

УДК 533.6.011.8

КИНЕТИЧЕСКИЙ ВЯЗКИЙ УДАРНЫЙ СЛОЙ ОКОЛО ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ОСТРОГО КОНУСА

© 2024 А. Л. Анкудинов^{1,*}¹ФГУП ЦАГИ, Жуковский, Россия

*email: ankudin2@yandex.ru

Поступила в редакцию 16.11.2023 г.

После доработки 04.06.2024 г.

Принята к публикации 10.06.2024 г.

Рассмотрено неравновесное (по внутренним и поступательным степеням свободы) течение многоатомного газа в макрокинетическом тонком вязком ударном слое (кинетическом ТВУС) около кругового острого конуса, вращающегося вокруг собственной оси. Предложено регуляризующее задачу преобразование переменных.

Указана возможность построения решения рассмотренной задачи для кинетического ТВУС на основе модели Навье—Стокса решения этой проблемы. Сформулирована замкнутая локальная регуляризованная задача, описывающая нерегулярное течение в кинетическом ТВУС вблизи заостренного носка вращающегося конуса.

Приведена сопоставительная оценка основных характеристик ТВУС кинетического и Навье—Стокса.

Ключевые слова: кинетический тонкий вязкий ударный слой (кинетический ТВУС), многоатомный газ, неравновесность, острый конус с вращением, корреляция ТВУС-течений.

DOI: 10.31857/S0032823524040089, EDN: WVUUFW

1. Введение

Предлагаемый анализ имеет дело с категорией высокоскоростных течений разреженного вязкого газа. Череда публикаций по теме вязкого гиперзвука только за последний период [1–6] определенным образом свидетельствует о важности и одновременно неисчерпаемости непростых проблем данного раздела высотной аэродинамики больших скоростей.

Течение вязкого газа вблизи вращающихся тел является одной из актуальных проблем такого рода [7, 8].

Исследования по теме преимущественно фокусировались, как в [7, 8], на обтекании гладких затупленных тел, при этом в анализе преобладал континуальный навье-стоксовский подход к проблеме.

Ниже предлагается анализ течения занавье-стоксовского диапазона режимов по указанной проблеме (высокоскоростного обтекания вращающихся тел), целиком базирующийся на кинетической теории газов (приближение кинетического тонкого вязкого ударного слоя – кинетический ТВУС) и рассматривающий объект обтекания из разряда заостренных тел (острый круговой конус).

Кинетическая модель ТВУС, построенная на основе полных 13-моментных уравнений кинетической теории газов, была сформулирована в [9] (см. также [10, 11]) для многоатомных (молекулярных) газов (неравновесность по внутренним и поступательным степеням свободы); позднее, для случая одноатомного газа (поступательная неравновесность), — на основе кинетических, так называемых, 13-моментных уравнений Грэда — в [12, 13].

Побудительным мотивом к использованию моментной модели в качестве газокинетической основы анализа гиперзвуковых течений разреженного газа в ТВУС можно полагать наличие у данной модели такого рода привлекательных качеств, как: модель допускает высокую степень неравновесности течения; имеет навье-стоксовский тип допустимых краевых условий на стенке; потенциально опирается на развитое макроскопическое матобеспечение. Оправдательным соображением применения кинетической моментной модели для описания изучаемого типа течений в ТВУС является позитивный итог сопоставления моментных данных с результатами эксперимента и данными прямого статистического моделирования (DSMC), как в тестовых так и в практических исследованиях ТВУС [13–15].

Уравнения гиперзвукового кинетического ТВУС около нетонких осесимметричных тел, вращающихся вокруг оси, для случая многоатомного газа, согласно [3], имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial r \rho u}{\partial x} + \frac{\partial r \rho v}{\partial y} &= 0, \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} - \rho w^2 \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} + \frac{\partial p_{12}}{\partial y} = 0 \\
 -p_{12} &= \frac{1}{\text{Re}} \frac{P_{22}}{p} \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial P_{22}}{\partial y} - \frac{\rho u^2}{R_1} - \frac{\rho w^2}{R_2} = 0 \\
 \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho u w \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} + \frac{\partial p_{32}}{\partial y} &= 0 \\
 -p_{32} &= \frac{1}{\text{Re}} \frac{P_{22}}{p} \mu \frac{\partial w}{\partial y}, \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (q_2 + u p_{12} + w p_{32}) = 0 \\
 -q_2 &= \frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{P_{22}}{p} \mu \frac{\partial h}{\partial y} \\
 p &= 2\epsilon \rho h, \mu = \mu(h), H = h + \frac{u^2 + w^2}{2} \\
 \frac{p}{P_{22}} &= 1 + \frac{2}{3\alpha} \left(\frac{1}{\text{Re}} \frac{\mu}{p} \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{2}{3\alpha} \left(\frac{1}{\text{Re}} \frac{\mu}{p} \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Условия на внешней границе ударного слоя y_e (т.е. при $y = y_e(x)$, где y_e — неизвестная, подлежащая определению):

