

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.876

ДВУМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ ДОСТИЖЕНИЯ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ В РАДИОЛОКАЦИИ И ДИСТАНЦИОННОМ ЗОНДИРОВАНИИ

© 2023 г. Б. А. Лаговский^а, *, А. Б. Самохин^а^аМИРЭА – Российский технологический университет,
просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация

*E-mail: robertlag@yandex.ru

Поступила в редакцию 26.05.2022 г.

После доработки 26.05.2022 г.

Принята к публикации 02.06.2022 г.

Предложена методика обработки сигналов, позволяющая восстанавливать двумерные радиоизображения объектов с угловым сверхразрешением. Обоснован метод двойной ортогонализации, позволяющий повысить уровень достигаемого сверхразрешения. Показаны предельные возможности получения адекватных решений обратных задач при наличии априорной информации о решении.

DOI: 10.31857/S0033849423030117, EDN: IDJYGA

ВВЕДЕНИЕ

Повышение разрешающей способности угловых систем — современное направление их развития и совершенствования. В силу важности задачи во многих странах разрабатываются методы достижения углового сверхразрешения. Наиболее известны: метод MUSIC, ESPRIT, методы сверхвысокого разрешения, обратной свертки сигналов, фазовых взвешивающих коэффициентов, методы углового взвешивания, максимальной энтропии Берга, “теплового шума”, Борджотти–Лагунаса [1–6].

Большинство известных методов предназначено только для решения одномерных задач. Их обобщение на двумерные задачи существенно усложняет алгоритмы, повышает степень неустойчивости решений, резко повышается время обработки сигналов.

От перечисленных выше недостатков во многом свободны рассматриваемые в работе методы, названные алгебраическими. Они заключаются в том, что в области расположения источника задаются системы ортогональных функций $\{h\}$ и представляется приближенное решение в виде конечного разложения по этим функциям [8–12].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Поставим задачу получения радиоизображений исследуемых объектов $I(\alpha, \varphi)$ с возможно большим разрешением на основе анализа полученного при сканировании сигнала $U(\alpha, \varphi)$. Заданной считается диаграмма направленности (ДН) антенной системы $f(\alpha, \varphi)$ и принятый сиг-

нал $U(\alpha, \varphi)$. Обозначим как $I(\alpha, \varphi)$ подлежащее определению угловое распределение амплитуды отраженного объектом сигнала в задачах активной локации или же излучаемого сигнала в задачах пассивной локации.

Тогда принятый сигнал представляет собой двумерную свертку:

$$U(\alpha, \varphi) = \int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') I(\alpha', \varphi') d\varphi' d\alpha', \quad (1)$$

где Ω — телесный угол, в котором расположен источник излучения.

Максимальное разрешение, обеспечиваемое по каждому из углов, определяется, как известно, критерием Рэлея:

$$\delta\alpha \cong \lambda/D_{\alpha}, \quad \delta\varphi \cong \lambda/D_{\varphi}, \quad (2)$$

где $D_{\alpha, \varphi}$ — линейные размеры антенной системы по соответствующим направлениям, λ — используемая длина волны.

Таким образом, при прямых измерениях распределение $I(\alpha, \varphi)$ находится с разрешением не лучше $\delta\alpha$ и $\delta\varphi$. Возникает задача цифровой обработки сигнала вида (1), которая позволила бы повысить качество двумерного изображения объекта за счет превышения критерия Рэлея.

Математически задача состоит в поиске приближенного решения интегрального уравнения (ИУ) Фредгольма первого рода типа двумерной свертки (1) относительно $I(\alpha, \varphi)$ со сверхразрешением.

Поставленная задача является обратной и некорректной по Адамару, что часто приводит к получению неустойчивых и неадекватных решений.

2. МЕТОД ДВОЙНОЙ ОРТОГОНАЛИЗАЦИИ

При решении алгебраическими методами приближенное решение представляется в виде разложения по конечной системе ортонормированных в области Ω функций $h_m(\alpha, \varphi)$ с неизвестными коэффициентами a_m :

$$I(\alpha, \varphi) \equiv \sum_{m=1}^N a_m h_m(\alpha, \varphi), \quad (3)$$

$$U(\alpha, \varphi) \equiv \sum_{m=1}^N a_m H_m(\alpha, \varphi), \quad (4)$$

$$H_m(\alpha, \varphi) = \int_{\Psi} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') h_m(\alpha', \varphi') d\alpha' d\varphi.$$

