НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

УДК 536.42

ОСОБЕННОСТИ ДИФРАКЦИИ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА НА ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФАЗОВЫХ РЕШЕТКАХ С ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМОЙ РЕЛЬЕФА

© 2024 г. В. А. Комоцкий

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, 117198 Российская Федерация E-mail: vkomotskii@mail.ru
Поступила в редакцию 25.04.2024 г.
После доработки 26.05. 2024 г.
Принята к публикации 26.06.2024 г.

Приведены результаты исследований дифракция лазерного излучения на отражательных фазовых дифракционных решетках (ДР), которые образованы рельефом с прямоугольной формой на поверхности плоской подложки, и применение таких ДР для построения оптоэлектронных датчиков угловых колебаний объектов. Приведены формулы для расчета мощностей дифракционных порядков, представлены расчетные графики зависимостей мощности излучения дифракционных порядков от угла падения оптической волны на ДР при различных глубинах рельефа ДР. Показана возможность применения оптоэлектронной схемы с отражательной ДР для построения датчиков угловых колебаний поверхности, сейсмометров и модулятора мощности излучения лазера.

Ключевые слова: дифракция, отражательные фазовые дифракционные решетки, датчики угловых колебаний

DOI: 10.31857/S0033849424110081, EDN: HOCFIG

ВВЕДЕНИЕ

Специфические фазовые отражательные дифракционные решетки (ДР), которые рассматриваются в данной работе, образованы рельефом с прямоугольной формой профиля на поверхности плоской подложки. Рельеф прямоугольной формы несложно изготовить, применив технологию травления поверхности через маску из фоторезиста. Если подложка изготовлена из стекла, то поверхность рельефа покрываем металлической пленкой с высоким коэффициентом отражения. Рельефная отражательная ДР с прямоугольным профилем была ранее применена в схеме лазерного зондирования поверхностных акустических волн (ПАВ) с опорной дифракционной решеткой [1]. Эта схема позволила достичь высочайшей чувствительности зондирования ПАВ и провести не только амплитудные, но и фазовые измерения волновых фронтов ПАВ [2]. Однако в схемах лазерного зондирования ПАВ применялись ДР с малой глубиной рельефа, которая была значительно меньше, чем длина волны зондирующего лазерного излучения. В дальнейшем, при детальном исследовании дифракции лазерного пучка на отражательных ДР с прямоугольным профилем, был обнаружен ряд существенных особенностей, которые отчетливо

проявляются при наклонном падении оптического пучка на поверхность рельефа при условии, что глубина рельефа составляет порядка нескольких длин волн светового излучения [3]. Следует отметить, что дифракция света на фазовых отражательных ДР с прямоугольным профилем не описана в широко известных учебниках и монографиях, возможно из-за того, что они не представляют значительного интереса для спектроскопии. Вместе с тем наши исследования показали, что устройства с применением глубоких отражающих ДР, имеющих прямоугольный профиль, могут найти практическое применение в качестве измерителей (датчиков) малых угловых колебаний [4,5], при построении устройств для измерения колебаний земной поверхности [6], а также модуляторов лазерного излучения [7-9].

Изложена также методика расчета пространственного спектра волн после дифракции оптической волны на периодической фазовой отражательной ДР, приведены формулы для расчета мощностей дифракционных порядков, представлены расчетные графики зависимостей мощности излучения дифракционных порядков от угла падения оптической волны на ДР при различных глубинах рельефа ДР. Показана возможность применения оптоэлектронной схемы с дифракцией лазерного

пучка на отражательной ДР для измерения угловых колебаний поверхности и для построения модулятора мощности излучения лазера.

Цель данной работы — проанализировать особенности дифракции когерентного оптического пучка на отражательных ДР с прямоугольным профилем рельефа на поверхности, глубина которого превышает половину длины волны излучения лазера, и провести оценку некоторых возможных технических применений наблюдаемых физических явлений.

1. РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СПЕКТРА ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН ПОСЛЕ ПРОХОЖДЕНИЯ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА СКВОЗЬ ФАЗОВУЮ ДИФРАКЦИОННУЮ РЕШЕТКУ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ ПРОФИЛЕМ

Рассмотрим схему, представленную на рис. 1, где фазовая дифракционная решетка образована рельефом прямоугольной формы на поверхности прозрачной пластины с показателем преломления, равным n.

Положим, что плоская световая волна падает вдоль оси 0z перпендикулярно поверхности пластины, что решетка имеет бесконечную протяженность в направлении координаты 0x, а в направлении 0y решетка однородна. Функцию пропускания фазовой ДР можно выразить формулой

$$t_p(x) = \exp(i\Phi(x)), \tag{1}$$

где $\Phi(x)$ — функция формы решетки, которая имеет вид

$$\Phi(x) = \begin{cases}
\Phi_{\mathrm{M}} & \frac{\Lambda_{\mathrm{p}}}{2} + k\Lambda_{\mathrm{p}} > x \ge 0 + k\Lambda_{\mathrm{p}} \\
-\Phi_{\mathrm{M}} & 0 + k\Lambda_{\mathrm{p}} > x \ge -\frac{\Lambda_{\mathrm{p}}}{2} + k\Lambda_{\mathrm{p}}
\end{cases},$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{2}$$

 Λ_p — период решетки, $\Phi_{_{\rm M}}$ — амплитуда пространственной фазовой модуляции (ПФМ) волнового фронта, которая равна половине разности фаз двух волн, прошедших через выступ и через впадину рельефа:

$$\Phi_{M} = (\varphi_2 - \varphi_1)/2 = \pi h(n-1)/\lambda.$$
 (3)

Здесь h — глубина рельефа ДР, λ — длина волны света, n — показатель преломления материала пластины.