$$\begin{aligned}
 \rho v &= \rho_\infty v_\infty, \rho_\infty v_\infty (u - u_\infty) + p_{12} = 0 \\
 P_{22} &= \rho_\infty v_\infty^2, \rho_\infty v_\infty w + p_{32} = 0 \\
 \rho_\infty v_\infty (H - H_\infty) + q_2 + u p_{12} + w p_{32} &= 0
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Условия на поверхности тела (т.е. при $y = 0$):

$$u = 0, w = \omega r, H = H_w \tag{1.3}$$

Обезразмеривание переменных задачи:

$$u = \frac{u^*}{U_\infty^*}, v = \frac{v^*}{U_\infty^*}, w = \frac{w^*}{U_\infty^*}, H = \frac{H^*}{U_\infty^{*2}}, p = \frac{p^*}{\rho_\infty^* U_\infty^{*2}}, h = \frac{h^*}{U_\infty^{*2}}, T = \frac{T^*}{(U_\infty^{*2} / c_p^*)}, x = \frac{x^*}{L^*},$$

$$y = \frac{y^*}{L^*}, \rho = \frac{\rho^*}{\rho_\infty^*}, \mu = \frac{\mu^*}{\mu_0^*}, r = \frac{r^*}{L^*}, P_{22} = \frac{P_{22}^*}{\rho_\infty^* U_\infty^{*2}}, R_1 = \frac{R_1^*}{L^*}, R_2 = \frac{R_2^*}{L^*}.$$

Для представления задачи ТВУС в (1.1) – (1.3) используется связанная с обтекаемой поверхностью ортогональная система координат, обычно применяемая в теории пограничного слоя, т.е. продольная координата x здесь отсчитывается вдоль прямой линейной образующей поверхности (конуса) от острого носка, поперечная координата y отсчитывается вдоль нормали к поверхности тела.

Список основных обозначений:

u, v, w – компоненты скорости течения в продольном – x , поперечном – y и азимутальном направлениях соответственно;

ω – угловая скорость вращения конуса;

h, H – статическая и полная энтальпии соответственно;

$Re = U_\infty^* L^* \rho_\infty^* / \mu_0^*$ – число Рейнольдса; $Pr = \mu^* c_p^* / \lambda^*$ – число Прандтля;

L^* – характерный линейный размер; $U_\infty^*, \rho_\infty^*$ – скорость и плотность в набегающем невозмущенном потоке; M_∞ – число Маха набегающего потока;

p – давление; ρ – плотность; T – температура; T_0^* – температура торможения; γ – отношение удельных теплоемкостей, т.е. $\gamma = c_p^* / c_v^*$, где c_p^* и c_v^* – удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и при постоянном объеме соответственно; $\varepsilon = (\gamma - 1) / 2\gamma$;

μ^* – коэффициента вязкости; μ_0^* – значение коэффициента вязкости μ^* при температуре торможения T_0^* ; λ^* – коэффициент теплопроводности;

α – отношение времен релаксации при упругих (τ_{el}) и неупругих (τ_{in}) столкновениях молекул газа, $\alpha = \tau_{el} / \tau_{in} = \alpha(T)$;

R_1, R_2 – радиусы кривизны поверхности конуса в продольном и азимутальном направлениях соответственно ($R_1^{-1} = 0$);

rL^* – расстояние от оси симметрии конуса до его поверхности;

$P_{22} = {}_2p + p_{22}$, где $p_{22}\rho_\infty^* U_\infty^{*2}$ – компонента девиаторной части тензора напряжений $p_{ij}\rho_\infty^* U_\infty^{*2}$ ($i, j, k=1, 2, 3$) при индексах 1, 2 и 3, ассоциируемых с продольным, поперечным и азимутальным направлениями соответственно; $q_i\rho_\infty^* U_\infty^{*3}$ – вектор теплового потока.

