ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА 2023, том 87, № 1, с. 26–35

УДК 533.6.011.8

ГИПЕРЗВУКОВОЕ НЕРАВНОВЕСНОЕ ОБТЕКАНИЕ ОСТРОЙ КРОМКИ

© 2023 г. А. Л. Анкудинов[1,*]

[1]ФГУП ЦАГИ, Жуковский Моск. обл., Россия
**e-mail: ankudin2@yandex.ru*

Поступила в редакцию 18.11.2022 г.
После доработки 08.12.2022 г.
Принята к публикации 15.12.2022 г.

Сформулирована регуляризованная задача для описания течения молекулярного газа в гиперзвуковом макрокинетическом неравновесном тонком вязком ударном слое (кинетическом ТВУС) вблизи острой кромки. Показано, что решение регуляризованной задачи кинетического ТВУС на острой кромке в части описания трения и теплообмена совпадает с решением аналога этой ТВУС-задачи в модели Навье–Стокса. Показано, что в кинетическом ТВУС напряжение трения и нормальный тепловой поток на стенке в окрестности острой кромки идентичны с соответствующими величинами в ТВУС для модели Навье–Стокса. Указано на подобие течений около острой кромки в кинетическом варианте ТВУС модели Навье–Стокса. Указан способ построения решения задачи кинетического ТВУС для окрестности острой кромки на основе ТВУС-решения в рамках модели Навье–Стокса. Получена формула для вычисления давления на поверхности в кинетическом ТВУС-течении вблизи острой кромки через компоненты решения (на стенке) задачи ТВУС полученной в рамках модели Навье–Стокса.

Ключевые слова: кинетический тонкий вязкий ударный слой, многоатомный однокомпонентный газ, неравновесность, острая кромка, корреляция, кинетическое давление

DOI: 10.31857/S0032823523010034, **EDN:** HUNSTT

1. Введение. Рассматриваемая задача обтекания относится к тому разделу современной высокоскоростной (и высотной) аэротермодинамики, который ориентирован, прежде всего, на практические проблемы аэрокосмоса (вход объекта в атмосферу планет, полет аэрокосмического аппарата, суборбитальный полет и др.) и, соответственно, на режимы течения газа выходящие за пределы модели Навье–Стокса, требующие неконтинуальных инструментов исследования потока, привлечения средств, прежде всего, молекулярно-кинетической теории газов.

Статьи по этой тематике в текущей научной периодике [1–6] дают знание о подобного рода средствах (полезно соединенное с их сопоставительным анализом [3]), а также знание о состоянии проблемы в целом, тенденциях и приоритетах в данной сфере вязкого гиперзвука.

Исследования последнего периода посвящены важным вопросам аэродинамики высоких скоростей, результаты их представляют несомненный интерес как в научном, так и в прикладном плане.

В методологиях же изучения высокоскоростных переходных режимов явно наблюдается уклон в сторону макроскопических средств анализа течений и привлечения идеологии вязкого ударного слоя.

Принятый в данной работе макрокинетический моментный способ анализа течения в переходной области относится к той же категории континуальных ударнослоевых средств, что используются в большинстве перечисленных исследований, но отличается тем обстоятельством, что целиком базируется на кинетической теории газов (кинетический ТВУС).

Среди набора современных способов изучения течений переходного режима безусловным лидером представляется метод прямого статистического моделирования. Однако при всех его достоинствах, будучи достаточно ограниченным в диапазоне приложения и чрезвычайно трудоемким, метод не дает возможности оперативного анализа и потому мало используется в инженерной практике; востребован он более для оценки компетентности других подходов к проблеме.

Эффективным средством исследования занавьестоксовского диапазона высокоскоростных течений разреженного газа зарекомендовало себя приближение гиперзвукового тонкого вязкого ударного слоя (ТВУС), кинетические версии которого, построенные на основе полных моментных уравнений кинетической теории газов, были сформулированы в [7] – для молекулярного однородного газа с внутренними степенями свободы (см. также [8, 9]) и в [10] – для одноатомного газа (поступательные степени свободы) на базе 13-моментных уравнений Грэда кинетической теории газов (см. также [11]).

