

УДК 621.391

НЕЛИНЕЙНАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ АНТЕННЫ ПОДВИЖНОГО РАДИОТЕХНИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ПО ИНЕРЦИАЛЬНО-СПУТНИКОВЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ

© 2024 г. С. В. Соколов^{1,*}, В. А. Погорелов^{1,**}, И. В. Решетникова^{1,***}

*¹Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия*

e-mail: s.v.s.888@yandex.ru, e-mail: vadim-pva@narod.ru**,
irina_reshetnikova@mail.ru****

Поступила в редакцию 21.10.2023 г.

После доработки 01.02.2024 г.

Принята к публикации 10.02.2024 г.

Рассмотрено общее решение задачи стохастической оценки навигационных параметров мачтовых антенн радиотехнических комплексов (РТК), размещенных на подвижных объектах. Показано, что существующие методы определения навигационных параметров, использующие измерения спутниковых навигационных систем или инерциальных систем ориентации, не обеспечивают требуемой точности решения данной задачи для подобного класса антенн при действии случайных возмущений на объект и/или мачту.

Предлагается алгоритм стохастической оценки навигационных параметров мачтовой антенны радиотехнического комплекса, расположенной на подвижном объекте, инвариантный как к характеру движения мачты, так и к характеру движения объекта. Показано, что данный алгоритм позволяет обеспечить устойчивость и требуемую точность оценивания при самых общих предположениях о характере помех чувствительных элементов (ЧЭ) используемой бесплатформенной инерциальной системы ориентации (БИСО).

В качестве наблюдаемых векторов навигационных параметров антенны и объекта используются векторы параметров Родрига–Гамильтона, а в качестве их наблюдателя – вектор выходных сигналов ДУС, расположенных в центре масс антенны. Приведенные результаты численного моделирования.

Ключевые слова: мачтовая антенна, подвижный объект, нелинейная стохастическая оценка, навигационные параметры, пространственная ориентация, параметры Родрига–Гамильтона

DOI: 10.31857/S0032823524040049, EDN: WWETSB

1. Введение. Для современных подвижных радиотехнических комплексов (РТК) точность пространственной ориентации их антенн, размещенных на мачтах различной конструкции, расположенных на объекте, является одним из основных факторов, определяющих эффективность функционирования подвижных РТК. Это, в свою очередь, выдвигает в качестве одной из центральных задач повышение точности определения ориентации антенн как в условиях возмущенного движения мачты, так и при произвольном характере движения объекта, причем, при неизбежных помехах измерения параметров движения как антенны, так и объекта [1–3].

Актуальность этой задачи привела к интенсивным исследованиям в данном направлении и разработке ряда методов оценки пространственной ориентации антенны в условиях, как внешних возмущений, так и внутренних помех измерительного комплекса [4–9]. Одним из широко распространенных является метод, использующий спутниковые измерения, применение которого позволяет решать одновременно как задачу пространственной ориентации, так и задачу определения текущих координат подвижного объекта [7–13]. Главным преимуществом данного метода является отсутствие операции непрерывного интегрирования измерений чувствительных элементов (ЧЭ), приводящей к накоплению ошибок с течением времени (характерной для непосредственной обработки инерциальных измерений). В то же время низкая частота спутниковых сообщений наряду с высокой интенсивностью помех при их приеме существенно затрудняют использование подобных методов для решения задачи определения ориентации антенны, находящейся на высокодинамичном подвижном основании [14–18].

Альтернативным направлением определения ориентации антенн является использование показаний бесплатформенных инерциальных систем ориентации (БИСО) [18–23]. Но в большинстве современных методов, использующих БИСО, не учитывается динамика изменения параметров ориентации, измеряемых в условиях интенсивных помех, что не позволяет достичь требуемой точности и устойчивости процесса определения ориентации антенны подвижного РТК [1–3]. В работе [22] был построен алгоритм оценки ориентации антенны стационарного РТК с учетом помех измерения БИСО в предположении, что антенна может изменять (в общем случае случайным образом) свою ориентацию относительно мачты. Реализация данного алгоритма, решающего задачу определения ориентации антенны на качающейся мачте, требует привлечения в составе БИСО трех датчиков угловой скорости (ДУС) и трех акселерометров. Но при расположении мачты с антенной на подвижном объекте определить ее ориентацию с данным составом ЧЭ БИСО и с использованием алгоритма [22] уже не удается.

В связи с этим рассмотрим далее для мачтовой антенны подвижного РТК синтез алгоритма оценки ее параметров ориентации, инвариантного к характеру движения, как подвижного объекта, так и мачты относительно объекта, и обеспечивающего устойчивость и требуемую точность оценивания ориентации при самых общих предположениях о характере помех ЧЭ, используемых в данном случае в составе БИСО.

2. Постановка задачи. Для последующего решения задачи автономной ориентации антенны на подвижном основании по измерениям БИСО в общей постановке полагаем далее, что центр масс (ЦМ) антенны соединен жестким стержнем длиной R (моделирующим мачту) с ЦМ подвижного объекта и может вращаться вокруг него с произвольной угловой скоростью во всех направлениях под действием внешних возмущений (рис. 1). В свою очередь, объект перемещается по сфере Земли с переменной высотой и совершает произвольное вращение относительно его ЦМ.

Также введем следующие системы координат (СК) (рис. 1):

– первую приборную СК J_1 (ПСК1) $Ox_1y_1z_1$ с началом в ЦМ объекта, оси которой направлены по взаимно ортогональным осям чувствительности ЧЭ первой группы, входящих в общий состав БИСО;

– вторую приборную СК J_2 (ПСК2) $Ox_2y_2z_2$ с началом в ЦМ антенны, оси которой направлены по взаимно ортогональным осям чувствительности ЧЭ второй группы, входящих в состав БИСО;

– сопровождающую СК S (ССК) $Ox_sy_sz_s$ с началом в ЦМ объекта (одновременно – в точке крепления стержня длиной R), ось OY_s которой лежит в плоскости местного меридиана и направлена на Север, ось OZ_s направлена от центра Земли, а ось Ox_s дополняет СК до правой;

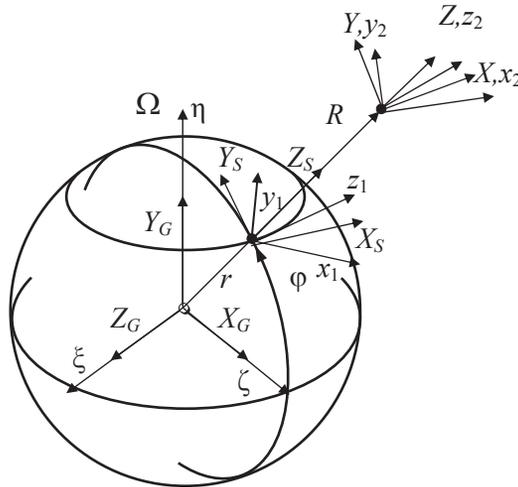


Рис. 1. Системы координат

– опорную СК Q (ОСК) $OXYZ$ с началом в ЦМ антенны, ось OZ которой направлена вдоль стержня длиной R , направления осей OX , OY , OZ в начальный момент времени совпадают с направлениями соответствующих осей ССК OX_S , OY_S , OZ_S ;

– инерциальную СК I (ИСК) $O\xi\eta\zeta$ с началом в центре Земли, ось $O\eta$ которой направлена по оси вращения Земли от ее центра, ось $O\xi$ в начальный момент времени лежит в плоскости нулевого меридиана, а ось $O\zeta$ дополняет СК до правой;

– геоцентрическую СК G (ГСК) $OX_GY_GZ_G$ с началом в центре Земли, ось OY_G которой направлена по оси вращения Земли от ее центра, ось OZ_G лежит в плоскости нулевого меридиана, а ось OX_G дополняет систему координат до правой.

В соответствии с введенными СК, под задачей ориентации антенны, расположенной на качающейся мачте, размещенной, в свою очередь, на подвижном объекте, далее понимается текущая оценка параметров разворота (в качестве которых далее рассматриваются параметры Родрига–Гамильтона [23]) ПСК2 J_2 относительно ССК S при одновременном определении текущих координат (долготы λ и широты φ) ЦМ подвижного объекта в ГСК.

