

ОБЩАЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ  
ТЕХНИКА

УДК 537.621.3+621.317.421

РАСШИРЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ МАГНИТОМЕТРА  
С ПОЛЮСАМИ-ПОЛУСФЕРАМИ

© 2023 г. А. А. Сандуляк<sup>a</sup>, Д. А. Сандуляк<sup>a,\*</sup>, М. Н. Полисмакова<sup>a</sup>,  
В. А. Ершова<sup>a</sup>, А. В. Сандуляк<sup>a</sup>

<sup>a</sup>МИРЭА – Российский технологический университет  
Россия, 107076, Москва, ул. Стромынка, 20

\*e-mail: d.sandulyak@mail.ru

Поступила в редакцию 24.09.2022 г.

После доработки 05.11.2022 г.

Принята к публикации 17.12.2022 г.

Описан модернизированный магнитометр, работающий на пондеромоторном принципе, в котором специально используемые полюса сферической формы создают неоднородное магнитное поле с зонами с практически постоянными значениями магнитного градиента (MG) и/или магнитного силового фактора (MFF) в окрестностях экстремумов координатных зависимостей MG и MFF. Зоны MG<sub>const</sub> и MFF<sub>const</sub>, фиксируемые в магнитометре ограничителями в виде управляемых маркеров (лазерных), имеют индивидуальные значения координат их условных центров x<sub>extr</sub> и протяженностей Δx с допускаемой погрешностью изменения данных MG и MFF в пределах таких зон. Показано, что при разных взаимных расстояниях между полюсами-полусферами диаметром D зона MFF<sub>const</sub> в сравнении с зоной MG<sub>const</sub> располагается (по x<sub>extr</sub>/D) на треть ближе к межцентровой линии полюсов-полусфер и является настолько же менее протяженной (по Δx/D).

DOI: 10.31857/S0032816223030102, EDN: ISGMKU

## 1. ВВЕДЕНИЕ

К выполнению ряда исследований и измерений, связанных с действием неоднородного магнитного поля, нередко предъявляются те или иные требования по его неоднородности. Так, необходимым требованием может быть обеспечение сравнительно постоянного магнитного градиента (MG) такого неоднородного поля. В реально создаваемом неоднородном поле такому требованию, т.е. условию  $\text{grad}H \cong \text{const}$  или  $\text{grad}B \cong \text{const}$  (по напряженности поля H или по индукции B = μ<sub>0</sub>H, где μ<sub>0</sub> = 4π · 10<sup>-7</sup> Гн/м – магнитная константа), можно подчинить лишь определенную ограниченную зону – назовем ее зоной MG<sub>const</sub>. Необходимым требованием может быть также обеспечение сравнительно постоянных значений магнитного силового фактора (MFF), представляющего собой произведение HgradH или BgradB. В создаваемом неоднородном поле такому требованию, а именно условию  $H\text{grad}H \cong \text{const}$  или  $B\text{grad}B \cong \text{const}$ , тоже можно подчинить лишь ограниченную зону – назовем ее зоной MFF<sub>const</sub>.

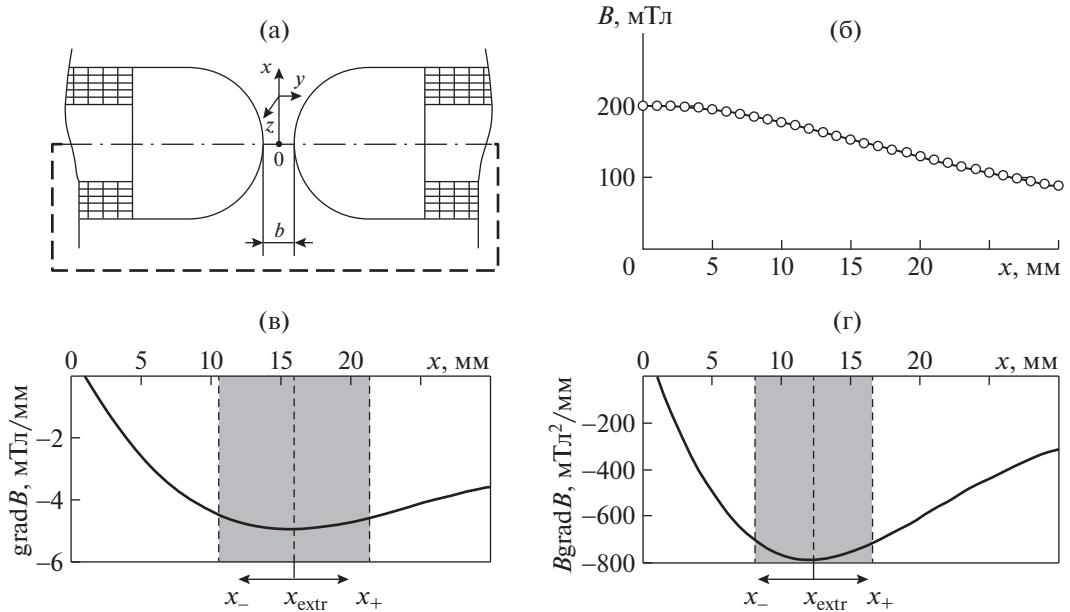
Подобные требования оговаривают, например, для магнитометров, которые для определения магнитной восприимчивости χ образцов малого объема V используют пондеромоторный

