступательного ускорения f_x и момент сил $\mathbf{M}_c^T$.

2.2. Расчет сил тока

В этом разделе приведено описание расчета электрических токов, необходимых для реализации расчетного вектора управления поступательным и угловым движением.

Если по стержням правильного тетраэдра текут электрические токи $I_1, \dots, I_6$, то равнодействующее ускорение $\mathbf{f}_a$, действующее на систему, будет равно

$$\mathbf{f}_a = \sum_{i=1}^6 I_i \mathbf{L}_i \times \mathbf{B} / m, \quad (8)$$

где $\mathbf{L}_i$ — вектор из начала i -го стержня в его конец; m — масса всей тетраэдральной формации как твердого тела. Первая компонента этого вектора имеет следующий вид:

$$f_{a,x} = B_z \sum_{i=1}^6 L_{i,y} I_i / m - B_y \sum_{i=1}^6 L_{i,z} I_i / m.$$

Момент, действующий на одно i -е ребро, равен

$$\mathbf{M}_{a,i} = \mathbf{N}_i \times (\mathbf{L}_i \times \mathbf{B}) = \mathbf{L}_i (\mathbf{N}_i^T \mathbf{B}) I_i - \mathbf{B} (\mathbf{N}_i^T \mathbf{L}_i) I_i = \mathbf{L}_i (\mathbf{N}_i^T \mathbf{B}) I_i,$$

где $\mathbf{N}_i$ — радиус-вектор из центра тетраэдра к середине i -го ребра, в правильном тетраэдре этот вектор перпендикулярен вектору $\mathbf{L}_i$. Так как в правильном тетраэдре $(\mathbf{N}_i^T \mathbf{L}_i) = 0$, то второе слагаемое обнуляется и суммарный момент сил относительно центра масс тетраэдра равен

$$\mathbf{M}_a = \sum_{i=1}^6 \mathbf{L}_i (\mathbf{N}_i^T \mathbf{B}) I_i. \quad (9)$$

Итак, силы тока приводят к возникновению ускорения и момента сил со следующими компонентами:

$$\begin{bmatrix} f_{a,x}, \mathbf{M}_a^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 (B_z L_{i,y} - B_y L_{i,z}) I_i / m, \\ \sum_{i=1}^6 \mathbf{L}_i^T (\mathbf{N}_i^T \mathbf{B}) I_i \end{bmatrix}^T.$$

Заметим, что и ускорение, и момент сил зависят от токов линейно, то есть это выражение можно записать в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} f_{a,x}, \mathbf{M}_a^T \end{bmatrix}^T = \mathbf{A} [I_1, \dots, I_6]^T,$$

где $\mathbf{A}$ — матрица, элементы которой не зависят от токов. Чтобы с помощью тока получить требуемые ускорение и момент сил, необходимо выполнение равенства

$$\begin{bmatrix} f_{a,x}, \mathbf{M}_a^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} f_{c,x}, \mathbf{M}_c^T \end{bmatrix}^T.$$

В результате получена следующая система:

$$\mathbf{A} [I_1, \dots, I_6]^T = \begin{bmatrix} f_{c,x}, \mathbf{M}_c^T \end{bmatrix}^T.$$

Это линейная система из четырех уравнений с шестью неизвестными токами. Для краткости запишем ее в виде

$$\mathbf{A} \mathbf{I} = \mathbf{u}.$$

Так как эта система уравнений переопределена, то целесообразно искать решение с минимальной суммой токов, то есть решать следующую оптимизационную задачу:

$$\begin{cases} \mathbf{I}^T \mathbf{I} \rightarrow \min, \\ \mathbf{A} \mathbf{I} = \mathbf{u}. \end{cases}$$

Эту задачу можно решить методом квадратичного программирования [25]. Составим функцию Лагранжа вида

$$L(\mathbf{I}, \boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{I}^T \mathbf{I} + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{A} \mathbf{I} - \mathbf{u}).$$

Градиенты по $\mathbf{I}$ и по $\boldsymbol{\lambda}$ соответственно равны

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{I}} = 2\mathbf{I}^T + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{A}, \quad \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = (\mathbf{A} \mathbf{I} - \mathbf{u})^T.$$

Приравняем их к нулю. Из первого уравнения получим

$$\mathbf{I} = -\mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda} / 2,$$

подставляем во второе уравнение и находим

$$\boldsymbol{\lambda} = -2(\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{u}.$$

Это приводит к решению

$$\mathbf{I} = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{u},$$

то есть величины токов определяются из следующего выражения:

$$[I_1, \dots, I_6]^T = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} \begin{bmatrix} f_{c,x}, \mathbf{M}_c^T \end{bmatrix}^T. \quad (10)$$

В настоящей работе предполагается, что по тросу тетраэдральной формации нельзя пустить ток, превышающий некоторую величину $I_{\max}$, определяемую техническими возможностями системы. Если в результате нахождения требуемых токов абсолютное значение максимального по модулю рассчитанного значения I_k , $k = \arg \max \{|I_1|, \dots, |I_6|\}$, больше некоторого заданного максимально возможного тока $I_{\max}$, то ток по данному стержню берется максимальным по величине, то есть равным

$$I_k = \text{sign}(I_k) \cdot I_{\max}, \quad (11)$$

а все остальные токи уменьшаются пропорционально:

$$I_i \rightarrow I_i \cdot I_{\max} / |I_k|.$$

Таким образом, расчетное управление может быть реализовано с некоторыми ошибками вследствие аппаратных ограничений.

3. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

В разделе продемонстрированы примеры работы алгоритма и проведено численное параметрическое исследование характеристик управляемого движения.

Для исследования управляемого движения тетраэдральной формации с помощью сил Лоренца проводится численное моделирование работы описанного в разделе 2 алгоритма. На рис. 2 представлена общая схема проведения численного моделирования. На входе подаются начальные условия движения, а также все необходимые параметры системы. Проводится численное интегрирование уравнений поступательного и углового движения согласно (3) и (4). Полученный на каждом шаге моделирования вектор состояния си-



Рис. 2. Общая схема проведения численного моделирования.

системы используется для расчета требуемого управляющего ускорения и момента сил $[f_{c,x}, M_c^T]^T$ согласно (5) и (7). Далее по формулам (10) вычисляются значения необходимых токов, но они подвергаются модификации в соответствии с аппаратными ограничениями (11).

Получившиеся в результате токи $[I_1, \dots, I_6]^T$ используются для вычисления приложенного фактически управляющего ускорения и момента сил $[f_{a,x}, M_a^T]^T$ согласно (8) и (9). Эти значения используются для интегрирования уравнений движения. В табл. 1 представлены основные параметры моделирования.

3.1. Оценка влияния магнитного поля проводников с токами

Вокруг проводника с током создается магнитное поле, величина которого на расстоянии $\mathbf{r}$ от него равна

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} I d\mathbf{l} \times \mathbf{r},$$

где $d\mathbf{l}$ — длина этого проводника. Оценим магнитное поле, созданное токами, текущими по другим стержням, во всех точках каждого стержня. Для этого разобьем каждый стержень на достаточно большое количество отрезков N_L и посчитаем в

середине каждого такого отрезка поле от всех остальных $5N_L$ отрезков. Поле от отрезков на этом же стержне равно нулю, так как в этом случае вектор $d\mathbf{l}$ параллелен вектору $\mathbf{r}$. Таким образом, магнитное поле в центре p -го отрезка i -го стержня равно

$$\mathbf{B}_{i,p} = \sum_{j \neq i} \sum_{q=1}^{N_L} \frac{\mu_0}{4\pi |\mathbf{R}_{i,p} - \mathbf{R}_{j,q}|^3} I_j d\mathbf{l}_{j,q} \times (\mathbf{R}_{i,p} - \mathbf{R}_{j,q}).$$

На рис. 3а показаны величина геомагнитного поля, а также максимальная среди всех отрезков и средняя по всем отрезкам величины внутреннего поля. При максимально допустимых токах в 10 А среднее внутреннее магнитное поле на порядок

Таблица 1. Основные параметры моделирования

Параметр	Значение
Масса каждого спутника	10 кг
Длина стержня	10 м
Масса стержня	100 г
Скорость вращения ОпСК	10^{-2} рад/с
Максимальный ток	10 А
Высота орбиты	550 км
Наклонение орбиты	51.7°
Время моделирования	8 ч
Шаг интегрирования	0.1 с

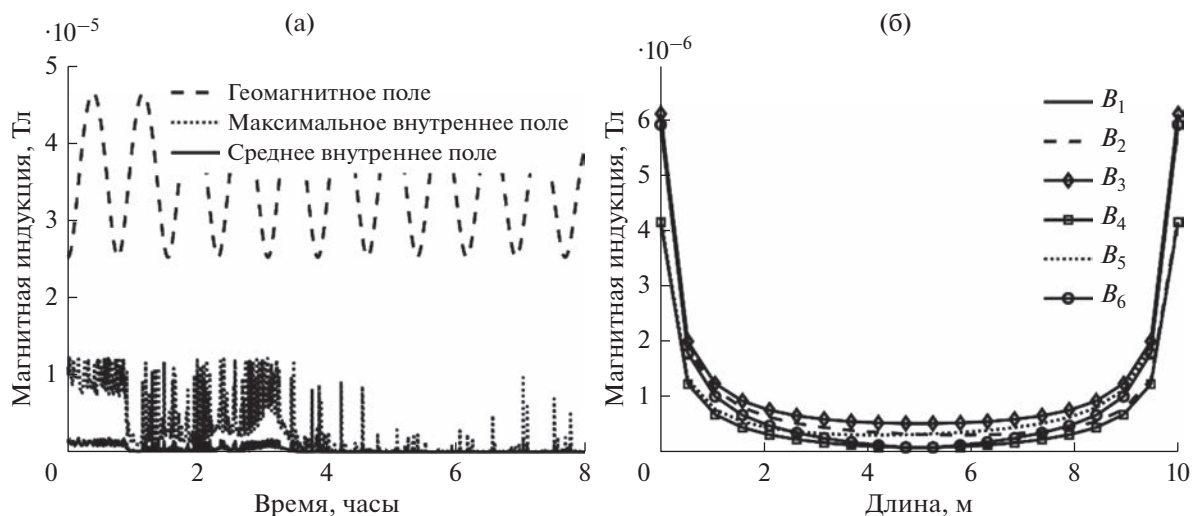


Рис. 3. Сравнение геомагнитного поля и магнитного поля от других стержней (а), величина внутреннего магнитного поля в точках ребра при $I_i = 1$ А, $i = 1, \dots, 6$ (б).

