

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.371.334:537.874.6

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НАМАГНИЧЕННЫХ ГРАФЕНОВЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК, ОСНОВАННЫЕ НА РЕШЕНИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПЛАЗМОННЫХ АНИЗОТРОПНЫХ СТРУКТУР

© 2024 г. А. М. Лерер

*Южный федеральный университет,
ул. Зорге, 5, Ростов-на-Дону, 344090 Российская Федерация
E-mail: lerer@sfedu.ru*

Поступила в редакцию 09.01.2024 г.

После доработки 09.01.2024 г.

Принята к публикации 25.01.2024 г.

Двумя методами решена краевая задача о дифракции плоской электромагнитной волны на дифракционной решетке из графеновых полосок при наличии магнитного поля. При решении полученных интегральных и парных сумматорных уравнений использован метод Галеркина с базисом в виде полиномов Лежандра и Гегенбауэра. В результате получены системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с быстрой внутренней сходимостью. Все матричные элементы СЛАУ выражаются в явном виде.

Ключевые слова: дифракционная решетка, графен, магнитное поле, интегральные уравнения, метод Галеркина, плазмонный резонанс

DOI: 10.31857/S0033849424110027, **EDN:** NOMBYU

ВВЕДЕНИЕ

В традиционных плазмонных материалах, таких как Au, Ag, Cu, AZO и др., поверхностные плазмонные поляритоны (ППП) существуют в видимом и ближнем ИК-диапазонах. Графен поддерживает PPP в гораздо более низком спектральном диапазоне, от терагерцевых (ТГц) до средних ИК-частот. Поэтому частота плазмонных резонансов в графене близка к циклотронной частоте в намагниченной плазме. Экспериментальные подтверждения существования циклотронного резонанса в графене приведены в работах [1, 2]. Изменением величины магнитного поля можно регулировать частоту плазмонного резонанса [2–7], поворачивать плоскость поляризации [5, 8], создавать устройства на эффекте Фарадея [5]. Одна из распространенных конструкций графеновых метаповерхностей — дифракционные решетки (ДР) (см. обзор [9]). В большинстве теоретических работ по графеновым ДР используются стандартные коммерческие программы электродинамического моделирования, основанные на решениях волнового уравнения методами конечных элементов в частотной и временной областях, а также конечного интегрирования. Несомненное достоинство этой группы методов — универсальность.

Недостатки — высокие требования к компьютеру, большое время счета, необходимость дискретизации не только рассеивателя, но и окружающего пространства, трудности при расчете объекта, содержащего мелкомасштабные элементы. Кроме того, возникают проблемы при переходе к открытому пространству с удовлетворением условия излучения. Эти проблемы отсутствуют при решении интегральных и интегро-дифференциальных уравнений (ИДУ).

В работе [10] решение задачи дифракции электромагнитной волны сведено к решению парных сумматорных уравнений (ПСУ) относительно плотности тока на графеновых полосках. Эта же задача может быть решена методом объемных интегро-дифференциальных уравнений (ОИДУ) относительно напряженности электрического поля в полосках [11] и др. Метод ОИДУ описан в [12]. Предполагается [10, 11], что графен описывается скалярной поверхностной проводимостью. В магнитном поле проводимость графена — тензор.

Цель работы — модификация двух типов интегральных уравнений для расчета анизотропных диэлектрических и графеновых дифракционных решеток.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Объект исследования тот же, что и в работе [10] — дифракционная решетка образована прямоугольными графеновыми, металлическими и диэлектрическими полосками (пленками). Число полосок в трехмерной элементарной ячейке M — произвольное; полоски могут лежать как на поверхности, так и в глубине многослойного диэлектрика, у которого произвольное число слоев N . Диэлектрик с номером N — полубесконечная подложка. Диэлектрики могут иметь потери. Потери описываются мнимой частью показателя преломления. В разработанных программах создана база данных для частотной зависимости комплексного показателя преломления для более десяти плазмонных материалов (Au, Ag, Cu, AZO и др. в оптическом диапазоне). Ось z перпендикулярна границам раздела сред, периоды по осям $x, y - d_x, d_y$. В отличие от [10] в данной работе ДР находится в магнитном поле, направленном по оси z .

