

## ПАРАМЕТРЫ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ФЛУКТУАЦИЙ КАЖУЩЕГОСЯ ЦЕНТРА ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ВТУЛКИ ВИНТА ВЕРТОЛЕТА ПРИ ЕЕ РАДИОЛОКАЦИОННОМ НАБЛЮДЕНИИ

© 2023 г. М. А. Степанов\*

*Новосибирский государственный технический университет,  
просп. К. Маркса, 20, Новосибирск, 630073 Российская Федерация*

*\*E-mail: m.stepanov@corp.nstu.ru*

Поступила в редакцию 19.04.2022 г.

После доработки 02.06.2022 г.

Принята к публикации 13.06.2022 г.

Рассмотрены свойства угловых шумов радиолокационных отражений от втулки винта. На основе многоточечной геометрической модели втулки винта получены аналитические выражения, позволяющие рассчитать параметры плотности распределения вероятности угловых шумов для плоскостей азимут и угол места для втулки однолопастного винта при произвольном угле поворота втулки. Соотношения, полученные для втулки с одной лопастью, обобщены на случай втулки винта с произвольным количеством лопастей. Показано, что угловой шум втулки представляет собой случайный процесс с периодически изменяющимися параметрами. Теоретические результаты подтверждены математическим моделированием.

DOI: 10.31857/S0033849423030154, EDN: IDSVEA

### ВВЕДЕНИЕ

Современные радиолокационные станции (РЛС) измеряют и оценивают большое количество параметров электромагнитного поля, рассеянного радиолокационным объектом. По результатам их оценки определяются такие параметры, как дальность до объекта, скорость сближения, угловое положение объекта, размер и форма объекта.

На различных этапах разработки РЛС, а также при выполнении их модернизации широко используется моделирование [1, 2]. Полнота и достоверность моделирования во многом определяются номенклатурой и проработанностью математических моделей радиолокационных объектов [3]. Таким образом, актуальна задача разработки новых и уточнения существующих моделей радиолокационных объектов.

Одним из классов радиолокационных объектов, представляющим существенный интерес при моделировании, является летательный аппарат с вращающимися лопастями. К этому классу объектов можно отнести вертолеты, беспилотные летательные аппараты (например, quadro- и октакоптеры).

Известно, что эхосигнал от таких объектов формируется за счет отражений от фюзеляжа, лопастей и втулки винта и является нестационарным [4]. При моделировании отражений от них

широко используются геометрические модели, представляющие собой совокупность независимых точек, имеющих геометрическую конфигурацию, совпадающую с реальным объектом, каждая из которых излучает сигналы, эквивалентные отражениям от замещаемого фрагмента объекта [5]. Например, при моделировании отражений от вертолета для РЛС X-диапазона фюзеляж составляется из десятков точек [6], втулка и каждая из лопастей требуют сотен точек [7]. Это существенно ограничивает применимость таких моделей при формировании эхосигнала в реальном масштабе времени.

Кроме того, реальным радиолокационным объектам присуще явление углового шума — флуктуации фазового фронта отраженной электромагнитной волны, вызванные многоточечной структурой радиолокационного объекта. Угловой шум — важная характеристика, позволяющая определить угловое положение и угловые размеры отражающего объекта [8, 9]. Как правило, он характеризуется плотностью распределения вероятности (ПРВ) и спектральной плотностью мощности [10, 11].

Плотность распределения вероятности характеризует угловые размеры объекта, и для

каждой угловой координаты определяется выражением [10]

$$W(\xi) = \frac{\mu}{2(1 + \mu^2(\xi - m)^2)^{3/2}}, \quad (1)$$

где  $\xi$  — обобщенная координата (азимут или угол места);  $m$  — математическое ожидание угловых шумов по рассматриваемой обобщенной координате  $\xi$ ;  $\mu$  — величина, характеризующая ширину распределения по рассматриваемой обобщенной координате  $\xi$ .

Спектральные свойства угловых шумов характеризуют скорость флуктуаций кажущегося центра излучения и определяются параметрами взаимного движения объекта и РЛС.

Анализ статистических свойств угловых шумов объектов, отражающих нестационарный эхосигнал, не проводился.