Полагаем также, что в состав БИСО входят две группы ЧЭ, состоящих из трех акселерометра и трех ДУС, расположенных ортогонально: первая группа – в ЦМ объекта, вторая группа – в ЦМ антенны. С целью сохранения общности решения в качестве моделей помех ЧЭ БИСО выберем аддитивные белые гауссовские шумы (БГШ) с нулевыми математическими ожиданиями и известными интенсивностями как наиболее адекватные практике использования БИСО. Учет корреляции помех или наличия в них регулярных составляющих (в том числе с неизвестными параметрами) легко обеспечивается соответствующим расширением вектора оцениваемых параметров и не влияет на существо предлагаемого далее подхода [24]. В этом случае модели выходных сигналов ЧЭ БИСО имеют вид [19–21]:

– для акселерометров:

$$\mathbf{Z}_{ai} = \mathbf{a}_{Ji} + \mathbf{W}_{ai},$$

где $i = 1, 2$ – номер группы ЧЭ, $\mathbf{Z}_{ai} = [Z_{axi} \quad Z_{ayi} \quad Z_{azi}]^T$ – вектор выходных сигналов трех ортогональных акселерометров i -й группы; $\mathbf{a}_{Ji} = [a_{xi} \quad a_{yi} \quad a_{zi}]^T$ – вектор ускоре-

ний ЦМ (объекта или антенны) в i -й ПСК; $\mathbf{W}_{ai} = |W_{xi} \ W_{yi} \ W_{zi}|^T$ – вектор помех измерения акселерометров i -й группы (центрированный БГШ с матрицей интенсивностей \mathbf{D}_{ai});

– для ДУС:

$$\mathbf{Z}_{di} = \omega_{ji} + \mathbf{W}_{di},$$

где $\mathbf{Z}_{di} = |Z_{xi} \ Z_{yi} \ Z_{zi}|^T$ – вектор выходных сигналов трех ортогональных ДУС i -й группы; $\omega_{ji} = |\omega_{xi} \ \omega_{yi} \ \omega_{zi}|^T$ – вектор абсолютной угловой скорости вращения i -й ПСК; $\mathbf{W}_{di} = |W_{xi} \ W_{yi} \ W_{zi}|^T$ – вектор помех измерения ДУС i -й группы (центрированный БГШ с матрицей интенсивностей \mathbf{D}_{di}).

Таким образом, окончательно поставленную задачу можно сформулировать как задачу стохастического оценивания текущей ориентации ПСК2 J_2 относительно ССК S при одновременном определении текущих координат (долготы и широты) ЦМ подвижного объекта по зашумленным измерениям ЧЭ БИСО при *a priori* неопределенном характере изменения векторов угловой скорости ЦМ антенны относительно начала ЦМ объекта (точки крепления мачты длиной R), антенны относительно ее ЦМ и самого подвижного объекта относительно его ЦМ при неизвестных углах начального рассогласования ПСК2 J_2 и ССК S (т.е. неточно решенной задаче начальной выставки БИСО).

3. Решение задачи. Для решения поставленной задачи в самом общем случае математическая модель БИСО объекта должна быть инвариантна к характеру его движения, виду физической модели, модели возмущающих воздействий и т.п. Поэтому дальнейший синтез математической модели БИСО будем осуществлять в предположении обязательной ее инвариантности ко всем перечисленным факторам. С этой целью проведем следующие построения.

Текущая ориентация трехгранника S ССК относительно триэдра G ГСК описывается известными уравнениями [18, 20, 21, 25]:

$$\begin{vmatrix} \dot{\lambda} \\ \dot{\varphi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & (\cos\varphi)^{-1} \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} V_{Y_S} \\ V_{X_S} \end{vmatrix} (r + H)^{-1}; \lambda(0) = \lambda_0, \ \varphi(0), \ V_{Z_S}, \quad (3.1)$$

где λ – долгота, φ – широта объекта, V_{X_S}, V_{Y_S} – проекции линейной скорости объекта на оси ССК, r – радиус Земли, $H = H_0 + \int_0^t V_{Z_S}(\tau) d\tau$ – текущая высота объекта, H_0 – начальная высота, V_{Z_S} – вертикальная скорость объекта в ССК.

Для синтеза уравнений неизвестных проекций V_{X_S}, V_{Y_S} и V_{Z_S} обратимся к основному уравнению инерциальной навигации [23,25], записанному в ССК S для вектора ускорений $\mathbf{A}_S = |A_{X_S} \ A_{Y_S} \ A_{Z_S}|^T$, измеряемых акселерометрами при движении объекта по поверхности сферы Земли:

$$\mathbf{A}_S = \dot{V}_S + (2\Omega_S + \omega_S) \times V_S - g_S, \quad (3.2)$$

где $V_S = |V_{X_S} \ V_{Y_S} \ V_{Z_S}|^T$, $\Omega_S = |\Omega_{X_S} \ \Omega_{Y_S} \ \Omega_{Z_S}|^T$ – вектор угловой скорости вращения Земли, проекции которого на оси выбранной ССК имеют вид:

$$\Omega_{X_S} = 0, \ \Omega_{Y_S} = \Omega \cos\varphi, \ \Omega_{Z_S} = \Omega \sin\varphi,$$

Ω – угловая скорость вращения Земли, $\boldsymbol{\omega}_S = \left| \omega_{x_S} \ \omega_{y_S} \ \omega_{z_S} \ \text{tg}\varphi \right|^T$ – вектор угловой скорости ССК, обусловленной движением объекта относительно Земли, $\omega_{y_S} = V_{x_S} (r + H)^{-1} \omega_{x_S} = -V_{y_S} (r + H)^{-1}$, \mathbf{g}_S – вектор ускорения силы тяжести.

Для рассматриваемой ориентации осей ССК проекции вектора $\mathbf{g}_S = \left| g_{x_S} \ g_{y_S} \ g_{z_S} \right|^T$ на оси ССК определяются как:

$$g_{x_S} = 0, \quad g_{y_S} = -\Omega^2 (r + H) \cos\varphi \sin\varphi, \quad g_{z_S} = \Omega^2 (r + H) \cos^2\varphi - g,$$

g – гравитационное ускорение.

Система уравнений (3.2) в проекциях на оси ССК S , с учетом приведенных проекций векторов \mathbf{g}_S и $\boldsymbol{\Omega}_S$, трансформируется к виду:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{x_S} &= A_{x_S} + \left(2\Omega \sin\varphi + V_{x_S} \text{tg}\varphi (r + H)^{-1} \right) V_{y_S} - \left(2\Omega \cos\varphi + V_{x_S} (r + H)^{-1} \right) V_{z_S} \\ \dot{V}_{y_S} &= A_{y_S} - \left(2\Omega \sin\varphi + V_{x_S} \text{tg}\varphi (r + H)^{-1} \right) V_{x_S} - V_{y_S} (r + H)^{-1} V_{z_S} - \Omega^2 (r + H) \cos\varphi \sin\varphi, \\ \dot{V}_{z_S} &= A_{z_S} + \left(2\Omega \cos\varphi + V_{x_S} (r + H)^{-1} \right) V_{x_S} + V_{y_S}^2 (r + H)^{-1} + \Omega^2 (r + H) \cos^2\varphi - g \end{aligned} \quad (3.3)$$

В свою очередь, вектор ускорений A_S , измеряемых акселерометрами, может быть представлен в ССК следующим образом:

$$A_S = C^T (\mathbf{Z}_{a1} - \mathbf{W}_{a1}), \quad (3.4)$$

где \mathbf{Z}_{a1} – вектор выходных сигналов акселерометров первой группы, \mathbf{W}_{a1} – вектор помех акселерометров первой группы, $\mathbf{C} = \mathbf{DB}^T$ – матрица поворота (текущей ориентации) ПСК1 относительно ССК, \mathbf{D} – матрица поворота [21,25] ПСК1 относительно ИСК, \mathbf{B} – матрица текущей ориентации ССК относительно ИСК (Приложение 1).