Проведенная параметризация позволила свести решение обратной задачи к определению коэффициентов a_m , $m = 1, 2, \dots, N$. В подобных задачах коэффициенты обычно определяются из условий минимума среднеквадратичного отклонения — в данном случае (4) от $U(\alpha, \varphi)$. Тогда приходим к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \mathbf{F}\mathbf{A}, \\ \mathbf{V}_j &\equiv \int_{\Psi} U(\alpha, \varphi) H_j(\alpha, \varphi) d\alpha d\varphi, \\ \mathbf{F}_{j,m} &= \int_{\Psi} H_m(\alpha, \varphi) H_j(\alpha, \varphi) d\alpha d\varphi. \end{aligned} \quad (5)$$

Интегрирование в (5) проводится по области $\Psi > \Omega$, где Ψ — телесный угол, в пределах которого отношение сигнал/шум (ОСШ) в сигнале $U(\alpha, \varphi)$ еще позволяет получать устойчивые решения.

Решение (5) дает возможность найти матрицу-столбец $\mathbf{A}$ коэффициентов a_m , т.е. приближенное решение обратной задачи (3).

Получаемые СЛАУ (5) обычно плохо обусловлены, т.к. решается обратная некорректная задача. С увеличением N , т.е. при попытках повысить разрешение, устойчивость решений резко падает, что подтверждается экспоненциальным ростом чисел обусловленности матриц $\mathbf{F}$ [13...15].

Существенное повышение устойчивости может быть достигнуто, если функции $H_j(\alpha, \varphi)$ из (4) оказываются ортогональными в области Ψ . Тогда

матрица $\mathbf{F}$ становится диагональной, и коэффициенты a_j легко найти из соотношений

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega} U(\alpha, \varphi) H_j(\alpha, \varphi) d\alpha d\varphi = \\ &= a_j \int_{\Omega} H_j^2(\alpha, \varphi) d\alpha d\varphi, \quad j = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (6)$$

Возникает задача нахождения ортогональной системы функций $\{H\}$ в области Ψ , которая является образом ортогональной в области расположения источника Ω системы функций $\{h\}$, т.е. требуется одновременная ортогонализация двух связанных между собой систем функций.

Этому требованию удовлетворяют собственные функции ИУ. Численные исследования показали, что задача поиска собственных функций ИУ менее устойчива, чем решение основной задачи в виде (5), что делает бессмысленным использование собственных функций ИУ в (5), (6) [17, 18].

Покажем, что не только собственные функции ИУ могут удовлетворять требованию двойной ортогональности. Используем вначале какую-либо ортонормированную в области Ω конечную систему функций $\{h\}$. На ее основе в соответствии с (4) получаем систему неортогональных в области Ψ функций $\{H\}$. Далее, составляем матрицу Грама, т.е. матрицу скалярных произведений двумерных функций $\mathbf{S}$ со следующими элементами:

$$S_{i,j} = (H_i, H_j) = \int_{\Psi} H_i(\alpha, \varphi) H_j(\alpha, \varphi) d\alpha d\varphi. \quad (7)$$

Матрица $\mathbf{S}$ симметричная, положительно определена, поэтому существует преобразование $\mathbf{T}$, приводящее ее к диагональному виду

$$\bar{\mathbf{S}} = \mathbf{T}^T \mathbf{S} \mathbf{T}, \quad (8)$$

где столбцы матрицы $\mathbf{T}$ — собственные векторы матрицы $\mathbf{S}$, а $\mathbf{T}^T$ — транспонированная матрица.

Используя найденную матрицу $\mathbf{T}$, введем новую систему функций $\{G\}$:

$$\bar{G}_j(\alpha, \varphi) = \sum_{n=1}^N T_{j,n} H_n(\alpha, \varphi), \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

Полученная система (9) оказывается ортогональной в области Ψ , так как скалярные произведения образуют диагональную матрицу:

$$\begin{aligned} (G_i, G_j) &= \sum_{m,n=1}^N T_{j,m} T_{i,n} \int_{\Psi} H_m(\alpha, \varphi) H_n(\alpha, \varphi) d\alpha d\varphi = \\ &= \sum_{m,n=1}^N T_{j,m} T_{i,n} S_{m,n} = \bar{S}_{i,j}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\bar{S}_{i,j}$ — элементы матрицы (8).