В то же время в литературе отмечается, что нестационарность отражений от вертолетов приводит к ошибкам измерения их координат и сопровождения [7]. Это свидетельствует о том, что формирование углового шума (по сути, воспроизведение пространственной конфигурации радиолокационного объекта и ее изменение во времени) при проведении моделирования таких объектов является значимым.

Традиционным подходом к анализу отражений от сложных радиолокационных объектов является декомпозиция этого объекта на составные части, раздельный анализ отражений для каждой из этих частей и последующее обобщение полученных результатов [6, 12, 13]. Как отмечалось ранее, декомпозиция вертолета производится на три элемента: фюзеляж, лопасти и втулка.

Объектом исследования данной работы являются параметры угловых шумов втулки вертолета. Таким образом, цель работы — определить зависимость параметров плотности распределения вероятности угловых шумов втулки винта вертолета от угла поворота втулки.

## 1. МНОГОТОЧЕЧНАЯ МОДЕЛЬ ВТУЛКИ ВИНТА

Втулка винта представляет собой геометрически сложный объект. В ряде источников предлагается для моделирования не воспроизводить полностью конфигурацию втулки, а использовать геометрическую модель, составленную из набора отражателей, распределенных в пространстве с заданной плотностью вероятности по координатам

там радиус ( $f_r(r)$ ), азимут ( $f_\theta(\theta)$ ) и высота ( $f_z(z)$ ) [7, 14, 15]:

$$\begin{cases} f_r(r) = \frac{2}{r_{\text{втул}}} \exp(-2r/r_{\text{втул}}); \\ f_\theta(\theta) = A \text{Unif}\left[\theta_{\text{лоп}} - \frac{\pi}{N}; \theta_{\text{лоп}} + \frac{\pi}{N}\right] + \\ + B \text{Norm}[\theta_{\text{лоп}} + \beta; \Delta\theta]; \\ f_z(z) = \text{Unif}\left[-\frac{h_{\text{втул}}}{2}; \frac{h_{\text{втул}}}{2}\right], \end{cases} \quad (2)$$

где  $r_{\text{втул}}$ ,  $h_{\text{втул}}$  — радиус и высота втулки;  $\theta_{\text{лоп}}$  — угловое положение лопасти в начальный момент времени;  $\beta$  — угол поворота лопасти относительно начального момента времени;  $\Delta\theta$  — угловая ширина порядка 1 град;  $N$  — количество лопастей винта;  $\text{Unif}[a, b]$  — равномерное распределение в диапазоне от  $a$  до  $b$ ;  $\text{Norm}[m, \sigma]$  — нормальное распределение с математическим ожиданием  $m$  и дисперсией  $\sigma^2$ ;  $A$  и  $B$  — весовые коэффициенты, определяющие распределение отражателей во втулке (их сумма должна быть равна единице).

Параметры  $A$  и  $B$  могут изменяться для моделирования втулок различных летательных аппаратов и различных видов (шарнирные, упругие, жесткие) [7]. Во втулке выделяют две группы отражающих элементов. Во-первых, элементы, имеющие цилиндрическую симметрию (шайба, крышка ступицы, вал ротора). Во-вторых, элементы, сосредоточенные вокруг азимутального положения лопасти несущего винта (управляющие стержни, основания лопастей). Например, из (2) видно, что увеличение параметра  $B$  приведет к концентрации отражателей втулки в области крепления лопастей.

Начало цилиндрической системы координат совмещено с геометрическим центром втулки. Ось  $Oz$  сонаправлена с осью втулки. Как уже отмечалось, для моделирования втулки необходимо не менее ста точек на каждую область крепления лопасти винта [7].

Каждая из точек втулки отражает сигнал с доплеровским сдвигом, пропорциональным скорости сближения точки и РЛС. Амплитуда отраженного сигнала для всех точек геометрической модели втулки полагается одинаковой. Начальные фазы случайны и распределены равномерно в интервале  $0 \dots 360$  град. В [7, 14, 15] отмечается, что временная и спектральная реализация эхосигнала от такой геометрической модели соответствует характеристикам реальной втулки. В данной работе применим эту модель для расчета параметров ПРВ углового шума отражений от втулки винта.