Соотношения (3.3), (3.4) позволяют записать дифференциальные уравнения, описывающие изменение проекций скорости V_{x_S} , V_{y_S} и V_{z_S} , в следующей векторной форме Ланжевена:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{V}_{x_S} \\ \dot{V}_{y_S} \\ \dot{V}_{z_S} \end{pmatrix} &= \mathbf{C}^T \mathbf{Z}_{a1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2\Omega \cos\varphi \\ \Omega \sin\varphi \end{pmatrix} + (r + H)^{-1} \begin{pmatrix} -V_{y_S} \\ V_{x_S} \\ V_{x_S} \text{tg}\varphi \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_{x_S} \\ V_{y_S} \\ V_{z_S} \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} 0 \\ -\Omega^2 (r + H) \cos\varphi \sin\varphi \\ \Omega^2 (r + H) \cos^2\varphi - g \end{pmatrix} - \mathbf{C}^T \mathbf{W}_{a1}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где высота объекта, входящая в уравнения (3.5), описывается уравнением

$$\dot{H} = V_{z_S}$$

В свою очередь, текущую ориентацию трехгранника ПСК1 J_1 относительно трехгранника I ИСК зададим, используя параметры Родрига–Гамильтона $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$, определяющие матрицу $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\mu})$ (Приложение 2):

$$\dot{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{2} \Phi(\boldsymbol{\mu}) \boldsymbol{\omega}_{J1, \mu_1}(0) = \mu_{10}, \mu_2(0) = \mu_{20}, \mu_3(0) = \mu_{30}, \mu_4(0) = \mu_{40}, \quad (3.6)$$

где

$$\boldsymbol{\mu} = |\mu_1 \quad \mu_2 \quad \mu_3 \quad \mu_4|^T, \quad \Phi(\boldsymbol{\mu}) = \begin{pmatrix} -\mu_2 & -\mu_3 & -\mu_4 \\ \mu_1 & -\mu_4 & \mu_3 \\ \mu_4 & \mu_1 & -\mu_2 \\ -\mu_3 & \mu_2 & \mu_1 \end{pmatrix},$$

$\boldsymbol{\omega}_{J_1}$ – вектор абсолютной угловой скорости вращения первого приборного трехгранника, который может быть выражен через вектор показаний \mathbf{Z}_{d1} трех ДУС первой группы:

$$\boldsymbol{\omega}_{J_1} = \mathbf{Z}_{d1} - \mathbf{W}_{d1}, \quad (3.7)$$

где \mathbf{W}_{d1} – вектор помех измерения ДУС первой группы.

С учетом (3.7) угловое движение объекта (3.6) относительно ИСК может быть представлено следующим образом:

$$\dot{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{2} \Phi(\boldsymbol{\mu})(\mathbf{Z}_{d1} - \mathbf{W}_{d1})$$

Полученные выше уравнения и соотношения позволяют представить систему уравнений навигационных параметров исследуемого объекта в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\mu}} &= \frac{1}{2} \Phi(\boldsymbol{\mu})(\mathbf{Z}_{d1} - \mathbf{W}_{d1}) \\ \begin{vmatrix} \dot{\lambda} \\ \dot{\varphi} \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 0 & (\cos\varphi)^{-1} \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_{Y_S} \\ V_{X_S} \end{vmatrix} (r + H)^{-1} \\ \begin{vmatrix} \dot{V}_{X_S} \\ \dot{V}_{Y_S} \\ \dot{V}_{Z_S} \end{vmatrix} &= \mathbf{C}^T \mathbf{Z}_{a1} + \left(\begin{vmatrix} 0 \\ 2|\Omega \cos\varphi| \\ |\Omega \sin\varphi| \end{vmatrix} + (r + H)^{-1} \begin{vmatrix} -V_{Y_S} \\ V_{X_S} \\ V_{X_S} \operatorname{tg}\varphi \end{vmatrix} \right) \times \begin{vmatrix} V_{X_S} \\ V_{Y_S} \\ V_{Z_S} \end{vmatrix} + \\ &+ \begin{vmatrix} 0 \\ -\Omega^2 (r + H) \cos\varphi \sin\varphi \\ \Omega^2 (r + H) \cos^2\varphi - g \end{vmatrix} - \mathbf{C}^T \mathbf{W}_{a1}, \\ \dot{H} &= V_{Z_S}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

где $C = C(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\varphi}, t) = D(\boldsymbol{\mu}) B^T(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\varphi}, t)$.

Для дальнейшего построения уравнений текущей ориентации антенны рассмотрим предварительно уравнения ее углового движения относительно мачты – разворота ПСК2 J_2 относительно ОСК Q , описываемого вектором параметров Родрига–Гамильтона $\boldsymbol{\eta} = |\eta_1 \quad \eta_2 \quad \eta_3 \quad \eta_4|^T$ [23, 25]:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \frac{1}{2} \Phi(\boldsymbol{\eta}) \boldsymbol{\omega}_{J_2}; \quad \boldsymbol{\eta}(0) = \boldsymbol{\eta}_0, \quad (3.9)$$

где $\boldsymbol{\eta}(0) = \boldsymbol{\eta}_0$ – неизвестные параметры начального рассогласования ПСК2 J_2 и ОСК Q ; \boldsymbol{w}_{J_2} – вектор случайной угловой скорости ПСК2 J_2 (второго триэдра БИСО) относительно ОСК Q , аппроксимируемый центрированным БГШ с матрицей интенсивностей \mathbf{D}_J .

Аналогично рассмотрим динамику изменения ориентации мачты относительно объекта – разворота ОСК Q относительно ПСК1 J_1 , описываемую вектором параметров Родрига–Гамильтона $\lambda = |\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3 \ \lambda_4|^T$:

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{2}\Phi(\lambda)\omega_Q; \quad \lambda(0) = \lambda_0, \quad (3.10)$$

где $\omega_Q = |\omega_x \ \omega_y \ 0|^T$ – вектор угловой скорости вращения ОСК Q относительно ПСК1 J_1 .

Для описания вектора ω_Q угловой скорости движения ОСК Q относительно ПСК1 J_1 воспользуемся выражением для вектора ускорения, возникающего при движении материальной точки (МТ) по сфере радиуса R , записанным в ОСК Q :

$$\mathbf{A}_Q = \dot{\mathbf{V}}_Q + (2\Omega_Q + \omega_Q) \times \mathbf{V}_Q - \mathbf{g}_Q, \quad (3.11)$$

где $\mathbf{A}_Q = |A_x \ A_y \ A_z|^T$ – вектор ускорений МТ в ОСК Q , $\mathbf{V}_Q = |V_x \ V_y \ V_z|^T$ – вектор скорости МТ в ОСК; $\Omega_Q = |\Omega_x \ \Omega_y \ \Omega_z|^T$ – вектор угловой скорости вращения Земли в ОСК; $\mathbf{g}_Q = |g_x \ g_y \ g_z|^T$ – вектор ускорения силы тяжести в ОСК.

В соответствии с приведенными выше выражениями проекций вектора угловой скорости вращения Земли и вектора ускорения силы тяжести на оси ССК S проекции векторов \mathbf{g}_Q , Ω_Q на оси ОСК Q определяются как

$$\Omega_Q(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) = |\Omega_x \ \Omega_y \ \Omega_z|^T = D(\lambda)C(\mu, \lambda, \varphi, t) \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{g}_Q(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) = |g_x \ g_y \ g_z|^T = D(\lambda)C(\mu, \lambda, \varphi, t) \begin{vmatrix} 0 \\ -\Omega(r+H)\cos\varphi\sin\varphi \\ \Omega^2(r+H)\cos\varphi - g \end{vmatrix}$$

где $D(\lambda)$ – матрица поворота (направляющих косинусов) ОСК Q относительно ПСК1 J_1 .