Индексы описывают: « e » – внешнюю границу ТВУС, « w » – стенку, « ∞ » – набегающий (невозмущенный) поток; верхний индекс * относится к размерным величинам.

Анализ течения в задаче кинетического ТВУС около вращающегося конуса строится на использовании переменных Мизеса (x, ψ), где ψ – функция тока ($\psi = \psi^* / L^* \rho_\infty^* U_\infty^{*2}$), которая вводится соотношениями:

$$r\rho u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, r\rho v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1.4)$$

2. Регуляризирующее преобразование

Течение в ТВУС около заостренных тел имеет существенную особенность (в окрестности острого носка) и является в высокой степени нерегулярным (причина: головной скачок непосредственно присоединен к носку). Вследствие чего применяемый на практике аппарат исследования ТВУС-течений, ориентированный на

изучение обтекания затупленных тел, (прежде всего из-за свойств используемых там переменных) непригоден в случае тел с головным заострением.

Для преодоления указанной существенной особенности предлагается регуляризующее преобразование переменных следующего вида:

$$\xi = x^{1/2}, \eta = \psi^{1/2}$$

$$\tilde{u} = \frac{u}{r^{1/2}}, \tilde{H} = \frac{H - H_{w0}}{r^{1/2}}, \tilde{w} = \frac{w - w_{w0}}{r^{1/2}}, \quad (2.1)$$

где (см. (1.4). о величине ψ):

$$\tilde{\psi} = \psi / (r^2/2),$$

H_{w0} — значение величины H при $x = 0$ на стенке $\eta = 0$, w_{w0} — значение w при $x = 0$ на стенке $\eta = 0$;

ξ, η — новые независимые переменные задачи (соответственно продольная переменная ξ и поперечная η); областью изменения (ξ, η) является: $\xi \geq 0, 0 \leq \eta \leq 1$.

Задача ТВУС около острого конуса, представленная в переменных (2.1), является регулярной.

3. Корреляция

(x, η) -интерпретация кинетического ТВУС позволяет в рамках структуры последнего сформулировать следующего вида замкнутую краевую задачу для вычисления величин $(\tilde{u}, \tilde{w}, \tilde{H}, P_{22})_k, (p_{12})_k, (p_{32})_k, (q_2)_k$:

уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} \eta \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{1}{u} w^2 \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} + \frac{\partial p_{12}}{\partial \eta} &= 0 \\ -p_{12} &= \frac{1}{\text{Re}} P_{22} \mu \frac{\rho}{p} u \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{2}{r^3} \\ 2^{-1} \frac{u^2}{R_1} + 2^{-1} \frac{w^2}{R_2} &= \frac{u}{r} \frac{\partial P_{22}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial w}{\partial x} - 2 \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} \eta \frac{\partial w}{\partial \eta} + w \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} + \frac{\partial p_{32}}{\partial \eta} &= 0 \\ -p_{32} &= \frac{1}{\text{Re}} P_{22} \mu \frac{\rho}{p} u \frac{\partial w}{\partial \eta} \frac{2}{r^3} \\ r \frac{\partial H}{\partial x} - 2 \frac{dr}{dx} \eta \frac{\partial H}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \eta} (q_2 + up_{12} + wp_{32}) &= 0 \\ -q_2 &= \frac{1}{\text{RePr}} P_{22} \mu \frac{\rho}{p} u \frac{\partial h}{\partial \eta} \frac{2}{r^3} \\ p &= 2\varepsilon \rho h; \mu = \mu(h); H = h + \frac{u^2 + w^2}{2} \\ u &= \tilde{u} r^{1/2}; w = \tilde{w} r^{1/2} + w_{w0}; H = \tilde{H} r^{1/2} + H_{w0} \end{aligned} \quad (3.1)$$

условия при $\eta = 0$:

$$u = 0, w = \omega r, H = H_w \quad (3.2)$$

условия при $\eta = 1$:

$$\rho_\infty v_\infty (u - u_\infty) + p_{12} = 0$$

$$P_{22} = \rho_\infty v_\infty^2 \quad (3.3)$$

$$\rho_\infty v_\infty w + p_{32} = 0$$

$$\rho_\infty v_\infty (H - H_\infty) + q_2 + up_{12} + wp_{32} = 0$$

Точно такой же вид, в таких же (x, η) -независимых переменных, имеет краевая задача, описывающая величины $(\tilde{u}, \tilde{w}, \tilde{H}, p)_n, (p_{12})_n, (p_{32})_n, (q_2)_n$ ТВУС в рамках модели Навье—Стокса.