принцип Фарадея. Измеряемая ими величина – это пондеромоторная (магнитная) сила F<sub>m</sub>, которая действует на изучаемый образец в создаваемом неоднородном магнитном поле. Исходя из известных [1–6] идентичных выражений  $F_m = \mu_0 V \chi H \text{grad}H$  или  $F_m = V \chi B \text{grad}B / \mu_0$ , вычисляются значения χ:

$$\begin{aligned}\chi &= F_m / (\mu_0 V H \text{grad}H) \\ &\text{или} \\ \chi &= F_m \mu_0 / (V B \text{grad}B).\end{aligned}\quad (1)$$

Эти выражения указывают на то, что для повышения достоверности получаемых результатов изучаемый образец (хотя и малого объема, но все же обладающий реальными линейными размерами) следует размещать в той зоне неоднородного поля, где эту неоднородность можно считать практически постоянной. При этом по вопросу (пока дискуссионному) о том, какой из зон неоднородности, а именно MG<sub>const</sub> или MFF<sub>const</sub>, отдавать предпочтение при реализации такого вида магнитометрии, мнения пока неоднозначны [7–12].

Надо сказать, что применительно к действующим и предлагаемым магнитометрам объем аргументированных данных о наличии зон MG<sub>const</sub> или MFF<sub>const</sub>, их местоположении и размерах, к



**Рис. 1.** Магнитометр магнитного поля с зонами постоянной неоднородности: **а** – вариант использования полюсов-полусфер ( $b = 13$  мм,  $D = 100$  мм,  $I\omega = 12000$  А, где  $I$  – величина тока в обмотке с числом витков  $\omega$ ); **б** – пример координатной характеристики индукции – извилистой; **в** – соответствующая экстремальная характеристика MG; **г** – соответствующая экстремальная характеристика MFF; зоны MG<sub>const</sub> и MFF<sub>const</sub> затемнены.

сожалению, крайне невелик. Эти вопросы настолько не проработаны, что важные для пользователя сведения (типа паспортных) о координатных характеристиках MG и MFF, по которым можно было бы судить о самих зонах MG<sub>const</sub> и/или MFF<sub>const</sub>, отсутствуют.

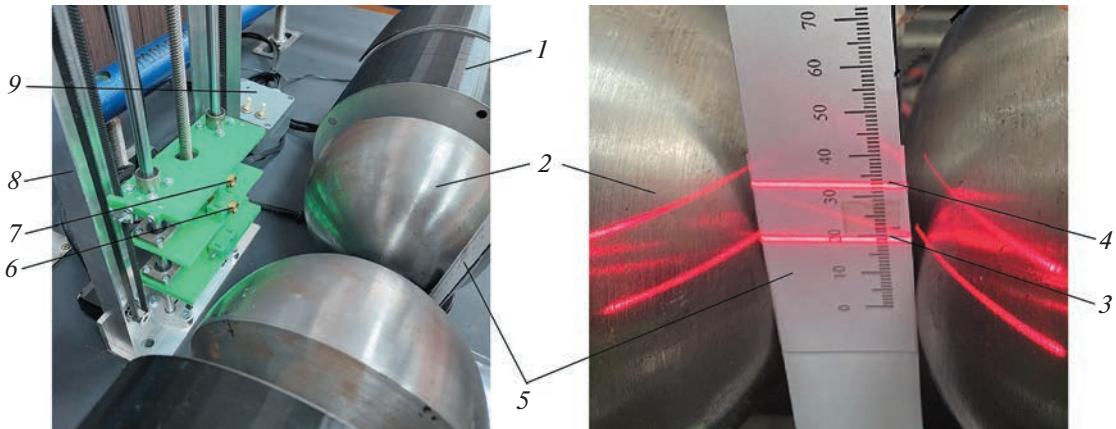
Задача создания такого неоднородного поля, в котором бы обеспечивалось наличие необходимых зон MG<sub>const</sub> и/или MFF<sub>const</sub> (с обоснованием их идентификации), оригинально решена в работах [13, 14] посредством использования в магнитометре полюсных наконечников сферической формы (элементы такой формы находят применение и в других задачах намагничивания [15]). Вместе с тем этот результативный подход к созданию зон MG<sub>const</sub> и MFF<sub>const</sub> (рабочих зон) пока недостаточно подкреплен конкретными научно-техническими решениями. Так, актуальный вопрос обоснования протяженности зон MG<sub>const</sub> и MFF<sub>const</sub> рассмотрен лишь частично – для зоны MG<sub>const</sub> – и то пока применительно лишь к одному диаметру полюсов-полусфер [16], в то время как пользователю важны более информативные, расширенные сведения о протяженности рабочих зон. К тому же отсутствуют предложения по крайне необходимым ограничителям рабочих зон магнитометра, причем предпочтительно бесконтактным и оперативно переустанавливаемым в зависимости от изменяемых от опыта к опыту таких параметров, как расстояние между полюсными наконечниками и их диаметр.

Рассмотрение этих вопросов и выработка соответствующих рекомендаций (опробованных в модернизированном магнитометре для расширения его функциональных возможностей) составили цель данной работы.

