

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.87

МЕТОД ДИСКРЕТНЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ ЗАДАЧИ ПОДПОВЕРХНОСТНОГО РАДИОЗОНДИРОВАНИЯ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ ДВУМЕРНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

© 2024 г. К. В. Музалевский

*Институт физики им. Л.В. Киренского СО РАН — обособленное подразделение ФИЦ КНЦ СО РАН,
ул. Академгородок, 50, стр. 38, Красноярск, 660036 Российская Федерация*

E-mail: rsdkm@ksc.krasn.ru

Поступила в редакцию 29.03.2024 г.

После доработки 14.04.2024 г.

Принята к публикации 25.04.2024 г.

Исследован модифицированный метод дискретных источников (МДИ) для решения задачи дифракции сверхширокополосного (СШП) электромагнитного импульса на подповерхностном диэлектрическом цилиндрическом теле с произвольной формой поперечного сечения (круговой, эллиптической и каплевидной). Диэлектрически-однородные полупространство и подповерхностный цилиндр возбуждались из воздушной среды нитевидным импульсным источником стороннего электрического тока. Показано, что импульсные поля, рассчитанные МДИ с заданной точностью совпадают с результатами численных расчетов методом конечных разностей. Установлено, что увеличение среднего показателя преломления (вмещающей среды и заполняющей цилиндр) примерно в два раза требует во столько же раз увеличения взаимного числа ДИ и точек коллокации для сохранения одинаковой точности решения. В случае монохроматического возбуждения показано, что при уменьшении K с 0.99 до 0.2, а также при увеличении частоты тока с 300 до 900 МГц, взаимное число ДИ и точек коллокации необходимо увеличить примерно в три раза для сохранения одинаковой точности решения.

Ключевые слова: сверхширокополосные электромагнитные импульсы, метод дискретных источников, функция Грина

DOI: 10.31857/S0033849424110016, **EDN:** NOTFGK

ВВЕДЕНИЕ

Круг граничных задач электродинамики, решаемых аналитическими методами, ограничен. За последние 50 лет широкое распространение получили численные и численно-аналитические методы, одним из представителей которых является метод дискретных источников (МДИ) [1]. Разработка данного метода восходит к способу устранения особенностей ядер в интегральных уравнениях (ИУ) граничных задач электродинамики [2, с. 23–26]. Оказалось возможным удовлетворить граничным условиям задачи при построении дискретного аналога ИУ, используя линейную комбинацию полей вспомогательных или дискретных источников (ДИ), размещаемых на дополнительной поверхности, не совпадающей с физической поверхностью тела [3, с. 65–68].

В качестве ДИ наиболее часто выбирают нитевидные источники тока [4–8] для двумерных задач, и ортогонально ориентированные диполи [9–13]

электрического или магнитного типа (в зависимости от природы сторонних возбуждающих токов) — для трехмерных задач, реже применяются метагармонические функции [4]. В свободном пространстве поля этих источников описываются либо функциями Ханкеля первого (второго) рода, либо полем точечного диполя или в случае слоистых сред соответствующими функциями Грина задачи [1, 4, 13, 14]. Неизвестные комплексные амплитуды ДИ отыскиваются из системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), в большинстве случаев получаемой при поточечном (метод коллокаций) удовлетворении граничным условиям задачи на поверхности тел.

В случае гладких идеально проводящих или импедансных тел ДИ располагают внутри тела на замкнутой дополнительной поверхности, подобной поверхности тела [9]. На основе анализа взаимности расположения ДИ, локализации сингулярностей дифрагированного волнового поля, аналитически продолженного вглубь рассеивателя, показано, что при охвате дополнительной поверхностью

«достаточного» множества локальных сингулярностей [15–20] существует «псевдорешение» задачи, минимизирующее норму невязки граничного условия. Отметим, что за счет размещения ДИ на дополнительной поверхности в комплексной плоскости [20] также удастся учесть локальные особенности поля (подобный подход аналогичен использованию полей кольцевых токов в вещественном пространстве [4]).

В случае возбуждения диэлектрически однородных тел для описания поля внутри тела требуется вторая дополнительная поверхность с размещенными на ней ДИ. В большинстве случаев данная дополнительная поверхность охватывает тело с внешней стороны [7, 8, 21–23] и используются ДИ той же природы, что и для описания поля вне рассеивателя (с особенностью в точке источника). Вместе с тем ранее было указано [4, с. 30], что удобнее строить систему ДИ для описания поля внутри рассеивателя на основе целых функций (с особыми точками на бесконечности). Кроме того, опираясь на свойство полноты системы из суммы полей электрических и магнитных волн [24, с. 191], могут быть построены полные системы ДИ [4], располагаемые на любых произвольных поверхностях и кривых (необязательно замкнутых и охватывающих все сингулярности поля, рассеянного телом). Данные идеи нашли конкретное воплощение в последних работах [25, 26], в которых для акустического [25] и электромагнитного (двумерный диэлектрический цилиндр, расположенный в безграничном пространстве) [26] случаев при описании поля внутри цилиндрического тела в качестве ДИ (расположенных внутри тела) используется функция Бесселя нулевого порядка, а в качестве дополнительной поверхности может быть использована либо замкнутая направляющая, либо криволинейный отрезок.

Несмотря на ранее полученные результаты [27–34], все еще слабо изучена проблема применимости МДИ для моделирования процессов дифракции импульсных волн на телах во временной области, в частности, дифракции сверхширокополосных (СШП) электромагнитных импульсных полей на заглубленных телах для приложений подповерхностного радиозондирования. Рассеяние импульсных волн изучалось в основном в двумерной постановке задачи на круговых импедансных [27–29], диэлектрических [30] и идеально проводящих [30, 31] цилиндрах, размещенных в однородном [30] и слоистом [27–29] диэлектрическом полупространстве. Сторонними источниками поля выступали нити электрического, магнитного тока [27–29, 31] и плоская волна [30]. Вмещающие и заполняющие цилиндр среды представляли собой талые и мерзлые почвогрунты [27–29], среды нефтегазового коллектора [31], обладающие частотной дисперсией комплексной диэлектрической проницаемости (КДП), а также диэлектрики без потерь [30].

Общим подходом [27–31] являлось использование преобразования Фурье для построения полей во временной области на основе найденных спектральных амплитуд ДИ. Однако в указанных работах практически не изучены вопросы сходимости МДИ в зависимости от формы цилиндров и их оптических размеров, геометрии расположения ДИ, частоты стороннего источника поля, вариации КДП вмещающего полупространства и среды, заполняющей зондируемые тела. В отличие от исследований [27–29, 31], в данной работе рассеивающий цилиндр является диэлектрическим и заполнен средой с произвольной КДП, а в отличие от [30], поле внутри цилиндра описывается суперпозицией полей ДИ (функция Бесселя нулевого порядка), которые расположены на вспомогательной поверхности внутри цилиндра. В отличие от исследований [25, 26], в данной работе диэлектрическое цилиндрическое тело с произвольной направляющей возбуждается импульсным источником стороннего тока и располагается в диэлектрическом полупространстве.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. СХЕМА ПОСТРОЕНИЯ МДИ

1.1. Постановка задачи

В декартовой системе координат ось Oy направлена вертикально вверх по отношению к границе $y = h$, лежащей на плоскости XZ . Граница $y = h$ разделяет два однородных полупространства с относительными КДП:

$$\varepsilon(y) = \begin{cases} \varepsilon_1 = 1, & y > h, \\ \varepsilon_2(\omega), & y \leq h, \end{cases} \quad (1)$$

где $\omega = 2\pi f$ (f – частота электромагнитного поля). Рассматриваются среды с относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1$. В нижнем полупространстве ($y < h$) расположен прямой цилиндр с замкнутой криволинейной направляющей γ , однородно заполненный средой с КДП, равной $\varepsilon_3(\omega)$ (рис. 1). Пространство возбуждается точечным импульсным источником электрического тока с объемной плотностью

$$\vec{j}_0^i(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = I_0(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \vec{e}_z,$$

где $\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ – дельта-функция Дирака, $\vec{r}(x, y)$ и $\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$ – радиус-вектор точки пространства и расположения источника, $I_0(t)$ – временная форма амплитуды тока, $\vec{e}_z$ – единичный орт в направлении оси Oz . Нитевидный источник стороннего тока расположен в верхнем полупространстве $y_0 > h$. В соответствии с МДИ поле, рассеянное цилиндром, будет строиться в виде интерференции полей от N вспомогательных ДИ электрического тока

$$\vec{j}_n^i(\vec{r}, \vec{r}_n, t) = I_n(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_n) \vec{e}_z$$

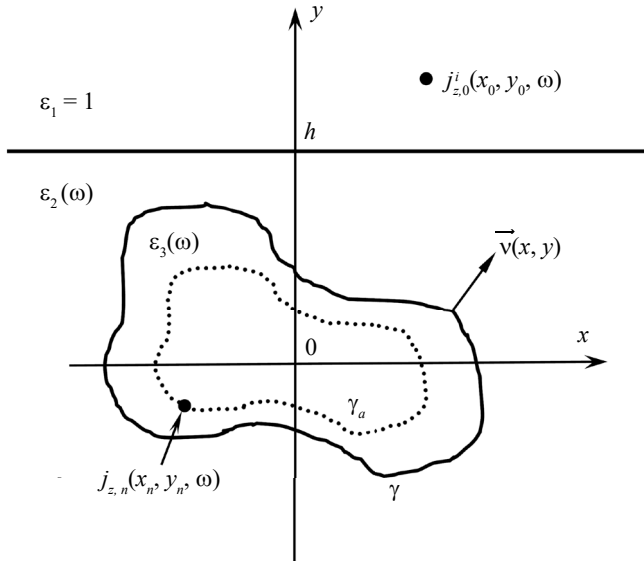


Рис. 1. Геометрия задачи.