Модель гиперзвукового кинетического ТВУС предназначена для целей исследования переходного (от свободномолекулярного к континуальному) диапазона режимов течения $O(\varepsilon) \le \varepsilon K^2 \le O(1)$, по классификации [10, 11], где $K^2 = \varepsilon\,\mathrm{Re}$ один из главных параметров теории ТВУС (он определяет тип течения в ударном слое и представляет собой комбинацию числа Кнудсена Kn ($\mathrm{Kn} = \mathrm{Re}^{-1}$, Re – число Рейнольдса) и числа ε (ε – малый параметр теории тонкого слоя)); такие режимы реализуются при обтекании летательных объектов, движущихся с высокими скоростями на больших высотах.

Макрокинетическая модель ТВУС, сформулированная в [7–9] для многоатомного однокомпонентного газа (т.е. газа с внутренними степенями свободы) на основе общего вида (полных) моментных уравнений кинетической теории газов, позволяет описывать гиперзвуковое обтекание тел в условиях сильного нарушения равновесия по внутренним и поступательным степеням свободы молекул (в модели отсутствует допущение о близости течения к равновесному). Модель [7–9] ориентирована на режимы, при которых влияние диссоциации и электронного возбуждения на течение пренебрежимо мало; кроме того предполагается быстрый обмен энергией между поступательными и внутренними степенями свободы частиц газа, т.е. $\alpha \sim O(1)$. Подобного типа модель тонкого вязкого ударного слоя для течения одноатомного газа (учет поступательной неравновесности), построенная на основе 13-моментных уравнений Грэда (специального вида интерпретация уравнений моментов) кинетической теории газов, была предложена в [10, 11]. Здесь же были получены и важные результаты теории ТВУС, а именно корреляция кинетического ТВУС в одноатомном газе с ТВУС рассчитанным в рамках модели Навье–Стокса и главный элемент данной корреляции, формулируемый как: в кинетическом ТВУС-течении одноатомного газа (поступательная неравновесность) локальные величины напряжения трения и нормального теплового потока на стенке идентичны с соответствующими величинами для ТВУС в рамках модели Навье–Стокса. Такое же совпадение пристеночных трения и теплопотока с аналогичными величинами полученными в рамках ТВУС-модели Навье–Стокса и корреляция кинетического ТВУС и ТВУС-модели Навье–Стокса для случая многоатомного газа (неравновесность по внутренним степеням свободы) в рамках более строгой моментной модели кинетического ТВУС [7–9] были получены в [12].

Проблема обтекания острой кромки многоатомным газом (неравновесность по внутренним степеням свободы) является новой задачей теории кинетического ТВУС;

ранее течение вблизи заострения исследовалось лишь для случая бесструктурного одноатомного газа (поступательная неравновесность) [10].

Рассмотренное ТВУС-течение около острой кромки (в отличие от течений около гладких затупленных поверхностей) является в высокой степени нерегулярным, поскольку содержит существенную особенность, вызванную тем обстоятельством, что, согласно критериям приближения ТВУС, головной скачок (являющийся внешней границей ударного слоя) в заостренном носке предполагается присоединенным к острой кромке.

Способы и данные исследования регулярного кинетического ТВУС (прежде всего переменные, применяемые при анализе регулярных задач ТВУС) в условиях обтекания тел с острой кромкой неприложимы.

2. Регуляризация. Ниже предлагается специального вида интерпретация сильно нерегулярного течения в кинетическом ТВУС вблизи острой кромки, позволяющая задачу обтекания, содержащую существенную математическую особенность, трактовать как регулярную (регуляризующее преобразование переменных).

Заявленная задача обтекания острой кромки представляется как плоское двумерное течение в ТВУС около нетонкого заостренного клина, симметрично обтекаемого гиперзвуковым потоком. Инструментом исследования является приближение кинетического тонкого вязкого ударного слоя (кинетический ТВУС).