## 2. КОМПЛЕКТАЦИЯ МАГНИТОМЕТРА С ПОЛЮСАМИ-ПОЛУСФЕРАМИ И МОБИЛЬНЫМИ БЕСКОНТАКТНЫМИ ОГРАНИЧИТЕЛЯМИ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ

Предложенное в работах [13, 14] решение об использовании в электромагнитной системе магнитометра полюсных наконечников сферической формы имеет принципиальное значение. Так, координатная характеристика индукции  $B$  (или напряженности  $H$ ), получаемая по показанному на рис. 1а направлению  $x$  между расположенным на расстоянии  $b$  друг от друга полюсами-полусферами магнитометра (этую характеристику фактически несложно получить, пошагово перемещая датчик Холла тесламетра с помощью координатного столика [13, 14]), является извилистой линией (рис. 1б). Наличие на ней примечательного перегиба подтверждают многочисленные экспериментальные зависимости  $B$  от  $x$ , полученные в работах [13, 14, 17] с использованием полюсов-полусфер с диаметрами  $D = 100$  мм и 135 мм.

Такой тренд координатной характеристики  $B$  обусловливает (по математической логике) экс-



**Рис. 2.** Фотография модернизированного магнитометра и его рабочей зоны (для проведения в ней научных исследований и практических измерений). 1 – намагничиваемые обмотки; 2 – магнитопровод с полюсными наконечниками полусферами; 3, 4 – нижний и верхний бесконтактные ограничители в виде световых маркеров; 5 – неферромагнитный отражатель; 6 и 7 – нижний и верхний лазерные модули; 8 – неферромагнитная рамная конструкция; 9 – плата управления.

тремальный вид координатных характеристик MG (рис. 1в), а также MFF (рис. 1г) [13] и тем самым наличие в окрестности соответствующих экстремумов как зоны сравнительно постоянного магнитного градиента, т.е.  $MG_{\text{const}}$ , так и зоны сравнительно постоянного магнитного силового фактора, т.е.  $MFF_{\text{const}}$ .

В качестве ограничителей этих зон обычно применяются механические средства (упоры), что затрудняет выполнение экспериментов, так как они загромождают межполюсное пространство и снижают оперативность измерений, особенно при вынужденном изменении параметров  $b$  и  $D$  в магнитометре.

На рис. 2 показан модернизированный магнитометр, используемый для проведения научных исследований и практических измерений. Преимущество модернизированного магнитометра состоит в том, что, помимо обычного использования основных элементов магнитометра, таких как намагничиваемая обмотка 1 магнитопровода с полюсными наконечниками 2 (здесь полусферами диаметром  $D$ , удаленными друг от друга на устанавливаемое для проведения исследований и измерений расстояние  $b$ ), он укомплектован ограничителями 3, 4 (указывающими на границы рабочей зоны), которые являются бесконтактными и исключают применение дополнительных механических средств.

Ограничители 3 и 4 (см. рис. 2) представляют собой два световых маркера (в виде узких полос) на неферромагнитном отражателе 5. Те или иные положения этих световых маркеров-ограничителей оперативно устанавливаются посредством целевого перемещения источников света (в частности, лазерных модулей 6 и 7, закрепленных на неферромагнитной рамной конструкции 8).

Управление перемещением (независимым друг от друга) лазерных модулей 6 и 7 обеспечивается типовой платой управления 9 (с возможностью соответствующего программирования при помощи персонального компьютера). Она выполняет команду по установке световых маркеров-ограничителей 3 и 4 (в зависимости от изменяемых от опыта к опыту параметров  $b$  и  $D$ ) при помощи, например, шагового двигателя и ременной передачи.

### 3. ПОЛОЖЕНИЕ ЗОН (ЦЕНТРОВ) $MG_{\text{const}}$ И $MFF_{\text{const}}$ В МАГНИТОМЕТРЕ

Одна из многочисленных, сходных между собой по виду [13], опытных зависимостей  $B$  от  $x$  показана на рис. 1б. При характерном извилистом тренде такой зависимости ее производная  $\partial B / \partial x$  приобретает ожидаемый вид – с экстремумом (см. рис. 1в). При этом здесь фактически  $\partial B / \partial x \cong \cong \partial B / \partial x \cong \text{grad}B$  с учетом того, что по направлениям  $y$  и  $z$  (см. рис. 1а), исходящим из любой точки на оси  $x$ , вблизи оси  $\partial B / \partial y \rightarrow 0$  и  $\partial B / \partial z \rightarrow 0$  [18]. Значит, зона в окрестности экстремума получаемой (см. рис. 1в) координатной характеристики магнитного градиента (MG) – это зона практического постоянного градиента [13], т.е. зона  $MG_{\text{const}}$  (или, что то же, зона  $(\text{grad}B)_{\text{const}}$ ) с легко идентифицируемой (как визуально, так и по результатам обработки данных в программе) координатой этого экстремума  $x = x_{\text{extr}}$ . Ее можно находить также по расчетной формуле из работы [19], если полином четвертой степени, приемлемый для аппроксимации данных индукции  $B$  (линия на рис. 1б), аналитически исследовать на экстремум.

Для иллюстрируемого частного случая координата экстремума характеристики MG (условного центра зоны  $MG_{\text{const}}$ )  $x_{\text{extr}} \cong 16$  мм (рис. 1в), и,

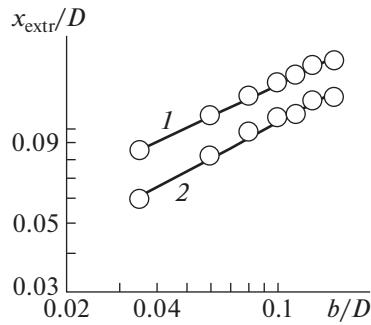


Рис. 3. Зависимости относительной координаты  $x_{\text{extr}}$  центра зоны  $\text{MG}_{\text{const}}$  (1) и центра зоны  $\text{MFF}_{\text{const}}$  (2) от относительного расстояния  $b/D$  между полюсами-полусферами.