Выше, в разд. 3, и далее индекс k относится к кинетическому ТВУС, индекс n относится к ТВУС Навье—Стокса.

Комплексы функций $(\tilde{u}, \tilde{w}, \tilde{H}, P_{22})_k, (p_{12})_k, (p_{32})_k, (q_2)_k$ и $(\tilde{u}, \tilde{w}, \tilde{H}, p)_n, (p_{12})_n, (p_{32})_n, (q_2)_n$ являются решением одной и той же замкнутой краевой задачи в независимых переменных (x, η) , связанных с потоком.

Отсюда следует (в условной записи):

$$(u, w, H, P_{22})_k = (u, w, H, p)_n \quad (3.4)$$

$$(P_{22})_k = (p)_n \quad (3.5)$$

$$(p_{12})_k = (p_{12})_n, (p_{32})_k = (p_{32})_n, (q_2)_k = (q_2)_n \quad (3.6)$$

Равенства (3.6) позволяют заключить, что локальные величины напряжения трения на поверхности и нормальный тепловой поток к стенке в обоих (кинетическом и Навье—Стокса) ТВУС-течениях повсеместно совпадают, т.е. и трение и теплообмен на стенке соответственно одинаковы в том и другом случае.

Эта корреляция (подобие, соотнесение) ТВУС-решений очевидным образом (см. (3.4)–(3.6)) позволяет выстраивать решение кинетической задачи ТВУС на базе решения ТВУС-решения Навье—Стокса. Для установления связи кинетического ТВУС-решения, полученного в переменных Мизеса $(x, \tilde{\psi})$, с физическими координатами (x, y) следует привлечь обращенное уравнение, вводящие поперечную переменную Мизеса (см. (1.4)), т.е. уравнение вида:

$$\frac{\partial y}{\partial \eta} = (2\rho_k \tilde{u})^{-1}, y(\eta = 0) = 0$$

4. Острый носок

Использование преобразования (2.1) кинетической задачи ТВУС дает возможность получить ее предельную ($\xi \rightarrow 0$) форму, описывающую течение вблизи острого носка конуса.

Это будут:

система уравнений:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{\text{Re}} \mu P_{22} \left[\frac{\rho}{p} \right] \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} &= 0 \\
\frac{\partial P_{22}}{\partial \eta} &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{\text{Re}} \mu P_{22} \left[\frac{\rho}{p} \right] \tilde{u} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \eta} &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{\text{RePr}} \mu P_{22} \left[\frac{\rho}{p} \right] \tilde{u} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \eta} &= 0 \\
1 &= 2\varepsilon \left[\frac{\rho}{p} \right] h; \mu = \mu(h); h = H_{w0}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

условия на внешней границе ТВУС, т.е. при $\eta = 1$:

$$\begin{aligned}
\rho_{\infty} v_{\infty} u_{\infty} &= \frac{1}{\text{Re}} \mu P_{22} \left[\frac{\rho}{p} \right] \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} \\
P_{22} &= \rho_{\infty} v_{\infty}^2 \\
\rho_{\infty} v_{\infty} w_{w0} &= \frac{1}{\text{Re}} \mu P_{22} \left[\frac{\rho}{p} \right] \tilde{u} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \eta} \\
\rho_{\infty} v_{\infty} (H_{w0} - H_{\infty}) &= \frac{1}{\text{RePr}} \mu P_{22} \left[\frac{\rho}{p} \right] \tilde{u} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \eta}
\end{aligned} \tag{4.2}$$

условия на стенке, т.е. при $\eta = 0$:

$$\tilde{u} = 0, \tilde{w} = 0, \tilde{H} = 0 \tag{4.3}$$

Предельная форма рассмотренного кинетического ТВУС (4.1) – (4.3) представляет собой интегрируемую замкнутую краевую задачу на конечном отрезке (поперечной переменной η) для системы обыкновенных дифференциальных уравнений; для полноты картины система должна быть доукомплектована записанным в переменных (2.1) последним уравнением из (1.1).

