

Том 68, Номер 5

ISSN 0033-8494

Май 2023



РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

www.sciencejournals.ru



СОДЕРЖАНИЕ

Том 68, номер 5, 2023

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Строгий электродинамический анализ цилиндрической линзы, составленной из полых идеально проводящих цилиндров

И. В. Донец, А. М. Лерер, С. М. Цветковская

409

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

Общее решение задачи синтеза геодезической линзы с центральной симметрией и диэлектрическим заполнением

А. С. Венецкий, В. А. Калошин, Чан Тиен Тханг

417

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Аналитическая формула связи экспериментальных и теоретических параметров спектральной линии тцаллиановой формы

Л. В. Менделевич, Ю. А. Кокшаров

424

Рекуррентная оценка плотности вероятности фаз модулированных сигналов

М. Л. Маслаков, В. В. Егоров

432

Разработка и синтез аналоговых устройств на элементарных звеньях

П. С. Мартьянов

438

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

Нестационарное запаздывание развития колебаний магнитострикционного преобразователя в условиях умножения частоты возбуждения

А. П. Иванов, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов

445

Инерционная динамика намагниченности в ферромагнитных наночастицах вблизи насыщения

С. В. Титов, Ю. П. Калмыков, К. Д. Казаринов, М. А. Черкасский, А. С. Титов

454

НАНОЭЛЕКТРОНИКА

Особенности образования и роста тонких пленок золота на поверхности арсенида галлия при термическом испарении в вакууме

Т. А. Брянцева, В. Е. Любченко, Д. В. Любченко, И. А. Марков, Ю. А. Тен

461

Получение монокристаллических пленок оксида цинка на металлическом подслое

В. А. Лузанов

470

ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

Геометризованные модели двумерных электростатических электронных пучков

В. А. Сыровой

472

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

Выводы соотношений между токами во внешней цепи и параметрами образцов <i>С. Г. Дмитриев</i>	482
Влияние внешних магнитных полей на амплитудно-временные характеристики ионных источников пеннинга <i>С. П. Масленников, И. М. Мамедов</i>	487
Магнитоизолированный виркатор с магнитной пробкой на допредельном электронном пучке: особенности динамики пучка и сверхвысокочастотные характеристики <i>А. Е. Дубинов, Г. Н. Колесов, В. Д. Селемир, В. П. Тараканов</i>	492

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

Каскадирование трехпроводных модальных фильтров на основе асимметричных коаксиальных структур и микрополосковой линии <i>А. О. Белоусов</i>	498
Радиочастотная система дистанционного мониторинга состояния защитных контейнеров с опасными веществами <i>С. П. Дорохов, А. С. Койгеров, С. С. Андрейчев, А. А. Бадыгеев, В. А. Козлов, М. П. Кужель, Е. П. Пономарева, А. С. Прахов, В. Р. Реут, А. С. Салов</i>	507

ХРОНИКА

К 90-летию Дмитрия Михайловича Сазонова	517
---	-----

ПОПРАВКА

К статье Т. А. Сапронова, В. А. Сыровой “Транспортировка электронных пучков с сечением, близким к прямоугольному”, опубликованной в № 4, 2022, Т. 67. С. 391–403. DOI: 10.31857/S0033849422030123	518
---	-----

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874.6

СТРОГИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ, СОСТАВЛЕННОЙ ИЗ ПОЛЫХ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ ЦИЛИНДРОВ

© 2023 г. И. В. Донец^а, А. М. Лерер^{а, *}, С. М. Цветковская^б

^аЮжный федеральный университет,
ул. Зорге, 5, Ростов-на-Дону, 344090 Российская Федерация

^бДонской государственный технический университет,
пл. Гагарина, 1, Ростов-на-Дону, 344000 Российская Федерация

*E-mail: lerer@sfedu.ru

Поступила в редакцию 07.02.2022 г.

После доработки 20.09.2022 г.

Принята к публикации 27.09.2022 г.

Разработан быстрый и строгий метод электродинамического анализа бесконечной цилиндрической линзы, выполненной из искусственного материала, представляющего собой массив одинаково ориентированных вдоль оси линзы полых проводящих цилиндров конечной длины с конечной толщиной стенок. Показано, что метод позволяет рассчитывать характеристики линз из большого числа элементов на персональном компьютере. Исследованы фокусирующие свойства линзы. Разработанный метод представляет собой альтернативу и средство проверки подхода, основанного на анализе линзы из гомогенизированного материала с показателем преломления бесконечного трехмерного фотонного кристалла.

DOI: 10.31857/S0033849423050054, EDN: UHNRAQ

ВВЕДЕНИЕ

Искусственные материалы, изготовленные из периодических металлических и/или диэлектрических частиц, чьи размеры много меньше длины волны, часто применяются в фокусирующих и направляющих устройствах электромагнитных волн. Такие периодические структуры называются фотонными или электромагнитными кристаллами [1]. При длинах волн, много больших периода структуры, такие искусственные материалы ведут себя как обычные диэлектрики с малой дисперсией. Микроволновые линзы, сделанные из этих структур, легче, чем обычные диэлектрические линзы.

Исторически первыми были доложены результаты по металлическим сферам, расположенным в диэлектрике [2]. Там же были определены эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости материала. Но материал, содержащий маленькие металлические сферы не очень технологичен. Металлические частицы других форм, как правило, дают более сильную анизотропию свойств материала [3].

В работах [4, 5] описан созданный легкий изотропный материал пригодный для массового производства линз с размерами больше 1 м. Но технология его изготовления представляется сложной.

В [6] предложены трехмерные периодические решетки, состоящие из полых металлических цилиндров со стенками конечной толщины. Такие решетки технологичны в изготовлении, имеют низкий вес и могут использоваться как легкий искусственный диэлектрик для многих видов микроволновых линз. Ранее в работах [7, 8] были доложены теоретические и экспериментальные результаты по цилиндрической линзе, сделанной из такого фотонного кристалла. В этих работах нами изложен метод электродинамического анализа и приведены результаты расчетов *трехмерно периодического бесконечного* фотонного кристалла, что позволило найти коэффициент преломления такого искусственного материала. Для определения оптического фокусного расстояния диэлектрической линзы достаточно знать ее геометрию и показатель преломления. Однако для определения рассеянного поля и создания фокусирующего устройства — линзы необходимо знать гомогенизированный относительную диэлектрическую ϵ и магнитную проницаемость μ среды — фотонного кристалла на низких частотах, когда на длине волны уместается несколько периодов кристаллической решетки.

В работе [7] было выяснено, что для обеих ортогональных мод кристалла кроме диэлектриче-

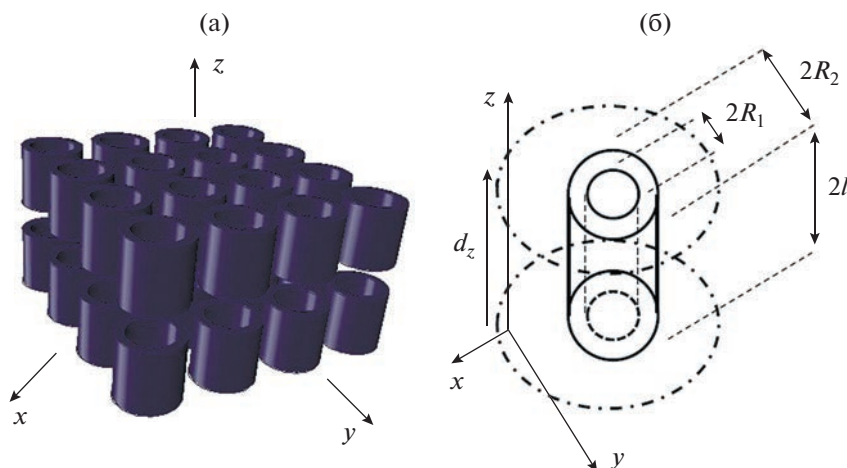


Рис. 1. Фотонный кристалл из полых цилиндров (а) и одиночный цилиндр (б).

ской проницаемости $\epsilon > 1$ существует еще и магнитная проницаемость, отличная от единицы, $\mu < 1$. Также было установлено, что различные процедуры определения ϵ и μ дают в общем различные значения. Показано, в частности, что подбором геометрических размеров удастся снизить анизотропию фотонного кристалла (ФК). В этих публикациях в качестве иллюстрации приводятся фотографии одного слоя экспериментальной цилиндрической линзы, конструирование которой было проведено исходя из найденных значений показателей преломления гомогенизированного материала. Для проектирования линз кроме определения параметров ϵ и μ необходимо также знать положение границы между воздухом и “эквивалентным” гомогенизированным материалом.

В то же время кроме экспериментального метода исследования фокусирующих свойств линзы из фотонного кристалла возможен строгий электродинамический метод анализа, учитывающий дифрагированное поле всех цилиндров, составляющих линзу. В такой постановке задачи ее размерность может показаться весьма значительной. Разработанный метод позволяет даже на персональном компьютере рассчитывать цилиндрическую линзу, имеющую в одном периодически повторяющемся слое порядка 1000 цилиндров. Решение этой задачи избавляет нас от необходимости неоднозначного определения параметров ϵ и μ а также нахождения месторасположения границы воздух–гомогенизированный материал.

Цель работы – создание строгого метода анализа и его применение для расчета линз из фотонных кристаллов.

1. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассмотрим элементарную ячейку *бесконечной периодической* по оси z структуры, состоящей из N

одинаково ориентированных цилиндров вдоль оси z декартовой системы координат. Вся линза построена из повторяющихся ячеек вдоль оси z (рис. 1а). Все цилиндры могут иметь разные размеры, но для простоты рассмотрим случай одинаковых цилиндров (рис. 1б). Выбор *бесконечной периодической* по оси z структуры обусловлен двумя причинами. Во-первых, высота реальных линз много больше их радиуса. Во-вторых, такой подход позволяет использовать метод Флоке и решать задачу для одного слоя по оси z .

Решение поставленной задачи содержит следующие основные этапы.

1. Напряженность электрического поля определяется токами, текущими по стенкам цилиндров. Для этого используется векторный потенциал.

2. Используется интегральное представление функции Грина. Это облегчает вычисление матричных элементов системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), когда точки наблюдения и источника находятся на одном цилиндре.

3. Получено интегро-дифференциальное уравнение (ИДУ) относительно токов, текущих по стенкам цилиндра. ИДУ решены методом Галеркина.

4. Достоинство полученного решения – все матричные элементы СЛАУ выражены в явном виде.

Переходим к первому этапу решения. Выразим напряженность электрического поля через векторной потенциал $\vec{A}$

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) = & \\ = -\frac{iZ_0}{k} \left[\text{grad div } \vec{A}(x, y, z) + k^2 \vec{A}(x, y, z) \right] + & \quad (1) \\ + \vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, z), & \end{aligned}$$

где

$$\vec{E}^{\text{внеш}} = \vec{E}_0 \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z)]$$

— напряженность внешнего поля, $k_{x,y,z}$ — компоненты волнового вектора $\vec{k}$,

$$\vec{A}(x, y, z) = \int_S \vec{j}(s') G(x - x', y - y', z - z') ds', \quad (2)$$

$\vec{j}$ — плотность поверхностных токов на S -поверхности всех цилиндров, G — функция Грина для скалярного уравнения Гельмгольца.

В нашем случае

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{A}(x, y, z) &= Q(x, y, z) = \\ &= - \int_S (\vec{j}(s'), \operatorname{grad}' G(x - x', y - y', z - z')) ds'. \end{aligned} \quad (3)$$

Приравняв напряженность тангенциального электрического поля $\vec{E}_\tau$ нулю на поверхности цилиндров, получим ИДУ относительно плотности токов на цилиндрах

$$\begin{aligned} \vec{\tau} \left[\operatorname{grad} Q(x, y, z) + k^2 \vec{A}(x, y, z) + \right. \\ \left. + i \frac{k}{Z_0} \vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, z) \right] = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$x, y, z \in S.$

Функция Грина (ФГ) для свободного пространства известна

$$\begin{aligned} G(x - x', y - y', z - z') &= \frac{1}{4\pi R} \exp(-ikR), \\ R &= \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}. \end{aligned}$$

Однако ее использование в такой форме нежелательно — при вычислении матричных элементов СЛАУ, когда точки наблюдения и истока находятся на одном цилиндре, нужно численно находить бисингулярные интегралы. Если вычисляются матричные элементы СЛАУ, когда точки наблюдения и истока находятся на разных цилиндрах, то этой проблемы не возникает, но интегралы в аналитическом виде все равно не берутся.

Введем оператор $\hat{V}$:

$$\begin{aligned} \hat{V}f(\alpha, \beta, \gamma) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{d_z} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma_p^2 - k^2} f(\alpha, \beta, \gamma_p), \\ \gamma_p &= \frac{2p\pi}{d_z} - k_z \end{aligned}$$

(далее индекс у γ_p не приводим).

Представим ФГ в виде

$$\begin{aligned} G(x, x', y, y', z, z') &= \hat{V} \exp[i(\chi - \chi')], \\ \chi &= \alpha x + \beta y + \gamma z, \quad \chi' = \alpha x' + \beta y' + \gamma z'. \end{aligned}$$

Введем на n -м цилиндре локальную цилиндрическую систему координат, связанную с центром этого цилиндра r, φ, ζ . Глобальные координаты связаны с локальными координатами следующими выражениями:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi + x_{c,n}, \quad y = r \sin \varphi + y_{c,n}, \\ z &= \zeta + z_{c,n}. \end{aligned}$$

Кроме того, введем переменные $\alpha = \rho \cos \psi$, $\beta = \rho \sin \psi$.

Подставим (2), (3) в (1) и получим

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) &= \vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, z) - \\ &- \frac{iZ_0}{k} \hat{V} \sum_{n'=1}^N \exp(-i\chi_{n'}) R_{n'} \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-l_{n'}}^{l_{n'}} \vec{E}_{n'}(x, y, z; \varphi', \zeta') \exp(-\gamma \zeta') d\zeta', \end{aligned} \quad (5)$$

где $R_{n'}$ — радиус цилиндра с номером n' ,

$$\chi_{n'} = \alpha x_{c,n'} + \beta y_{c,n'} + \gamma z_{c,n'},$$

$$\begin{aligned} \hat{E}_{n';\varphi}(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= \hat{E}_{n';\varphi}^1(x, y, z; \varphi', \zeta') + \hat{E}_{n';\varphi}^2(x, y, z; \varphi', \zeta'), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \hat{E}_{n';\varphi}^1(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} H(\varphi, \zeta) (\vec{j}_{n'}(\varphi', \zeta'), \operatorname{grad}' H(\varphi', \zeta')) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \hat{E}_{n';\varphi}^2(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= k^2 H(\varphi, \zeta) j_{n';\varphi}(\varphi', \zeta') (\vec{e}_\varphi \vec{e}_{\varphi'}) H(\varphi', \zeta'), \\ \hat{E}_{n';z}(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= \hat{E}_{n';z}^1(x, y, z; \varphi', \zeta') + \hat{E}_{n';z}^2(x, y, z; \varphi', \zeta'), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \hat{E}_{n';z}^1(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= -i\gamma H(\varphi, \zeta) (\vec{j}_{n'}(\varphi', \zeta'), \operatorname{grad}' H(\varphi', \zeta')) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \hat{E}_{n';z}^2(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= k^2 H(\varphi, \zeta) j_{n';z}(\varphi', \zeta') H(\varphi', \zeta'). \end{aligned}$$

Были использованы обозначения

$$H(\varphi, \zeta) = \exp[-ipr \cos(\varphi - \psi)] \exp(-i\gamma \zeta),$$

$$H(\varphi', \zeta') = \exp[-ipR_{n'} \cos(\varphi' - \psi)] \exp(-i\gamma \zeta').$$

Подставив (5) в (4), получим искомое ИДУ, которое решаем методом Галеркина. Для этого представим

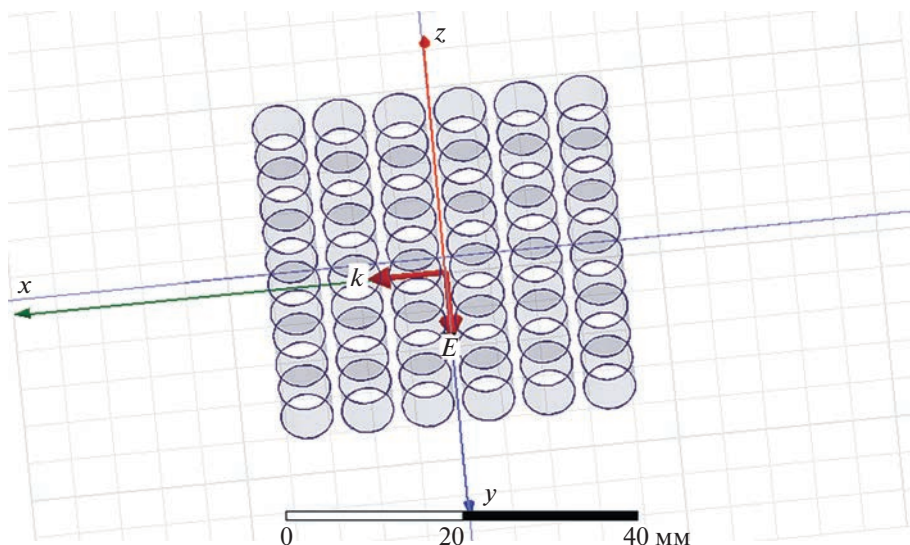


Рис. 2. Исследуемая структура в пакете HFSS: 36 (6×6) идеально проводящих цилиндров, образующих элементарную ячейку с периодическими граничными условиями на ограничивающих плоскостях, перпендикулярных оси z .

компоненты плотности поверхностного тока — поперечные $j_{n';\varphi}$ и продольные $j_{n';z}$ — в виде

$$j_{n';\varphi}(\varphi', \zeta') = \frac{1}{R_{n'}} \times \sum_{m'=-M_\varphi}^{M_\varphi} \exp(-im'\varphi') \sum_{v'=0}^{M_z} X_{n';m'v'} \bar{T}_{v'} \left(\frac{\zeta'}{l_{n'}} \right),$$

$$j_{n';z}(\varphi', \zeta') = \frac{1}{R_{n'}} \times \sum_{m'=-M_\varphi}^{M_\varphi} \exp(-im'\varphi') \sum_{v'=0}^{M_z} Y_{n';m'v'} \bar{U}_{v'} \left(\frac{\zeta'}{l_{n'}} \right),$$

где $\bar{T}_{v'}$, $\bar{U}_{v'}$ — взвешенные полиномы Чебышева, $X_{n';m'v'}$, $Y_{n';m'v'}$ — неизвестные коэффициенты.

Прodelав все стандартные для метода Галеркина преобразования, получим СЛАУ порядка $4N(2M_\varphi + 1)(M_z + 1)$. (Общий вид этой СЛАУ не приводим из-за ее громоздкости.) Отметим, что все интегралы в матричных элементах СЛАУ находятся аналитически. Для сокращения вычислений также можно часть элементов матрицы СЛАУ заменить нулями, что соответствует пренебрежению взаимным влиянием цилиндров, расположенных далеко друг от друга.

После решения СЛАУ находим поле (5) в ближней зоне ФК. Нетрудно найти асимптотику (5) для поля в дальней зоне.

Разработанный метод имеет быструю внутреннюю сходимость по числу используемых базисных функций. Так, для цилиндров с размерами на порядок меньше длины волны при вычислении

полей в ближней зоне с точностью 0.1% нужно использовать две базисные функции вдоль оси z : $M_z = 1$, и одну—три по углу φ : $M_\varphi = 0, 1$.

2. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для анализа линзы по приведенным формулам была написана программа на языке С. Для исследования фокусирующей линзы рассчитывались поля в ближней зоне. Для верификации полученных результатов применялся пакет HFSS в случае небольшого количества цилиндров.

Для сравнения результатов расчетов и требуемых компьютерных ресурсов была рассмотрена дифракция плоской волны, падающей вдоль оси x на линзу. Элементарная ячейка линзы состоит из 36 цилиндров, образующих квадрат. Рисунок структуры в проекте на HFSS представлен на рис. 2. Параметры структуры — частота 2.5 ГГц, высота цилиндров $2l = 6.5$ мм, $R_1 = 2.95$ мм, $R_2 = 3$ мм, $d_z = 8$ мм, $d_x = d_y = 7$ мм.

Программа занимает память 10 Мб и считает в течение 3.6 с при точности определения полей в ближней зоне по внутренней сходимости 0.1%. Проект на HFSS для достижения приблизительно той же точности по внутренней сходимости выполнял 11 итераций. Критерием точности вычислений в HFSS авторы выбрали изменение полей в ближней зоне на каждом шаге итерации. Так, поля изменились на 0.05% с 10 на 11 шаг итерации. Максимальная использованная HFSS память равнялась 5.2 Гб, решение длилось 1430 с при использовании всех ядер процессора. Максимальный размер линзы, которая может быть посчита-

на в пакете HFSS, определяется объемом имеющейся памяти компьютера и доступным временем для получения результата. Удовлетворительный по точности расчет линзы с числом цилиндров в ячейке, большим чем 40...50, в пакете HFSS невозможен на имеющемся в распоряжении авторов компьютере с оперативной памятью 16 Гб. В табл. 1 приведены время счета и память компьютера при разработанной программы для анализа линз разных размеров.

Была исследована перпендикулярная (см. рис. 2) и параллельная поляризация (для этого на рис. 2 нужно стрелку вектора $\vec{E}$ расположить вдоль оси z). Результаты расчетов приведены на рис. 3 и 4. На всех рисунках построена амплитуда полного поля, нормированная на амплитуду падающей волны. Центр линзы совпадает с нулем оси x . Следовательно, область вблизи нуля полям внутри линзы, область с большими отрицательными значениями x находится перед линзой, с большими положительными x — за линзой.

Как видно из рисунков, результаты двух программ (HFSS и разработанной) практически совпадают. Поле перед линзой представляет собой сумму падающего и переотраженного полей. Внутри линзы поле имеет осциллирующий характер с периодом d_x . В случае перпендикулярной поляризации электрическое поле в максимумах намного превышает падающее поле, в случае параллельной поляризации, наоборот, — много меньше падающего поля. Это объясняется тем, что ось x

Таблица 1. Время счета и используемая память для анализа линз разработанной программой. Размер ячейки линзы — количество цилиндров образующих квадратную ячейку линзы с последующим “обрезанием углов”

Размер ячейки линзы	Память, Гб	Время счета, с
10 × 10	0.092	11.6
20 × 20	1.47	69.2
30 × 30	7.46	262.6

проходит на уровне половинной высоты цилиндров. То есть в пространстве между боковыми стенками соседних цилиндров поле при параллельной поляризации ослаблено, а при перпендикулярной поляризации, наоборот, усилено по сравнению с падающим полем. Не очень сильный эффект фокусировки поля за линзой можно объяснить ее малыми поперечными размерами и не круглым поперечным сечением.

Рассмотрим фокусирующие свойства линз, полученных из квадратного фотонного кристалла с квадратной кристаллической решеткой “обрезанием углов” (рис. 5). Параметры структуры: частота 4.5 ГГц, высота цилиндров $2l = 5.5$ мм, $R_1 = 2.95$ мм, $R_2 = 3$ мм, периоды структуры: $d_z = 8$ мм, $d_x = d_y = 8$ мм.

Результаты расчетов приведены на рис. 6а, 6б, 7. Как видно из рисунков, увеличение диаметра линзы с 1.2 до 3.75 длин волн увеличивает амплитуду сфокусированного поля с 1.646 до 2.257 амплитуд

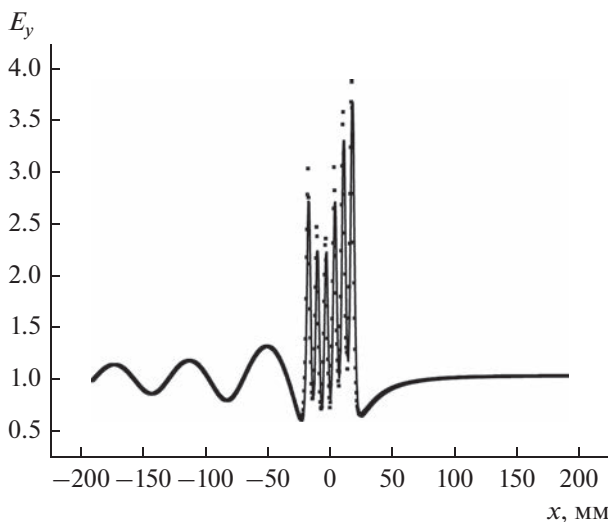


Рис. 3. Амплитуда полного поля E_y (внешнего плюс дифрагированного, нормированного на амплитуду внешнего) вдоль оси x ; вектор $\vec{E}$ перпендикулярен оси цилиндров; сплошная линия — результаты разработанной программы, точки — HFSS.

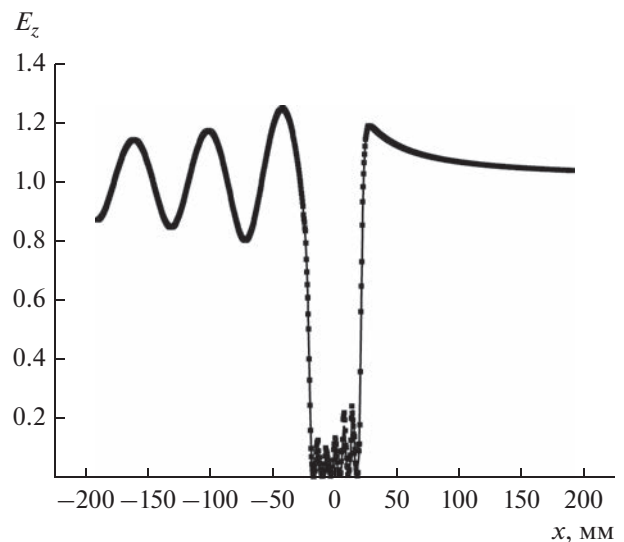


Рис. 4. Амплитуда полного поля E_z вдоль оси x ; вектор $\vec{E}$ параллелен оси цилиндров; сплошная линия — результаты разработанной программы, точки — HFSS.

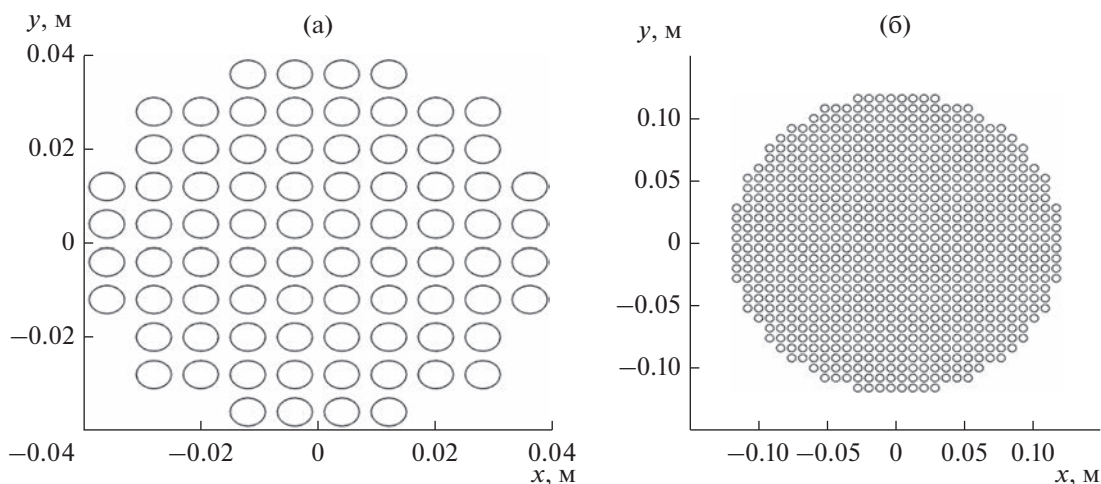


Рис. 5. Поперечное сечение “цилиндрической линзы”: фотонный кристалл с обрезанными углами, состоящий из 10 (а) и 30 на 30 цилиндров (б); овалы — поперечное сечение проводящих цилиндров, образующих ячейку (слой) линзы.

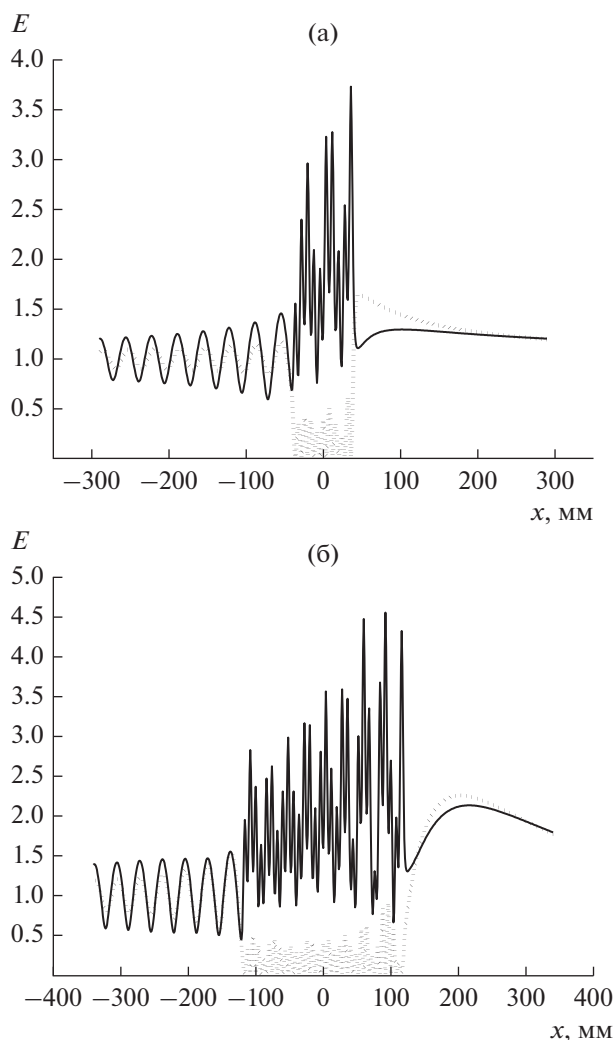


Рис. 6. Полные поля вдоль оси x : E_y (перпендикулярная поляризация — сплошные кривые) и E_z (параллельная поляризация — пунктир) для линз, изображенных на рис. 5а (а) и 5б (б).

падающего поля для параллельной поляризации и с 1.297 до 2.135 для перпендикулярной поляризации. В целом для линзы 30 на 30 цилиндров диаметром 3.75 длины волны максимальное усиление падающего поля в фокальном пятне составляет 7.1 дБ для параллельной поляризации и 6.6 дБ для перпендикулярной. Из данных рис. 7 можно сделать вывод, что расплывание фокального пятна в перпендикулярном направлении (относительно направления падающей волны) значительно меньше, чем в продольном.

Из рис. 5 очевидно, что линза должна обладать анизотропией свойств относительно направления падающей волны. На рис. 8 построены зависимости полей за линзой, показанной на рис. 5б при трех различных направлениях распространения падающей волны, которые определяются углом между осью x и направлением распространения — 0, 22.5, 45 град. Как видно из рисунка, отличия при различных направлениях могут достигать 5%. Такой результат есть сумма анизотропии самого фотонного кристалла, а также влияния неидеальности границы воздух—кристалл. Последнее слабое должно уменьшаться при увеличении размеров линзы. Можно ожидать, что “не кристаллическое” расположение цилиндров в материале, т.е. более однородное относительно поворота вокруг оси симметрии линзы, даст меньшую анизотропию. Разработанная программа позволяет анализировать структуры с произвольным расположением цилиндров, но здесь мы ограничимся случаем их “кристаллического” расположения.

Один из существующих методов анализа устройств из метаматериалов сводится к определению параметров ϵ и μ гомогенного материала, эквивалентного бесконечному ФК, и к замене фотонного кристалла в устройстве на этот мате-

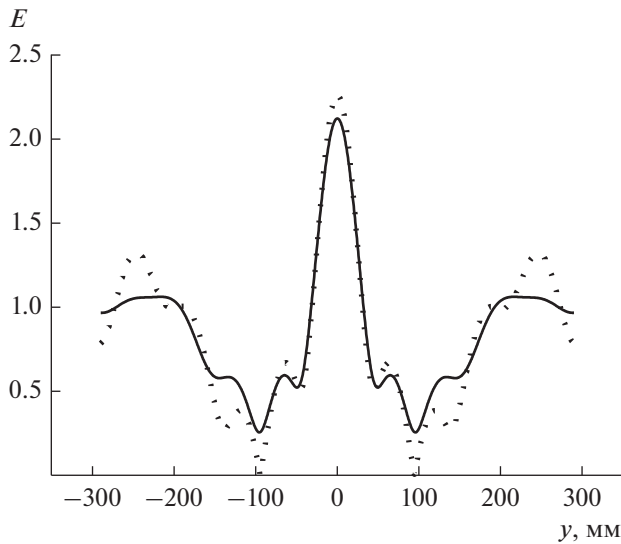


Рис. 7. Полные поля вдоль оси y при $x = 200$ мм: E_y (перпендикулярная поляризация — сплошная кривая) и E_z (параллельная поляризация — пунктир) для линзы, изображенной на рис. 5б.

риал. Для обоснования упомянутого выше метода был проведен численный эксперимент. Поля перед и за линзой сверялись с полями круглого гомогенного цилиндра из материала с ϵ и μ . Поскольку результат определения ϵ и μ зависит от

используемого способа определения [7], но при этом неясно точное расположение границы гомогенного цилиндра, то подгонка параметров ϵ и μ , расстояния вдоль радиуса цилиндра от крайней точки фотонного кристалла до границы гомогенного цилиндра d_r , осуществлялись из условия минимального среднеквадратичного отклонения поля линзы из ФК и гомогенного цилиндра. Результаты подгонки для линз различного радиуса приведены в табл. 2. Линза формируется из ячейки с квадратным поперечным сечением из $\sqrt{N} \times \sqrt{N}$ элементов с последующим “обрезанием углов”.

Как видно из табл. 2, результаты соответствуют данным работы [7] — относительная диэлектрическая проницаемость больше единицы $\epsilon > 1$ и относительная магнитная проницаемость меньше единицы $\mu < 1$. То есть материал линзы является магнитодиэлектриком с выраженным диамагнитным эффектом. Но в целом описание линзы гомогенизированным однородным цилиндром с конкретным радиусом, ϵ и μ является достаточно приближенным и носит качественный характер. Точный результат можно получить только электродинамическим решением, учитывающим дискретный характер среды. Разработанный метод и программа позволяют это сделать, используя обычный персональный компьютер.

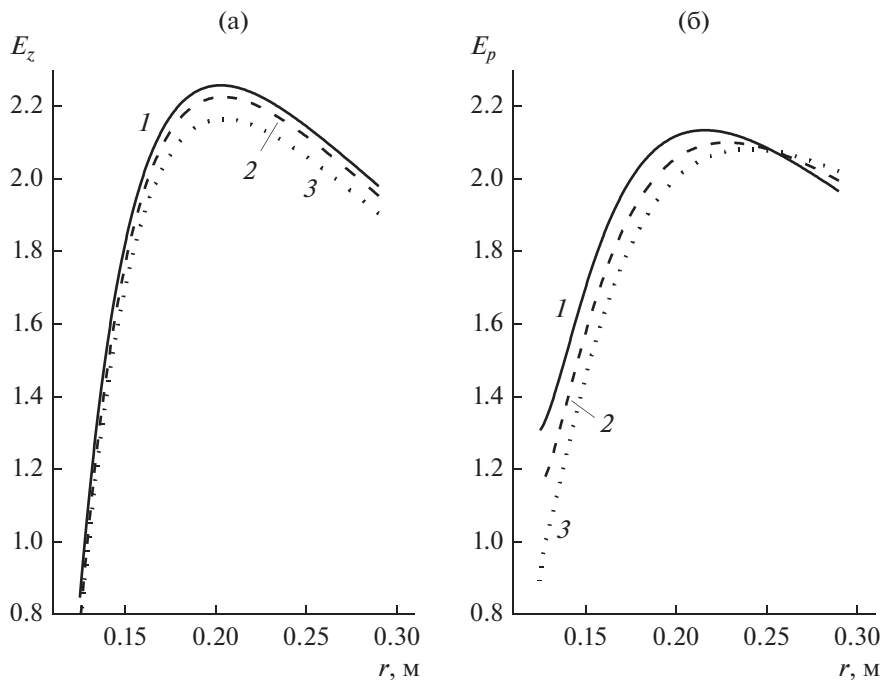


Рис. 8. Амплитуды полного поля за линзой при падении волны, поляризованной вдоль (а) и перпендикулярно оси z (б) при угле падения 0 (1), 22.5 (2), 45 град (3); r — расстояние вдоль радиуса цилиндра; направление радиуса совпадает с направлением падающей волны.