В дополнение к ДР, в плоскости ДР (см. рис. 1) расположено «окно», которое имеет вид щели в непрозрачном экране и ограничивает реальный размер апертуры падающего пучка. Функцию прозрачности окна в направлении 0x обозначим w(x). В качестве функции w(x) можем использовать функцию щели или, например, функцию распределения амплитуды волны в лазерном пучке, падающем на ДР. Функцию пропускания сложной системы $t_c(x)$, состоящей из решетки и «окна», можно выразить как произведение функции пропускания ДР на функцию окна:

$$t_c(x) = t_{\rm D}(x)w(x). \tag{4}$$

Периодическую функцию решетки $t_{\rm p}(x)$ представим рядом Фурье:

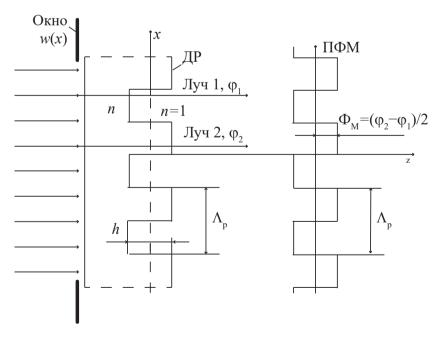


Рис. 1. Схема прохождения оптической волны через рельефную ДР, расположенную на поверхности прозрачной пластины.

$$t_{p}(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{m} \exp(i2\pi m \xi_{1} x), \qquad (5)$$

где $\xi_1 = 1/\Lambda_p$ — основная пространственная частота периодической ДР, а число m — номер пространственной гармоники.

Формулы для расчета коэффициентов ряда Фурье для фазовой рельефной ДР, у которой ширина выступа рельефа равна ширине впадины, имеют вид

$$C_{0} = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \exp(i\Phi(x)) dx = \frac{1}{\Lambda} \left(\int_{-\Lambda/2}^{0} \exp(-i\Phi_{M}) dx + \int_{0}^{\Lambda/2} \exp(i\Phi_{M}) dx \right) = \cos\Phi_{M},$$

$$C_{m} = \frac{1}{m\pi} \left(\sin\Phi_{M} - \sin(\Phi_{M} - \pi m) \right),$$

$$(6)$$

в частности,

$$C_1 = (2/\pi)\sin\Phi_{\text{M}}, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = (2/3\pi)\sin\Phi_{\text{M}},$$

 $C_4 = 0, \quad C_5 = (2/5\pi)\sin\Phi_{\text{M}}...$

Четные коэффициенты ряда равны нулю, но это справедливо только при одинаковой ширине выступов и впадин рельефа (форма типа «меандр»). Отсутствие четных порядков в картине дифракции, наблюдаемой при экспериментах, может служить критерием близости формы рельефа ДР к форме типа «меандр». Для решетки, у которой форма рельефа поверхности отличается от меандра, формулы расчета коэффициентов $C_0 \dots C_m$ приведены в статье [3].

Далее перейдем к расчету пространственного спектра (ПС) дифракционных волн на выходе оптической системы, состоящей из ДР и окна. Вначале рассчитаем ПС на выходе ДР, которая имеет бесконечную протяженность вдоль оси 0x. Для этого подставим функцию $t_p(x)$ в виде ряда Фурье (5) в формулу преобразования Фурье:

$$T_{\rm p}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} t_{\rm p}(x) \exp(-i2\pi\xi x) dx.$$

В результате получим следующее выражение для пространственного спектра бесконечной ДР:

$$T_p(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp(-i2\pi(\xi - m\xi_1)x) dx =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \delta(\xi - m\xi_1). \tag{8}$$

Здесь $\delta(\xi - m\xi_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-i2\pi(\xi - m\xi_1)x] dx - \delta$ -функции, которые сдвинуты на значения $m\xi_1$ по шкале пространственных частот, переменная

 $\xi = (\sin\theta)/\lambda$ — пространственная частота оптической волны в пространственном спектре (λ — длина волны света, θ — угол излучения элементарной дифракционной плоской волны относительно оси 0z).

Пространственным частотам $\xi_1 = 1/\Lambda_p$ и $\xi_{-1} = -1/\Lambda_p$ соответствуют следующие значения углов излучения первых порядков дифракции:

$$\theta_1 = \arcsin(\lambda/\Lambda_p)$$
 и $\theta_{-1} = -\arcsin(\lambda/\Lambda_p)$,

а пространственным частотам $m\xi_1$ (при m=2,-2,3,-3,...) соответствуют значения углов излучения высших порядков дифракции:

$$\theta_m = \arcsin(m\lambda/\Lambda_p)$$
.

Далее получим формулу для расчета пространственного спектра фазовой ДР, у которой апертура ограничена размером «окна». Для этого вначале рассчитаем пространственный спектр функции «окна», применив формулу преобразования Фурье:

$$W(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} w(x) \exp(-i2\pi\xi x) dx.$$
 (9)

Так как функция пропускания сложной схемы, состоящей из бесконечной решетки и окна, выражена через произведение функций пропускания ДР $t_p(x)$ и окна w(x) формулой (4), то амплитуда волны на выходе имеет вид

$$a_{\text{\tiny BMX}} = a_0 t_{\text{p}}(x) w(x), \tag{10}$$

где a_0 — амплитуда волны на входе схемы.

В соответствии с теоремой о свертке, пространственный спектр $S(\xi)$ на выходе такой схемы можно выразить через свертку пространственных спектров ДР и окна:

$$S(\xi) = a_0 T_p(\xi) \otimes W(\xi) =$$

$$= a_0 \sum_{m = -\infty}^{\infty} C_m \delta(\xi - m\xi_1) \otimes W(\xi) =$$

$$= a_0 \sum_{m = -\infty}^{\infty} C_m W(\xi - m\xi_1). \tag{11}$$

Как следует из формулы (11), пространственный спектр дифракции на выходе схемы состоит из суммы волн различных дифракционных порядков, форма которых определяется функциями $W(\xi - m \xi_1)$, а амплитуды волн пропорциональны коэффициентам разложения C_m функции пропускания ДР в ряд Фурье.