что важно, эта величина практически не зависит от  $I\omega$  (где  $I$  – величина тока в обмотке с числом витков  $\omega$ ) по меньшей мере в диапазоне  $I\omega = 3000–22500 \text{ A}$  [16, 19]. Аналогично определяются значения  $x_{\text{extr}}$  при других межполюсных расстояниях  $b$  [19] (для диапазона  $b = 3.5–15.3 \text{ mm}$ ) и при тех же значениях  $I\omega$  (тоже не влияющих на  $x_{\text{extr}}$ ). Исходя из подтвержденного в работе [17] подобия трендов родственных координатных зависимостей ( $B$ , MG и MFF) для полюсов-полусфер разного диаметра  $D$ , предпочтительно оперировать относительными, как более универсальными и обобщающими, величинами:  $x_{\text{extr}}/D$  и  $b/D$ . Соответствующая зависимость показана на рис. 3 (линия 1).

По данным  $B$  и  $\text{grad}B$  можно получить произведения  $B\text{grad}B$ , т.е. значения магнитного силового фактора (MFF) и его соответствующую координатную (по  $x$ ) характеристику. Используя, например, данные рис. 1б, 1в, легко убедиться, что получаемая зависимость параметра  $B\text{grad}B$  от  $x$  тоже имеет экстремальный вид (рис. 1г). Это свидетельствует о наличии зоны  $\text{MFF}_{\text{const}}$  (или, что то же, зоны  $(B\text{grad}B)_{\text{const}}$ ) с идентифицируемой (как визуально, так и по результатам обработки данных в программе) координатой этого экстремума  $x = x_{\text{extr}}$ . Для иллюстрируемой на рис. 1г частной зависимости, т.е. при межполюсном расстоянии  $b = 13 \text{ mm}$ , а также и при значениях  $b$  в диапазоне  $3.5–15.3 \text{ mm}$ , координата экстремума  $x_{\text{extr}}$  (условного центра зоны  $\text{MFF}_{\text{const}}$ ) практически не зависит от  $I\omega$  [19] (в оговоренном диапазоне  $I\omega$ ). Получаемые значения  $x_{\text{extr}}$  при разных  $b$  [19], как и ранее, целесообразно представлять в более универсальном обобщающем виде:  $x_{\text{extr}}/D$  от  $b/D$ , как это показано на рис. 3 (линия 2).

Заметим, что обе зависимости от  $b/D$  относительных координат  $x_{\text{extr}}/D$  центров зон  $\text{MG}_{\text{const}}$  и  $\text{MFF}_{\text{const}}$  (рис. 3, линии 1 и 2), будучи изображенными в логарифмических координатах, в выбран-

ном диапазоне  $b/D = 0.035–0.153$  хорошо квазилинеаризуются, а значит, могут быть описаны функционально идентичными выражениями степенного вида:

$$\frac{x_{\text{extr}}}{D} = A_G \left( \frac{b}{D} \right)^{0.5}; \quad \frac{x_{\text{extr}}}{D} = A_F \left( \frac{b}{D} \right)^{0.5}, \quad (2)$$

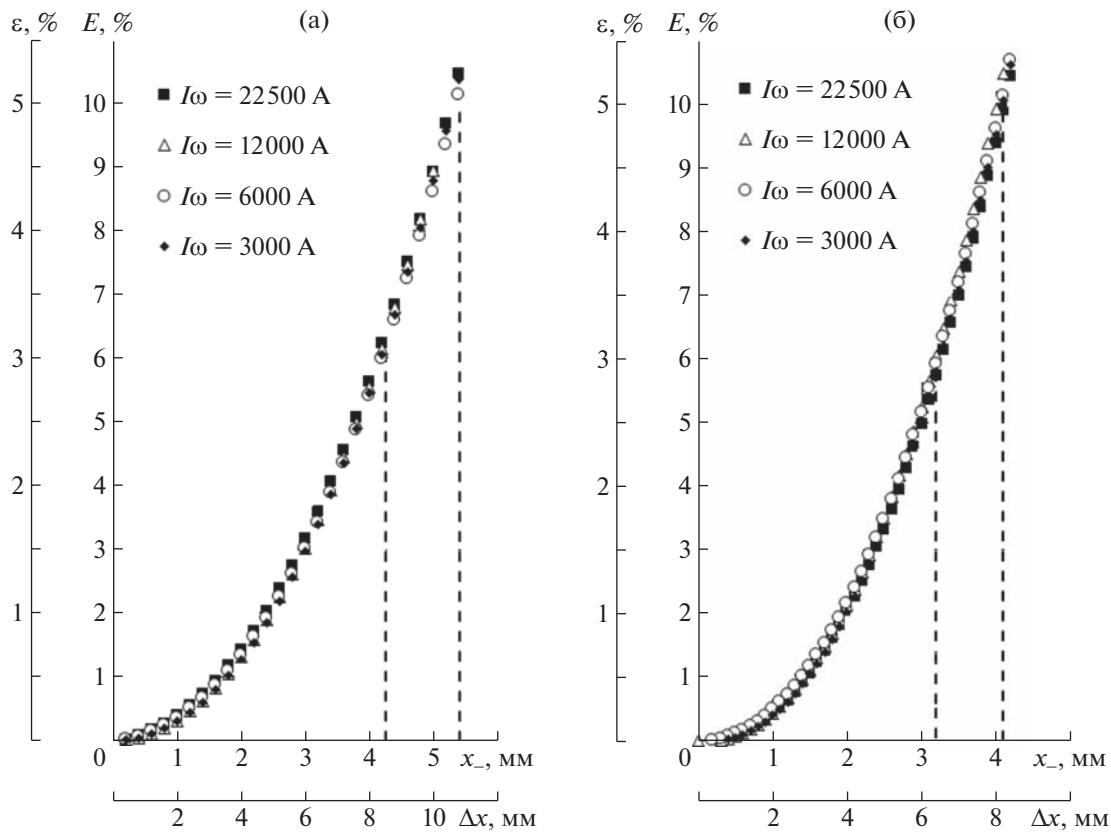
где показатель степени при аргументе  $b/D$  в обоих случаях равен 0.5, а значения коэффициентов  $A_G = 0.44–0.45$  для зоны  $\text{MG}_{\text{const}}$  (формула слева) и  $A_F = 0.33–0.34$  для зоны  $\text{MFF}_{\text{const}}$  (формула справа).