Таблица 2. Результаты определения параметров эквивалентного гомогенного цилиндра при параллельной и перпендикулярной поляризации

$\sqrt{N}$	Параллельная			Перпендикулярная		
	ϵ	μ	d_r , мм	ϵ	μ	d_r , мм
10	2	0.8	−4.5	2.5	0.6	−2.5
12	2.3	0.8	−7.65	2.5	0.6	−6.3
14	2.1	0.8	−5.85	2	0.7	2.7
16	2.4	0.6	2.7	2.4	0.6	1.35
18	2.1	0.7	1.35	1.5	1	−7.65
20	2.5	0.6	2.25	2.5	0.6	−1.8
22	2.4	0.6	2.25	2.2	0.7	−6.75
30	2.5	0.6	0.9	1.9	0.8	−6.3

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан быстрый и строгий метод электродинамического анализа бесконечной цилиндрической линзы, выполненной из искусственного материала, представляющего собой полые проводящие цилиндры конечной длины, одинаково ориентированные вдоль оси линзы. Показано, что разработанный метод позволяет рассчитывать на персональном компьютере характеристики линз с элементарной ячейкой — слоем, содержащим большое число цилиндров.

Линза из предлагаемого материала обладает фокусирующими свойствами. К достоинствам такой линзы следует отнести малый вес, технологичность изготовления, возможность изменения фокусирующих свойств путем несложного варьирования параметров искусственного материала.

Показано, что такой материал, при размерах проводящих цилиндров много меньше длины волны, может быть приближенно описан гомогенизированным материалом — магнитодиэлектриком с выраженным диамагнитным эффектом, что нужно учитывать при конструировании линзы. Но более строгий анализ требует электродинамического учета переизлучаемых полей каждым отдельным цилиндрическим элементом линзы, что является отличительной чертой предлагаемого подхода.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Банков С.Е. Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит, 2013.
2. Lewin L. // J. Inst. Electric Engineering. Pt. III: Radio and Commun. Eng. 1947. V. 94. № 27. P. 65. <https://doi.org/10.1049/ji-3-2.1947.0013>
3. Dankov P.I. // Proc. IEEE MTT-S Int. Microwave Workshop Series on Advanced Materials and Processes (IMWS-AMP 2017). Pavia. 20–22 Sept. N.Y.: IEEE, 2017. P. 8247430.
4. Matysine S. Artificial Dielectric Material and Method of Manufacturing the Same. US Pat. № 8518537 B2. Publ. 25 Jun. 2009.
5. Matysine L., Lagoiski P., Matysine M., Matysine S. // Proc. 6th Europ. Conf. on Antennas and Propagation. (EUCAP 2012). Prague. 26–30 Mar. N.Y.: IEEE, 2012. P. 2266.
6. Sledkov V. Artificial Dielectric Material and Focusing Lenses Made of It. New Zealand (NZ) Pat. № 752904. Publ. 19 Mar. 2021.
7. Donets I.V., Lerer A.M., Li Z.M. et al. // J. Electromagnetic Waves and Appl. 2022. V. 36. № 7. P. 1020.
8. Donets I.V., Lerer A.M., Sledkov V.A. et al. // Proc. 2021 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW) Conf. Divnomorskoe. 28 Jun.—2 Jul. N.Y.: IEEE, 2021. P. 47.

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ
СИСТЕМЫ

УДК 621.396.67

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА
ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ С ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ
И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ© 2023 г. А. С. Венецкий^{а, *}, В. А. Калошин^{а, **}, Чан Тиен Тханг^б^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация^бМосковский физико-технический институт (НИУ),
Институтский пер., 9, Долгопрудный, Московской обл., 141700 Российская Федерация

*E-mail: AVenetsky@yandex.ru

** E-mail: vak@cplire.ru

Поступила в редакцию 19.07.2022 г.

После доработки 19.07.2022 г.

Принята к публикации 12.10.2022 г.

Получено решение задачи синтеза металло-диэлектрической геодезической линзы с центральной симметрией и, в общем случае, неоднородным диэлектрическим заполнением, которая преобразует поле точечного источника в заданное геометрооптическое поле. В качестве примера использования полученного решения рассмотрены задачи синтеза геодезической линзовой антенны со слоистым и градиентным диэлектрическим заполнением. В частности, получены решения для линзовых антенн с синфазным выходным фронтом и несинфазным фронтом, формирующим диаграмму направленности столообразной формы. Путем численного моделирования методом конечных элементов проведен анализ полученных решений.

DOI: 10.31857/S0033849423050170, EDN: UIQOYK

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время возрос интерес к градиентным диэлектрическим линзам с центральной симметрией [1–10] и металлическим геодезическим линзам [11–16]. Такой интерес связан, с одной стороны, с развитием технологий, прежде всего аддитивных, а с другой — с перспективой использования таких линз в диаграммообразующих системах многолучевых антенн систем связи новых поколений.

Общее решение задачи синтеза градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией и заданной оболочкой, формирующей заданное геометрооптическое поле, получено в работе [10].

В случае металлической геодезической линзы с плавным переходом к планарному волноводу не удастся реализовать полное использование апертуры, так как в апертуре плавного перехода нельзя обеспечить заданное фазовое распределение [15].

В работе [17] получено решение задачи синтеза в частном случае металло-диэлектрической геодезической линзы с плавным переходом к планарному волноводу, заполненной градиентным диэлектриком с заданным законом изменения коэффициента преломления, которая фокусирует поле источника, расположенного в фокусе вне линзы, в другой фокус вне линзы. В работе кроме требова-

ния стремления коэффициента преломления на краю линзы к единице приведены дополнительные условия на первую и вторую производную закона изменения коэффициента преломления в этой точке. Все эти требования усложняют технологию изготовления линзы.

Цель данной работы — решение задачи синтеза металло-диэлектрической геодезической линзы с центральной симметрией и полным использованием апертуры, формирующей заданное геометрооптическое поле, заполненной, в общем случае, градиентным диэлектриком с заданными законами изменения коэффициента преломления в линзе и плавном переходе (оболочки линзы).

1. СИНТЕЗ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ

Рассмотрим задачу синтеза металло-диэлектрической геодезической линзы с центральной симметрией (рис. 1), которая преобразует поле точечного источника, расположенного в фокусе F_0 вне или на поверхности линзы, в заданное геометрооптическое поле. При этом заданы коэффициент преломления $n(r)$ и образующая плавного перехода к планарному волноводу в оболочке линзы ($a \leq r \leq r_0$), а также зависимость угла $\psi = \psi(\varphi)$ между

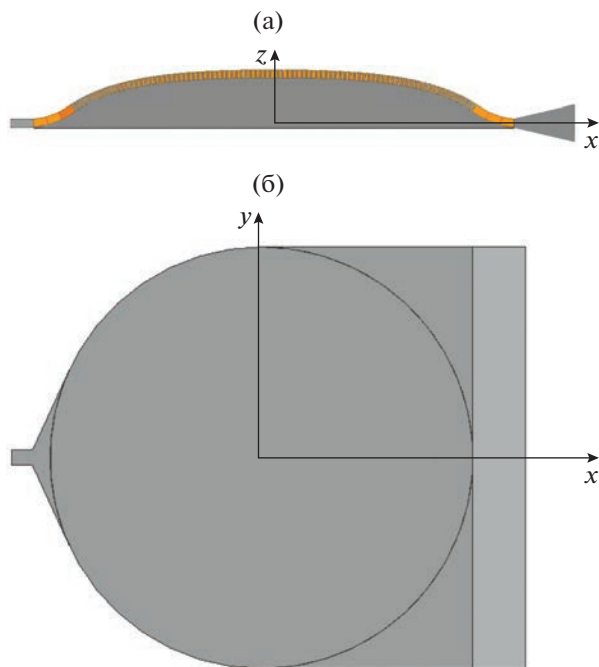


Рис. 1. Общий вид геодезической металло-диэлектрической линзы с центральной симметрией: а — продольное сечение, б — вид сверху.

лучом и нормалью в произвольной точке B на выходе линзы, при этом угол φ на выходе линзы удовлетворяет условиям $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ (рис. 2). Задача синтеза заключается в определении формы образующей линзы (профиля) для $0 < r < a$.

Далее в этом разделе полагаем, что все размеры задачи нормируются на r_0 , в связи с чем без ограничения общности будем полагать $r_0 = 1$.

В силу центральной симметрии траектория луча состоит из двух одинаковых кривых, симметричных относительно точки с минимальным расстоянием $r_{\min}$ до начала координат. Соответственно, угол между лучевым вектором падающего фронта и нормалью на границе линзы в точке A равен углу выхода луча ψ . Угол ψ монотонно возрастает при увеличении угла α выхода луча из источника и при увеличении по абсолютной величине угла φ . Поэтому зависимость $\psi = \psi(\varphi)$ допускает однозначное обращение $\varphi = \varphi(\psi)$, $0 \leq \psi \leq \pi/2$.

Уравнение луча в геодезической металло-диэлектрической линзе имеет вид [17]

$$d\varphi = \mp \frac{h}{r} \frac{l'(r)}{\sqrt{\rho(r)^2 - h^2}} dr, \quad (1)$$

где $l'(r) = -\sqrt{1 + (dz/dr)^2}$, $\rho(r) = n(r)r$, $h = \sin\psi$ — лучевой параметр, который является инвариантом луча.

Из условия центральной симметрии для каждого луча справедливо (см. рис. 2):

$$\theta + 2\Delta\varphi + 2\Delta\Phi + \varphi = \pi. \quad (2)$$

Из уравнения (1) с учетом симметрии луча для угла $2\Delta\Phi$ можно записать

$$2\Delta\Phi = -2 \int_{r_{\min}}^a \frac{h}{r} \frac{l'(r)}{\sqrt{\rho^2(r) - h^2}} dr, \quad (3)$$

где $\rho(r_{\min}) = h$.

Выведем условие полного использования апертуры для заданного плавного перехода. Из

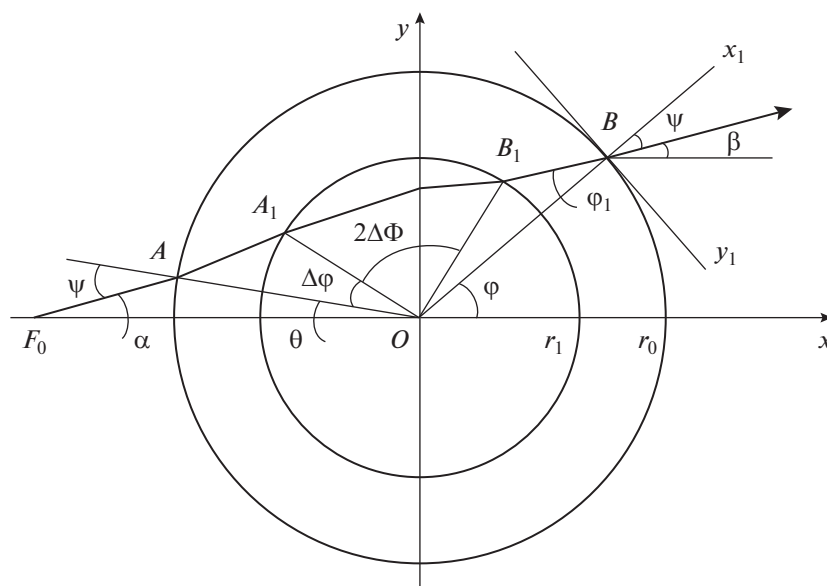


Рис. 2. Проекция луча в плоскости $z = 0$.

уравнения (1) можно найти приращение угловой координаты точки на луче в плавном переходе:

$$\Delta\varphi = \int_a^1 \frac{h\sqrt{Z'(r)^2 + 1}dr}{r\sqrt{N^2(r)r^2 - h^2}} = W(h), \quad (4)$$

где $Z(r)$ и $N(r)$ – профиль перехода и коэффициент преломления в переходе соответственно.

Для полного использования апертуры необходимо, чтобы луч, выходящий из источника F_0 и касательный к окружности в точке A , выходил из линзы под углом $\psi_0 = \pi/2$ к нормали в точке B . В этом случае $h = \sin(\pi/2) = 1$, и можно записать условие для касательного луча

$$\pi/2 - \alpha_0 + 2W(1) + \varphi(\pi/2) \leq \pi,$$

где $\alpha_0 = \arcsin(1/f)$.

Последнее неравенство можно представить в виде

$$\int_a^1 \frac{\sqrt{Z'(r)^2 + 1}dr}{r\sqrt{N^2(r)r^2 - 1}} \leq \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{1}{f_0} - \frac{1}{2} \varphi\left(\frac{\pi}{2}\right), \quad (5)$$

где предполагается, что $N(r)r > 1$ при $a < r \leq 1$.

Учитывая, что $h = \sin\psi$, $\theta = \psi - \alpha$, уравнение (2) приводится к виду

$$-\int_{r_{\min}}^a \frac{h}{r} \frac{l'(r)dr}{\sqrt{\rho^2(r) - h^2}} = F(h). \quad (6)$$

Здесь

$$F(h) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin h + \frac{1}{2} \arcsin \frac{h}{f} - \frac{\varphi(\psi)}{2} - W(h),$$

$$0 \leq h \leq A,$$

где $A = n(a)a = \sin\psi_0$, $n(a)$ – значение коэффициента преломления с внутренней стороны линзы после оболочки и может отличаться от значения $n(a)$ в оболочке. При полном использовании апертуры линзы $\psi_0 = \pi/2$ и $A = 1$, а при неполном использовании апертуры $\psi_0 < \pi/2$ и $A < 1$.

Предполагая, что $\rho(r) = n(r)r$ монотонно возрастает при $0 \leq r \leq a$, заменим переменную интегрирования в (6) на ρ . В результате получим

$$-\int_h^A \frac{h}{r(\rho)} \frac{l'(\rho)d\rho}{\sqrt{\rho^2 - h^2}} = F(h).$$

Разделив обе части последнего уравнения на $\sqrt{h^2 - \rho^2}$, интегрируя их по h от ρ до A и меняя порядок интегрирования в левой части, получаем

$$-\int_{\rho}^A \frac{l'(\rho)d\rho}{r(\rho)} = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^A \frac{F(h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}}.$$

Возвращаясь в левой части к переменной интегрирования r и проводя интегрирование правой части, имеем

$$-\int_r^1 \frac{l'(r)dr}{r} = \ln \left[A + \sqrt{A^2 - \rho^2} \right] - \ln(\rho) +$$

$$+ q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{f}{A}\right) - q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A}\right) + Q(\rho) - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^A \frac{\varphi(\psi)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}}, \quad (7)$$

где $\psi = \arcsin h$,

$$q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{t}{A}\right) = \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^A \frac{\arcsin(h/t)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh, \quad Q(\rho) = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^A \frac{W(h)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh.$$

Дифференцируя уравнение (7) по r , получаем

$$l'(r) = r \frac{d\rho}{dr} \frac{d}{d\rho} \left[\ln \left[A + \sqrt{A^2 - \rho^2} \right] - \ln(\rho) + \right.$$

$$\left. + q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{f}{A}\right) - q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A}\right) + Q(\rho) - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^A \frac{\varphi(h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} \right]. \quad (8)$$

Уравнение профиля геодезической линзы имеет вид

$$z(r) = \int_0^r \sqrt{l'(r)^2 - 1} dr, \quad 0 \leq r \leq a, \quad (9)$$

где $l'(r)$ определяется формулой (8).

Из формулы (9) следует условие существования решения

$$|l'(r)| \geq 1, \quad \text{при } 0 \leq r \leq a.$$

Следует отметить, что в отличие от решения в [17] это условие не требует стремления коэффициента преломления на краю линзы к единице и дополнительных условий для закона изменения первой и второй производных коэффициента преломления в этой точке.

В случае, когда образующая перехода – кусочно-линейная функция: $z = z_{i-1} + C_i(r - r_{i-1})$, $r_i \leq r \leq r_{i-1}$, $i = 1, \dots, N$, $a = r_N$, n_i – коэффициенты преломления на каждом участке перехода, выражение для $W(h)$ в (4) принимает вид

$$W(h) = \sum_{i=1}^N k_i \left(\arcsin \frac{h}{n_i r_i} - \arcsin \frac{h}{n_i r_{i-1}} \right),$$

$$k_i = \sqrt{1 + C_i^2}.$$

В этом случае

$$Q(\rho) = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^A \frac{W(h)dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} =$$

$$= 2 \sum_{i=1}^N k_i \left(q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_{i-1}}{A}\right) - q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_i}{A}\right) \right).$$

Из формулы (8) следует

$$\begin{aligned}
 l'(r) = & r \frac{d\rho}{dr} \frac{d}{d\rho} \left[\ln \left[A + \sqrt{A^2 - \rho^2} \right] - \ln(\rho) + \right. \\
 & + q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{f}{A}\right) - q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A}\right) + 2 \sum_{i=1}^N k_i \left(q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_{i-1}}{A}\right) - \right. \\
 & \left. - q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{n_i r_i}{A}\right) \right) - \frac{1}{\pi \rho} \int_{\rho}^A \frac{\varphi(h) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} \left. \right] = \frac{1}{\pi n(r)} \frac{d\rho}{dr} \times \\
 & \times \left[- \frac{\pi n(r)^2 r^2}{2 \sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2} \left(A + \sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2} \right)} - \right. \\
 & - \pi + \arcsin \left(\frac{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}}{\sqrt{f_0^2 - n(r)^2 r^2}} \right) - \frac{\arcsin(A/f_0)}{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}} + (10) \\
 & + 2 \sum_{i=1}^N k_i \left(\arcsin \left(\frac{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}}{\sqrt{n_i^2 r_{i-1}^2 - n(r)^2 r^2}} \right) - \right. \\
 & \left. - \frac{\arcsin(A/n_i^2 r_{i-1}^2)}{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}} - \right. \\
 & \left. - \arcsin \left(\frac{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}}{\sqrt{n_i^2 r_i^2 - n(r)^2 r^2}} \right) + \frac{\arcsin(A/n_i^2 r_i^2)}{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}} \right) \left. \right] - \\
 & - \frac{r \rho}{\pi} \frac{d\rho}{dr} \left[\frac{-\varphi(A)}{A \sqrt{A^2 - \rho^2}} + \int_{\rho}^A \frac{\varphi'(h) h - \varphi(h)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh \right].
 \end{aligned}$$

При выводе были использованы следующие формулы:

$$\begin{aligned}
 \frac{dq(\rho, f)}{d\rho} = & \frac{1}{\pi \rho} \left[\arcsin \frac{\sqrt{1 - \rho^2}}{\sqrt{f^2 - \rho^2}} - \frac{\arcsin(1/f)}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right], \\
 q(\rho, f) = & \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^f \frac{\arcsin(h/f)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh, \\
 \frac{d}{d\rho} \int_{\rho}^A \frac{\varphi(h) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} = & \\
 = \rho \left[\frac{-\varphi(A)}{A \sqrt{A^2 - \rho^2}} + \int_{\rho}^A \frac{\varphi'(h) h - \varphi(h)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh \right].
 \end{aligned}$$

Рассмотрим частные случаи.

1. На выходе линзы – плоский фронт.

В этом случае $\varphi = \psi = \arcsin(h)$ и формула (10) упрощается:

$$\begin{aligned}
 l'(r) = & \frac{1}{\pi n(r)} \frac{d[n(r)r]}{dr} \left[-\pi + \arcsin \left(\frac{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}}{\sqrt{f_0^2 - n(r)^2 r^2}} \right) - \right. \\
 & - \frac{\arcsin(A/f_0)}{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}} + 2 \sum_{i=1}^N k_i \left(\arcsin \left(\frac{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}}{\sqrt{n_i^2 r_{i-1}^2 - n(r)^2 r^2}} \right) - \right. \\
 & \left. - \frac{\arcsin(A/n_i^2 r_{i-1}^2)}{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}} - \right. \\
 & \left. - \arcsin \left(\frac{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}}{\sqrt{n_i^2 r_i^2 - n(r)^2 r^2}} \right) + \frac{\arcsin(A/n_i^2 r_i^2)}{\sqrt{A^2 - n(r)^2 r^2}} \right) \left. \right].
 \end{aligned}$$

2. Столообразная форма диаграммы направленности.

Закон сохранения энергии для лучевой трубки имеет вид

$$P(\alpha) d\alpha = D(\beta) d\beta, \quad (11)$$

где $\beta = \varphi - \psi$, $\varphi = \psi + \beta(\psi)$ (см. рис. 2), $P(\alpha)$ – диаграмма направленности (ДН) (по мощности) облучателя, а $D(\beta)$ – заданная ДН (по мощности) линзовой антенны.

Рассмотрим частный случай столообразной ДН:

$$D(\beta) = \begin{cases} D_0, & |\beta| < \beta_0, \\ 0, & |\beta| \geq \beta_0. \end{cases}$$

В этом случае из уравнения (11) получаем

$$\begin{aligned}
 \beta = & \frac{1}{D_0} \int_0^{\alpha} P(\alpha) d\alpha, \\
 \alpha = & \arcsin(h/f_0),
 \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned}
 D_0 = & \frac{1}{\beta_0} \int_0^{\alpha_0} P(\alpha) d\alpha, \\
 \alpha_0 = & \arcsin(1/f_0).
 \end{aligned}$$

Учитывая выражение для ДН моды H_{10} из открытого конца волновода [18]

$$P(\alpha) = \frac{\exp(\pi \gamma \cos \alpha) \cos(\pi \gamma \sin \alpha)}{1 - 4 \gamma^2 \sin^2 \alpha} \cos^2 \frac{\alpha}{2},$$

где $\gamma = d/\lambda$ (d – размер широкой стенки волновода) и подставляя $P(\alpha)$ в выражение (12), находим угол $\varphi = \psi + \beta$:

$$\begin{aligned}
 \varphi(h) = & \arcsin(h) + \\
 & + \frac{1}{D_0} \int_0^{\alpha} \frac{\exp(\pi \gamma \cos \alpha) \cos(\pi \gamma \sin \alpha)}{1 - 4 \gamma^2 \sin^2 \alpha} \times \\
 & \times \cos^2 \frac{\alpha}{2} d\alpha = \arcsin h + \\
 & + \frac{1}{D_0} \int_0^h \frac{\exp(\pi \gamma \cos(\arcsin(h/f_0))) \cos(\pi \gamma h/f_0)}{(1 - 4 \gamma^2 h^2/f_0^2) \sqrt{f_0^2 - h^2}} \times \\
 & \times \cos^2 \frac{\arcsin(h/f_0)}{2} dh.
 \end{aligned} \quad (13)$$

Найденное выражение для $\varphi(h)$ подставляем в формулу (9) и находим профиль линзы по формуле (10).

В случае $n(r) = 1$ найденное решение переходит в решение для металлической геодезической линзы [15], а в случае

$$n(\rho) = \frac{1}{a} \exp(T), \quad r(\rho) = \frac{\rho}{n(\rho)}, \quad 0 \leq \rho \leq A,$$

где $A = 1$ и

$$T = \ln \left[A + \sqrt{A^2 - \rho^2} \right] - \ln(\rho) + q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{f}{A} \right) - q \left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A} \right) + Q(\rho) - \frac{1}{\pi \rho} \int_{\rho}^A \frac{\varphi(h) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}},$$

из формулы (8) следует $l'(r) = -1$ и найденное решение переходит в общее решение для планарной диэлектрической линзы с центральной симметрией [10].

2. АНАЛИЗ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЛИНЗ

Исследуем три варианта геодезической линзой антенны диаметром 100 мм, толщиной 3.4 мм с кусочно-линейным профилем плавного перехода, заполненным кусочно-однородным диэлектриком.

Вариант 1. Линзовая антенна с однородным диэлектрическим заполнением и фокусным расстоянием $f = 110$ мм, формирующая на выходе плоский фронт. Профиль геодезической линзы, найденный по формулам (9), (10), и заданная зависимость от радиуса коэффициента преломления диэлектрика в линзе и переходе показаны на рис. 3а.

Вариант 2. Линзовая антенна с квадратичным законом изменения коэффициента преломления $n(r) = n_0 - mr^2$ и фокусом на поверхности, формирующая на выходе плоский фронт. Коэффициент $m = (n_0 - 1/r_N)/r_N^2$ выбран из условия $n(r_N) = 1/r_N$. Для реализации зависимости $n(r)$ от радиуса используем диэлектрическое заполнение линзы в виде набора колец переменной толщины, предложенное в [19] для реализации планарной линзы Люнебурга и исследованное в [20]. Для нахождения соответствующего закона изменения коэффициента заполнения $c(r)$, равного отношению толщины кольца к периоду, используем приближенное выражение для компонент тензора эквивалентной диэлектрической проницаемости [21], из которого нетрудно получить

$$c(r) = c_0(r) + \frac{(k_0 d)^2 c_0(r)^2 (1 - c_0(r))^2 (\epsilon_\partial - \epsilon_0)}{12},$$

где $c_0(r) = \frac{\epsilon(r) - \epsilon_0}{\epsilon_\partial - \epsilon_0}$, ϵ_∂ — диэлектрическая проницаемость материала кольца, $\epsilon_0 = 1$, $\epsilon(r) = n^2(r)$.

Профиль геодезической линзы, найденный по формулам (9), (10), и заданная зависимость коэффициента преломления диэлектрика в линзе и переходе от радиуса показаны на рис. 3б. Как видно из рисунка, высота линзы с градиентным диэлектриком существенно ниже, чем с однородным.

Вариант 3. Линза с однородным диэлектрическим заполнением, фокусом на поверхности, формирующая столообразную диаграмму направленности (ДН). Профиль геодезической линзы, найденный по формулам (9), (10), и заданная зависимость от радиуса коэффициента преломления диэлектрика в линзе и переходе показаны на рис. 3в.

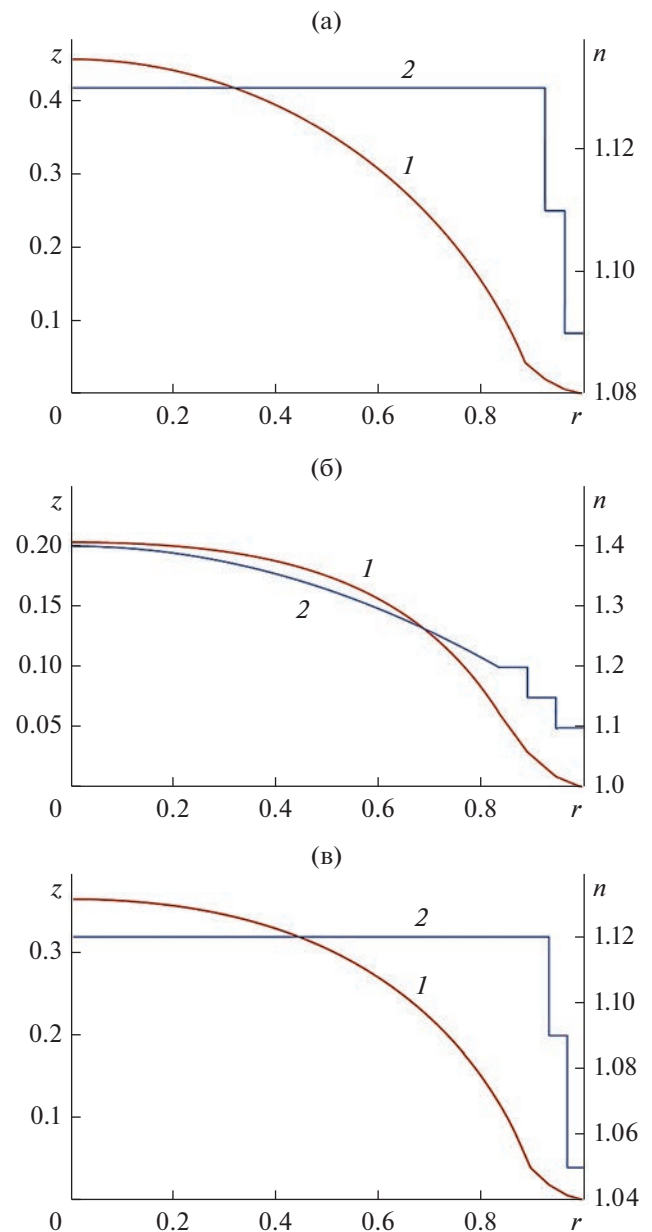


Рис. 3. Профиль линзы (1) и зависимость коэффициента преломления от радиуса (2): а — линза с однородным диэлектриком и плоским выходным фронтом, б — линза с градиентным диэлектриком и плоским выходным фронтом, в — линза с однородным диэлектриком и столообразной диаграммой направленности.

ности (ДН). Профиль геодезической линзы, найденный по формулам (9), (10), и заданная зависимость от радиуса коэффициента преломления диэлектрика в линзе и переходе показаны на рис. 3в.

Все варианты геодезической металло-диэлектрической линзы исследованы путем численного эксперимента методом конечных элементов в программной среде Ansys HFSS. Линзовая антенна с

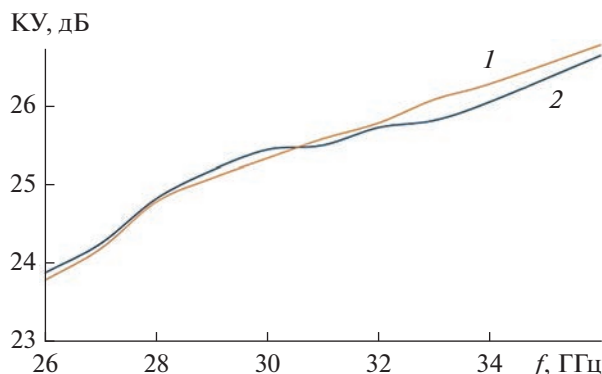


Рис. 4. Зависимость коэффициента усиления от частоты геодезической линзовой антенны с однородным (1) и градиентным (2) диэлектриком.

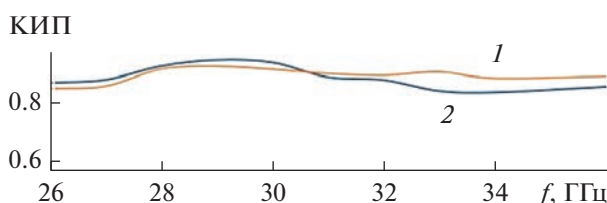


Рис. 5. Зависимость величины КИП от частоты геодезической линзовой антенны с однородным (1) и градиентным (2) диэлектриком.

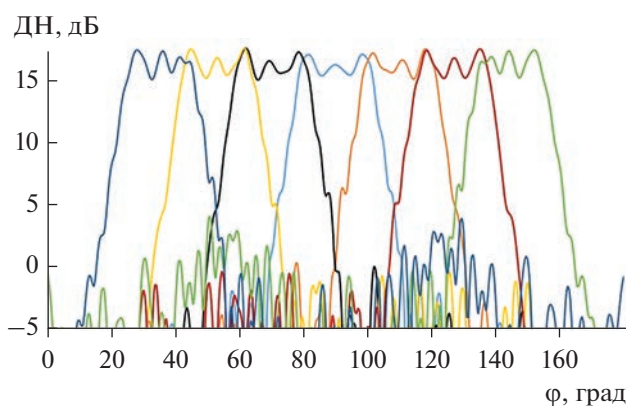


Рис. 6. Диаграммы направленности лучей геодезической линзовой антенны со столообразной формой диаграммой направленности.

однородным диэлектрическим заполнением и плоским выходным фронтом возбуждалась Н-секториальным рупором с сечением 83.3×3.4 мм, а линзовые антенны с градиентным диэлектриком и столообразной формой ДН — открытым концом прямоугольного волновода с сечением 7.2×3.4 мм. Выход линзы через плавный переход соединен с планарным волноводом, который заканчивается

Е-секториальным рупором (см. рис. 1) с сечением 100×3.4 мм.

Результаты моделирования частотной зависимости коэффициента усиления линз с плоским выходным фронтом показаны на рис. 4. Соответствующие частотные зависимости величины коэффициента использования поверхности (КИП) приведены на рис. 5. Высокие значения этой величины подтверждают полное использование апертуры металло-диэлектрической антенны, в том числе и в случае заполнения линзы однородным диэлектриком с относительно небольшим коэффициентом преломления.

На рис. 6 приведены ДН многолучевой линзовой антенны с однородным диэлектрическим заполнением и столообразной формой лучей, которая обеспечивает пересечение соседних лучей на уровне около -1 дБ относительно максимального, а лучей через один — на уровне -12 дБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Полученное решение задачи синтеза геодезической металло-диэлектрической линзы с центральной симметрией и плавным переходом к планарному волноводу обеспечивает полное использование апертуры.
2. Полученное решение позволяет синтезировать диаграммы направленности лучей специальной формы.
3. В частных случаях полученное общее решение переходит в известные.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hong W., Jiang Z.H., Yu Ch. et al. // IEEE Trans. 2017. V. AP-65. № 12. P. 6231.
2. Quevedo-Teruel O., Ebrahimpouri M., Ghasemifard F. // IEEE Commun. Magazine. 2018. V. 56. № 7. P. 36.
3. Numan A.B., Frigon J.-F., Laurin J.-J. // IEEE Trans. 2018. V. AP-66. № 10. P. 5614.
4. Quevedo-Teruel O., Ebrahimpouri M., Kehn M.N. // IEEE Antennas Wireless Propagation Lett. 2016. V. 15. P. 484.
5. Diallo C.D., Girard E., Legay H., Sauleau R. // Proc. 11th Europ. Conf. Antennas and Propagation (EUCAP). Paris. 19–24 Mar. 2017. N.Y.: IEEE, 2017. P. 1401.
6. Quevedo-Teruel O., Miao J., Mattsson M. et al. // IEEE Antennas Wireless Propagation Lett. 2018. V. 17. № 9. P. 1588.

7. *Bantavis P., Gonzalez C.G., Sauleau R. et al.* // Opt. Express. 2020. V. 28. № 10. P. 14648.
8. *Chou H.-T., Chang Y.-S., Huang H.-J. et al.* // IEEE Access. 2019. V. 7. P. 182974.
9. *Chou H.-T., Chang Y.-S., Huang H.-J. et al.* // IEEE Access. 2020. V. 8. P. 79124.
10. *Венецкий А.С., Калошин В.А., Чан Т.Т.* // РЭ. 2022. Т. 67. № 8. С. 754.
11. *Liao Q., Fonseca N.J.G., Quevedo-Teruel O.* // IEEE Trans. 2018. V. AP-66. № 12. P. 7383.
12. *Fonseca N.J.G., Liao Q., Quevedo-Teruel O.* // IEEE Trans. 2020. V. AP-68. № 5. P. 3410.
13. *Fonseca N.J.G., Liao Q., Quevedo-Teruel O.* // IET Microwave Antennas Propagat. 2021. V. 15. № 2. P. 123.
14. *Fonseca N.J.G.* // Rev. of Electromagnetics. 2022. V. 1. № 1. Article No. 21008.
15. *Венецкий А.С., Калошин В.А., Чан Т.Т.* // РЭ. 2022. Т. 67. № 5. С. 447.
16. *Orgeira O., León G., Fonseca N.J.G., Quevedo-Teruel O.* // IEEE Trans. 2022. V. AP-70. № 5. P. 3320.
17. *Sochacki J.* // J. Modern Optics. 1988. V. 35. № 6. P. 891.
18. *Вайнштейн Л.А.* Теория диффракции и метод факторизации. М.: Сов. радио, 1966.
19. *Калошин В.А.* Дис. ... док. физ.-мат. наук. М.: ИРЭ АН СССР, 1989. 250 с.
20. *Ахияров В.В., Калошин В.А., Никитин Е.А.* // Журн. радиоэлектроники. 2014. № 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan14/18/text.pdf>.
21. *Калошин В.А., Стоянов С.В.* // РЭ. 1989. Т. 35. № 12. С. 2640.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 543.429.22

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА СВЯЗИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЛИНИИ ТЦАЛЛИАНОВОЙ ФОРМЫ

© 2023 г. Л. В. Менделевич^а, Ю. А. Кокшаров^{а, б, с, *}^аФизический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова,
Ленинские горы, дом 1, стр. 2, Москва, 119234 Российская Федерация^бИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, корп. 7, Москва, 125009 Российская Федерация^сУниверситет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, Шэньчжэнь, 518172 Китай

*E-mail: yak@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 27.04.2022 г.

После доработки 06.07.2022 г.

Принята к публикации 23.07.2022 г.

Получена точная аналитическая формула, связывающая экспериментальные и теоретические параметры спектральной линии, описываемой функцией Тцаллиса, включающей, как частные случаи, гауссиан, лорентциан, промежуточные между ними формы линии, а также суперлорентциан. Исследована процедура численного расчета теоретических параметров формы линии на примере спектров электронного парамагнитного резонанса. Рассмотрено влияние на точность определения теоретических параметров тцаллиана осложняющих экспериментальных факторов, таких как шум и дискретность оцифровки аналоговых сигналов. Показано, что предложенный метод определения теоретических параметров спектральной линии не уступает в точности методу минимизации функционала среднеквадратичной ошибки. Предсказано, что новый подход может быть использован как альтернатива уже известным методам анализа формы спектральной линии.