Найдем теперь систему функций $\{g_j\}$, которая порождает полученную ортогональную в области Ψ систему $\{G_j\}$ (9):

$$G_j(\alpha, \varphi) = \int_{\Psi} f(\alpha - \gamma, \varphi - \chi) g_j(\gamma, \chi) d\gamma d\chi, \quad (11)$$

$$j = 1, 2, \dots, N.$$

Из (9) следует:

$$G_j(\alpha, \varphi) = \sum_{m=1}^N T_{j,m} \int_{\Psi} f(\alpha - \gamma, \varphi - \chi) h_m(\gamma, \chi) d\gamma d\psi =$$

$$= \int_{\Psi} f(\alpha - \gamma, \varphi - \chi) \left(\sum_{m=1}^N T_{j,m} h_m(\gamma, \chi) \right) d\gamma d\chi. \quad (12)$$

Сравнивая (11) и (12), получим

$$g_j(\alpha, \varphi) = \sum_{m=1}^N T_{m,j} h_m(\alpha, \varphi). \quad (13)$$

Найденная система (13) оказывается ортогональной в области расположения источника Ω , так как в силу ортогональности функций $h_m(\alpha, \varphi)$ и ортогональности собственных векторов матрицы S , образующих матрицу T , получим:

$$\int_{\Psi} g_i(\gamma, \Phi) g_j(\Phi) d\gamma d\Phi = \sum_{m,n=1}^N T_{j,m} T_{i,n} \times$$

$$\times \int_{\Psi} h_m(\gamma, \Phi) h_n(\gamma, \Phi) d\gamma d\Phi =$$

$$= \begin{cases} 0, & i \neq j \\ \mu_m, & i = j, \end{cases} \quad \mu_j = \sum_{m=1}^N T_{j,m}^2. \quad (14)$$

Из (13) и (14) следует, что искомая система функций $\{g_j\}$ определяется тем же линейным преобразованием (9), что и $\{G_j\}$.

В итоге построена новая система из N функций $g_m(\alpha, \varphi)$, ортогональная в области Ω , которая порождает ортогональную систему функций $G_m(\alpha, \varphi)$ в области Ψ .

Используя полученную систему $G_m(\alpha, \varphi)$, находим принятый сигнал

$$U(\alpha, \varphi) \equiv \sum_{m=1}^N C_m G_m(\alpha, \varphi) \quad (15)$$

и коэффициенты разложения

$$C_m = \frac{1}{Q_m} \int_{\Psi} U(\alpha, \varphi) G_m(\alpha, \varphi) d\alpha d\varphi, \quad (16)$$

$$Q_m = \int_{\Psi} G_m(\alpha, \varphi)^2 d\alpha d\varphi.$$

Принятый сигнал (15), используя (1), (12), (14), можно также представить и в несколько ином виде, основанном на первоначальной системе $\{h_j\}$:

$$U(\alpha, \varphi) = \int_{\Psi} f(\alpha - \gamma, \varphi - \Phi) I(\gamma, \Phi) d\gamma d\Phi,$$

$$U(\alpha, \varphi) = \sum_{m=1}^N C_m G_m(\alpha, \varphi) =$$

$$= \int_{\Psi} f(\alpha - \gamma, \varphi - \Phi) \left(\sum_{j=1}^N C_j h_j(\gamma, \Phi) \right) d\gamma d\Phi. \quad (17)$$

Приравнивая подынтегральные выражения в (17), получим приближенное решение рассматриваемой обратной задачи в виде разложения и по введенной новой системе функций, и по исходной системе:

$$I(\alpha, \varphi) \equiv \sum_{j=1}^N C_j g_j(\alpha, \varphi), \quad (18)$$

$$I(\alpha, \varphi) \equiv \sum_{j=1}^N r_j h_j(\alpha, \varphi), \quad r_j = \sum_{m=1}^N C_m T_{m,j}.$$

В итоге новые системы функций (9) и (13) позволяют одновременно представить искомое решение (3) и исследуемый сигнал $U(\alpha, \varphi)$ в виде разложений по ортогональным функциям, что упрощает анализ задачи, повышает устойчивость численных решений и, в конечном счете, позволяет повысить достигаемую степень сверхразрешения.