Далее рассмотрим соотношения для расчета мощностей излучения в дифракционных порядках. Положим, что в дифракционной картине пучки разных порядков дифракции хорошо разделяются в пространстве, так что пространственный спектр волны, которая излучается в направлении порядка с номером m, практически не перекрывается

с пространственными спектрами волн. которые соответствуют порядкам с номерами: (m + 1)и (m-1). На практике это условие будет выполняться, если размер апертуры окна (или диаметр лазерного пучка) будет в четыре-пять раз больше, чем период ДР. Если рассчитать интегральную мощность $P_{\text{вх}}$ оптического пучка на входе в пределах входной апертуры (например, в пределах окна с единичной шириной) и сравнить ее с интегральной мощностью P_m в дифракционном порядке с номером m, то, как показано в [10], отношение этих мощностей равно

$$(P_m/P_{\rm BX})=(C_m)^2.$$

В этом соотношении не учитываются потери входной мощности из-за отражений светового пучка от поверхностей подложки, поэтому для уточнения целесообразно ввести параметр эффективной входной мощности $P_{\text{вх. эф}}$, которая равна $P_{\text{вх. эф}} = = k_{\text{эф}} P_{\text{вх}} (k_{\text{эф}} - \text{коэффициент, учитывающий потери}$ вследствие отражений света от границ подложки).

В результате получим следующие формулы для расчетов мощностей излучения нулевого и первого дифракционных порядков:

$$P_{0/P_{\text{BX. }}}P_{\text{BX. }}P_{\text{A}} = (\cos\Phi_{\text{M}})^2 \text{ M } P_{1/P_{\text{BX. }}}P_{\text{BX. }} = (\frac{2}{\pi}\sin\Phi_{\text{M}})^2. (12)$$

Расчетные графики зависимостей $P_0/P_{\text{вх. эф}}$ и $P_1/P_{\text{вх. эф}}$ от амплитуды $\Pi\Phi M$, приведены на рис. 2.

Амплитуда ПФМ пропорциональна глубине рельефа ДР. При увеличении глубины рельефа ДР мощность излучения в нулевом дифракционном порядке изменяется периодически от максимального значения, равного $P_{\text{вх. эф}}$, до нуля. Первый ноль графика мощности нулевого порядка и первый максимум мощности первого порядка дифракции наблюдаются при значении $\Phi_{\rm M} = 90^{\circ}$. Как следует из формулы (3), этому значению $\Phi_{_{\rm M}}$ соответствует физическая глубина рельефа, равная $h = \frac{\lambda}{2(n-1)}$

$$h = \frac{\lambda}{2(n-1)}$$

Это соотношение соответствует схеме на рис. 1. в которой световая волна проходит свозь ДР по нормали к поверхности. Отношение мощности первого порядка к мошности нулевого порядка равно

$$P_1 / P_0 = C_1^2 / C_0^2 = (4 / \pi^2) (\text{tg}\Phi_{\text{M}})^2.$$
 (13)

Формулу (13) можно использовать для определения глубины рельефа ДР. Для этого следует просветить ДР лазерным пучком по нормали к поверхности, выделить с помощью диафрагм пучки первого и нулевого порядков дифракции, измерить мощности этих пучков P_1 и P_0 и рассчитать значение $\Phi_{\scriptscriptstyle M}$ по формуле, которая следует из формулы (13)

$$\Phi_{\rm M} = \arctan \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P_1}{P_0}}.$$
 (14)

Затем, используя полученное значение Φ_{M} и формулу (3), можно рассчитать значение глубины рельефа по формуле

$$h = \frac{\Phi_{\rm M}}{(n-1)\pi} \lambda = \frac{\lambda}{(n-1)\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P_1}{P_0}}.$$
 (15)

Отметим, что применение формул (14) и (15) ограничено областью значений $\Phi_{_{\rm M}} \leqslant 90^{\circ}$. Если же $\Phi_{_{\rm M}} > 90^{\circ}$, то результат расчета будет неверным, так как в области $\Phi_{\rm M} > 90^{\rm o}$ данному отношению $P_{\rm l}/P_{\rm 0}$ будет соответствовать множество значений $\Phi_{\rm M}$. Если, например, рельеф создан на стеклянной подложке, у которой показатель преломления равен n = 1.5, то значению $\Phi_{\rm M} = 90^{\rm o} = \pi/2$ соответствует значение глубины рельефа, равное $h = \lambda$. При этом диапазон однозначного определения глубины рельефа составит от h = 0 до $h = \lambda$.

2. ДИФРАКЦИЯ ОПТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ РЕЛЬЕФНОЙ **РЕШЕТКЕ**

В схеме, представленной на рис. 3, оптическая волна, направленная на поверхность рельефной

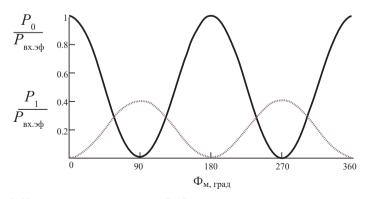


Рис. 2. Графики зависимостей $P_0/P_{\text{вх. } 3\Phi}$ (сплошная линия) и $P_1/P_{\text{вх. } 3\Phi}$ (пунктирная линия) от амплитуды ПФМ.

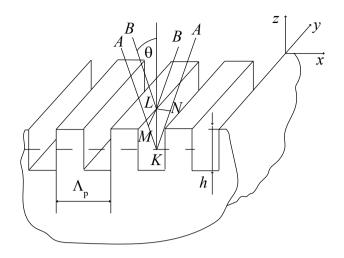


Рис. 3. Схема отражения световых лучей от поверхности рельефной ДР.