DOI: 10.31857/S0033849423050145, EDN: UIJYHF

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Анализ формы спектральной линии во многих случаях позволяет получать информацию об особенностях резонансных центров, их взаимодействия друг с другом и с окружением [1]. Далее будем говорить о спектрах электронного парамагнитного резонанса (ЭПР), хотя предлагаемый метод анализа формы линии применим к любому разделу спектроскопии. Теория ЭПР [1] предсказывает две основные формы линии симметричных синглетных линий ЭПР — лорентцеву и гауссову. Линии ЭПР лорентцевой формы называют однородно уширенными, так как предполагается, что все резонансные центры находятся в эквивалентных условиях (в частности, в практически одинаковом локальном магнитном внешнем поле) [2]. Линии ЭПР гауссовой формы называют неоднородно уширенными, предполагая, к примеру, что разброс резонансных полей линий резонансных центров вызван случайными факторами: значительными диполь-дипольными локальными магнитными полями соседей, дефектами структуры и другими причинами, приводящими к неэквивалентности отдельных резонансных центров [3]. Однако во

многих случаях форма синглетной линии ЭПР отличается как от лорентциана, так и от гауссиана [1]. В литературе известны разные подходы к описанию такой “промежуточной” формы линии различной степени сложности [4–9].

Наиболее общим методом определения параметров неизвестного спектра ЭПР является разновидность “метода наименьших квадратов” — метод минимизации функционала ошибки (МФО) [10]. Сущность метода такова. Задается пробный спектр $F_T(H)$ с параметрами $a^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, p$ и сравнивается с экспериментальным спектром $F_\Sigma(H)$:

$$\min(a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(p)}) = \int_{-\infty}^{\infty} [F_\Sigma(H) - F_T(H)]^2 dH. \quad (1)$$

Параметры $a^{(i)}$ теоретического спектра $F_T(H)$ варьируются, чтобы минимизировать функционал ошибки $\min(a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(p)})$. К недостаткам метода МФО можно отнести возможность попадания в локальный, а не абсолютный минимум функции (1), например, при неудачном выборе начальных значений параметров $a^{(i)}$.

Широко распространенным методом анализа формы линии ЭПР долгое время являлся также метод линейных анаморфоз, заключающийся в том, что спектральную линию “спрямляют” в некоторой специальной системе координат [10]. Например, линия Лорентца при известных значениях центра линии B_0 и ее полуширины G “спрямляется” в координатах $\sqrt{(B_0 - B)/F'(B - B_0)}$ и $(B - B_0)^2$:

$$y = \sqrt{\frac{B_0 - B}{F'(B - B_0)}} = \sqrt{\frac{1}{2G^2 Y_{\max}}} (G^2 + (B - B_0)^2) = a + b(B - B_0)^2. \quad (2)$$

В настоящее время метод анаморфоз применяется редко, так как может быть использован, если только известен способ “спрямления”. Кроме того, он не имеет принципиальных преимуществ в сравнении с методом МФО.

Форму линии ЭПР можно анализировать также методом моментов [9]. По определению, момент n -го порядка спектральной линии ЭПР $F(B)$ рассчитывается по формуле

$$M_n = \int_{-\infty}^{\infty} F(B - B_0)(B - B_0)^n dB. \quad (3)$$

Нечетные моменты симметричной линии ЭПР равны нулю. Для определения формы линии можно использовать, например, отношение четвертого момента ко второму. Однако это отношение зависит не только от формы линии, но и от ширины диапазона магнитного поля, в пределах которого зарегистрирован спектр ЭПР (реальные пределы интегрирования отличаются от теоретических в формуле (3)).

Ранее было предложено анализировать форму линий спектров ЭПР функциями Тцаллиса (тцаллиан) [8]. Изменяя параметр q тцаллиана, можно плавно изменять форму линии: получить симметричные линии ЭПР гауссовой ($q = 1$) и лорентцевой формы ($q = 2$), линии с формой, промежуточной между гауссовой и лорентцевой ($1 < q < 2$), а также так называемые суперлорентцианы с $q > 2$, обнаруживаемые в последнее время в различных видах магнитно-резонансной спектроскопии [11–14].

Метод линейных анаморфоз и метод моментов не очень удобны для анализа экспериментальной спектральной линии с формой тцаллиана. Первый метод требует для линеаризации знания двух параметров, q и G , а не одного G , как в случае лорентциана. Для лорентциана параметр G однозначно находится с помощью измерения ширины линии ΔB_{pp} (peak-to-peak – этот термин в спектроскопии ЭПР указывает на способ измерения физической величины: от одного пика (максимума) до другого (минимума)). Для тцаллиана ши-

рина линии зависит как от q , так и от G . Поэтому, измерив только ширину линии, нельзя найти оба параметра q и G . Метод моментов для тцаллиана имеет ограниченное применение, так как второй и четвертый моменты перестают существовать при $q > 5/3$ и $q > 7/3$ соответственно [8]. Наиболее универсален описанный выше метод МФО, при котором минимизируется сумма квадратов отклонений теоретических и экспериментальных точек. Однако и у него есть недостатки. Так, в работе [8] был использован метод МФО для анализа экспериментального спектра Gd^{3+} , представляющего собой семь отдельных линий тонкой структуры. Наименьшее значение функции ошибки (1) в работе [8] достигалось при $q = 2.3$. Однако из-за пологости минимума этой функции осталось неясным, с чем связано полученное значение $q > 2$: с недостаточной точностью метода МФО или с истинной природой резонансной линии. Для таких случаев желательно иметь альтернативный методу МФО способ определения параметров симулирующего тцаллиана.

Такой способ предлагается в данной статье. Он основан на использовании точной аналитической формулы, вывод которой приведен в следующем разделе.

2. ОПИСАНИЕ НОВОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛИНИИ ТЦАЛЛИАНОВОЙ ФОРМЫ

Цель метода – используя непосредственно измеряемые параметры экспериментального спектра ЭПР A_{pp} , ΔB_{pp} , B_0 , B_1 (см. рис. 1), а также интегральную характеристику экспериментального спектра, определить параметры тцаллиана, описывающего этот спектр. На рис. 1 используются обозначения: A_{pp} – “peak-to-peak” амплитуда, ΔB_{pp} – “peak-to-peak” ширина, B_0 – резонансное поле, B_1 – начальное значение магнитного поля при записи спектра. Число точек N_p в спектре на рис. 1 равно 4000, интервал между точками dB равен 0.0061 Гс.

Запишем основные формулы для функции Тцаллиса Y и ее производных. С учетом особенностей спектроскопии ЭПР удобно в качестве аргумента использовать величину внешнего магнитного поля B :

$$Y = Y_{\max}(1 + bx^2)^a, \quad (4)$$

где

$$a = -\frac{1}{(q-1)}, \quad (5)$$

$$x = \frac{(B - B_0)}{G}, \quad (6)$$

$$b = 2^{q-1} - 1. \quad (7)$$

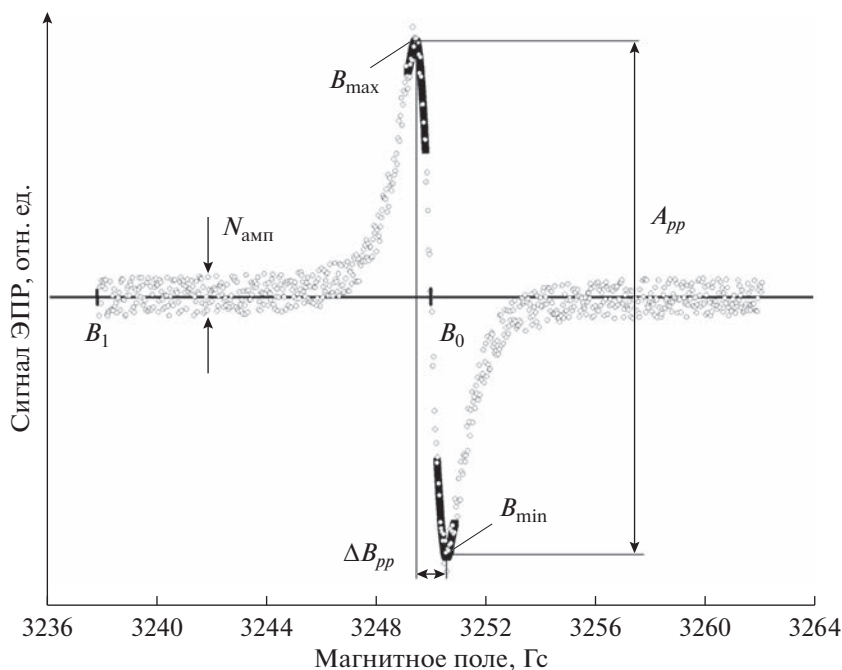


Рис. 1. Симулированный зашумленный спектр ЭПР (светлые символы); темные линии — полиномы, сглаживающие спектр вблизи экстремумов. Спектр без шума имеет форму тцаллиана с параметрами $G = 1.0$, $q = 2.0$, $B_0 = 3250.0$. Амплитуда шума равна $N_{амп} = A_{pp}/10$. Экспериментально определяемые параметры спектра: A_{pp} , ΔB_{pp} , B_0 , B_1 . Способы измерения ΔB_{pp} , A_{pp} и $N_{амп}$ показаны стрелками.

Величины Y_{max} , B_0 , q , G являются параметрами тцаллиана [8]. Центр линии B_0 определяется из экспериментального спектра (в предположении его симметричности) как полусумма полей его максимума и минимума. Нахождение параметров Y_{max} , q , G требует более сложной процедуры.

Первая производная функции (4) записывается в виде

$$Y_1(B) = \frac{dY}{dB} = \frac{1}{G} \frac{dY}{dx} = \frac{1}{G} (2abxY_{max})(1 + bx^2)^{a-1}. \quad (8)$$

Вторая производная функции (4) имеет вид

$$Y_2(B) = \frac{dY_1}{dB} = \frac{d^2Y}{d^2B} = \frac{1}{G^2} (2abY_{max})(1 + x^2b(2a-1))(1 + bx^2)^{a-2}. \quad (9)$$

Используя экспериментальный спектр ЭПР, можно вычислить интеграл:

$$I_{10} = \int_{B_1}^{B_0} Y_1(B) dB, \quad (10)$$

где пределы интегрирования B_1 и B_0 — начало и середина спектра (см. рис. 1).

Так как

$$Y_{max} = Y(B_0) = \int_{-\infty}^{B_0} Y_1(B) dB, \quad (11)$$

то можно записать соотношение

$$Y_{max} = Y_{max}(1 + bx_1^2)^a + I_{10}, \quad (12)$$

где

$$x_1 = \frac{(B_1 - B_0)}{G}. \quad (13)$$

Положение экстремумов $Y_1(B)$ задается условием $Y_2(B) = 0$. Из (9) находим относительное (нормированное на G) смещение положительного пика $Y_1(B)$ относительно B_0 (см. (6)):

$$x_0 = -\frac{1}{(b(1-2a))^{1/2}}. \quad (14)$$

Отметим, что из симметричности тцаллиана следует

$$2x_0 = -\frac{\Delta B_{pp}}{G}. \quad (15)$$

Из (8) можно получить

$$A_{pp} = \frac{4}{G} (abx_0Y_{max})(1 + bx_0^2)^{a-1}. \quad (16)$$

Решая совместно (12) и (4) и учитывая (16), получаем основное уравнение нового метода

$$A_{pp} = \frac{8I_{10} \left[\frac{2q}{(q+1)} \right]^{\frac{q}{q-1}}}{\left((q+1)\Delta B_{pp} \left(1 - \left[1 + \gamma^2 \frac{(q-1)}{(q+1)} \right]^{\frac{1}{q-1}} \right) \right)}, \quad (17)$$

где

$$\gamma = \frac{x_1}{x_0} = -\frac{2(B_1 - B_0)}{\Delta B_{pp}}. \quad (18)$$

Напомним, что в (17) и (18) величины A_{pp} , ΔB_{pp} , I_{10} , B_1 , B_0 считаются известными (определены из экспериментального спектра). Незвестной величиной в (17) является q . Уравнение (17) нелинейное, но так как q изменяется в ограниченных пределах (обычно $1 < q < 3$), его легко решить численно, например, методом бисекции [16].

Вычислив с помощью (17) величину q , можно найти x_0 из (14), а затем из уравнения (15) вычислить полуширину тцаллиана:

$$G = -\frac{\Delta B_{pp}}{2x_0}. \quad (19)$$

Величина $Y_{\max}$ вычисляется с помощью уравнения (12)

$$Y_{\max} = \frac{I_{10}}{1 - (1 + bx_1^2)^{\frac{1}{q-1}}}. \quad (20)$$

Таким образом, уравнения (17)–(20) позволяют полностью решить задачу нахождения параметров симулирующего тцаллиана q , G , $Y_{\max}$, если известны параметры экспериментального спектра A_{pp} , ΔB_{pp} , I_{10} , B_1 , B_0 .

3. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ТОЧНОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЦАЛЛИАНА

Чтобы решить уравнение (17), необходимо с достаточной точностью определить параметры A_{pp} , ΔB_{pp} , I_{10} , B_1 , B_0 . Как показал проведенный нами анализ, на точность определения параметров ΔB_{pp} и A_{pp} существенно влияют следующие величины: количество точек в экспериментальном спектре, полученных в результате его оцифровки, дискретность оцифровки, амплитуда шума и ширина спектра (диапазон изменения магнитного поля при записи спектра). Чтобы минимизировать влияние этих факторов, мы сглаживали спектр вблизи экстремумов при помощи полиномов 4-й степени (темные участки на симулированном спектре ЭПР, приведенном на рис. 1).

Экстремумы этих полиномов заменяли экстремумы спектра, искаженные шумами и погрешностями оцифровки. Для нахождения коэффициентов полинома выбирали точку с номером i_0 , соответствующую экстремуму экспериментального спектра. В интервале $i_0 + N_{\text{сим}}$ рассчитывали коэффициенты полинома, обеспечивающие минимум суммы квадратов отклонения полинома от спектра для $2N_{\text{сим}} + 1$ точек. Задача нахождения этого минимума для полинома 4-й степени сводится к решению системы пяти линейных уравнений следующим образом.

Исходный полином имеет вид

$$y = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4. \quad (21)$$

В качестве x была взята разность

$$x = B - B_{\text{инт}}, \quad (22)$$

где $B_{\text{инт}}$ — аргумент при котором достигается максимум численно проинтегрированного экспериментального спектра. Интегрирование экспериментального спектра проводилось методом трапеции.

Введем обозначение N :

$$N = 2N_{\text{сим}} + 1. \quad (23)$$

Тогда квадратичная ошибка полинома равна

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N (c_0 + c_1x_i + c_2x_i^2 + c_3x_i^3 + c_4x_i^4 - y_i)^2, \quad (24)$$

где y_i — значения экспериментального спектра, а x_i — координаты этих точек. Чтобы минимизировать ошибку, возьмем частные производные функции (24) по параметрам c_k , $k = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ (k — показатель степени x_i^k и индекс у c_k):

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial c_k} = \sum_{i=1}^N 2x_i^k (c_0 + c_1x_i + c_2x_i^2 + c_3x_i^3 + c_4x_i^4 - y_i) = 0. \quad (25)$$

Преобразовав выражения (25), получим

$$c_0 \sum_{i=1}^N x_i^k + c_1 \sum_{i=1}^N x_i^{k+1} + c_2 \sum_{i=1}^N x_i^{k+2} + c_3 \sum_{i=1}^N x_i^{k+3} + c_4 \sum_{i=1}^N x_i^{k+4} = \sum_{i=1}^N y_i x_i^k. \quad (26)$$

Выражения (26) при $k = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ образуют систему пяти линейных уравнений.

Введем обозначения F_k и D_k :

$$\sum_{i=1}^N x_i^k = F_k, \quad \sum_{i=1}^N y_i x_i^k = D_k. \quad (27)$$

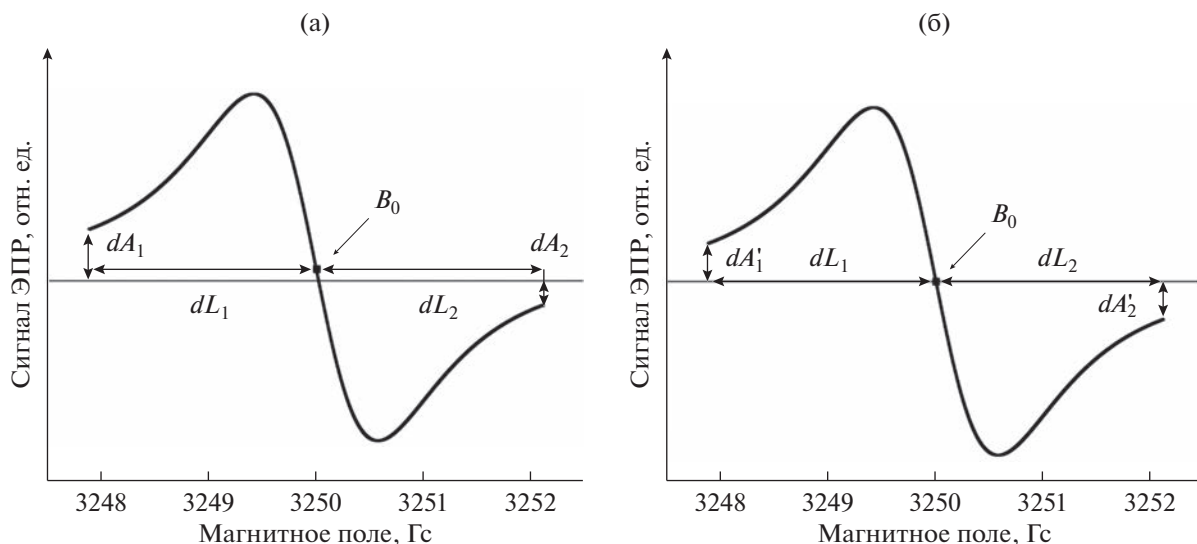


Рис. 2. Процедура вертикального сдвига (выбора нулевой линии) для спектра ЭПР: а – исходный спектр до сдвига, отступы от левого края dA_1 и от правого края dA_2 не равны, б – спектр после сдвига, вертикальный сдвиг спектра как целого приводится к виду, когда средние модули отступа dA_1' и dA_2' становятся равными; dL_1 и dL_2 – расстояние (в Гс) от середины спектра B_0 до его начала и конца соответственно.

Тогда система из уравнений (26) примет вид

$$F_k c_0 + F_{k+1} c_1 + F_{k+2} c_2 + F_{k+3} c_3 + F_{k+4} c_4 = D_k. \quad (28)$$

Проведенный нами анализ показал, что наилучший результат (минимальная погрешность в определении q с помощью (17)) достигается, если для решения системы (28) использовать метод Гаусса.

Параметры c_k из решения (28) подставляем в условие экстремума функции (21)

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{0.25c_1}{c_4} + \frac{0.5c_2}{c_4} x + \frac{0.75c_3}{c_4} x^2 + x^3 = 0. \quad (29)$$

Кубическое уравнение (29) может иметь один или три вещественных корня. В случае нескольких корней выбираем ближайший к точке с номером i_0 .

Так как для зашумленного спектра точка с номером i_0 не совпадает, вообще говоря, с экстремумом незашумленного спектра, процедура построения полинома повторяется с различными номерами центральной точки в некотором интервале вблизи i_0 . В итоге выбираем полином с наименьшей квадратичной ошибкой (темные линии на рис. 1); коэффициенты полиномов:

– для максимума $c_0 = 0.041$, $c_1 = -0.329$, $c_2 = 0.867$, $c_3 = 2.440$, $c_4 = 1.402$;

– для минимума $c_0 = -0.036$, $c_1 = -0.271$, $c_2 = -1.065$, $c_3 = 2.539$, $c_4 = -1.356$.

Для корректного определения параметров тцаллиана нужно учесть и другие возможные осложняющие факторы. Экспериментальный спектр может быть сдвинут вдоль вертикальной оси и поэтому

может не пересекать ось абсцисс в середине спектра (в точке B_0 , рис. 2). При этом спектр может быть зашумлен и иметь недостаточное количество точек для точного определения, места пересечения спектра и оси абсцисс. Поэтому параметр B_0 находим, как упоминалось выше, исходя из симметрии спектра по формуле

$$B_0 = \frac{B_{\max} + B_{\min}}{2}, \quad (30)$$

где $B_{\max}$ и $B_{\min}$ – максимум и минимум экспериментального спектра соответственно (см. рис. 1).

Для дальнейших операций спектр должен быть симметричен относительно горизонтальной оси, поэтому вертикальным сдвигом спектра как целого, отступ от нулевой линии делается одинаковым для правой и левой границ спектра. Для этого выбирается несколько симметричных относительно B_0 точек с правой и левой границ спектра, находится среднее значение их отклонения от нулевой линии и с учетом этого производится вертикальный сдвиг спектра (см. рис. 2).

После интегрирования симметризованного экспериментального спектра в пределах от B_1 до B_0 определяется значение интеграла I_{10} . Для интегрирования в данной работе был использован метод трапеции.

Так как экспериментальный спектр искажен шумом, то, как показали наши вычисления, для некоторых $N_{\text{сим}}$ аппроксимирующий экстремумы полином может иметь некорректную форму. Поэтому описанная выше процедура нахождения

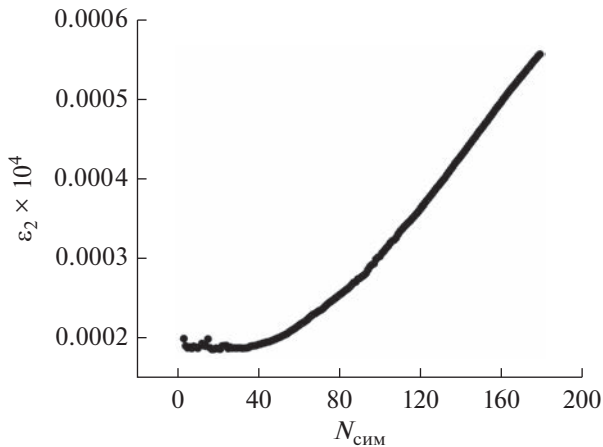
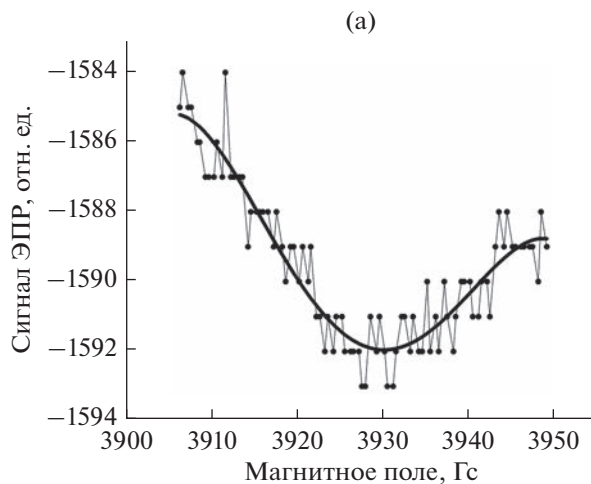


Рис. 3. Зависимость погрешности (ошибки) ε_2 от $N_{\text{сим}}$ симулированного спектра с экспериментальными параметрами $G = 1.0$, $q = 2.0$, $B_0 = 3250.0$. Минимальная ошибка достигается при $N_{\text{сим}} = 17$; соответствующий минимуму ошибки тцаллиан имеет параметры $q = 2.03$ и $G = 1.02$; значение ошибки в минимуме $\varepsilon_{2\text{min}} = 1.84 \times 10^{-4}$ равно.

параметров G , Y_{max} , B_0 , q проводится для нескольких значений $N_{\text{сим}}$ в интервале $[4, 180]$. Для каждого значения $N_{\text{сим}}$ по найденным параметрам строили теоретический спектр Y_{1t} и сравнивали с экспериментальным симметризованным Y_1 . Вычисляли ошибку по формуле

$$\varepsilon_2 = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_p} (Y_1(x_i) - Y_{1t}(x_i))^2}}{N_p}, \quad (31)$$



(N_p — количество точек в экспериментальном спектре) и выбирали тот $N_{\text{сим}}$ и соответствующий ему спектр Y_{1t} , для которого ошибка ε_2 минимальна (рис. 3).

Для повышения точности рассматриваемого метода в работе применяли также другие виды обработки экспериментальных спектров. При большой амплитуде шума мы анализировали “усредненный” экспериментальный спектр. Для усреднения использовали метод скользящего среднего и метод Савицкого–Голея. Оба метода показали примерно одинаковое влияние на повышение точности определения параметров тцаллиана.

Увеличение количества точек в оцифрованном экспериментальном спектре, как правило, повышает точность обсуждаемого метода. Однако дискретность оцифровки часто приводит к “горизонтально-линейчатому” виду слабых экспериментальных сигналов (рис. 4). Эта дискретность может ухудшать качество процедуры сглаживания экстремумов спектра полиномом (ср. рис. 4а и рис. 4б). При избыточном количестве экспериментальных точек шум приводит к заметному отклонению формы полинома от параболического вида, присущего экстремуму функции (рис. 4а). Если “проредить” спектр, убрав, например, каждую n -ю точку, форма полинома становится почти параболической (рис. 4б).

3. СРАВНЕНИЕ МЕТОДА МФО И НОВОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СПЕКТРА ЭПР ТЦАЛЛИАНОВОЙ ФОРМЫ

Мы провели сравнительное исследование по определению параметров зашумленного симули-

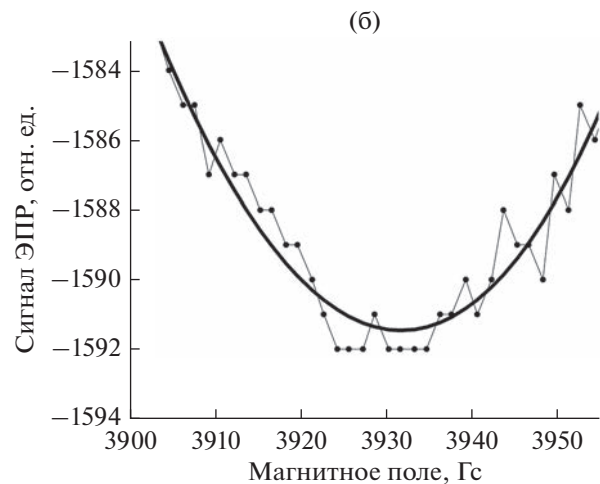


Рис. 4. Изменение формы сглаживающего полинома для спектра ЭПР с заметным проявлением дискретности оцифровки: а — исходный спектр, б — спектр после “прореживания” (из групп последовательных трех точек оставлена только первая точка); точки — эксперимент, сплошные линии — полином.

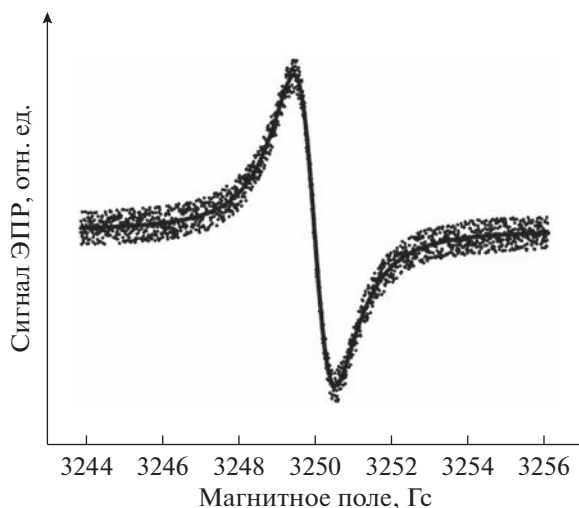


Рис. 5. Симулированный зашумленный спектр ЭПР, использованный для сравнения точности двух методов определения параметров тцаллиана: МФО и нового метода; параметры спектра: $q = 2.2$; $G = 1.0$; $B_0 = 3250.0$; отношение амплитуды спектра к амплитуде шума 10 : 1; символы — исходный спектр, линия — наложение двух визуально неразличимых симулирующих тцаллианов, построенных с использованием метода МФО и нового метода.

рованного спектра ЭПР методом МФО и с помощью метода, основанного на формуле (17). На рис. 5 представлен симулированный зашумленный тцаллиан с $q = 2.2$ (суперлорентциан) и $G = 1.0$. Параметры спектра, определенные с помощью метода МФО: $q_{\text{МФО}} = 2.211$; $G_{\text{МФО}} = 1.00$. Среднеквадратичная ошибка равна 6.407×10^{-4} . Новый метод дал значения $q = 2.191$ и $G = 1.003$ при среднеквадратичной ошибке 6.409×10^{-4} . Таким образом, параметры одного и того же спектра определены двумя методами при одинаковой среднеквадратичной ошибке.

Из представленных данных видно, что новый метод, при аккуратном использовании, не уступает в точности наиболее часто используемому методу МФО.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ формы спектральной линии — одна из актуальных и важных проблем для различных видов спектроскопии, от рентгеновского до радиодиапазона [17]. Новые подходы к этой проблеме, развитые вначале для одного спектрального диапазона, могут впоследствии оказаться полезными и для других. Функция Тцаллиса формы спектральной линии стала впервые использоваться в спектроскопии ЭПР [8]. Впоследствии она была успешно применена для описания спектров фер-

ромагнитного резонанса [12] и ядерного магнитного резонанса [18]. Однако, по нашему мнению, функция Тцаллиса недостаточно известна среди спектроскопистов и недооценена. Благодаря изменению параметра q тцаллиан может плавно изменять свою форму в широких пределах — от гауссиана до суперлорентциана. Это свойство может быть полезным для анализа сложных спектральных линий при их разложении на несколько компонент [19]. Такая ситуация часто возникает при исследовании наночастиц [19, 20] и других неоднородных систем. Важно то, что для тцаллиана существует относительно простая точная аналитическая формула. Это, в частности, позволило нам получить аналитическую формулу связи экспериментальных и теоретических параметров спектральной линии тцаллиановой формы, которую, как мы надеемся, можно будет использовать для быстрого и точного анализа экспериментальных спектров ЭПР. Отметим, что формула (17) непосредственно применима только для спектров ЭПР, имеющих вид производной сигнала поглощения. Для спектральных методов, в которых регистрируется сигнал поглощения, для использования формулы (17) необходимо предварительно получить производную сигнала.

Выражаем уверенность, что данная работа повысит внимание исследователей, занимающихся анализом формы спектральных линий (не обязательно в области ЭПР), к функции Тцаллиса, как удобному инструменту такого анализа.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Poole C.P., Farach H.A. // Bull. Magn. Resonance. 1980. V. 1. № 4. P. 162.
2. Bertrand P. Electron Paramagnetic Resonance Spectroscopy: Applications. Cham: Springer, 2020.
3. Electron Paramagnetic Resonance: a Practitioner's Toolkit / Eds. by M. Brustolon, G. Giamello. Hoboken Wiley, 2009.
4. Stoneham A.M. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1972. V. 5. № 3. P. 670.
5. Posener D.W. // Australian J. Phys. 1959. V. 12. № 4. P. 184.
6. Wertheim G.K., Butler M.A., West K.W., Buchanan D.N.E. // Rev. Sci. Instrum. 1974. V. 45. № 11. P. 1369.
7. Maltempo M.M. // J. Magn. Resonance. 1986. V. 68. P. 102.
8. Howarth D.F., Weil J.A., Zimpel Z. // J. Magn. Resonance. 2003. V. 161. P. 215.
9. Sebbi K.B., Walter E.D., Usselman R.J. et al. // J. Phys. Chem. B. 2011. V. 115. № 16. P. 4613.
10. Жидомиров Г.М., Лебедев Я.С., Добряков С.Н. и др. Интерпретация сложных спектров ЭПР. М.: Наука, 1975.

11. *Edmonds A.M., Newton M.E., Martineau P.M. et al.* // Phys. Rev. B. 2008. V. 77. № 24. Article No. 245205.
12. *Кокшаров Ю.А.* // ФТТ. 2015. Т. 57. № 10. С. 1960.
13. *Scott E., Drake M., Reimer J.A.* // J. Magn. Resonance. 2016. V. 264. P. 154.
14. *Стельмах В.Ф., Стригуцкий Л.В.* // Журн. прикладной спектроскопии. 1998. Т. 65. № 2. С. 224.
15. *Mitchell D.G., Quine R.W., Tseinlin M. et al.* // J. Phys. Chem. B. 2011. V. 115. № 24. P. 7986.
16. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы: Учеб. пособие для вузов. М.: Наука, 1989.
17. *Truong G.-W., Anstie J.D., May E.F. et al.* // Nature Commun. 2015. V. 6. Article No. 8345.
<https://doi.org/10.1038/ncomms9345>
18. *Ajoy A., Safvati B., Nazaryan N. et al.* // Nature Commun. 2019. V. 10. Article No. 5160.
<https://doi.org/10.1038/s41467-019-13042-3>
19. *Ивичева С.Е., Каргин Ю.Ф., Овченков Е.А. и др.* // ФТТ. 2011. Т. 53. № 6. С. 1053.
20. *Гуляев Ю.В., Черепенин В.А., Вдовин В.А. и др.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 10. С. 1051.
<https://doi.org/10.7868/S0033849415100034>

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391

РЕКУРРЕНТНАЯ ОЦЕНКА ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ФАЗ МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

© 2023 г. М. Л. Маслаков^{a, b, *}, В. В. Егоров^{a, b}^aРоссийский институт мощного радиостроения,

11-я линия В.О., 66, Санкт-Петербург, 199178 Российская Федерация

^bСанкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
ул. Большая Морская, 67, лит. А, Санкт-Петербург, 190000 Российская Федерация

*E-mail: maslakovml@gmail.com

Поступила в редакцию 13.09.2022 г.

После доработки 17.11.2022 г.

Принята к публикации 27.11.2022 г.

Рассмотрена задача построения эмпирической плотности распределения вероятности фаз сигнала с фазовой манипуляцией, а также методы непараметрического оценивания. Показан переход от метода аппроксимации с использованием базисных функций к методу оконных ядерных функций на базе гармонических функций. Представлены результаты численных экспериментов.

DOI: 10.31857/S0033849423050121, EDN: UHWMHT

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При передаче данных по нестационарным каналам связи со сложной сигнально-помеховой обстановкой в условиях многолучевого распространения и замираний, таких как, например, коротковолновый (КВ) канал, возникает важная задача статистического анализа принимаемых сигналов. Так, при использовании сигналов с фазовой модуляцией (ФМ) данная задача сводится к статистическому анализу фаз принимаемых символов. В этом случае анализируемая выборка представляет собой угловые измерения, рассматриваемые как точки на единичной окружности. Для анализа таких измерений применяют круговые или полярные распределения вероятности случайной величины [1, 2], рассматриваемые в диапазоне $[-\pi; \pi]$ или $[0; 2\pi]$.

Измеренные значения представляют собой оценки начальных фаз или разностей фаз комплексных огибающих элементарных символов принимаемого ФМ-сигнала. Таким образом, анализируемая выборка представляет собой

$$\varphi_n = \varphi_n + \zeta_n, \quad n = 0, \dots, N-1, \quad (1)$$

где N — количество символов или объем выборки, φ_n — истинные значения фаз передаваемого сигнала, ζ_n — ошибка измерения, связанная с аддитивным шумом и искажениями сигнала.

Одной из составляющих статистического анализа является задача получения эмпирических плот-

ностей распределения вероятностей фаз. Данная задача возникает при оценке вероятностных характеристик модулированных сигналов, оценке текущего состояния нестационарного радиоканала, а также для оценки отношения сигнал/шум [3–8].

Для решения этой задачи в работах [3, 4] был применен метод максимума правдоподобия (ММП). В этом случае модель плотности распределения вероятности фазы для сигнала с ФМ определяется выражением

$$W(\theta) = \sum_{m=0}^{M-1} p_m W_0\left(\theta - m \frac{2\pi}{M}\right), \quad \theta \in \{-\pi; \pi\}, \quad (2)$$

где p_m — вероятности или частоты символов, M — число позиций ФМ, $W_0(\theta)$ — плотность распределения вероятности фазы при отсутствии модуляции, т.е. централизованная плотность распределения.

Отметим, что при $m > 0$ происходит циклический сдвиг круговой плотности распределения на значение $m \frac{2\pi}{M}$.

Для сигналов с двоичной ФМ или BPSK-модуляцией, полагая вероятности равными $p_0 = p_1 = 0.5$, функционал правдоподобия имеет вид

$$L(\sigma) = \sum_{n=0}^{N-1} \lg \left[\frac{1}{2} W_0(\psi_n, \sigma) + \frac{1}{2} W_0(\psi_n - \pi, \sigma) \right]. \quad (3)$$

Построение эмпирической плотности распределения вероятностей фаз $\hat{W}(\theta)$, основано на получении оценки значения σ_0 , т.е.

$$\sigma_0 = \arg \left\{ \max_{\sigma > 0} L(\sigma) \right\}, \quad (4)$$

$$\hat{W}(\theta) = \frac{1}{2} W_0(\theta, \sigma_0) + \frac{1}{2} W_0(\theta - \pi, \sigma_0),$$

где σ — мера концентрации [2] или, другими словами, величина, обратная дисперсии случайной величины.

