# — ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ = В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

YIK 621.382 + 621.391.822

# ВКЛАД ЕМКОСТНЫХ И ИНДУЦИРОВАННЫХ ТОКОВ В ПОЛНЫЕ ТОКИ НА МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОДЫ И ТЕОРЕМА ШОКЛИ—РАМО

### С. Г. Дмитриев

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино, Московская обл., 141190 Российская Федерация E-mail: sgd@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 12.03.2024 г. После доработки 12.03.2024 г. Принята к публикации 25.03.24 г.

Рассмотрено место теоремы Шокли—Рамо (ТШР) в теории электрических цепей. Приведена краткая история вопроса. Проанализированы условия, при которых источники тока в ТШР в случае потенциальных электрических полей сводятся к индуцированным и емкостным токам.

*Ключевые слова:* теорема Шокли-Рамо, индуцированные токи, сверхвысокочастотные приборы, интегральные цепи

DOI: 10.31857/S0033849424110122, EDN: HNJBBI

# 1. ПРАВИЛА КИРХГОФА ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ И ИНДУЦИРОВАННЫЕ ТОКИ НА МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОЛЫ

Соотношения между токами на отдельных участках электрических цепей и параметрами элементов на этих участках полезны при описании электронных приборов и экспериментальных образцов. К таким полезным формулам относятся прежде всего вольт-амперные характеристики (ВАХ) элементов цепей. Однако ВАХ электровакуумных [1] и полупроводниковых [2-4] приборов, например, известны лишь в некоторых ситуациях. Это связано с тем, что в общем случае токи в элементах цепи зависят не только от напряжения на элементе, но и от многих других его параметров, которые могут, изменяясь во времени, приводить к зависимости токов от предыстории элемента и существенно усложнять теоретическое описание электронных приборов. Речь может идти о распределении зарядов в вакууме в электровакуумных приборах или о зарядах в диэлектриках, которые часто являются важной составной частью полупроводниковых приборов; кроме того, могут

играть роль изменения диэлектрических свойств исследуемого образца, его поляризация и т.п.

Но если элементы, из которых состоит цепь, уже изучены и описаны теоретически, то электрическая схема цепи (эквивалентная ее схема) строится по правилам Кирхгофа для электрических цепей [5–7]. В качестве известных в его время элементов электрической цепи Кирхгоф рассматривал сопротивления, емкости, электродвижущую силу (ЭДС) и, конечно, соединительные провода. В работе [6] им была установлена роль потенциала в недавно открытом законе Ома [8], а сами правила Кирхгофа были сформулированы (без доказательства) в приложении к работе [5]. Вероятно, ранее остальных в научной литературе появились (в обсуждаемом контексте) понятия электрическая емкость и ЭДС. Емкостные явления активно обсуждались в литературе рядом авторов еще в XVIII столетии и хорошо известны в истории науки (см., в частности, обзоры по истории открытия электропроводности [9] и электростатической индукции [10]). Сам термин «емкость» присутствовал уже в работах A. Вольта [11, 12] (capacita в [11] и capacity в [12]), где было предложено также и количественное описание емкостных токов [12], а термин «электродвижущий» (electromotive) введен в работе [13], которая посвящена описанию батареи Вольта. Роль соединительных проводов была выяснена еще раньше, на самой заре изучения электричества, когда понятия потенциала и емкости только еще формировались (см., например, известные работы Генри Кавендиша [14, 15], в которых особо отмечалось, что соединительные провода слабо влияют на распределение зарядов в массивных проводниках). Они (провода) призваны играть лишь вспомогательную роль, так что их влияние и должно быть мало. Можно сказать, что Кирхгоф привнес понятие потенциала в теорию электрических цепей и, тем самым, придал ей практически современный вид (еще до открытия уравнений Максвелла). Эти результаты вскоре были дополнены принципом суперпозиции ЭДС (и индуцируемых ими токов) и теоремой о существования эквивалентной ЭДС [16] (которая открывала возможность для построения эквивалентных схем). В дополнении к этому интересно отметить, что в работе [12] впервые появился и термин «полупроводниковый» (semiconducting) (как это отмечено в [17]), хотя употреблялся он там в другом (не современном) смысле.