Пусть графен находится в магнитном поле, нормальном к поверхности. Графен лежит в плоскости $z = 0$. Граничные условия на графене следующие:

- непрерывны тангенциальные составляющие напряженности электрического поля $\vec{E}_{tg}$,
- $\vec{E}_{tg} = \vec{\sigma} \vec{j}$, $\vec{j}$ — плотность поверхностного тока.

Элементы матрицы проводимости σ определяются по формуле из работы [13]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} &= -\frac{2D}{\pi} i \frac{\omega + i/\tau}{\omega_B^2 - (\omega + i/\tau)^2}, \\ \sigma_{xy} &= -\frac{2D}{\pi} \frac{\omega_B}{\omega_B^2 - (\omega + i/\tau)^2}, \sigma_{yx} = -\sigma_{xy}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$D = \frac{2\sigma_0 E_F}{\hbar}$$

($\sigma_0 = 6.08 \times 10^{-5}$ См, E_F — энергия Ферми),

$$\omega_B = \frac{eBv_F^2}{E_F}$$

(B — магнитная индукция, v_F — скорость Ферми), τ — время релаксации.

Формулы (1) должны быть справедливы и при $B = 0$. На рис. 1 приведено сравнение результатов расчета по формуле (1) при $B = 0$ и по интегральной формуле Кубо–Хансена [14]. Как видно, погрешность (1) менее 5% вплоть до 25 ТГц.

2. ПАРНЫЕ СУММАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Пусть графеновые полоски лежат в плоскости $z = 0$. Их поверхность в пределах элементарной

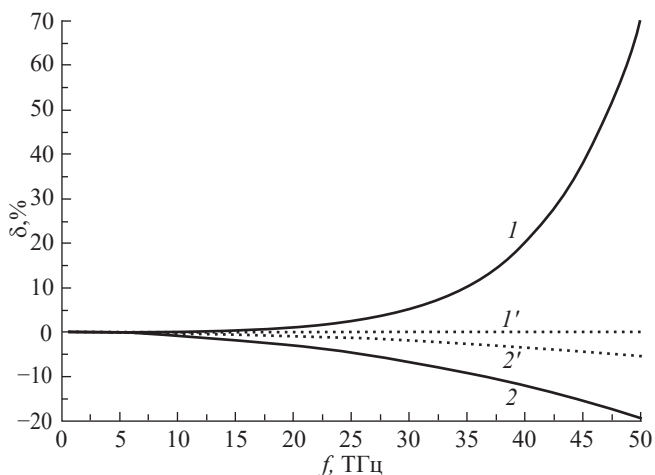


Рис. 1. Частотные зависимости относительной погрешности результатов расчета проводимости σ по формуле Кубо [14] и приближенной формуле (1) при $B = 0$: реальная (1, 1') и мнимая части σ (2, 2') при $E_F = 0.25$ (1, 2) и 0.45 эВ (1', 2'); $\tau = 1$ пс.

ячейки обозначим через S . Пусть заданы плотности токов $\vec{J}$ на полосках. Тогда нетрудно найти электромагнитное поле, создаваемое этими токами. В частности, по формулам из [10, 11] получаем

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, 0) &= \\ &= -iZ_0 \frac{4}{d_x d_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_{mn}(0, 0) \vec{j}_{mn} \exp[i(\alpha_m x + \beta_n y)], \\ \vec{j}_{mn} &= \int_S \vec{J}(x', y') [-i(\alpha_m x' + \beta_n y')] ds, \\ \mathbf{G}(\bar{x}, \bar{y}, z, z') &= \\ &= \frac{4}{d_x d_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_{mn}(z, z') \exp[i(\alpha_m \bar{x} + \beta_n \bar{y})] \end{aligned}$$

— тензорная функция Грина, $\bar{x} = x - x'$, $\bar{y} = y - y'$, $\alpha_m = \frac{2m\pi}{d_x} + k_x$, $\beta_n = \frac{2n\pi}{d_y} + k_y$, k_x, k_y — компоненты волнового вектора $\vec{k}$, $\mathbf{g}_{mn}(z, z')$ см. [10, 11], Z_0 — волновое сопротивление вакуума.