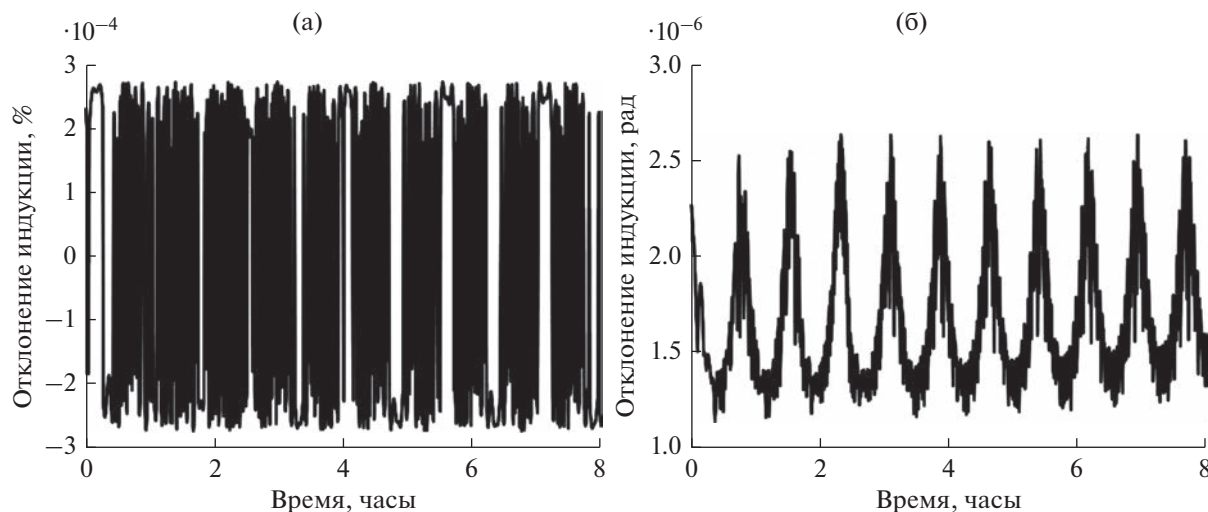


Рис. 4. Максимальное отклонение модуля (а) и направления (б) геомагнитной индукции.

меньше геомагнитного поля и линейно убывает с уменьшением токов. На рис. 3б показано внутреннее поле в точках каждого ребра тетраэдра при токах в 1 А. Около вершин поле значительно больше, чем в середине ребер, поскольку величина магнитной индукции обратно пропорциональна квадрату расстояния между проводниками. При этом максимальное внутреннее поле на порядок меньше геомагнитного поля. Эти оценки позволяют заключить, что при рассматриваемых значениях токов влияние друг на друга магнитных полей пренебрежимо мало и может рассматриваться как дополнительное возмущение при математическом моделировании.

Покажем, насколько сильно отличается геомагнитное поле в различных точках тетраэдра.

Вычислим векторы магнитной индукции в центре тетраэдра и в центре каждого отрезка каждого стержня. Сравним величины и направления индукции (рис. 4). Модуль индукции различается на тысячные доли процента, а направление совпадает с точностью до 10^{-5} рад.

3.2. Пример результатов моделирования управляемого движения

Теперь проанализируем пример результатов моделирования управляемого движения с приведенными в табл. 1 параметрами. На рис. 5а показана траектория движения центра масс тетраэдра относительно опорной орбитальной системы координат; видно, что относительный дрейф был

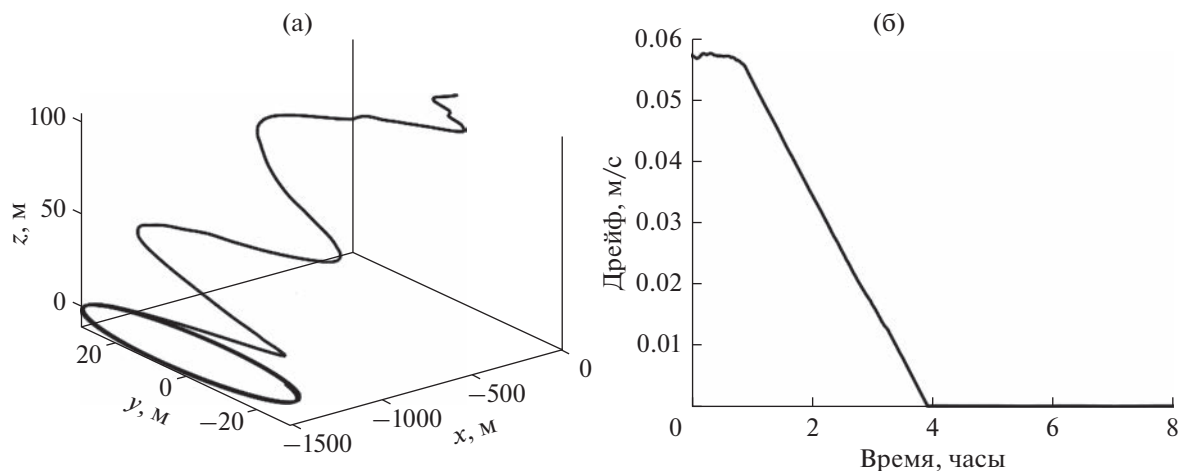


Рис. 5. Относительное орбитальное движение (а), орбитальный дрейф (б).