той же природы, что и $\vec{j}_0^i$. Здесь $\vec{r}_n = (x_n, y_n)$ и $I_n(t)$ – радиус-вектор точки и временные формы амплитуды тока n -го источника, $n = 1, \dots, N$. Необходимо найти временные формы компонент напряженностей электромагнитного поля в верхнем полупространстве.

1.2. Поле нитевидного ДИ в неоднородной среде

Сначала найдем выражения полей ДИ (функции Грина задачи) для неоднородного пространства с плоской границей раздела $y = h$. В рассматриваемом случае двумерной задачи ($\partial/\partial z \equiv 0$) векторы напряженностей электромагнитного поля (возбуждаемые нитью тока и рассеянные/дифракционные поля от цилиндра) будут иметь только три отличные от нуля составляющие (E_z, H_x, H_y). Электромагнитные поля будем искать в виде спектральных комплексных амплитуд $\psi(\omega)$, связанных с процессами во времени $\psi(t)$ преобразованием Фурье

$$\psi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega,$$

здесь t – время, i – мнимая единица, преобразование между значениями плотности стороннего тока во временной и частотной области, также осуществлялось на основе данного выражения. Искомые комплексные амплитуды векторов напряженности электромагнитного поля ($\vec{E}, \vec{H}$) выразим через скалярную компоненту электродинамического потенциала электрических токов $\vec{A}(\vec{r}, \omega) = A_z(\vec{r}, \omega) \vec{e}_z$ [31, 32]:

$$E_z = i\omega\mu_0 A_z, H_x = \frac{\partial}{\partial y} A_z, H_y = -\frac{\partial}{\partial x} A_z, \quad (2)$$

где $\mu_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ Ом·с/м – магнитная проницаемость вакуума. Скалярная компонента

потенциала $A_z(\vec{r}, \omega)$ должна удовлетворять волновым уравнениям Гельмгольца [35, 36]:

$$\nabla_{x,y}^2 A_z(\vec{r}, \omega) + k_{1,2}^2(\omega) A_z(\vec{r}, \omega) = -I_{0,n}(\omega) (\vec{r} - \vec{r}_{0,n}), \quad (3)$$

($k_{1,2}(\omega) = k_0 \sqrt{\varepsilon_{1,2}(\omega)}$ – волновое число верхнего и нижнего полупространства, $k_0 = \omega/c$ – волновое число свободного пространства), условиям сшивания тангенциальных компонент поля на границе раздела сред $y = h$:

$$E_z(y = h - 0) = E_z(y = h + 0),$$

$$H_x(y = h - 0) = H_x(y = h + 0), \quad (4)$$

и условиям излучения Зоммерфельда

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial u}{\partial r} - ik_0 u \right) = 0,$$

где u – произвольная компонента поля (в свободном пространстве амплитуда поля должна стремиться к нулю при удалении на бесконечность от источника). Пользуясь разложением потенциала $A_z(\vec{r}, \omega)$ по плоским волнам

$$A_z(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x a(k_x, y) \exp(ik_x x) \quad (5)$$

($a(k_x, y, \omega)$ – неизвестные спектральные амплитуды плоских волн с волновым числом k_x), условиями (4) и условиями в точке источника [37, с. 271]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} a(k_x, y, \omega) \Big|_{y=y_{0,n}+0} - \frac{\partial}{\partial y} a(k_x, y, \omega) \Big|_{y=y_{0,n}-0} = \\ = I_{0,n}(\omega) \exp(-ik_x x_{0,n}), \end{aligned}$$

$$a(k_x, y = y_{0,n} - 0, \omega) = a(k_x, y = y_{0,n} + 0, \omega), \quad (6)$$

приходим к следующим выражениям для электродинамических потенциалов:

1) в случае стороннего источника тока, расположенного в верхнем полупространстве $y_0 > h$, имеем

$$A_z^0(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = I_0(\omega) F_{0,>,<}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega);$$

$$F_{0,>,<}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_1 R_0) +$$

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{w_1} R_{h,12} \exp(ik_x(x - x_0) + iw_1(y + y_0 - 2h)), y \geq h;$$

$$\begin{aligned} F_{0,<}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = \frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{w_1} T_{h,12} \exp(ik_x(x - x_0) + \\ + iw_1(y_0 - h) + iw_2(h - y)), y \leq h; \end{aligned} \quad (7)$$

2) для ДИ, расположенных в нижнем полупространстве $y_n < h$, –

$$A_z^0(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega) = I_n(\omega) F_{n,>,<}(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega);$$

$$F_{n,>}(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega) = \frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{w_2} T_{h,21} \exp(ik_x(x - x_n) + i w_1(y - h) + i w_2(h - y_n)), y \geq h;$$

$$F_{n,<}(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega) = F_{n,<}^i(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega) + F_{n,<}^r(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega),$$

$$F_{n,<}^i(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_2, R_n), \quad (8)$$

$$F_{n,<}^r(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{w_2} R_{h,21} \exp(ik_x(x - x_n) + i w_2(2h - y - y_n)), y \leq h,$$

Здесь $R_{0,n} = \sqrt{(x - x_{0,n})^2 + (y - y_{0,n})^2}$; $H_0^{(1)}(\omega)$ — функция Ханкеля первого рода нулевого порядка, $R_{h,12} = (w_1 - w_2)/(w_1 + w_2)$, $R_{h,21} = -R_{h,12}$ и $T_{h,12} = 2w_2/(w_1 + w_2)$, $T_{h,21} = 2w_1/(w_1 + w_2)$ — коэффициенты отражения и прохождения плоской волны на границе $y = h$; $w_{1,2} = \sqrt{k_{1,2}^2 - k_x^2}$ — поперечное волновое число в среде 1 и 2. Полученные решения удовлетворяют условию излучения на бесконечности при $\text{Im } w_{1,2} > 0$.

1.3. Нахождение неизвестных спектральных амплитуд ДИ

и поля в верхнем полупространстве

Далее при расчете электромагнитного поля, рассеянного диэлектрическим цилиндром, разместим две группы ДИ (в одних и тех же точках) внутри цилиндра на дополнительной направляющей $\gamma_a = K\gamma$, ($K < 1$ — коэффициент подобия). В соответствии с классическим подходом МДИ электродинамический потенциал в нижнем полупространстве $y \leq h$ вне цилиндра (в области $\vec{r} \geq \vec{r}_\gamma$, где $\vec{r}_\gamma$ — радиус-вектор точки $\in \gamma$) будет представляться в виде суперпозиции (8):

$$A_z^1(\vec{r}, \omega) = \sum_{n=1}^N I_n(\omega) F_{n,<}(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega). \quad (9a)$$

Электродинамический потенциал внутри цилиндра $\vec{r} \leq \vec{r}_\gamma$ будет представляться [25, 26] в виде

суперпозиции функции Бесселя нулевого порядка $J_0(k_3 R_n)$:

$$A_z^2(\vec{r}, \omega) = \sum_{n=1}^N P_n(\omega) J_0(k_3 R_n). \quad (9b)$$

Комплексные амплитуды ДИ $I_n(\omega)$, $P_n(\omega)$ на каждой из частот в спектре стороннего тока определим из СЛАУ, полученной при удовлетворении граничным условиям тангенциальных составляющих спектральных амплитуд напряженностей электрического E и магнитного H поля соответственно

$$\vec{v} \times \vec{E} \Big|_{\vec{r}_\gamma - 0} = \vec{v} \times \vec{E} \Big|_{\vec{r}_\gamma + 0},$$

$$\vec{v} \times \vec{H} \Big|_{\vec{r}_\gamma - 0} = \vec{v} \times \vec{H} \Big|_{\vec{r}_\gamma + 0}$$

на направляющей цилиндра γ :

$$A_z^0(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) + A_z^2(\vec{r}, \omega) \Big|_{\vec{r}_\gamma - 0} = [A_z^0(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) + A_z^1(\vec{r}, \omega)] \Big|_{\vec{r}_\gamma + 0}$$

$$\frac{\partial}{\partial \vec{v}} [A_z^0(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) + A_z^2(\vec{r}, \omega)] \Big|_{\vec{r}_\gamma - 0} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \vec{v}} [A_z^0(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) + A_z^1(\vec{r}, \omega)] \Big|_{\vec{r}_\gamma + 0}, \quad (10)$$

где $\vec{v}$ — внешняя нормаль к γ (направлена в среду ϵ_2),

$$\frac{\partial}{\partial \vec{v}} = v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y}$$

— производная по направлению, записанная в декартовой системе координат.