Используя граничные условия на графеновых полосках — непрерывность касательного электрического поля и

$$\vec{J}(x, z) = \sigma [\vec{E}(x, y, 0) + \vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, 0)]$$

(в это уравнение входят касательные компоненты поля), получим первую пару уравнений, где $\vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, z)$ — внешнее поле. Для нахождения $\vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, z)$ решаем задачу о падении плоской волны на исследуемую многослойную структуру без решетки:

$$\begin{aligned} & \vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, 0) - \\ & - iZ_0 \frac{4}{d_x d_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_{mn}(0, 0) \vec{j}_{mn} \exp[i(\alpha_m x + \beta_n y)] = \\ & = \sigma^{-1} \vec{J}(x, y), x, y \in S. \end{aligned} \quad (2)$$

Вторая пара уравнений следует из отсутствия тока вне S :

$$\frac{4}{d_x d_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{j}_{mn} \exp[i(\alpha_m x + \beta_n y)] = 0, x, y \notin S. \quad (3)$$

Так как решение для двумерно-периодических решеток принципиально не отличается от решения для одномерно-периодических решеток, то для уменьшения количества выкладок рассмотрим решение для одномерно-периодических решеток. Ленты шириной $2l$ расположены вдоль оси y . В этом случае в ряде по n остается только нулевой член.

Эти уравнения решаем методом Галеркина [10]:

$$j_x(x) = \sum_{j=0}^{\infty} X_j^{(1)} B_j^{(3/2)}(x), j_y(x) = \sum_{j=0}^{\infty} X_j^{(2)} B_j^{(1/2)}(x),$$

где

$$B_j^{(v)}(x) = Z_j^{(v)} (l^2 - x^2)^{v-1/2} C_j^v \left(\frac{x}{l} \right), \quad (4)$$

C_j^v — полиномы Гегенбауэра.

Для идеально проводящей полоски получаем

$$B_j^{(1/2)}(x) = Z_j^{(1/2)} (l^2 - x^2)^{-1/2} T_j \left(\frac{x}{l} \right),$$

$$B_j^{(3/2)}(x) = Z_j^{(3/2)} (l^2 - x^2)^{1/2} U_j \left(\frac{x}{l} \right),$$

где T_j, U_j — полиномы Чебышева.

Коэффициенты $Z_j^{(v)}$ в (4) выберем так, чтобы

$$\begin{aligned} \tilde{B}_j^{(v)}(\alpha_m) &= \int_{-l}^l Z_j^{(v)} (l^2 - x^2)^{v-1/2} C_j^v \left(\frac{x}{l} \right) \exp(-i\alpha_m x) dx = \\ &= \frac{J_{j+v}(\alpha_m l)}{(\alpha_m l)^v}. \end{aligned} \quad (5)$$

Основная трудность при применении метода Галеркина в данном случае — нахождение интегралов в правой части (2), (3). Нужно найти интегралы

$$P_{j,j'}^{(v,v')} = \int_{-l}^l B_{j'}^{(v)*}(x) B_j^{(v)}(x) dx.$$

Используем равенство Парсеваля и (5):

$$P_{j,j'}^{(v,v')} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_{j+v}(\alpha l)}{(\alpha l)^v} \frac{J_{j'+v'}(\alpha l)}{(\alpha l)^{v'}} d\alpha.$$

Если j, j' разной четности, то $P_{j,j'}^{(v,v')} = 0$. В противном случае [15] имеем

$$\begin{aligned} P_{j,j'}^{(v,v')} &= \frac{1}{\pi l} \frac{1}{2^{v'+v}} \Gamma(v' + v) \frac{\Gamma\left(\frac{j+j'+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{j+j'+1}{2} + v' + v\right)} \times \\ &\times \frac{1}{\Gamma\left(\frac{j-j'+1}{2} + v\right) \Gamma\left(\frac{j'-j+1}{2} + v'\right)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Получить частные случаи из (6) легко: пусть

$$P_{j',j}^{(1/2,1/2)} = \frac{1}{\pi l} \frac{1}{2j+1} \delta_{jj'},$$

Введем обозначение $u = \frac{j+j'+1}{2}$. Тогда получим

$$P_{j,j'}^{(3/2,3/2)} = \begin{cases} \frac{1}{\pi l} \frac{1}{2^2} \frac{1}{(2+u)(1+u)u}, j = j'; \\ \frac{1}{\pi l} \frac{1}{8} \frac{1}{(2+u)(1+u)u}, j+2 = j'; \\ 0, |j-j'| > 2. \end{cases}$$

$$P_{j,j'}^{(1/2,3/2)} = \frac{1}{\pi l} \frac{1}{4} \frac{1}{(1+u)u} \sigma_{j,j'},$$

где $\sigma_{jj'} = 1$ при $j' = j$ или $j = j' - 2$, в остальных случаях $\sigma_{jj'} = 0$.