Система уравнений (3.11) в проекциях на оси ОСК с учетом очевидных равенств

$$\omega_x = -V_y R^{-1}, \quad \omega_y = V_x R^{-1},$$

а также приведенных выше проекций векторов \mathbf{g}_Q , Ω_Q , трансформируется к виду:

$$\begin{aligned} A_x &= \dot{\omega}_y R - 2\Omega_z(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t)R\omega_x - g_x(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) \\ A_y &= \dot{\omega}_x R - 2\Omega_z(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t)\omega_x R - g_y(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) \\ A_z &= (2\Omega_y(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) + \omega_y)R\omega_y + (2\Omega_x(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) + \omega_x)R\omega_x - g_z(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Вторая группа акселерометров измеряет как проекции вектора ускорений \mathbf{A}_Q на оси ПСК2: $D(\eta)\mathbf{A}_Q$, так и проекции вектора ускорений ЦМ объекта, измеряемые первой группой акселерометров в ПСК1 (т.е. $\mathbf{Z}_{a1} - \mathbf{W}_{a1}$), на оси ПСК2: $D(\eta)D(\lambda)\mathbf{Z}_{a1} - \mathbf{W}_{a1}$. Таким образом, с учетом принятой модели измерений акселерометров, справедливо равенство:

$$D(\eta)\mathbf{A}_Q + D(\eta)D(\lambda)(\mathbf{Z}_{a1} - \mathbf{W}_{a1}) + \mathbf{W}_{a2} = \mathbf{Z}_{a2},$$

где \mathbf{Z}_{a2} – вектор выходных сигналов акселерометров второй группы, \mathbf{W}_{a2} – вектор помех акселерометров второй группы, откуда имеем выражение вектора ускорений \mathbf{A}_Q :

$$\mathbf{A}_Q = D^T(\boldsymbol{\eta})(\mathbf{Z}_{a2} - \mathbf{W}_{a2}) - D(\boldsymbol{\lambda})(\mathbf{Z}_{a1} - \mathbf{W}_{a1})$$

Данное соотношение совместно с уравнениями (3.12) позволяет сформировать стохастические уравнения, описывающие вектор $\boldsymbol{\omega}_Q$ угловой скорости движения ОСК относительно ПСК1:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\omega}}_Q = & -R^{-1} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} (D^T(\boldsymbol{\eta})\mathbf{Z}_{a2} - D(\boldsymbol{\lambda})\mathbf{Z}_{a1}) + 2\Omega_Z(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \boldsymbol{\omega}_Q + \\ & + R^{-1} \begin{vmatrix} -g_Y(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) \\ -g_X(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) \\ 0 \end{vmatrix} - R^{-1} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \left| D(\boldsymbol{\lambda}) \right| - D^T(\boldsymbol{\eta}) \begin{vmatrix} \mathbf{W}_{a1} \\ \mathbf{W}_{a2} \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Здесь важно отметить, что полученная система уравнений, описывающая текущую ориентацию ОСК в ПСК1, в соответствии с поставленной задачей оказывается полностью инвариантна к характеру динамики движения основания (мачты), качающегося относительно начала ПСК1.

Объединяя системы уравнений (3.8)–(3.10), (3.13), стохастические уравнения полного вектора параметров текущей ориентации БИСО на подвижном основании запишем следующим образом:

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{F}(\mathbf{Y}, t) + \mathbf{F}_1(\mathbf{Y}, t)\mathbf{W}, \quad (3.14)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} = & \left| \mu^T \quad \lambda \quad \varphi \quad V_S \quad H \quad \boldsymbol{\eta}^T \quad \boldsymbol{\lambda}^T \quad \boldsymbol{\omega}_Q^T \right|^T, \quad \mathbf{W} = \left| \mathbf{W}_{d1}^T \quad \mathbf{W}_{a1}^T \quad \mathbf{W}_{a1}^T \quad \mathbf{W}_{JQ}^T \right|^T \\ \mathbf{F}(\mathbf{Y}, t) = & \left| \begin{aligned} & \frac{1}{2} \Phi(\boldsymbol{\mu}) \mathbf{Z}_{a1} \\ & \begin{vmatrix} 0 & (\cos \varphi^{-1}) \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \left| \begin{vmatrix} V_{Y_S} \\ V_{X_S} \end{vmatrix} (r + H)^{-1} \right. \\ & \left. C^T \mathbf{Z}_{a1} + \left(\left(\begin{vmatrix} 0 \\ 2 \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{vmatrix} + (r + H)^{-1} \begin{vmatrix} -V_{Y_S} \\ V_{X_S} \\ V_{X_S} \operatorname{tg} \varphi \end{vmatrix} \right) \times V_S \right) + \begin{vmatrix} 0 \\ -\Omega^2 (r + H) \cos \varphi \sin \varphi \\ \Omega^2 (r + H) \cos \varphi - g \end{vmatrix} \right. \\ & \left. \begin{vmatrix} V_{Z_S} \\ \mathbf{0} \end{vmatrix} \\ & \dot{\boldsymbol{\lambda}} = \frac{1}{2} \Phi(\boldsymbol{\lambda}) \boldsymbol{\omega}_Q \\ & -R^{-1} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} (D^T(\boldsymbol{\eta})\mathbf{Z}_{a2} - D(\boldsymbol{\lambda})\mathbf{Z}_{a1}) + 2\Omega(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \boldsymbol{\omega}_Q + \\ & \left. + R^{-1} \begin{vmatrix} -g_Y(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) \\ g_X(\mu, \lambda, \lambda, \varphi, t) \\ 0 \end{vmatrix} \right. \end{aligned} \right| \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{H}_d(\mathbf{Y}, t) = D(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\omega}_0 + D(\boldsymbol{\eta})D(\lambda)C(\boldsymbol{\mu}, \lambda, \varphi, t) \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{vmatrix} + D(\boldsymbol{\eta})D(\lambda)\mathbf{Z}_{d1} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{H}_{d1}(\mathbf{Y}) = |E_3 \vdash -D(\boldsymbol{\eta})D(\lambda) \vdash E_3|,$$

E_3 – единичная матрица размерности 3.

Несмотря на то, что данный наблюдатель позволяет в явном виде наблюдать подавляющее большинство компонентов вектора состояния \mathbf{Y} , его особенностью является невозможность наблюдения вектора линейной скорости объекта V_S , что существенно влияет на сходимость и устойчивость процесса оценивания всего вектора состояния. Для формирования сигнала наблюдения вектора скорости объекта V_S можно привлечь или измерения доплеровского датчика скорости, или доплеровские измерения спутника. Рассмотрим второй вариант как более технологичный и дешевый, полагая при этом частоту поступления спутниковых измерений высокой (в настоящее время – до 100 Гц), позволяющей считать характер спутниковых измерений по отношению к динамике изменения навигационных параметров рассматриваемого объекта непрерывным [1,4]. В этом случае информационный сигнал доплеровских измерений (псевдоскорости) Z_V в ССК S может быть представлен, как показано в [20], следующим образом:

$$\begin{aligned} Z_V = & \left[(\xi_c - (r + H)\cos\varphi\sin\lambda)(V_{\xi_c} - \mathbf{B}_{(1)}^T(\varphi, \lambda)V_S) + (\eta_c - (r + H)\sin\varphi)(V_{\eta_c} - \right. \\ & \left. - \mathbf{B}_{(2)}^T(\varphi, \lambda)V_S) + (\zeta_c - (r + H)\cos\varphi\cos\lambda)(V_{\zeta_c} - \mathbf{B}_{(3)}^T(\varphi, \lambda)V_S) \right] \times \\ & \times \sqrt{(\xi_c - (r + H)\cos\varphi\sin\lambda)^2 + (\eta_c - (r + H)\sin\varphi)^2 + (\zeta_c - (r + H)\cos\varphi\cos\lambda)^2}^{-1} + \\ & + W_{Z_V} = H_V(\mathbf{Y}, t) + W_V, \end{aligned} \quad (3.16)$$

где ξ_c, η_c, ζ_c – известные декартовы координаты спутника в ГСК, $V_{\xi_c}, V_{\eta_c}, V_{\zeta_c}$ – известные проекции вектора скорости спутника на оси ГСК, W_V – БГШ с нулевым средним и известной интенсивностью D_V , обусловленный погрешностями измерения, $\mathbf{B}_{(i)}^T(\varphi, \lambda)$ – i -я строка матрицы $\mathbf{B}^T(\varphi, \lambda) \left(\mathbf{B}(\varphi, \lambda) = \mathbf{B}(\lambda, \varphi, t) \Big|_{t=0} \right)$.