Ввиду того что выражения (2) различаются только значениями коэффициентов  $A_G$  и  $A_F$ , по меньшей мере в диапазоне  $b/D = 0.035–0.153$  взаимная дислокация условных центров зон  $\text{MG}_{\text{const}}$  и  $\text{MFF}_{\text{const}}$  остается практически неизменной: отношение координат  $x_{\text{extr}}/D$  этих центров (как отношение  $A_G$  к  $A_F$ ) составляет в среднем 1.33.

#### 4. ПРОТЯЖЕННОСТИ ЗОН $\text{MG}_{\text{const}}$ И $\text{MFF}_{\text{const}}$ В МАГНИТОМЕТРЕ

Протяженности зон  $\text{MG}_{\text{const}}$  и  $\text{MFF}_{\text{const}}$  в окрестности экстремума магнитного градиента (MG) и экстремума магнитного силового фактора (MFF) можно оценивать, задавая то или иное ограничиваемое (условно нормативное) отклонение значений  $\text{grad}B$  и  $B\text{grad}B$  от их определенных контрольных значений. Такая оценка, но лишь для зон  $\text{MG}_{\text{const}}$ , оговаривалась ранее в работе [13], но в количественном виде приведена в работе [16] на примере зависимостей, подобных показанной на рис. 1в.

Показателем в таких оценках, как принято в работе [16], удобно брать сначала относительное отличие текущих значений интересующего нас параметра (здесь и далее – по модулю), т.е.  $\text{grad}B$  или  $B\text{grad}B$ , от его значения в экстремуме, т.е.  $(\text{grad}B)_{\text{extr}}$  или  $(B\text{grad}B)_{\text{extr}}$ . Величины  $(\text{grad}B)_{\text{extr}}$  и  $(B\text{grad}B)_{\text{extr}}$  фиксированы и потому пока приемлемы в качестве контрольных. Для зоны  $\text{MG}_{\text{const}}$  такой показатель  $E = |(\text{grad}B)_{\text{extr}} - \text{grad}B| / (\text{grad}B)_{\text{extr}}$ , а для зоны  $\text{MFF}_{\text{const}}$  –  $E = |(B\text{grad}B)_{\text{extr}} - B\text{grad}B| / (B\text{grad}B)_{\text{extr}}$ . Используя характеристики MG и MFF (как на рис. 1в, 1г), стартуя от экстремумов, считывают контрольные данные  $(\text{grad}B)_{\text{extr}}$  и  $(B\text{grad}B)_{\text{extr}}$  и, далее, текущие данные  $\text{grad}B$  и  $B\text{grad}B$  при пошаговом смещении. Поскольку как для зоны  $\text{MG}_{\text{const}}$ , так и для зоны  $\text{MFF}_{\text{const}}$  их смежные полузоны (до экстремума и после него) не строго симметричны, смещающаяся следует влево от экстремума полузону. На рис. 1в, 1г направление смещения показано стрелкой внизу, величина смещения (от координаты экстремума  $x_{\text{extr}}$ ) обозначена как  $x_-$ . Выбор именно такого направления смещения (влево) оправдан ввиду более крутых (чем вправо) трендов характеристик



**Рис. 4.** Значения показателей  $E$  и  $\varepsilon$ , характеризующих отклонения текущих данных MG (а) и MFF (б) от их контрольных (для зон  $MG_{\text{const}}$  и  $MFF_{\text{const}}$ ) значений, для различных значений  $I\omega$ . Установлены по данным рис. 1в, 1г при пошаговом смещении  $x_-$  от экстремумов MG и MFF, а также при выборе (нормативно ограничивающем) протяженности  $\Delta x \geq 2x_-$  зон  $MG_{\text{const}}$  и  $MFF_{\text{const}}$ .