При этом в качестве плотности распределения вероятности $W_0(\theta)$ используют круговое нормальное распределение [9, с. 297] для когерентной ФМ или распределение Мизеса [1, 2] для относительной или дифференциальной ФМ.

Значительно реже для построения эмпирической плотности применяют метод гистограмм.

При этом указанные подходы имеют весьма существенные для ряда практических приложений недостатки. Так, объем анализируемой выборки, который может быть использован для построения плотности распределения вероятностей, в условиях нестационарного канала, характеризующегося быстрыми замираниями, не велик, что существенно ограничивает применение гистограммного метода [10]. При использовании ММП в случае передачи длительных сегментов одинаковых символов (бит), например нулей, требуется соответствующий учет вероятностей p_m , что на порядок увеличивает число вычислений, даже для выборки относительно небольшого объема.

Цель работы — построение эмпирической плотности распределения вероятностей фаз символов ФМ-сигналов в условиях небольшого объема выборки.

2. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА МЕТОДОМ АППРОКСИМАЦИИ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

В условиях малого объема анализируемой выборки наиболее целесообразным является применение методов непараметрического оценивания [10]. Весьма эффективным методом является метод аппроксимации с использованием базисных функций. В этом случае искомая плотность распределения вероятностей определяется выражением

$$W(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k f_k(\theta), \quad (5)$$

где c_k — коэффициенты ряда, $f_k(\theta)$ — ортогональные базисные функции.

В качестве функций $f_k(\theta)$ часто выбирают базисы Эрмита, Лежандра или Чебышева [10].

В рассматриваемой задаче, оцениваемая плотность распределения априори является периодической функцией, поэтому естественно использовать тригонометрический базис, раскладывая $W(\theta)$ в ряд Фурье [11, 12]. Тогда (5) перепишем в следующей форме [2, 13]:

$$W(\theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\theta) + b_k \sin(k\theta)), \quad (6)$$

где a_k, b_k — коэффициенты ряда Фурье.

Кроме того, в силу симметричности функции $W(\theta)$ коэффициенты

$$b_k \equiv 0, k \in [0; \infty) \quad (7)$$

и тогда выражение (6) упрощается к форме

$$W(\theta) = \frac{1}{2\pi} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\theta)) \right]. \quad (8)$$

Оценки коэффициентов a_k, b_k по имеющейся выборке (1) получают методом ортогональных разложений [14]:

$$\hat{a}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N \cos(k\psi_n), \quad \hat{b}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N \sin(k\psi_n). \quad (9)$$

В результате эмпирическая оценка плотности распределения вероятности фазы имеет вид

$$\hat{W}(\theta) = \frac{1}{2\pi} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^K (\hat{a}_k \cos(k\theta) + \hat{b}_k \sin(k\theta)) \right], \quad (10)$$

или при условии (7) —

$$\hat{W}(\theta) = \frac{1}{2\pi} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^K (\hat{a}_k \cos(k\theta)) \right], \quad (11)$$

где K — число коэффициентов Фурье.

3. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА МЕТОДОМ ОКОННЫХ ЯДЕРНЫХ ФУНКЦИЙ

Метод ядерных функций или метод Парзена [7, 15] представляется весьма эффективным для решения рассматриваемой задачи. Искомую оценку плотности распределения вероятностей по имеющейся выборке с учетом принятых в данной работе обозначений получают в виде

$$\hat{W}_h(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} V_h(\theta - \psi_n) = \frac{1}{Nh} \sum_{n=0}^{N-1} V\left(\frac{\theta - \psi_n}{h}\right), \quad (12)$$

где $V(\theta)$ — неотрицательная функция, называемая ядром, h — параметр сглаживания, $V_h(\theta)$ — взвешенное ядро.

Функцию $V(\theta)$ выбирают из некоторых априорных соображений. Так, в качестве ядра часто

выбирают ядро в виде гауссианы [16, 17]. В рамках рассматриваемой задачи логично применение функций кругового нормального распределения, или распределения Мизеса.

В данной работе предлагается более простая форма ядра на базе гармонических функций. Рассмотрим далее соответствующий вывод.

Подставим оценки коэффициентов (9) в выражение (10)

$$\hat{W}(\theta) = \frac{1}{2\pi} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \cos(k\psi_n) \cos(k\theta) + \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sin(k\psi_n) \sin(k\theta) \right) \right]. \quad (13)$$

Для упрощения дальнейших рассуждений перепишем (13) в форме

$$\hat{W}(\theta) = \frac{1}{2\pi} [1 + 2\hat{W}_{K,N}(\theta)] \quad (14)$$

и распишем далее подробно слагаемое $\hat{W}_{K,N}(\theta)$:

$$\begin{aligned} \hat{W}_{K,N}(\theta) &= \sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \cos(k\psi_n) \cos(k\theta) + \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sin(k\psi_n) \sin(k\theta) \right) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{1}{2} (\cos(k(\psi_n - \theta)) + \cos(k(\psi_n + \theta))) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (\cos(k(\psi_n - \theta)) - \cos(k(\psi_n + \theta))) \right\} = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=1}^K \cos(k(\psi_n - \theta)). \end{aligned} \quad (15)$$

Для конечной суммы косинусов известна (см. [13]) следующая формула:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \cos(\theta) + \cos(2\theta) + \dots + \cos(n\theta) &= \\ &= \frac{\sin\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)\theta\right)}{2\sin(\theta/2)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Обозначив выражение (16) как $V_1(\theta)$, распишем внутреннюю сумму в (15), тогда

$$\begin{aligned} V(\theta) &= \sum_{k=1}^K \cos(k\theta) = V_1(\theta) - \frac{1}{2} = \\ &= \frac{\sin\left(\left(K + \frac{1}{2}\right)\theta\right) - \sin(\theta/2)}{2\sin(\theta/2)}. \end{aligned} \quad (17)$$

В результате можно переписать (15) в следующем виде:

$$\hat{W}_{K,N}(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} V(\psi_n - \theta). \quad (18)$$

Тогда выражение для оценки плотности распределения вероятностей преобразуется к форме

$$\hat{W}(\theta) = \frac{1}{2\pi} \left[1 + 2 \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} V(\psi_n - \theta) \right]. \quad (19)$$

И окончательно введя параметр сглаживания по аналогии с (12), получим оценку плотности методом оконных ядерных функций с ядром (17) в виде

$$\begin{aligned} \hat{W}_h(\theta) &= \frac{1}{2\pi} \left[1 + 2 \frac{1}{Nh} \sum_{n=0}^{N-1} V\left(\frac{\psi_n - \theta}{h}\right) \right] = \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[1 + 2 \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} V_h(\psi_n - \theta) \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

4. РЕКУРРЕНТНАЯ ОЦЕНКА В НЕСТАЦИОНАРНОМ КАНАЛЕ

Как отмечалось ранее в случае нестационарного канала, для получения различных оценок, адекватно отражающих текущее состояние канала, приходится использовать выборки весьма ограниченного объема. Это же касается и рассматриваемой задачи оценки плотности распределения вероятности фаз принимаемого сигнала. Вообще говоря, объем анализируемой выборки связан с интервалом корреляции канала.

Допустим, что текущая оценка получена по выборке объема N методом оконных ядерных функций в соответствии с представленными в разд. 3 выкладками. Обозначим такую оценку как $\hat{W}_{h,N}(\theta)$.

Пусть получена оценка фазы очередного символа ψ_{N+1} . Тогда при дополнении выборки до $N + 1$ достаточно обновить (18) следующим образом:

$$\hat{W}_{K,N+1}(\theta) = \frac{N\hat{W}_{K,N}(\theta) + V(\psi_{N+1} - \theta)}{N + 1}. \quad (21)$$

То есть общий объем выборки увеличился на один элемент.

Вместе с тем при обновлении можно “двигаться” по выборке фаз символов окном размера N , тогда

$$\begin{aligned} \hat{W}_{K,N+1}(\theta) &= \hat{W}_{K,N}(\theta) + \\ &+ \frac{(V(\psi_{N+1} - \theta) - V(\psi_0 - \theta))}{N}. \end{aligned} \quad (22)$$

После чего необходимо подставить (21) или (22) в выражение (14). В результате нет необходимости проводить перерасчет оценки $\hat{W}(\theta)$, а достаточно осуществлять ее рекуррентное обновление. Оче-

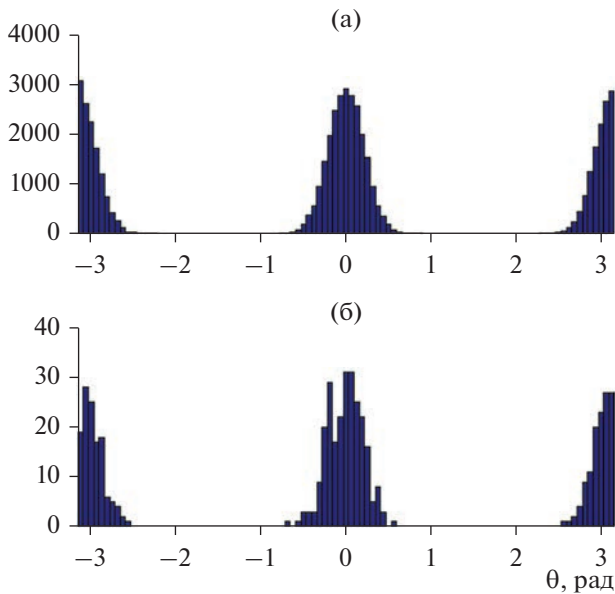


Рис. 1. Гистограммы выборок фаз объема $N = 5 \times 10^4$ (а) и $N = 5 \times 10^2$ (б).

видно, что дополнение (21) характерно для стационарных или медленно меняющихся каналов. Для нестационарных каналов с быстрыми замираниями оценку $\hat{W}(\theta)$ необходимо осуществлять путем рекуррентного обновления (22).

Аналогично можно поступить при получении сглаженной оценки $\hat{W}_h(\theta)$ (см. выражение (20)), заменив в (18), (21) и (22) $V(\psi_k - \theta)$ на $V_h(\psi_k - \theta) = V\left(\frac{\psi_k - \theta}{h}\right)$.

В общем случае значение объема анализируемой выборки N может быть адаптивным. Для такой реализации потребуются дополнительный анализ согласия (соответствия) очередного измерения фазы символа текущей оценке плотности распределения. (Подробнее о таких оценках см. в [18, 19].)

5. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Пусть имеется выборка фаз вида (1) для сигнала с двухпозиционной фазовой модуляцией (BPSK). На рис. 1 приведены гистограммы, полученные по выборкам фаз объема $N = 5 \times 10^4$ и $N = 5 \times 10^2$. Из рисунка можно сделать вывод, что в первом случае легко построить эмпирическую плотность распределения, обладающую гладкостью, на базе гистограммного метода, во втором случае использование гистограммного метода не позволит дать приемлемый результат.

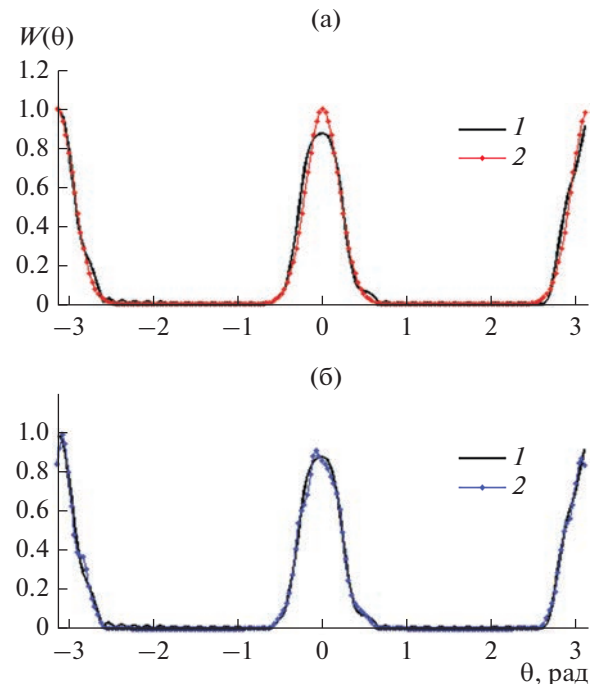


Рис. 2. Плотности вероятности фаз модулированного BPSK-сигнала, полученные по выборке объема $N = 5 \times 10^2$ методами: а – РЯО (1) и ММП (2); б – РЯО (1) и методом Парзена (2).

Далее на основе выборки объема $N = 5 \times 10^2$ была получена плотность вероятности фаз описываемым в работе способом рекуррентной ядерной оценки (РЯО) (рис. 2). Для сравнения там же приведена плотность распределения вероятности фаз, полученная ММП – рис. 2 (а) и методом Парзена – рис. 2 (б). В качестве модельной плотности $W_0(\theta)$ выбрано круговое нормальное распределение.

В следующих примерах для получения эмпирической плотности распределения вероятности фаз использован только предложенный в работе способ.

На рис. 3 представлена плотность вероятности фаз модулированного сигнала для случая, когда число “нулевых” символов больше “единичных”. В данном примере значения вероятностей символов (см. формулу (2)) составляют $p_0 = 0.7$, $p_1 = 0.3$. Подобная ситуация характерна для систем пакетной передачи данных, когда длина пакета неизменна, а длительности возможных сообщений меньше длины пакета, при этом количество сообщений перемещено в пределах длины каждого пакета. Так, при суммарном объеме символов сообщений менее длины пакета оставшаяся часть передаваемого пакета заполняют нулями. Подобным образом поступают, например, в [20].

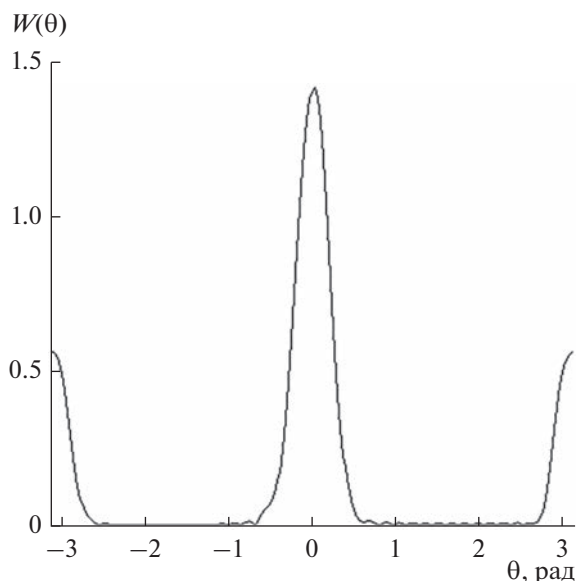


Рис. 3. Плотность вероятности фаз модулированного BPSK-сигнала, полученная по выборке объема $N = 4 \times 10^2$ при значениях вероятностей $p_0 = 0.7$, $p_1 = 0.3$.

Отметим, что для учета данной ситуации в случае использования ММП функционал правдоподобия (3) алгоритм (4) изменится следующим образом:

$$\begin{aligned}
 L(\sigma, \varepsilon) &= \\
 &= \sum_{n=0}^{N-1} \lg \left[\left(\frac{1}{2} + \varepsilon \right) W_0(\psi_n, \sigma) + \left(\frac{1}{2} - \varepsilon \right) W_0(\psi_n - \pi, \sigma) \right], \\
 \{\sigma_0, \varepsilon_0\} &= \arg \left\{ \max_{\substack{\sigma > 0; \\ -0.5 \leq \varepsilon \leq 0.5}} L(\sigma) \right\}, \quad (23) \\
 \hat{W}(\theta) &= \left(\frac{1}{2} + \varepsilon_0 \right) W_0(\theta, \sigma_0) + \\
 &+ \left(\frac{1}{2} - \varepsilon_0 \right) W_0(\theta - \pi, \sigma_0),
 \end{aligned}$$

а его вычислительная сложность увеличится на порядок. В случае предложенного в работе способа алгоритм и его вычислительная сложность остаются неизменными.

Аналогично, при смещении сигнального созвездия на некоторую величину фазового сдвига φ_s , т.е. в случае выборки вида

$$\psi_n = \varphi_n + \zeta_n + \varphi_s, \quad n = 0, \dots, N-1, \quad (24)$$

при использовании ММП потребуется подобная случаю (23) модификация для учета величины φ_s .

В случае применения представленного в работе способа никаких его модификаций не требуется. Для примера на рис. 4 приведена оценка плот-

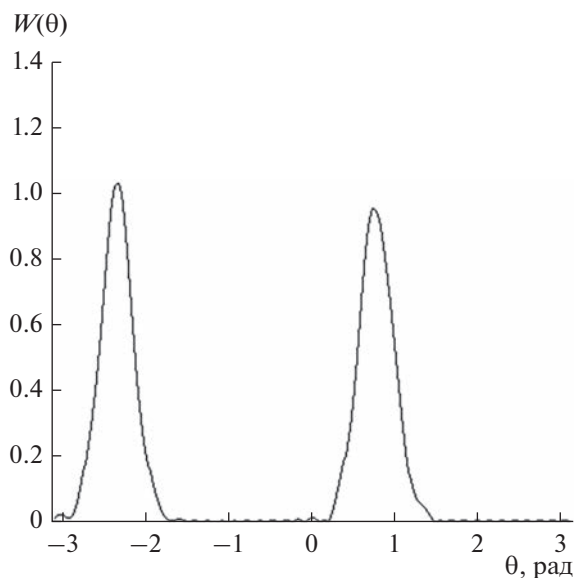


Рис. 4. Плотность вероятности фаз модулированного BPSK-сигнала, полученная по выборке объема $N = 5 \times 10^2$ при значении фазового сдвига $\varphi_s = \pi/4$.

ности распределения фазы при значении фазового сдвига $\varphi_s = \pi/4$.

Отметим, что использование предложенного в работе ядра (17) значительно проще в вычислительном плане, так как при использовании в качестве ядра кругового нормального распределения или распределения Мизеса требуется вычисление функции ошибок (интеграла вероятности) или функции Бесселя (см. аналитические выражения для соответствующих плотностей в [1, 2, 8]).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена задача построения эмпирической плотности распределения вероятности фаз сигнала с фазовой манипуляцией. Для решения данной задачи наиболее предпочтительным является применение метода ядерной оценки (метод Парзена). При этом использование предложенного в работе ядра (17) на базе гармонических функций значительно проще в вычислительном плане, чем использование известных функций для круговых плотностей.

Представленный способ позволяет не только получать оценку плотности распределения вероятности фаз по относительно небольшой выборке, но и осуществлять ее обновление рекурсивно с минимальными вычислительными затратами.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mardia K.V., Jupp P.E.* Directional Statistics. Chichester: John Wiley & Sons, Inc, 2000.
2. *Jammalamadaka S.R., SenGupta A.* Topics in Circular Statistics. Singapore: World Sci. Publ. Co., 2001.
3. *Егоров В.В., Смаль М.С.* // Телекоммуникации. 2012. № 8. С. 2.
4. *Яковлева Т.В.* // Компьютерные исследования и моделирование. 2018. Т. 10. № 5. С. 511.
5. *Егоров В.В., Смаль М.С.* // Телекоммуникации. 2013. № 5. С. 29.
6. *Мартынов Ю.В.* Оценка качества передачи дискретной информации по статистическим характеристикам каналов связи. Автореф. канд. дис. ... техн. наук. Л.: ЛЭИС им. М.А. Бонч-Бруевича, 1971. 15 с.
7. *Смаль М.С.* Бестестовые способы оценивания состояния коротковолнового радиоканала в адаптивных радиоприемниках. Автореф. канд. дис. ... техн. наук. СПб.: ГУАП, 2018. 19 с.
8. *Зяблов В.В., Коробков Д.Л., Портной С.Л.* Высоко-скоростная передача сообщений в реальных каналах. М.: Радио и связь, 1991.
9. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
10. *Сирота А.А.* Методы и алгоритмы анализа данных и их моделирование в MATLAB. СПб.: БХВ-Петербург, 2016.
11. *Жук В.В., Нантон Г.И.* Тригонометрические ряды Фурье и элементы теории аппроксимации. Л.: Изд-во ЛГУ, 1983.
12. *Жук В.В.* Аппроксимация периодических функций. Л.: Изд-во ЛГУ, 1982.
13. *Толстов Г.П.* Ряды Фурье. М.: Наука, 1980.
14. *Губарев В.В.* Алгоритмы статистических измерений. М.: Энергоатомиздат, 1985.
15. *Parzen E.* // Ann. Mathematical Statistic. 1962. V. 33(3). P. 1065.
16. *Иглин С.П.* Теория вероятностей и математическая статистика на базе MATLAB. Харьков: НТУ "ХПИ", 2006.
17. *Silverman B.W.* Density Estimation for Statistics and Data Analysis. L.: Chapman & Hall/CRC, 1986.
18. *Грешилов А.А.* Математические методы принятия решений. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014.
19. *Федосов В.П.* Прикладные математические методы в статистической радиотехнике. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1998.
20. ARINC Characteristic 635-4. HF Data Link Protocol. Dec. 22, 2003. Annapolis: Aviation Radio Inc. (ARINC), 2003.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.372

РАЗРАБОТКА И СИНТЕЗ АНАЛОГОВЫХ УСТРОЙСТВ НА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЗВЕНЬЯХ

© 2023 г. П. С. Мартьянов*

Научно технологический центр уникального приборостроения РАН,
ул. Бутлерова, 15, Москва, 117342 Российская Федерация

*E-mail: La3232@mail.ru

Поступила в редакцию 30.11.2022 г.

После доработки 17.12.2022 г.

Принята к публикации 27.01.2023 г.

Описана методика синтеза аналоговых устройств с использованием элементарных звеньев электроники, таких как интегрирующее, дифференцирующее, сложения (вычитания), умножения (деления), мультиплексирования (демультиплексирования). Предложенная методика синтеза обоснована теоретически, а используемые элементарные звенья называются предлагаемой элементной базой аналоговой электроники. Приводится описание теории, а также пример разработки модели аналогового фильтра низких частот с использованием предлагаемой методики.

DOI: 10.31857/S003384942305011X, EDN: UHVVOF

ВВЕДЕНИЕ

Развиваемая в настоящее время идея замены стандартной элементной базы радиоэлектроники (резисторы, конденсаторы, индуктивности, диоды, транзисторы и т.д. до бесконечности) на элементную базу, состоящую всего из пяти элементов, оригинальна тем, что создает реальные предпосылки для появления перепрограммируемых аналоговых интегральных схем и матричных аналоговых больших интегральных схем. Данная работа является логическим продолжением и развитием основных идей, предложенных в работах [1, 2]. В соответствии с [1, 2] под синтезом аналоговой системы понимают методы, позволяющие при некоторых первоначально заданных параметрах системы, характеристиках воздействий, ограничениях и взаимосвязях определить структурную схему и математическую модель в виде передаточной характеристики, по которым в дальнейшем определить функционально-структурную (принципиальную) схему и основные параметры разрабатываемого устройства. Таким образом, задача синтеза устройства разделена на две задачи: получение передаточной функции по заданным параметрам и синтез функционально-структурной схемы по передаточной функции.

Несмотря на широкое применение цифровой техники, аналоговая электроника сохраняет свои позиции, к примеру, в области низкочастотного диапазона для воспроизведения музыкальных звуков. В этом случае обеспечивается лучшее качество звучания, чем на цифровых элементах. А

также в области высокочастотного диапазона, что позволяет проектировать аналоговые приборы на частотах, недоступных для цифровой техники.

Впервые задачу синтеза линейных динамических систем предложил советский ученый А.А. Ланнэ в работе [4], и там же указал на непреодолимые трудности на пути ее решения. А первые научные работы и теоретическое обоснование новой методики появились в начале 2000 годов [1, 2].

Для линейной динамической системы процедура анализ—синтез может быть определена только в том случае, если определена элементная база [3, 4]. Так, если известно множество элементарных звеньев, из которых будет строиться система в процессе синтеза и на которые будет распадаться система в процессе анализа, то процедура анализ—синтез может быть строго определена. Поскольку для классической электроники элементная база до сих пор не определена несколькими радиоэлементами [1], следовательно, ожидать обоснования процедур анализ—синтез не имеет смысла.

Цель данной работы состоит в обосновании возможности синтеза аналоговых устройств на основе использования предлагаемой элементной базы.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРЕДЛАГАЕМОЙ МЕТОДИКИ СИНТЕЗА

Как уже было сказано, основная идея перехода на нестандартную элементную базу предполагает использование пяти элементарных звеньев, которые являются элементами теории автоматическо-

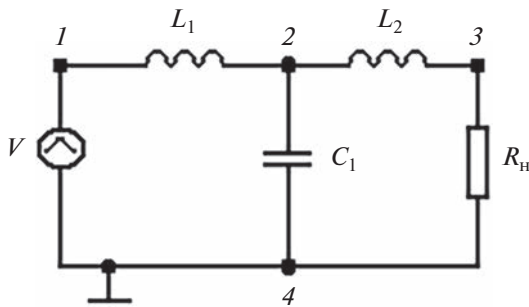


Рис. 1. Т-образный фильтр нижних частот.

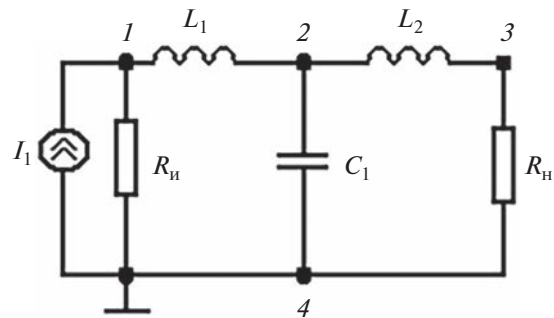


Рис. 2. Модель Т-образного фильтра нижних частот.

го управления, включающими в себя интегрирующие звено, дифференцирующее звено, звено сложения, или вычитания, звено умножения, или деления и звено мультиплексирования (соединения или разъединения). Основная задача предлагаемой методики синтеза аналогового устройства состоит в получении функционально-структурной модели (принципиальной схемы) по известной передаточной функции. Для этого необходимо рассмотреть случай, когда передаточная функция задается электрической принципиальной схемой, состоящей из стандартной элементной базы [2, 5].

Поскольку данная методика синтеза не так проста для восприятия, то целесообразно для лучшего понимания процесса рассмотреть пример реализации какого-либо устройства из элементарных звеньев электроники. В качестве примера, используем аналоговый Т-образный фильтр нижних ча-

стот (ФНЧ), электрическая принципиальная схема (модель), которого представлена на рис. 1. На заключительном этапе была получена модель фильтра из элементарных звеньев, принцип работы которой такой же, как у Т-образного ФНЧ. Далее, для практического обоснования методики с полученной моделью был проведен эксперимент.

Для обеспечения возможности получения системы уравнений в узловых потенциалах, преобразуем схему, представленную на рис. 1, заменив источник напряжения V на источник тока I в соответствии с преобразованиями Тевенина–Нортона [5]. Результат преобразования показан на рис. 2.

Для получения модели Т-образного ФНЧ в виде системы уравнений с узловыми потенциалами составим матрицу проводимости (1) схемы фильтра, изображенной на рис. 2:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_n} + \frac{1}{sL_1} & -\frac{1}{sL_1} & 0 & -\frac{1}{R_n} \\ -\frac{1}{sL_1} & \frac{1}{sL_1} + sC_1 + \frac{1}{sL_2} & -\frac{1}{sL_2} & -sC_1 \\ 0 & -\frac{1}{sL_2} & \frac{1}{R_n} + \frac{1}{sL_2} & -\frac{1}{R_n} \\ -\frac{1}{R_n} & -sC_1 & -\frac{1}{R_n} & \frac{1}{R_n} + \frac{1}{R_n} + sC_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ -I \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где R_n , R_n — сопротивление нагрузки и источника тока соответственно.

В левой части системы расположена матрица проводимостей, умноженная на столбец узловых потенциалов, что в результате дает столбец токов, расположенных в правой части системы ($G_i U_i = I_i$). Каждая строка матрицы относится к одному из узлов (см. рис. 2): первому (1), второму (2), третьему (3) и нулевому (4) соответственно [1, 2].

Поскольку узел 4 на схеме рис. 2 заземлен, то напряжение на нем будет равняться 0. Используя правила умножений матриц, вычеркиваем последний столбец и последнюю строку системы,

поскольку значение $U_4 = 0$. Выражение (1) упрощается и приобретает следующий вид:

$$\begin{bmatrix} G_n + \frac{1}{sL_1} & -\frac{1}{sL_1} & 0 \\ -\frac{1}{sL_1} & \frac{1}{sL_1} + sC_1 + \frac{1}{sL_2} & -\frac{1}{sL_2} \\ 0 & -\frac{1}{sL_2} & G_n + \frac{1}{sL_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где G_n , G_n — проводимость источника тока и нагрузки соответственно.

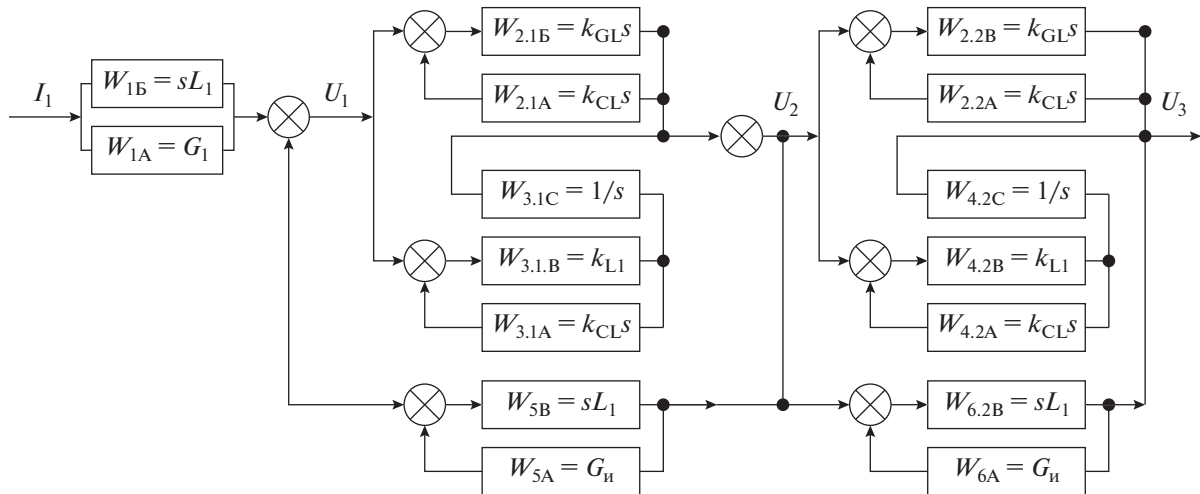


Рис. 4. Структурно-функциональная схема Т-образного фильтра нижних частот из элементарных звеньев.

и получим выражение для первой передаточной функции

$$W_{2.1} = \frac{k_{GL}s}{1 + k_{CL}s^2}. \quad (7)$$

Выражение (7) является передаточной функцией дифференцирующего инерционного звена, которая может быть получена соединением двух дифференцирующих звеньев по схеме с обратной отрицательной связью $W_{2.1B} = \left(G_n \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \right) s$, $W_{2.1A} = C_1 s$ (подробнее см. [1]).

Далее преобразуем вторую часть выражения (6) $W_{2.2}$, которое представлено ниже

$$W_{2.2} = \frac{\frac{L_2}{L_1 + L_2}}{\left(1 + s^2 C_1 \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \right)}.$$

Для дальнейшего преобразования введем обозначения

$$k_{L1} = \frac{L_1}{L_1 + L_2}, \quad k_{L2} = \frac{L_2}{L_1 + L_2}.$$

Также получим выражение для второй части:

$$W_{2.2} = \frac{k_{L2}}{1 + k_{CL}s^2}. \quad (8)$$

Передаточная функция (8) может быть получена соединением трех элементарных звеньев: двух дифференцирующих звеньев по схеме с отрицательной обратной связью, а затем присоединением последовательного интегрирующего звена $W_{2.2} = 1/s$. Таким образом, передаточная функция W_2 может быть получена соответствующим соединением пяти элементарных звеньев.

Преобразуем передаточную функцию W_3

$$W_3 = \frac{1}{s G_n L_2 + 1}.$$

Это выражение можно представить в виде двух элементарных звеньев: пропорционального с передаточной функцией $W(s) = k_B = 1$ и дифференцирующего $W_{GL} = k_{GL}s$, соединенным по схеме с отрицательной обратной связью.

Передаточная функция W_4 , представленная ниже

$$W_4 = \frac{G_n + 1/s L_2}{1/s L_1 + s C_1 + 1/s L_2},$$

отличается от передаточной функции W_2 только значениями коэффициентов G_n и L_2 в числителе, это не изменяет хода вычислений и позволяет пользоваться результатами выводов для передаточной функции W_2 .

Передаточная функция

$$W_5 = \frac{1}{s G_n L_2 + 1}$$

не отличается от передаточной функции W_3 .

Преобразование передаточных функций структурной схемы фильтра, изображенного на рис. 3, до элементарных звеньев позволяет синтезировать из них структурно-функциональную схему, которая представлена на рис. 4. На данной схеме показаны дополнительно введенные передаточные функции с индексами А, Б, В, С. Принцип работы данной схемы аналогичен электрической схеме, основанной на элементах классической элементной базы.

Было проведено моделирование электрической принципиальной схемы фильтра, представленного на рис. 1 в программе схемотехнических

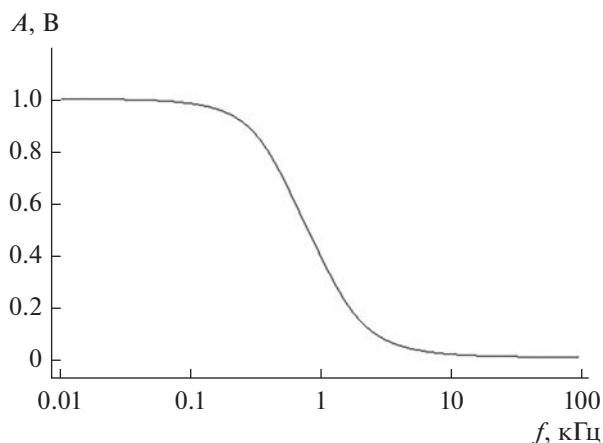


Рис. 5. Амплитудно-частотная характеристика Т-образного фильтра нижних частот.

расчетов PSpice. Результаты моделирования получены при следующих исходных данных: $I_1 = 1$ мА, $R_{и} = 100$ Ом, $L_1 = 40$ мГн, $L_2 = 5$ мГн, $R_{н} = 100$ кОм,

$C_1 = 2.5$ мкФ, и представлены на рис. 5 в виде амплитудно-частотной характеристики (АЧХ).

2. ВОЗМОЖНОСТЬ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ И ВЫВОДЫ

Структурно-функциональная схема, полученная в результате синтеза, требует экспериментального подтверждения работоспособности и сравнения ее функционирования с принципиальной электрической схемой фильтра, спроектированного на традиционной элементной базе.

В связи с отсутствием соответствующей элементной базы для практической реализации элементарных звеньев аналоговой электроники была выбрана программируемая логическая интегральная схема (ПЛИС) модели Altera. На этой микросхеме были программно реализованы элементарные звенья, из которых синтезировалась структурно-функциональная схема фильтра. Для этого был создан экспериментальный макет (рис. 6).

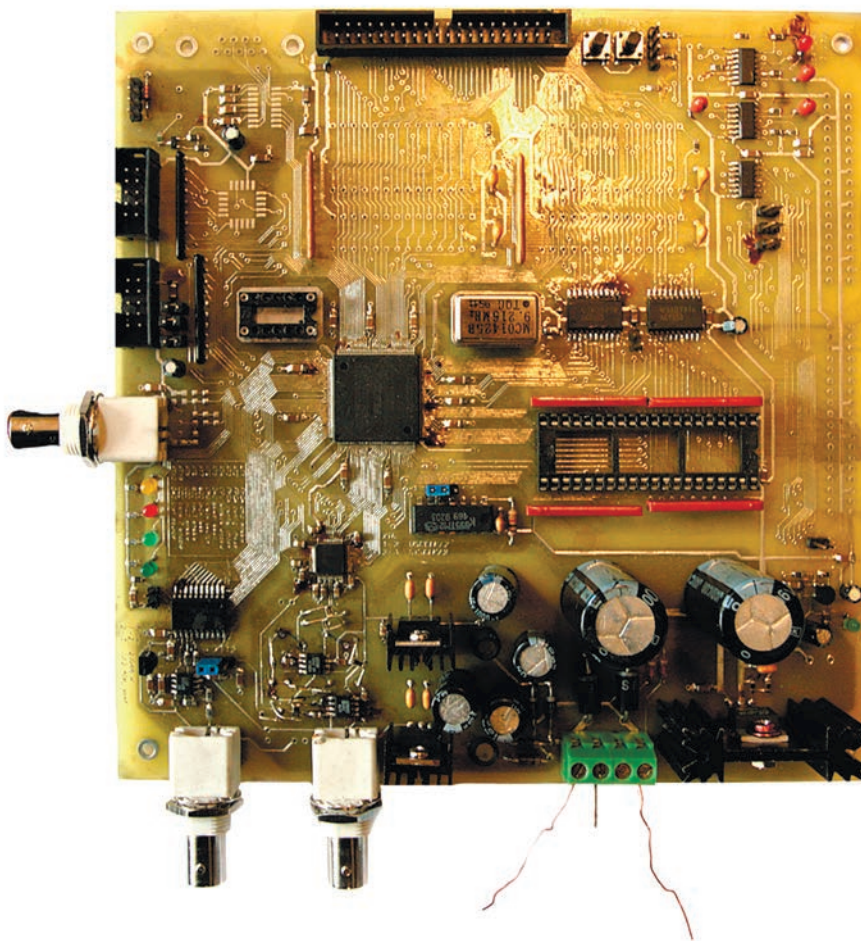


Рис. 6. Фотография экспериментального макета.