Система уравнений, описывающих высокоскоростное неравновесное течение однокомпонентного многоатомного газа в кинетическом тонком вязком ударном слое (кинетическом ТВУС) вблизи тел рассматриваемого типа, согласно [7–9], имеет следующий вид в физических переменных x, y:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \\
\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \frac{P_{22}}{p} \mu \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \\
\frac{\partial P_{22}}{\partial y} = 0 \\
\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}} \frac{\partial}{\partial y} \frac{P_{22}}{p} \mu \frac{\partial}{\partial y}\left[H + (\mathrm{Pr} - 1)\frac{u^2}{2}\right] = 0 \\
p = 2\varepsilon \rho h, \quad \mu = \mu(h), \quad H = h + \frac{u^2}{2} \\
\frac{p}{P_{22}} = 1 + \frac{2}{3\alpha}\left(\frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\mu}{p} \frac{\partial u}{\partial y}\right)^2
\end{gathered} \tag{2.1}$$

Условия на внешней границе ударного слоя y_e (т.е. при $y = y_e(x)$):

$$\begin{gathered}
\rho v = \rho_\infty v_\infty \\
\rho_\infty v_\infty (u - u_\infty) = \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{P_{22}}{p} \mu \frac{\partial u}{\partial y} \\
P_{22} = \rho_\infty v_\infty^2 \\
\rho_\infty v_\infty (H - H_\infty) = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}} \frac{P_{22}}{p} \mu \frac{\partial}{\partial y}\left[H + (\mathrm{Pr} - 1)\frac{u^2}{2}\right]
\end{gathered} \tag{2.2}$$

Условия на стенке (т.е. при $y = 0$):

$$u = 0, \quad H = H_w \tag{2.3}$$

Величина отхода скачка $y_e(x)$ (внешняя граница ударного слоя) является одной из неизвестных величин задачи ТВУС, подлежащей определению.

Переменные обезразмерены следующим образом:

$$u = \frac{u^*}{U_\infty^*}, \quad v = \frac{v^*}{U_\infty^*}, \quad H = \frac{H^*}{U_\infty^{*2}}, \quad p = \frac{p^*}{\rho_\infty^* U_\infty^{*2}}, \quad h = \frac{h^*}{U_\infty^{*2}}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_\infty^*},$$

$$T = \frac{T^*}{\left(U_\infty^{*2}/c_p^*\right)}, \quad x = \frac{x^*}{L^*}, \quad y = \frac{y^*}{L^*}, \quad \mu = \frac{\mu^*}{\mu_0^*}, \quad r = \frac{r^*}{L^*}, \quad P_{22} = \frac{P_{22}^*}{\rho_\infty^* U_\infty^{*2}}$$

Для представления двумерной задачи ТВУС в (2.1)–(2.3) использована связанная с симметрично обтекаемой поверхностью острого клина (образованного двумя полуплоскостями) ортогональная система координат погранслойного типа, в которой продольная координата x отсчитывается от передней кромки клина вдоль его поверхности (в плоскости исследования двумерной задачи), поперечная координата y отсчитывается от поверхности клина по нормали; или иначе, x – расстояние от фронтальной плоскости (если под фронтальной понимать ортогональную к поверхности клина плоскость, содержащую линию острой кромки); y – расстояние от поверхности клина.

Список основных обозначений:

u, v – компоненты скорости течения в продольном (x) и поперечном (y) направлениях соответственно;

h, H – статическая и полная энтальпии соответственно;

$\mathrm{Re} = U_\infty^* L^* \rho_\infty^* / \mu_0^*$ – число Рейнольдса; $\mathrm{Pr} = \mu^* c_p^* / \lambda^*$ – число Прандтля;

L^* – характерный линейный размер; $U_\infty^*, \rho_\infty^*$ – скорость и плотность в набегающем невозмущенном потоке; M_∞ – число Маха набегающего потока;

p – давление; ρ – плотность; T – температура; T_0^* – температура торможения; γ – отношение удельных теплоемкостей, т. е. $\gamma = c_p^*/c_v^*$, где c_p^* и c_v^* – удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и при постоянном объеме соответственно; $\varepsilon = (\gamma - 1)/2\gamma$;

μ^* – коэффициент вязкости; μ_0^* – значение коэффициента вязкости μ^* при температуре торможения T_0^*; λ^* – коэффициент теплопроводности;