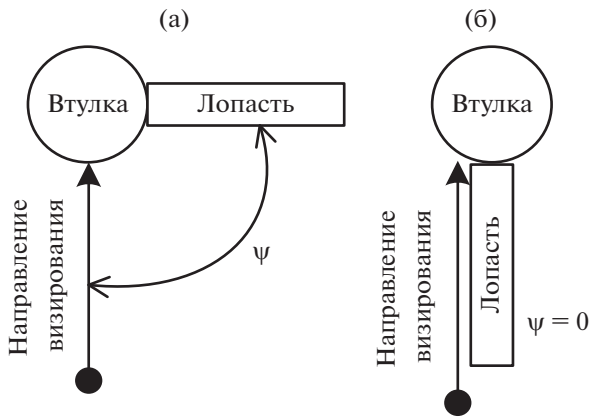


Рис. 1. Варианты визирования втулки и лопастей винта [16]: а – визирование по нормали к лопасти; б – визирование вдоль лопасти.

## 2. СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ПРВ ВТУЛКИ ВИНТА

Зная многоточечную модель втулки, можно рассчитать параметры ПРВ угловых шумов для угловых координат азимут и угол места. Для этого перейдем в нормированные координаты. По оси  $Oz$  проведем нормировку к половине высоты втулки  $h_{\text{втул}}/2$ . По оси  $Or$  проведем нормировку к радиусу втулки  $r_{\text{втул}}$ . Таким образом, в плоскостях азимут и угол места координаты отражателей будут принимать значения в диапазоне  $[-1; 1]$ .

Как видно из (2), для плоскости угол места наблюдается равномерное распределение отражателей в пространстве. Параметры ПРВ угловых шумов для радиолокационного объекта с таким распределением отражающей способности в пространстве определены в [10]:  $m_\theta = 0$ ,  $\mu_\theta = \sqrt{3}$ .

Рассчитаем параметры ПРВ угловых шумов втулки винта для плоскости азимута по приведенным в [10] соотношениям:

$$m = \frac{\int_{\xi} \xi F_R(\xi) d\xi}{\int_{\xi} F_R(\xi) d\xi}; \quad (3)$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\int_{\xi} F_R(\xi) d\xi}{\int_{\xi} (\xi - m)^2 F_R(\xi) d\xi}}, \quad (4)$$

где  $F(\xi)$  – функция, определяющая распределение плотности интенсивности отражения вдоль рассматриваемой обобщенной координаты  $\xi$  (азимут или угол места).

Для горизонтальной плоскости функция  $F_R(\theta)$  определяется направлением визирования втулки винта и количеством лопастей винта. Рассмотрим

изменение функции  $F_R(\theta)$  на примере винта с одной лопастью. При визировании втулки по нормали к лопасти винта (рис. 1а [16]) функция распределения отражателей геометрической модели определяется первым выражением системы (2).

Функция  $F_\alpha(r)$ , определяющая плотность распределения интенсивности отражения в азимутальной плоскости, как видно из второго выражения системы (2), состоит из двух компонент (слагаемых). Первое слагаемое определяется отражателями, равномерно распределенными по всем углам вокруг оси втулки. Оно не зависит от угла поворота втулки. По радиальной компоненте отражатели распределены по экспоненциальному закону, симметрично относительно оси втулки. Второе слагаемое определяет концентрацию отражающих точек вблизи лопасти. При вращении втулки винта происходит изменение конфигурации отражающих точек в пространстве. При направлении визирования, нормальном к линии расположения лопастей, угловой размер максимален. Визирование втулки по направлению, параллельном лопасти (рис. 1б [16]), приводит к концентрации отражателей втулки в центре двухточечной модели – угловой размер минимален.

Таким образом, функция, характеризующая плотность распределения отражающей способности по радиальной координате при произвольном угле поворота втулки винта, определяется выражением

$$F_\alpha(r) = \frac{2B}{L} \exp\left(\frac{-2|r|}{L}\right) + \begin{cases} \frac{2A}{L} \exp\left(\frac{-2r}{L \sin(\psi)}\right), & r \geq 0 \\ 0, & r < 0 \end{cases}, \quad (5)$$

где  $\psi$  – угол между лопастью и направлением визирования (см. рис. 1).