В это же время Уильям Томсон (будущий лорд Кельвин) вывел дифференциальное уравнение для описания электрических колебаний в электрических цепях с емкостями, индуктивностями и сопротивлениями [18]. Он исходил исключительно из энергетических соображений, а электрические цепи как таковые и процессы в них не рассматривал. При этом соединительные провода, роль которых считалась пренебрежимо малой в силу малости их емкости, вообще не рассматривались. Разумеется, это не исключает того, что на практике с паразитным по своей природе влиянием проводов все-таки приходится считаться.

Далее, одним из факторов, которые не учитывались в построениях Кирхгофа, являются токи, индуцированные движением зарядов в вакууме или в диэлектрике вблизи металлических электродов, — так называемые индуцированные (induced) или наведенные токи. При этом наведенные на металле заряды подводятся (по проводам) токами из внешней цепи. В случае системы из N металлических электродов в вакууме конвективный ток с плотностью  $\vec{j} = (t, \vec{r})$  индуцирует компоненту тока, втекающего из внешней цепи в  $\alpha$ -й электрод (см., например, [19, 20]), равную

$$I_{\alpha 0} = \iiint (\vec{E}^{(\alpha)} \cdot \vec{j}) \, dV, \tag{1}$$

где

$$\vec{E}^{(\alpha)} = \vec{E}^{(1\alpha)} / \Phi_0 \tag{2}$$

— некоторое вспомогательное нормированное электрическое поле,  $\phi^{(1lpha)}(\vec{r})$  и

 $\vec{E}^{(1lpha)} = -{
m grad} \phi^{(1lpha)}$  — соответственно вспомогательные потенциал и электрическое поле в той же системе, но без пространственных зарядов и с потенциалами электродов

$$\Phi_{\beta}^{(1\alpha)} = \delta_{\beta}^{\alpha} \Phi_0, \Phi_0 = 1 -, \tag{3}$$

где  $\delta^{\alpha}_{\beta}$  — символ Кронекера. Более точно вспомогательное поле будет определено ниже. Интегрирование проводится по всему пространству без электродов.

Формула (1) является обобщением теоремы Шокли—Рамо (ТШР) [20, 21], в которой (с целью применения к теории дробовых шумов) рассматривалось движение точечного заряда q между металлическими электродами в вакуумной структуре, в которой другие заряды, двигающиеся или неподвижные, отсутствуют. Точечный заряд, двигаясь со скоростью  $\vec{v}$  в точке  $\vec{r}_0$ , создает плотность тока

$$\vec{j}_0 = q\vec{v}\,\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \tag{4}$$

 $(\delta(\vec{r}-\vec{r}_0))$  — дельта-функция) и индуцирует тем самым во внешней цепи компоненту тока  $I_{\alpha 0}$ ,

втекающую в а-й электрод:

$$I_{\alpha 0} = \iiint (\vec{E}^{(\alpha)} \cdot \vec{j}_0) \, dV = q(\vec{E}^{(\alpha)} \cdot \vec{v}). \tag{5}$$