Удовлетворяя граничным условиям (10) в M точках коллокации на направляющей цилиндра, была получена СЛАУ ($M \geq N$):

$$\begin{cases} A(\omega) I(\omega) + D(\omega) P(\omega) = b(\omega), \\ \tilde{A}(\omega) I(\omega) + \tilde{D}(\omega) P(\omega) = \tilde{b}(\omega). \end{cases} \quad (11)$$

Элементы матриц СЛАУ имеют следующий вид:

$$\left\{ \begin{aligned} b_m(\omega) &= -F_{0,<}(\vec{r}_m, \vec{r}_0, \omega), \tilde{b}_m(\omega) = -F_{0,<}(\vec{r}_m, \vec{r}_0, \omega) i \{v_x k_x - v_y w_2\}, \\ D_{mn}(\omega) &= -\frac{i}{4} J_0(k_3 R_{nm}), \tilde{D}_{mn}(\omega) = -\frac{i}{4} k_3 J_0(k_3 R_{mn}) \frac{v_x(x_m - x_n) + v_y(y_m - y_n)}{R_{mn}}, \\ \tilde{A}_{mn}(\omega) &= \dot{F}_{n,<}^i(\vec{r}_m, \vec{r}_n, \omega) k_2 \frac{v_x(x_m - x_n) + v_y(y_m - y_n)}{R_{mn}} + \\ &F_{n,<}^r(\vec{r}_m, \vec{r}_n, \omega) i \{v_x k_x - v_y w_2\}, A_{mn}(\omega) = F_{n,<}(\vec{r}_m, \vec{r}_n, \omega), \end{aligned} \right. \quad (12)$$

где $R_{mn} = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}$, « $\dot{\cdot}$ » — обозначает производную по полному аргументу функции, $m = 1, \dots, M$.

Спектральные компоненты полного электродинамического потенциала (прямая волна от источника тока, отраженная волна от границы раздела,

рассеянная волна цилиндром и прошедшая в верхнее полупространство) вычислялись на основе выражения

$$A_z(\vec{r}, \omega) = I_0(\omega) F_{0,>}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) + \sum_{n=1}^N I_n(\omega) F_{n,>}(\vec{r}, \vec{r}_n, \omega). \quad (13)$$

Подставляя (13) в (2) и далее пользуясь преобразованием Фурье, вычисляли временную форму импульса для соответствующих компонент электромагнитного поля.

2. ДЕТАЛИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СХЕМЫ И ТЕСТИРОВАНИЯ МДИ

2.1. Выбор временной формы источника тока, подповерхностных тел зондирования и методов тестирования МДИ

В качестве подповерхностных тел зондирования выберем цилиндры с эллиптической, круговой и каплевидной формой направляющих (рис. 2). Уравнения направляющих цилиндров и внешних нормалей к ним приведены в табл. 1.

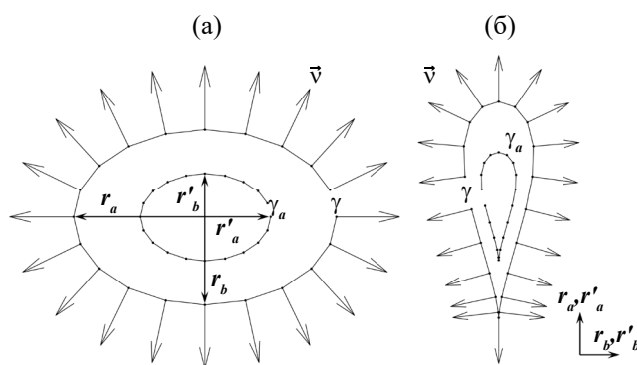


Рис. 2. Формы направляющих цилиндрических подповерхностных тел зондирования: а — цилиндр, б — капля.

Дискретные источники были расположены равномерно на дополнительной направляющей γ_a , подобной направляющей цилиндра γ : $r'_a = K r_a$, $r'_b = K r_b$. В случае каплевидной образующей центры (x_c, y_c) дополнительной γ_a и основной γ направляющих выравнились (см. рис. 2 и табл. 1). В данной работе r_a — полуось цилиндра с каплевидной направляющей была ориентирована вдоль оси Oy , в связи с этим к формулам, приведенным в табл. 1, применялась операция вращения

Таблица 1. Основные уравнения для подповерхностных тел зондирования эллиптической и каплевидной форм

Уравнения	Эллипс [38]	Каплевидная [39, с. 148–150]
Направляющей*	$x = r_a \cos t,$ $y = r_b \sin t$ $\xi = \frac{x^2}{r_a^2} + \frac{y^2}{r_b^2} - 1 = 0$	$x = r_a (1 + \sin t),$ $y = r_b \cos t (1 + \sin t)$ $\xi = r_a^4 y^2 - r_b^2 x^3 (2r_a - x) = 0$
Нормалей	$v_x = \frac{r_b \cos t}{\sqrt{r_b^2 \cos^2 t + r_a^2 \sin^2 t}}$ $v_y = \frac{r_a \sin t}{\sqrt{r_b^2 \cos^2 t + r_a^2 \sin^2 t}}$	$v_x = \frac{2r_b^2 x^2 (2x - 3r_a)}{2\sqrt{r_a^8 y^2 + r_b^4 x^4 (2x - 3r_a)^2}}$ $v_y = \frac{2r_a^2 y}{2\sqrt{r_a^8 y^2 + r_b^4 x^4 (2x - 3r_a)^2}}$
Длины	$l_v \approx \pi(r_a + r_b)(1 + \delta^2/4)$ $\delta = (r_a - r_b)/(r_a + r_b)$	$l_v = \int_0^2 dt \sqrt{\dot{x}_t^2 + \dot{y}_t^2}$
Центра	$x_c = y_c = 0$	$x_c = 2 \frac{\int_{-\pi}^{\pi} x dt \sqrt{\dot{x}_t^2 + \dot{y}_t^2}}{l_v}, y_c = 0$

*Уравнения даны в параметрическом и каноническом виде. Здесь переменная $t \in [0, 2\pi]$. Внешняя нормаль к направляющей рассчитывалась как нормаль $\vec{v} = \frac{\text{grad} \xi}{|\text{grad} \xi|}$ к линии уровня ξ с использованием канонического представления, « $\cdot$ » — обозначена производная по t .

$x' = x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0$, $y' = -x \sin \varphi_0 + y \cos \varphi_0$,
где x' , y' — новые координаты, $\varphi_0 \equiv -90^\circ$.

Предполагая, что должно выполняться условие одинаковой плотности покрытия направляющих γ и γ_a точками коллокации и ДИ, а также исходя из прямо пропорциональной связи между длиной вспомогательной образующей l_{γ_a} и образующей цилиндра l_γ (см. табл. 1) с величиной коэффициента подобия K , далее зададим $N \equiv KM$. В результате СЛАУ (11) является переопределенной, псевдорешение которой находили методом преобразований вращения [40, 41]. В частотной области относительную погрешность решения задачи будем оценивать по точности выполнения граничных условий на направляющей цилиндра γ с использованием нормы невязки:

$$\Phi = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \left| 1 - \left[I_0(\omega) F_{0,<}(\vec{r}_q, \vec{r}_0, \omega) + A_z^{s1}(\vec{r}_{\gamma_q}, \omega) \right] / A_z^{s2}(\vec{r}_{\gamma_q}, \omega) \right|, \quad (14)$$

где $\vec{r}_{\gamma_q}$ — радиус-вектор для точек $q = 1, \dots, Q$ на направляющей цилиндра, которые не совпадают с местами размещения точек коллокации. Для всех оценок, приведенных ниже, Q полагалось равным 50. Во временной области рассчитанные МДИ временные формы полей будут сопоставляться с соответствующими значениями, вычисленными на основе метода сеток/конечных разностей (МКР) [42, 43]. Формулы для нахождения полей (E_z, H_x, H_y) МКР по итерационной схеме имеют вид

$$\begin{aligned} E_z^{k+1}(l, p) &= E_z^k(l, p) \left(1 - \frac{\sigma(l, p) Z_0 \Delta h}{\varepsilon(l, p)} \right) - \\ &- \frac{Z_0 \Delta h}{\varepsilon(l, p)} + j^k(l, p) + \frac{Z_0}{2\varepsilon(l, p)} \{ H_y^k(l+1, p) - \\ &- H_y^k(l-1, p) - H_x^k(l, p+1) + H_x^k(l, p-1) \}, \\ H_x^{k+1}(l, p) &= H_x^{k-1}(l, p) - \frac{1}{2Z_0} \{ E_z^k(l, p+1) - E_z^k(l, p-1) \}, \\ H_y^{k+1}(l, p) &= H_y^{k-1}(l, p) + \\ &+ \frac{1}{2Z_0} \{ E_z^k(l+1, p) - E_z^k(l-1, p) \}, \end{aligned} \quad (15)$$