Заключение

Рассмотрено неравновесное (по внутренним и поступательным степеням свободы) течение однородного многоатомного газа в кинетическом ТВУС около острого вращающегося конуса.

Регуляризована задача кинетического ТВУС, описывающего нерегулярное неравновесное течение многоатомного газа около острого вращающегося конуса.

Сформулирован принцип подобия нерегулярного неравновесного течения молекулярного газа в кинетическом ТВУС около острого вращающегося конуса с аналогом Навье–Стокса ТВУС-течения.

Показано: локальные трение и теплообмен на стенке в обоих течениях (кинетическом и нерегулярном ТВУС Навье–Стокса около вращающегося острого конуса) на всей обтекаемой поверхности соответственно совпадают.

Показано, что решение кинетической задачи нерегулярного ТВУС около острого вращающегося конуса может быть полностью построено на базе решения соответствующей ТВУС-задачи.

Работа поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований (проект 20-08-00790А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Брыкина И.Г.* Асимптотические решения уравнений тонкого вязкого ударного слоя в окрестности плоскости симметрии затупленных тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком разреженного газа // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 3. С. 120–131.
2. *Брыкина И.Г., Рогов Б.В., Тирский Г.А., Утюжников С.В.* Влияние кривизны поверхности на граничные условия в модели вязкого ударного слоя при гиперзвуковом обтекании разреженным газом // ПММ. 2012. Т. 76. Вып. 6. С. 938–953.
3. *Брыкина И.Г., Рогов Б.В., Тирский Г.А., Титарев В.А., Утюжников С.В.* Сравнительный анализ подходов к исследованию гиперзвукового обтекания затупленных тел в переходном режиме // ПММ. 2013. Т. 77. Вып. 1. С. 15–26.
4. *Брыкина И.Г.* Асимптотическое исследование теплопередачи и трения в трехмерных гиперзвуковых течениях разреженного газа // ПММ. 2016. Т. 80. № 3. С. 344–365.
5. *Noori S., Ghasemloo S., Mani M.* Viscous shock layer around slender bodies with nonequilibrium air chemistry // Iran. J. Sci. & Technol. Trans. Mech. Engng. 2017. V. 41. P. 251–264.
6. *Брыкина И.Г.* Приближенные аналитические решения для тепловых потоков при трехмерном гиперзвуковом обтекании затупленных тел // Изв. РАН. МЖГ. 2017. № 4. С. 125–139.
7. *Марков А.А.* О влиянии вращения тела и внешней завихренности на теплообмен около критической точки затупленного тела в сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 3. С. 179–182.
8. *Журавлева Г.С., Пилюгин Н.Н.* Гиперзвуковое обтекание вращающихся осесимметричных тел // Тр. 4-й РНКТ. 2006. Т. 2. С. 112–115.
9. *Кузнецов М.М., Никольский В.С.* Кинетический анализ гиперзвуковых вязких течений многоатомного газа в тонком трехмерном ударном слое // Уч. Зап. ЦАГИ. 1985. Т. 16. № 3. С. 38–49.
10. *Никольский В.С.* Кинетическая модель гиперзвуковых течений разреженного газа // Матем. моделир. 1996. Т. 8. № 12. С. 29–46.
11. *Кузнецов М.М., Липатов И.И., Никольский В.С.* Реология течения разреженного газа в гиперзвуковом ударном и пограничном слоях // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 5. С. 189–196.
12. *Cheng H.K., Lee C.J., Wong E.Y., Yang H.T.* Hypersonic slip flows and issues on extending continuum model beyond the Navier–Stokes level // AIAA Paper. 1989. № 89-1663.
13. *Cheng H.K., Wong E.Y., Dogra V.K.* A shock-layer theory based on thirteen-moment equations and DSMC calculations of rarefied hypersonic flows // AIAA Paper. 1991. № 91-0783.
14. *Cheng H.K., Emanuel G.* Perspective on hypersonic nonequilibrium flow // AIAA J. 1995. V. 33. № 3. P. 385–399.
15. *Анкудинов А.Л.* Кинетический вязкий ударный слой в плоскости растекания аппарата типа несущий корпус // ПММ. 2021. Т. 85. № 5. С. 615–625.