Рассмотрим схему, в которой плоскость падения—отражения параллельна боковым плоскостям рельефа ДР. При этом условии отсутствует затенение канавок рельефа его боковыми поверхностями. Для повышения эффективности дифракции света поверхность рельефа покрыта пленкой металла (алюминия) с высоким коэффициентом отражения. На фронте отраженной волны образуется пространственная фазовая модуляция (ПФМ), которая имеет прямоугольную форму, подобную форме, изображенной на рис. 1. Оптическая разность хода $\Delta \phi$ между лучом, отраженным от дна канавки, и лучом, отраженным от выступа рельефа, равна сумме фазовых набегов волны на отрезках MK и KN (см. рис. 3):

$$\Delta \varphi = \frac{4\pi h}{\lambda} \cos \Theta. \tag{16}$$

Амплитуда $\Pi \Phi M \Phi_{_{M}}$ равна половине разности фаз $\Delta \phi$ оптических лучей, отраженных от выступа и от впадины рельефа:

$$\Phi_{\rm M} = \frac{\Delta \varphi}{2} = \frac{\varphi_{MK} + \varphi_{KN}}{2} = \frac{2\pi h}{\lambda} \cos \Theta. \tag{17}$$

С учетом (17) запишем формулы, подобные (12), по которым можно будет рассчитать значения мощностей излучения в дифракционных порядках отраженной волны:

$$P_{0}/P_{\text{BX.9}\Phi} = \cos^{2}\Phi_{\text{M}} = \cos^{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda}h\cos\Theta\right) =$$

$$= 0.5\left(1 + \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}h\cos\Theta\right)\right), \qquad (18)$$

$$P_{\pm 1}/P_{\text{BX.9}\Phi} = \left(4/\pi^{2}\right)\sin^{2}\Phi_{\text{M}} =$$

$$= \left(4/\pi^{2}\right)\sin^{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda}h\cos\Theta\right). \qquad (19)$$

Здесь $\Phi_{\text{м}}$ — амплитуда $\Pi\Phi M$, которую рассчитываем по формуле (17), а $P_{\text{вх. 3ф}} = P_{\text{пад}} R$ — эффективная мощность падающего лазерного излучения с учетом потерь при отражении света от пленки, покрывающей рельеф, $P_{\text{пад}}$ — мощность света, падающего на поверхность, R — коэффициент отражения светового пучка от поверхности пленки, покрывающей рельеф.

На рис. 4 приведен ряд расчетных зависимостей мощности излучения в нулевом $P_0(\Theta)$, а также в первом $P_1(\Theta)$ и в третьем $P_3(\Theta)$ дифракционных порядках от угла падения светового пучка на поверхность отражательной ДР при разных значениях параметра относительной глубины рельефа $\gamma = h/\lambda$. Зависимости $P_1(\Theta)$ и $P_3(\Theta)$ изменяются синфазно. Аналогично, синфазно с графиками первого и третьего порядков осциллируют зависимости высших порядков дифракции $P_m(\Theta)$ (на рисунке не показаны).

Максимумы зависимостей $P_1(\Theta), P_3(\Theta),$ а также высших порядков дифракции наблюдаются при углах падения, которые соответствуют минимумам $P_0(\Theta)$. Значения мощностей в максимумах кривой $P_0(\Theta)$ равны $P_0 = P_{\text{вх. } 9\phi}$. При тех углах падения, при которых мощность нулевого порядка дифракции становится нулевой, наблюдаются максимальные значения мощности излучения во всех других дифракционных порядках, от первого до самого высокого.

Значения мощностей в максимумах первого и минус первого порядков равны

$$P_1 = P_{-1} = (4/\pi^2) P_{\text{BX. } 9\phi} = 0.405 P_{\text{BX. } 9\phi};$$

в максимумах третьего и минус третьего

$$P_3 = P_{-3} = 0.045 P_{\text{BX. } 9\phi},$$

а далее, в пятом и минус пятом порядках

$$P_5 = P_{-5} = 0.016 P_{\text{BX, 3d}}$$

При этом в четных порядках дифракции у ДР с идеальным профилем типа «меандр» значения мощностей равны нулю. Если просуммировать мощности шести порядков дифракции с номерами 1,-1,3,-3,5,-5 в максимумах, то получим суммарную мощность $P_{\Sigma} > 0.95$ $P_{\text{вх. эф}}$. Также можем провести обобщенный расчет суммарной мощности, просуммировав все парциальные мощности членов ряда пространственных гармоник от m=1 до $m=\infty$ и от m=-1 до $m=-\infty$. В результате получим следующую сумму:

$$2(4/\pi^2)P_{\text{BX. }9\Phi}(1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{7^2}+\ldots)=P_{\text{BX. }9\Phi}.$$

Для вывода этого соотношения мы воспользовались формулой (приведенной в [13]), которая имеет вид

$$\left(1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots\right) = \frac{\pi^2}{8}.$$

Таким образом, при условии, когда мощность пучка нулевого порядка равна нулю, вся

эффективная мощность входного пучка перераспределяется по всевозможным дифракционным порядкам, от первых до самых высоких порядков. Между тем следует отметить некоторое противоречие, имеющее место при использовании теории пространственных частот. При формальном представлении функции в виде ряда Фурье мы получаем набор пространственных частот от нулевых до бесконечно высоких. Однако по определению пространственной частоты волны в дифракционном спектре наиболее высокая пространственная частота ограничена условием $\sin \Theta \leq 1$.