Наиболее простой вид формулы теоремы приобретают в случае двух плоскопараллельных электродов:

$$\vec{E}_{\parallel}^{(0)} = \vec{n}_0 / d, \qquad (6)$$

$$I_{0\parallel} = q(\vec{v} \cdot \vec{n}_0) / d, \tag{7}$$

$$I_{1\parallel} = q(\vec{v} \cdot \vec{n}_1) / d = -I_{0\parallel}, \tag{8}$$

где d — расстояние между электродами,  $\vec{n}_0$  — вектор внешней нормали к поверхности одного из электродов (индекс «0»), направленный в сторону другого электрода (индекс «1»). При приближении заряда к первому электроду  $(\vec{v}\cdot\vec{n}_0)<0$  и  $qI_0$  < 0, т.е. ток из внешней цепи привносит в электрод заряд другого знака, а при удалении от электрода знаки заряда и тока совпадают. Нормаль ко второму электроду имеет другой знак  $\vec{n}_1 = -\vec{n}_0$ , поэтому ток в этот электрод имеет ту же величину, но другой знак, так что сумма этих токов равна нулю. Это означает, что рассматриваемый

1134 ДМИТРИЕВ

заряд наводит на электродах экранирующие заряды, которые при его движении перераспределяются между электродами.

Заметим, что обсуждаемые правила и законы соответствуют квазистационарным (достаточно медленными) режимам изменения полей, когда эффектами запаздывания можно пренебречь, а характерные частоты полей и размеры структур достаточно малы (см., например, [7, 23]).

Первоначально интерес к ТШР и ее обобщениям как за рубежом [19–22], так и в нашей стране (см., например, [24–27]) возник в связи с бурным развитием работ по электровакуумным сверхвысокочастотным (СВЧ) приборам (для нужд радиолокации и других целей). При этом в состав ТШР (расширенный) не редко включались и ее обобщения. Вскоре, однако, появились работы по обобщению ТШР (в ее расширенном, конечно, смысле) на диэлектрики в составе полупроводниковых структур и приборов на их основе [28–36], что было связано с применениями теоремы к описанию датчиков ионизирующего излучения [28, 29, 34, 37]. Соотношение между индукцией  $\overrightarrow{D}(t,\overrightarrow{r})$  и полем  $\overrightarrow{E}(t,\overrightarrow{r})$  описывается формулой (в системе СИ):

$$\vec{D} = \vec{P} + \vec{D}^* \quad , \tag{9}$$

где  $\overrightarrow{P}(t,\overrightarrow{r})$  — поляризация (плотность дипольного момента), которая может быть связана, например, со спонтанной поляризацией в пироэлектриках (см., например, [7, 23]), т.е. с той частью поляризации в образце, которая может существовать и без поля. Второе слагаемое призвано учитывать индуцированную полем часть индукции, которая в низкочастотном случае имеет вид

$$D_i^* = \varepsilon_0 \varepsilon_{ik} E_k, \tag{10}$$

где  $\mathfrak{E}_{ik}(t,\vec{r})$  — тензор относительной диэлектрической проницаемости, а  $\mathfrak{E}_0$  — диэлектрическая постоянная вакуума (по повторяющимся тензорным индексам предполагается суммирование). Оказалось, что формула для индуцированных токов сохраняет свой вид (1) и в этих случаях. Рассмотрим более подробно вывод формул ТШР.

# 2. ИНДУЦИРОВАННЫЕ И ПОЛНЫЕ ТОКИ НА ЭЛЕКТРОДЫ

При доказательстве теоремы использовались различные подходы (см. обсуждение этого вопроса в [38]). В первых статьях [21, 22], например, применялась вторая формула Грина и следствие из нее (теорема взаимности). Соответствующая работа Грина 1828 г. [39] (см. также [40], где приведена и история вопроса) была посвящена развитию тео-

рии потенциала (вслед за Лапласом и Пуассоном); авторы [21, 22] ссылались на монографии [41,42]. С более современным изложением материала можно ознакомиться в [43].