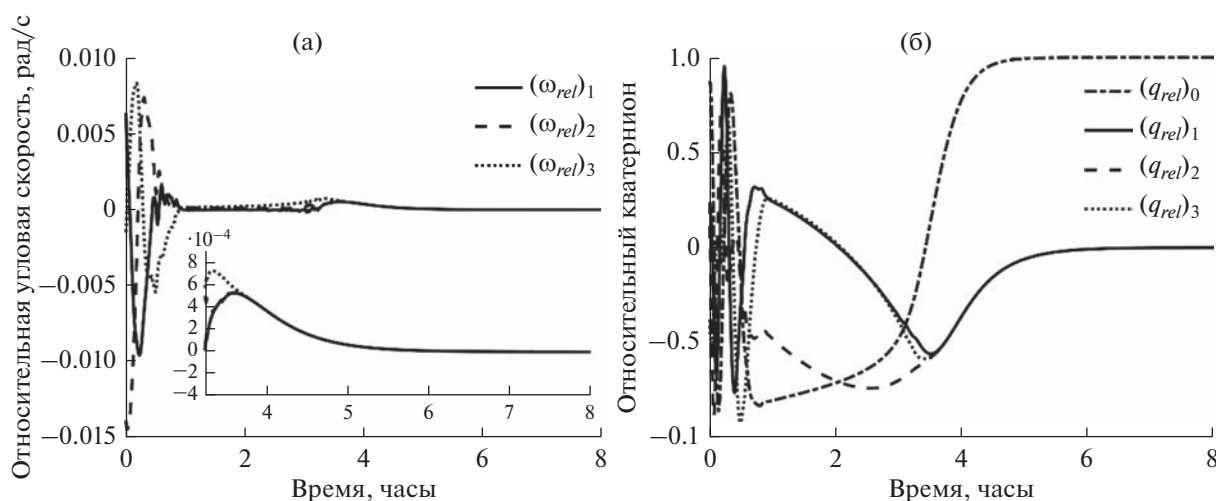


Рис. 6. Относительная угловая скорость (а), относительный кватернион (б).

успешно устранен системой управления и траектория движения стала близкой к замкнутой. Из рис. 5б видно, что за 4 ч полностью устраняется дрейф тетраэдра относительно опорной системы координат. Одновременно с этим происходит совмещение углового движения тетраэдра с требуемым угловым движением. Оно достигается примерно за 6 ч, как показано на рис. 6.

На рис. 7 представлены величины сил токов в 6 стержнях, рассчитанные согласно предложенному алгоритму. Как видно из графика, в первые 4 ч величины часто выходили на ограничения по максимальному значению тока в 10 А, это приводило к значительным ошибкам в реализации расчетного управляющего ускорения и момента сил. На рис. 8 можно увидеть, что в первый час движения расчетное управляющее ускорение отличалось от реализованного почти на его величину и

было около нуля. Это привело к тому, что на этом отрезке моделирования уменьшение величины дрейфа (см. рис. 5б) было незначительным. Такая большая ошибка была вызвана тем, что в первый час движения система управления стремилась устранить рассогласование по параметрам углового движения.

Как видно из рис. 9, в начальный момент времени требуемый управляющий момент был на порядок больше приложенного, опять же из-за ограничений на максимальный ток. Однако спустя час, вследствие устранения большого рассогласования по угловой скорости (рис. 6а), приложенный момент стал близок к требуемому, как и управляющее ускорение. Резкие и значительные ошибки в реализации управления на интервале от часа до конца моделирования вызваны принципиальной невозможностью реализовать направ-

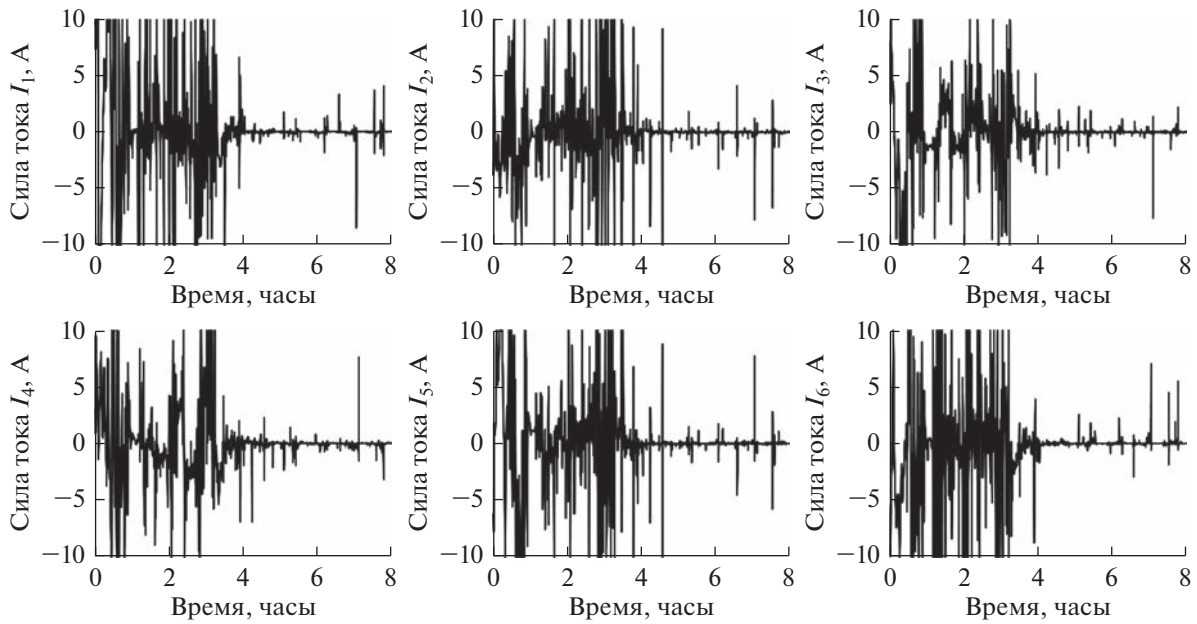


Рис. 7. Силы тока в стержнях.