α – отношение времен релаксации при упругих (τ_{el}) и неупругих (τ_{in}) столкновениях молекул газа, $\alpha = \tau_{\mathrm{el}}/\tau_{\mathrm{in}} = \alpha(T)$;

rL^* – в плоскости (x, y) расстояние от поверхности обтекаемого клина до прямой, проходящей через вершину острой кромки параллельно вектору набегающего потока;

$P_{22} = p + p_{22}$, где $p_{22}\rho_\infty^* U_\infty^{*2}$ – компонента девиаторной части тензора напряжений $p_{ij}\rho_\infty^* U_\infty^{*2}$ $(i, j = 1, 2)$ при индексах 1 и 2, ассоциируемых с продольным и поперечным направлениями соответственно; $q_i\ \rho_\infty^* U_\infty^{*3}$ – вектор теплового потока; β – угол полураствора клина; $u_\infty = \cos\beta$; $v_\infty = -\sin\beta$.

Индексы характеризуют: “e” – внешнюю границу ТВУС, “w” – стенку, “∞” – набегающий (невозмущенный) поток. Индекс в виде звездочки * (наверху, справа от индексируемой величины) относится к размерным величинам.

Далее приводится эквивалентная форма рассматриваемой задачи кинетического ТВУС. Данная форма получается из (2.1)–(2.3) посредством замены независимых переменных (x, y) на переменные Мизеса $(x, \tilde{\psi})$. Здесь $\tilde{\psi} = \psi/r$, а величина ψ представляет собой безразмерную функцию тока (т.е. $\psi = \psi^*/L^*\rho_\infty^* U_\infty^*$), описываемую соотношениями:

$$\rho u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \rho v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{2.4}$$

Система уравнений кинетического ТВУС (в переменных $(x, \tilde{\psi})$):

$$\begin{gathered}
\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial \tilde{\psi}} \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} \tilde{\psi} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \tilde{\psi}} \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{P_{22}}{p} \mu \rho u \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \tilde{\psi}} \\
\frac{\partial P_{22}}{\partial \tilde{\psi}} = 0 \\
\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial \tilde{\psi}} \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} \tilde{\psi} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \tilde{\psi}} \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}} \frac{P_{22}}{p} \mu \rho u \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \tilde{\psi}} \left[H + (\mathrm{Pr} - 1) \frac{u^2}{2} \right] \\
p = 2\varepsilon \rho h, \quad \mu = \mu(h), \quad H = h + \frac{u^2}{2} \\
\frac{p}{P_{22}} = 1 + \frac{2}{3\alpha} \left(\frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\mu \rho u}{p} \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \tilde{\psi}} \right)^2
\end{gathered} \tag{2.5}$$

Условия на внешней границе ТВУС, т.е. при $\tilde{\psi} = 1$:

$$\begin{gathered}
\rho_\infty v_\infty (u - u_\infty) = \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{P_{22}}{p} \mu \rho u \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \tilde{\psi}} \\
P_{22} = \rho_\infty v_\infty^2 \\
\rho_\infty v_\infty (H - H_\infty) = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}} \frac{P_{22}}{p} \mu \rho u \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \tilde{\psi}} \left[H + (\mathrm{Pr} - 1) \frac{u^2}{2} \right]
\end{gathered} \tag{2.6}$$

Условия на стенке, т.е. при $\tilde{\psi} = 0$:

$$u = 0, \quad H = H_w \tag{2.7}$$

Формулами (2.5)–(2.7) описывается кинетический тонкий вязкий ударный слой в $(x, \tilde{\psi})$-интерпретации.

Вариант задачи ТВУС для модели Навье–Стокса, представленной в переменных Мизеса $(x, \tilde{\psi})$, получается из (2.5)–(2.7), если формально исключить из системы (2.5) последнее уравнение и затем повсеместно (в оставшихся соотношениях) заменить кинетический член (P_{22}/p) единицей, а соответственно величину P_{22} поменять на p.