В качестве систем двумерных функций удобно использовать разделимые системы, т.е. системы функций, для которых возможно представление

$$h(\alpha, \varphi) = h^{\alpha}(\alpha) h^{\varphi}(\varphi),$$

так как быстродействие алгоритмов в этом случае заметно выше. Тогда получаем

$$U(\alpha, \varphi) = \sum_{m,n=1}^N a_{m,n} \Phi_{n,m}(\alpha, \varphi), \quad (19)$$

$$\Phi_{n,m}(\alpha, \varphi) = \int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') h_n^{\alpha}(\alpha') h_m^{\varphi}(\varphi') d\alpha' d\varphi',$$

и, обозначив

$$L_{j,k} = \int_{\Psi} U(\alpha, \varphi) \Phi_{j,k}(\alpha, \varphi) d\alpha d\varphi,$$

$$R_{n,m,j,k} = \int_{\Omega} \Phi_{n,m}(\alpha, \varphi) \Phi_{j,k}(\alpha, \varphi) d\alpha d\varphi,$$

приходим к матричному уравнению

$$L_{j,k} = \sum_{m,n=1}^N a_{m,n} R_{n,m,j,k} \quad (20)$$

относительно матрицы коэффициентов $a_{m,n}$, решение которого обеспечивает решение всей обратной задачи:

$$I(\alpha, \varphi) \equiv \sum_{m,n=1}^N a_{m,n} h_n^\alpha(\alpha) h_m^\varphi(\varphi). \quad (21)$$

Разделимые системы удобно использовать при анализе сигналов, получаемых АР. Для плоской АР ДН $f(\alpha, \varphi)$ может быть представлена как $f(\alpha, \varphi) = f^\alpha(\alpha) f^\varphi(\varphi)$, и формулы (19)–(21) упрощаются, в частности

$$\Phi_{n,m}(\alpha, \varphi) = \Phi_n^\alpha(\alpha) \Phi_m^\varphi(\varphi), \quad (22)$$

тогда процедуру двойной ортогонализации можно проводить отдельно для каждой из систем функций $\Phi_n^\alpha(\alpha)$ и $\Phi_m^\varphi(\varphi)$ по описанной выше схеме.

Для этого следует представить область Ψ в виде некоторой новой прямоугольной области углов

$$\Psi(\alpha, \varphi) = \Psi_\alpha(\alpha, \varphi) \Psi_\varphi(\alpha, \varphi),$$

что всегда возможно, например, за счет расширения или же некоторого сужения первоначальной области используемых при представлении сигнала $U(\alpha, \varphi)$ углов Ψ .

Найденная ортогональная система $G_m(\alpha)G_n(\varphi)$, $m = 1, 2, \dots, M$, $n = 1, 2, \dots, N$ позволяет выразить принятый сигнал в виде

$$U(\alpha, \varphi) \equiv \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N C_{m,n} G_m(\alpha) G_n(\varphi), \quad (23)$$

и найти коэффициенты разложения без решения матричного уравнения (20):

$$\begin{aligned} C_{m,n} &= \frac{1}{Q_{m,n}} \int_{\Psi_\varphi} G_n(\varphi) \int_{\Psi_\alpha} U(\alpha, \varphi) G_m(\alpha) d\alpha d\varphi, \\ Q_{m,n} &= \int_{\Psi_\alpha} G_m(\alpha)^2 d\alpha \int_{\Psi_\varphi} G_n(\varphi)^2 d\varphi. \end{aligned} \quad (24)$$

Тогда решение обратной задачи будет иметь вид

$$I(\alpha, \varphi) \equiv \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N C_{m,n} g_m(\alpha) g_n(\varphi), \quad (25)$$

где $g_m(\alpha)g_n(\varphi)$, $m = 1, 2, \dots, M$, $n = 1, 2, \dots, N$ – система, порождающая $G_m(\alpha)G_n(\varphi)$. Функции $g_m(\alpha)$ и $g_n(\varphi)$ находятся так же, как и в одномерном случае.

Алгебраические методы предполагают итерационный процесс решения при последовательном увеличении числа используемых функций N . На каждом шаге итерационного процесса системы $\{g\}$ и $\{G\}$ изменяются в соответствии с (7)–(9) и (13), хотя исходная система $\{h\}$ остается неизменной. Эта особенность алгоритма незначительно сказывается на времени работы программы, так как основные расчеты, касающиеся СЛАУ, выполня-

ются с помощью стандартных быстродействующих и хорошо отработанных алгоритмов.