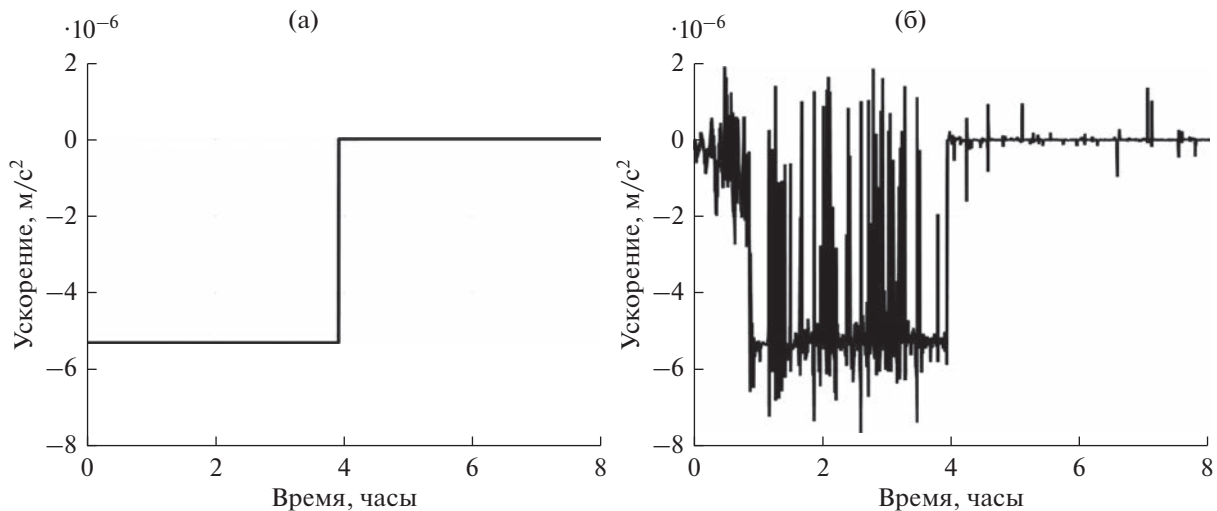


Рис. 8. Требуемое (а) и приложенное (б) управление орбитальным движением.

ление сил Лоренца вдоль вектора локального геомагнитного поля, что математически выражается в плохой обусловленности матрицы в системе уравнений (10). Однако, вследствие углового движения тетраэдра и изменения направления стержней относительно магнитного поля, такие ситуации вырождения системы уравнений кратковременны и не оказывают значительного влияния на управляемое движение системы.

Представленный пример результатов математического моделирования демонстрирует работоспособность предложенной схемы управления

движением тетраэдральной формации. Однако предположение о том, что тросы тетраэдра могут быть заменены стержнями при расчете сил токов, требует верификации, а именно — проведения математического моделирования системы с использованием модели гибких нерастяжимых тросов, что планируется сделать в дальнейшей работе авторов.

3.3. Время сходимости

Проведем численное исследование зависимости времени сходимости от различных парамет-

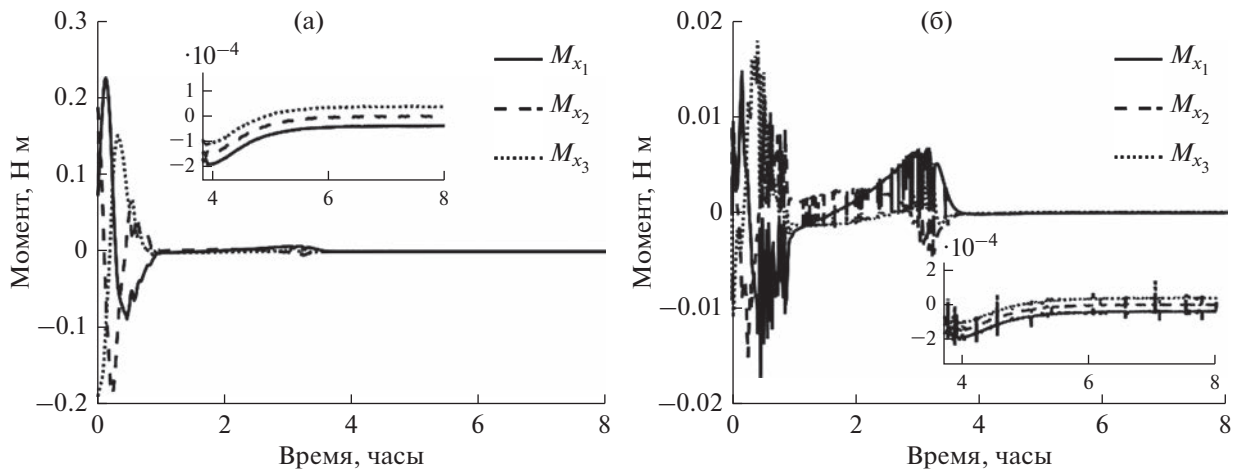


Рис. 9. Требуемое (а) и приложенное (б) управление угловым движением.