Другой подход к выводу теоремы связан с использованием производящего функционала

$$F_{1} = -\iiint \operatorname{div}(\varphi^{(1)}\vec{j}_{\Pi}) dV, \qquad (11)$$

где полный ток

$$\vec{j}_{\Pi} = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t, \qquad (12)$$

удовлетворяет равенству

$$\operatorname{div} \vec{j}_{\Pi} = 0, \tag{13}$$

φ<sup>(1)</sup> — некоторая вспомогательная функция, постоянная на поверхностях электродов, а область интегрирования не включает металлические объекты. Доказательство теоремы с помощью (11) сводится (в духе [43]) к преобразованию интеграла в (9) с помощью теоремы Остроградского—Гаусса в поверхностный интеграл, с одной стороны, и выполнению дифференцирования в (11) с учетом (13) — с другой. Поток полного тока через поверхность электрода описывается выражением (с учетом соответствующего уравнения Максвелла)

$$\partial Q / \partial t - I_s$$

(Q- заряд внутри поверхности,  $I_{S}-$  ток, втекающий в нее из внешнего пространства), которое равно нулю в силу закона сохранения заряда. Поток вектора  $\phi^{(1)}\vec{j}_{\Pi}$  через поверхность (электрода) равен

$$\Phi^{(1)}(\partial Q \,/\, \partial t - I_s)$$

 $(\Phi^{(1)}(t)$  — значение вспомогательной функции на поверхности электрода), и тоже равен нулю (по той же причине). Но если область интегрирования в (11) не включает провода и поверхности электродов не замкнуты, так как не включают места контактов проводов с ними, то, в пренебрежении возможными здесь вкладами от проводов, поток вектора  $\phi^{(1)}\vec{j}_{\Pi}$  через поверхность а-го электрода равен

$$\Phi_{\alpha}^{(1)}(\partial Q_{\alpha} / \partial t - I_{s\alpha}) = \Phi_{\alpha}^{(1)}I_{\alpha}, \tag{14}$$

где  $Q_{\alpha}$  — заряд электрода,  $I_{SC}$  — ток из внешнего пространства,  $\Phi_{\alpha}^{(1)}$  — значение вспомогательной функции на его поверхности, а  $I_{\alpha}$  — полный ток, втекающий из внешней цепи в а-й электрод по подводящим проводам (см. обсуждение этого вопроса в [44]). Это и есть нужный результат. Итак,

для вывода формул ТШР (включая, конечно, и обобщения теоремы) от вспомогательной функции требуется только постоянство на поверхностях электродов (в каждый момент времени), а в остальном она может быть и не связана прямо с основной задачей (см. [30, 31, 35, 45]). Отметим, что в работах [21, 22] движение заряда рассматривалось как последовательность статических ситуаций с неподвижным зарядом в бесконечно близкие моменты времени.

Далее, в результате указанной программы действий получается (в том же приближении) формула

$$\sum_{\beta=1}^{N} \Phi_{\beta}^{(1)} I_{\beta} = \iiint (\vec{E}^{(1)} \cdot \vec{j}_{\Pi}) dV, \qquad (15)$$

где  $\vec{E}^{(1)} = -\mathrm{grad}\phi^{(1)}$ , а в случае (3)

$$\Phi_0 I_\alpha = \iiint (\vec{E}^{(1\alpha)} \cdot \vec{j}_\Pi) \, dV \tag{16}$$

или

$$I_{\alpha} = \iiint (\vec{E}^{(\alpha)} \cdot \vec{j}_{\Pi}) dV \tag{17}$$

(нормированное «поле», как и ранее, равно  $\vec{E}^{(\alpha)} = \vec{E}^{(1\alpha)} / \Phi_0$ ). В этом выражении индуцированный ток соответствует первому слагаемому в полном токе, т.е. формула для него снова сохранила свой вид (1). Однако теперь ТШР справедлива и для непотенциальных полей (в том числе и для СВЧ-полей). Кроме того, при выводе (17) связь между индукцией и электрическим полем не конкретизировалась. Значит, эта формула, а вместе с ней и ТШР, справедливы при произвольной связи между индукцией и полем (а не только такой, как в (10)).