В переменных $(x, \tilde{\psi})$ областью определения для задачи ТВУС является полуполоса

$$x \geq 0, \quad 0 \leq \tilde{\psi} \leq 1$$

Для регуляризации кинетического ТВУС в области течения вблизи острой кромки (области, включающей и саму острую кромку, т.е. значение $x = 0$) производится преобразование независимых $(x, \tilde{\psi})$ и зависимых (u, H) переменных задачи, вида:

$$\xi = x^{1/2}, \quad \eta = \tilde{\psi}^{1/2}, \quad \tilde{u} = \frac{u}{r^{1/2}}, \quad \tilde{H} = \frac{(H - H_w)}{r^{1/2}} \tag{2.8}$$

Область изменения новых независимых переменных (ξ, η): $\xi \geq 0$, $0 \leq \eta \leq 1$.

Будучи представлена в переменных (2.8) (это представление здесь не приводится), рассматриваемая задача является регулярной.

Введение новых переменных (2.8), регуляризирующих задачу вблизи носка (в области значений стремящейся к нулю переменной ξ), позволяет получить предельную (при $\xi \to 0$) форму задачи ТВУС, которая вырождается здесь (на левой границе полуполосы, т.е. на отрезке $0 \le \eta \le 1$ при значении $\xi = 0$) в замкнутую краевую математическую проблему для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Кинетический ТВУС на острой кромке, т.е. для области новых независимых переменных (ξ, η)) при $\xi = 0$, а именно для

$$\xi = 0, \quad 0 \le \eta \le 1,$$

может быть интерпретирован в результате следующим образом:
система уравнений:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{\mathrm{Re}} \mu P_{22} \left[\frac{\rho}{p}\right] \frac{1}{2\eta} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} = 0 \\
\frac{\partial P_{22}}{\partial \eta} = 0 \\
\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}} \mu P_{22} \left[\frac{\rho}{p}\right] \frac{1}{2\eta} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \eta} = 0 \\
1 = 2\varepsilon \left[\frac{\rho}{p}\right] h, \quad \mu = \mu(h), \quad h = H_w
\end{gathered} \tag{2.9}$$

условия на внешней границе ТВУС, т.е. при $\eta = 1$:

$$\begin{gathered}
\rho_\infty v_\infty u_\infty = \frac{1}{\mathrm{Re}} \mu P_{22} \left[\frac{\rho}{p}\right] \frac{1}{2\eta} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} \\
P_{22} = \rho_\infty v_\infty^2 \\
\rho_\infty v_\infty (H_w - H_\infty) = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}} \mu P_{22} \left[\frac{\rho}{p}\right] \tilde{u} \frac{1}{2\eta} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \eta}
\end{gathered} \tag{2.10}$$

условия на стенке, т.е. при $\eta = 0$:

$$\tilde{u} = 0, \quad \tilde{H} = 0 \tag{2.11}$$

Кинетическая задача ТВУС для кромки (2.9)–(2.11), ориентированная на вычисление кинетических величин $(\tilde{u}, \tilde{H}, P_{22})$, становится с абсолютной точностью околокромочной задачей ТВУС в рамках модели Навье–Стокса, описывающей соответственно переменные $(\tilde{u}, \tilde{H}, p)$.

Стало быть, здесь (на кромке) и сами решения задачи ТВУС в рамках кинетической модели и модели Навье–Стокса указанным образом совпадают в части, которую составляют упоминаемые выше величины.

Это решение, помимо своей самодостаточности, представляет еще специфический интерес как функциональное корректное начальное условие для численного анализа течения в ТВУС вниз по потоку от заостренного носка клина, имитирующего кромку.

3. Подобие. Тождественные преобразования задач ТВУС в рамках кинетической модели и модели Навье–Стокса, представленных в (ξ, η)-переменных (т.е. ТВУС-соотношений (2.5)–(2.7) в их кинетической трактовке и рамках модели Навье–Стокса), приводят к единому формату краевой задачи для величин кинетического ТВУС $(\tilde{u}, \tilde{H}, P_{22})$ и соответственно величин $(\tilde{u}, \tilde{H}, p)$ для ТВУС-задачи в рамках модели Навье–Стокса. Отсюда следуют идентичность $\tilde{u}$ и $\tilde{H}$ соответственно для обеих задач ТВУС (кинетической и Навье–Стокса) и идентификация кинетического P_{22} с p из модели