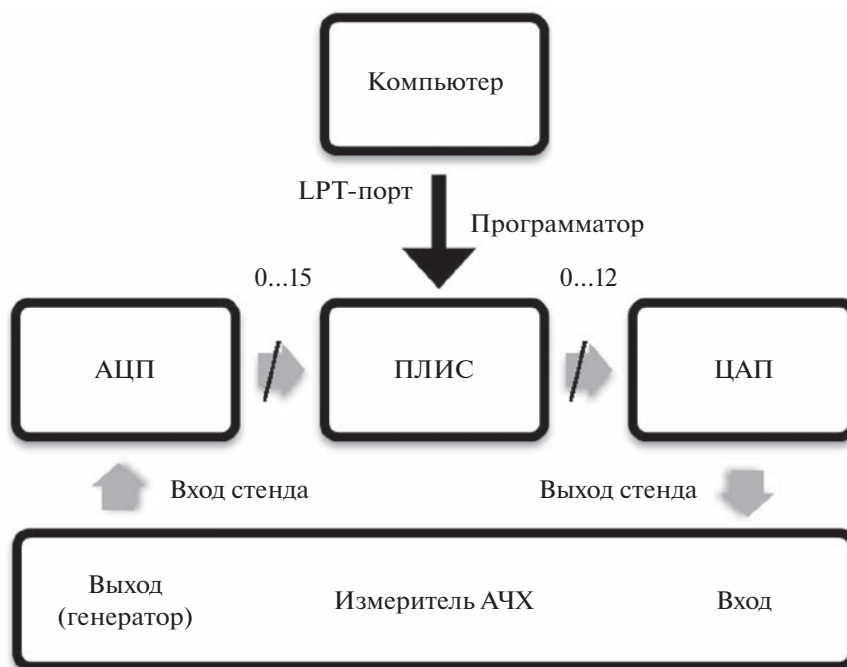


Рис. 7. Схема эксперимента.

Основой макета является ПЛИС, на которой перепрограммировали написанный на языке программирования Verilog код. В результате получалось устройство, которое способно работать по прототипу Т-образного аналогового ФНЧ, а это определяло готовность экспериментального стенда к другим исследованиям с элементарными звеньями [2, 7].

Для программной реализации на ПЛИС была выбрана доступная система автоматизированного проектирования – Altera MAX+PLUS II.

Схема эксперимента с использованием разработанного макета изображена на рис. 7. На ней показаны только основные узлы: аналого-цифровой преобразователь (АЦП), цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) и ПЛИС. Основная часть эксперимента производилась для предварительной оценки результата. На вход АЦП с выхода генератора подавался нужный аналоговый сигнал. Уже оцифрованный сигнал в ПЛИС преобразовывался в зависимости от того, какой программно реализованный фильтр загружен в него. Далее на выходе из ПЛИС цифровой сигнал поступал на выходные усилительные каскады, затем на ЦАП, а далее уже на цифровой осциллограф, на котором наблюдалось изображение выходного сигнала. Также имелась возможность подключения измерителя АЧХ.

При проведении эксперимента на вход экспериментального стенда с выхода измерителя АЧХ подавался сигнал определенной амплитуды, синусоидальной формы на различных частотах, от 100 Гц до 250 кГц, с заданным шагом, а на выходе

регистрировали амплитуду полученного сигнала. На основании этих данных строилась АЧХ устройства. Диапазон рабочих частот устройства ограничен по верхней частоте до 250 кГц в связи с использованием АЦП, который обладает низкой максимальной скоростью быстрогодействия. Результат исследования прототипа аналогового фильтра нижних частот на элементарных звеньях представлен на рис. 8 в виде АЧХ.

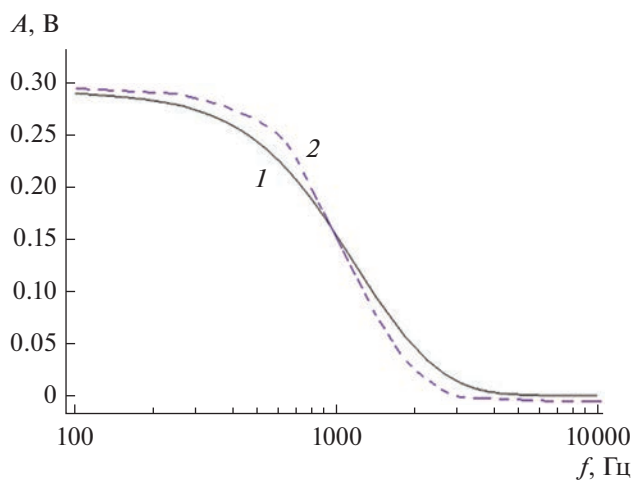


Рис. 8. Частотные характеристики Т-образного ФНЧ: 1 — эксперимент, 2 — расчет в программе PSpice.

В процессе анализа было установлено, что частотные характеристики, полученные в результате эксперимента и моделирования в программе PSpice, отличаются друг от друга в допустимых пределах. Это свидетельствует о возможности практической реализации Т-образного ФНЧ, выполненного на предлагаемой элементной базе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, по результатам проведенной работы можно сделать следующие выводы.

Доказана возможность практической реализации фильтра нижних частот, спроектированного на предлагаемой элементной базе;

Представлен процесс макетирования элементарных звеньев аналоговой микроэлектроники в среде ПЛИС, получены АЧХ исследуемого фильтра, что подтверждает работоспособность методики;

Предложенная методика является одним из шагов на пути реализации матричных аналоговых

больших интегральных схем и перепрограммируемых интегральных схем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мишин Г.Т.* Современная аналоговая микроэлектроника. М.: Радиотехника, 2007.
2. *Мишин Г.Т.* Естественно-научные основания аналоговой электроники. М.: МИЭМ, 2003.
3. *Лэм Г.* Аналоговые и цифровые фильтры. М.: Мир, 1982.
4. *Ланнэ А.А.* Оптимальный синтез линейных электронных схем. М.: Связь, 1978.
5. *Сахарова Т.М.* Расчет частотных характеристик рабочего затухания электрических фильтров. М.: Связь, 1968.
6. *Влах И., Сингхал К.* Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. М.: Радио и связь, 1988.
7. *Мартьянов П.С.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 11. С. 1197.

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

УДК 537.874;537.624

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ЗАПАЗДЫВАНИЕ РАЗВИТИЯ КОЛЕБАНИЙ МАГНИТОСТРИКЦИОННОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ В УСЛОВИЯХ УМНОЖЕНИЯ ЧАСТОТЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ

© 2023 г. А. П. Иванов^а, В. Г. Шавров^б, В. И. Щеглов^{б, *}

^аСыктывкарский государственный университет им. П. Сорокина,
Октябрьский просп., 55, Сыктывкар, 167001 Российская Федерация

^бИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, корп. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: vshcheg@cplire.ru

Поступила в редакцию 29.03.2022 г.

После доработки 29.03.2022 г.

Принята к публикации 26.05.2022 г.

Представлено численное исследование запаздывания возбуждения колебаний магнитоотрицательного преобразователя в режиме умножения частоты на основе модели связанных осцилляторов. Выявлен нестационарный характер колебаний, возбуждаемых после скачка амплитуды. Явление интерпретировано на основе модели динамического потенциала. Выполнено численное исследование развития колебаний во времени, построены фазовые портреты колебаний. Установлен фракталоподобный характер нестационарных колебаний, проявляющийся в сохранении степени их хаотичности при изменении величины шага расчета по времени.

DOI: 10.31857/S003384942305008X, EDN: UHUWDM

ВВЕДЕНИЕ

Для физики нелинейных явлений значительный интерес представляют нестационарные колебания различной природы, имеющие характер детерминированного хаоса [1, 2]. Важную роль играет исследование нелинейных явлений в магнитной среде [3, 4], в том числе обладающей магнитоупругими свойствами [5–8]. В работе [9], посвященной возбуждению гиперзвука высокой мощности с помощью магнитоотрицательного преобразователя, предложена система из семи дифференциальных уравнений, три из которых соответствуют колебаниям намагнитченности и четыре — колебаниям упругого смещения. Сложность такой системы вынуждает искать пути более простого ее представления. Распространенным способом упрощенного моделирования нестационарных систем является использование ансамбля автоколебательных осцилляторов Ван-дер-Поля [10–12]. Следуя подобному пути, в работе [13] показана возможность сведения задачи о нелинейных магнитоупругих колебаниях к системе двух уравнений второго порядка, отражающей колебания двух связанных нелинейных осцилляторов — магнитного и упругого. В работе [14] выявлен эффект нестационарного запаздывания возбуждения колебаний в режиме умножения частоты. Там же приведена интерпретация обнаруженного

эффекта на основе модели динамического потенциала. Отмечен сильный разброс значений времени запаздывания при малых изменениях параметра нелинейной связи, имеющий фракталоподобный характер.

Целью настоящей работы является более подробное исследование фрактального характера запаздывания, а также структуры колебаний, возбужденных после запаздывания.

Более глубокая цель работы состоит в исследовании поведения нелинейной системы связанных уравнений второго порядка. Задача о магнитоотрицательном преобразователе, рассматриваемая в квадратичном приближении по намагнитченности, является первичным побудительным моментом, позволившим получить такую систему. Авторы полагают, что исследованная ими система вследствие своей простоты имеет достаточно общий характер, поэтому позволяют себе исследовать ее более подробно, в том числе выходя за рамки известных традиционных экспериментов по магнитоотрицательному преобразователю.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В основе настоящего рассмотрения будем считать задачу о возбуждении гиперзвуковых колебаний в схеме магнитоотрицательного преобразова-

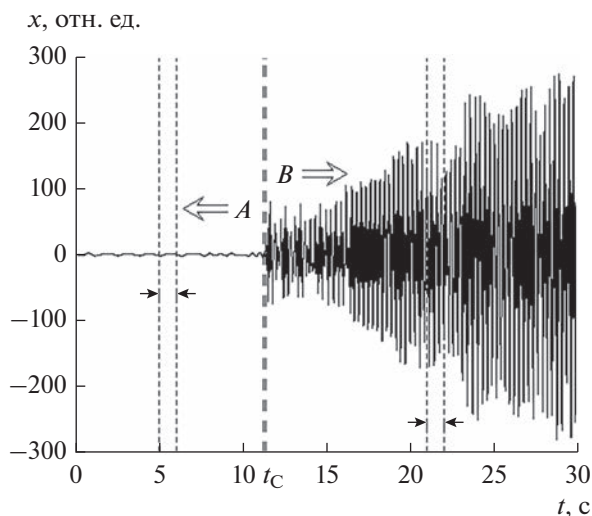


Рис. 1. Развитие колебаний первого осциллятора в областях A и B.

теля, использующей геометрию нормально намагниченной ферритовой пластины, обладающей магнитоупругими свойствами. Такая схема в сильно нелинейном режиме возбуждения подробно рассмотрена в работе [9]. Получена система из семи нелинейных уравнений первого порядка, отражающая связанные колебания двух систем — магнитной и упругой. В работе [13] показано, что с использованием квадратичного приближения по намагниченности приведенная в работе [9] система может быть сведена к значительно более простой системе из двух уравнений второго порядка, первое из которых, будучи нелинейным, относится к магнитной подсистеме, а второе, оставаясь линейным, — к упругой подсистеме. Установлено, что такая упрощенная система описывает нелинейные колебания связанной магнитоупругой системы вплоть до углов прецессии намагниченности порядка 50° и более. В данной работе будем исходить именно из такой упрощенной системы, описывающей связанные колебания двух осцилляторов — магнитного x и упругого y [13]:

$$\ddot{x} + \beta_x \dot{x} + \omega_x^2 x + \gamma y + \eta x^2 y + \delta x^3 = A \cos(\omega_0 t), \quad (1)$$

$$\ddot{y} + \beta_y \dot{y} + \omega_y^2 y + \gamma x = 0, \quad (2)$$

где x и y — нормированные компоненты намагниченности и упругого смещения, β_x и β_y — параметры затухания той и другой компоненты, ω_x и ω_y — собственные частоты осцилляторов, γ и η — параметры их линейной и нелинейной связи, δ — параметр кубической нелинейности осциллятора x ; A и ω_0 — амплитуда и частота переменного поля.

Задача решается в условиях умножения частоты, так что собственная частота колебаний перво-

го осциллятора совпадает с частотой возбуждения, а второго превышает таковую в три раза. Выражения для параметров уравнений (1), (2) через реальные параметры материала приведены в работах [13, 14]. Здесь использовались нормированные значения: $\omega_x = 5$, $\omega_y = 15$, $\beta_x = 1$, $\beta_y = 0.1$, $\gamma = 10$, $\delta = 5$, $\eta = -200$, $A = 50$, $\omega_0 = 5$.

В работе [14] показано, что в приведенных условиях при достаточно высоком уровне переменного поля, после его включения возбуждение колебаний происходит в два этапа: сначала возбуждаются малоамплитудные колебания, синхронные с переменным полем, после чего с определенным запаздыванием, резким скачком происходит возбуждение высокоамплитудных колебаний, имеющих ярко выраженный хаотический характер. Механизм образования задержки интерпретирован на основе динамического потенциала [14]:

$$U = \omega_x^2 x^2 / 2 + \gamma_1 x y + \delta x^4 / 4 + \eta x^3 y / 3. \quad (3)$$

Динамический характер потенциала требует кратного синхронизма между колебаниями обоих осцилляторов, так что задержка имеет место только в режиме умножения частоты.

2. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ЗАПАЗДЫВАНИЕ

В данной работе система уравнений (1), (2) решалась численно методом Рунге—Кутты четвертого порядка. Было рассмотрено развитие колебаний во времени начиная с момента включения возбуждения. Общий характер колебаний иллюстрируется рис. 1.

На рисунке четко выявлены две области A и B, граница по времени между которыми обозначена как t_c . При $t < t_c$ (область A) колебания имеют регулярный характер, причем амплитуда их весьма мала (около 1...2 отн. ед). Начиная с момента времени t_c , т.е. при $t > t_c$ (область B) амплитуда колебаний резко возрастает более чем на два порядка (до 100 ед. и выше), причем их характер становится хаотическим.

3. ВАРЬИРОВАНИЕ ШАГА ПО ВРЕМЕНИ

Для более подробного выявления характера колебаний в обеих областях выполнялось варьирование шага по времени Δt . Общим свойством колебаний, не зависящим от величины шага, являлось скачкообразное увеличение их амплитуды, запаздывающее на время t_c относительно начала возбуждения. В области A колебания являлись почти регулярными с небольшой примесью третьей и пятой гармоник. Уменьшение шага, начиная с величины 0.01 ед. времени, к изменению формы колебаний не приводило. То есть вплоть до шага 10^{-7} с, что было на семь порядков меньше

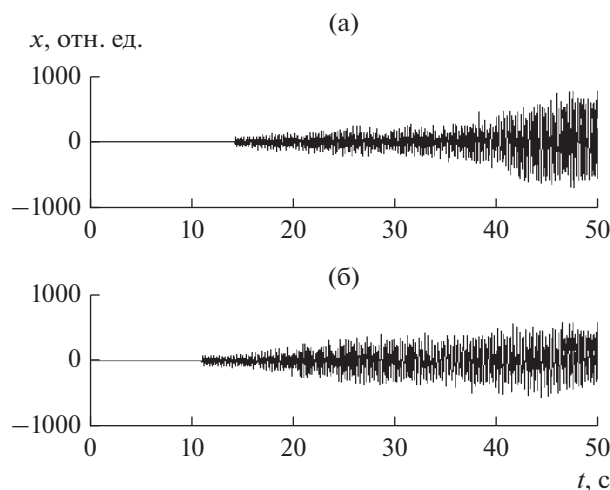


Рис. 2. Развитие колебаний осциллятора x после включения возбуждения при различной величине шага по времени: $\Delta t = 10^{-4}$ с (а) и 10^{-5} с (б).

периода возбуждения, равного 1.25, какие-либо изменения характера колебаний полностью отсутствовали. Не так, однако, обстояло дело в области B , где амплитуда при времени t_c скачком увеличивалась на два-три порядка относительно амплитуды в области A . Здесь форма колебаний при изменении шага менялась весьма сильно. Изменение являлось существенным во всем диапазоне исследованных шагов, вплоть до 10^{-7} с, что на семь порядков меньше периода возбуждения.

Общий характер колебаний рассматриваемой системы иллюстрируется следующими далее рисунками. На рис. 2 показано развитие колебаний осциллятора после включения возбуждения при различной величине шага по времени.

Из рис. 2 видно, что до определенного момента времени амплитуда колебаний крайне мала, что соответствует запаздыванию их развития. При $\Delta t = 10^{-4}$ с и 10^{-5} с время запаздывания составляет 14.42 и 11.02 с соответственно. Амплитуды колебаний до момента скачка от величины шага не зависят и составляют около 1.75 ± 0.0275 отн. ед. Амплитуды колебаний после скачка резко увеличиваются и при $\Delta t = 10^{-4}$ и 10^{-5} с равны соответственно 63.5 и 56.3 отн. ед. Дополнительная проверка показывает, что при $\Delta t = 10^{-6}$ с время запаздывания и амплитуда снова меняются, составляя 12.93 с и 68.5 отн. ед. соответственно. Таким образом, как по времени запаздывания, так и по амплитуде после скачка по мере уменьшения шага стабилизации не наблюдается. Из рис. 2 видно, что после скачка не только амплитуда, но и характер колебаний сильно меняется. Подробное рассмотрение показывает, что резкое изменение ха-

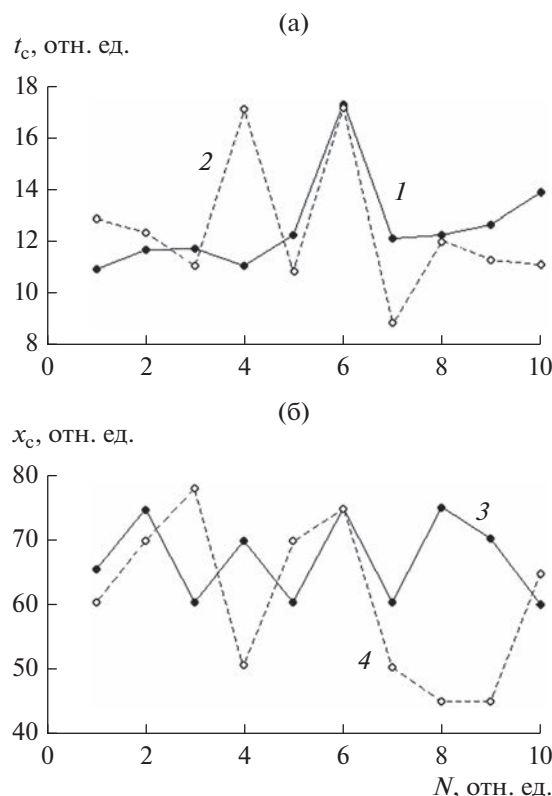


Рис. 3. Зависимости времени запаздывания (кривые 1 и 2) и амплитуды в момент скачка (3, 4) от коэффициента N , определяющего величину шага по времени, так что для кривых 1 и 3 шаг равен: $\Delta t = 10^{-5} N$ с, а для кривых 2 и 4 шаг равен $\Delta t = 10^{-6} N$ с.

рактера колебаний имеет место при изменении шага даже в пределах десятых долей процента в ту или другую сторону.

На рис. 3 приведены зависимости времени запаздывания и амплитуды колебаний в момент скачка от величины шага по времени.

Из рисунка видно, что при уменьшении величины шага на порядок (с 10^{-5} на 10^{-6} с) те и другие кривые не проявляют какой-либо тенденции к упорядочению, их скачкообразный характер остается прежним. Соединяющие точки ломаные линии не означают, что зависимости между соседними точками меняются плавно, а введены лишь для удобства рисунка. При уменьшении шага линии испытывают дополнительные изломы, амплитуда которых имеет тот же порядок, что и изломы, приведенные на рис. 3.

Тонкая структура колебаний в обеих областях на рис. 1 более подробно иллюстрируется рис. 4, где показаны развертки по времени на двух небольших, но достаточно характерных участках областей A и B (см. вертикальные пунктирные ли-

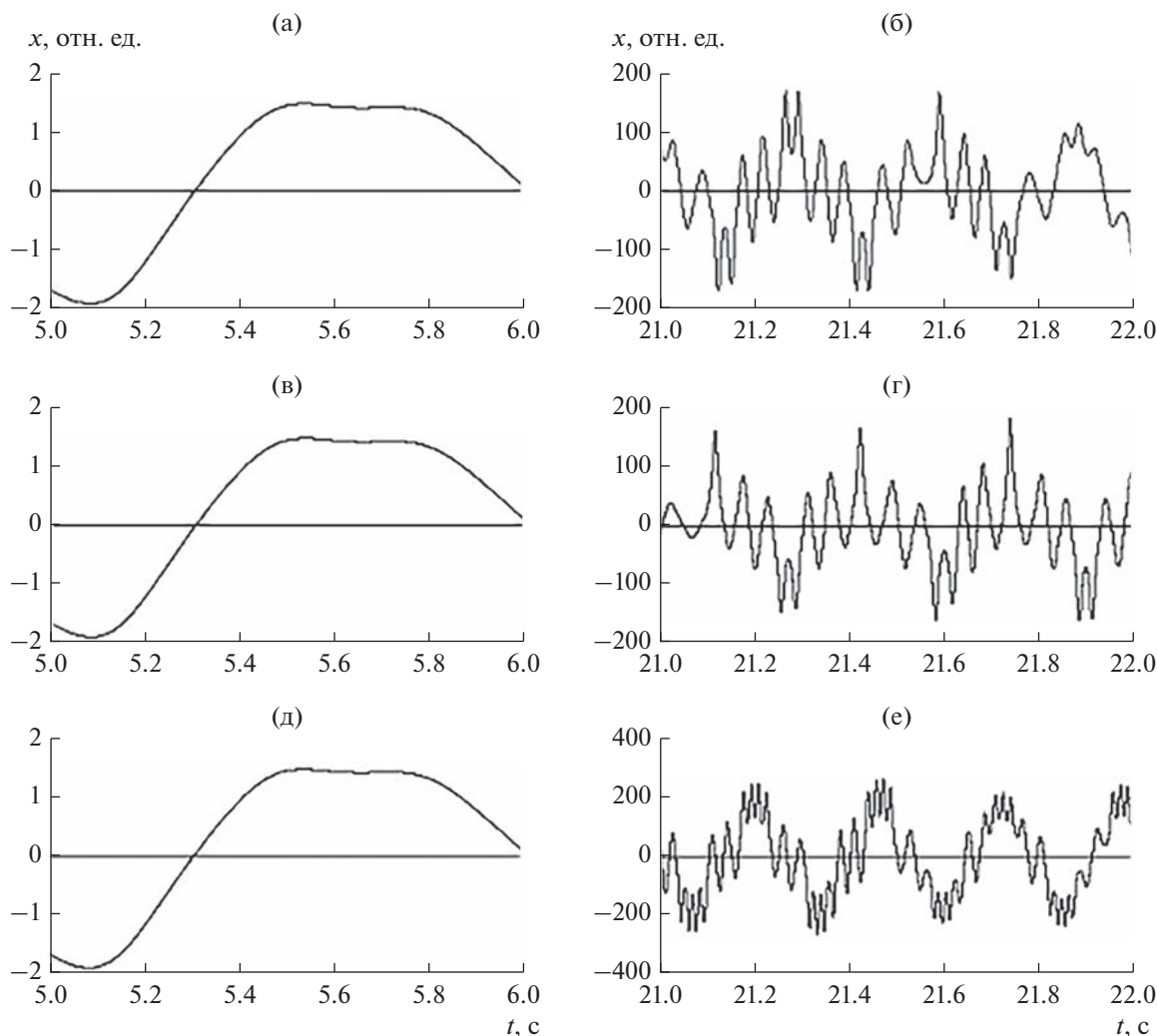


Рис. 4. Развертки колебаний в областях *A* (слева) и *B* (справа) при различных значениях шага по времени: $\Delta t = 10^{-3}$ (а, б), 10^{-4} (в, г) и 10^{-5} с (д, е); время запаздывания $t_c = 12$ (а, б), 14 (в, г) и 11 с (д, е), остальные параметры см. в тексте (разд. 1).

нии на рис. 1). Из рис. 4 видно, что в области *A* вид колебаний от величины шага никак не зависит, тогда как в области *B* общий вид колебаний при изменении шага заметно меняется. На рис. 4б и 4г полностью нарушен синхронизм колебаний, а на рис. 4е, кроме того, еще и увеличена амплитуда. Таким образом, видим, что в области *B* система крайне чувствительна к величине шага, вплоть до весьма малых его величин.

Общий характер колебаний в обеих областях не связан с изменением условий в начальный момент времени. Так, при варьировании начального смещения первого осциллятора в пределах нескольких единиц, вид колебаний в области *A* не менялся. В области *B* форма колебаний менялась, но общий их характер сохранялся. Можно полагать, что механизм подобного изменения формы колебаний в области *B* был связан с тем, что при

изменении длины шагов их распределение в области процесса нестационарного роста менялось, так что небольшое изменение возбуждения в этот момент приводило к сильному изменению дальнейших колебаний системы.

На рис. 5 приведены нормированные амплитудно-частотные спектры тех же колебаний, что приведены на рис. 4 при различной величине шага. Из рисунка видно, что в области *A* спектры колебаний от величины шага никак не зависят, тогда как в области *B* значительно отличаются друг от друга. Особенно разительно отличаются спектры рис. 5б и 5г. Так, на рис. 5б спектр по частоте меняется плавно, а на рис. 5г резко выделяется линия на частоте около $\omega = 0.2$ отн. ед., тогда как амплитуды на других частотах за счет большой величины этого пика относительно подавлены. На рис. 5е эта линия вблизи $\omega = 0.2$ отн. ед. развилась

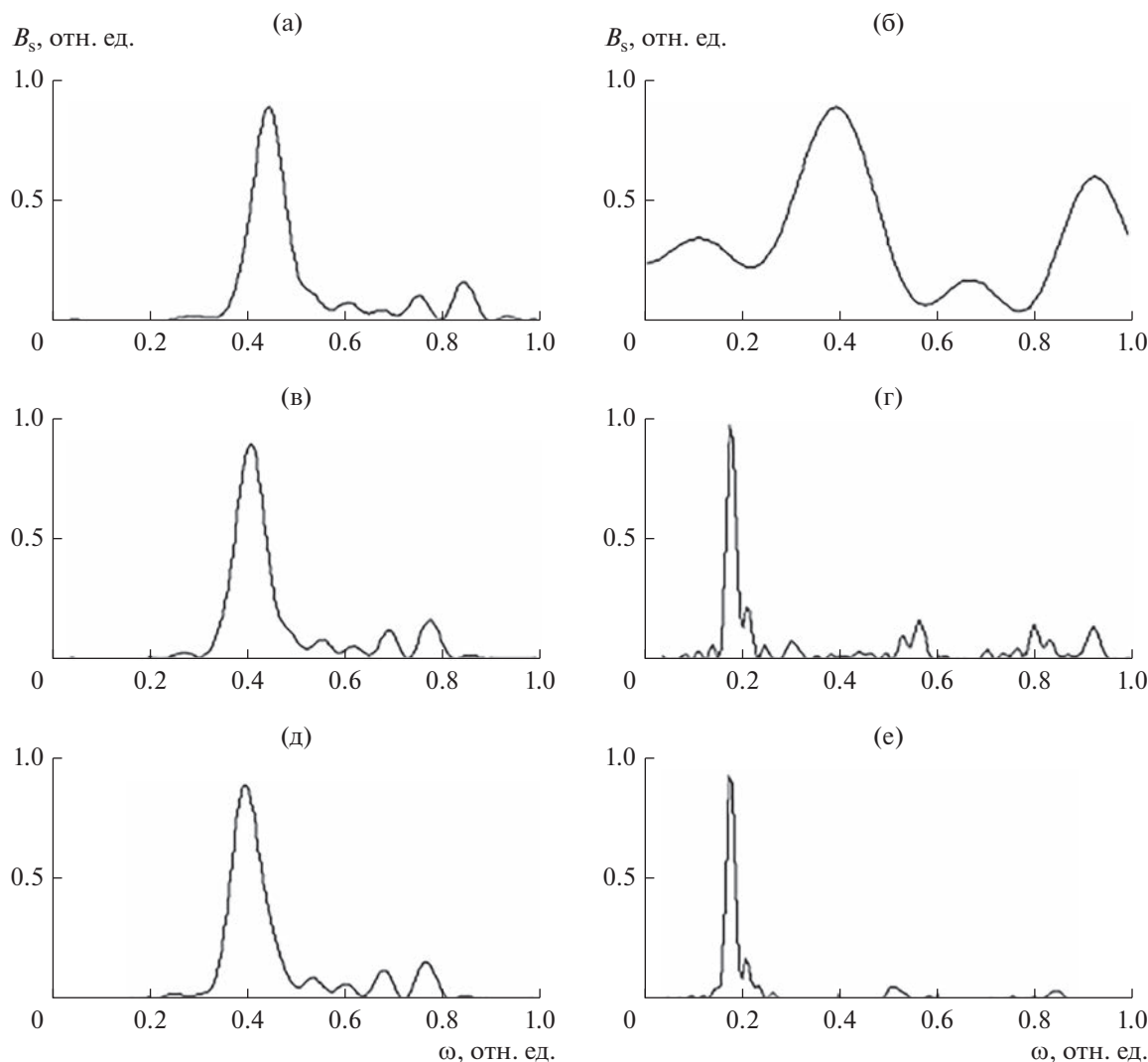


Рис. 5. Спектры колебаний (см. рис. 4) в областях *A* (слева) и *B* (справа) при различных значениях шага по времени: $\Delta t = 10^{-3}$ (а, б), 10^{-4} (в, г) и 10^{-5} (д, е); интервалы по времени несколько расширены по сравнению с рис. 4: с 5 до 10 с (слева) и с 24.0 до 25.0 с (справа).

настолько, что подавила все линии на более высоких частотах.

Таким образом, можно видеть, что уменьшение шага Δt в пределах с 10^{-3} с до 10^{-5} с на спектрах колебаний в области *A* никак не сказывается, тогда как в области *B* меняет спектры весьма существенным образом без проявления какой-либо тенденции к стабилизации.

Замечание. Для исключения ошибки численного счета при развитии высокоамплитудных колебаний, проверялось развитие колебаний в отсутствие умножения частоты, когда амплитуда колебаний имела тот же порядок (около 3009 отн. ед.), но эффект запаздывания отсутствовал, т.е. колебания начинали развиваться сразу после включения возбуждения со временем установления, определя-

емом временем релаксации обеих колебательных систем. Было установлено, что в исследованном интервале времени, т.е. до 50 с какая-либо зависимость структуры колебаний от величины шага полностью отсутствовала. Дополнительная проверка результатов производилась с независимым использованием двух машинных языков высокого уровня – Fortran и C++, причем общий характер результатов сохранялся одинаковым. В качестве основной схемы интегрирования использовался метод Рунге–Кутты четвертого порядка. Некоторые результаты были проверены с использованием метода Рунге–Кутты шестого порядка. Общий характер результатов также сохранялся. Применение метода Эйлера, как имеющего большую погрешность, было признано нецелесообразным, так как амплитуда колебаний еще до момента скачка (т.е.

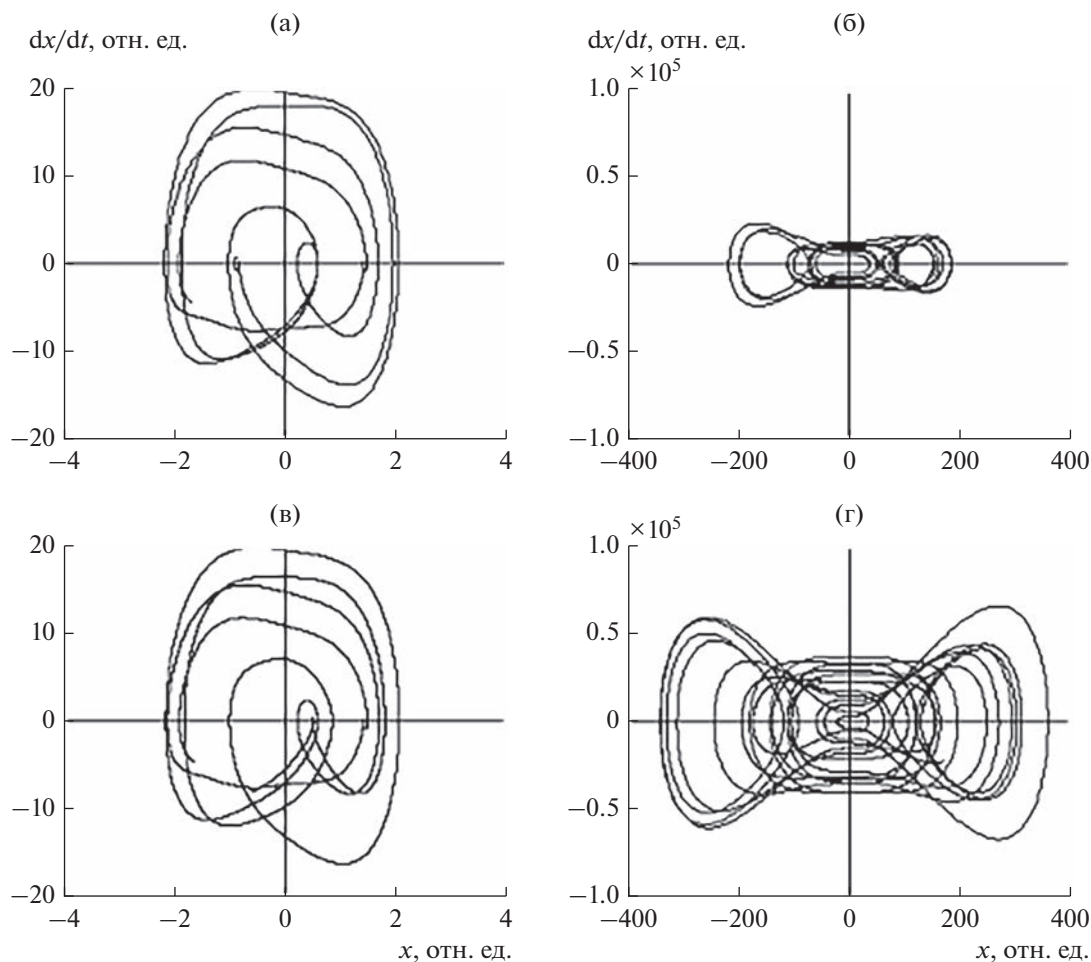


Рис. 6. Фазовые портреты колебаний в областях *A* (слева) и *B* (справа) при различных значениях шага по времени: $\Delta t = 10^{-4}$ (а, б) и 10^{-5} с (в, г); время запаздывания $t_c = 14$ (а, б) и 11 с (в, г).

по рис. 4 до времени 11 с) постепенно увеличивалась плавным образом и четкое выделение скачка становилось затруднительным. Таким образом, с достаточной уверенностью можно полагать, что наблюдаемое в режиме умножения частоты изменение структуры колебаний при изменении шага не связано с ошибками численного счета.

4. ФАЗОВЫЕ ПОРТРЕТЫ КОЛЕБАНИЙ В ОБЕИХ ОБЛАСТЯХ

На рис. 6 приведены фазовые портреты колебаний первого осциллятора x в областях *A* и *B* при различных значениях шага по времени Δt . Фазовые портреты второго осциллятора y ведут себя аналогичным образом, поэтому здесь не рассматриваются.

Сравнивая масштаб по осям в левом и правом столбцах рис. 6, можно видеть, что фазовая траектория до момента $t = t_c$, т.е. в области *A*, сосредоточена в малой окрестности нуля, а после этого мо-

мента, т.е. в области *B*, резко увеличивается, приобретая размах на три-четыре порядка больший.

Портреты в обоих случаях сильно хаотизируются, особенно при времени, большем t_c , что отражает хаотический характер разверток, приведенных на рис. 2.