Отметим также, что токи, связанные с изменениями поляризации в (17), имеют ту же природу, что и индуцированные токи (см. обсуждение этого вопроса в [46]). Поэтому их можно объединить в общий обобщенный индуцированный ток

$$I_{\alpha} = I_{\alpha 1} + \iiint (\overrightarrow{E}^{(\alpha)} \cdot \partial \overrightarrow{D}^* / \partial t) dV, \quad (18)$$

где

$$I_{\alpha 1} = \iiint (\overrightarrow{E}^{(\alpha)} \cdot (\overrightarrow{j} + \partial \overrightarrow{P} / \partial t)) dV, \quad (19)$$

слагаемое  $\partial \overrightarrow{P} / \partial t$  имеет смысл плотности тока связанного заряда (с плотностью  $-\operatorname{div} \overrightarrow{P}$ ), а сумма

$$\vec{j} + \partial \vec{P} / \partial t = \vec{J}^*$$
 (20)

соответствует плотности общего тока свободных и связанных зарядов.

# 3. СУММА ЕМКОСТНЫХ И ИНДУЦИРОВАННЫХ ТОКОВ И ПОЛНЫЕ ТОКИ НА ЭЛЕКТРОДЫ

Другим источником токов (кроме индуцированных токов) являются емкостные токи (в то время как электромагнитная индукция приводит к распределенной ЭДС индукции (см., например, [7]), т.е. к эффектам другой природы), которые в общем случае, когда емкость зависит от напряжения (как в полупроводниковых элементах (см., например, [2, 3])), описываются формулами типа

$$I = d(CV) / dt, (21)$$

где C — емкость, а V — напряжение на элементе (на конденсаторе, например). Если других источников тока нет, т.е. полные токи на электроды состоят из емкостных и индуцированных токов, то второе слагаемое в (18) должно сводиться к емкостным формулам. Они и применялись в ранних (вакуумных) работах (см., например, [24—27]), а затем и в случае диэлектриков [30, 33]. Было бы поучительно, однако, вывести указанное утверждение в более общем виде в рамках развиваемого подхода (непосредственно из уравнений Максвелла).

Рассмотрим с этой целью еще один функционал [36]:

$$F_2 = -\iiint \operatorname{div}[\varphi^{(1)}\vec{j}_{\Pi} - \frac{\partial}{\partial t}(\vec{D}^{(1)}\varphi)]dV, \quad (22)$$

где потенциал  $\phi^{(1)}$  соответствует вспомогательной краевой задаче для потенциала для той же структуры, что и в основной задаче, и с теми же граничными условиями, но без поляризации, зарядов и токов в образце, а  $\vec{D}^{\,(1)}$  — соответствующая индукция, т.е.

$$\operatorname{div} \vec{D}^{(1)} = 0, \ \operatorname{div} \vec{D} = \rho,$$
 (23)

где р — плотность заряда. Кроме того, электрическое поле в основной задаче потенциально, а ф — его потенциал. Предполагается также, что используемые решения существуют (а интегрирование по бесконечно удаленным областям дает нулевой вклад). Тогда преобразования, аналогичные предыдущим (см. формулу (11) и сопутствующий текст), приводят к равенству [36, 44—47]

$$\sum_{\beta=1}^{N} \Phi_{\beta}^{(1)} I_{\beta} - \sum_{\beta=1}^{N} \frac{\partial}{\partial t} (Q_{\beta}^{(1)} \Phi_{\beta}) = \iiint \{ (\overrightarrow{E}^{(1)} \cdot (\overrightarrow{j} + \frac{\partial \overrightarrow{P}}{\partial t})) \}$$

$$-(\frac{\partial \overrightarrow{E}^{(1)}}{\partial t} \cdot \overrightarrow{D}^{*}) + \frac{\partial}{\partial t} [(\overrightarrow{E}^{(1)} \cdot \overrightarrow{D}^{*}) - (\overrightarrow{D}^{(1)} \cdot (-\operatorname{grad}\varphi))] dV$$
(24)