Таким образом, все матричные элементы системы линейных алгебраических уравнений, полученной при решении (2), (3) методом Галеркина, выражаются в явном виде. СЛАУ имеют быструю внутреннюю сходимость — для достижения погрешности по внутренней сходимости менее 1% достаточно решать СЛАУ 10...20-го порядка. Время счета одной частотной точки менее 0.1 с.

3. ОБЪЕМНЫЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим ДР, образованную двумерно-периодическими анизотропными телами объемом V , расположенными на многослойной подложке. Диэлектрическая проницаемость анизотропных тел имеет вид

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ -\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{Bmatrix}.$$

Решение дифракции на такой ДР методом объемного интегрального уравнения (ОИДУ) с изотропными слоями приведено в [11]. Нетрудно показать, что для анизотропных тел ОИДУ аналогичное, только с заменой скалярной диэлектрической проницаемости на тензорную:

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, z) + \left[\text{grad div} + \right. \\ \left. + k^2 \right] \int_V \mathbf{G}(\vec{x}, \vec{y}, z, z') \boldsymbol{\tau} \vec{E}(x', y', z') dv', x, y, z \in V,$$

где $\vec{E}(x, y, z)$ — искомая напряженность электрического поля внутри V в одной элементарной ячейке, функция Грина приведена выше.

Преобразуем это уравнение. Обозначим $\vec{D} = \boldsymbol{\tau} \vec{E}$, где $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{I}$ ($\mathbf{I}$ — единичная матрица). Тогда получим

$$\boldsymbol{\tau}^{-1} \vec{D}(x, y, z) = \vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, z) + \left[\text{grad div} + \right. \\ \left. + k^2 \right] \int_V \mathbf{G}(\vec{x}, \vec{y}, z, z') \vec{D}(x', y', z') dv', x, y, z \in V. \quad (7)$$

Следует отметить, что анизотропная часть находится в левой (свободной) части интегро-диффе-

ренциального уравнения (7), поэтому метод решения и программа для изотропного диэлектрика легко трансформируются в метод и программу для диэлектрика анизотропного. Аналогичное утверждение справедливо и для нелинейного диэлектрика для эффекта самовоздействия.

Решение уравнения (7) методом Галеркина аналогично решению для ДР из изотропных элементов [11, 12]. Базисные функции — полиномы Лежандра по координатам x, y и сплайны первого порядка по координате z . Все матричные элементы полученных СЛАУ определяются в явном виде.

Пусть двумерно-периодические анизотропные тела это графеновые полосы, толщина которых равна t . Величина t не обязательно равна реальной толщине графена, достаточно потребовать $kt \ll 1$. Можно ввести эквивалентную диэлектрическую проницаемость графена

$$\varepsilon_{mn} = 1 + i \frac{Z_0 \sigma_{mn}}{k t},$$

где индексы m, n принимают значения x, y . Так как величина ε_{zz} практически не влияет на характеристики графеновой ДР, то в программе полагалось $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xx}$.

4. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 2 представлены результаты расчетов коэффициентов отражения и прохождения по мощ-