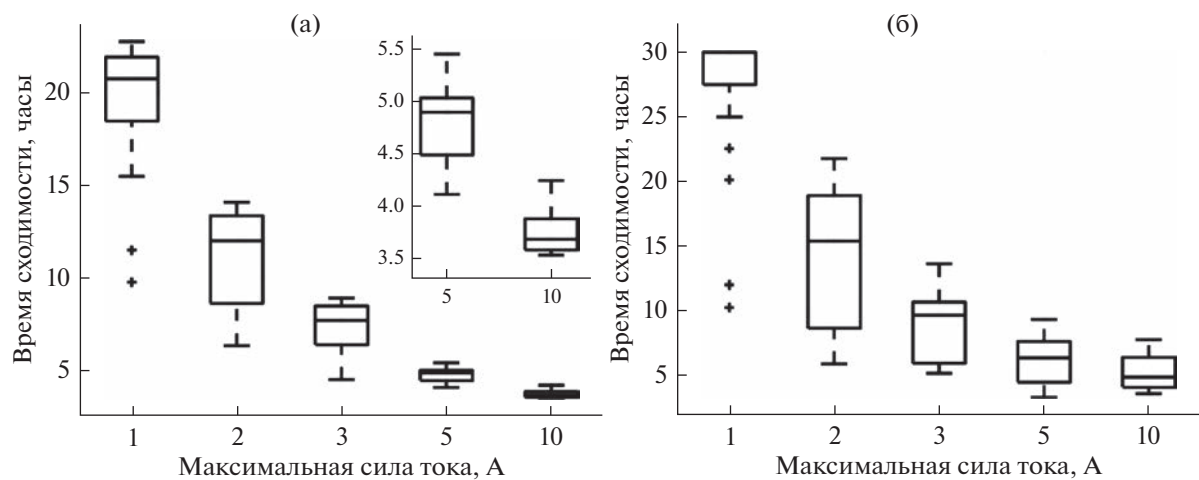


Рис. 10. Время сходимости орбитального (а) и углового (б) движения при различных ограничениях максимального тока.

ров моделирования. Будем считать, что достигнуто требуемое относительное поступательное движение, если относительный дрейф стал меньше некоторого порогового значения (в настоящей работе это $|C_1| < 0.1$ м). Численные расчеты показывают, что примерно это же время требуется и для достижения опорного углового движения (критерий сходимости для углового движения $|\omega_{rel}| < 10^{-5}$ рад/с).

Сначала будем устанавливать различные ограничения на величину максимального допустимого тока. Рассмотрим значения I_{max} на уровне 1, 2, 3, 5 и 10 А. При каждом значении тока проведем серию численных экспериментов с различными начальными условиями. Начальная угловая скорость тетраэдра как твердого тела равна 10^{-3} рад/с, но может иметь случайное направление. Результаты по-

казаны на рис. 10 в виде диаграммы размаха случайной величины времени сходимости. На диаграмме горизонтальная линия внутри прямоугольника обозначает медианное значение, выше и ниже нее в прямоугольнике находится 25% результатов, а также по 25% результатов находится выше и ниже прямоугольника. Из рисунка видно, что при более жестких ограничениях на максимальную величину тока время сходимости увеличивается, поскольку ограничения силы тока влияют на величину управляющего ускорения и момента. При дальнейшем уменьшении величины максимального тока время сходимости превышает время моделирования для заданных параметров системы.

Теперь зафиксируем величину максимального тока величиной 5 А и будем варьировать начальную высоту орбиты от 350 до 2000 км. При каждом значении также рассмотрим различные началь-

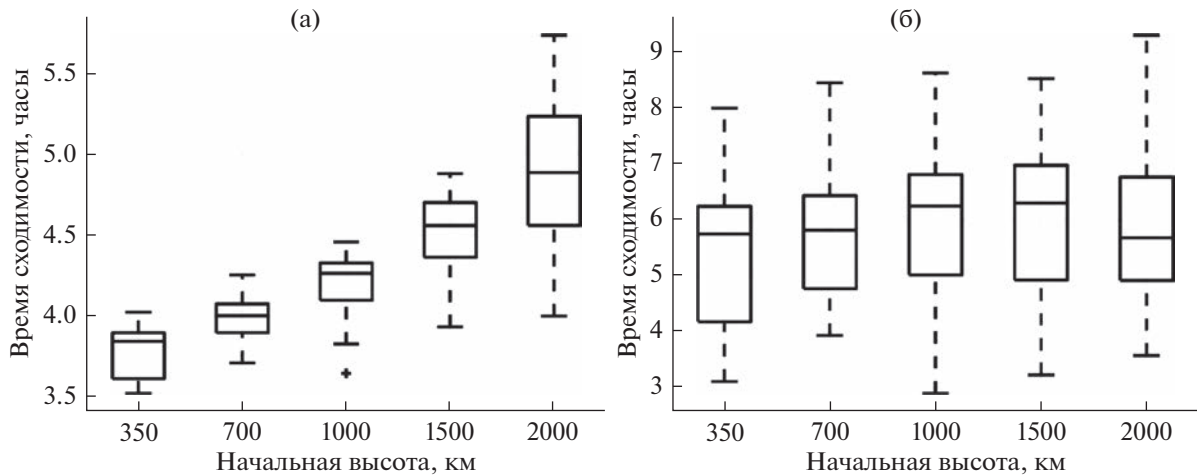


Рис. 11. Время сходимости орбитального (а) и углового (б) движения при различных начальных высотах орбиты.