1136 ДМИТРИЕВ

 $(Q_{\beta}^{(1)}$  — заряд  $\beta$ -го электрода во вспомогательной задаче), которое в случае (3) можно записать в виде

$$I_{\alpha} = \iiint \{ (\overrightarrow{E}^{(\alpha)} \cdot (\overrightarrow{j} + \frac{\partial \overrightarrow{P}}{\partial t})) + \sum_{\beta=1}^{N} \frac{\partial}{\partial t} (C_{\beta}^{\alpha} \Phi_{\beta}) + \\ - (\frac{\partial \overrightarrow{E}^{(\alpha)}}{\partial t} \cdot \overrightarrow{D}^{*}) + \frac{\partial}{\partial t} [(\overrightarrow{E}^{(\alpha)} \cdot \overrightarrow{D}^{*}) - \\ - (\overrightarrow{D}^{(\alpha)} \cdot \overrightarrow{E})] \} dV.$$
(25)

где  $\overrightarrow{E} = -\mathrm{grad} \varphi$ , а величины

$$C_{\beta}^{\alpha} = Q_{\beta}^{(1\alpha)} / \Phi_0 \tag{26}$$

можно назвать (по аналогии с электростатикой [7, 23]) емкостными коэффициентами,  $Q_{\beta}^{(1\alpha)}$  — заряд  $\beta$ -го электрода во вспомогательной задаче в случае (3), а  $\overrightarrow{D}^{(\alpha)} = \overrightarrow{D}^{(1\alpha)}/\Phi_0$  — нормированная индукция в том же случае. Как видно из (25), ток на отдельный электрод содержит четыре компоненты различной природы

$$I_{\alpha} = \sum_{k=1}^{4} I_{\alpha k}.$$
 (27)

Здесь первое слагаемое описывает (обобщенный) индуцированный ток и может быть записано в виле

$$I_{\alpha 1} = \iiint (\vec{E}^{(\alpha)} \cdot \vec{J}^*) dV. \tag{28}$$

Второе слагаемое

$$I_{\alpha 2} = \sum_{\beta=1}^{N} \frac{\partial}{\partial t} (C_{\beta}^{\alpha} \Phi_{\beta})$$
 (29)

имеет, очевидно, смысл токов емкостной природы.

Следующие слагаемые менее известны. В случае, когда потенциалы  $\Phi_{B}^{(1)}$  постоянны во времени (который мы и рассматриваем), третье слагаемое в (25) можно представить в виде

$$I_{\alpha 3} = -\iiint \frac{\partial \varphi^{(\alpha)}}{\partial t} \rho^* dV, \tag{30}$$

где

$$\varphi^{(\alpha)} = \varphi^{(1\alpha)} / \Phi_0 \tag{31}$$

- нормированный потенциал, а

$$\rho^* = \rho - \operatorname{div} \overrightarrow{P} = \operatorname{div} \overrightarrow{D}^* \tag{32}$$

— плотность общего (свободного и связанного) заряда. Природа этого вклада в ток обсуждалась в [47], где приведен иллюстрирующий пример с конденсатором. Отметим, что если параметры образца не меняются со временем (в частности, в вакуумном случае), то  $\phi^{(\alpha)}(t) = \mathrm{const}$  и  $\partial \phi^{(\alpha)} / \partial t = 0$ , а поэтому равен нулю и ток  $I_{\alpha 3} = 0$ .

Наконец, четвертое слагаемое равно

$$I_{\alpha 4} = \iiint \frac{\partial}{\partial t} [(\vec{E}^{(\alpha)} \cdot \vec{D}^*) - (\vec{D}^{(\alpha)} \cdot \vec{E})] dV. \quad (33)$$

В случае (10) это выражение можно преобразовать к виду

$$I_{\alpha 4} = \iiint \frac{\partial}{\partial t} [E_i^{(\alpha)} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji}) E_j] dV, \quad (34)$$

который обращается в нуль ( $I_{\alpha 4}=0$ ), если тензор диэлектрической проницаемости симметричен

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji},$$
 (35)

как это бывает при низких частотах или в вакууме (см. анализ вопросов симметрии тензора  $\varepsilon_{ii}$  в [23]).