Расчет математического ожидания углового шума в плоскости азимута по (3), с учетом нормировки геометрической модели к радиусу втулки дает:

$$m_\alpha = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} 2rB \exp(-2|r|) dr + \int_0^{\infty} 2rA \exp\left(\frac{-2r}{\sin(\psi)}\right) dr}{\int_{-\infty}^{\infty} 2B \exp(-2|r|) dr + \int_0^{\infty} 2A \exp\left(\frac{-2r}{\sin(\psi)}\right) dr} = \quad (6)$$

$$= \frac{A \sin^2(\psi)}{2A \sin(\psi) + 2B}.$$

Второй интеграл в числителе (6) имеет пределы  $[0; \infty]$ . Эти пределы соответствуют  $\psi \in [0; \pi]$  (лопасть располагается справа относительно точки наблюдения). При  $\psi \in (-\pi; 0)$  (лопасть располага-

ется слева от точки наблюдения) пределы интегрирования сменяются на  $[-\infty; 0]$ . В этом случае при вычислении (6) перед переменной  $A$  появится знак минус. Выражение для определения математического ожидания угловых шумов втулки однолопастного винта можно записать в общем виде:

$$m_\alpha = \frac{\text{sign}(\psi) A \sin^2(\psi)}{2\text{sign}(\psi) A \sin(\psi) + 2B}, \quad (7)$$

где

$$\text{sign}(\psi) = \begin{cases} 1, & \psi \in [0; \pi]; \\ -1, & \psi \in (-\pi; 0). \end{cases}$$

Рассмотрим выражение (4) для втулки однолопастного винта. С учетом нормировки координат точек геометрической модели подставим  $F_\alpha(r)$  в (4):

$$\mu_\alpha = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} F_\alpha(r) dr}{\int_{-\infty}^{\infty} (r - m_\alpha)^2 F_\alpha(r) dr} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} 2B \exp(-2|r|) dr + \int_0^{\infty} 2A \exp\left(\frac{-2r}{\sin(\psi)}\right) dr}{\int_{-\infty}^{\infty} 2(r - m_\alpha)^2 B \exp(-2|r|) dr + \int_0^{\infty} 2A(r - m_\alpha)^2 \exp\left(\frac{-2r}{\sin(\psi)}\right) dr}.$$

Вычислив все интегралы, получим выражение, определяющее параметр  $\mu_\alpha(\psi)$  [16]:

$$\mu_\alpha(\psi) = \sqrt{\frac{2B + 2A \sin(\psi)}{B + 2Bm_\alpha^2 + 0.5A \sin^3(\psi) - m_\alpha A \sin^2(\psi) + m_\alpha^2 A \sin(\psi)}}. \quad (8)$$

Соотношения (7) и (8), определяющие параметры ПРВ угловых шумов в плоскости азимута для втулки винта с одной лопастью не сложно обобщить на случай винта с произвольным числом лопастей. Для этого запишем выражение, определяющее плотность распределения интенсивности отражения втулки такого винта, обозначив  $\psi_i$  — угол визирования  $i$ -й лопасти:

$$F_\alpha(r) = \frac{2B}{L} \exp\left(\frac{-2|r|}{L}\right) + \sum_{i=1}^N \begin{cases} \frac{2A}{L} \exp\left(\frac{-2r}{L \sin(\psi_i)}\right), & r \geq 0; \\ 0, & r < 0. \end{cases}$$

С учетом этого параметры ПРВ угловых шумов в плоскости азимута для втулки многолопастного винта определяются выражениями

$$m_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^N (\text{sign}(\psi_i) A \sin^2(\psi_i))}{\sum_{i=1}^N (2 \text{sign}(\psi_i) A \sin(\psi_i)) + 2B}, \quad (9)$$