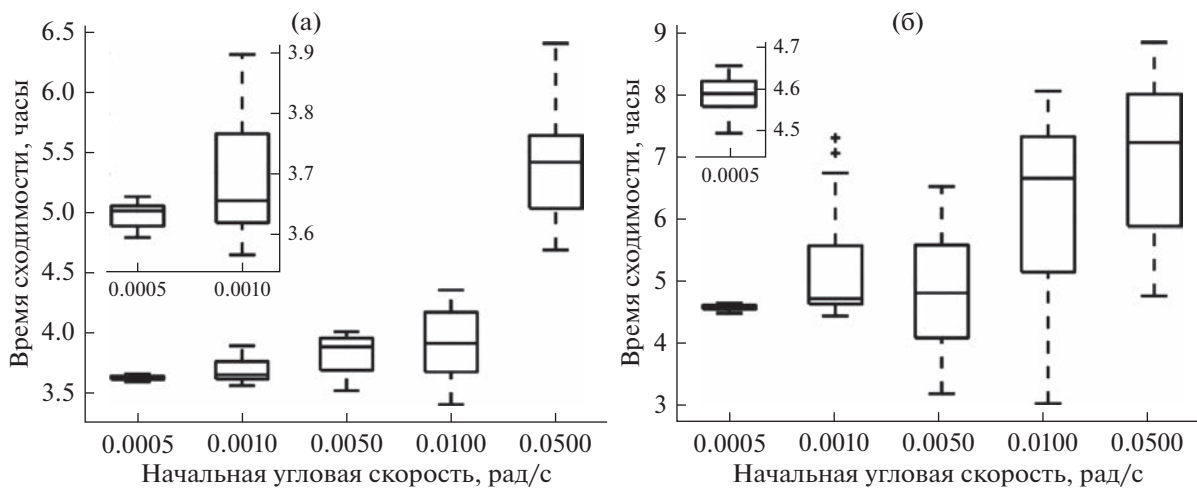


Рис. 12. Время сходимости орбитального (а) и углового (б) движения при различных начальных угловых скоростях.

ные условия с фиксированной величиной модуля угловой скорости 10^{-3} рад/с. Результаты приведены на рис. 11, откуда видно, насколько увеличивается время сходимости с увеличением высоты орбиты. Увеличение времени сходимости вызвано уменьшением величины геомагнитного поля, а следовательно, и уменьшением величины реализуемой силы Лоренца, что может приводить к все сильнее отличающимся реализованным управляющим ускорениям и моментам от требуемых. При значениях больше 2000 км система не успевает сойтись за 8 ч.

Так как системой управления решается задача одновременного достижения опорной траектории для углового и поступательного движения, то при различных начальных угловых скоростях будут получаться разные времена сходимости. С помощью метода Монте-Карло при фиксирован-

ном максимальном токе в стержнях тетраэдра 5 А и при заданной высоте орбиты 350 км проводилось математическое моделирование управляемого движения при различных начальных угловых скоростях, фиксированных по величине, но случайных по направлению. Результаты численного исследования представлены на рис. 12. Так как требуемая угловая скорость составляет 10^{-2} рад/с, то при начальных угловых скоростях около этого значения, но со случайным направлением в некоторых случаях моделирования требовалось даже несколько меньше времени для сходимости, чем при раскрутке до 10^{-2} рад/с от меньших значений. Однако при больших угловых скоростях системе управления приходилось прилагать усилия по уменьшению угловой скорости, что занимало больше времени.