Решение каждой из рассматриваемых задач начинается с выбора первоначальной системы функций $\{h\}$ для представления решения. Выбор следует основывать либо на априорной информации об источнике сигналов, либо на разумных предположениях о его характеристиках. Использование априорной информации об источнике сигналов позволяет, кроме того, ввести в задачу дополнительные условия в виде уравнений и неравенств, а также уменьшить прогнозируемые размеры области расположения источника Ω , что повышает устойчивость решений [16–18].

В процессе проведения итераций возникает дополнительная интересная и полезная возможность: выявляется новая, не заданная ранее, т.е. “скрытая” информация об источнике сигналов. На каждом шаге итерационного процесса полученная “скрытая” информация позволяет дополнять решаемые системы (5) или (7)–(10) новыми условиями и ограничениями. Более того, выявленная новая информация может показать, что для лучшего описания источника следует изменить и первоначально выбранную систему ортогональных функций $\{h\}$.

Таким образом, предложенные алгебраические методы позволяют учитывать предварительную информацию о решении и, последовательно увеличивая число используемых функций, приближаться к предельной для каждой задачи степени углового сверхразрешения [19, 20].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Рассмотрим ряд примеров применения описанных методов при решении обратных задач. В качестве антенной системы была выбрана плоская антенная решетка из 21×21 элементов с заданной ДН $f(\alpha, \varphi)$. Источник сигналов в виде различных двумерных функций $I(\alpha, \varphi)$ был задан в прямоугольной области

$$\begin{aligned} \Omega(\alpha, \varphi) &= \Omega_\alpha(\alpha) \Omega_\varphi(\varphi), \\ \alpha &\in (-\theta_{0.5}, \theta_{0.5}) \text{ и } \varphi \in (-\theta_{0.5}, \theta_{0.5}), \end{aligned}$$

где $\theta_{0.5}$ – ширина ДН по половинной мощности. Границы области Ψ для используемых при обработке значений $U(\alpha, \varphi)$ определялись величинами углов (α, φ) , при которых мощность принимаемого сигнала снижалась в два раза по сравнению с максимальным значением.

Далее решалась обратная задача – восстановление $I(\alpha, \varphi)$ посредством решения СЛАУ (5) или (7)–(10).

Задача 1. Априори было известно, что источник сигнала описывается гладкой функцией $I(\alpha, \varphi)$ с относительно небольшими значениями

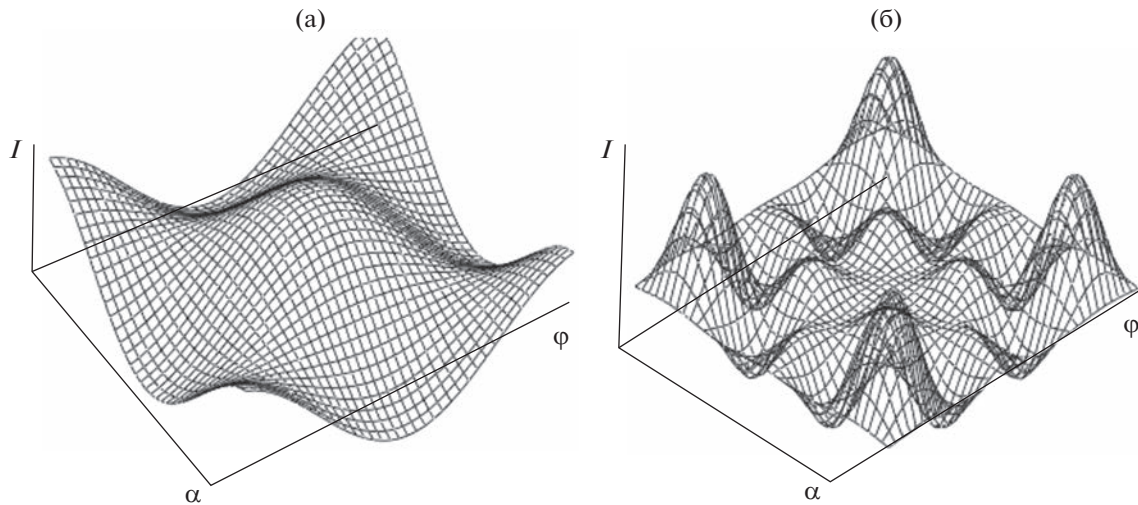


Рис. 1.