где k — отсчет шага по времени длительностью $\Delta t = \alpha \Delta h / c$ [нс], $\alpha < 1$ — эмпирический параметр в нашем случае задавался равным 0.4; l, p — отсчеты по декартовым координатам x и y с шагом Δh [м], который задавали равным $\Delta h = \lambda_0 / 40$ (λ_0 — средняя длина волны в спектре амплитуды стороннего источника тока), $Z_0 = 120\pi$ [Ом] — импеданс свободного пространства, ε, σ — действительная часть КДП и проводимость полупространства, содержащего цилиндр, $j^k(l_0 = x_0 / \Delta h, p_0 = y_0 / \Delta h)$ — плотность стороннего электрического источника тока, $j^k(l_0, p_0) = I_0(k \Delta t) / \Delta h^2$ ($k = 1, \dots, K, l = 1, \dots, L, p = 1, \dots, P$, где K, L, P — количество отсчетов по времени и пространственным координатам соответственно). Временную форму амплитуды источника стороннего тока $I_0(t)$ зададим в виде суммы двух разнополярных гауссовых импульсов (рис. 3а):

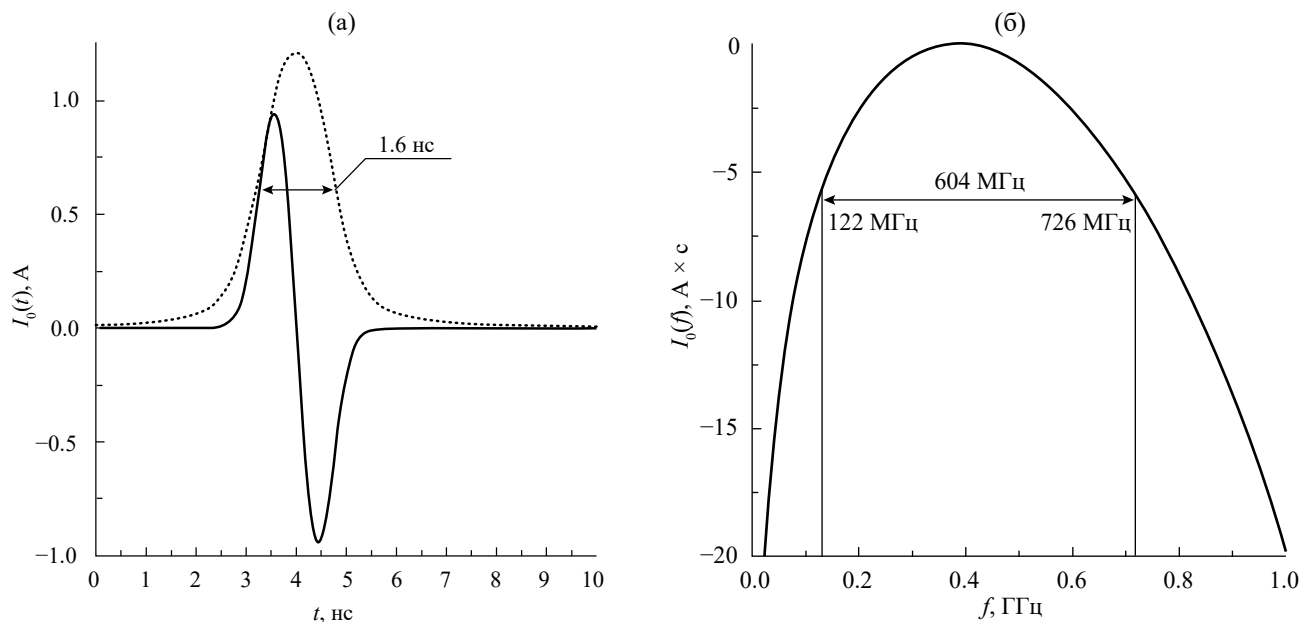


Рис. 3. Временная форма (а) и спектр (б) амплитуды импульсного точечного источника электрического тока: а — форма импульса (сплошная кривая) и его огибающая (пунктирная).

$$I_0(t) = \exp\left(q\left[\frac{t - (t_0 - \Delta\tau)}{\Delta\tau}\right]^2\right) - \exp\left(q\left[\frac{t - (t_0 + \Delta\tau)}{\Delta\tau}\right]^2\right), \quad (16)$$

где $q \equiv \lg 0.5$, t_0 – смещение импульса по временной шкале (задавалось равным 4 нс), $\Delta\tau$ – четверть длительности импульса по уровню половины амплитуды (задавалась равной 0.4 нс). Спектральная амплитуда $I_0(f)$ стороннего источника тока $I_0(t)$ (рис. 3б) имеет следующее аналитическое представление:

$$I_0(f) = -2i \frac{\Delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{q}} \sin(2\pi f d) \exp(2\pi i f_0 t) \exp\left(-\left(\pi f \Delta / \sqrt{q}\right)^2\right). \quad (17)$$

2.2. Материальные среды

В качестве материальных сред, заполняющих полупространство и цилиндр, были выбраны талая и мерзлая почва, лед, несоленая вода. В ходе численных экспериментов были использованы оценки средних значений диэлектрической проницаемости и проводимости данных сред, приведенные

Таблица 2. Действительная часть относительной диэлектрической проницаемости и проводимость используемых материальных сред

Среда	ϵ'	σ^* , Ом/м
Воздух	1.0	0.0
Талая почва [45]	15.8	0.147
Мерзлая почва [45]	5.9	0.033
Лед [44]	3.2	0.002
Несоленая вода [44]	81.8	0.186

*Проводимость оценивалась из мнимой части ϵ'' КДП на основе равенства $\sigma = \epsilon''\omega\epsilon_0$ ($\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$, с/(Ом×м) – диэлектрическая проницаемость вакуума).

в [44, с. 124, 125, 127–129; 45] в мегагерцовом диапазоне частот 100...1000 МГц (табл. 2).

2.3. Способ численного интегрирования выражений (7)–(8)

В силу выбранной $\exp(-i\omega t)$ временной зависимости комплексных спектральных амплитуд электродинамических потенциалов, условие излучения на бесконечности выполняется при $\text{Im } w_{1,2} > 0$ (свяжем положительный знак мнимой части квадратного корня с верхним листом римановой поверхности, по которой должен проходить путь интегрирования). Разрезы, соединяющие двухлиственную риманову поверхность, могут быть определены [36, с. 137] из уравнения

$$\text{Im} \sqrt{k_{1,2}^2 - k_x^2} = 0.$$

Линии этих разрезов выходят из точек ветвления $k_x = \pm k_{1,2}$ (рис. 4а штриховые линии). В связи с тем, что все используемые среды имеют не нулевую мнимую часть, на вещественной оси k_x не будут располагаться полюсы функций $T_{h,12}(k_x)$, $R_{h,12}(k_x)$ и точки ветвления квадратного корня w_2 (за исключением w_1). В результате интегралы (7), (8) могут быть рассчитаны по пути интегрирования Γ_1 [36, с. 116], который обходит полуокружностями точки ветвления $k_x = \pm k_1$, или по контуру Γ_2 [46, с. 225–229; 47, 48], который не пересекает разрезы. Однако численное интегрирование по пути $\Gamma_{1,2}$ чрезвычайно медленно сходится [49]. В данной работе воспользуемся выражением волнового числа k_x в цилиндрических координатах $k_x = k_1 \sin \eta$, где $\eta = \eta' + i\eta''$ – комплексный угол, η' , η'' – действительная и мнимая части соответственно для представления (7), (8) по угловому спектру неоднородных плоских волн [46, с. 213–217]. В результате подобной замены переменных контур интегрирования Γ_1 (см. рис. 4а) преобразуется (см.