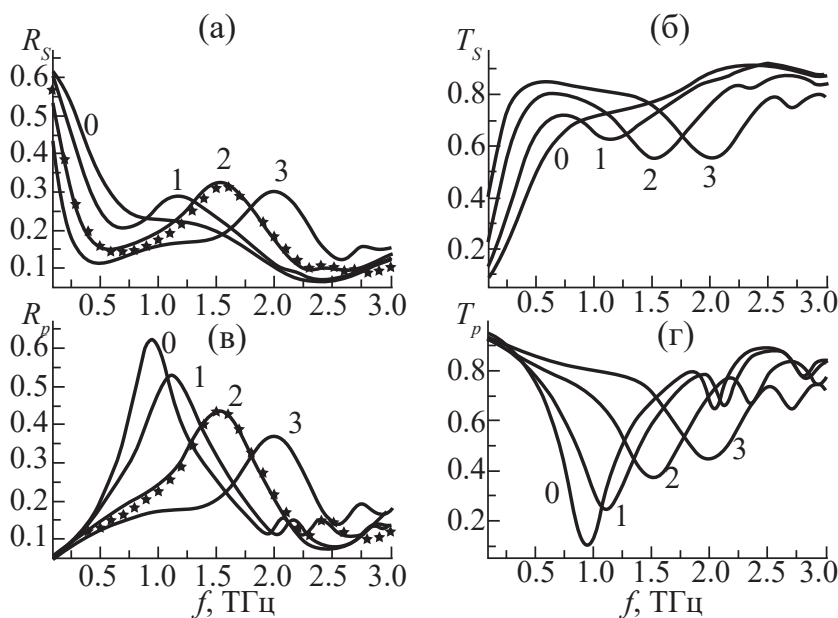


Рис. 2. Частотные зависимости коэффициентов отражения R (а, в) и прохождения T (б, г) при $B = 0, 1, 2$ и 3 Тл (цифры на кривых): s -поляризация (а, б) и p -поляризация падающей волны (в, г). Характеристики рассчитаны методами ПСУ (сплошные кривые) и ОИДУ (кривые со звездочками).

ности при нормальном падении и плоской волны на дифракционную решетку с параметрами: период 60 мкм, ширина лент 40 мкм, подложка с показателем преломления 1.5, между подложкой и графеновыми лентами диэлектрик толщиной $h = 40$ мкм с показателем преломления 1.77. Параметры графена: $E_F = 0.45$ эВ, $\tau = 1$ пс. Результаты получены методами ПСУ и ОИДУ. Видно хорошее соответствие между результатами расчета разными методами. Метод ПСУ проще, поэтому компьютерная программа быстрее. Например, на компьютере средней производительности для расчета всех кривых, представленных на рис. 2, потребовалось 0.9 с для метода ПСУ и 25 с для метода ОИДУ. Увеличение времени существенное, но не принципиальное.

Как видно из рис. 2, при отсутствии магнитного поля плазмонный резонанс проявляется только при p -поляризации падающей волны. При этой поляризации ток перпендикулярен лентам. Частота резонанса определяется не только параметрами графена и диэлектрика, но и шириной лент. При приложении магнитного поля даже при s -поляризации падающей волны появляется компонента напряженности электрического поля и тока, перпендикулярная лентам (рис. 3). Поэтому плазмонный резонанс наблюдается и при s -поляризации. При повороте плоскости падения на угол φ относительно направления лент плазмонный резонанс наблюдается при обеих поляризациях. При угле $\varphi = 45^\circ$ и $B = 0$, естественно, $R_s = R_p$, $T_s = T_p$, а в магнитном поле (рис. 4) $R_s \neq R_p$, $T_s \neq T_p$.

Таким образом, изменением величины поля подмагничивания можно изменять частоту и глу-

бину плазмонного резонанса. Как хорошо известно, можно изменять величину E_F , а значит, и положение плазмонного резонанса, подавая на графен электростатическое поле. Простейшая конструкция такой решетки – решетка с проводящей пленкой между подложкой и диэлектрическим слоем, на котором расположены графеновые ленты. Частотные характеристики такой ДР изображены на рис. 5. Плоскость падения перпендикулярна лентам, угол падения 30° . Коэффициент прохождения такой ДР равен $T \approx 0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решение краевой задача о дифракции плоской электромагнитной волны на дифракционной решетке из графеновых полосок при наличии магнитного поля сведено к решению двух типов интегральных уравнений. Первый – парные сумматорные уравнения, в которых неизвестная функция – плотность тока на графеновых полосках. Второй – интегро-дифференциальное уравнение относительно напряженности электрического поля внутри графеновых полосок. Показано, что анизотропия поверхностной проводимости по сравнению с изотропной проводимостью приводит лишь к изменению свободного члена в интегральных уравнениях. При решении полученных интегральных и парных сумматорных уравнений использован базис в виде полиномов Лежандра и Гегенбауэра. Все матричные элементы системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), полученной при решении