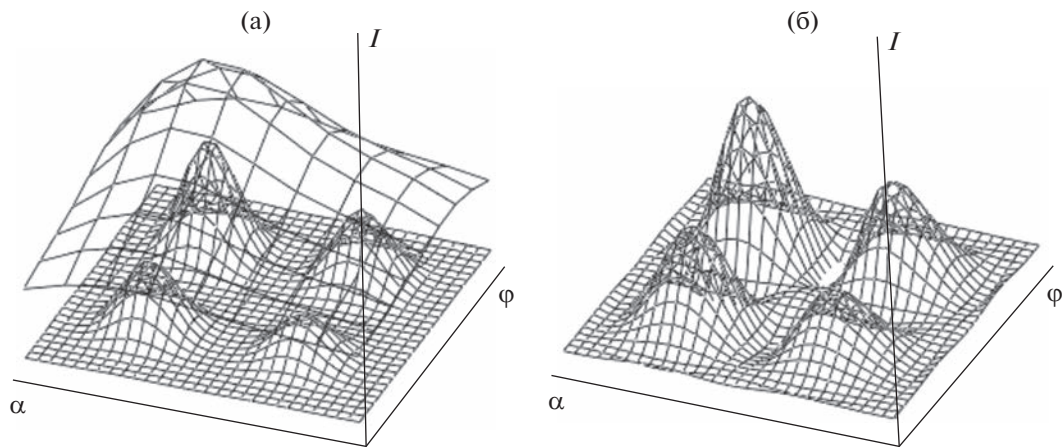


Рис. 2.

градиента. Это предопределило использование тригонометрических функций в качестве начальной системы функций $\{h\}$.

На рис. 1а приведена одна из функций системы $\{h\}$:

$$h_{1,1}(\alpha, \varphi) = \cos(2\pi\alpha/\Omega_\alpha) \cos(2\pi\varphi/\Omega_\varphi),$$

а на рис. 1б ее модификация — функция $g_{1,1}(\alpha, \varphi)$ из системы $\{g\}$, полученная в результате выполнения процедуры двойной ортогонализации (13) для системы функций вида (22).

На всех рисунках в горизонтальной плоскости по осям отложены углы $\alpha, \varphi \in (-\theta_{0.5}, \theta_{0.5})$. За нулевое принято направление нормали к плоскости АР.

На рис. 2а в виде редкой сетки показаны значения принятого сигнала $U(\alpha, \varphi)$. На рис. 2б приведено решение обратной задачи при использовании метода двойной ортогонализации. Решение в целом хорошо передало распределение $I(\alpha, \varphi)$, хотя и с небольшими неточностями в виде расши-

ренных по сравнению с истинными областями с повышенными значениями амплитуды излучаемого сигнала.

Решение той же задачи, полученное на основе (5), т.е. без двойной ортогонализации, заметно больше расширило упомянутые выше области. Кроме того, появились ложные источники сигнала, и истинный источник с минимальной амплитудой на их фоне стал неотличим от ложных.

Задача 2. На рис. 3а показан заданный в области Ψ принимаемый сигнал — сетчатая поверхность, и искомый истинный источник сигнала $I(\alpha, \varphi)$ в виде совокупности четырех малоразмерных отдельных источников в области $\Omega \in \Psi$, $\alpha, \varphi \in (-\theta_0, \theta_0)$, $\theta_0 = \theta_{0.5}/2$.

Поиск $I(\alpha, \varphi)$ строился без использования какой-либо априорной информации. Вначале были применены системы тригонометрических функций. Решение на их основе в области Ψ с максимально достигнутым разрешением не намного изменило