$\text{grad}B$  и  $B\text{grad}B$ . Тогда при условном смещении вправо (рис. 1в, 1г), где тренды характеристик  $\text{grad}B$  и  $B\text{grad}B$  менее крутые (величина смещения обозначена как  $x_+$ ), при  $x_+ = x_-$  результат оценки протяженности  $\Delta x \cong 2x_-$  той или иной зоны вполне удовлетворяет устанавливаемым ограничениям.

Количественная оценка протяженности  $\Delta x$  одной из зон, а именно зоны  $MG_{\text{const}}$ , демонстрируется на том же примере экстремальной зависимости  $\text{grad}B$  от  $x$  на рис. 1в. Стартуя от ее экстремума (рис. 1в), в котором  $\text{grad}B = (\text{grad}B)_{\text{extr}}$ , при увеличении  $x_-$  считывают текущие данные  $\text{grad}B$  и определяют возрастающие значения показателя  $E$  (рис. 4а). В частности, этот рост (одинаковый для разных  $I\omega$ ) достигает значения  $E \cong 10\%$  при  $x_- = 5.4$  мм и соответственно  $\Delta x \cong 2x_- \cong 10.8$  мм (рис. 4а, дополнительная ось абсцисс  $\Delta x$ ).

Теперь, когда по такому значению  $E$  установлена протяженность полузоны  $x_-$  (рис. 4а), можно, используя данные рис. 1в, зафиксировать значение градиента на ее границе, т.е.  $(\text{grad}B)_Z$ , и найти среднее для полузоны (и зоны в целом) значение

градиента:  $\langle \text{grad } B \rangle = [(\text{grad}B)_Z + (\text{grad}B)_{\text{extr}}]/2$ . Тогда отклонения текущих значений  $\text{grad}B$  наиболее объективно оценивать по отношению к  $\langle \text{grad } B \rangle$  как к фактически контролльному значению. Тем самым можно перейти от первоначального показателя  $E$ , благодаря которому все же удается предварительно судить о протяженности зоны  $MG_{\text{const}}$ , к более объективному показателю  $\varepsilon = (\langle \text{grad } B \rangle - \text{grad}B)/\langle \text{grad } B \rangle \cong E/2$ . Значит, указанная зона протяженностью  $\Delta x \cong 2x_- \cong 10.8$  мм ( $\Delta x/D = 0.108$ ) в окрестности экстремума с координатой  $x_{\text{extr}} = 16$  мм ( $x_{\text{extr}}/D = 0.16$ ), согласно рис. 4а (дополнительная ось ординат  $\varepsilon$ ), соответствует зоне  $MG_{\text{const}}$  при фактическом условии  $\varepsilon \cong 5\%$ , так как отражает допустимое отклонение текущих значений  $\text{grad}B$  именно от среднего значения  $\langle \text{grad } B \rangle$ .

Условие для оценки протяженности  $\Delta x$  зоны  $MG_{\text{const}}$  можно варьировать, например ужесточить, ограничивая отклонения  $\text{grad}B$  по отношению к  $\langle \text{grad } B \rangle$  значением  $\varepsilon \cong 3\%$  или, что то же, значением  $E \cong 6\%$  по отношению к  $(\text{grad}B)_{\text{extr}}$ . То-

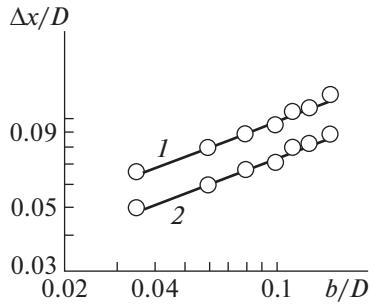


Рис. 5. Зависимости относительной протяженности  $\Delta x/D$  зоны  $MG_{const}$  (1) и зоны  $MFF_{const}$  (2) от относительного расстояния  $b/D$  между полюсами-полусферами при условии отклонения текущих данных  $MG$  и  $MFF$  от их усредненных (для зон  $MG_{const}$  и  $MFF_{const}$ ) значений не более чем на 5%.

гда, по данным рис. 4а и рис. 1в, при изменившихся значениях  $(gradB)_Z$  и  $\langle grad B \rangle$  и уменьшившемся до  $x_- = 4.25$  мм смещении зона  $MG_{const}$  сужится до  $\Delta x \cong 2x_- \cong 8.5$  мм ( $\Delta x/D = 0.085$ ).

Реализация описанного подхода к зависимостям, подобным представленной на рис. 1в, но получаемым при других межполюсных расстояниях  $b$  [19], приводит к зависимостям относительной протяженности  $\Delta x/D$  зон  $MG_{const}$  от  $b/D$ . Одна из них показана на рис. 5 (линия 1) при условии, что в пределах зоны  $MG_{const}$  текущие значения  $gradB$  отличаются от усредненных значений  $\langle grad B \rangle$  на величину, в частности, не более чем на  $\epsilon \cong 5\%$ .

Количественная же оценка (ранее не проводившаяся) протяженности  $\Delta x$  другой зоны, а именно зоны  $MFF_{const}$ , сходна с описанной выше оценкой. Так, используя пример экстремальной зависимости  $BgradB$  от  $x$  на рис. 1г и стараясь от экстремума, в котором  $BgradB = (BgradB)_{extr}$ , при увеличении  $x_-$  считывают текущие данные  $BgradB$  и определяют возрастающие значения показателя  $E$  (рис. 4б). Этот рост (одинаковый для разных  $I\omega$ ) достигает, в частности,  $E \cong 10\%$  при  $x_- = 4.05$  мм. Следовательно, здесь  $\Delta x \cong 2x_- \cong 8.1$  мм (рис. 4б, дополнительная ось абсцисс  $\Delta x$ ), т.е. здесь  $\Delta x$  меньше, чем значение  $\Delta x$  для аналогичной по  $E$  зоны  $MG_{const}$  (рис. 4а).