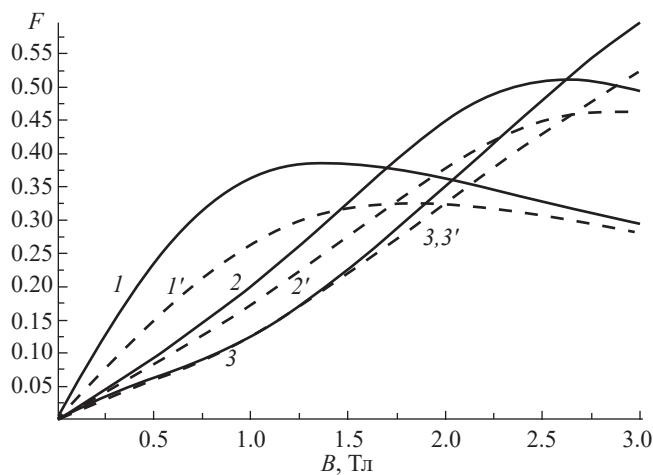


Рис. 3. Соотношение продольной и поперечной компонент напряженности электрического поля на графеновых лентах при $f = 0.95$ (1), 1.5 (2) и 2 ТГц (3): s -поляризация падающей волны, $F = |E_x/E_y|$ (сплошные кривые), p -поляризация, $F = |E_y/E_x|$ (штриховые).

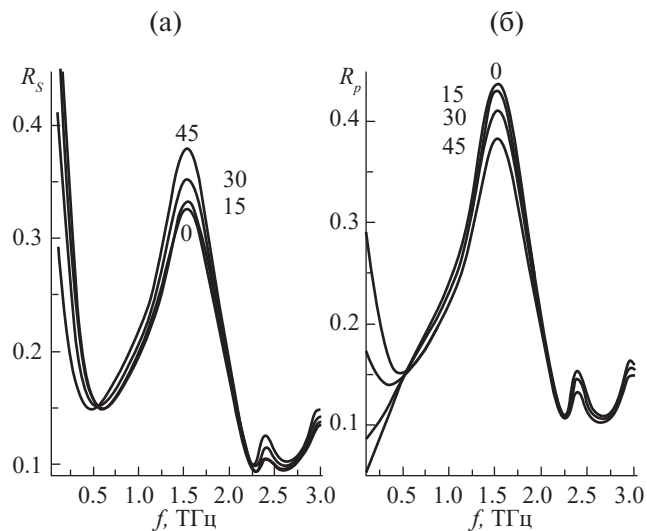


Рис. 4. Частотные зависимости коэффициента отражения при повороте плоскости падения при разных углах поворота, $\varphi = 0, 15, 30$ и 45 град (цифры на кривых); магнитное поле $B = 2$ Тл: s -поляризация (а) и p -поляризация падающей волны (б).

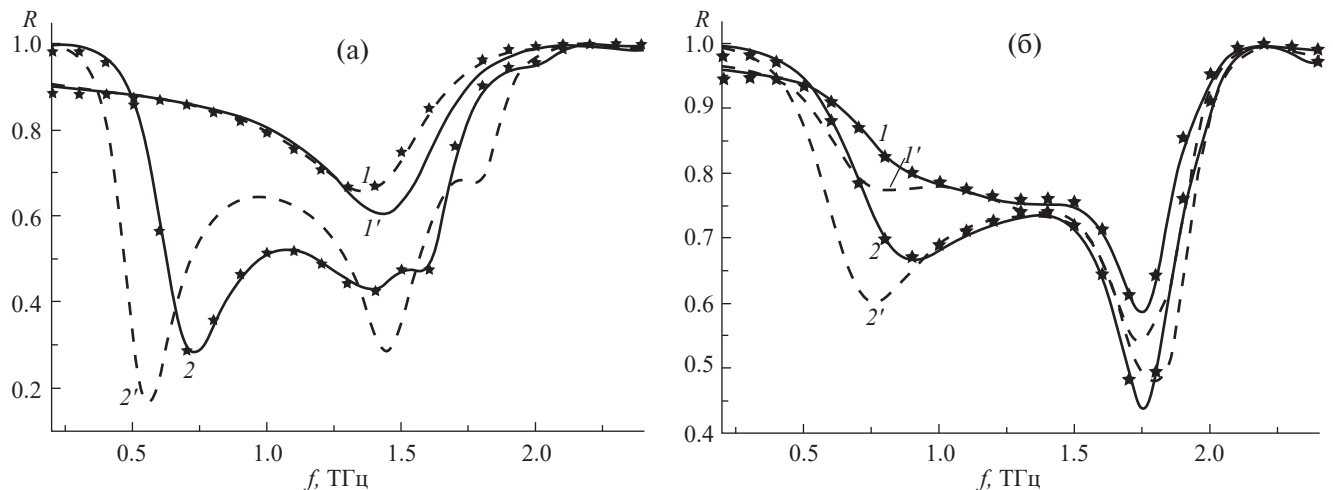


Рис. 5. Частотные зависимости коэффициента отражения ДР с золотой пленкой при $B = 0$ (а) и 2 Тл (б): s -поляризация (1, 1') и p -поляризация (2, 2') падающей волны при ширине лент 40 (1, 2) и 50 нм (1', 2). Методы расчета ПСУ (сплошные кривые) и ОИДУ (звездочки).