Функция наблюдения $H_V(\mathbf{Y}, t)$ в (2.16) явно зависит от всех параметров линейного движения объекта, в т.ч. и от вектора скорости объекта V_S , что позволяет в совокупности с наблюдателем (3.15) сформировать наблюдатель **всех** компонентов вектора \mathbf{Y} . Т.к. спутниковый навигационный приемник кроме доплеровских измерений принимает еще и кодовые измерения, то для повышения информативности наблюдения их также целесообразно включить в состав комплексного наблюдателя. Учитывая, что модель информационного сигнала кодовых измерений имеет вид [13, 20]:

$$\begin{aligned} Z_R = & \sqrt{(\xi_c - (r + H)\cos\varphi\sin\lambda)^2 + (\eta_c - (r + H)\sin\varphi)^2 + (\zeta_c - (r + H)\cos\varphi\cos\lambda)^2} + \\ & + W_{Z_R} = H_R(\mathbf{Y}, t) + W_{Z_R}, \end{aligned}$$

где W_R – центрированный БГШ с известной интенсивностью D_R , обусловленный алгоритмически нескомпенсированными ошибками часов спутников и приемника, задержками сигнала при прохождении ионосферы и тропосферы, ошибками многолучевости и другими погрешностями, уравнивания комплексного наблюдателя можно записать следующим образом:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{d2} \\ Z_V \\ Z_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_d(\mathbf{Y}, t) \\ H_V(\mathbf{Y}, t) \\ H_R(\mathbf{Y}, t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{d1}(\mathbf{Y}) & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & E_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{JQ} \\ \mathbf{W}_{d1} \\ \mathbf{W}_{d2} \\ W_V \\ W_R \end{pmatrix} = \mathbf{H}(\mathbf{Y}, t) + \mathbf{H}_1(\mathbf{Y}) \begin{pmatrix} \omega_{JQ} \\ \mathbf{W}_{d1} \\ \mathbf{W}_{d2} \\ W_V \\ W_R \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{Y}, t) = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_d(\mathbf{Y}, t) \\ H_V(\mathbf{Y}, t) \\ H_R(\mathbf{Y}, t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_1(\mathbf{Y}) = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{d1}(\mathbf{Y}) & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & E_2 \end{pmatrix},$$

где E_2 – единичная матрица размерности 2.

Уравнения (3.14), (3.17) «объект–наблюдатель» позволяют построить оценку вектора состояния \mathbf{Y} в виде расширенного фильтра Калмана – наиболее эффективного на сегодняшний день алгоритма оценивания для динамических нелинейных стохастических систем. Особенностью здесь является наличие корреляции шумов объекта (3.14) и наблюдателя (3.17), которую необходимо далее учитывать при последующем построении фильтра.

Расширенный фильтр Калмана, построенный по уравнениям «объект–наблюдатель» (3.14), (3.17) и обеспечивающий принципиальное решение поставленной задачи, имеет следующий вид [21,24]:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Y}} &= F(\hat{\mathbf{Y}}, t) + K(\hat{\mathbf{Y}}, t) [\mathbf{Z} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{Y}}, t)] \\ K(\hat{\mathbf{Y}}, t) &= \left(R \frac{\partial \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{Y}})}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} + \Theta \left(\mathbf{H}_1(\hat{\mathbf{Y}}) D_H \mathbf{H}_1^T(\hat{\mathbf{Y}}) \right)^{-1} \right) \\ \dot{R}(\hat{\mathbf{Y}}, t) &= \left\{ \frac{\partial F^T(\hat{\mathbf{Y}}, t)}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} - \Theta \left(\mathbf{H}_1(\hat{\mathbf{Y}}) D_H \mathbf{H}_1^T(\hat{\mathbf{Y}}) \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{Y}})}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} \right\} R(\hat{\mathbf{Y}}, t) + \\ &+ R(\hat{\mathbf{Y}}, t) \left\{ \frac{\partial F^T(\hat{\mathbf{Y}}, t)}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} - \Theta \left(\mathbf{H}_1(\hat{\mathbf{Y}}) D_H \mathbf{H}_1^T(\hat{\mathbf{Y}}) \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{Y}})}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} \right\} + \mathbf{F}_1(\hat{\mathbf{Y}}, t) D_0 \mathbf{F}_1^T(\hat{\mathbf{Y}}, t) - \\ &- R \frac{\partial \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{Y}})}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} \left(\mathbf{H}_1(\hat{\mathbf{Y}}) D_H \mathbf{H}_1^T(\hat{\mathbf{Y}}) \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{Y}})}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} R - \Theta \left(\mathbf{H}_1(\hat{\mathbf{Y}}) D_H \mathbf{H}_1^T(\hat{\mathbf{Y}}) \right)^{-1} \Theta^T, \end{aligned} \quad (3.18)$$

где $\hat{\mathbf{Y}}$ – вектор текущей оценки вектора состояния $\mathbf{Y}(t)$; $R(\hat{\mathbf{Y}}, t)$ – апостериорная ковариационная матрица;

$$\hat{\mathbf{Y}}_0 = M(\mathbf{Y}_0); \quad R_0 = M \left\{ (\mathbf{Y}_0 - \hat{\mathbf{Y}}_0) (\mathbf{Y}_0 - \hat{\mathbf{Y}}_0)^T \right\}$$

$$D_0 = \begin{pmatrix} D_{d1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & D_{a1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & D_{a2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & D_J \end{pmatrix}, \quad D_H = \begin{pmatrix} D_J & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & D_{d1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & D_{d2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & D_V & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & D_R \end{pmatrix}, \quad \Theta = \mathbf{F}_1(\mathbf{Y}, t) \begin{pmatrix} \mathbf{0} & D_{d1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ D_J & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{H}_1^T(\mathbf{Y})$$

Для иллюстрации возможности эффективной практической реализации предложенного подхода был рассмотрен следующий пример.

4. Результаты имитационного моделирования. Для анализа устойчивости и сходимости процесса оценивания вектора $\mathbf{Y}(t)$ с использованием фильтра (3.18) было выполнено численное моделирование процесса оценки ориентации антенны на высокочастотном подвижном основании. Моделирование осуществлялось на временном интервале $[0, 1000]$ секунд с использованием при интегрировании уравнений оценки метода Рунге–Кутты 4-го порядка с шагом 0.01 с.

Движение объекта задавалось вдоль местного меридиана из точки с долготой 30° , широтой 45° и высотой 3 м. Проекция скорости объекта на оси ССК задавались в функции времени как:

$$V_x = 0, \quad V_y = 100 + \sin 0.02t, \quad V_z = 1.5 \cos t,$$

проекция вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_{j1}$, соответственно:

$$\omega_{x1} = 10^{-1} \cos 3t, \quad \omega_{y1} = 10^{-3} \cos 4t, \quad \omega_{z1} = 1.5 \cdot 10^{-2} \cos 7t$$

Истинные текущие координаты объекта формировались путем интегрирования данных проекций скорости в соответствии с уравнениями (3.1), (3.6).

Угловые скорости, определяющие динамику движения антенны относительно мачты, были заданы центрированными случайными гауссовскими последовательностями с с.к.о. 10^{-2} рад/с, а динамику движения мачты относительно объекта, соответственно, как:

$$\omega_x = 0.43 \cos(2.45t) \text{ рад/с}, \quad \omega_y = 0.3 \cos(2.7t) \text{ рад/с}$$

Определение истинного углового положения антенны осуществлялось путем интегрирования уравнений (3.9), (3.10) с учетом выбранных моделей углового движения.

Компоненты векторов помех измерения акселерометров \mathbf{W}_{ai} и ДУС \mathbf{W}_{di} моделировались центрированными случайными гауссовскими последовательностями с соответствующими с.к.о., приведенными ниже. Формирование реальных показаний ДУС осуществлялось путем наложения данных случайных гауссовских последовательностей на соответствующие векторы угловых скоростей.

На рис. 2–5 представлены графики изменения погрешностей оценивания параметров текущей ориентации антенны и самого объекта относительно рассмотренных выше СК. Обобщенный анализ результатов моделирования показал:

1. Предложенный алгоритм оценки ориентации обеспечивает быструю сходимость и высокую устойчивость процесса оценивания. Погрешности оценивания углового положения антенны по окончании переходного процесса по всем углам ориентации не превысили 10^{-5} рад, объекта, соответственно, $-1.5 \cdot 10^{-6}$ рад, что соответствует не только современным, но и перспективным, требованиям к системам ориентации.

2. Увеличение погрешностей начальной оценки параметров $\boldsymbol{\eta}$, $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\mu}$ приводит к увеличению времени определения пространственной ориентации. Вариации частоты и амплитуды колебаний мачты в пределах 50–80% приводят к незначительному росту погрешностей оценивания (не более 6%), т.е. их влияние на точность ориентации оказывается существенно меньше, нежели погрешностей начальной оценки и с.к.о. шумов измерений.

На рис. 2 приведены погрешности оценивания ориентации ПСК1 относительно ИСК, выраженные вектором параметров Родрига–Гамильтона $\boldsymbol{\mu}$. Погрешности их начальной оценки – при пересчете в углы Эйлера, были заданы в пределах 0.01 рад, с.к.о. помех измерения ДУС – $5 \cdot 10^{-8}$ рад/с, с.к.о. помех измерения акселерометров – 10^{-4} м/с².