Навье–Стокса. Используя последнюю, можно далее получить ТВУС-идентификацию таких важных величин в потоке, как p_{12} и q_2 соответственно для кинетического и Навье–Стокса вариантов задачи ТВУС, т.е. идентификацию вида

$$(p_{12})_k = (p_{12})_n, \quad (q_2)_k = (q_2)_n, \tag{3.1}$$

где

$$-p_{12} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{P_{22}}{p}\mu\frac{\partial u}{\partial y}, \quad -q_2 = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\frac{P_{22}}{p}\mu\frac{\partial T}{\partial y} \tag{3.2}$$

для кинетического ТВУС и

$$-p_{12} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\mu\frac{\partial u}{\partial y}, \quad -q_2 = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\mu\frac{\partial T}{\partial y} \tag{3.3}$$

для ТВУС в рамках модели Навье–Стокса.

Здесь (и далее) индексы k и n характеризуют задачи ТВУС кинетической модели и модели Навье–Стокса, соответственно.

Ниже приводятся соотношения, мотивирующие подобие (корреляцию) (3.1).

Для ТВУС модели Навье–Стокса (p_{12} из (3.3)):

$$-p_{12}\,\mathrm{Re} = \mu\frac{\partial u}{\partial y} = \mu\frac{\partial u}{\partial \psi}\rho u = \mu\frac{\partial u}{\partial \psi}u\frac{\rho}{p}p = \frac{1}{2\eta}\mu\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta}\tilde{u}\frac{\rho}{p}p$$

Для кинетического ТВУС (p_{12} из (3.2)):

$$-p_{12}\,\mathrm{Re} = \frac{P_{22}}{p}\mu\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{P_{22}}{p}\mu\frac{\partial u}{\partial \psi}\rho u = \mu\frac{\partial u}{\partial \psi}u\frac{\rho}{p}P_{22} = \frac{1}{2\eta}\mu\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta}\tilde{u}\frac{\rho}{p}P_{22}$$

Из учета того, что $\left(\frac{\rho}{p}\right)_k = \left(\frac{\rho}{p}\right)_n$ и $(P_{22})_k = (p)_n$, следует: $(p_{12})_k = (p_{12})_n$.

Таким же образом получается и другое равенство в (3.1).

Итак, регуляризующее преобразование задачи (2.8) выявляет в нерегулярном кинетическом многоатомном ТВУС около острой кромки такого же свойства подобие кинетической модели и модели Навье–Стокса, какое имеет место и в варианте регулярного кинетического ТВУС (соответственно при использовании иных специальных переменных).

Переменные (2.8) годятся не только в непосредственной близости собственно острой кромки (где они выполняют регуляризующую роль); формат задачи в регуляризующих переменных пригоден для проведения анализа и в области течения, сколь угодно удаленной от носка клина, интерпретирующего кромку.

Рассматриваемые в качестве соотношений, описывающих задачу кинетического ТВУС, представленные выше идентификации 2-х ТВУС-задач, дополненные уравнением состояния и последним из уравнений кинетической системы (2.5), необходимыми для вычисления пропущенных в идентификациях кинетических давления и плотности, позволяют выстроить – в переменных (ξ, η) – решение кинетического ТВУС полностью на основе решения навье-стоксовского ТВУС; будучи же еще дополнены обращенным 1-м уравнением из (2.4), эти идентификации позволяют представить данное решение в физических переменных (x, y).

Исполнение равенств, содержащихся в формуле (3.1), применительно к стенке (при $\eta = 0$) означает совпадение на поверхности обтекаемого тела (клина) величин напряжения трения и нормального теплового потока соответственно для обеих (кинетической и Навье–Стокса) задач ТВУС.

Последнее соотношение кинетической системы (2.5), рассмотренное при $\eta = 0$, можно трактовать как формулу для вычисления кинетического давления на поверхности через параметры на стенке (в том числе и давление), взятые из решения ТВУС в рамках модели Навье–Стокса:

$$(p)_k = (p)_n \left[1 + \frac{2}{3\alpha} \left(\frac{1}{4\varepsilon \,\mathrm{Re}} \frac{1}{h} \mu \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} \right)^2 \right)^2 \right]_n \tag{3.4}$$

Все изменяемые в поле течения величины в (3.4) берутся на обтекаемой поверхности.