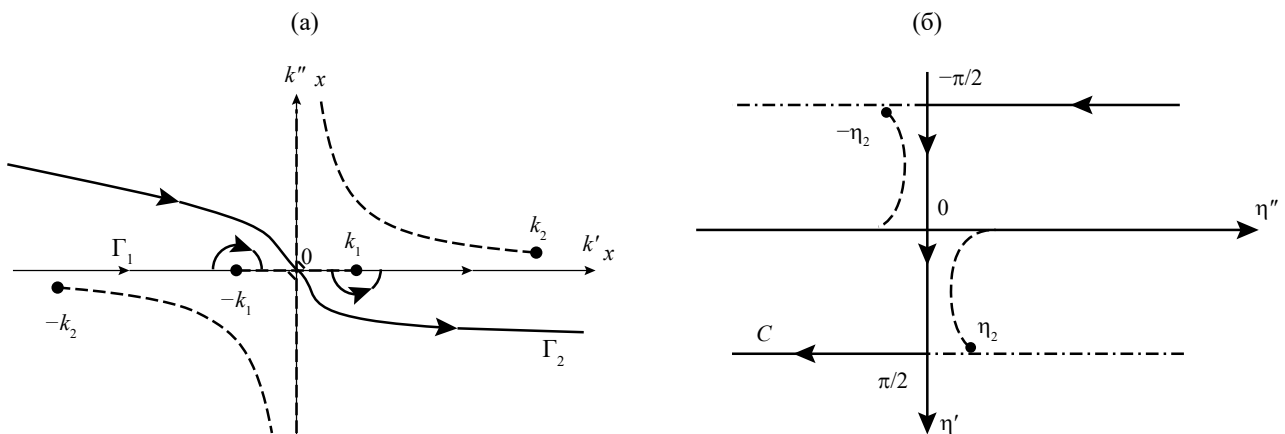


Рис. 4. Контур интегрирования интегралов (7) и (8) в плоскости комплексного переменного k_x (а) и η (б).

рис. 4б, контур C) и аналитически описывается следующим выражением:

$$-\pi/2 + i\infty < \eta < \pi/2 - i\infty.$$

Точки ветвления $\eta_2 = \pm \arcsin \sqrt{\varepsilon_2}$ квадратного корня w_2 , а также линии разрезов $\text{Im} \sqrt{\varepsilon_2 - \sin^2 \eta} = 0$ указаны на рис. 4б (см. штриховые линии, при $\eta' \rightarrow 0$, $\eta'' \rightarrow \pm i\infty$). Контур интегрирования C не пересекает линии разреза, а функции $T_{h,12}(\eta)$ и $R_{h,12}(\eta)$ не имеют полюсов на плоскости η в области контура C (проверено в ходе численного решения уравнения $\sqrt{\varepsilon_2 - \sin^2 \eta} + \cos \eta = 0$, для различных сред на частотах 300...900 МГц). Окончательно на основе алгебраических преобразований вычисление (7) (8) сводилось отдельно к интегрированию по действительной $[0, \pi/2]$ и мнимой оси $[0, i\infty]$. Численное интегрирование выполнялось с использованием квадратурных формул Гаусса с 48 и 144 узлами соответственно, что обеспечивало абсолютную погрешность вычисления интегралов $< 10^{-6}$ (вне зависимости от материальных сред и частот). Все вычисления проводили с использованием программ, написанных на языке Fortran 2008 (компилятор GNU Fortran) и библиотеки НИВЦ МГУ [41].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

3.1. Точность выполнения граничного условия на направляющей цилиндра в зависимости от коэффициента подобия K

На фиксированных частотах была исследована сходимость решения граничной задачи, на основе оценки (14) выполнения граничного условия (10), для трех форм направляющих цилиндров (круг, эллипс, каплевидная) в зависимости от числа точек коллокации M и положения ДИ, определяемых коэффициентом подобия $0.1 \leq K \leq 0.99$. Зондируемое полупространство и цилиндр заполняли мерзлой и талой почвой соответственно. Центр цилиндров размещали на глубине $h = 1$ м от границы воздух–почва. Нитевидный источник стороннего тока располагали в точке ($x_0 = 0$ м, $y_0 = h + 1$ м). Геометрические параметры цилиндров приведены в табл. 3.

Таблица 3. Геометрические параметры цилиндров

Форма направляющей	Полуоси	
	r_a	r_b
Круг	0.5	0.5
Эллипс	0.8	0.2
Каплевидная	0.6	0.4

Результаты расчетов показывают, что положения минимумов функции $\Phi(K)$ определяются следующими параметрами: формой направляющих цилиндров, коэффициентом подобия K , взаимным количеством точек коллокации и ДИ, а также частотой в спектре тока (рис. 5). Для всех видов направляющих цилиндров при увеличении количества точек коллокации M область минимальных значений $\Phi(K)$ увеличивается с $K \sim 0.95...0.99$ до $K \sim 0.35...0.99$. По мере уменьшения осевой симметрии (направляющие в виде круга, эллипса, капли) область минимальных значений $\Phi(K)$ уменьшается с $K \sim 0.4$ (круговая) до $K \sim 0.7$ (каплевидная) при фиксированном количестве точек коллокации M (см. рис. 5).

Из рис. 5 видно, что при увеличении частоты в три раза, с 300 до 900 МГц, для достижения примерно равной погрешности требуется во столько же раз увеличить взаимное количество точек коллокации и ДИ. Данное поведение можно объяснить необходимостью сохранить плотность покрытия точками g и g_a при увеличивающейся оптической длине направляющих цилиндров. С целью уменьшения взаимного количества точек коллокации и ДИ, минимизации размерности СЛАУ и увеличения скорости его решения может быть рекомендован выбор коэффициента подобия в диапазоне $K \sim 0.8...0.99$.

3.2. Влияние КДП сред на точность выполнения граничного условия

Рассмотрим цилиндр с направляющей в виде эллипса (параметры геометрии см. в табл. 3), коэффициент подобия зададим равным $K = 0.9$. В этом случае при моделировании найдено, что на точность выполнения граничных условий существенное влияние оказывают КДП сред, окружающей и заполняющей цилиндр (рис. 6).

При фиксированной среде полупространства выбор оптически более плотной среды заполнения цилиндра требует взаимного увеличения количества точек коллокаций и ДИ при сохранении точности выполнения граничных условий. Смена сред, заполняющих полупространство–цилиндр, в рассмотренных двух случаях: 1) мерзлая почва–талая почва и мерзлая почва–вода, 2) талая почва–лед и талая почва–вода (см. рис. 6), приводит примерно к двукратному росту M при сохранении равной точности выполнения граничных условий.

Подобные закономерности могут быть также объяснены необходимостью сохранения плотности точек коллокации и ДИ на направляющих при увеличении оптического размера цилиндра. Действительно, при смене среды заполнения цилиндра с талой почвы на воду и со льда на воду, погруженного в мерзлую и талую почву соответственно, средний показатель преломления сред возрастает также примерно в два раза 1.8 и 2.2 соответственно. Увеличение частоты монохроматического