Как видим, портреты в области *A* при изменении шага не меняются, тогда как в области *B* при таком же изменении шага меняются кардинальным образом как по структуре траекторий, так и по их размаху.

Таким образом, здесь, как и в предыдущих случаях, уменьшение шага в области *A* не меняет структуры портретов, тогда как в области *B* меняет существенным образом, не проявляя тенденции к стабилизации. Контрольная проверка при времени развертки до 400 с показала, что хаотический характер колебаний сохраняется, какой-либо стабилизации не наблюдается, а фазовые портреты при длительном развитии обнаруживают сплошное замазывание траекторий.

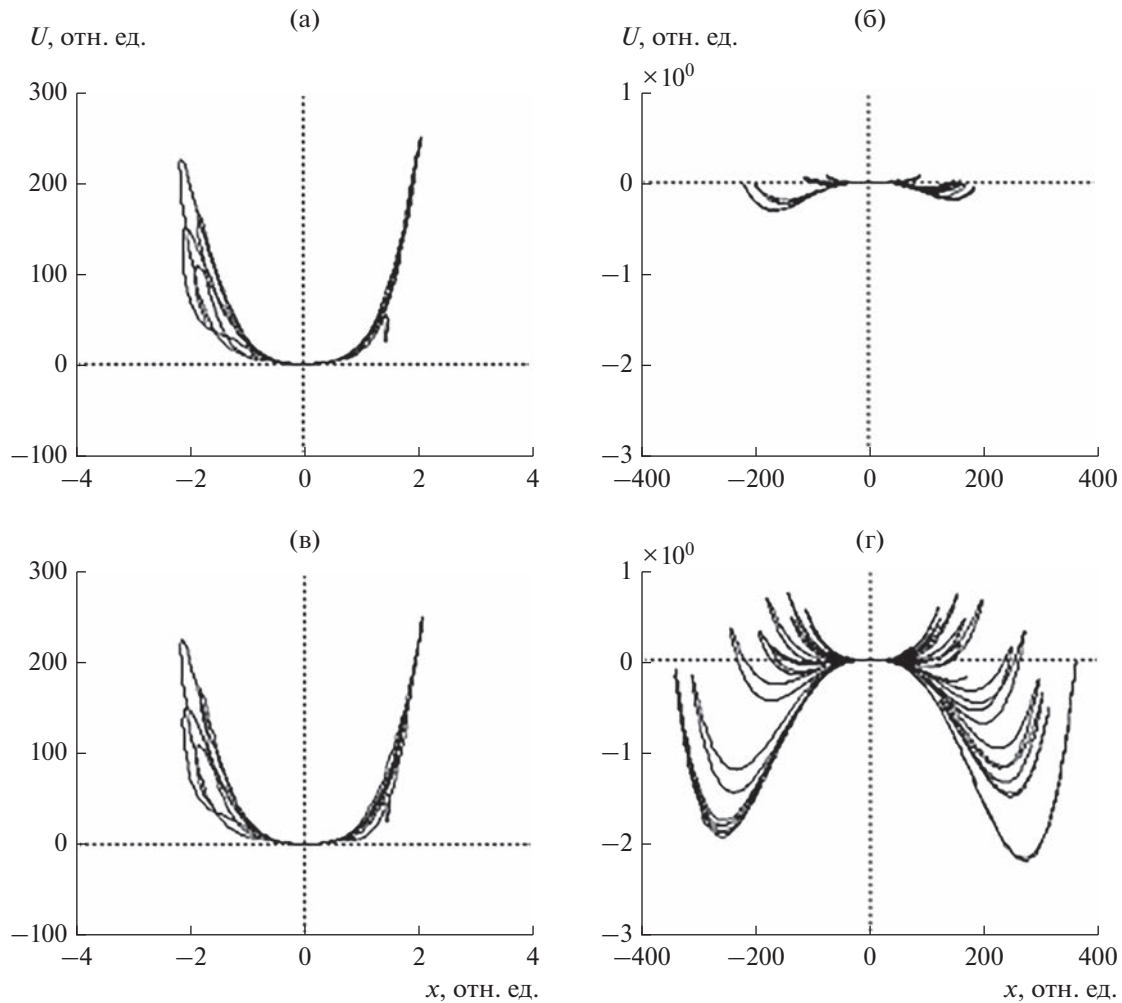


Рис. 7. Динамические потенциалы колебаний в областях *A* (слева) и *B* (справа) при различных значениях шага по времени: $\Delta t = 10^{-4}$ (а, б) и 10^{-5} с (в, г); время запаздывания $t_c = 14$ (а, б) и 11 с (в, г).

5. ДИНАМИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ КОЛЕБАНИЙ В ОБЕИХ ОБЛАСТЯХ

На рис. 7 представлены динамические потенциалы колебаний первого осциллятора x в областях *A* и *B* при различных значениях шага по времени Δt . Построение выполнено по формуле (3).

Из сравнения масштабов в левом и правом столбцах можно видеть, что потенциал до момента $t = t_c$, т.е. в области *A*, имеет малый размах и малую амплитуду, а после этого момента, т.е. в области *B*, подобно траектории фазового портрета, резко расширяется, приобретая размах на три-четыре порядка больший.

Потенциал в области *A*, имеет вид, подобный квадратичной параболе, что обусловлено малостью размаха колебаний. При этом изменение шага потенциал никак не меняет.

В области *B*, потенциал ведет себя существенно отличным образом. Он имеет широкий вид с

двумя симметричными минимумами по обе стороны, соответствующий четвертой степени координаты. Потенциальные траектории от периода к периоду меняются хаотическим образом, заметая широкую площадь. Такое хаотическое изменение потенциала в процессе колебаний соответствует его динамическому характеру, так как в каждый момент времени потенциал не остается постоянным, а меняется в соответствии с изменением величины смещения осциллятора y .

Уменьшение шага развертки по времени (с 10^{-4} на 10^{-5} с) не приводит к стабилизации, более того, на рис. 7г потенциал имеет значительно более сложный вид, чем на рис. 7б. Проверка показывает, что дальнейшее уменьшение шага, вплоть до 10^{-6} с, также к стабилизации не приводит, причем амплитуда потенциала при малом изменении шага меняется значительным образом, не менее чем

в два-три раза. Малый размах потенциала на рис. 7б по сравнению с таковым на рис. 7г не является общим явлением относительно уменьшения шага, а просто соответствует выбранному диапазону развертки по времени. В самом деле, из сравнения двух разверток, приведенных на рис. 2, соответствующих шагам 10^{-4} с (рис. 2а) и 10^{-5} с (рис. 2б), можно видеть, что в интервале времени от 25 до 30 с при уменьшении шага амплитуда увеличивается, тогда как в интервале времени от 45 до 50 с при таком же изменении шага амплитуда уменьшается.

Таким образом, здесь, как и в предыдущих случаях, уменьшение шага в области *A* структуры потенциалов не меняет, тогда как в области *B* меняет существенным образом, не проявляя тенденции к стабилизации.

6. НЕКОТОРЫЕ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Таким образом, не прекращающееся изменение структуры колебаний с сохранением их подобия (в данном случае — разнообразия) при безграничном уменьшении масштабной единицы можно считать проявлением фрактального характера исследуемого явления, подобного фрактальному характеру приведенного в работе [15, с. 46] примера, касающегося длины береговой линии Британии. Согласно этому примеру фрактальный характер береговой линии проявляется в том, что при увеличении масштаба карты, т.е. при уменьшении протяженности рассматриваемого участка, извилистый характер береговой линии сохраняется примерно в одинаковой степени (разумеется, до определенного предела, задаваемого, например, атомными размерами). В настоящей работе уменьшение шага, т.е. более подробное рассмотрение все уменьшающегося промежутка времени, также оставляет хаотический характер колебаний тем же самым. Такое сохранение “извилистости” процесса также позволяет говорить о его фрактальном характере. Целью настоящего рассмотрения являлось выявление фрактального характера явления как такового, при этом вопросу об определении фрактальной размерности нестационарного запаздывания авторы предполагают посвятить отдельную работу.

Следует отметить, что приведенная здесь система (1), (2) является отражением реального физического процесса — возбуждения магнитоупругих колебаний в схеме магнотриксционного преобразователя. Естественно полагать, что реальный преобразователь “не знает” о величине шага, с которым решается система (1), (2). Таким образом, приведенные здесь положения касаются не реального процесса, а способа его моделирования с помощью системы (1), (2). То есть фрактальный характер имеет не магнотриксционный преоб-

разователь как таковой, а именно математическая модель его колебаний. Таким образом, затруднительно буквально моделировать развитие колебаний во времени, однако вполне можно полагаться на моделирование самого факта запаздывания, а также на вполне реалистичные оценки величины времени запаздывания, амплитуды, фазового портрета и динамического потенциала развивающихся колебаний. В этом плане было бы интересным выполнить статистический анализ получаемых оценок, чтобы выявить наиболее вероятные их доверительные интервалы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено возбуждение нелинейных магнитоупругих колебаний на основе модельной системы из двух уравнений второго порядка, отражающих колебания двух связанных осцилляторов — магнитного и упругого. В режиме умножения частоты выявлено возбуждение хаотических колебаний высокой амплитуды, происходящее со значительной задержкой во времени относительно момента включения возбуждения. В качестве параметра вариации модели принят шаг расчета по времени. Показано, что в течение времени запаздывания характер колебаний от степени уменьшения длительности шага не зависит, а с момента развития высокоамплитудных колебаний форма колебаний, в целом оставаясь хаотической, сильно меняется, вплоть до шага, на семь порядков меньшего периода возбуждения. Рассмотрение фазового портрета и динамического потенциала выявило для этих параметров аналогичные свойства — независимость от длительности шага до момента запаздывания и резкое изменение в области развития высокоамплитудных колебаний. Наблюдаемое изменение вида колебаний при общем сохранении их хаотичности в процессе многократного уменьшения интервала наблюдения (т.е. шага расчета) принято в качестве свидетельства фракталоподобного характера моделирования явления нестационарного запаздывания возбуждения магнитоупругих колебаний в режиме умножения частоты.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
2. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос (курс лекций). М.: Физматлит, 2001.

3. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994.
4. Моносов Я.А. Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука, 1971.
5. Comstock R.L., Le Craw R.C. // J. Appl. Phys. 1963. V. 34. № 10. P. 3022.
6. Ле-Кроу Р., Комсток Р. Физическая акустика. Т. 3Б. Динамика решетки / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1968. С. 156.
7. Schlömann E., Joseph R.I. // J. Appl. Phys. 1964. V. 35. № 8. P. 2382.
8. Полулях С.Н., Бержанский В.Н., Семук Е.Ю. и др. // ЖТФ. 2021. Т. 21. № 7. С. 1124.
9. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // РЭ. 2009. Т. 54. № 7. С. 863.
10. Станкевич Н.В., Астахов О.В., Кузнецов А.П., Селезнев Е.П. // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44. № 10. С. 46.
11. Станкевич Н.В., Попова Е.С., Кузнецов А.П., Селезнев Е.П. // Письма в ЖТФ. 2019. Т. 45. № 24. С. 17.
12. Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R., Turukina L.V. // Phys. Lett. A. 2013. V. 377. P. 3291.
13. Власов В.С., Иванов А.П., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // Журн. радиоэлектроники. 2014. № 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan14/11/text.pdf>.
14. Иванов А.П., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // Журн. радиоэлектроники. 2017. № 8. <http://jre.cplire.ru/jre/aug17/6/text.pdf>.
15. Мандельброт Б.Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Наука, 2004.

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

УДК 537.622.4;538.955

ИНЕРЦИОННАЯ ДИНАМИКА НАМАГНИЧЕННОСТИ
В ФЕРРОМАГНИТНЫХ НАНОЧАСТИЦАХ ВБЛИЗИ НАСЫЩЕНИЯ© 2023 г. С. В. Титов^а, Ю. П. Калмыков^б, К. Д. Казаринов^а, М. А. Черкасский^{с, *}, А. С. Титов^а^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация^бУниверситет Перпиньяна, F-66860, Перпиньян, Франция^сУниверситет Дуйсбург-Эссен, Дуйсбург, 47057 Германия

*E-mail: macherkasskii@hotmail.com

Поступила в редакцию 01.04.2022 г.

После доработки 29.08.2022 г.

Принята к публикации 25.09.2022 г.

Получены аналитические решения инерционного уравнения Ландау–Лифшица–Гилберта для продольной и поперечной компонент намагниченности однодоменной ферромагнитной наночастицы в условиях, близких к насыщению. Метод решения основан на упрощении уравнения с помощью первых интегралов, которые находятся с использованием аналогии между инерционным движением намагниченности и механическим вращением твердого тела. Показано, что учет инерции намагниченности приводит к нутации, частота которой представлена через полный эллиптический интеграл первого рода. Рассмотрена зависимость амплитуды нутаций от величины внешнего поля.

DOI: 10.31857/S0033849423050169, EDN: UIMEIJ

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

До недавнего времени исследование резонансных и волновых явлений в магнитных средах проводилось в предположении, что прецессионная динамика намагниченности преобладает над нутационной. Однако экспериментальное обнаружение нутационного резонанса [1] на терагерцовых (ТГц) частотах заставляет пересмотреть устоявшийся подход. Отметим, что экспериментальному исследованию предшествовали теоретические изыскания, в которых инерционное движение намагниченности сопоставлялось с кинематикой симметричного волчка [2–4]. В рамках данных теоретических исследований было показано, что нутация обусловлена инерцией намагниченности. Экспериментальное наблюдение нутационного резонанса дало новый толчок к всестороннему исследованию инерционной динамики намагниченности.

Помимо механической аналогии были предложены и другие модели, обосновывающие инерционное поведение намагниченности: модель корреляции вращающихся моментов [5], модель колеблющейся поверхности Ферми [6], мезоскопическая теория [7], а также обоснование в рамках релятивистской квантовой механики [8]. Различные теоретические модели позволяют широко исследовать инерцию намагниченности и ее роль в

магнитных явлениях. Так, например, было показано, что инерция проявляется не только в виде нутационного резонанса в ТГц-диапазоне частот [9–13], но и вызывает нутационные спиновые волны (НСВ) [8, 14, 15], сдвиг частоты обычных (прецессионных) спиновых волн, а также ряд других явлений. Отметим, что эти исследования важны не только с фундаментальных позиций, но в технологических приложениях в связи с развитием ТГц-технологий [16].

В рамках новых теоретических исследований инерционной динамики намагниченности уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта (ЛЛГ), широко используемое для описания безынерционной прецессии намагниченности $\vec{M}$, было обобщено на инерционный случай [3, 7, 17, 18]. Обобщение проведено путем включения в рассмотрение дополнительного члена с коэффициентом более высокого порядка малости по сравнению с коэффициентами при основных членах. Новый член содержит производную намагниченности по времени второго порядка. Обобщенное векторное дифференциальное уравнение второго порядка принято называть *инерционным* уравнением ЛЛГ и записывать в виде [3, 7, 17, 18]

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{M} \times \left(-\gamma \vec{H}_{\text{эф}} + \frac{\alpha}{M_S} \frac{d\vec{M}}{dt} + \frac{\tau}{M_S} \frac{d^2\vec{M}}{dt^2} \right), \quad (1)$$

где M_S — намагниченность насыщения, γ — гиромагнитное отношение, α — безразмерный коэффициент затухания, $\vec{H}_{\text{эф}} = \vec{H} + \vec{H}_{\text{ан}}$ — эффективное магнитное поле, включающее в себя внутреннее анизотропное $\vec{H}_{\text{ан}}$ и внешнее приложенное магнитное поле $\vec{H}$, τ — инерционный параметр.

В предыдущей работе [19] мы получили аналитические решения инерционного уравнения ЛЛГ для траекторий намагниченности однодоменной ферромагнитной наночастицы, пренебрегая затуханием. Наличие анизотропного поля $\vec{H}_{\text{ан}}(\vec{M})$, соответствующего даже наиболее простой форме симметрии внутреннего потенциала магнитной частицы, а именно одноосному потенциалу, привело к достаточно громоздким выражениям. Так, решения представлены как сложные комбинации эллиптических функций Якоби для продольной компоненты намагниченности и в квадратурах для поперечной компоненты [19]. Более того, предельный переход $\vec{H}_{\text{ан}}(\vec{M}) \rightarrow 0$ выполнить довольно затруднительно в связи с необходимостью анализа возникающей при этом особенности.

Следует отметить, что при сильных внешних полях ферромагнетик близок к насыщению и, следовательно, решение можно искать методом теории возмущений как поправку $\Delta\vec{M}(t)$ к состоянию насыщения $\vec{M}_S$, а именно $\vec{M} = \vec{M}_S + \Delta\vec{M}(t)$ [20]. Недостатком метода является нарушение принципа сохранения длины вектора намагниченности $|\vec{M}(t)| = M_S$ [20]. Кроме того, в первом приближении траектория конца вектора $\vec{M}(t)$ лежит в плоскости, перпендикулярной приложенному полю, а не на сфере, как при реальном движении намагниченности. Наконец, возмущенные траектории нецелесообразно использовать для расчета корреляционных функций намагниченности, где требуется усреднение по всевозможным начальным условиям, в том числе и приводящим, хоть и с незначительной (но не нулевой) вероятностью, к нарушению условия $|\Delta\vec{M}(t)| \ll |\vec{M}_S|$. Это существенно ограничивает область использования подобных методов.

Целью данной работы является получение и анализ общего аналитического решения инерционного уравнения ЛЛГ в случае, когда внешнее приложенное магнитное поле гораздо больше внутреннего $|\vec{H}| \gg |\vec{H}_{\text{ан}}(\vec{M})|$.

Таким образом, в рамках данной работы исследуется инерционная динамика намагниченности в однодоменных ферромагнитных наночастицах в условиях, близких к насыщению. Однако с математической точки зрения решение имеет более широкое применение. Так, оно может быть исполь-

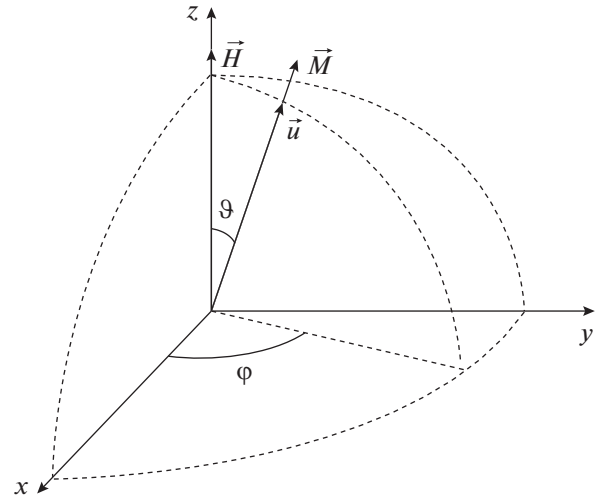


Рис. 1. Вектор намагниченности $\vec{M}$, вектор поля $\vec{H}$, полярный угол ϑ и азимутальный угол φ в лабораторной системе координат.

зовано при описании магнитной релаксации в различных спиновых системах, находящихся в сильном постоянном магнитном поле, например, электронов, внедренных в плотную среду, и т.п.

2. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ КОМПОНЕНТ НАМАГНИЧЕННОСТИ

Уравнение (1) удобно переписать для единичного вектора $\vec{u} = \vec{M}/M_S$, направленного вдоль вектора намагниченности, которое при $\alpha = 0$ примет вид

$$\dot{\vec{u}} = \gamma(\vec{H} \times \vec{u}) + \tau(\vec{u} \times \ddot{\vec{u}}). \quad (2)$$

Векторное уравнение (2) может быть преобразовано в систему скалярных нелинейных дифференциальных уравнений для продольной $u_{\parallel} = \cos\vartheta$ (вдоль оси z , которая сонаправлена с внешним магнитным полем) и поперечной $u_{\perp} = \sin\vartheta \cos\varphi$ компонент вектора $\vec{u}$ (рис. 1)

$$\ddot{u}_{\parallel} = -\Omega^2 u_{\parallel} + \tau^{-1} \Omega_z + \frac{1}{2\eta^2} \xi(1 - u_{\parallel}^2), \quad (3)$$

$$\ddot{u}_{\perp} = -\Omega^2 u_{\perp} + \tau^{-1} \Omega_x - \frac{1}{2\eta^2} \xi u_{\parallel} u_{\perp}, \quad (4)$$

где

$$\vec{\Omega} = (\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) = (\dot{\vec{u}} \times \vec{u}) + \tau^{-1} \ddot{\vec{u}}, \quad (5)$$

и

$$\Omega^2 = (\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}) = (\dot{\vec{u}} \cdot \dot{\vec{u}}) + \tau^{-2}. \quad (6)$$

Здесь $\xi = 2\gamma H\eta^2/\tau$, $\eta = [\nu\mu_0 M_S \tau / (2\gamma kT)]^{1/2}$, ν – объем частицы, kT – тепловая энергия и $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ (Дж А⁻² м⁻¹) в международной системе единиц СИ. Введение фактора η позволяет использовать безразмерные параметры. Например, по физическому смыслу параметр $\xi = \nu\mu_0 M_S H / (kT)$ представляет собой энергию частицы объемом ν с магнитным моментом νM_S во внешнем постоянном поле H , выраженную в единицах тепловой энергии kT . При $T = 30$ К, $\nu = 10^{-24}$ м³, $M_S = 1.4 \times 10^6$ А/м (кобальт), $H \sim 450$ А/м (~ 5 Э) имеем следующую оценку $\xi \approx 1.9$. Следует отметить, что трехмерное вращение вектора $\vec{u}$ в силу жесткой связи $|\vec{u}| = 1$ описывается двумя независимыми координатами, в нашем случае это $u_{||}$ и $u_{\perp}$. Другими словами, мы имеем дело с движением конца вектора намагниченности (длина которого не меняется) по сфере, которое в свою очередь характеризуется двумя координатами.

3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ

Используемый нами метод решения уравнений (3) и (4) основан на их упрощении с помощью первых интегралов (величин не меняющихся в процессе движения). Два первых интеграла легко получить с помощью аналогии между инерционным движением намагниченности и механическим вращением твердого тела [3, 4, 18, 19]. В последнем случае сохраняется полная энергия вращающегося тела и проекция углового момента вращения на ось лабораторной системы координат. Аналогии этих величин в случае намагниченности имеют вид [19]

$$l = \eta \Omega_Z = \text{const}, \quad E = \eta^2 \Omega^2 - \xi u_{||} = \text{const}. \quad (7)$$

С учетом констант (7) дифференциальное уравнение второй степени (3) может быть преобразовано к дифференциальному уравнению первой степени, а именно

$$\frac{du_{||}}{dt'} = \pm \sqrt{\Phi(u_{||})}, \quad (8)$$

где $t' = t/\eta$ (масштабирующий фактор η делает t' безразмерным) и

$$\Phi(u_{||}) = (\xi u_{||} + E)(1 - u_{||}^2) + 2lru_{||} - l^2 - r^2 \quad (9)$$

– многочлен третьей степени. Следует отметить, что аналог еще одного первого интеграла в динамике твердого тела типа симметричного волчка, а именно проекции углового момента на ось симметрии волчка, в случае намагниченности задан

безразмерным параметром инерции $r = \eta/\tau$. Параметр r определяет частоту нутационного резонанса $\omega_{\text{нр}} \approx r/\eta \approx \tau^{-1}$. Недавние экспериментальные исследования [1] показали, что эта частота попадает в ТГц-диапазон $\omega_{\text{нр}} \approx 10^{11} \dots 10^{13}$ Гц. В уравнении (8) знак производной $\dot{u}_{||}(t')$ определяется из начальных условий

$$\dot{u}_{||}(0) = -\dot{\vartheta}(0) \sin \vartheta(0),$$

где ϑ – полярный угол вектора $\vec{u}$ [21] (рис. 1). Значение параметра E лежит в диапазоне $[r^2 - \xi, \infty]$, тогда как значение параметра $|l|$ – в диапазоне $[l_1, l_2]$. Здесь l_1 и l_2 определяются из уравнения $\Phi(u_m) = 0$, где u_m соответствует значению $u_{||}$, при котором функция $\Phi(u_{||})$ достигает максимума на интервале $[-1, 1]$.

Анализ функции $\Phi(u_{||})$ показывает, что она отрицательна или равна нулю при $u_{||} = \pm 1$, так как $\Phi(\pm 1) = -(l \mp r)^2 \leq 0$. Кроме того, функция $\Phi(u_{||})$ положительна при $u_{||} \rightarrow -\infty$ ($\Phi(-\infty) > 0$). В интервале $u_{||} \in [-1, 1]$ функция $\Phi(u_{||}) \geq 0$ при некотором значении $u_{||}$, так как $\Phi(u_{||}) = \dot{u}_{||}^2(t') \geq 0$ (см. (8)).

Таким образом, многочлен $\Phi(u_{||})$ имеет три реальных корня, $e_3 < e_2 < e_1$, причем корни e_1 и e_2 лежат в интервале $[-1, 1]$, а корень e_3 – слева от этого интервала $e_3 < -1$. Наличие трех корней $e_3 < e_2 < e_1$ приводит к существованию двух областей, в которых уравнение (8) имеет действительное решение, а именно

$$-1 < e_2 < u_{||}(t) < e_1 < 1 \quad \text{и} \quad u_{||}(t) < e_3 < -1.$$

Дополнительное физическое ограничение $|u_{||}| = |\cos \vartheta| < 1$ (наряду с требованием действительности функции $\cos \vartheta(t)$) реализуется только в области $e_2 < u_{||}(t) < e_1$. Именно такое решение, соответствующее физике задачи, рассматривается далее. Используя метод решения алгебраических уравнений третьей степени, корни e_i можно выразить в тригонометрической форме [22]

$$e_1 = 2p \cos(\Xi/3) - E/3\xi, \quad (10)$$

$$e_{2,3} = -2p \cos[(\Xi \pm \pi)/3] - E/3\xi, \quad (11)$$

где

$$p = \sqrt{\left(\frac{E}{3\xi}\right)^2 + \frac{2lr}{3\xi} + \frac{1}{3}},$$

$$\Xi = \arccos \left[\frac{1}{p^3} \left(\frac{E}{3\xi} \left(1 - \frac{lr}{\xi} \right) - \left(\frac{E}{3\xi} \right)^3 - \frac{l^2 + r^2}{2\xi} \right) \right].$$

Из теории эллиптических функций [23] следует, что решение дифференциального уравнения (8) с начальным условием $u_{\parallel}(0) = \cos\vartheta(0)$ можно выразить через дважды периодическую эллиптическую функцию Якоби $\text{sn}(u|m)$ [24]

$$u_{\parallel}(t') = e_1 - (e_1 - e_2) \text{sn}^2(s|m), \quad (12)$$

где

$$s = \frac{t'}{2} \sqrt{\xi(e_1 - e_3)} + \delta, \quad m = \frac{e_1 - e_2}{e_1 - e_3}. \quad (13)$$

Константа интегрирования δ определяется начальным условием и находится из уравнения

$$\text{sn}^2(\delta|m) = \frac{e_1 - \cos\vartheta(0)}{e_1 - e_2}. \quad (14)$$

Решением уравнения (14) является неполный эллиптический интеграл первого рода [24]

$$\begin{aligned} \delta &= F\left(\arcsin \sqrt{\frac{e_1 - \cos\vartheta(0)}{e_1 - e_2}}, m\right) = \\ &= \int_0^{\sqrt{\frac{e_1 - \cos\vartheta(0)}{e_1 - e_2}}} \left[(1 - x^2)(1 - mx^2)\right]^{-1/2} dx. \end{aligned} \quad (15)$$

Для определения поперечной намагниченности $u_{\perp}(t')$ мы используем метод, предложенный в работах [25, 26], где рассматривалось сложное вращение линейной полярной молекулы в поле. Это в свою очередь возможно в силу аналогии между инерционным движением намагниченности и вращением твердого тела. Поперечную компоненту вектора $\vec{u}(t')$, а именно $u_{\perp}(t') = \sin\vartheta(t') \cos\varphi(t')$, можно выразить через уже полученное решение для продольной компоненты $u_{\parallel}(t')$ и угол $\varphi(t')$ как [19]

$$u_{\perp}(t') = \sqrt{1 - u_{\parallel}^2(t')} \cos\varphi(t'). \quad (16)$$

Азимутальный угол $\varphi(t')$ можно найти непосредственно из первого интеграла $l = r \cos\vartheta(t') - \dot{\varphi}(t') \sin\vartheta(t')$ (см. уравнение (7)) и уравнения (12). В результате получим дифференциальное уравнение для $\varphi(t')$

$$\dot{\varphi}(t') = \frac{ru_{\parallel}(t') - l}{1 - u_{\parallel}^2(t')} = -\frac{1}{2} \left(\frac{l + r}{1 + u_{\parallel}(t')} + \frac{l - r}{1 - u_{\parallel}(t')} \right). \quad (17)$$

Из теории эллиптических функций [23] следует, что решение дифференциального уравнения (17) с начальным условием

$$u_{\perp}(0) = \sqrt{1 - u_{\parallel}^2(0)} \cos\varphi(0)$$

можно выразить через неполный эллиптический интеграл третьего рода $\Pi(a; \varphi|m)$ [24], а именно

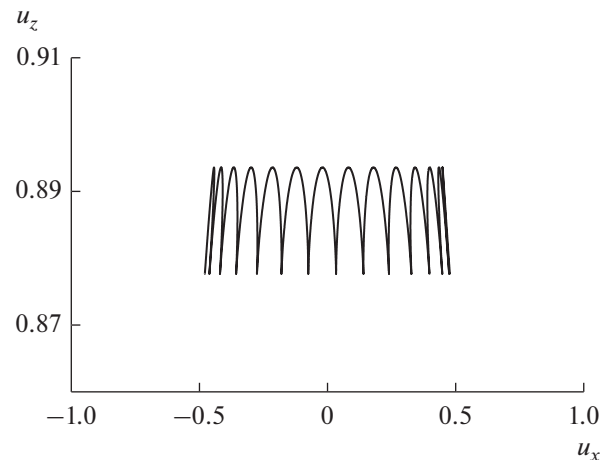


Рис. 2. Нутационное движение намагниченности в плоскостях XZ , рассчитанное при $r = 20$, $\xi = 50$, $\vartheta(0) = 0.5$, $\dot{\vartheta}(0) = \dot{\varphi}(0) = 0$.

$$\begin{aligned} \varphi(t') - \varphi(0) &= \sum_{j=1,2} b_j \int_{\delta}^s \frac{dx}{1 - a_j \text{sn}^2(x|m)} = \\ &= \sum_{j=1,2} b_j [\Pi(a_j; \text{am}(s, m)|m) - \Pi(a_j; \text{am}(\delta, m)|m)], \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$a_{1,2} = \frac{e_1 - e_2}{e_1 \pm 1}, \quad b_{1,2} = -\frac{l \pm r}{(1 \pm e_1) \sqrt{\xi(e_1 - e_3)}},$$

s определяется уравнением (13). Уравнения (12), (16) и (18) окончательно дают решение для $u_{\perp}(t')$

$$\begin{aligned} u_{\perp}(t') &= \left\{ (1 - e_1^2) \prod_{j=1,2} (1 - a_j \text{sn}^2(s|m)) \right\}^{1/2} \cos[\varphi(0) + \\ &+ \sum_{j=1,2} b_j [\Pi(a_j; \text{am}(s, m)|m) - \Pi(a_j; \text{am}(\delta, m)|m)]]. \end{aligned} \quad (19)$$

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Решения (12) и (19) позволяют рассчитать нутационное движение намагниченности в плоскости XZ (рис. 2), используя $u_z(t') = u_{\parallel}(t')$, $u_x(t') = u_{\perp}(t')$ и $u_y(t') = \sqrt{1 - u_{\parallel}^2(t')} \sin\varphi(t')$.

Также с помощью выражений (12) и (19) возможно изобразить инерционное (нутационное) движение намагниченности в трехмерном пространстве (рис. 3).

Амплитуду нутаций можно оценить, как амплитуду колебаний z -компоненты вектора $\vec{u}(t')$, а именно $u_{\parallel \max}(t') - u_{\parallel \min}(t')$. На рис. 4 показана зависимость данной амплитуды от поля ξ для различных значений r . Из рисунка видно, что увеличение поля приводит к росту амплитуды нутаций, в то

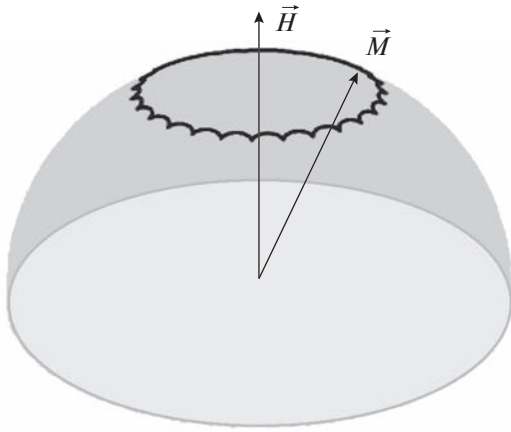


Рис. 3. Прецессия и нутация намагниченности $\vec{M}$ в поле $\vec{H}$ в отсутствие затухания, рассчитанные при $r = 25$, $\xi = 50$, $\vartheta(0) = 0.5$, $\dot{\vartheta}(0) = \dot{\varphi}(0) = 0$.

время как амплитуда нутации падает с уменьшением инерции (с ростом обратного параметра r) и исчезает для безынерционного случая ($u_{\parallel}(t') = \text{const}$). Очевидно, что расчет согласуется с физическими представлениями. Следует отметить, что все оценки остаются справедливыми при изменении температуры, если сохраняется численное отношение используемых энергетических величин к тепловой энергии. Это же утверждение справедливо для изменения объема, все оценки остаются справедливыми при изменении объема, если сохраняется численное произведение объемной плотности энергии на объем.

Аналитические решения (12) и (19) для продольной и поперечной компонент вектора $\vec{u}(t')$ можно сравнить с соответствующими результатами численного решения системы скалярных дифференциальных уравнений (3) и (4). Начальные условия для этих уравнений задаются через начальные значения полярных углов $\vartheta(0) = \vartheta_0$ и $\varphi(0) = \varphi_0$ и их производных как

$$u_{\parallel}(0) = \cos \vartheta_0, \quad \dot{u}_{\parallel}(0) = -\dot{\vartheta}_0 \sin \vartheta_0, \quad (20)$$

$$u_{\perp}(0) = \sin \vartheta_0 \cos \varphi_0, \quad (21)$$

$$\dot{u}_{\perp}(0) = \dot{\vartheta}_0 \cos \vartheta_0 \cos \varphi_0 - \dot{\varphi}_0 \sin \vartheta_0 \sin \varphi_0.$$

Следует отметить, что два первых интеграла I и E связаны с начальными условиями соотношениями [19]

$$I = r \cos \vartheta_0 - \eta \dot{\varphi}_0 \sin^2 \vartheta_0, \quad (22)$$

$$E = \eta^2 \dot{\vartheta}_0^2 + \eta^2 \dot{\varphi}_0^2 \sin^2 \vartheta_0 + r^2 - \xi \cos \vartheta_0. \quad (23)$$

Аналитическое и численное решения дают тождественные результаты, что наглядно видно из рис. 5, где представлено их сравнение.

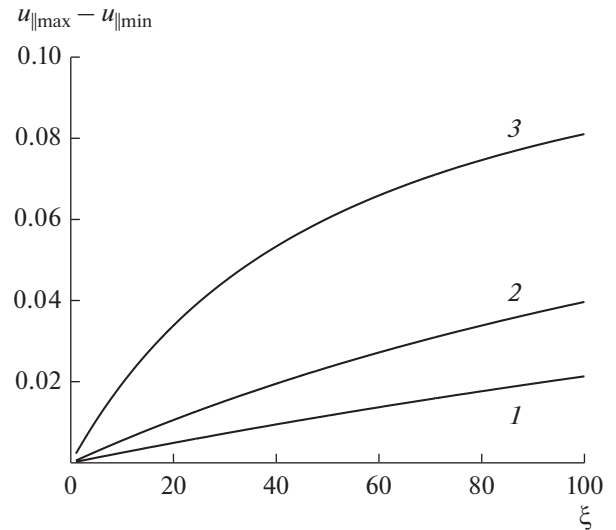


Рис. 4. Амплитуда нутаций в зависимости от величины поля ξ для различных значений обратного параметра инерции: $r = 30$ (1), 20 (2), 10 (3); использованы следующие начальные условия: $\vartheta(0) = 0.5$, $\dot{\vartheta}(0) = \dot{\varphi}(0) = 0$.