Согласно формуле (3.4), кинетическое ТВУС-давление на стенке выше чем в модели Навье–Стокса (то же самое относится и к плотности); представляется, что в целом кинетический ТВУС более плотен и сжат, чем в модели Навье–Стокса.

Заключение. Предложена регуляризованная математическая интерпретация (модель) существенно нерегулярного неравновесного течения многоатомного газа в гиперзвуковом макрокинетическом ТВУС около острой кромки.

Указано на совпадение формата регуляризированных задач ТВУС для кинетической модели и модели Навье–Стокса (и их решений) на острой кромке в части, относящейся к описанию трения и теплообмена.

Показано, что величины напряжения трения и теплового потока на стенке вблизи острой кромки в кинетическом ТВУС совпадают с соответствующими величинами в ТВУС для модели Навье–Стокса.

Сформулирован принцип соотнесения (корреляции, подобия) решений задач ТВУС, построенных в рамках кинетической модели и модели Навье–Стокса около острой кромки в регуляризующих переменных.

Указан механизм построения решения рассмотренной кинетической задачи ТВУС на базе решения для классического ТВУС Навье–Стокса.

Получена формула для вычисления давления на стенке в кинетическом ТВУС около острой кромки через данные решения (на стенке) задачи ТВУС для модели Навье–Стокса.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект 20-08-00790А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Брыкина И.Г.* Асимптотические решения уравнений тонкого вязкого ударного слоя в окрестности плоскости симметрии затупленных тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком разреженного газа // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 3. С. 120–131.
2. *Брыкина И.Г., Рогов Б.В., Тирский Г.А., Утюжников С.В.* Влияние кривизны поверхности на граничные условия в модели вязкого ударного слоя при гиперзвуковом обтекании разреженным газом // ПММ. 2012. Т. 76. Вып. 6. С. 938–953.
3. *Брыкина И.Г., Рогов Б.В., Тирский Г.А., Титарев В.А., Утюжников С.В.* Сравнительный анализ подходов к исследованию гиперзвукового обтекания затупленных тел в переходном режиме // ПММ. 2013. Т. 77. Вып. 1. С. 15–26.
4. *Брыкина И.Г.* Асимптотическое исследование теплопередачи и трения в трехмерных гиперзвуковых течениях разреженного газа // ПММ. 2016. Т. 80. № 3. С. 344–365.
5. *Noori S., Ghasemloo S., Mani M.* Viscous shock layer around slender bodies with nonequilibrium air chemistry // Iranian J. Sci.&Technol. Trans. Mech. Engng. Shiraz Univ. 2017. V. 41. P. 251–264.
6. *Брыкина И.Г.* Приближенные аналитические решения для тепловых потоков при трехмерном гиперзвуковом обтекании затупленных тел // Изв. РАН. МЖГ. 2017. № 4. С. 125–139.

7. *Кузнецов М.М., Никольский В.С.* Кинетический анализ гиперзвуковых вязких течений многоатомного газа в тонком трехмерном ударном слое // Уч. зап. ЦАГИ. 1985. Т. 16. № 3. С. 38–49.

8. *Никольский В.С.* Кинетическая модель гиперзвуковых течений разреженного газа // Матем. моделир. 1996. Т. 8. № 12. С. 29–46.

9. *Кузнецов М.М., Липатов И.И., Никольский В.С.* Реология течения разреженного газа в гиперзвуковом ударном и пограничном слоях // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 5. С. 189–196.

10. *Cheng H.K., Lee C.J., Wong E.Y., Yang H.T.* Hypersonic slip flows and issues on extending continuum model beyond the Navier–Stokes level // AIAA Paper. 1989. 89–1663.

11. *Cheng H.K., Wong E.Y., Dogra V.K.* A shock-layer theory based on thirteen-moment equations and DSMC calculations of rarefied hypersonic flows // AIAA Paper. 1991. 91–0783.

12. *Анкудинов А.Л.* Тонкий вязкий ударный слой с учетом эффектов разреженности газа // Уч. Зап. ЦАГИ. 2007. Т. 38. № 3–4. С. 88–93.