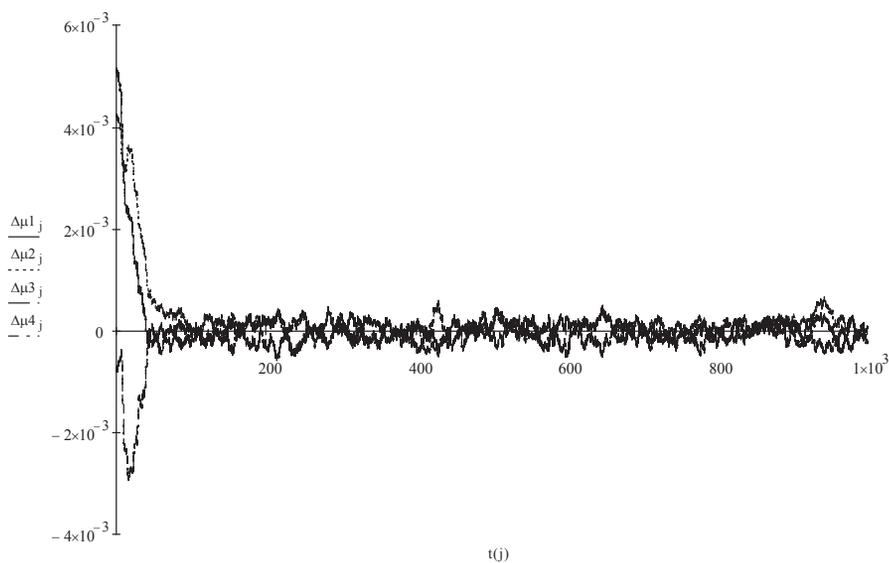


Рис. 2. Погрешности оценивания ориентации ПСК1 относительно ИСК, выраженные вектором параметров Родрига–Гамильтона μ .

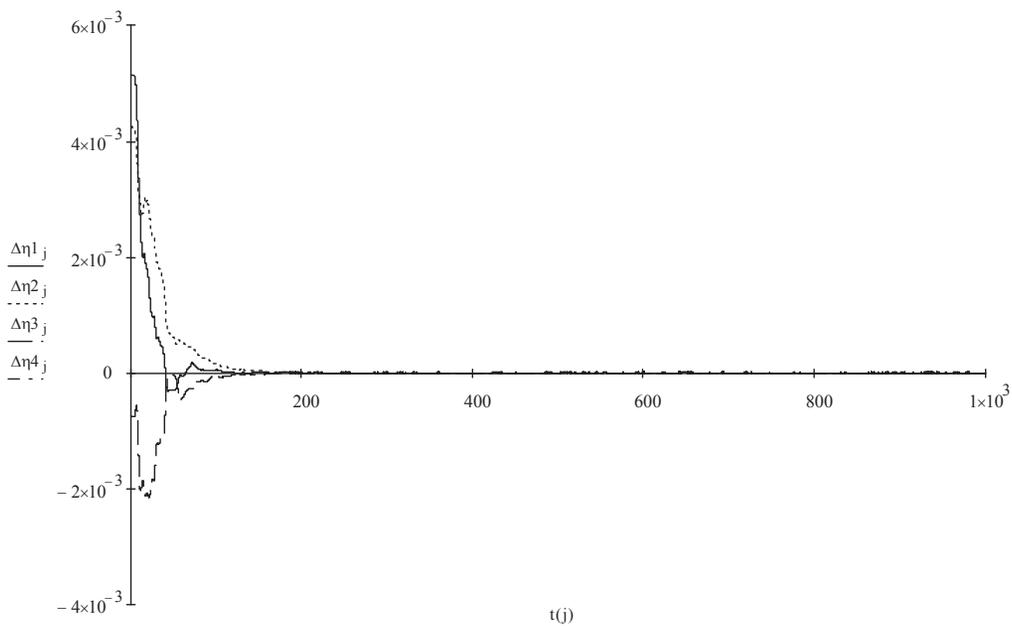


Рис. 3. Погрешности оценивания ориентации ПСК2 относительно ОСК, выраженные вектором параметров Родрига–Гамильтона η .

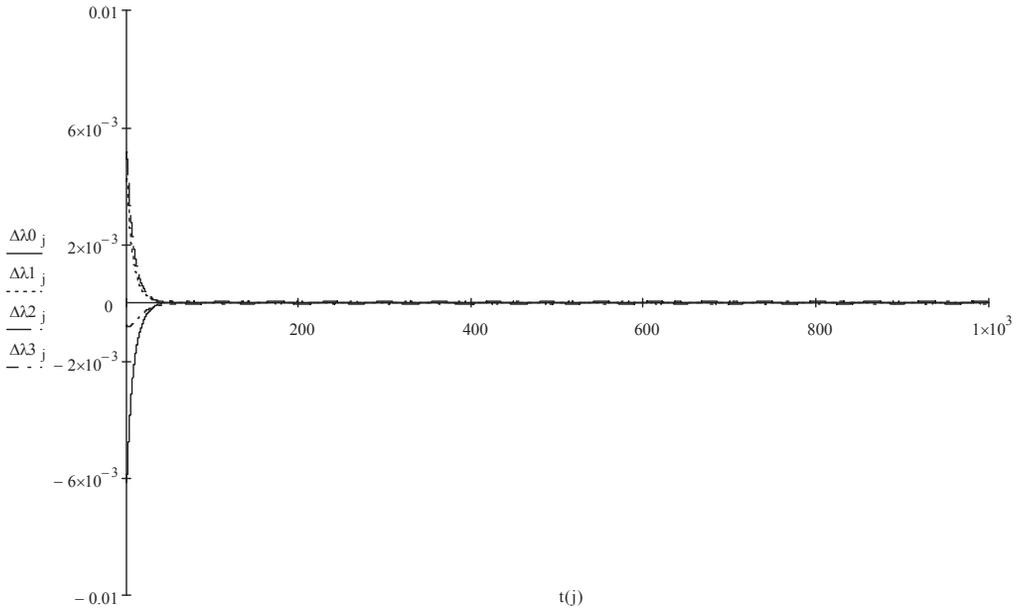


Рис. 4. Погрешности оценивания ориентации ОСК относительно ПСК1, выраженные вектором параметров Родрига–Гамильтона λ .

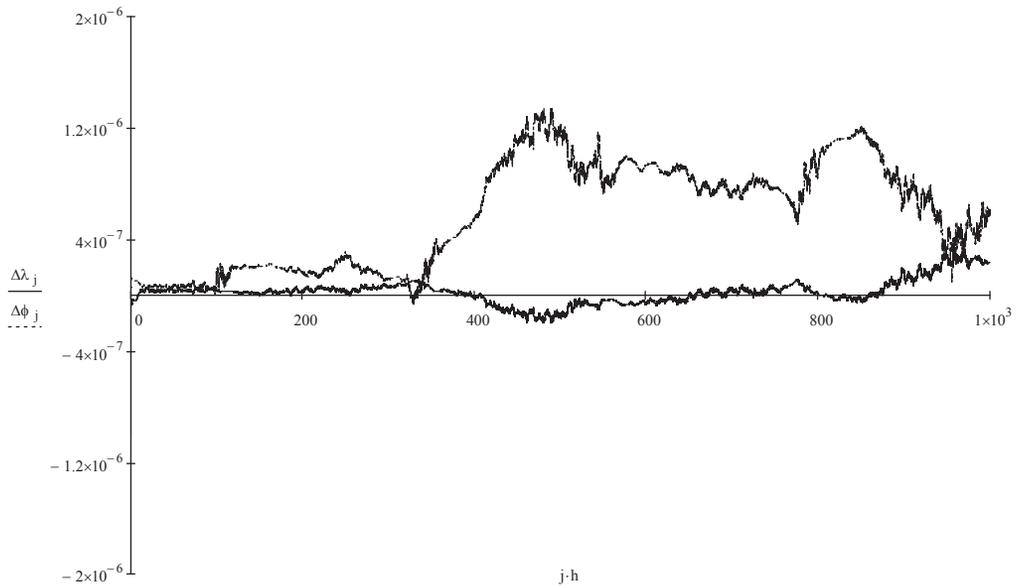


Рис. 5. Ошибки оценки координат подвижного РТК

При данном уровне помех погрешности оценки компонентов вектора μ с 50-й секунды не превышали 10^{-4} , что при расчете ориентации в углах Эйлера определяет ошибку оценивания в интервалах: для курсового угла: $-2.7 \cdot 10^{-4} - 2.8 \cdot 10^{-4}$ рад, для угла тангажа: $-2.5 \cdot 10^{-4} - 2.5 \cdot 10^{-4}$ рад, для угла крена: $-2.5 \cdot 10^{-5} - 2.5 \cdot 10^{-5}$ рад.