Мощность нулевого порядка на графиках $P_0(\Theta)$ изменяется от нулевого значения до максимального, равного $P_{\rm Bx. \, 9\varphi}$. На правом краю расчетной зависимости, где $\Theta=90^{\circ}$, значение $P_0/P_{\rm Bx. \, 9\varphi}=1$ всегда. На левом краю графика $P_0/P_{\rm Bx. \, 9\varphi}$ кривая может начинаться с любого уровня, лежащего в интервале от $P_0/P_{\rm Bx. \, 9\varphi}=0$ до максимального $P_0/P_{\rm Bx. \, 9\varphi}=1$. Только при условии, что значение параметра $\gamma=h/\lambda$ кратно числу 0.5, т.е. при $\gamma=0.5, 1, 1.5, 2$ и т.д., эта кривая начинается с уровня $P_0/P_{\rm Bx. \, 9\varphi}=1$. Расположение нулей $P_0/P_{\rm Bx. \, 9\varphi}$ на горизонтальной оси переменной Θ соответствует нулям формулы (18) и определяется следующим условием:

$$\frac{4\pi}{\lambda}h\cos\Theta_k = \pi, \ 3\pi,...(2k+1)\pi.$$

Углы падения, которые соответствуют нулям (минимумам) зависимости $P_0/P_{\text{вх эф}}$, равны

$$\Theta_k^{\min} = \arccos \frac{\lambda}{4h} (2k+1) \ (k=0,1,2,...).$$
 (20)

Углы падения, соответствующие максимумам зависимости $P_0/P_{\text{вх. эф}}$, равны

$$\Theta_k^{\text{max}} = \arccos \frac{\lambda}{4h} (2k), k = 0, 1, 2, \dots$$
 (21)

Значению числа k=0 в формуле (21) соответствует угол $\Theta_1^{\max}=90^{\circ}$. Посредине между максимальными и минимальными значениями графика $P_0/P_{\text{вх. эф}}$, на уровне $0.5P_{\text{вх. эф}}$, находятся средние точки линейных участков зависимостей $P_0(\Theta)$. Значения углов падения, которые соответствуют средним точкам, можно рассчитать по формуле

$$\Theta_q^{\text{cp}} = \arccos \frac{\lambda}{4h} \left(q + \frac{1}{2} \right), q = 0, 1, 2, \dots$$
 (22)

Наименьшему значению числа q соответствует точка на графике рис. 4, ближайшая к углу $\Theta = 90^{\circ}$.

Достоверность расчетных зависимостей $P_0(\Theta)$ подтверждена экспериментами, которые были проведены на нескольких отражающих рельефных дифракционных решетках с прямоугольным профилем рельефа, период которых был равен 100 мкм, а глубина ДР составляла от долей длины волны до четырех длин волн гелий-неонового лазера $\lambda=0.6328$ мкм. Одна из экспериментальных зависимостей приведена на рис. 5.

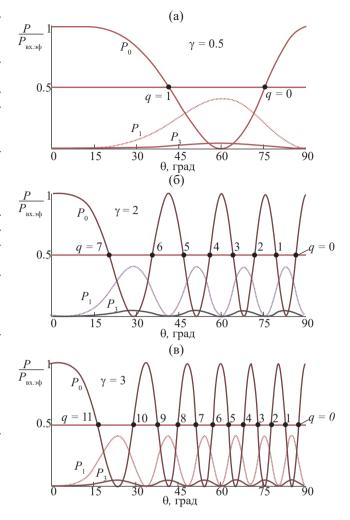


Рис. 4. Расчетные зависимости нормированных мощностей излучения в нулевом и в первом порядках дифракции от угла падения светового пучка на рельефную отражательную ДР при $\gamma = 0.5$ (a), 2 (б) и 3 (в).

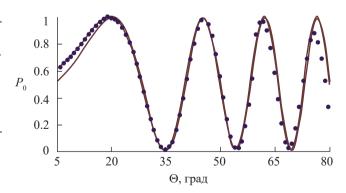


Рис. 5. Экспериментальная нормированная зависимость мощности излучения в нулевом дифракционном порядке от угла падения лазерного пучка на рельефную отражательную ДР (точки) и соответствующая расчетная зависимость при значении параметра $\gamma = 2.13$ (сплошная линия).

Экспериментальная зависимость нормировалась на значение выходного сигнала фотодетектора в первом максимуме зависимости $P_0(\Theta)$ Расчет глубины рельефа ДР был проведен по методике, изложенной в [11], по результатам измерения углов двух соседних минимумов на экспериментальной зависимости $P_0(\Theta)$ Расчетная зависимость построена с применением программы Mathcad (см. рис. 5, сплошная линия). Для наилучшего согласования расчетной кривой с положением экспериментальных точек производилась вариация расчетного параметра $\gamma = h/\lambda$ в небольших пределах. Как видно из рис. 5, положения экспериментальных точек весьма близки к расчетной кривой с глубиной рельефа ДР $h = 2.13\lambda$. Аналогичное согласование наблюдалось также и в экспериментах с образцами, имеющими другие значения глубины ДР.

Линейные участки зависимостей $P_0\left(\Theta\right)/P_{\text{вх. } 3 \text{ф}}$ в области $\Theta = \Theta_q^{\text{cp}}$ можно использовать для линейного преобразования малых угловых колебаний ДР в плоскости y0z в колебания мощности нулевого порядка дифракции. Для этого следует направить пучок лазерного излучения на отражающую рельефную ДР под углом Θ_q^{cp} таким образом, чтобы плоскость падения была параллельна линиям рельефа ДР. Тогда при угловом отклонении решетки в плоскости y0z на угол $\Delta\Theta$ будет наблюдаться пропорциональное изменение мощности излучения на ΔP_0 в нулевом порядке в отраженном пучке:

$$\Delta P_0 = P_{\text{BX, } \text{3-d}} S_{\Theta \to P} \Delta \Theta, \tag{23}$$

где $S_{\Theta \to P}$ — крутизна преобразования углового отклонения ДР в изменение мощности нулевого

порядка дифракции. Формулу для расчета $S_{\Theta \to P}$ мы получили в результате дифференцирования выражения (18)

$$S_{\Theta \to P} = \frac{dP_0}{d\Theta} = P_{\text{BX.} \ni \Phi} \frac{2\pi h}{\lambda} \left(\sin \left(\frac{4\pi h}{\lambda} \cos \Theta \right) \right) \sin \Theta.$$
 (24)