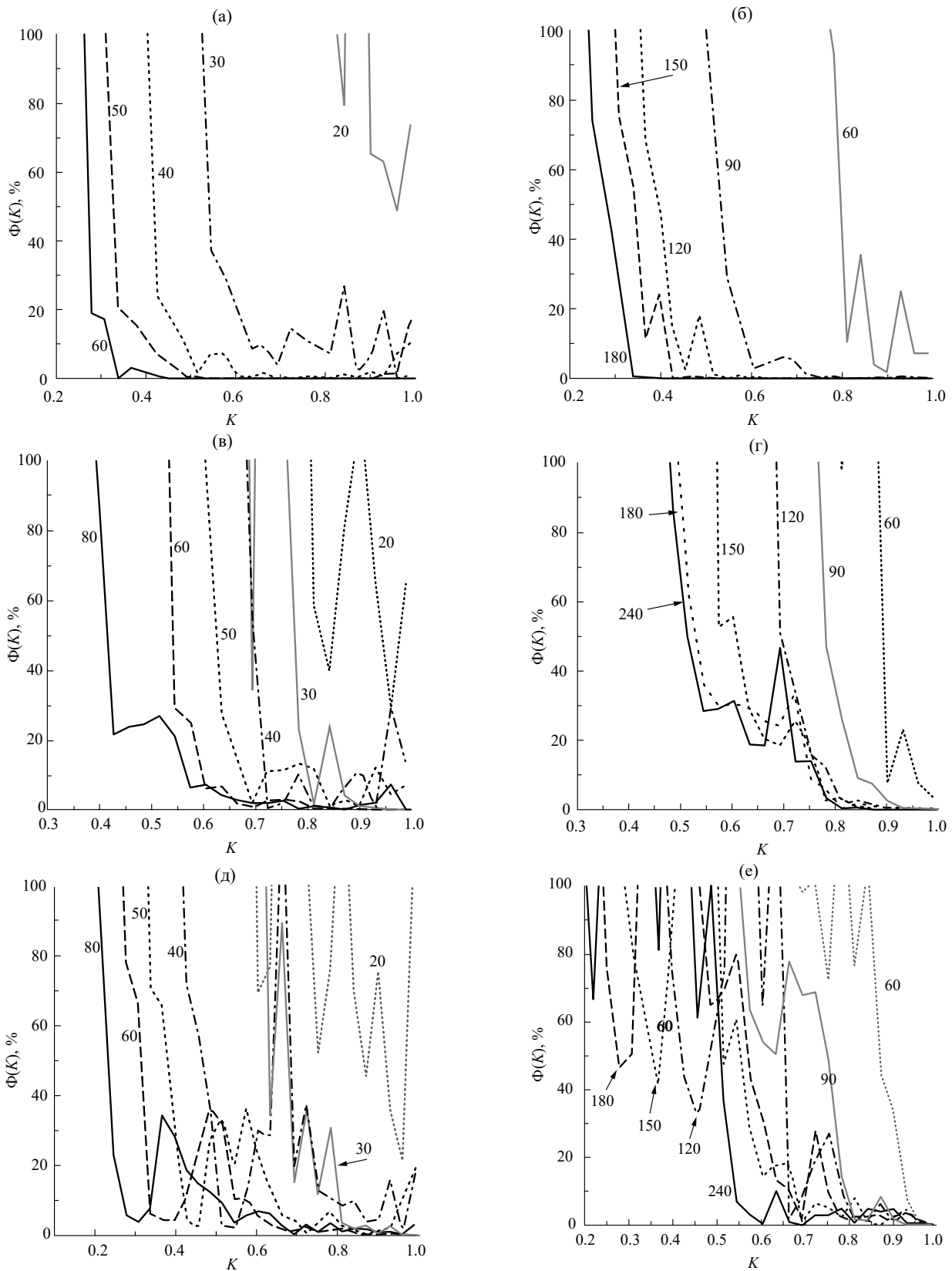


Рис. 5. Точность выполнения граничного условия на направляющей цилиндра с круговой (а) и (б), эллиптической (в) и (г) и каплевидной (д) и (е) формами в зависимости от коэффициента подобия K , числа точек коллокации M (цифры на кривых) и частоты монохроматического источника тока $f = 300$ МГц (а, в, д) и $f = 900$ МГц (б, г, е). Материальные среды, заполняющие полупространство и цилиндр: мерзлая и талая почва соответственно.

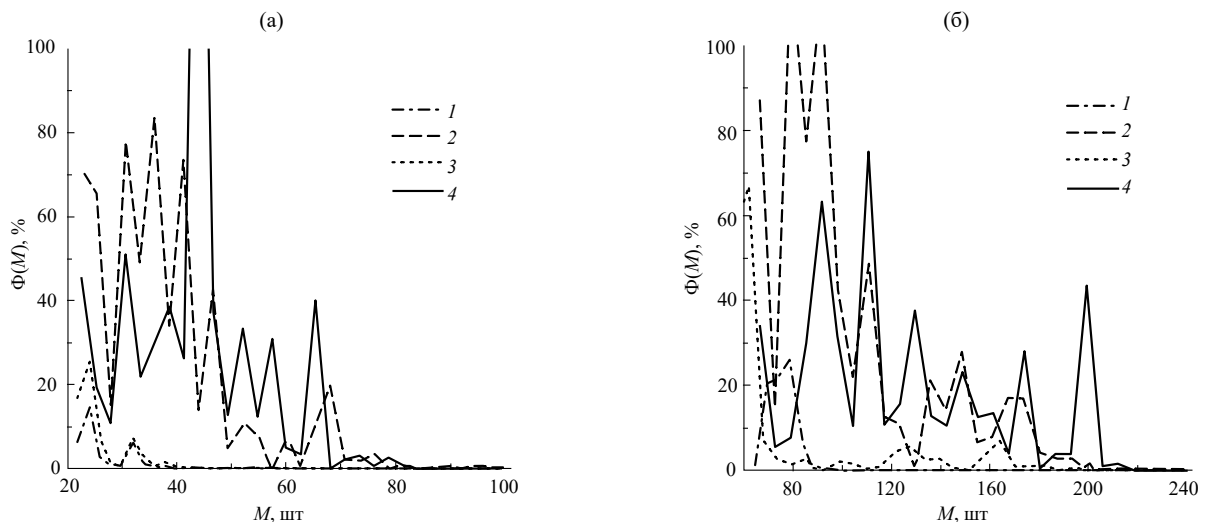


Рис. 6. Точность выполнения граничного условия на направляющей цилиндра с эллиптической формой при фиксированном коэффициенте подобия $K = 0.9$ в зависимости от числа точек коллокации M и частоты монохроматического источника тока $f = 300$ МГц (а) и $f = 900$ МГц (б). Материальные среды, заполняющие полупространство и цилиндр: 1 – мерзлая почва–таялая почва, 2 – мерзлая почва–вода, 3 – таялая почва–лед, 4 – таялая почва–вода.

источника тока в три раза, требует увеличения примерно в три раза M , для сохранения точности выполнения граничных условия (объясняется аналогично, см. разд. 3.1). Для всех рассмотренных случаев при различной глубине погружения цилиндров $0.25 \text{ м} < h \leq 1 \text{ м}$ не обнаружено существенного влияния границы воздух–полупространство на точность выполнения граничного условия. Для дальнейших оценок будем выбирать M таким, чтобы средняя погрешность выполнения граничных условий в частотном диапазоне импульсного источника стороннего тока (см. рис. 3б) не превышала 2...5%.

3.3. Оценка точности модифицированного МДИ во временной области

Для каждой частоты в спектре импульса стороннего источника тока решено СЛАУ (11), найдены амплитуды ДИ и в точке наблюдения ($x_r = 0.1 \text{ м}$, $y_r = h + 1 \text{ м}$) на основе формул (2), (8) и преобразования Фурье рассчитана временная зависимость напряженности электрического поля $E_z(t)$.

Приведем примеры. 1. Рассмотрим зондирование подповерхностного прямого кругового цилиндра различного радиуса, заполненного водой и размещенного в мерзлой почве на различных глубинах h .

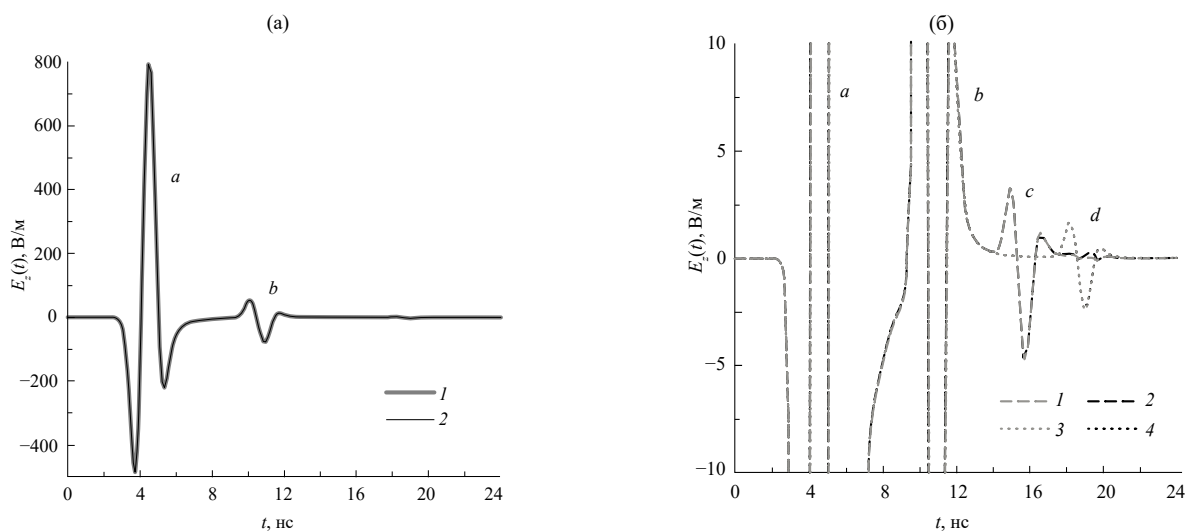


Рис. 7. Временные формы напряженности электрического поля $E_z(t)$, рассчитанные МКР (1, 3) и МДИ (2, 4) в точке приема ($x_r = 0.1 \text{ м}$, $y_r = d + 1 \text{ м}$) при возбуждении нитевидным источником тока ($x_0 = 0 \text{ м}$, $y_0 = d + 1 \text{ м}$), полупространства мерзлой почвы и подповерхностного кругового цилиндра, заполненного водой, при $r_a = 0.2 \text{ м}$, $d = 0.5 \text{ м}$ (кривые 1 и 2); $r_a = 0.5 \text{ м}$, $d = 1.0 \text{ м}$ (кривые 3 и 4).