Отметим, что развиваемая теория позволяет находить новые элементы электрических цепей и выявлять те параметры образцов, которые влияют на токи во внешней цепи. Обсуждаемые компоненты тока независимы друг от друга [47]. Поэтому источники тока в ТШР сводятся к двум первым слагаемым в (27), если равны нулю последние слагаемые

$$I_{\alpha 3} = I_{\alpha 4} = 0.$$
 (36)

Это условие верно в случае электровакуумных приборов и для диэлектрических пленок в структурах металл—диэлектрик—полупроводник (МДП) и в интегральных схемах (ИС) (при условии (35)). Например, в случае диагностики подвижных ионов в тонких диэлектрических пленках структур МДП и в ИС полезным сигналом служат индуцированные токи, которые нужно поэтому отделять от емкостных токов, присутствующих в измеряемом сигнале [4, 36, 48, 49]. Отметим также интересное применение ТШР при изучении транспорта зарядов в протеинах [50].

Далее, в общем случае электрические поля непотенциальны, и в вакууме справедливы известные формулы

$$\vec{E} = -\text{grad}\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t},\tag{37}$$

$$\overrightarrow{H} = \operatorname{rot} \overrightarrow{A}$$
 (38)

напряженностей электрического и магнитного полей соответственно (см., например, [51]). В предыдущем случае чисто потенциальных полей при выводе формулы для емкостных токов было существенным условие постоянства потенциала на металлических поверхностях. Если это условие выполняется и для скалярного потенциала в (37), то вывод формулы (24) остается в силе, только теперь (см. (37))

$$-\mathrm{grad}\phi = \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}.$$
 (39)

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена краткая история теории электрических цепей и место теоремы Шокли-Рамо (ТШР) в ней. Указаны условия, при которых источники токов на металлические электроды в обобщенной ТШР, в случае потенциальных электрических полей, сводятся к индуцированным и емкостным токам. Рассмотрена возможность развития теории на случай непотенциальных электрических полей.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Добрецов Л.Н., Гомоюнова М.В. Эмиссионная электроника. М.: Наука, 1966.
- *Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г.* Физика полупроводников. М.: Наука, 1990.
- Зи С. Физика полупроводниковых приборов. М.: Мир, 1984.
- Nicollian E. R., Brews J. R. MOS (Metal-Oxide-Semiconductor) Physics and Technology. N.Y.: J. Wiley & Sons, 1982.
- Kirchhoff G. // Ann. Phys. 1845. B. 140. H. 4. S. 497.
- Kirchhoff G. // Ann. Phys. 1849. B. 154. H. 12. S. 506.
- Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество. М.: Физматлит, 2002.
- Ohm G.S. // J. Chem. Phys. 1826. B. 46. H. 2. S. 137.
- Крыжановский Л.Н. // Успехи физ. наук. 1988. Т. 155. № 1. C. 129.
- 10. Крыжановский Л.Н. // Электричество. 1992. № 4. C. 60.
- 11. Volta A. // Opuscoli Scelti. 1778. V. 1. S. 273.
- 12. Volta A. // Phil. Trans. R. Soc. Lond. 1782. V. 72. P. 237.
- 13. Volta A. // Phil. Mag. 1800. V. 7. № 28. P. 289.
- 14. Cavendish H. // Phil. Trans. R. Soc. Lond. 1771. V. 61. P. 584.