Kinetic Viscous Shock Layer Near A Rotating Sharp Cone

A. L. Ankudinov^{a,*}

^aTsAGI, Zhukovsky, Russia
#email: ankudin2@yandex.ru

The paper considers a nonequilibrium (in terms of internal and translational degrees of freedom) flow of a polyatomic gas in a macrokinetic thin viscous shock layer (kinetic TVSL) near a circular sharp cone rotating around its own axis. A transformation of variables that regularizes the problem is proposed.

The possibility of constructing a solution to the considered problem for a kinetic TVSL based on the Navier–Stokes model for solving this problem is indicated.

A closed local regularized problem is formulated that describes an irregular flow in a kinetic TVSL near the pointed tip of a rotating cone.

Keywords: kinetic thin viscous shock layer (kinetic TVSL), polyatomic gas, nonequilibrium, sharp cone with rotation, correlation of TVSL flows.

REFERENCES

1. *Brykina I.G.* Asymptotic solutions of the thin viscous shock layer equations near the symmetry plane of blunt bodies in hypersonic rarefied gas flow // *Fluid Dyn.*, 2011, vol. 46, no. 3, pp. 444–455.
2. *Brykina I.G., Rogov B.V., Tirsky G.A., Utyuzhnikov S.V.* The effect of surface curvature on the boundary conditions in the viscous shock layer model for hypersonic rarefied gas flow // *JAMM*, 2012, vol. 76, iss. 6, pp. 677–687.
3. *Brykina I.G., Rogov B.V., Tirsky G.A., Titarev V.A., Utyuzhnikov S.V.* A comparative analysis of approaches for investigating hypersonic flow over blunt bodies in a transitional regime // *JAMM*, 2013, vol. 77, iss. 1, pp. 9–16.
4. *Brykina I.G.* Asymptotic investigation of heat transfer and skin friction in three-dimensional hypersonic rarefied gas flows // *JAMM*, 2016, vol. 80, no. 3, pp. 244–256.
5. *Noori S., Ghasemloo S., Mani M.* Viscous shock layer around slender bodies with nonequilibrium air chemistry // *Iran. J. Sci.&Technol. Trans. Mech. Engng.*, 2017, vol. 41, pp. 251–264.
6. *Brykina I.G.* Approximate analytical solutions for heat fluxes in three-dimensional hypersonic flow over blunt bodies // *Fluid Dyn.*, 2017, vol. 52, no. 4, pp. 572–586.
7. *Markov A.A.* Influence of rotation of the body and exterior vorticity on the heat transfer near the stagnation point of a blunt body in a supersonic stream // *Fluid Dyn.*, 1984, vol. 19, pp. 499–502.
<https://doi.org/10.1007/BF01093921>
8. *Zhuravleva G.S., Pilyugin N.N.* Hypersonic flow around rotating axisymmetric bodies // *Proc. 4th RNKT*, 2006, vol. 2, pp. 112–115.
9. *Kuznetsov M.M., Nikolsky V.S.* Kinetic analysis of hypersonic viscous flows of a polyatomic gas in a thin three-dimensional shock layer // *Sci. Notes TsAGI*, 1985, vol. 16, no. 3, pp. 38–49.
10. *Nikolsky V.S.* Kinetic model of hypersonic flows of a rarefied gas // *Math. Model.*, 1996, vol. 8, no. 12, pp. 29 – 46.
11. *Kuznetsov M.M., Lipatov I.I., Nikolsky V.S.* Rheology of rarefied gas flow in hypersonic shock and boundary layers // *Fluid Dyn.*, 2007, vol. 42, no. 5, pp. 851 – 857.
12. *Cheng H.K., Lee C.J., Wong E.Y., Yang H.T.* Hypersonic slip flows and issues on extending continuum model beyond the Navier–Stokes level // *AIAA Paper*, 1989, no. 89-1663.
13. *Cheng H.K., Wong E.Y., Dogra V.K.* A shock-layer theory based on thirteen-moment equations and DSMC calculations of rarefied hypersonic flows // *AIAA Paper*, 1991, no. 91-0783.
14. *Cheng H.K., Emanuel G.* Perspective on hypersonic nonequilibrium flow // *AIAA J.*, 1995, vol. 33, no. 3, pp. 385–399.
15. *Ankudinov A.L.* Kinetic shock layer in the spreading plane of a lifting body apparatus // *JAMM*, 2021, vol. 85, no. 5, pp. 615–625.