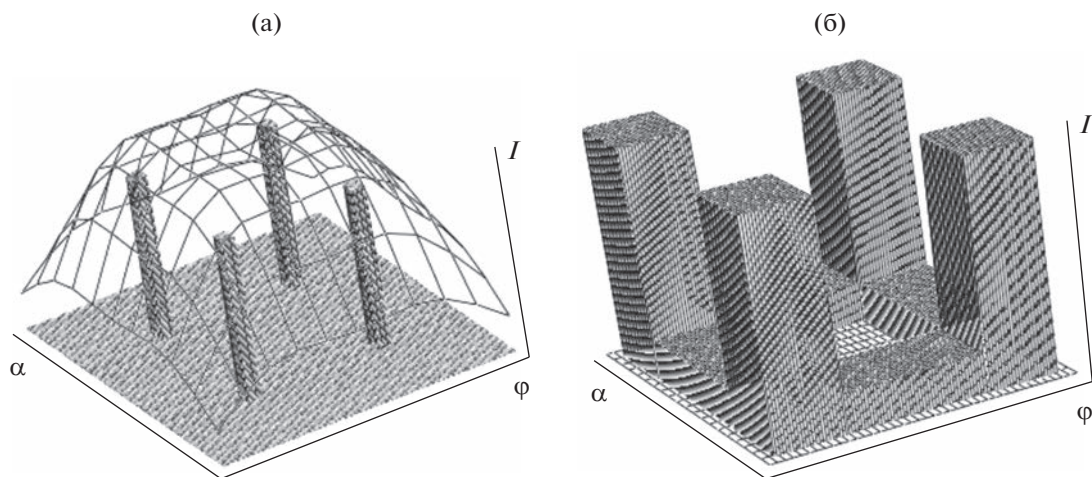


Рис. 3.

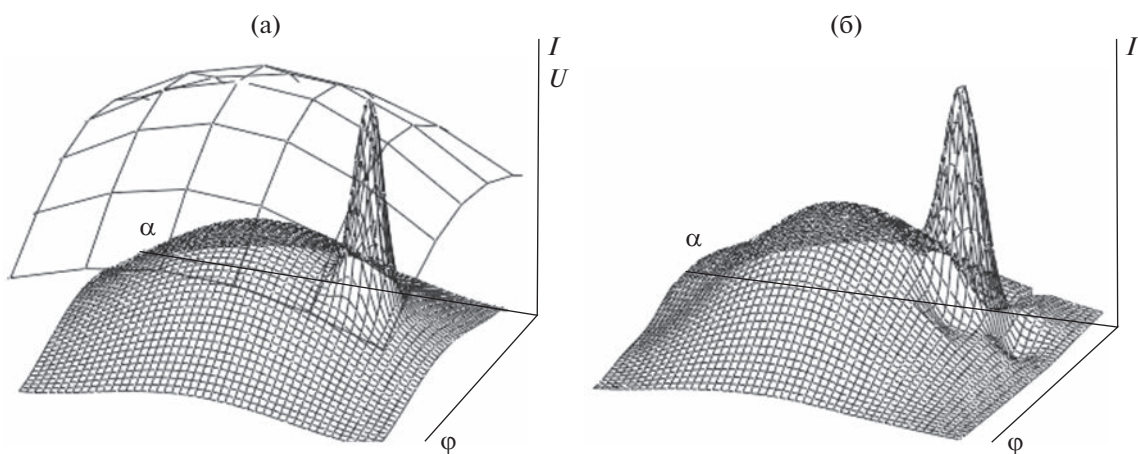


Рис. 4.

вид решения по сравнению с исходным $U(\alpha, \varphi)$. Это означало, что либо искомая функция $I(\alpha, \varphi)$ действительно имеет плавный вид, близкий к полученному, либо имеется ряд близко расположенных малоразмерных источников со значительными значениями амплитуд отражаемого сигнала.

Для уточнения ситуации была использована система ступенчатых функций. Ее применение позволило ограничить область расположения источника до области Ω , где $\alpha \in (-\theta_1, \theta_1)$ и $\varphi \in (-\theta_1, \theta_1)$, $\theta_1 = \theta_0/2$, т.е. в два раза уменьшить оценку ее размеров и далее получить решение, показанное на рис. 3б. Решение правильно локализовало четыре области с большими значениями $I(\alpha, \varphi)$. При этом появились ложные цели с небольшой амплитудой. Достигнутое угловое разрешение оказалось равным $1/4\theta_{0.5}$, т.е. в четыре раза превысило критерий Рэлея.

Решение без двойной ортогонализации также позволило локализовать четыре области, но ампли-

туды ложных источников оказались существенно больше — около 0.5 от амплитуд истинных, что при использовании порогового напряжения при регистрации сигналов значительно снижает вероятность правильного обнаружения целей в условиях шумов и помех. Кроме того, подобный уровень ошибок не позволяет восстанавливать радиоизображения групповых целей, состоящих из малоразмерных объектов с заметно различающимися амплитудами отраженного сигнала.

Задача 3. Заранее было известно, что источник сигнала описывается гладкой функцией $I(\alpha, \varphi)$ с небольшими значениями градиента и, возможно, имеется небольшой участок с резко выделяющимся значением $I(\alpha, \varphi)$.