Когда, исходя из такого значения показателя  $E$ , установлена протяженность  $x_-$  полузоны (рис. 4б), можно, используя данные рис. 1г, зафиксировать значение силового фактора на границе этой полузоны, т.е.  $(BgradB)_Z$ , и найти среднее для полузоны (и зоны  $MFF_{const}$  в целом) значение силового фактора:  $\langle B grad B \rangle = [(BgradB)_Z + (BgradB)_{extr}]/2$ . Тогда отклонения текущих значений  $BgradB$  следует оценивать по отношению уже к  $\langle B grad B \rangle$

как к фактически контролльному значению и перейти от показателя  $E$  (который сыграл свою роль первоначального количественного критерия протяженности зоны  $MFF_{const}$ ) к более объективному показателю  $\epsilon = [\langle B grad B \rangle - BgradB]/\langle B grad B \rangle \cong \cong E/2$ . Следовательно, при такой трактовке, судя по данным на рис. 1г и рис. 4б (дополнительная ось ординат  $\epsilon$ ), указанная протяженность  $\Delta x \cong 2x_- \cong 8.1$  мм ( $\Delta x/D = 0.081$ ) зоны  $MFF_{const}$  оценивается с фактической погрешностью до  $\epsilon \cong 5\%$ .

Если изменения  $BgradB$  по отношению к  $\langle B grad B \rangle$  в пределах искомой зоны  $MFF_{const}$  ограничить более жестким условием, например  $\epsilon \cong 3\%$ , или, что то же, условием  $E \cong 6\%$  по отношению к  $(BgradB)_{extr}$ , то протяженность  $\Delta x$  такой зоны уменьшится. Так, если мы используем данные рис. 4б и рис. 1г, то при изменившихся значениях  $(BgradB)_Z$  и  $\langle B grad B \rangle$  получаем  $x_- = 3.23$  мм, а соответствующая (уменьшенная) протяженность зоны  $MFF_{const}$  имеет следующее значение:  $\Delta x \cong 2x_- \cong 6.46$  мм (и  $\Delta x/D = 0.065$ ).

Описанный подход к оценке протяженности  $\Delta x$  зоны  $MFF_{const}$  нетрудно реализовать и по другим (подобным приведенным на рис. 1г) зависимостям, полученным в работах [17, 19] при различных  $b$ . На рис. 5 (линия 2) показан пример зависимости  $\Delta x/D$  от  $b/D$  при не столь жестком условии: текущие значения  $BgradB$  отличаются от усредненных  $\langle B grad B \rangle$  не более чем на  $\epsilon \cong 5\%$ .

Заметим, что в оговоренном диапазоне относительного расстояния  $b/D$  между полюсами-полусферами диаметром  $D$  данные по относительной протяженности  $\Delta x/D$  зон  $MG_{const}$  и  $MFF_{const}$  (частично показаны на рис. 5) в логарифмических координатах неплохо квазилинеаризуются. Значит, функционально они аппроксимируются зависимостями степенного вида:

$$\frac{\Delta x}{D} = T_G \left( \frac{b}{D} \right)^{0.4}; \frac{\Delta x}{D} = T_F \left( \frac{b}{D} \right)^{0.4}; \quad (3)$$

где показатель степени при аргументе  $b/D$  в обоих случаях равен 0.4, а значения коэффициентов  $T_G$  для зоны  $MG_{const}$  (формула слева) равны 0.24–0.25 и 0.19–0.2 при ограничениях  $\epsilon \cong 5\%$  и  $\epsilon \cong 3\%$  соответственно, а значения коэффициентов  $T_F$  для зоны  $MFF_{const}$  (формула справа) – 0.18–0.19 и 0.14–0.15 при таких же ограничениях соответственно.

Эти выражения, различающиеся только значениями коэффициентов  $T_G$  и  $T_F$ , свидетельствуют о том, что по меньшей мере в оговоренном диапазоне  $b/D$  взаимное отношение размеров (протяженностей) зон  $MG_{const}$  и  $MFF_{const}$  остается практически неизменным – в среднем 1.33 (отношение  $T_G$  к  $T_F$ ). Эта величина соответствует и установленной выше величине взаимной дислокации центров зон  $MG_{const}$  и  $MFF_{const}$ . Следова-

тельно, зона  $MFF_{\text{const}}$  в сравнении с зоной  $MG_{\text{const}}$  располагается (по параметру  $x_{\text{extr}}/D$ ) практически на треть ближе к межцентровой линии полюсов-полусфер и является настолько же менее протяженной (по параметру  $\Delta x/D$ ).