Для расчета крутизны преобразования, которая соответствует средним точкам кривых $P_0(\Theta)$, подставим в формулу (24) значения $\Theta_q^{\rm cp}$ из формулы (22). В результате получим выражение

$$S_{\Theta \to P}^{\text{cp}} = P_{\text{Bx.} \to \Phi} \frac{2\pi h}{\lambda} \left(\sin \left(\frac{4\pi h}{\lambda} \cos \left(\arccos \frac{\lambda}{4h} \left(q + \frac{1}{2} \right) \right) \right) \right) \sin \left(\arccos \frac{\lambda}{4h} \left(q + \frac{1}{2} \right) \right) =$$

$$= P_{\text{Bx.} \to \Phi} 2\pi \frac{h}{\lambda} (-1)^q \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{4h} \left(q + \frac{1}{2} \right) \right)^2}$$
(25)

Для преобразования вида формулы (25) здесь применены следующие тождества [11]:

$$cos(arccos(z)) = z$$
, $sin(arccos(z)) = \sqrt{1-z^2}$.

В табл. 1 приведены расчетные значения углов падения и крутизны преобразования $S_{\Theta \to P}^{\rm cp}$ на линейных участках зависимости P_0 (Θ), у которой значение параметра $\gamma = h/\lambda = 2$ при условии, что эффективная мощность лазерного пучка равна $P_{\rm Bx. \ 3\phi} = 1 {\rm MBT}$. Аналогичные данные для $\gamma = h/\lambda = 3$ приведены в табл. 2.

Таблица 1. Расчетные значения крутизны преобразования угловых отклонений ДР в приращения мощности нулевого порядка дифракции при условии, что входная эффективная мощность лазерного пучка равна 1 мВт при относительной глубине рельефа $\gamma = h/\lambda = 2$

Параметр	q									
	0	1	2	3	4	5	6	7		
$\Theta_q^{ ext{cp}},$ град	86.4	79.2	71.8	61.1	55.8	46.5	35.7	20.4		
$S^{ m cp}_{\Theta o P}$, мВт/рад	12.56	-12.34	11.94	-11.3	10.39	-9.13	7.33	-4.37		

Таблица 2. Расчетные значения крутизны преобразования угловых отклонений ДР в приращения мощности нулевого порядка дифракции при условии, что входная эффективная мощность лазерного пучка равна 1мВт при относительной глубине рельефа $\gamma = h/\lambda = 3$

Параметр	q											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\Theta_q^{ m cp},$ град	87.6	82.8	77.8	73.04	67.98	62.7	57.2	51.3	44.9	37.7	28.9	16.6
$S^{\operatorname{cp}}_{\Theta o P}$, мВт/рад	18.8	-18.7	18.4	-18.03	17.5	-16.7	15.8	-14.7	13.3	-11.5	9.13	-5.38

3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ГЛУБОКИХ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ДР

3.1. Регистрация малых угловых колебаний поверхности объекта

Схема регистрации угловых колебаний поверхности объекта с применением глубокой рельефной отражательной ДР представлена на рис. 6.

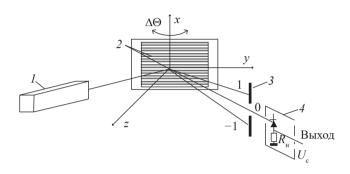


Рис. 6. Схема измерения малых угловых колебаний поверхности с применением дифракции лазерного пучка на рельефной отражательной ДР: 1 —лазер, 2 — отражательная рельефная ДР, 3 — диафрагма, 4 — блок фотодиода.

Отражательная ДР может быть изготовлена на тонкой пластинке или на пленке, а затем приклеена к поверхности объекта. При малых размерах и массе пластинки с ДР она не вносит значительных изменений в процесс колебаний исследуемого объекта. Глубину рельефа ДР целесообразно выбрать в диапазоне от $h = \lambda$ до $h = 4\lambda$. При увеличении относительной глубины ДР возрастает коэффициент эффективности преобразования $S_{\Theta \to P}^{\rm cp}$ (см. формулу (24) и табл. 1 и 2), но сокращается протяженность монотонного участка кривой P_0 (Θ) (см. рис. 4).

Перед началом измерений следует направить пучок излучения лазера на ДР под таким углом падения, который соответствует среднему значению напряжения выходного сигнала $U_{\text{вых}}(\Theta)$ между максимальным и минимальным его значениями. Выходной электрический сигнал $\Delta U_{\text{вых}}$ с резистора нагрузки фотодиода, подключенного по схеме с запертым p-n-переходом, пропорционален малому отклонению ДР на угол $\Delta\Theta$ в плоскости y0z:

$$\Delta U_{\text{\tiny BMX}} = R_{\!\scriptscriptstyle H} S_{\varphi} P_{\text{\tiny BX.9} \varphi} S_{\Theta \to P}^{\text{cp}} \Delta \Theta,$$

где $R_{\scriptscriptstyle \rm H}$ — сопротивление резистора нагрузки фотодиода, $S_{\scriptscriptstyle \Phi}$ — монохроматическая чувствительность фотодиода (A/Bт).

Для фотодиода типа ФД-24к при $\lambda=0.63$ мкм значение $S_{\phi}=0.24$ А/Вт. При постановке экспериментов следует учитывать, что при угловом

отклонении ДР на угол $\Delta\Theta$, отраженный пучок будет отклоняться на угол $2\Delta\Theta$. При этом необходимо предусмотреть, чтобы след пучка не выходил за пределы площадки фотодиода. Для этого можно либо использовать фотодиод с достаточно большой площадкой, либо дополнить схему фокусирующей линзой перед фотодиодом.