На рис. 4а приведено истинное искомое распределение $I(\alpha, \varphi)$ в виде мелкаячеистой поверхности и заданные значения принятого сигнала $U(\alpha, \varphi)$ в виде редкой сетки. Предварительная информация предопределила использование систем $\{h\}$ на основе вейвлетов. Применение двумерных

вейвлетов за счет их масштабирования и сдвига по осям дает возможность описать и общий вид распределения $I(\alpha, \varphi)$, и его локальные характеристики.

При построении итерационного решения обратной задачи применялись МНАТ-вейвлеты. На рис. 4б приведены результаты восстановления изображения источника. Сравнение истинного и восстановленного изображения показывает высокое качество полученного решения. Некоторые искажения проявились в виде расширенной на 5...10% области с большими значениями $I(\alpha, \varphi)$ и в виде небольших плавных осцилляций вокруг истинного значения $I(\alpha, \varphi)$ в остальной области.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенные методы обработки двумерных сигналов на основе двойной ортогонализации систем функций обеспечивают превышение критерия Рэлея в три—семь раз, а иногда и более, и локализацию источников сигналов с точностью $\theta_{0.5}/4 \dots \theta_{0.5}/8$. Выбор системы функций для представления решения следует осуществлять на основе априорной информации о характеристиках источника сигналов. Эффективным оказывается использование новой информации об источнике, выявляемой по ходу итерационного процесса поиска решения.

Представленные методы интеллектуальной обработки сигналов могут быть использованы системами в оптическом и инфракрасном диапазонах длин волн, в астрономии и радиоастрономии, в гидролокации, при решении задач распознавания образов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 23-29-00074).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stoica P., Sharman K.C.* // IEEE Trans. 1990. V. ASSP-38. № 7. P. 1132.
2. *Zeng Z., Dang X., Li Y. et al.* // IEEE/RSJ Intern. Conf. Intelligent Robots and Systems (IROS). Prague, Czech Republic. September 2021. P. 5456.
3. *Herman M.A., Strohmer T.* // IEEE Trans. 2009. V. SP-57. № 6. P. 2275.
4. *Waweru N.P., Konditi D.B., Langat P.K.* // Intern. J. Electrical Computer Energetic Electronic and Communication Engineering, 2014. V. 8. № 1. P. 209.
5. *Yuebo Zha, Yulin Huang, Jianyu Yang* // Progress in Electromagnetics Research B. 2016. V. 65. P. 35.
6. *Ting Yang, Hongyin Shi, Jianwen Guo* // Intern. J. Remote Sensing. 2021. V. 42. Iss. 21. P. 8185.
7. *Морс Ф.М., Феибах Г.* Методы теоретической физики. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
8. *Lagovsky B., Samokhin A., Samokhina A.* // Proc. Electromagnetics in Adv. Appl. (ICEAA), Torino, Italy, 2015. P. 363.
9. *Лаговский Б.А.* // РЭ. 2021. Т. 66. № 9. С. 853.
10. *Lagovsky B.* // Prog. Electromagnetics Research Symp. PIERS Proc. Moscow, 2012. P. 993.
11. *Lagovsky B.* // Prog. Electromagnetics Research Symp. PIERS Proc. Moscow, 2012. P. 989.
12. *Lagovsky B.* // 24th Int. Crimean Conf. Microwave and Telecommunication Technology, Conf. Proc., Sevastopol, 2014. P. 1193.
13. *Lagovsky B.* // Prog. Electromagnetics Research Symp., PIERS Proc., Moscow, 2009. P. 1637.
14. *Куликов Г.В., Нгуен Ван Зунг* // Рос. технол. журн. 2018. Т. 6. № 6. С. 5.
15. *Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Shestopalov Y.V.* // IEEE Asia-Pacific Conf. Antennas and Propagation (APCAP), India, Delhi, 5–8 Aug. P. 114.
16. *Лаговский Б.А., Самохин А.Б.* // Физические основы приборостроения. 2019. Т. 8. № 4. С. 16.
17. *Лаговский Б.А., Чикина А.Г.* // Успехи совр. радиоэлектроники. 2020. № 1. С. 69.
18. *Лаговский Б.А., Самохин А.Б., Самохина А.С.* // Успехи совр. радиоэлектроники. 2014. № 8. С. 23.
19. *Лаговский Б.А., Рубинович Е.Я.* // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22. № 7. С. 349.
20. *Lagovsky B., Rubinchik E.* // Advances in Systems Sci. Appl. 2021. V. 21. № 2. P. 104.