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В магнитометре, работающем на пондеромоторном принципе определения магнитной проницаемости малообъемных образцов (или на магнитно-реологическом принципе определения магнитной восприимчивости отдельных частиц [16]), целесообразно использовать полюсные наконечники сферической формы. В этом случае создается неоднородное магнитное поле, в котором имеются зоны с практически постоянными значениями магнитного градиента (MG) и/или магнитного силового фактора (MFF). Получаемые экстремальные по виду координатные зависимости MG и MFF указывают на зоны в окрестности их экстремумов как зоны практически постоянных (при допускаемой погрешности, например, 5% или 3%) значений MG и MFF (т.е. зоны  $MG_{\text{const}}$  и  $MFF_{\text{const}}$ ) с координатами их условных центров  $x_{\text{extr}}$  и данными их допускаемой протяженности  $\Delta x$  (они фиксируются в модернизированном магнитометре управляемыми ограничителями – лазерными маркерами). Зависимости  $x_{\text{extr}}/D$  от  $b/D$  для зон  $MG_{\text{const}}$  и  $MFF_{\text{const}}$  ( $D$  и  $b$  – диаметр полюсов-полусфер и расстояние между ними) взаимно сходны функционально: расчетное выражение с показателем степени 0.5. Зависимости  $\Delta x/D$  от  $b/D$  для этих зон тоже взаимно сходны: функциональное расчетное выражение с показателем степени 0.4. При этом значение  $x_{\text{extr}}/D$  и  $\Delta x/D$  для зон  $MFF_{\text{const}}$  практически в 1.33 раза меньше, чем для зон  $MG_{\text{const}}$ .

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследование выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках госзадания в сфере науки (проект № 0706-2020-0024).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Liu Y.-L., Li D.-W., He J., Xie X.-Z., Chen D., Yan E.-K., Ye Y.-J., Yin D.-C.* // Rev. Scient. Instrum. 2018. V. 89. P. 105103.  
<https://doi.org/10.1063/1.5016570>
- Zeng J., Tong X., Yi F., Chen L.* // Minerals. 2019. V. 9 (9). P. 509.  
<https://doi.org/10.3390/min9090509>
- Hu K., Sun J., Guo Z., Wang P., Chen Q., Ma M., Gu N.* // Advanced Materials. 2015. V. 27. P. 2507.  
<https://doi.org/10.1002/adma.201405757>
- Mariani G., Fabbri M., Negrini F., Ribani P.L.* // Separation and Purification Technology. 2010. V. 72. P. 147.  
<https://doi.org/10.1016/j.seppur.2010.01.017>
- Xue Z., Wang Y., Zheng X., Lu D., Li X.* // Separation and Purification Technology. 2020. V. 237. P. 116375.  
<https://doi.org/10.1016/j.seppur.2019.116375>
- Baik S.K., Ha D.W., Ko R.W., Kwon J.M.* // Physica C: Superconductivity. 2012. V. 480. P. 111.  
<https://doi.org/10.1016/j.physc.2012.04.036>
- Hosu B.G., Jakab K., Bánki P., Toth F.I., Forgacs G.* // Rev. Scient. Instrum. 2003. V. 74 (9). P. 41583.  
<https://doi.org/10.1063/1.1599066#>
- Казин П.Е., Кульбакин И.В.* Методы исследования магнитных свойств материалов. М.: МГУ, 2011.
- Cape J.A., Young R.A.* // Rev. Scient. Instrum. 1971. V. 42 (7). P. 1061.  
<https://doi.org/10.1063/1.1685279>
- Quinn R.K., Knauer R.C.* // Rev. Scient. Instrum. 1972. V. 43 (10). P. 1543.
- Petersson L., Ehrenberg A.* // Rev. Scient. Instrum. 1985. V. 56 (4). P. 575.
- Marcon P., Ostanina K.* // PIERS Proceedings. Malaysia, Kuala Lumpur, March 27–30. 2012. P. 420.
- Сандуляк А.А., Сандуляк А.В., Полисмакова М.Н., Киселев Д.О., Ершова В.А., Сандуляк Д.А.* // ПТЭ. 2018. № 1. С. 109.  
<https://doi.org/10.7868/S0032816218010342>
- Sandulyak A.A., Sandulyak A.V., Polismakova M., Ershova V., Sandulyak D., Kiselev D.* // Applied Physics, System Science and Computers (APSAC 2017). Lecture Notes in Electrical Engineering. V. 428. Springer, 2017.
- Сандуляк А.А., Сандуляк Д.А., Горпиненко Ю.О., Ершова В.А., Сандуляк А.В.* // Российский технологический журнал. 2021. Т. 9. № 5. С. 36.  
<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2021-9-5-36-44>
- Sandulyak A.A., Polismakova M.N., Sandulyak D.A., Sandulyak A.V., Ershova V.A.* // Glass and Ceramics. 2021. V. 78 (3). P. 104.  
<https://doi.org/10.1007/s10717-021-00356-2>
- Сандуляк А.А., Киселев Д.О., Полисмакова М.Н., Сандуляк А.В., Сандуляк Д.А.* // Сборник материалов III Международной научно-практической конференции “Актуальные направления научных исследований: перспективы развития”. Челябинск: ЦНС “Интерактив плюс”, 2017. С. 137.
- Сандуляк А.А., Киселев Д.О., Сандуляк А.В., Полисмакова М.Н., Сандуляк Д.А.* // Приборы. 2017. № 10. С. 4.
- Сандуляк А.А., Сандуляк А.В., Полисмакова М.Н., Киселев Д.О., Сандуляк Д.А.* // Российский технологический журнал. 2017. Т. 5. № 2. С. 57.  
<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2017-5-2-57-69>