Эксперименты, описанные в работе [4], показали, что минимальная амплитуда угловых колебаний, которую можно было зарегистрировать при отношении сигнала к шуму, равному 10, составляла $5x10^{-6}$ рад при полосе частот 800 Гц. Это значение не является предельным, а характеризует лишь результат конкретного эксперимента, описанного в [4]. В литературе описаны оптические методы измерения угловых колебаний, которые имеют более высокую чувствительность, порядка 10^{-7} рад. Например, в [14] описан метод оптического детектирования поверхностных акустических волн (ПАВ) с применением ножевой диафрагмы и фотодетектора, установленных на пути пучка света, отраженного от поверхности, по которой распространяется ПАВ. При этом пучок излучения лазера фокусировали в пятно на этой поверхности. Размер фокального пятна составлял менее половины длины ПАВ. При движении ПАВ происходит угловое отклонение отраженного пучка с частотой ПАВ и вызванное этим смещение следа оптического пучка относительно ножевой диафрагмы. Этим методом детектировали ПАВ с амплитудой волны порядка 10^{-11} м.

3.2. Схема регистрации угловых отклонений и колебаний с применением ДР и уголкового отражателя

На рис. 7 представлена схема блока уголкового отражателя (БУО), который предназначен для измерения угловых отклонений и колебаний. Пучок

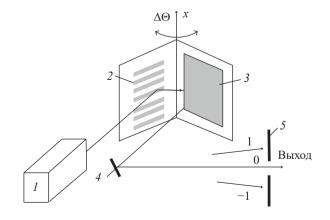


Рис. 7. Схема датчика угловых колебаний объекта с применением рельефной отражательной ДР и уголкового отражателя: 1 — лазер, 2 — отражательная рельефная ДР, 3 — зеркало, 4 — вспомогательное зеркало, 5 — диафрагма.

излучения от лазера I направлен на рельефную $\Pi P 2$. которая расположена на первой грани БУО. Линии рельефа ДР параллельны плоскости падения оптического пучка. Поверхность ДР покрыта отражающей металлической пленкой. На второй грани БУО расположено зеркало 3. Угол между гранями БУО равен 90°. Пучок излучения лазера последовательно отражается от рельефной ДР 2, а затем от зеркала 3. При повороте БУО относительно оси 0x изменяется угол падения лазерного пучка на ДР, что приводит к изменению мошности пучка нулевого порядка дифракции. Однако направление пучка, отраженного от зеркала 3, при этом не изменяется: оно всегда противоположно направлению пучка, падающего на ДР. Это является достоинством данной схемы.

Из соображений симметрии схемы целесообразно выбрать начальный угол падения лазерного пучка на ДР равным $\Theta_{\text{нач}} = 45^{\circ}$ или близким к этому значению. Вместе с тем начальный угол падения должен соответствовать середине участка монотонного нарастания или монотонного спада зависимости $P_0(\Theta)$. Так, например, если применить ДР, у которой $\gamma = 3$, то при q = 8 расчетный угол падения, соответствующий средней точке монотонного участка зависимости $P_0\left(\Theta\right)$, равен $\Theta_q^{\rm cp}=44.9^{\rm o}$, что очень близко к 45°. При этом, как следует из табл. 2, крутизна преобразования равна $S_{\Theta \to P}^{\text{cp}} = 13.3$. Диапазон углов падения оптического пучка на ДР, в пределах которого знак угла наклона участка кривой $P_0\left(\Theta\right)$ не изменяется, равен $\Delta\Theta=6.8^{\circ}$ (от $\Theta_{k=4}^{\min}=41.4^{\circ}$ до $\Theta_{k=4}^{\min}=48.2^{\circ}$). Если же применить ДР со значением относительной глубины $\gamma = 2$, то при q = 5 расчетный угол падения, который соответствует средней точке, равен $\Theta_a^{\rm cp} = 46.5^{\circ}$, что не равно, но довольно близко к 45°. Как показывают расчеты, в случае если относительная глубина рельефа ДР будет равна $\gamma = 1.95$, то угол $\Theta_{q=5}^{\text{cp}} = 45^{\circ}$.

3.3. Примеры схем с БУО

Схема с БУО с глубокой отражательной ДР может применяться в качестве датчика малых угловых отклонений и колебаний в составе геофизических приборов: наклономера и сейсмометра [6]. Схема хода оптического пучка в устройстве представлена на рис. 8.

Уголковый отражатель размещается на оси физического маятника 4, который на данной схеме имеет форму диска. Пучок излучения от лазера 1 направляется на ДР 2, отражается от ДР и затем от зеркала 3. После отражения от вспомогательного зеркала 5 возвратный пучок излучения направляется на диафрагму 6, выделяющую пучок нулевого порядка, и далее на фотодетектор. Электрический сигнал с выхода фотодетектора пропорционален в определенных пределах угловому отклонению маятника по отношению к основанию, на котором закреплена ось маятника.

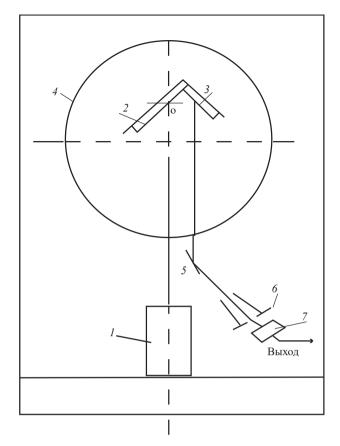


Рис. 8. Схема хода оптических пучков в устройстве для измерения колебаний земной поверхности: 1- лазер, 2- отражательная рельефная ДР, 3- зеркало, 4- физический маятник в виде диска на оси вращения в точке «о», 5- вспомогательное зеркало, 6- диафрагма, 7- блок фотодиода.

Таким образом, если основание прибора закреплено на поверхности, то выходной сигнал будет пропорционален изменению наклона этой поверхности. Вместе с тем построенный прибор (рис. 8) реагирует также на динамические смещения основания в горизонтальном направлении подобно обычному сейсмометру инерционного типа.