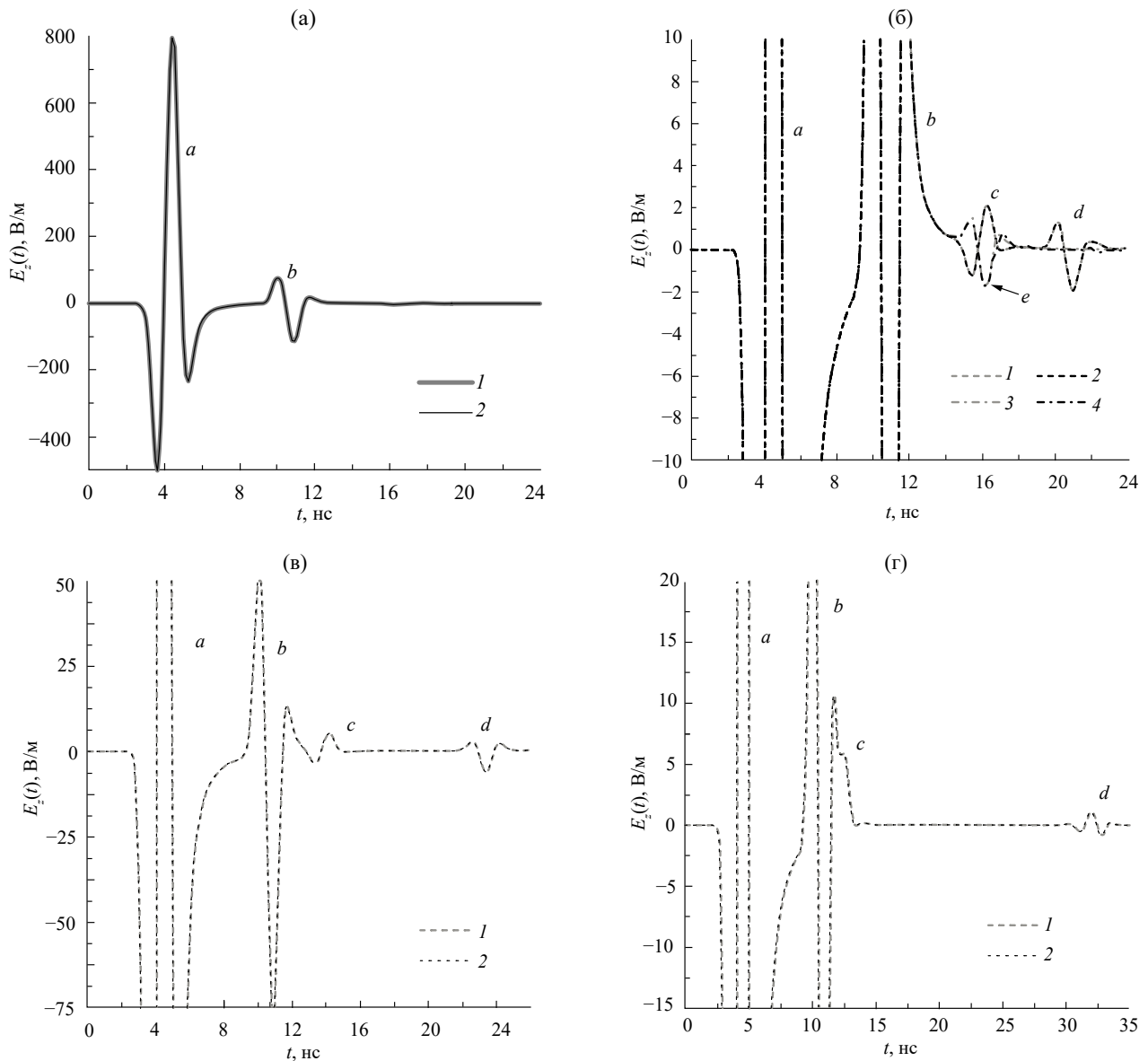


Рис. 8. Временные формы импульса напряженности электрического поля при зондировании цилиндра с эллиптической направляющей, рассчитанные МКР (1, 3) и МДИ (2, 4). Точка приема ($x_r = 0.1$ м, $y_r = d + 1$ м), точка расположения источника тока ($x_0 = 0$ м, $y_0 = d + 1$ м): а, б – талая почва–лед (кривые 1 и 2), талая почва–вода (кривые 3 и 4), $r_a = 0.8$ м, $r_b = 0.2$ м, $d = 0.4$ м; в) мерзлая почва–лед, $r_a = 0.8$ м, $r_b = 0.4$ м, $d = 0.6$ м; г) мерзлая почва–лед, $r_a = 0.4$ м, $r_b = 0.8$ м, $d = 0.9$ м).

Временные формы импульсов напряженности электрического поля $E_z(t)$, рассчитанные МКР и МДИ в пределах заданной точности (2...5%) совпадают между собой (рис. 7). Здесь и далее в тексте и на рисунках а и б означают импульс прямой и отраженной от границы воздух–полупространство волн соответственно. Временная задержка между импульсами а и б (см. рис. 7а), равная 6.7 нс, совпадает с расчетным временем задержки зондирующего импульса, отраженного от границы воздух–мерзлая почва (импульс б, см. рис. 7а), с учетом геометрии размещения источника тока и точки приема. Рассчитанные двумя различными

способами временные формы импульсов с и d (см. рис. 7б), рассеянные назад диэлектрическим цилиндром (преимущественно отражение от верхней границы цилиндра), хорошо согласуются между собой, а время запаздывание между ними 3.3 нс соответствует дополнительному пути, проходимому импульсом d при смещении цилиндра вниз на 0.5 м (с учетом увеличения радиуса цилиндра с 0.2 до 0.5 м).

2. Теперь рассмотрим подповерхностный цилиндр с эллиптической направляющей. Для различных комбинаций длин полуосей эллипса и материалов сред, заполняющих полупространство и подповерхностный цилиндр, наблюдается хорошее

согласие временных форм импульсов, рассчитанных МКР и МДИ, в пределах указанной погрешности (рис. 8). При размещении цилиндра, заполненного льдом, в талой почве (см. рис. 8б, кривые 1, 2) наблюдаются два разнополярных импульса c и d , отраженных от верхней (таялая почва—лед) и нижней (лед—таялая почва) границы вытянутого вдоль оси Ox цилиндра. Временная задержка в 4.8 нс между этими импульсами соответствует двойному расстоянию ($4r_b$), проходимому импульсом d во льду внутри цилиндра. В случае заполнения цилиндра водой (см. рис. 8б, кривые 3, 4) наблюдается лишь один импульс e , отраженный от верхней границы эллипса (между талой почвой и водой). Аналогично объясняется характер поведения временных задержек импульсов c и d (см. рис. 8в, 8г) в случае цилиндра, заполненного льдом, размещенного в полупространстве мерзлой почвы.

3. И, наконец, рассмотрим каплевидную форму направляющей цилиндра, заполненного водой и размещенного в полупространстве мерзлой почвы (см. рис. 9). Аналогично предыдущим случаям наблюдается хорошее совпадение между временными формами импульсов напряженности электрического поля в точке приема, рассчитанных МКР и МДИ. Временная задержка между импульсами b и c , равная примерно 3.3 нс, соответствует расчетному времени задержки зондирующего импульса, отраженного от верхней границы цилиндра.