ПСУ, выражаются в явном виде. СЛАУ имеют быструю внутреннюю сходимость.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарен Г. С. Макеевой за сотрудничество и помощь в написании данной работы.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание в сфере научной деятельности (проект № 0852-2020-0032)/(БА30110/20-3-07ИФ)).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tamagnone M., Slipchenko T. M., Moldovan C. et al. // Phys. Rev. B. 2018. V. 97. № 24. P. 241410.
2. Chin M. L., Matschy S., Stawitzki F. et al. // J. Phys. Photonics. 2021. V.3. № 1. P. 01LT01.
3. Kuzmin D. A., Bychkov I. V., Shavrov V. G. et al. // Nanophotonics. 2018. V. 7. № 3. P. 597. <https://doi.org/10.1515/nanoph-2017-0095>
4. Ningning Wang, Linhui Ding, Weihua Wang // Phys. Rev. B. 2023. V. 108. № 8. P. 085406.
5. Zesen Zhou, Zhilong Gan, Lei Cao // J. Phys. D: Appl. Phys. 2023. V. 56. P. 365104. <https://doi.org/10.1088/1361-6463/acda45>
6. Liu Jian-Qiang, Zhou Yu-Xiu, Li Li, Wang Pan, Zayats A. V. // Opt. Express. 2015. V. 23. № 10. P. 12525. <https://doi.org/10.1364/OE.23.012524>
7. Lu Yafeng, Wang Chen, Zhao Shiqiang, Wen Yongzheng. // Frontiers Phys. 2021. V. 8. № 622839. <https://doi.org/10.3389/fphy.2020.622839>
8. Padmanabhan P., Boubanga-Tombet S., Fukidome H. et al. // Appl. Phys. Lett. 2020. V. 116. № 22. P. 221107. <https://doi.org/10.1063/5.0006448>
9. Guo T., Argyropoulos C. J. // Appl. Phys. 2023. V.134. № 5. P. 050901. <https://doi.org/10.1063/5.0152664>
10. Лерер А. М., Макеева Г. С., Черепанов В. В. // РЭ. 2021. Т. 66. № 6. С. 543.
11. Лерер А. М., Иванова И. Н., Макеева Г. С., Черепанов В. В. // Оптика и спектроскопия. 2021. Т. 129. № 3. С. 342.
12. Лерер А. М. // РЭ. 2012. Т. 57. № 11. С. 1160.
13. Wang W. H., Apel S. P., Kinaret J. M. // Phys. Rev. B. 2012. V. 86. № 12. P. 125450.
14. Hanson G. W. // J. Appl. Phys. 2008. V. 103. № 6. P. 064302.
15. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматлит, 1963.

**ELECTRODYNAMIC MODELS MAGNETIZED
GRAPHENE DIFFRACTION GRATINGS,
BASED ON THE SOLUTION OF INTEGRAL EQUATIONS
FOR PLASMONIC ANISOTROPIC STRUCTURES**

A. M. Lerer

*Southern Federal University,
Zorge St., 5, Rostov-on-Don, 344090 Russian Federation
E-mail: lerer@sfedu.ru*

Received January 09, 2024, revised January 09, 2024, accepted January 25, 2024

Two methods have been used to solve the boundary value problem of diffraction of a plane electromagnetic wave on a diffraction grating of graphene strips in the presence of a magnetic field. In solving the obtained integral and paired adder equations, the Galerkin method was used with a basis in the form of Legendre and Hegenbauer polynomials. As a result, systems of linear algebraic equations with fast internal convergence were obtained. All matrix elements of the system are expressed explicitly.

Keywords: diffraction grating, graphene, magnetic field, integral equations, Galerkin method, plasmon resonance