- 15. Cavendish H. The Electrical Researches of the Honourable Henry Cavendish. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1879.
- 16. Helmholtz H. // Pogg. Ann. 1853. B. 89. H. 6. S. 211.
- 17. Bush G. // Eur. J. Phys. 1989. V. 10. № 4. P. 254.
- 18. *Thomson W.* // Phil. Mag. 1853. V. 5. № 34. P. 393.
- 19. Jen C.K. // Proc. IRE. 1941. V. 29. P. 345.
- 20. Beck A.H.W. Thermionic Valves: Their Theory and Design. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1953.
- 21. *Shockley W.* // J. Appl. Phys. 1938. V. 9. № 10. P. 635.
- 22. Ramo S. // Proc. IRE. 1939. V. 27. № 9. P. 584.
- 23. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005.
- 24. *Гвоздовер С., Лопухин В.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1946. T. 10. № 1. C. 29.
- 25. Лопухин В. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1946. Т. 10. № 1. C. 111.
- 26. Коваленко В.Ф. Введение в электронику сверхвысоких частот. М.: Сов. радио, 1955.
- 27. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. М.: Гостехиздат, 1953.
- 28. Cavalleri G., Fabri G., Gatti E., Svelto V. // Nucl. Instr. Meth. 1963. V. 21. P. 177.
- Cavalleri G., Gatti E., Fabri G., Svelto V. // Nucl. Instr. Meth. 1971. V. 92. P. 137.
   Pellegrini B. // Phys. Rev. 1986. V. B-34. № 8. P. 5921.
- 31. Yoder P.D., Gärtner K., Fichtner W. // J. Appl. Phys. 1996. V. 79. № 4. P. 1951.
- 32. Visschere P. De. // Sol.-St. Electronics. 1990. V. 33. № 4. P. 455.
- 33. *Kim H., Min H.S., Tang T.W., Park Y.J.* // Sol.-St. Electronics. 1991. V. 34. № 11. P. 1251.
- 34. He Z. // Nucl. Instr. Meth. 2001. V. A-463. № 1-2. P. 250.
- 35. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1115.
- 36. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 926.
- 37. Tavernier S. Experimental Techniques in Nuclear and Particle Physics. L: Springer, 2010.
  38. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2023. Т. 68. № 5. С. 482.
- 39. Green G. An Essay on the Application of Mathematical Analysis to the Theories of Electricity and Magnetism. Nottingham: T. Wheelhouse, 1828.
- 40. Любимов Ю.А. // Успехи физ. наук. 1994. Т. 164. № 1.
- 41. Jeans J.H. The Mathematical Theory of Electricity and Magnetism. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1927.
- 42. Смайт В. Электростатика и электродинамика. М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
- 43. Владимиров В.С., Жариков В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2004.
- 44. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2020. Т. 65. № 7. С. 725. 45. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2022. Т. 67. № 11. С. 1140. 46. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2022. Т. 67. № 4. С. 411.
- 47. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2022. Т. 67. № 2. С. 181.
- 48. Дмитриев С.Г. // ФТП. 2009. Т. 43. № 6. С. 854. 49. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2012. Т. 57. № 11. С. 1229.
- 50. Eisenberg B., Nonner W. // J. Comput. Electron. 2007. V. 6. № 1-3. P. 363.
- 51. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Физматлит. 2003.

1138 ДМИТРИЕВ

# THE CONTRIBUTON OF CAPACITIVE AND INDUCED CURRENTS IN TOTAL CURRENTS ON METAL ELECTRODES AND SHOCKLEY-RAMO THEOREM

## S. G. Dmitriev

Fryazino Branch Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Vvedensky square, 1, Fryazino, Moscow Region, 141190 Russian Federation E-mail: sgd@ms.ire.rssi.ru

Received March 12, 2024, revised March 12, 2024, accepted March, 25, 2024

The position of Shockley-Ramo theorem (SRT) in the theory of electric circuits is considered. A brief history of problem is given. The conditions are analyzed, when current sources in SRT in the case of potential electric fields are reduce to induced and capacitive currents.

Keywords: Shockley-Ramo theorem, induced currents, superhighfrequency devices, integrated circuits