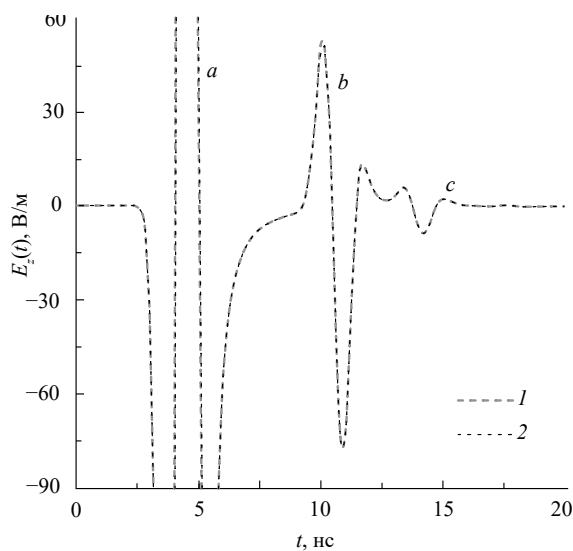


Рис. 9. Временные формы импульса напряженности электрического поля при зондировании цилиндра с каплевидной направляющей, рассчитанные МКР (1) и МДИ (2); материалы среды, заполняющие полупространство и цилиндр: мерзлая почва—вода при $r_a = 0.3$ м, $r_b = 0.15$ м, $d = 0.47$ м (расстояние от границы воздух—полупространство до ближайшей части цилиндра 0.21 м).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрена модификация МДИ для решения задачи о подповерхностном зондировании СШП-импульсами диэлектрического цилиндрического тела с круговой, эллиптической и каплевидной формами направляющих, размещенного в диэлектрическом полупространстве. В отличие от широко распространенного подхода [27–31], в данной работе используется идея [4, 25, 26] о возможности описания полей дифракции с использованием ДИ, размещенных лишь внутри цилиндрического тела на замкнутой кривой. Для описания поля внутри тела в качестве полей ДИ используется фундаментальное решение уравнения Бесселя в виде функции Бесселя нулевого порядка [25, 26]. Импульсные поля, рассчитанные модифицированным МДИ, в пределах заданной погрешности совпадают с расчетами на основе МКР для различных сред полупространства и заполнения цилиндра в виде льда, мерзлой и талой почвы, воды. При этом, в отличие от МКР, МДИ может быть использован для моделирования импульсных полей в средах с произвольной частотной дисперсией КДП. В данной работе на частоте 900 МГц максимальные поперечные оптические размеры цилиндров (в свободном пространстве) составляли около $2k_0r \gg 30$, вопрос о расхождении метода при больших размерах тел зондирования специально не исследовался.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках научной тематики государственного задания ИФ СО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кюркчан А. Г., Смирнова Н. И., Клеев А. И. Методы решения задач дифракции, основанные на использовании априорной аналитической информации. М.: Физматлит, 2022.
2. Васильев Е. Н. Возбуждение тел вращения. М.: Радио и связь, 1987.
3. Кунрадзе В. Д. // Успехи матем. наук. 1967. Т. 22. № 2. С. 59.
4. Еремин Ю. А., Свешников А. Г. Метод дискретных источников в задачах электромагнитной дифракции. М.: Изд-во МГУ, 1992.
5. Zaridze R. S., Jobava R., Bit-Banik G. et al. // J. Electromagnetic Waves and Appl. 1998. V. 12. № 11. P. 1491.
6. Anastassiou H. T., Kaklamani D. I., Economou D. P. et al. // IEEE Trans. 2002. V. AP-50. № 1. P. 59.
7. Leviatan Y., Sheaffer G. S. // IEEE Trans. 1987. V. MTT-35. № 1. P. 48.
8. Mastorakis E., Papakanellos P. J., Anastassiou H. T. et al. // Mathematics. 2022. V. 10. № 17. Article No. 3211.

9. Беличенко В. П., Гошин Г. Г., Дмитриенко А. Г. и др. Математические методы в граничных задачах электродинамики. Томск: Изд-во Том. ун-та. 1990.
10. Tavzarashvili K., Bijatov A., Zaridze R. et al. // Proc. Intern. Conf. Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Cat. No.00EX413), Kharkov, 2000. V. 2. P. 679.
11. Shubitidze F., Anastassiou H. T., Kaklamani D. I. // IEEE Trans. 2004. V. AP-52. № 1. P. 302.
12. Bouzidi A., Aguilu T. // Progress in Electromagnetics Research, B. 2014. V. 61. P. 121.
13. Еремин Ю. А., Свешников А. Г. // Ж. вычисл. матем. и матем. физики. 2021. Т. 61. № 4. С. 580.
14. Еремин Ю. А., Свешников А. Г. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2007. Т. 47. № 2. С. 269.
15. Апелцин В. Ф., Кюркчан А. Г. Аналитические свойства волновых полей. М.: Изд-во МГУ. 1990.
16. Кюркчан А. Г., Стернин Б. Ю., Шаталов В. Е. // Успехи физ. наук. 1996. Т. 166. № 12. С. 1285.
17. Кюркчан А. Г., Минаев С. А., Соловейчик А. Л. // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
18. Анютин А. П., Кюркчан А. Г., Минаев С. А. // РЭ. 2002. Т. 47. № 8. С. 955.
19. Kyurkchan A. G., Smirnova N. I. Mathematical Modeling in Diffraction Theory (Ch. 1). Elsevier. 2016. P. 1.
20. Негорожина Е. С. Моделирование характеристик рассеяния идеально проводящих и импедансных тел на основе метода вспомогательных токов. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МГУ, 2015. 112 с.
21. Shubitidze F., O'Neill K., Haider S. A. et al. // IEEE Trans. 2002. V. GRS-40. № 4. P. 928.
22. Iatropoulos V. G., Anastasiadou M. T., Anastassiou H. T. // Appl. Sci. 2020. V. 10. № 7: Article No. 2309.
23. Kouroumplakis M. Method of Auxiliary Sources in Electromagnetic Problems of Scattering, Mode Analysis, and Shielding: Theory and Applications: Doctoral thesis. Athens: National Technical Univ., 2022. 111 p.
24. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1957.
25. Eremin Y. A., Fikioris G., Tsitsas N. L. et al. // J. Comp. Appl. Mathem. 2021. V. 386. № 113231. P. 1.
26. Eremin Y. A., Tsitsas N. L., Kouroumplakis M. et al. // J. Comp. Appl. Mathem. 2023. V. 417. № 114556. P. 1.
27. Музалевский К. В. // Тез. док. 31-й науч. конф. студентов, аспирантов. Барнаул: АлтГУ, 2004. С. 34.
28. Комаров С. А., Музалевский К. В. // Изв. Алтайск. гос. ун-та. 2005. Т. 35. № 1. С. 113.
29. Komarov S. A., Mironov V. L., Muzalevsky K. V. // Proc. IEEE Intern. Geosci. Remote Sensing Symp. (IGARSS'05). Seoul, Korea, 2005. V. 7. P. 4600.
30. Малакишинов Н. П., Скобелев С. П. // Радиотехника. 2007. № 10. С. 75.
31. Энов М. И., Миронов В. Л., Музалевский К. В. Сверхширокополосное электромагнитное зондирование нефтегазового коллектора. Новосибирск, 2011.
32. Jobava R., Zaridze R., Karkashadze D. et al. // Proc. Trans Black Sea Region Symp. on Appl. Electromagnetism. 1996, Metsovo, P. DISC_4.
33. Bit-Babik G. G., Jobava R. G., Zaridze R. S. et al. // Proc. III Intern. Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory. (IEEE Cat. No.98EX163). 1998. Tbilisi. P. 11.
34. Tabatadze V., Drobakhin O., Karaçuha K. // J. Electrical Engineering. 2023. V. 74. № 3. P. 188.
35. Марков Г. Т., Петров Б. М., Грудинская Г. П. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Сов. радио, 1979.
36. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.; Л.: Энергия, 1967.
37. Зоммерфельд А. Дифференциальные уравнения в частных производных физики. М.: Изд-во иностр. лит., 1950.
38. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М.: Наука, 1964.
39. Lawrence J. D. A Catalog of Special Plane Curves. New York: Dover, 1972.
40. Воеводин В. В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977.
41. Арушанян О. Б., Волченкова Н. И. // Вычислительные методы и программирование. 2002. Т. 3. № 4. С. 1.
42. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. М.: Физматлит, 1959. Т. 2.
43. Yee K. S. // IEEE Trans. 1966. V. AP-14. № 3. P. 302.
44. Ulaby F. T., Long D. G., Blackwell W. et al. Microwave Radar and Radiometric Remote Sensing. Ann Arbor: Univ. Michigan Press, 2014.
45. Mironov V. L., Karavayskiy A. Y., Lukin Y. I., Molostov I. P. // Int. J. Remote Sensing. 2020. V. 41. № 10. P. 3845.
46. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР. 1957.
47. Boix R. R., Mesa F., Medina F. // IEEE Trans. 2007. V. MTT-55. № 2. P. 268.
48. He X., Gong S., Liu Q. // Microwave and Optical Technol. Lett. 2005. V. 45. № 1. P. 85.
49. Lambot S., Slob E., Vereecken H. // Geophys. Research Lett. 2007. V. 34. № L21405. P. 1.

**METHOD OF AUXILIARY SOURCES
FOR THE PROBLEM OF SUBSURFACE SENSING
OF TWO-DIMENSIONAL DIELECTRIC BODIES
BY ULTRA-WIDEBAND ELECTROMAGNETIC IMPULSES**

K. V. Muzalevskiy

*Kirensky Institute of Physics Federal Research Center KSC SB RAS,
Akademgorodok, 50, bld. 38, Krasnoyarsk, 660036 Russian Federation
E-mail: rsdkm@ksc.krasn.ru*

Received March 29, 2024, revised April 14, 2024, accepted April 25, 2024

The modified method of auxiliary source (MMAS) is investigated for solving the diffraction problem of an ultra-wideband (UWB) electromagnetic impulse on a subsurface dielectric cylinder with an arbitrary cross-sectional shape (circular, elliptical, and drop-shaped). A dielectrically homogeneous half-space and a subsurface cylinder were excited by impulse electrical current source. It is shown that the fields calculated in time domain using the MMAS coincide with the results obtained from finite-difference method within a specified accuracy. It has been established that doubling the refractive index (the average value for the host medium and the filled cylinder) necessitates a similar twofold increase in the number discrete source (DS) and collocation points to maintain the accuracy of the solution. In the case of monochromatic excitation, it is shown that when K is reduced from 0.99 to 0.2, and also when the current frequency is increased from 300 MHz to 900 MHz, the mutual number of DS and collocation points must be increased approximately three times to maintain the same solution accuracy.

Keywords: Ultra-wideband electromagnetic impulses, method of auxiliary source, Green's function