На рис. 3 приведены погрешности оценивания ориентации ПСК2 относительно ОСК, выраженные вектором параметров Родрига–Гамильтона η . Как видно из рис. 3, погрешности оценки компонентов вектора η после 200-й секунды не превышают $2.5 \cdot 10^{-5}$, что в углах Эйлера определяет ошибку оценивания в интервалах: для курсового угла: $-2.1 \cdot 10^{-5} - 2.6 \cdot 10^{-5}$ рад, для угла тангажа: $-2.2 \cdot 10^{-5} - 2.4 \cdot 10^{-5}$ рад, для угла крена: $-2.3 \cdot 10^{-5} - 2.4 \cdot 10^{-5}$ рад.

На рис. 4 приведены погрешности оценивания ориентации ОСК относительно ПСК1, выраженные вектором параметров Родрига–Гамильтона λ . В данном случае погрешности оценки компонентов вектора λ после 50-й секунды не превышают величины $2 \cdot 10^{-5}$, что в углах Эйлера определяет ошибку оценивания в интервалах: для курсового угла: $-1.1 \cdot 10^{-5} - 1.6 \cdot 10^{-5}$ рад, для угла тангажа: $-1.3 \cdot 10^{-5} - 1.7 \cdot 10^{-5}$ рад, для угла крена: $-1.4 \cdot 10^{-5} - 1.8 \cdot 10^{-5}$ рад.

Очевидно, что в целом полученные результаты удовлетворяют требованиям по точности определения ориентации антенн, предъявляемым не только к современным, но и перспективным БИСО. На рис. 5 показаны ошибки оценки координат ЦМ подвижного РТК. Как видно из полученных результатов, ошибки оценки долготы λ не превысили $4 \cdot 10^{-7}$ рад, а ошибки определения широты $\varphi - 1.5 \cdot 10^{-6}$ рад, что вполне соответствует требованиям, предъявляемым к современным системам навигации подвижных РТК.

Заключение. В целом, результаты имитационного моделирования позволяют сделать вывод о том, что устойчивость предложенного алгоритма и его высокая точность обеспечивают возможность его использования для решения задачи оперативной ориентации мачтовых антенн подвижных РТК с использованием средне- и высокоточных БИСО без коррекции в течение достаточно длительного времени.

Приложение 1

$$B = B(\lambda, \varphi, t) = \begin{vmatrix} \cos(\lambda + \Omega t) & 0 & -\sin(\lambda + \Omega t) \\ -\sin(\lambda + \Omega t) \sin \varphi & \cos \varphi & -\cos(\lambda + \Omega t) \sin \varphi \\ \sin(\lambda + \Omega t) \cos \varphi & \sin \varphi & \cos(\lambda + \Omega t) \cos \varphi \end{vmatrix}$$

Приложение 2

$$D(\mu) = \begin{vmatrix} 2\mu_1^2 + 2\mu_2^2 - 1 & 2(\mu_2\mu_3 + \mu_1\mu_4) & 2(\mu_2\mu_4 - \mu_1\mu_3) \\ 2(\mu_2\mu_3 - \mu_1\mu_4) & 2\mu_1^2 + 2\mu_3^2 - 1 & 2(\mu_3\mu_4 + \mu_1\mu_2) \\ 2(\mu_2\mu_4 + \mu_1\mu_3) & 2(\mu_3\mu_4 - \mu_1\mu_2) & 2\mu_1^2 + 2\mu_4^2 - 1 \end{vmatrix}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дардари Д., Фаллетти Э., Луизе М. Методы спутникового и наземного позиционирования. Перспективы развития технологий обработки сигналов М.: Техносфера, 2012. 528 с.
2. Зайцев Д.В. Многопозиционные радиолокационные системы. Методы и алгоритмы обработки информации в условиях помех М.: Радиотехника, 2007. 96 с.
3. Коновалов А.А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации С.Пб. Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2013. 164 с.
4. Rapoport L., Barabanov I., Khvalkov A., Kutuzov A., Ashjaee J. Octopus: Multi antennae GPS/GLONASS RTK System // ION GPS-2000. P. 797–804.
5. Gebre-Egziabher D., Hayward R.C., Powell J.D. Design of multi-sensor attitude determination systems // IEEE Trans. on Aerospace & Electronic Syst. 2004. V. 40(2). P. 627–649.

6. Красильщиков М.Н., Себряков Г.Г. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов. М.: Физматлит, 2009. 556 с.
7. Sokolov S.V., Pogorelov V.A. Measurements in information technologies nonlinear dynamic estimation of the orientation angles of a moving object from distributed satellite measurements // Meas. Tech. 2019. V. 62. № 3. P. 30–36
8. Лукаевич В.И., Погорелов В.А., Соколов С.В. Алгоритм оценки параметров вращения распределенной антенны по спутниковым измерениям // Радиотехника. 2015. № 6. С. 122–132.
9. Hirokawa R., Ebinuma T. A Low-cost tightly coupled GPS/INS for small UAVS augmented with multiple GPS antennas // Navigation: J. of the Inst. of Navigation. 2009. V. 56. № 1. P. 35–44.
10. Grewal M.S., Andrews A.P., Bartone C.G. Global Navigation Satellite Systems, Inertial Navigation, and Integration. Wiley, 2013.
11. Tijing Cai, Qimeng Xu, Emelyantsev G.I., Stepanov A.P., Daijin Zhou, Shuaipeng Gao, Yang Liu, Junxiang Huang. A multimode GNSS/MIMU integrated orientation and navigation system // 26th St. Petersburg Int. Conf.on Integrated Navigation Syst. 2019.
12. Emelyantsev G.I., Stepanov A.P., Blazhnov B.A. Initial alignment of SINS measuring unit and estimation of its errors using satellite phase measurements // Gyroscopy&Navigation. 2019. V. 10. Iss. 2. P. 62–69.
13. Кинкулькин И.Е. Глобальные навигационные спутниковые системы. Алгоритмы функционирования аппаратуры потребления. М.: Радиотехника, 2018. 328 с.
14. Jahromi A.J., Broumandan A., Nielsen J., Lachapelle G. GPS vulnerability to spoofing threats and a review of anti-spoofing techniques // Int. J. of Navigation&Observation. 2012. V. 2012. Art. ID 127072. P. 1–16.
15. Bazar A.R., Moazedi M., Mosavi M.R. Analysis of single frequency GPS receiver under delay and combining spoofing algorithm // J. of Wireless Personal Commun. 2015. V. 83. № 3. P. 1955–1970.
16. Bhatti J., Humphreys T.E. Hostile Control of ships via false GPS signals: demonstration and detection // J. of the Inst. of Navigation. 2017. V. 64(1). P. 51–66.
17. Psiaki M.L., O'Hanlon B.W., Powell S.P., Bhatti J.A., Humphreys T.E., Schofield A. GNSS lies, GNSS truth: Spoofing detection with two-antenna differential carrier phase // GPS World. 2014. V. 25. № 11. P. 36–44.
18. Salychev O.S. Verified approaches to inertial navigation. М.: BMSTU Pub., 2017. 368 p.
19. Матвеев В.В., Распопов В.Я. Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации на МЭМС датчиках. Тула: Изд-во ТулГУ, 2017. 225 с.
20. Розенберг И.Н., Соколов С.В., Уманский В.И., Погорелов В.А. Теоретические основы тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем. М.: Физматлит, 2018. 312 с.
21. Емельянцеv Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации / Под ред. Пешехонова В.Г. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.
22. Sokolov S.V., Pogorelov V.A., Shatalov A.B. Solving the autonomous initial navigation task for strapdown inertial navigation system on the perturbed basis using Rodriguez–Hamilton parameters // Rus. Aeronaut. 2019. V. 62. № 1. P. 42–51.
23. Челноков Ю.Н. Кватернионные модели и методы динамики, навигации и управления движением. М.: Физматлит, 2011. 560 с.
24. Синицын И.Н. Фильтры Калмана и Пугачева. М.: Логос, 2006. 640 с.
25. Ишлинский А.Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.: Наука, 1976. 670 с.
26. Миллер Б.М., Колосов К.С. Робастное оценивание на основе метода наименьших модулей и фильтра Калмана // Автоматика и телемех. 2020. № 11. С. 72–92.