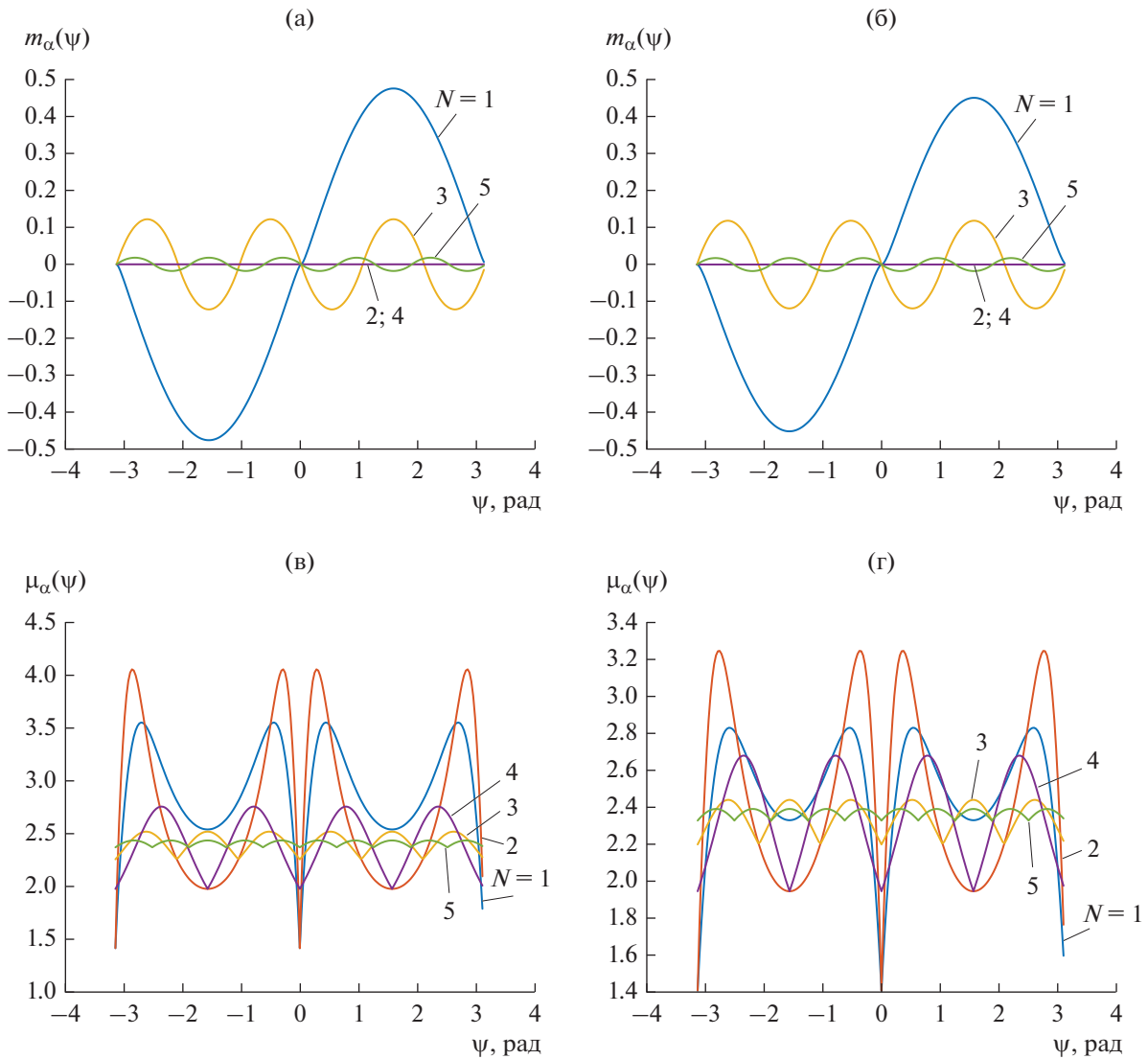
$$\mu_\alpha(\psi) = \sqrt{\frac{2B + \text{sign}(\psi_i) \sum_{i=1}^N 2A \sin(\psi_i)}{B + 2Bm_\alpha^2 + \text{sign}(\psi_i) \sum_{i=1}^N (0.5A \sin^3(\psi_i) - m_\alpha A \sin^2(\psi_i) + m_\alpha^2 A \sin(\psi_i))}}. \quad (10)$$

### 3. АПРОБАЦИЯ ПОЛУЧЕННЫХ СООТНОШЕНИЙ

По выражениям (9) и (10) произведем расчет параметров ПРВ угловых шумов в плоскости азимута в зависимости от угла визирования. Расчет произведен для втулок с количеством лопастей от 1 до 5. Для всех втулок полагалось, что лопасти расположены эквидистантно по углу с шагом  $2\pi/N$ . Расчет проведен для двух втулок, различающихся значениями параметров  $A$  и  $B$ . Результа-

ты расчета зависимости параметров ПРВ угловых шумов от угла визирования приведены на рис. 2а, 2в для значений  $A = 0.75$ ,  $B = 0.25$  и на рис. 2б, 2г для  $A = 0.9$ ,  $B = 0.1$ .