Частоту нутаций ω_n , так же как и амплитуду, можно оценить, рассматривая инерционные колебания $u_{\parallel}(t')$, заданные уравнением (12) [19]. Так как периодом эллиптической функции Якоби $\text{sn}^2(s|m)$ является удвоенный полный эллиптический интеграл первого рода $2K(m)$ [23], то период колебаний продольной намагниченности $u_{\parallel}(t')$ задается как

$$T_n = \frac{4\eta}{\sqrt{\xi(e_1 - e_3)}} K(m). \quad (24)$$

Отсюда частота нутаций выражается в виде

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_n} = \frac{\pi \sqrt{\xi(e_1 - e_3)}}{2\eta K(m)}. \quad (25)$$

Аналогично, прецессионная частота $\omega_{\text{пр}}$ определяется вращением намагниченности вокруг направления поля, а именно динамикой поперечной намагниченности $u_{\perp}(t')$, и находится из соотношения

$$\varphi(2\pi/(\eta\omega_{\text{пр}})) - \varphi(0) = 2\pi \quad (26)$$

или

$$\sum_{j=1,2} b_j \left[\Pi \left(a_j; \text{am} \left(\frac{\pi \sqrt{\xi(e_1 - e_3)}}{\eta\omega_{\text{пр}}} + \delta, m \right) | m \right) - \Pi(a_j; \text{am}(\delta, m) | m) \right] = 2\pi. \quad (27)$$

Следует отметить, что частоты ферромагнитного и нутационного резонансов связаны с частотами прецессии и нутации соответственно. Так, в работе [27] частота ферромагнитного резонанса

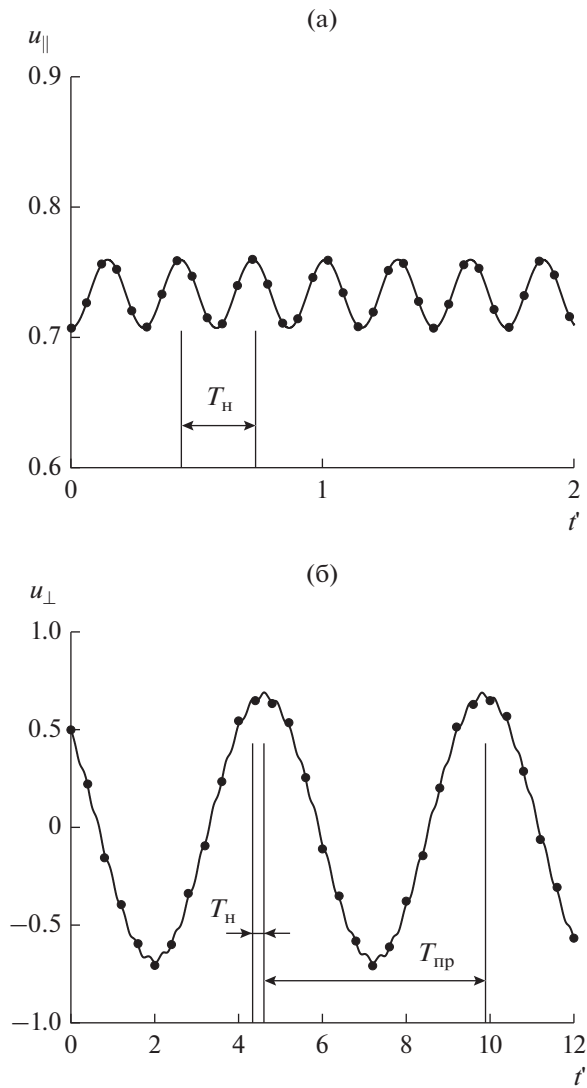


Рис. 5. Динамика продольной $u_{\parallel} = M_{\parallel}/M_S$ (а) и поперечной $u_{\perp} = M_{\perp}/M_S$ (б) компонент вектора намагниченности при $\xi = 50$, $r = 20$: сплошные линии — аналитическое решение (12) и (19); символы — численное решение уравнений (3) и (4); начальные условия: $\vartheta(0) = \varphi(0) = \pi/4$, $\dot{\vartheta}(0) = \dot{\varphi}(0) = 0$, $T_{пр} = 2\pi/\omega_{пр}$ — период прецессии.

оценивалась как усредненная по всем начальным значениям частота прецессии намагниченности при условии, что равновесное распределение по начальным условиям задается бoльцмановским распределением.

5. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Таким образом, показано, как точные решения для продольной и поперечной компонент намагниченности, а именно функции (12) и (19), могут быть получены в аналитическом виде из незатухающе-

го предела инерционного уравнения ЛЛГ и представлены через соответствующие эллиптические функции Якоби и эллиптические интегралы. Решения основаны на упрощении уравнения с помощью первых интегралов, которые находим с использованием аналогии между инерционным движением намагниченности и динамикой симметричного волчка с электрическим дипольным моментом. Поскольку симметричные волчки широко используются для моделирования невзаимодействующих полярных молекул в теории диэлектрической релаксации конденсированных сред (жидкостей, жидких кристаллов и сжатых газов), то многие методы этой теории могут быть применены к рассмотрению систем ферромагнитных частиц, где необходимо учитывать инерционность намагниченности.

Мы также определили частоту нутации (25) как обратный период эллиптической функции Якоби. Частоты прецессии и нутации обычно хорошо отделены друг от друга (соответственно находятся в ГГц- и ТГц-диапазонах частот). Хотя инерционность намагниченности оказывает влияние на частоту прецессии, однако это влияние незначительное [10], и, следовательно, на частотах в прецессионном диапазоне можно использовать обычное уравнение ЛЛГ для получения разумных решений и оценок. В нашем решении инерционного уравнения ЛЛГ предполагается, что безразмерный параметр затухания намагниченности α настолько мал, что им можно пренебречь. Это допущение существенно для получения аналитических результатов. Более того, физическая причина, оправдывающая это допущение, заключается в том, что колебательное движение намагниченности (прецессионное и нутационное) в принципе возможно при малых α . Наконец, не рассматривалась анизотропия формы образцов малых размеров, которая (как и анизотропия внутренних потенциалов) становится несущественной в сильных внешних полях.

Аналитические решения для продольной (12) и для поперечной (19) компонент вектора намагниченности послужат хорошей основой для анализа инерционных эффектов в наномагнитах. Преимущество этих решений по сравнению с численными решениями заключается в том, что они позволяют получить аналитические выражения для продольной

$$C_{\parallel}(t') = \langle u_{\parallel}(0)u_{\parallel}(t') \rangle - \langle u_{\parallel}(0) \rangle^2$$

и поперечной

$$C_{\perp}(t') = \langle u_{\perp}(0)u_{\perp}(t') \rangle$$

равновесных корреляционных функций в случае незатухающих осцилляций намагниченности. Здесь угловые скобки означают равновесные средние в четырехмерном фазовом про-

странстве начальных координат и скоростей $\{\vartheta, \varphi, \omega_x = \dot{\vartheta}, \omega_y = \dot{\varphi} \sin \vartheta\}$ [28]

$$\langle(\cdot)\rangle = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty (\cdot) W_{st}(\vartheta, \varphi, \omega_x, \omega_y) \times \sin \vartheta d\omega_x d\omega_y d\varphi d\vartheta, \quad (28)$$

где

$$W_{st}(\vartheta, \varphi, \omega_x, \omega_y) = Z^{-1} \exp(-\eta^2(\omega_x^2 + \omega_y^2) + \xi \cos \vartheta), \quad (29)$$

— равновесное распределение в ансамбле намагниченностей [18] и

$$Z = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \exp(-\eta^2(\omega_x^2 + \omega_y^2) + \xi \cos \vartheta) \times \sin \vartheta d\omega_x d\omega_y d\varphi d\vartheta = \frac{4\pi^2 \sinh \xi}{\xi \eta^2} \quad (30)$$

— статистическая сумма. Затухания в системе можно учесть в рамках феноменологического подхода Блоха [28] (опять же по аналогии с теорией диэлектрической релаксации [25, 26]).

В свою очередь корреляционные функции важны для определения магнитных свойств ферромагнитных сред (например, восприимчивости, времен переориентации намагниченности и т.п.). Так, согласно теории линейного отклика [32] компоненты тензора восприимчивости системы связаны с соответствующими равновесными корреляционными функциями

$$\chi_{\parallel, \perp}(\omega) = C_{\parallel, \perp}(0) + i\omega \int_0^\infty C_{\parallel, \perp}(t) \exp(i\omega t) dt. \quad (31)$$

Актуальность полученных результатов обусловлена тем, что инерционность намагниченности уже является предметом экспериментальных исследований и должна учитываться в моделях сверхбыстрой спиновой динамики. Анализ магнитных свойств ферромагнитных сред на основе приведенных соотношений представляется отдельной задачей. Наконец, следует упомянуть о возможности решения инерционного уравнения ЛЛГ с учетом тепловых флуктуаций [18], что также представляется важной задачей ближайшего будущего.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС” (грант 22-1-1-28-1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Neeraj K., Awari N., Kovalev S. et al. // Nature Phys. 2021. V. 17. P. 245.
2. Olive E., Lansac Y., Wegrowe J.-E. // Appl. Phys. Lett. 2012. V. 100. № 19. Article No. 192407.
3. Wegrowe J.-E., Ciornei M.-C. // Amer. J. Phys. 2012. V. 80. № 7. P. 607.
4. Giordano S., Déjardin P.-M. // Phys. Rev. B. 2020. V. 102. № 21. Article No. 214406.
5. Thonig D., Eriksson O., Pereiro M. // Sci. Rep. 2017. V. 7. Article No. 931.
6. Fähnle M., Steiauf D., Illg C. // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. № 17. Article No. 172403.
7. Ciornei M.-C., Rubí J.M., Wegrowe J.-E. // Phys. Rev. B. 2011. V. 83. № 2. Article No. 020410(R).
8. Cherkasskii M., Farle M., Semisalova A. // Phys. Rev. B. 2021. V. 103. № 17. Article No. 174435.
9. Olive E., Lansac Y., Meyer M. et al. // J. Appl. Phys. 2015. V. 117. № 21. Article No. 213904.
10. Cherkasskii M., Farle M., Semisalova A. // Phys. Rev. B. 2020. V. 102. № 18. Article No. 184432.
11. Mondal R., Großenbach S., Rózsa L., Nowak U. // Phys. Rev. B. 2021. V. 103. № 10. Article No. 104404.
12. Mondal R. // J. Phys. Condens. Matt. 2021. V. 33. № 27. Article No. 275804.
13. Mondal R., Oppeneer P.M. // Phys. Rev. B. 2021. V. 104. № 10. Article No. 104405.
14. Makhfudz I., Olive E., Nicolis S. // Appl. Phys. Lett. 2020. V. 117. № 13. Article No. 132403.
15. Lomonosov A.M., Temnov V.V., Wegrowe J.-E. // Phys. Rev. B. 2021. V. 104. № 5. Article No. 054425.
16. Handbook of Terahertz Technology for Imaging, Sensing and Communications. / Ed. D. Saeedkia. Sawston: Woodhead Publ. Lim., 2013.
17. Kikuchi T., Tatara G. // Phys. Rev. B. 2015. V. 92. № 18. Article No. 184410.
18. Titov S.V., Coffey W.T., Kalmykov Y.P. et al. // Phys. Rev. B. 2021. V. 103. № 14. Article No. 144433.
19. Titov S.V., Coffey W.T., Kalmykov Y.P., Zarifakis M. // Phys. Rev. B. 2021. V. 103. № 21. Article No. 214444.
20. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994.
21. Варишлов Д.А., Москалёв А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975.
22. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984.
23. Уиттекер Э.Т., Ватсон Дж.Н. Курс современного анализа. Ч. 2. Трансцендентные функции. М.: Физматлит, 1963.
24. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979.
25. Kalmykov Yu.P. // Phys. Rev. A. 1992. V. 45. № 10. P. 7184.
26. Titov S.V., Kalmykov Yu.P., Coffey W.T. // J. Chem. Phys. 2003. V. 118. № 1. P. 209.
27. Titov S.V., Kalmykov Yu.P., Coffey W.T. // Phys. Rev. B. 2018. V. 97. № 22. Article No. 224418.
28. Coffey W.T., Kalmykov Yu.P., Titov S.V. Thermal Fluctuations and Relaxation Processes in Nanomagnets. Singapore: World Scientific, 2020.

УДК 538.913

ОСОБЕННОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ И РОСТА ТОНКИХ ПЛЕНОК ЗОЛОТА НА ПОВЕРХНОСТИ АРСЕНИДА ГАЛЛИЯ ПРИ ТЕРМИЧЕСКОМ ИСПАРЕНИИ В ВАКУУМЕ

© 2023 г. Т. А. Брянцева^а, *, В. Е. Любченко^а, Д. В. Любченко^б, И. А. Марков^а, Ю. А. Тен^а^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141120 Российская Федерация^бDepartment of Micro and Nanosystems, KTH Royal Institute of Technology,
Malvinas väg 10, Stockholm, SE-100 44 Sweden

*E-mail: bryantseva44@mail.ru

Поступила в редакцию 07.04.2022 г.

После доработки 14.06.2022 г.

Принята к публикации 25.06.2022 г.

Проведены исследования изменения морфологии и структуры поверхности GaAs при осаждении пленки Au путем термического испарения в вакууме. Обнаружено, что осаждение пленки Au с участием потока частиц и света от разогретого испарителя вызывает возникновение фотоэффектов в приповерхностных слоях GaAs, включая дифракцию света на поверхностных акустических волнах, рост вискеро́в и эмиссию электронов, что приводит к образованию микротрещин на поверхности GaAs и росту кристаллитов GaAs. Показано, что структура и состав границ пленки Au и поверхности GaAs зависят от концентрации электронов в арсениде галлия, что в конечном итоге определяет свойства электрофизических параметров контактов Au – GaAs.

DOI: 10.31857/S0033849423050030, EDN: UHIFI

ВВЕДЕНИЕ

Осаждение тонких пленок золота на поверхность GaAs путем термического испарения в вакууме является одним из широко распространенных способов изготовления выпрямляющих и не выпрямляющих (омических) контактов, а также соединительных линий при создании приборов и интегральных схем. Показано, что под воздействием пучка испаряемого металла, а также облучения светом (белым) от разогретого испарителя на поверхности полупроводника происходят различные физико-химические и электромеханические явления, в результате которых возможна перестройка поверхности арсенида галлия [1, 2]. Стимулом перестройки является стремление к понижению свободной энергии поверхности. Перестройка возможна и под воздействием внешних корпускулярных и электромагнитных облучений, электрических, акустических, магнитных полей и пр. [3–7]. Эти воздействия приводят к модуляции потенциального барьера для образования зародышей и, как следствие, разориентации решеток пленки и подложки.

Электромагнитные волны влияют на движение заряженных частиц, таких как ионы Ga^+ и As^- , электроны и дырки [5], а также на движение вакансий галлия и мышьяка. Двигающиеся по поверхно-

сти заряженные частицы обмениваются энергией с приповерхностным слоем арсенида галлия.

При осаждении металла путем испарения в вакууме возможны фотоэффекты с участием пластической деформации [7], в частности, перераспределение электронов по энергетическим состояниям под воздействием электромагнитного излучения, называемое внутренним фотоэффектом [8]. Внешний фотоэффект (фотоэлектронная эмиссия) может быть вызван возбуждением электронов из валентной зоны, а также с уровней, обусловленных легированием, дефектами, поверхностными состояниями. Для каждого из названных случаев имеется своя величина пороговой энергии. Эти фотоэффекты включают в себя изменение электропроводности (фотопроводимость), возникновение электродвижущих сил, изменение поляризации или эмиссию электронов. Может возникнуть фотодиэлектрический эффект, который связан с изменением диэлектрической проницаемости. При сравнительно слабых интенсивностях электромагнитного излучения наблюдается изменение статической (низкочастотной) диэлектрической проницаемости среды (фотодиэлектрический эффект) за счет оптического возбуждения или оптической перезарядки примесных атомов [1, 2, 9, 10].

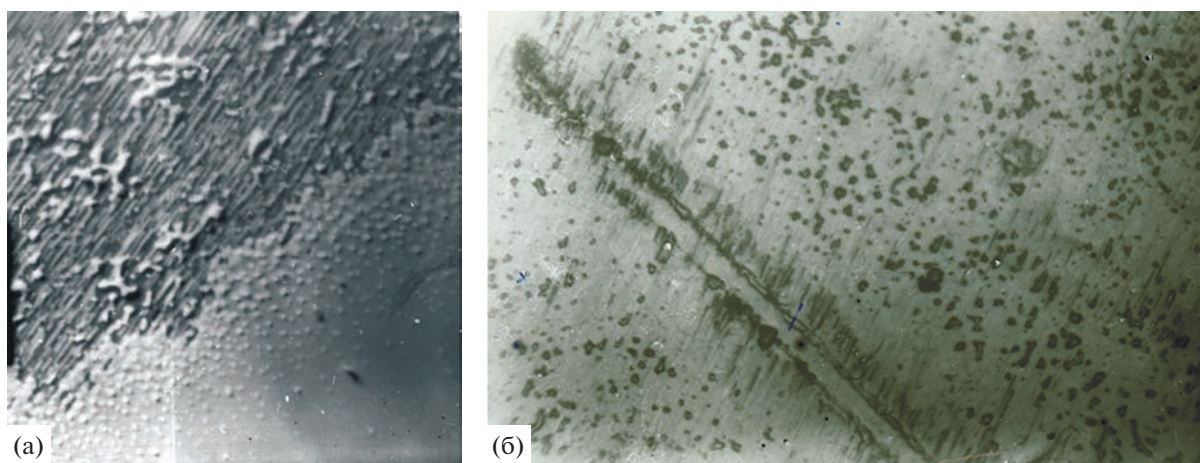


Рис. 1. Микрофотографии поверхности Au–GaAs ($n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$), полученные с помощью растровой электронной микроскопии: увеличение 420 (а) и 2500 (б).

Цель данной работы – рассмотреть процессы зарождения и роста пленок, получаемых термическим испарением золота в вакууме, и оценить влияние трансформации поверхности GaAs на конечный результат – электрофизические характеристики пленок.

1. МЕТОДИКА И ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Для исследований были использованы образцы, представляющие собой эпитаксиально выращенные слои (100) GaAs толщиной $\sim 0.3 \text{ мкм}$ с концентрацией электронов $n \sim (10^{14} \dots 10^{16}) \text{ см}^{-3}$ на сильнолегированных подложках (100) GaAs с $n \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$ либо сами подложки. Пленки золота наносили на поверхность образцов, прошедших предэпитаксиальную подготовку в концентрированной соляной кислоте или в травителе на основе серной кислоты, с последующим отжигом в вакууме. Осаждение пленок золота осуществлялось в вакуумной установке, обеспечивающей предельный вакуум $\sim 10^{-7}$ Торр.

Процесс испарения золота осуществлялся в резистивном испарителе прямого накала, представляющего собой вольфрамовую лодочку с наплавленной на нее навеской золота. В процессе испарения золота при температуре испарителя $\sim 1200^\circ\text{C}$, температура поверхности GaAs не превышала 80°C [11]. Скорость испарения поддерживалась постоянной путем поддержания уровня тока накала испарителя.

Исследования морфологии и структуры поверхности GaAs в результате осаждения пленки Au толщиной $(10 \dots 500) \text{ \AA}$ проводили с помощью сканирующей электронной микроскопии, растровой электронной спектроскопии и просвечивающей электронной микроскопии, в случаях эф-

фективной толщины пленки Au $d < 100 \text{ \AA}$ – с помощью углеродных реплик. Для изучения структуры приповерхностного слоя Au–GaAs был использован также метод селективного травления.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ АНАЛИЗ

Картины морфологии поверхности (100) GaAs с пленкой Au толщиной $50 \dots 500 \text{ \AA}$ представлены на рис. 1–4. Как видим, морфология поверхности Au–GaAs зависит от концентрации электронов n в GaAs и толщины слоя золота.

Прежде всего следует отметить, что характерной особенностью структуры поверхности является декорирование золотом линейных одиночных дислокаций (см. рис. 1). Этими дефектами, скорее всего, являются заряженные дислокации (так называемые 60-градусные дислокации), расположенные вдоль направления $[1\bar{1}0]$ как наиболее неустойчивого на поверхности (100) GaAs.

Вначале осаждения на поверхности GaAs формируются специфические картины (см. рис. 2а, 2б): обнаруживаются регулярно расположенные дискретные микрокапли. С помощью растровой электронной микроскопии показано, что в их состав помимо Au входят Ga и As. Картины распределения капель соответствуют картинам дифракции света от разогретого испарителя на поверхностной акустической волне [7].

Дифракционные пятна являются наиболее освещенными местами на поверхности. Они обогащаются электронами и играют роль стока и/или источника для дефектов, таких как ионы легирующей примеси, свободные ионы Ga^+ и As^- , помимо атомов и ионов Au. Атомы и заряженные частицы перемещаются между освещенными и темными участками поверхности из-за эффектов

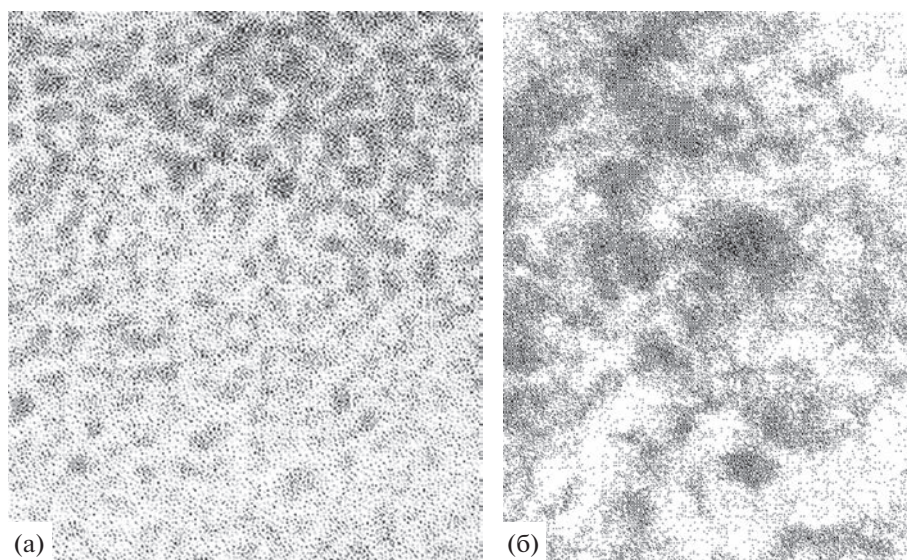


Рис. 2. Микрофотографии поверхности Au–GaAs, полученные с помощью электронной микроскопии, методом на просвет: $n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $d_{\text{Au}} \sim 50 \text{ \AA}$ (а); $n \sim 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $d_{\text{Au}} \sim 100 \text{ \AA}$ (б); увеличение 270000.

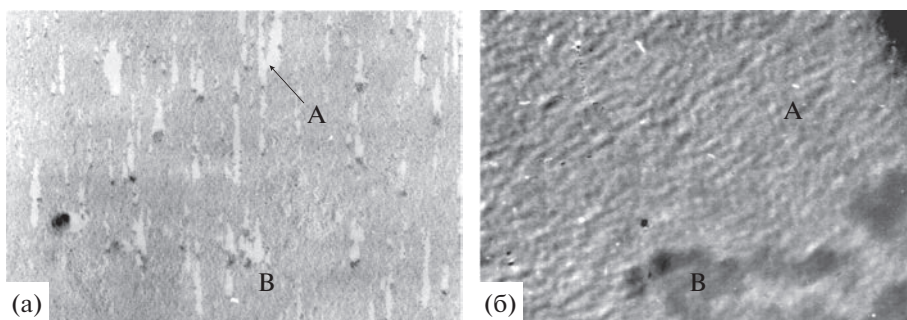


Рис. 3. Изображение поверхности Au–GaAs, полученное с помощью электронной микроскопии, методом на просвет: $d_{\text{Au}} \sim 100 \text{ \AA}$, $n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ (В – островки, А – поверхность GaAs): увеличение 33000 (а) и 625000 (б).

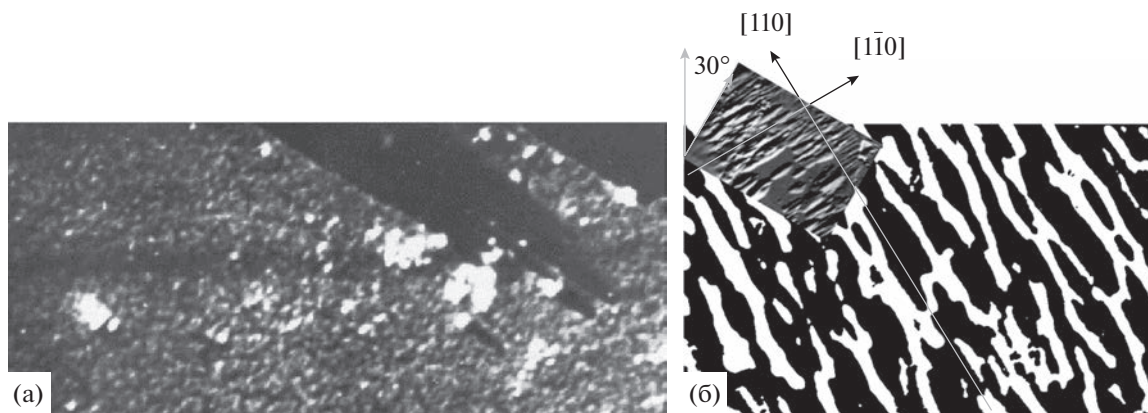


Рис. 4. Поверхность Au–GaAs после селективного травления в $1 \text{ HNO}_3 : 1 \text{ HCl} : 1 \text{ H}_2\text{O}_2$ (5 с) для пленок Au ~ 200 (а) и $\sim 250 \text{ \AA}$ (б), увеличение 1500; в прямоугольнике – Au $\sim 500 \text{ \AA}$, увеличение 550; изображение получено методом растровой электронной микроскопии.

диффузии и/или дрейфа в электрическом поле. Эти пятна являются основными местами зарождения и роста микрокапель $\text{Au} + \text{Ga} + \text{As}$.

По расстояниям между центрами капель можно определить длину волны λ , период τ и частоту $f = 1/\tau$ стоячей акустической волны, имея в виду $\tau = \lambda/v$, где v — скорость распространения волны. Как известно [12], для (100) GaAs максимальная скорость распространения волны $v = 2600$ м/с в направлении 30° к [110].

При $n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ и $d \leq 50 \text{ \AA}$ в узлах стоячей звуковой волны с регулярным периодом $\sim 1.7 \times 10^{-10}$ с формируется капельная структура. Это соответствует $f \sim 5.7 \times 10^9$ Гц и времени жизни неосновных носителей заряда — электронов на поверхности GaAs под воздействием облучения [10]. При толщине $d \sim 100 \text{ \AA}$ наблюдается разрушение капель.

При $n \sim 10^{16} \text{ см}^{-3}$ и $d \sim 100 \text{ \AA}$ на поверхности (100) GaAs все еще остаются микрокапли. Частота поверхностной волны, судя по расположению капель, $f \sim 10^{12}$ Гц, что соответствует оптическим колебаниям решетки и времени жизни неосновных носителей заряда — дырок. Разрушение микрокапель в этом случае происходит при толщине $d \sim 150 \text{ \AA}$.

При $n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и $d \leq 300 \text{ \AA}$ пленка Au относительно гладкая.

3. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПРИСТЕНОЧНОЙ ПЛАЗМЕ И В ПРИПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЯХ АРСЕНИДА ГАЛЛИЯ

В процессе осаждения золота поверхность GaAs подвергается как воздействию частиц, входящих в состав испаряемого металла, так и облучению света (белого) со стороны разогретого испарителя. При этом реализуются реакции взаимодействия, рассмотренные ниже.

Поток испаряемого Au, достигший поверхности GaAs, включает в себя такие заряженные частицы, как ионы золота, а также нейтральные атомы, электроны и ионы остаточных газов [11]. Состав прибывающих на поверхность частиц в пучке испаряемого золота не только неоднороден, но и изменяется со временем осаждения. Как было показано ранее, сначала поверхность GaAs достигают электроны (20%), а затем (2%) ионы Au^+ , ионы остаточных газов вакуумной камеры и затем нейтральные атомы, т.е. поток испаряемого Au является слабо заряженной (пристеночной) плазмой [11, 13–15].

Под ударом налетевших частиц, как известно, передается эстафетно импульс ионам или атомам кристалла с фокусировкой вдоль плотно упакованных атомных рядов [110] GaAs [8]. Достигшие поверхности заряды из пучка испаряемого золота

рекомбинируют на ней. Следствием эффектов рекомбинации являются микровзрывы, сопровождающиеся выбросом материала: Ga, As и электронов [8, 13], что подтверждается экспериментами, проведенными нами дополнительно. Осаждение Au проводилось в условиях, когда над поверхностью GaAs на расстоянии 2 мм размещали перфорированную пластинку спектрально чистого угля с дырками — ячейками. Затем угольную пластинку исследовали с помощью химического спектрального анализа. Оказалось, что в ее составе обнаруживаются следы Ga и As. В результате микровзрывов на поверхности GaAs образуются дефекты, в частности, вакансии атомов Ga_v^- или As_v^+ . Улетающие с поверхности атомы Ga и As захватываются парами золота и поступают обратно на поверхность GaAs. На поверхности GaAs возникают локальные неоднородности по распределению температуры, механических напряжений и поверхностных зарядов.

3.1. Воздействие света разогретого испарителя

Интенсивность света J , проходящего через полупроводник, уменьшается как:

$$J = J_0 \exp(-KL); \quad E = E_0 \exp(-ax);$$

$$H = H_0 \exp(-ax),$$

где E_0 и H_0 — амплитуды напряженности электрического поля и магнитной составляющей [8, 10, 13], K — коэффициент поглощения света связан с электропроводностью $\sigma(\omega)$: $K(\omega) \sim \sigma(\omega)$; L — расстояние, на котором интенсивность света J_0 уменьшается в 2.7 раза; a — коэффициент затухания электромагнитной волны, $x = 1/a = \lambda_D$ — радиус Дебая.

В результате вблизи поверхности формируется слой полупроводника в виде слоя типа тонкой пластинки, которая колеблется с частотой ω , с эффективной толщиной $L = \sqrt{v/\omega}$, где v — кинематическая вязкость [8, 15]. Толщина пластины L определяется концентрацией электронов n в исходном GaAs вследствие эффекта экранирования. Экранирование является релаксационным процессом и связано с частотой релаксации $\omega = \sigma/\epsilon$, где ϵ — диэлектрическая проницаемость [15, 16].

При вибрации тонкого слоя (пластинки) GaAs возбуждаются две продольные и две поперечные волны, распространяющиеся навстречу друг другу (рис. 5) [7, 8]. Первая резонансная частота может быть определена как $f_{\text{рез}} = v/2L$, где L — толщина слоя, v — скорость волны. Распространение волны связано с передачей энергии электронам проводимости и решетке, в результате происходит деформация решетки.

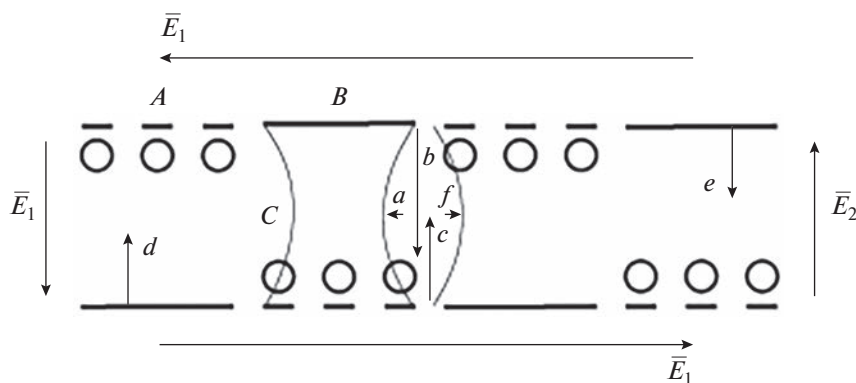


Рис. 5. Схематическое изображение распределения электрических полей в приповерхностном слое арсенида галлия.

3.2. Взаимодействие волновых процессов в приграничных слоях

Вибрация разрывает молекулярные связи, в результате чего соответствующие активные атомы, колеблющиеся в резонансе с возбужденной модой акустической волны, получают импульс для заполнения образованных ранее вакансий на поверхности. Свободные атомы занимают позиции вакансий: ионы Ga^+ присоединяются к решетке GaAs при колебаниях ее с частотой волны акустического диапазона, As^- — за счет колебаний с частотой волны оптического диапазона. В результате в случае $n < 10^{15} \text{ см}^{-3}$ приповерхностный слой GaAs обогащается ионами As^- и электронами, а образцы с $n > 10^{15} \text{ см}^{-3}$ обогащаются ионами Ga^+ и дырками. Это приводит к изменению поверхностного заряда, поверхностного потенциала и натяжения, а также к изменению встроенных полей на поверхности полупроводника. При $n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ соотношение $\text{Ga}/\text{As} \approx 1$.

При распространении волны на поверхности GaAs возникают чередующиеся участки сжатия-растяжения. Этот эффект приводит к перераспределению атомов (ионов) Ga, As между участками. Заряженные частицы движутся как по поверхности GaAs, так и в плотном плазменном слое (см. рис. 5). В результате действия сил зеркального отображения электрические потенциалы движущихся навстречу друг другу волн имеют противоположные знаки.

Свободные ионы, молекулы, атомы, а также вакансии в приповерхностном слое выстраиваются в направлении, перпендикулярном к поверхности GaAs (область С). Их перераспределение происходит за счет эффектов затягивания (конденсаторный эффект) между сжатыми и растянутыми областями. При этом величина напряженности суммарного электрического потенциала между точками А—В складывается из электрической части ПАВ и поверхностного электрического потенциала.

Вместе с тем в точках между областями сжатия и растяжения А и В, как наименее напряженных, растет на затравках пленка в виде капель $\text{Au} + \text{Ga} + \text{As}$, регулярно расположенных на поверхности. Размер этих капель, а, следовательно, величина образующихся зерен и длина межзеренных границ будут зависеть от частоты поверхностной волны и скорости движения электронов и дырок.

В плотном плазменном слое толщиной λ_1 возникают колебания с частотой ω_1 вблизи границы раздела с полупроводником, а в приповерхностном слое GaAs толщиной λ_2 — с частотой ω_2 . При этом отношение $\omega_1/\omega_2 \approx \lambda_2/\lambda_1$ [13, 14].

4. ФОРМИРОВАНИЕ МИКРОРЕЛЬЕФА ПОВЕРХНОСТИ Au—GaAs

Принудительное растекание капель. При эффективной толщине пленки золота $d \sim 50 \text{ \AA}$ на поверхности GaAs с $n < 10^{15} \text{ см}^{-3}$ обнаруживается растекание капель. Растекание капель осуществляется в основном по дугам интерференции света и по направлениям распространения стоячей акустической волны. В то же время в случае $n > 10^{15} \text{ см}^{-3}$ растекание капель обнаруживается при $d \sim 100 \text{ \AA}$ (см. рис. 2).

Оказалось, что высота капель l , как и размер их основания D , зависит от концентрации электронов в GaAs. Высота увеличивается, а диаметр уменьшается с увеличением n , что связано с расстояниями между центрами зародышеобразования и роста капель [6].

Принудительное растекание может осуществляться как из-за воздействия плазмы испаренного золота, так и под воздействием распространения акустических волн. Вероятность роста и/или растекания островков зависит также от вязкости текущего верхнего слоя (Au—Ga) и коэффициента смачивания GaAs [2, 8].

Рост капель вызывает положительный изгиб поверхности GaAs [2] что, в свою очередь, приво-

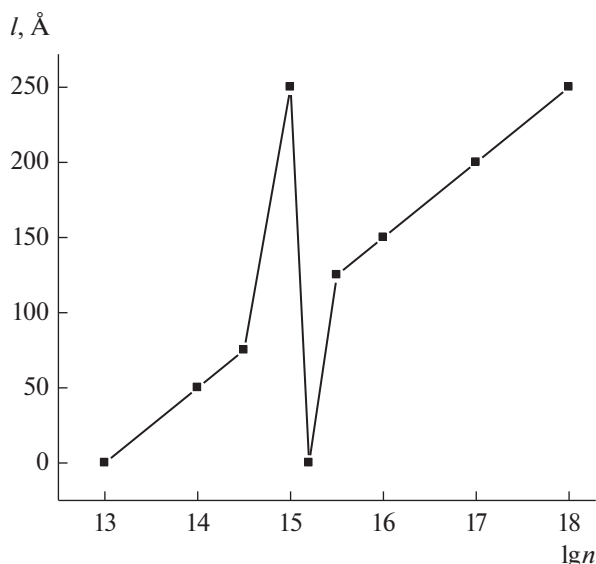


Рис. 6. Зависимость предельной высоты островков $l = \lambda_D$ от концентрации электронов n на поверхности GaAs.

дит к скоплению электронов на вершинах капель и к изменению поверхностного потенциала [15].