Nonlinear Stochastic Estimation of the Navigation Parameters of the Antenna of a Mobile Radio Engineering Complex by Inertial-Satellite Measurements

S. V. Sokolov^{1,##}, V. A. Pogorelov^{1,##}, I. V. Reshetnikova^{1,###}

¹*Moscow Technical University of Communications and Informatics,
Moscow, Russia*

e-mail: s.v.s.888@yandex.ru[#], vadim-pva@narod.ru^{##}, irina_reshetnikova@mail.ru^{###}

A general solution to the problem of stochastic estimation of navigation parameters of mast antennas of radio engineering complexes (RTCs) located on mobile objects is considered. It is shown that the existing methods for determining navigation parameters using measurements of satellite navigation systems or inertial orientation systems do not provide the required accuracy for solving this problem for such a class of antennas under the action of random disturbances on an object and/or mast.

In this regard, an algorithm is proposed for stochastic estimation of the navigation parameters of a mast antenna of a radio engineering complex located on a mobile object, invariant both to the nature of the movement of the mast and to the nature of the movement of the object. It is shown that this algorithm makes it possible to ensure stability and the required accuracy of estimation under the most general assumptions about the nature of interference of sensitive elements (CE) using a strapless inertial orientation system (BIS). To solve the problem, in the most general case, the BISO includes two groups of CES consisting of three orthogonal accelerometers and three angular velocity sensors (ARC) located, respectively, in the centers of mass of the object and the antenna.

The vectors of the Rodrigue–Hamilton parameters are used as the observed vectors of the navigation parameters of the antenna and the object, and the vector of the DUS output signals located in the center of mass of the antenna is used as their observer. Based on stochastic nonlinear equations of their state vectors and equations of stochastic models of DUS output signals constructed for the most general case of antenna and object motion, a generalized Kalman filter was formed, providing a general solution to the problem of estimating the navigation parameters of a mast antenna of arbitrary design placed on a moving object.

The presented results of numerical modeling allow us to conclude that the proposed approach can be used to solve the problem of high-precision determination of navigation parameters of mast antennas of radio engineering complexes located on mobile objects, using medium and high-precision BIS without correction over a long period of time.

Keywords: mast antenna, mobile object, nonlinear stochastic estimation, navigation parameters, spatial orientation, Rodrigue–Hamilton parameters

REFERENCES

1. *Dardari D., Falletti E., Luise M.* Methods of Satellite and Ground Positioning. Prospects for the Development of Signal Processing Technologies. Moscow: Technosphere, 2012. 528 p.
2. *Zaitsev D.V.* Multi-Position Radar Systems. Methods and Algorithms of Information Processing in Conditions of Interference. Moscow: Radio Engng, 2007. 96 p.
3. *Kononov A.A.* Fundamentals of Trajectory Processing of Radar Information. St.Petersburg: SPbSETU “LETI” Pub., 2013. 164 p.
4. *Raport L., Barabanov I., Khvalkov A., Kutuzov A., Ashjaee J.* Octopus: multi antennae GPS/GLONASS RTK system // ION GPS-2000, pp. 797–804.
5. *Gebre-Egziabher D., Hayward R.C., Powell J.D.* Design of multi-sensor attitude determination systems // IEEE Trans. on Aerospace&Electronic Syst., 2004, vol. 40(2), pp. 627–649.
6. *Krasilshchikov M.N., Sebryakov G.G.* Modern Information Technologies in Navigation Tasks and Guidance of Unmanned Maneuverable. Moscow: Fizmatlit, 2009. 556 p.
7. *Sokolov S.V., Pogorelov V.A.* Measurements in information technologies nonlinear dynamic estimation of the orientation angles of a moving object from distributed satellite measurements // Meas. Tech., 2019, vol. 62, no. 3, pp. 30–36

8. *Lukasevich V.I., Pogorelov V.A., Sokolov S.V.* Algorithm for estimating the rotation parameters of a distributed antenna using satellite measurements // *Radio Engng.*, 2015, no. 6, pp. 122–132.
9. *Hirokawa R., Ebinuma T.* A Low-cost tightly coupled GPS/INS for small UAVs augmented with multiple GPS antennas // *Navigation: J. of the Inst. of Navigation*, 2009, vol. 56, no. 1, pp. 35–44.
10. *Grewal M.S., Andrews A.P., Bartone C.G.* *Global Navigation Satellite Systems, Inertial Navigation, and Integration*, Wiley, 2013.
11. *Tijing Cai, Qimeng Xu, Emelyantsev G.I., Stepanov A.P., Daijin Zhou, Shuaipeng Gao, Yang Liu, Junxiang Huang.* A multimode GNSS/MIMU integrated orientation and navigation system // 26th St. Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Syst., 2019.
12. *Emelyantsev G.I., Stepanov A.P., Blazhnov B.A.* Initial alignment of SINS measuring unit and estimation of its errors using satellite phase measurements // *Gyroscopy&Navigation*, 2019, vol. 10, iss. 2, pp. 62–69.
13. *Kinkulkin I.E.* *Global Navigation Satellite Systems. Algorithms for the Functioning of Consumer Equipment*. Moscow: Radio Engng., 2018. 328 p.
14. *Jahromi A.J., Broumandan A., Nielsen J., Lachapelle G.* GPS vulnerability to spoofing threats and a review of anti-spoofing techniques // *Int. J. of Navigation&Observation*, 2012, vol. 2012, art. ID 127072, pp. 1–16.
15. *Baziar A.R., Moazedi M., Mosavi M.R.* Analysis of single frequency GPS receiver under delay and combining spoofing algorithm // *J. of Wireless Personal Commun.*, 2015, vol. 83, no. 3, pp. 1955–1970.
16. *Bhatti J., Humphreys T.E.* Hostile control of ships via false GPS signals: demonstration and detection // *J. of the Inst. of Navigation*, 2017, vol. 64(1), pp. 51–66.
17. *Psiaki M.L., O'Hanlon B.W., Powell S.P., Bhatti J.A., Humphreys T.E., Schofield A.* GNSS lies, GNSS truth: Spoofing detection with two-antenna differential carrier phase // *GPS World*, 2014, vol. 25, no. 11, pp. 36–44.
18. *Salychev O.S.* *Verified Approaches to Inertial Navigation*. Moscow: BMSTU Pub., 2017. 368 p.
19. *Matveev V.V., Raspopov V.Ya.* *Instruments and Systems of Orientation, Stabilization and Navigation on MEMS Sensors*. Tula: TulSU Pub., 2017. 225 p.
20. *Rosenberg I.N., Sokolov S.V., Umansky V.I., Pogorelov V.A.* *Theoretical Foundations of Close Integration of Inertial Satellite Navigation Systems*. Moscow: Fizmatlit, 2018. 312 p.
21. *Emelyantsev G.I., Stepanov A.P.* Integrated inertial-satellite orientation and navigation systems / ed. by *Peshekhonov V.G.* St. Petersburg: SSC RF JSC “Concern” Central Res. Inst. “Electropri-bor”, 2016. 394 p.
22. *Sokolov S.V., Pogorelov V.A., Shatalov A.B.* Solving the autonomous initial navigation task for strapdown inertial navigation system on the perturbed basis using Rodriguez–Hamilton parameters // *Rus. Aeronaut.*, 2019, vol. 62, no. 1, pp. 42–51.
23. *Chelnokov Yu.N.* *Quaternion Models and Methods of Dynamics, Navigation and Motion Control*. Moscow: Fizmatlit, 2011. 560 p.
24. *Sinitsyn I.N.* *Kalman and Pugachev Filters*. Moscow: Logos, 2006. 640 p.
25. *Ishlinskiy A.Y.* *Orientation, Gyroscopes and Inertial Navigation*. Moscow: Nauka, 1976. 670 p.
26. *Miller B.M., Kolosov K.S.* Robust estimation based on the method of least modules and the Kalman filter // *Automat.&Telemch.*, 2020, no. 11, pp. 72–92.