Результаты расчетов подтверждены математическим моделированием. При этом была сформирована многоточечная геометрическая модель втулки. Точки модели распределены в пространстве согласно (2). В модели втулки для каждой из областей крепления лопасти использовалось



**Рис. 2.** Зависимость параметров ПРВ угловых шумов в плоскости азимута втулки винта от угла визирования: а, б – математическое ожидание; в, г – параметр  $\mu_\alpha(\psi)$  для  $A = 0.75$ ,  $B = 0.25$  (а, в) и  $A = 0.9$ ,  $B = 0.1$  (б, г).

100 отражающих точек. В процессе моделирования для определенного угла поворота втулки формировались отраженные сигналы от каждой из точек многоточечной модели. Их амплитуды полагались одинаковыми, начальные фазы равномерно распределены в интервале  $[0; 360^\circ]$ , доплеровская частота определялась исходя из скорости сближения точки втулки и точки наблюдения. В плоскости азимута и угла места осуществлялась моноимпульсная пеленгация совокупности отраженных сигналов с использованием пеленгационного соотношения [17, 18]:

$$\xi(t) = \operatorname{Re} \left( \frac{F_\Delta(\xi_i) \dot{s}_i(t)}{F_\Sigma(\xi_i) \dot{s}_i(t)} \right),$$

где  $\dot{s}_i(t)$  – комплексная огибающая сигнала, отраженного от  $i$ -й точки;  $F_\Delta$  – разностная диаграмма направленности;  $F_\Sigma$  – суммарная диаграмма направленности;  $\xi_i$  – обобщенная (азимут или угол места) координата  $i$ -й точки.

По полученной реализации пеленга из 32768 отсчетов была построена гистограмма. Гистограммы усредняли по 20 реализациям, различающимся начальными случайными фазами сигналов, отраженных от точек модели. По усредненной гистограмме определяли параметры ПРВ угловых шумов ( $m$  и  $\mu$ ) для заданного угла поворота втулки. В результате моделирования для плоскости азимута получены зависимости, аналогичные изображенным на рис. 2. Среднеквадратическое отклонение

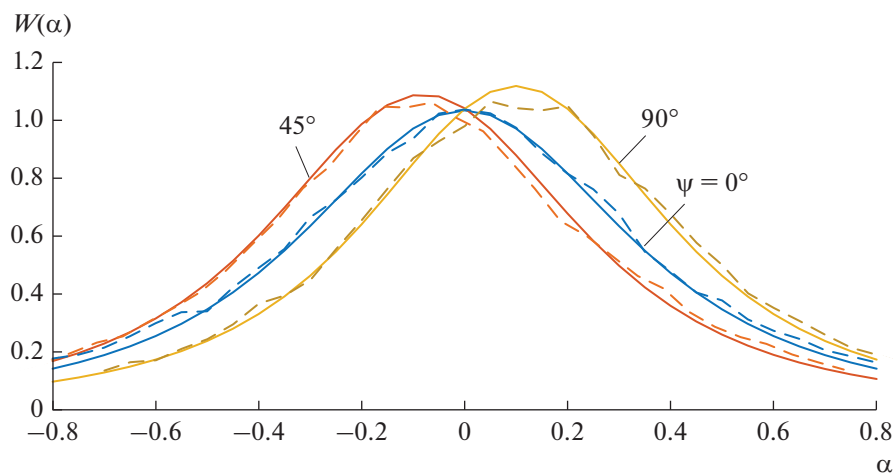


Рис. 3. ПРВ угловых шумов, полученных теоретическим расчетом (сплошные кривые) и с помощью математического моделирования (штриховые кривые).

рассчитанных зависимостей параметров ПРВ угловых шумов от моделированных не превышает 3%. В плоскости угла места, как и ожидалось, параметры ПРВ угловых шумов не зависят от угла поворота втулки и совпадают с теоретическим значением ( $m_\theta = 0$ ,  $\mu_\theta = \sqrt{3}$ ).

Примеры ПРВ угловых шумов в плоскости азимута, рассчитанные по выражению (1) с подстановкой в него  $m$  и  $\mu$ , для втулки трехлопастного винта с параметрами  $A = 0.75$  и  $B = 0.25$  для углов поворота втулки, равных 0, 45 и 90 град (см. рис. 2а, 2в) приведены на рис. 3. На этом же рисунке представлены ПРВ, полученные в результате моделирования втулки винта с использованием многоточечной геометрической модели, при тех же условиях. Видно хорошее совпадение результатов моделирования и теоретического расчета.