С применением БУО можно построить плавный регулятор мощности лазерного пучка, используя зависимость P_0 (Θ), а также модулятор мощности лазерного излучения. Экспериментальный макет модулятора излучения гелий-неонового лазера был описан в [9]: БУО был закреплен на оси механического привода, который поворачивал БУО на определенный угол, а пучок излучения лазера направлен на ДР по схеме, изображенной на рис. 7.

Настройка начального угла падения входного пучка на ДР подобна описанной выше. При повороте БУО на небольшой угол $\Delta\Theta$ относительно начального угла $\Theta_{\text{нач}}$ происходит линейное увеличение либо линейное уменьшение мощности

от направления поворота привода. При условии, ных латчиков малых угловых переменений, а также Θ^{\min} или Θ^{\max} , линейность зависимости мощности выходного пучка излучения от угла поворота нарушается. При повороте БУО в пределах от Θ^{\min} до Θ^{\max} мощность выходного пучка изменяется от нулевого до максимального значения. При этом максимальное значение равно

$$P_{\text{Bbix}}^{\text{max}} = k_{\text{orpl}} k_{\text{orp2}} P_{\text{Bx}},$$

где $k_{\text{отр1}}$ и $k_{\text{отр2}}$ — это коэффициенты отражения зеркальных металлизированных поверхностей на гранях БУО, а $P_{\text{вх}}$ – это мощность излучения на входе БУО.

Действие модулятора данного типа было продемонстрировано на пучке красного гелий-неонового лазера. Следует отметить, что быстродействие модулятора данного типа невелико, в пределах десятков или сотен герц. По быстродействию модулятор на ДР значительно уступает акустооптическим и электрооптическим модуляторам. Однако отметим, что данную схему достаточно просто реализовать на практике. Подбирая параметры ДР можно построить модуляторы лазерных пучков с длинами волн как в области видимого, так и ИК-диапазона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При дифракции лазерного пучка на глубоких отражательных ДР с прямоугольным профилем с глубиной рельефа более половины длины волны наблюдаются циклические изменения мощностей дифракционных порядков в отраженном пучке при изменении угла падения лазерного пучка на ДР в плоскости, параллельной линиям ДР.

Расчеты показывают, что мощность излучения в нулевом порядке дифракции изменяется в диапазоне от нуля до максимума, который равен эффективной мощности на входе схемы. Зависимость мощности нулевого порядка дифракции от угла имеет линейные участки, которые могут быть

выходного пучка нулевого порядка в зависимости использованы для построения схем дифракциончто углы отклонения приближаются к значениям для модуляции и регулирования мощности лазерного излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Black T. D., Komotskii V. A. // J. Apl. Phys. 1981. V. 52. № 1. P. 129.
- 2. Кащенко Н. М., Комоцкий В. А., Никулин В. Ф. // ПТЭ. 1988. № 4. С. 116.
- 3. Кащенко Н. М., Комоцкий В. А. // Вестн. РУДН. Сер. Физика. 1999. Т. 1. № 7. С. 16.
- 4. Комоцкий В. А., Соколов Ю. М., Алексеев А. Н., Басистый Е. В. // Вестн. РУДН. Сер. Математика. Информатика. Физика. 2009. № 4. С. 95.
- 5. Комоцкий В. А., Корольков В. И., Соколов Ю. М. // Фотоника. 2011. № 1. С. 16.
- 6. Комоцкий В. А., Суетин Н. В. Устройство для определения колебаний земной поверхности // Патент на полезную модель № 191766. Опубл. офиц. бюл. "Изобретения. Полезные модели" 21.08.2019 г.
- 7. Комоцкий В. А., Соколов Ю. М., Басистый Е. В. // РЭ. 2012. T. 57. № 7. C. 821.
- 8. Комоикий В.А., Соколов Ю. М., Суетин Н.В. Устройство для модуляции лазерного излучения // Патент РФ на изобретение № 2616935. Опубл. офиц. бюл. "Изобретения. Полезные модели" № 11 от 18.04.2017.
- 9. Комоцкий В.А., Соколов Ю.М., Суетин Н.В. // РЭ. 2017. T. 62. № 7. C. 717.
- 10. Комоикий В. А. Основы когерентной оптики и голографии, конспект лекций. М.: изд. РУДН, 2011.
- 11. Зайцев В. В., Рыжков В. В., Сканави М. И. Элементарная математика. М.: Наука, 1974. Гл. 11.
- 12. Комоцкий В. А., Соколов Ю. М., Басистый Е. В. // РЭ. 2011. T. 56. № 2. C. 243.
- 13. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1966.
- 14. *Whitman R. L.*, *Korpel A.* // Appl. Opt. 1969. V. 8. № 8. P. 1567.

FEATURES OF LASER BEAM DIFFRACTION ON PERIODIC PHASE GRATINGS WITH A RECTANGULAR SHAPE RELIEF

V. A. Komotskii

People's Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba, Miklukho-Maklaya Street, 6, Moscow, 117198 Russia E-mail: vkomotskii@mail.ru

Received April 25, 2024, revised May 26, 2024, accepted June 26, 2024

The results of research on the diffraction of laser radiation on reflective phase diffraction grat-ings (DG), which are formed by a rectangular relief on the surface of a flat substrate, and the use of such DR for the construction of optoelectronic sensors of angular vibrations of objects are presented. Formulas for calculating the power of diffraction orders are given, calculated graphs of the dependences of the radiation power of diffraction orders on the angle of incidence of the optical wave on the DR at different depths of the relief of the DR are presented. The pos-sibility of using an optoelectronic circuit with a reflective DR for the construction of sensors of angular vibrations of the surface, seismometers and a modulator of laser radiation power is shown.

Keywords: diffraction, reflective phase diffraction gratings, angular vibration sensors