Таким образом, параметрическое численное исследование требуемого времени сходимости с помощью метода Монте-Карло позволило выявить диапазон значений ряда параметров, при котором предложенное управление справляется с задачей достижения требуемого поступательного и углового движения за фиксированное время 8 ч и при заданных параметрах системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе продемонстрирована принципиальная возможность управления поступательным и угловым движением тросовой тетраэдральной формации с использованием силы Лоренца. Предложенный алгоритм управления справляется с задачей даже с учетом аппаратных ограничений на максимально возможную силу тока. Таким образом, подобная система может быть рассмотрена для применения на околоземных миссиях группового полета, в том числе на основе наноспутников, не имеющих бортовых двигателей для управления относительным движением. Однако управляемое движение требует дальнейшей верификации с использованием более детальных моделей с учетом гибкости тросов и сил натяжения в них. Особенный интерес представляет рассмотрение этапа управления при развертывании тросовой формации, представляющий наибольшую техническую сложность. Эти задачи планируется решить в дальнейшей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shirobokov M.G., Trofimov S.P.* Adaptive Neural Formation-Keeping Control for Satellites in a Low-Earth Orbit // *Cosmic Research*. 2021. V. 59. Iss. 6. P. 501–516. <https://doi.org/10.1134/S0010952521060113>
2. *Leonard C.L.* Formationkeeping of Spacecraft via Differential Drag. Master Thesis. Massachusetts Inst. Technol., 1986. <http://hdl.handle.net/1721.1/13358>
3. *Mashtakov Y., Ovchinnikov M., Petrova T. et al.* Two-satellite formation flying control by cell-structured solar sail // *Acta Astronaut.* 2020. V. 170. P. 592–600. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.02.024>
4. *Ivanov D., Gondar R., Monakhova U. et al.* Electromagnetic uncoordinated control of a ChipSats swarm using magnetorquers // *Acta Astronaut.* 2022. V. 192. P. 15–29. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.12.014>
5. *Shestakov S., Ivanov D., Ovchinnikov M.* Formation-Flying Momentum Exchange Control by Separate Mass // *J. Guid. Control. Dyn.* 2015. V. 38. Iss. 8. P. 1–10. <https://doi.org/10.2514/1.G001137>
6. *Peck M.A., Streetman B., Saaj C.M., Lappas V.* Spacecraft Formation Flying Using Lorentz Forces // *J. Br. Interplanet. Soc.* 2007. V. 60. Iss. 7. P. 263–267.
7. *Peck M.A.* Prospects and challenges for Lorentz-augmented orbits // *Collect. Tech. Papers – AIAA Guid. Navig. Control Conf.* 2005. V. 3. P. 1631–1646. <https://doi.org/10.2514/6.2005-5995>
8. *Schaffer L., Burns J.A.* Charged dust in planetary magnetospheres: Hamiltonian dynamics and numerical simulations for highly charged grains // *J. Geophys. Res. SP. Phys.* 1994. V. 99. Iss. A9. P. 17211–17223. <https://doi.org/10.1029/94JA01231>
9. *Saaj C.M., Lappas V., Richie D. et al.* Electrostatic forces for satellite swarm navigation and reconfiguration. Final report for Ariadna Study Id. AO 4919 05. ESA, 2006. 96 p.
10. *Liu J., Gangqiang L., Zhu Z.H. et al.* Automatic orbital maneuver for mega-constellations maintenance with electrodynamic tethers // *Aerospace Science and Technology*. 2020. V. 105. Art. ID. 105910. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2020.105910>
11. *Yang Y.-W., Cai H.* Extended time–delay autosynchronization method for libration control of electrodynamic tether using Lorentz force // *Acta Astronaut.* 2019. V. 159. P. 179–188. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.03.038>
12. *Lu H., Li A., Wang C., Zabolotnov Y.* Stability analysis and motion control of spinning electrodynamic tether system during transition into spin // *Acta Astronaut.* 2020. V. 177. 2019. P. 871–881. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.11.032>
13. *Voevodin P.S., Zabolotnov Y.M.* Analysis of the Dynamics and Choice of Parameters of an Electrodynamic Space Tether System in the Thrust Generation Mode // *Cosm. Res.* 2020. V. 58. Iss. 1. P. 42–52. <https://doi.org/10.1134/S0010952520010062>
14. *Ohkawa Y., Kawamoto S., Okumura T. et al.* Review of KITE – Electrodynamic tether experiment on the H-II Transfer Vehicle // *Acta Astronaut.* 2020. V. 177. 2019. P. 750–758. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.03.014>
15. *Kalenova V.I., Morozov V.M.* Stabilization of Satellite Relative Equilibrium Using Magnetic and Lorentzian Moments // *Cosm. Res.* 2021. V. 59. Iss. 5. P. 343–356. <https://doi.org/10.1134/S0010952521050051>
16. *Alexandrov A.Y., Tikhonov A.A.* Electrodynamic Control with Distributed Delay for AES Stabilization in an Equatorial Orbit // *Cosm. Res.* 2022. V. 60. Iss. 5. P. 366–374. <https://doi.org/10.1134/S0010952522040013>
17. *Kalenova V.I., Morozov V.M.* Novel approach to attitude stabilization of satellite using geomagnetic Lorentz forces // *Aerospace Science and Technology*. 2020. V. 106. Iss. 1. Art. ID. 106105. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2020.106105>
18. *Guzmán J.J., Edery A.* Mission design for the MMS tetrahedron formation // *IEEE Aerosp. Conf. Proc.* 2004. V. 1. P. 533–540. <https://doi.org/10.1109/AERO.2004.1367637>
19. *Shestakov S., Ovchinnikov M., Mashtakov Y.* Analytical approach to construction of tetrahedral satellite forma-

- tion // J. Guid. Control. Dyn. 2019. V. 42. Iss. 12. P. 2600–2614.
<https://doi.org/10.2514/1.G003913>
20. *Guerman A.D., Smirnov G.V., Paglione P., Seabra A.M.V.* Stationary configurations of a tetrahedral tethered satellite formation // J. Guid. Control. Dyn. 2008. V. 31. Iss. 2. P. 424–428.
<https://doi.org/10.2514/1.31979>
21. *Hill G.W.* Researches in the Lunar Theory // Am. J. Math. 1878. V. 1. P. 5–26.
22. *Ivanov D., Monakhova U., Ovchinnikov M.* Nanosatellites swarm deployment using decentralized differential drag-based control with communicational constraints // Acta Astronaut. 2019. V. 159. P. 646–657.
<https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.02.006>
23. *Mashtakov Y.V., Ovchinnikov M.Y., Tkachev S.S.* Study of the disturbances effect on small satellite route tracking accuracy // Acta Astronaut. 2016. V. 129. P. 22–31.
<https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.08.028>
24. *Барбашин Е.А.* Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1967.
25. *Кюнц Г.П., Крелле В.* Нелинейное программирование. М.: Советское радио, 1965.