Hypersonic Nonequilibrium Flow around Sharp Edge

A. L. Ankudinov[a,#]

[a]*Zhukovskii Central Institute of Aerohydrodynamics, Moscow Region, Zhukovskii, Russia*
[#]*e-mail: ankudin2@yandex.ru*

A regularized problem has been formulated to describe the flow of a molecular gas in a hypersonic macrokinetic nonequilibrium thin viscous shock layer (kinetic TVSL) near a sharp edge. It is shown that the solution of the regularized kinetic TVSL problem on the sharp edge, the description of friction and heat transfer coincides with the solution of the Navier–Stokes analogue of this TVSL problem.
It is shown that in the kinetic TVSL the friction stress and the normal heat flow on the wall in the vicinity of the sharp edge are identical with the corresponding values in the Navier–Stokes TVSL. The similarity of currents near the sharp edge in the kinetic and Navier–Stokes versions of the TVSL is indicated. A method for constructing a solution to the kinetic TVSL problem for the vicinity of a sharp edge based on the Navier–Stokes TVSL solution is indicated. A formula is obtained for calculating the pressure on the surface in the kinetic TVSL flow near the sharp edge through the components of the solution (on the wall) of the Navier–Stokes TVSL flow problem.

Keywords: kinetic thin viscous shock layer, polyatomic single-component gas, nonequilibrium, sharp edge, correlation, kinetic pressure

REFERENCES

1. *Brykina I.G.* Asymptotic solutions of the thin viscous shock layer equations near the symmetry plane of blunt bodies in hypersonic rarefied gas flow // Fluid Dyn., 2011, vol. 46, no. 3, pp. 444–455.

2. *Brykina I.G., Rogov B.V., Tirsky G.A., Utyuzhnikov S.V.* The effect of surface curvature on the boundary conditions in the viscous shock layer model for hypersonic rarefied gas flow // JAMM, 2012, vol. 76, iss. 6, pp. 677–687.

3. *Brykina I.G., Rogov B.V., Tirsky G.A., Titarev V.A., Utyuzhnikov S.V.* A comparative analysis of approaches for investigating hypersonic flow over blunt bodies in a transitional regime // JAMM, 2013, vol. 77, iss. 1, pp. 9–16.

4. *Brykina I.G.* Asymptotic investigation of heat transfer and skin friction in three-dimensional hypersonic rarefied gas flows // JAMM, 2016, vol. 80, no. 3, pp. 244–256.

5. *Noori S., Ghasemloo S., Mani M.* Viscous shock layer around slender bodies with nonequilibrium air chemistry. iranian journal of science and technology // Trans. Mecha. Engng. Shiraz Univ., 2017, vol. 41, iss. 4, pp. 251–264.

6. *Brykina I.G.* Approximate analytical solutions for heat fluxes in three-dimensional hypersonic flow over blunt bodies // Fluid Dyn., 2017, vol. 52, no. 4, pp. 572–586.
7. *Kuznetsov M.M., Nikolsky V.S.* Kinetic analysis of hypersonic viscous flows of a polyatomic gas in a thin three–dimensional shock layer // Sci. Notes TsAGI, 1985, vol. 16, no. 3, pp. 38–49.
8. *Nikolsky V.S.* Kinetic model of hypersonic flows of a rarefied gas // Math. Model., 1996, vol. 8, no. 12, pp. 29–46.
9. *Kuznetsov M.M., Lipatov I.I., Nikolsky V.S.* Rheology of rarefied gas flow in hypersonic shock and boundary layers // Fluid Dyn., 2007, vol. 42, no. 5, pp. 851–857.
10. *Cheng H.K., Lee C.J., Wong E.Y., Yang H.T.* Hypersonic slip flows and issues on extending continuum model beyond the Navier–Stokes level // AIAA Paper, 1989, 89–1663.
11. *Cheng H.K., Wong E.Y., Dogra V.K.* A shock-layer theory based on thirteen-moment equations and DSMC calculations of rarefied hypersonic flows // AIAA Paper, 1991, 91–0783.
12. *Ankudinov A.L.* Thin viscous shock layer taking into account the effects of gas rarefaction // Sci. Notes TsAGI, 2007, vol. 38, no. 3–4, pp. 88–93.