По результатам расчетов можно сделать следующие выводы. В плоскости угла места флуктуации кажущегося центра излучения стационарны. В плоскости азимута параметры ПРВ угловых шумов являются периодическими функциями от угла поворота втулки. Период повторения равен  $2\pi/N$ . Нестационарность проявляется тем сильнее, чем больший вклад в отражение вносят фрагменты втулки, к которым крепятся лопасти (это проявляется в увеличении параметра  $A$ ). С учетом этого можно ожидать широкого диапазона изменения параметров ПРВ угловых шумов от лопастей винта. При четном количестве лопастей винта при любом угле поворота втулки имеем  $m_\alpha \equiv 0$ . Это объясняется симметричным расположением отражающих точек относительно оси втулки при любом ее угле поворота.

Параметр  $\mu_\alpha$  зависит от угла поворота втулки при любом количестве лопастей винта. По мере увеличения числа лопастей диапазон изменения

параметров ПРВ сужается. Так, при пяти лопастях диапазон изменения параметров ПРВ угловых шумов не превышает 5% от среднего значения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что в плоскости азимута флуктуации кажущегося центра отражения втулки винта представляют собой нестационарный случайный процесс. Получены соотношения, позволяющие определить параметры ПРВ угловых шумов при заданном угле поворота втулки. Результирующие выражения (9) и (10), определяющие параметры ПРВ углового шума втулки вертолета, являются функциями параметров  $A$  и  $B$ . То есть, подставляя разные значения этих параметров (для разных видов втулок), можно получить параметры ПРВ угловых шумов. Теоретические расчеты подтверждены математическим моделированием с использованием многоточечной модели втулки винта.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sisle M.E., McCarthy E.D. // Simulation. 1982. V. 39. № 5. P. 159.
2. Sabitov T., Kiselev A., Stepanov M., Oreshkina M. // Remote Sensing Lett. 2021. V. 12. № 11. P. 1082.
3. Sayama H. Introduction to the Modeling and Analysis of Complex Systems. Cengage: Open SUNY Textbooks, 2015.
4. Zuo L., Li M., Zhang X-W., Wuet Y. // IET Radar, Sonar and Navigation. 2013. V. 7. № 3. P. 312.
5. Stepanov M.A., Kiselev A.V. // J. Computer and Systems Sciences Int. 2019. V. 58. № 4. P. 595.
6. Jenn D.C. Radar and Laser Cross Section Engineering. Reston: AIAA, 2005.
7. Point G., Jean-François Degurse J.-F., Savy L. et al. // IET Radar, Sonar and Navigation. 2021. V. 15. № 8. P. 867.

8. *Wu W.-R.* // IEEE Trans. 1993. V. AES- 29. № 1. P. 174.
9. *Sui M., Xu X.* // J. Systems Engineering and Electronics. 2014. V. 25. № 3. P. 411.
10. *Островитянов Р.В., Басалов Ф.А.* Статистическая теория радиолока-ционных протяженных целей. М.: Сов. радио, 1982.
11. *Huang P.K., Yin H.C.* // Chinese J. Systems Engineering and Electronics. Chinese Ed. 1990. V. 12. P. 1.
12. *Kulemin G.P.* Millimeter-Wave Radar Targets and Clutter. Boston—London: Artech House, 2003.
13. *Knott E.F., Schaeffer J.F., Tuley M.T.* Radar Cross Section. N.Y.: Artech House, 1985.
14. *Point G., Savy L.* // Proc. 2017 Int. Conf. on Radar Systems (Radar 2017) Belfast. 25–27 Oct. N.Y.: IEEE, 2017. Article No. 0425
15. *Point G., Degurse J.-F., Savy L. et al.* // Proc. 2019 Int. Radar Conf. (RADAR) Toulon. 23–27 Oct. N.Y.: IEEE, 2019. Article No. 171395.
16. *Stepanov M.A.* // Progress In Electromagnetics Research (PIER) Lett. 2022. V. 106. P. 103.
17. Radar Handbook / Ed. by M.I. Skolnik. N.Y.: McGraw-Hill, 2008.
18. *Mahafza B.R.* Radar Systems Analysis and Design Using Matlab. Boca Raton: CRC Press, 2018.