Выпадение микроостровков GaAs. Первым на поверхность GaAs с микроостровка стекает внешний слой: Au с добавками Ga. В результате микрокапли на границе с GaAs находятся в состоянии, близком к растеканию и/или кристаллизации. Стеkanie приводит к пересыщению по As в каплях (Au + Ga + As): As плохо растворяется в Au или в Ga, но хорошо в растворе Au + Ga. Таким образом, создаются условия для затравки и роста микроостровков GaAs на поверхности GaAs, вытянутых перпендикулярно поверхности. Источником атомов галлия и мышьяка является как приповерхностный слой GaAs, так и слой плотной плазмы. Островки GaAs могут расти с небольшой капелькой раствора Au + Ga наверху по аналогии с ростом вискерсов ($n > 10^{15} \text{ см}^{-3}$) [16]. Следует отметить, что кристаллы GaAs при небольшой температуре и избытке Ga, как правило, имеют гексагональную решетку. Вероятность роста определяется соотношением расстояний между каплями D и их высотой l . Исходя из того что на поверхности GaAs на границе между каплями возникает электрическое поле, величина D соответствует длине стоячей волны с частотой колебаний ω_L^{-1} , а величина $l \sim \omega_T^{-1}$, т.е. отношение D/l соответствует $\omega_L^{-1}/\omega_T^{-1}$. Частоту ω_L можно идентифицировать с частотой длинноволновых продольных оптических (ЛО) фононов, частоту ω_T — с частотой поперечных оптических (ТО) фононов.

Соотношения расстояний между каплями и их высотой. Направленное движение электронов по

поверхности GaAs приводит к резистивному нагреванию, тогда как движение дырок — к охлаждению поверхности [9].

Из рис. 6 следует, что зависимость высоты l , по достижении которой происходит взрыв капель, соответствует выражению

$$l = l_0 \frac{\lg(n/n_{02})}{\lg(n_{01}/n_{02})}. \quad (1)$$

Предельный размер $l = k \ln(n/n_{02})$, $k = l_0/\ln(n_{01}/n_{02})$; $n = n_{02} \exp(1/k)$; при уменьшении n в 2.7 раза $l_0 = 21.7 \text{ Å}$.

На поверхности капля как на остриях всегда скапливается заряд и электроны смещаются по отношению к ионам. В результате между зарядами на острие капля и поверхности подложки GaAs возникает электрическое поле E . Теперь расстояния между каплями и их высота l определяются как величиной концентрации электронов n_- , так и величиной напряженности поля E .

Как показано в [15], $E = 4\pi en_- l$, где e — заряд электрона, $l \approx \lambda_D$ — расстояние, на которое все электроны смещаются в слое, равном высоте капли l . Увеличение потенциальной энергии заряда, прошедшего расстояние l в направлении этого поля, определяется по формуле

$$\Delta V = eEl = 4\pi e^2 n_- l^2.$$

В этом случае дебаевский радиус λ_D определяется из условия $\Delta V = kT$, где k — постоянная Больцмана, а T — абсолютная температура.

Соседние электроны и ионы со стороны вакуума располагаются в поле этого потенциала согласно распределению Больцмана [15]

$$\ln(n_-/n_+) = 2e\Phi_S/kT,$$

где n_+ — концентрация ионов, Φ_S — потенциал экранирующего слоя в области вблизи стенки — поверхности GaAs. Кроме того, за счет перемещения потенциалообразующих ионов Ga^+ и As^- в приграничной области со стороны подложки GaAs возникает двойной электрический слой, потенциал которого задается выражением

$$\Phi_S = (kT/2e) \ln(N_+/N_-),$$

где $N_+(\text{Ga}^+)$ и $N_-(\text{As}^-)$ — концентрации соответствующих ионов [15].

Энергия активации увеличения высоты l , полученная из выражения (1), соответствует потенциалу Φ_S и составляет $\sim 0.066 \text{ эВ}$.

Поскольку высоты капли l соответствует λ_1 при $\Delta V = \Phi_S$, где Φ_S/e — электростатический потенциал, ускоряющий электроны, то по величине

Φ_3 равен кинетической энергии электронов в электрон-вольтах [13]:

$$\lambda_1 = 12.3(1/\sqrt{\Phi_3}) \text{ \AA}.$$

Из уравнения следует, что $\Phi_3 \sim 0.009$ эВ соответствует переходу плоскости (100) GaAs в плоскость (111) GaAs. Отметим, что значение потенциала Φ_3 близко к значению энергии продольных акустических (LA) фононов ~ 0.008 эВ.

Выражение (1) может быть записано в виде

$$n/n_0 = \exp((l/l_0)(1/\ln(n_{01}/n_{02}))),$$

что согласуется с выражением для электростатического потенциала Φ вокруг заряда q [13]

$$\Phi = (q/r) \exp(-r/\lambda_D),$$

где q — величина заряда. Как видно экранировка будет полной уже на расстояниях r порядка несколько дебаевских радиусов.

Разрушение и взрыв капель (электронная эмиссия). На картинах поверхности фиксируется разрушение и взрыв капель (Au + Ga + As), что, как известно, связано с эмиссией электронов [8, 13] и образованием плотной плазмы (см. рис. 1–4). Как следует из рис. 6, предельная высота капель l до разрушения определяется концентрацией электронов на поверхности GaAs. Это указывает на формирование над поверхностью арсенида галлия экранирующего слоя, толщина которого определяется концентрацией электронов и температурой поверхности. Потенциальным барьером, определяющим выход электронов с поверхности, является потенциал экранирующего слоя [13].

При $n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ и $d \sim 100 \text{ \AA}$ разрушение капель (взрыв острия), судя по всему, является следствием шнурования тока в каплях перпендикулярно поверхности (направление E от отрицательно заряженной поверхности GaAs к вершине капли).

При $n > 10^{15} \text{ см}^{-3}$ разрушение капель осуществляется вследствие пробоя (направление E от вершины капли к положительно заряженной поверхности GaAs). Положительно заряженная поверхность формируется за счет увеличения концентрации дырок и автоэлектронной эмиссии, поверхность полупроводника охлаждается (эффект Ноттингема).

Таким образом, поскольку λ_D определяется частотой колебаний поверхности, предельная величина l в области $n < 10^{15} \text{ см}^{-3}$ при разогреве поверхности меньше, чем в области $n > 10^{15} \text{ см}^{-3}$, за счет ее охлаждения.

В случае $n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ вначале осаждения Au зарождение и рост островков осуществляются в согласии с теорией роста: в точках зарождения и роста островков Au возникают механические напряжения на поверхности GaAs. Это, как известно, приводит к возникновению упругой деформационной волны [9]. В отсутствие синхронизма частоты

колебаний могут быть любыми. Этот факт дает возможность предположить, что при облучении светом поверхность GaAs с $n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ отражает свет.

Для образцов с $(10^{15} > n > 10^{15}) \text{ см}^{-3}$, судя по всему, именно колебания пластинки такого рода являются синхронизирующими, навязывающими свою частоту.

Особенности поверхности при $n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$. С увеличением толщины Au до $d \sim 250 \dots 300 \text{ \AA}$ на отдельных дислокациях возникает рекомбинация электронов (см. рис. 1б). Рекомбинация электронов приводит к взрыву, сопровождающемуся выбросом материала (Ga, As и электронов) и возникновению колебаний поверхности с частотой волны акустического диапазона $f = 2 \times 10^9 \text{ Гц}$. В этом случае наблюдается диффузия материала (атомов галлия) со скоростью волны. В узлах стоячей акустической волны формируются капли. При достижении высоты капель $l > 250 \text{ \AA}$, достаточной для возникновения эмиссии, возникает их разрушение с образованием кратера (экстон [8]) (см. рис. 1а). Частота волны, синхронизирующая систему колебаний, соответствует длинноволновой поверхностной акустической волне, возникающей вследствие эффектов рекомбинации на дислокациях. Эти дислокации окружены эмиссионным материалом, мигрирующим по поверхности со скоростью распространения акустической волны. Рекомбинация зависит от времени жизни электронов и дырок. Влияние выделенной энергии на решетку может быть таким сильным, что может происходить быстрая эрозия материала.

Формирование микрополосок. В результате взрыва (рекомбинации) капель (Au + Ga + As) на поверхности GaAs (см. рис. 1–4) формируются регулярные микрополоски, заполненные раствором Au + Ga + As. Затем, при увеличении толщины Au трещины заполняются выпавшими микроостровками GaAs гексагональной фазы.

Рассмотрим характерные примеры формирования полосок.

1. GaAs с $n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $d \sim 100 \text{ \AA}$. Полоски разделены одинаковым расстоянием (см. рис. 2б), соответствующим длине стоячей волны с $f \sim 8 \times 10^{11} \text{ Гц}$. Эта частота соответствует ионно-плазменным колебаниям в GaAs и соотносится со временем жизни неосновных носителей — дырок на поверхности GaAs. При этом формируется множество микроостровков GaAs (гексагональной фазы), плотно прижатых друг к другу и выращенных на этих полосках.

Микроостровки GaAs имеют вытянутую грань, повернутую по отношению к полоскам на угол 60° . Наиболее развитая грань кристалла, как известно, располагается перпендикулярно к направлению теплоотвода. Теплоотвод в данном случае коррелирует с направлением электрического дрейфа заря-

женных частиц или с диффузией. Как показано на рис. 1а, микрокапли движутся по поверхности GaAs преимущественно в одном направлении: 30° относительно $[110]$. Ранее при меньшей толщине Au эти капли находились на вершине микроостровков GaAs. Микрокапли дрейфуют в направлении внутреннего электрического поля: максимальный коэффициент электромеханической связи расположен под углом 30° к $[110]$ GaAs. Преимущественное движение капель в одну сторону объясняется, скорее всего, отрицательным знаком заряда капель Ga + Au (ввиду малого размера), а также геометрической формой выпавших микроостровков GaAs. Распределение этих капель соответствует стоячей волне с $f \sim 4 \times 10^{10}$ Гц, близкой к частоте циклотронного резонанса электронов. При движении по поверхности GaAs капли собирают материал окружающей среды и имеют в своем составе Au + Ga + As. Таким образом, формируется еще одна поверхностная субструктура. При увеличении d Au эти капли становятся источниками роста островков GaAs, вытянутых перпендикулярно поверхности в виде усов.

2. GaAs с $n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $d \sim 300 \text{ \AA}$. Микрополоски распределены по поверхности GaAs с шагом, соответствующим $f \sim 1.2 \times 10^{10}$ Гц, что соответствует колебаниям с частотой акустического диапазона. При этом наблюдается диффузия Ga в направлении электрической составляющей акустической волны.

3. GaAs с $n \sim (10^{16} - 10^{18}) \text{ см}^{-3}$, $d \sim 500 \text{ \AA}$. Микрополоски распределяются с шагом, соответствующим $f \sim (1.2 \dots 1.5) \times 10^{10}$ Гц. Островки GaAs развернуты на 60° по отношению к направлению полосок (см. рис. 4б).

Перечисленные выше эффекты имеют следующее объяснение. Поскольку GaAs является хрупким материалом, взрыв микрокапель вызывает образование микротрещин на поверхности GaAs. Направление микротрещин совпадает с направлением $[1\bar{1}0]$ на (100) GaAs, которое состоит из атомных цепочек As. Формирование канавок с определенной регулярностью приводит к образованию структуры поверхности, аналогичной дифракционной решетке для падающего света от нагретого испарителя (GaAs имеет слабые пьезоэлектрические свойства) [8]. В результате механических напряжений возникают акустические волны со своей частотой. В этом случае также присутствует дифракция света на акустической волне. Сгруппированные вместе дифракционные пятна расположены вдоль линий трещин. Они являются основными центрами стекания свободных атомов и ионов. Когда трещины заполняются посторонними атомами, они растут и развиваются, а оставшиеся свободные трещины схлопываются.

Потенциальная энергия эмиссии электронов (разряд). Из соотношения частоты колебаний поверх-

ности GaAs до разрушения (взрыва) капель ω_1 и после ω_2 , т.е. при переводе системы из одного состояния в другое, можно было определить потенциальную энергию, при которой происходит эмиссия электронов. Оказалось, что для GaAs при $n < 10^{15} \text{ см}^{-3}$ разряд происходит при частоте поперечных оптических (ТО) колебаний с энергией 0.033 эВ [10, 12], тогда как при $n > 10^{15} \text{ см}^{-3}$ — при частоте длинноволновых продольных оптических (ЛО) колебаний с энергией 0.029 эВ .

При $n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ разряд происходит при частоте длинноволновых продольных акустических (ЛА) колебаний с энергией 0.023 эВ .

Как показано в [14], для GaAs отношение квадратов частот ТО-колебаний и ЛО-колебаний для малых волновых векторов K равно

$$\omega_T^2 / \omega_L^2 = \varepsilon(\infty) / \varepsilon(0),$$

где $\varepsilon(0)$ — статическая диэлектрическая проницаемость, $\varepsilon(\infty)$ — высокочастотная (оптическая) диэлектрическая проницаемость, обусловленная смещением электронных облаков относительно ионов. Подставляя числа, получаем

$$\frac{\omega_L}{\omega_T} = \sqrt{\frac{\varepsilon(0)}{\varepsilon(\infty)}} = 1.08.$$

Следует отметить, что величина D соответствует длине стоячей волны с частотой колебаний ω_L^{-1} , а величина $l \sim \omega_T^{-1}$, при $\omega_L / \omega_T \approx D / l$ имеем $\omega_L^{-1} / \omega_T^{-1} \approx 1.07$.

Падающий на поверхность среды свет с частотой $\omega_T < \omega < \omega_L$ не будет распространяться, а будет отражаться от ее границы. Что и происходит при $n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Атомы, ионы и электроны в потоке термически испаряемого золота в вакууме обмениваются с атомами поверхности GaAs энергией и электронами (физические и химические эффекты адсорбции). Облучение образца светом от разогретого испарителя вызывает возникновение фотоэффектов в приповерхностных слоях GaAs. Реакции взаимодействия на границе Au—GaAs приводят к изменению электрического потенциала как в направлении, перпендикулярном поверхности, формируя потенциал двойного электрического слоя, так и в плоскости поверхности. Возникает концентрационная, деформационная и термическая нестабильность в приповерхностных слоях. При этом возбуждаются волны акустического при концентрации электронов $n < 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и оптического диапазона при $n > 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Синхронизм колебаний связан с поглощением света разогретого испарителя. При $n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ вследствие отражения света синхронизм колебаний обеспечи-

вается на плоскости эффектами рекомбинации заряженных частиц на отдельных дислокациях. На картинах поверхности образцов GaAs фиксируется разрушение и взрыв капель ($\text{Au} + \text{Ga} + \text{As}$), что связано с эмиссией электронов. В случае образцов с $n < 10^{15} \text{ см}^{-3}$ эмиссия электронов происходит вследствие разогрева за счет шнурования тока, а в случае с $n > 10^{15} \text{ см}^{-3}$ — за счет охлаждения поверхности. Эмиссия электронов приводит к растрескиванию поверхности GaAs и росту кристаллитов GaAs гексагональной фазы. Все это в конечном итоге определяет зависимость электрофизических параметров контактов металл—GaAs от концентрации электронов в образцах.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания № 0030-2019-0012.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черняев В.Н. Физико-химические процессы в технологии РЭА. М.: Высш. шк., 1987.
2. Гладков С.О. Физика композитов. Термодинамические и диссипативные свойства, М.: Наука, 1999.
3. Брянцева Т.А., Любченко Д.В., Марков И.А., Тен Ю.А. // Журн. радиоэлектроники. 2019. № 6. <http://jre.cplire.ru/jre/jun19/9/text.pdf>.
4. Брянцева Т.А., Любченко Д.В., Любченко В.Е. и др. // ФТП. 2014. Т. 48. № 2. С. 196.
5. Брянцева Т.А., Любченко В.Е., Любченко Д.В. и др. // РЭ. 2009. Т. 54. № 5. С. 621.
6. Lioubtchenko D.V., Briantseva T.A., Lebedeva Z.M. et al. // Defect and Diffusion Forum. 2001. V. 194—199. P. 745.
7. Брянцева Т.А., Марков И.А., Тен Ю.А. // РЭ. 2021. Т. 66. № 5. С. 490.
8. Физический энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия, 1983.
9. *Laser Annealing of Semiconductors* / Eds. by J.M. Poate, J.W. Mayer. N. Y.: Academic, 1982.
10. Арсенид галлия в микроэлектронике / Под ред. Н. Айнспрука, У. Уиссмана. М.: Мир, 1988.
11. Брянцева Т.А., Любченко В.Е., Юневич Е.О. // РЭ. 1987. Т. 10. № 11. С. 2231.
12. Физические величины. Справочник. Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова М.: Энергоатомиздат, 1991.
13. Кристи Р., Питти А. Строение вещества: введение в современную физику. М.: Наука, 1969.
14. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978.
15. Фролов Ю.Г. Курс коллоидной химии. Поверхностные явления и дисперсные системы. М.: Химия, 1982.
16. Тонких А.А., Цырлин Г.Э., Самсоненко Ю.Г. и др. // ФТП. 2004. Т. 38. № 10. С. 1260.

ПОЛУЧЕНИЕ МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕНОК ОКСИДА ЦИНКА НА МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ПОДСЛОЕ

© 2023 г. В. А. Лузанов*

*Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141190 Российская Федерация*

**E-mail: valery@luzanov.ru*

Поступила в редакцию 16.01.2023 г.

После доработки 16.01.2023 г.

Принята к публикации 25.01.2023 г.

Для увеличения эффективности работы устройств на основе пьезоэлектрических преобразователей из оксида цинка предложено использовать монокристаллические слои платины в качестве нижнего электрода. Получены эпитаксиальные монокристаллические пленки оксида цинка на металле. Показано, что данное сочетание слоев позволяет минимизировать рассогласование по параметрам решетки пленки и подложки, что существенно повышает качество полученной пьезоэлектрической пленки.

DOI: 10.31857/S0033849423050108, EDN: UHVBOK

Популярность использования пленок оксида цинка в качестве СВЧ-преобразователей акустических волн обусловлена высоким коэффициентом электромеханической связи, достаточной доступностью распыляемого материала, широким выбором методов осаждения [1–4]. Одним из наиболее распространенных методов осаждения является магнетронное распыление мишени из металлического цинка в кислородосодержащей атмосфере [1]. Данный метод характеризуется большим диапазоном скоростей напыления, высокой однородностью получаемых пленок. Для эффективного возбуждения объемных звуковых волн, как правило, необходима ориентация кристаллографической оси в пленке [0001], строго параллельной ее нормали. Простейшим решением в этом случае является использование текстурированных пленок. К сожалению, нужно отметить, что аксиальная текстура, как правило, присуща некоторому отклонению оси от среднего значения, что уменьшает эффективность работы преобразователя. В данном случае идеальным вариантом было бы использование монокристаллических пленок. Однако для роста монокристаллических пленок нужной ориентации необходимо наличие согласования параметров решетки пленки и подложки из-за определяющего ориентирующего влияния подложки на рост начальных слоев пленки. Важным моментом также является необходимость использования металлического подслоя в качестве нижнего электрода. Понятно, что в этом случае металлический подслой тоже должен быть монокристаллическим и об-

ладать хорошим согласованием (своих) параметров кристаллической решетки и решетки оксида цинка.

В данной работе было предложено использовать сочетание (0001)Al₂O₃/Pt/ZnO. Осаждение пленок платины и оксида цинка проводилось за один цикл без разгерметизации вакуумной камеры. Были использованы металлические мишени из платины и цинка. Для проведения эпитаксии использовали магнетронный разряд на постоянном токе. Подложку нагревали до 400°C. После напуска в камеру чистого аргона до давления 10⁻² Торр зажигали разряд с силой тока 100 мА. После двух минут напыления платины аргон заменяли на кислород при таком же давлении и проходило реактивное напыление пленки ZnO. Полученная структура была исследована методом рентгеновской дифракции с использованием модернизированного дифрактометра ДРОН-3, работающего по схеме Брегга–Брентано. Длина волны излучения анода рентгеновской трубки составляла 0.15406 нм. Для выделения из характеристического спектра линии Kα₁ использовали кварцевый монохроматор. Дифрактограмма от выращенной структуры приведена на рис. 1.

Из рисунка видно, что платиновая пленка оказалась ориентирована плоскостью (111) параллельно плоскости подложки (0001). Пленка оксида цинка выросла с ориентацией (0001). Для определения взаимных ориентаций пленок и подложки в полученной структуре была построена полюсная фигура с использованием “косых” отражений. В случае подложки фиксировались рефлексы от плоскостей {101̄10}. Пленка платины показала довольно

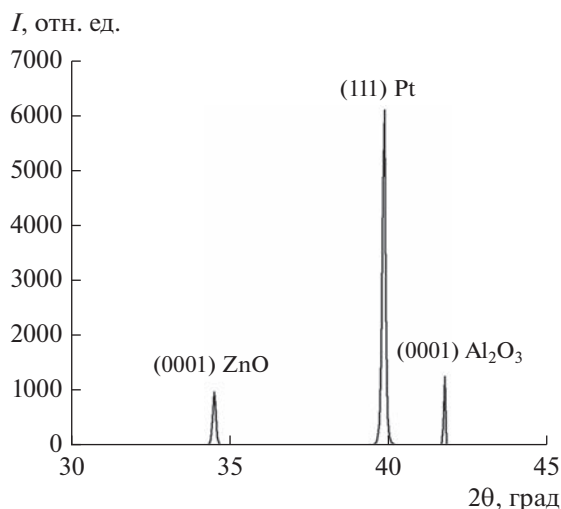


Рис. 1. Рентгеновский спектр от пленки ZnO, выращенной на подложке из Al_2O_3 с подслоем Pt.

интенсивные отражения от семейства плоскостей {113}. Для пленки ZnO использовали плоскости {114}. Полученный результат приведен на рис. 2.

Как видно из рисунка, ориентационные соотношения между пленками и подложкой можно представить в следующем виде:

$$[11\bar{2}0]\text{Al}_2\text{O}_3 \perp [110]\text{Pt} \perp [110]\text{ZnO}.$$

При этом наблюдается 180-градусное двойникование в пленке платины, что характерно для гетероэпитаксии металлов с кубической сингонией на сапфировых подложках с ориентацией (0001).

Следует отметить, что в данном случае эпитаксиальная пленка платины выступает как буферный слой, существенно уменьшающий различие в межатомных расстояниях на поверхности подложки и выращиваемой на ней пленки оксида цинка. В случае отсутствия слоя платины разница составляла бы около 8%. Межатомные расстояния эпитаксиальной платины и сапфировой подложки отличаются в плоскости роста всего на 4%.

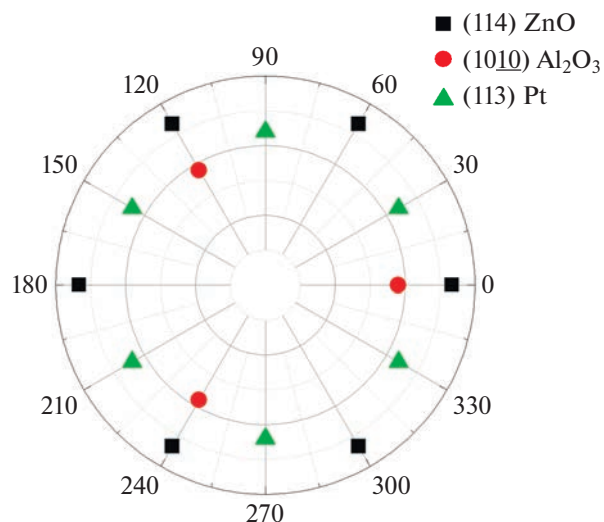


Рис. 2. Полюсная фигура от структуры ZnO/Pt/ Al_2O_3 .

Таким образом, удастся вдвое уменьшить несоответствие узловых расстояний монокристаллической пленки оксида цинка и подложки, что позволяет существенно улучшить качество растущего слоя.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лузанов В.А., Алексеев С.Г., Ползикова Н.И. // РЭ. 2018. Т. 63. № 9. С. 1015.
2. Morales C., Leinen D., del Campo A. et al. // J. Alloys and Compounds. 2021. V. 884. Article No. 161056.
3. Franklin J.B., Zou B., Petrov P. et al. // J. Material Chemistry. 2021. V. 21. № 22. P. 8178.
4. Steiger P., Zhang J., Harrabi K. et al. // Thin Solid Films. 2018. V. 645. P. 417.

**ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ
ОПТИКА**

УДК 537.533

ГЕОМЕТРИЗОВАННЫЕ МОДЕЛИ ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

© 2023 г. В. А. Сыровой*

*ВЭИ – филиал ФГУП “РФЯЦ-ВНИИТФ им. акад. Е.И. Забабахина”,
ул. Красноказарменная, 12, Москва, 111250 Российская Федерация*

*E-mail: red@cplire.ru

Поступила в редакцию 10.12.2021 г.

После доработки 10.12.2021 г.

Принята к публикации 25.12.2022 г.

Во втором приближении в системе координат x^i , $i = 1, 2, 3$, связанной с трубками тока $x^2 = \text{const}$, сформулированы уравнения осесимметричных и плоскосимметричных электростатических потоков в трех вариантах геометризованной теории: в l -представлении, продольная координата x^1 не связана с физическими параметрами пучка, в φ - и W -представлениях, когда в качестве x^1 используется потенциал электростатического поля $x^1 = \varphi$ или потенциал обобщенного импульса $x^1 = W$.

DOI: 10.31857/S0033849423050157, EDN: UIKKDZ

ВВЕДЕНИЕ

Геометризованная теория [1, 2] основана на новой форме уравнений пучка, записанных в заранее неизвестной системе координат x^i , $i = 1, 2, 3$, которая связана с траекториями (линии x^1) или трубками тока (поверхности $x^2 = \text{const}$). Условия эвклидовости пространства (шесть тождеств Ляме – нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка относительно элементов метрического тензора g_{ik}) дополняют уравнения для физических параметров потока.

Система x^i в общем случае неортогональна. Для двумерных пучков при неспециализированной продольной координате x^1 выполнение условий термоэмиссии обеспечивается локальной неортогональностью системы вблизи сингулярной стартовой поверхности. Уравнения, описывающие двумерные потоки, удалось представить как соотношение на трубке тока вместе с системой эволюционных уравнений. Первое имеет вид обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка по координате x^1 , в которое поперечная координата x^2 входит как параметр. Эволюционные уравнения выражают первые производные по x^2 от геометрических и физических характеристик потока через данные, известные на базовой

трубке тока. В отличие от параксиального приближения эти соотношения являются точными.

Упомянутая декомпозиция исходной системы позволяет построить первое приближение теории, перейдя при помощи эволюционных уравнений на соседнюю трубку тока. Уже в этом приближении линейный по x^2 член в квадратичной по x^2 формуле для потенциала φ учитывает пространственный заряд пучка в отличие от аналогичной конструкции при параксиальном подходе. Кроме того, геометризованный формализм допускает рассмотрение релятивистских пучков с произвольно ориентированным магнитным полем на катоде при эмиссии в ρ - и T -режимах – задача, недоступная для классической параксиальной теории или теории Овчарова [3] и Овчарова и Пензякова [4]. Алгоритм построения высших приближений сводится к дифференцированию по x^2 нужное количество раз соотношения на трубке тока и уравнений эволюционной системы и исключении возникающих производных по поперечной координате с помощью эволюционной системы предыдущего приближения.

Продольная координата x^1 на базовой трубке тока может быть определена как произвольная функция длины дуги l образующей (направляющей), поэтому этот вариант теории удобно называть l -представлением. В работах [5–7] в качестве продольной координаты во всем поле течения предло-

жено использовать потенциал электрического поля $x^1 = \varphi$ (φ -представление). От l -к φ -представлению нельзя перейти по формулам, связывающим две криволинейные системы. Изменение статуса потенциала от искомой функции к независимой переменной меняет структуру исходных уравнений, в частности, уравнение Пуассона становится уравнением первого порядка. В работе [8] при тестировании геометризованных моделей показано, что использование φ -представления может повышать точность приближенного решения.

Третий вариант геометризованной теории возможен для релятивистских потенциальных потоков с $x^1 = W$, где W — потенциал обобщенного импульса (W -представление) [9].

Цель работы — формулировка задачи расчета двумерных электростатических электронных пучков с прямой осью во втором приближении при использовании всех трех представлений геометризованной теории.

1. ТЕОРИЯ В l -ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Искривленные трубки тока. Для описания двумерных электростатических пучков в l -представлении можно использовать ортогональную систему x^i . Соотношение на искривленной трубке тока в этом случае определено формулой

$$2\varphi \frac{1}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} + \frac{1}{h_1} \varphi_{,1} \frac{1}{h_1} h_{2,1} + h_2 \left[\frac{1}{h_1} \left(\frac{1}{h_1} \varphi_{,1} \right)_{,1} - k_2 \operatorname{tg} \theta \frac{1}{h_1} \varphi_{,1} + 2(2k_1^2 - k_1 k_2) \varphi \right] = \frac{h_{20} h_{30} J}{h_3 u}, \quad (1)$$

$$u^2 = 2\varphi, \quad E_v = 2k_1 \varphi.$$

Здесь k_1, k_2 — главные кривизны поверхности $x^2 = \text{const}$, θ — угол наклона трубки тока к оси z , u — скорость, E_v — нормальное электрическое поле, J — плотность тока эмиссии. Для частных производных и элементов метрического тензора g_{ik} приняты обозначения

$$h_{2,1} \equiv \partial h_2 / \partial x^1, \quad \varphi_{,2} \equiv \partial \varphi / \partial x^2, \quad (2)$$

$$g_{11} = h_1^2, \quad g_{22} = h_2^2, \quad g_{33} = h_3^2.$$

Нижний индекс нуль относит значение соответствующей величины к катоду $x^1 = 0$. Уравнение (1) и все последующие формулы записаны в нормировках, исключающих из уравнений пучка все физические постоянные используемой системы единиц.

При переходе к прямой оси для осесимметричных пучков $k_2 \rightarrow \infty$

$$k_2 = -\cos \theta / h_3, \quad h_3 = R, \quad (3)$$

что требует раскрытия возникающих неопределенностей. В плоском случае $k_2 = 0, h_3 = 1$.

Эволюционная система первого порядка образована уравнениями

$$z_{,2} = -h_2 \sin \theta, \quad R_{,2} = h_2 \cos \theta,$$

$$\theta_{,2} = \frac{h_{2,1}}{h_1}, \quad k_{1,2} = \frac{1}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} + h_2 k_1^2,$$

$$h_{1,2} = -h_1 h_2 k_1, \quad \varphi_{,2} = h_2 E_v, \quad u_{,2} = h_2 k_1 u,$$

$$E_{v,2} = 2\varphi \left[\frac{1}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} + 3h_2 k_1^2 \right]. \quad (4)$$

Первое приближение, уравнения на оси. Для перехода к оси пучка с $x^1 = z$ в осесимметричном случае необходимо раскрыть неопределенности в членах $k_1 k_2, k_2 \operatorname{tg} \theta, h_{30} / h_3$. С учетом соотношений эволюционной системы (4) и определения k_2 из (3) вблизи оси получаем

$$R = R_{,2} y, \quad \theta = \theta_{,2} y, \quad k_2 = -1 / (R_{,2} y),$$

$$k_1 = k_{1,2} y, \quad y \equiv x^2; \quad k_1 k_2 = -\frac{k_{1,2}}{h_2} = -\frac{1}{h_1 h_2} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1}, \quad (5)$$

$$k_2 \operatorname{tg} \theta = -\frac{\theta_{,2}}{h_2} = -\frac{h_{2,1}}{h_1 h_2}, \quad \frac{h_{30}}{h_3} = \frac{h_{20}}{h_2}.$$

В случае осесимметричных и плоских систем на оси пучка $x^1 = z, h_1 = 1$ и уравнение (1) принимает соответственно вид

$$h_{2,11} + \frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,1} h_{2,1} + \frac{1}{4} \bar{\varphi}_{,11} h_2 = \frac{h_{20}^2 J}{2 h_2 u^3},$$

$$h_{2,11} + \frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,1} h_{2,1} + \frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,11} h_2 = \frac{h_{20} J}{u^3}, \quad (6)$$

$$\bar{\varphi}_{,1} \equiv \varphi_{,1} / \varphi, \quad \bar{\varphi}_{,11} \equiv \varphi_{,11} / \varphi.$$

Эволюционная система образована уравнениями

$$z_{,2} = 0, \quad h_{1,2} = 0, \quad h_{2,2} = 0,$$

$$\varphi_{,2} = 0, \quad u_{,2} = 0, \quad J_{,2} = 0;$$

$$R_{,2} = h_2, \quad \theta_{,2} = h_{2,1}, \quad k_{1,2} = h_{2,11},$$

$$E_{v,2} = 2\varphi h_{2,11}. \quad (7)$$

Параметры с нулевыми производными в (7) являются четными, а с отличными — нечетными функциями x^2 .

Второе приближение. Выполнив двукратное дифференцирование по x^2 соотношения на труб-

ке тока (1) и переходя к оси с использованием уравнений (7), имеем

$$\begin{aligned} & 2\varphi(h_{2,221} - 2h_{2,11}h_{1,22} - h_{2,1}h_{1,221}) + 2\varphi_{,22}h_{2,11} + \\ & + (\varphi_{,221} - 2\varphi_{,1}h_{1,22})h_{2,1} + \varphi_{,1}h_{2,221} + (\varphi_{11} - k_2 \operatorname{tg} \theta \varphi_{,1} - \\ & - 2k_1k_2\varphi)h_{2,22} = \left[-8k_{1,2}^2\varphi + 2(k_1k_2)_{,22}\varphi + \right. \\ & + 2k_1k_2\varphi_{,22} + (k_2 \operatorname{tg} \theta)_{,22}\varphi_{,1} + k_2 \operatorname{tg} \theta (\varphi_{,221} - \varphi_{,1}h_{1,22}) - (8) \\ & \left. - \varphi_{,2211} + 2\varphi_{,11}h_{1,22} + \varphi_{,1}h_{1,221} \right] h_2 + \\ & + \frac{h_{20}J}{u} \left(\frac{h_{30}}{h_3} \right)_{,22} + \frac{h_{20}J}{u} \left(\frac{h_{30}}{h_3} \right) \left(\frac{J_{,22}}{J} - \frac{u_{,22}}{u} \right). \end{aligned}$$

Эволюционная система второго порядка, получаемая по тому же алгоритму, что и соотношение (8), включает уравнения

$$\begin{aligned} z_{,22} &= -h_2h_{2,1}, \quad h_{1,22} = -h_2h_{2,11}, \\ \varphi_{,22} &= h_2E_{v,2}, \quad u_{,22} = h_2h_{2,11}u. \end{aligned} \quad (9)$$

Высшие производные нечетных функций определены формулами

$$\begin{aligned} R_{,222} &= h_{2,22} - h_2h_{2,1}^2, \quad \theta_{,222} = h_{2,221} - h_{2,1}h_{1,22}, \\ k_{1,222} &= h_{2,2211} + h_2h_{2,1}h_{2,111} + 4h_2h_{2,1}^2 + h_{2,1}^2h_{2,11}, \\ E_{v,222} &= 2\varphi(h_{2,2211} + h_2h_{2,1}h_{2,111} + 10h_2h_{2,1}^2 + h_{2,1}^2h_{2,11}). \end{aligned} \quad (10)$$

Четвертые производные четных функций могут быть выражены через $h_{2,22}$

$$\begin{aligned} z_{,2222} &= -h_2h_{2,221} - 3h_{2,1}h_{2,22} - h_2^2h_{2,1}h_{2,11} + h_2h_{2,1}^3, \\ h_{1,2222} &= -h_2k_{1,222} - 3(h_{2,22} + h_2h_{1,22})k_{1,2}, \\ \varphi_{,2222} &= h_2E_{v,222} + 3h_{2,22}E_{v,2}, \\ uu_{,2222} &= \varphi_{,2222} - 3u_{,22}^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Параметры потока. Известные на оси производные (9)–(11) позволяют построить фрагменты рядов Тэйлора по поперечной координате $x^2 \equiv y$ для искоемых параметров задачи

$$\begin{aligned} h_1 &= 1 + \frac{1}{2}h_{1,22}y^2 + \frac{1}{24}h_{1,2222}y^4, \quad h_2 = h_{20} + \frac{1}{2}h_{2,22}y^2, \\ \varphi &= U + \frac{1}{2}\varphi_{,22}y^2 + \frac{1}{24}\varphi_{,2222}y^4, \\ E_v &= E_{v,2}y + \frac{1}{6}E_{v,222}y^3, \quad \theta = \theta_{,2}y + \frac{1}{6}\theta_{,222}y^3, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} k_1 &= k_{1,2}y + \frac{1}{6}k_{1,222}y^3, \quad Z = z + \frac{1}{2}z_{,22}y^2 + \frac{1}{24}z_{,2222}y^4, \\ R &= R_{,2}y + \frac{1}{6}R_{,222}y^3. \end{aligned}$$

Последние два соотношения при фиксированном значении y определяют конфигурацию трубки тока, а при $z = \text{const}$ являются параметрическими уравнениями для ортогональной трубкам тока поверхности.

Вспомогательные соотношения. Для приведения уравнения (8) к окончательному виду необходимо вычислить функции $\varphi_{,221}$, $\varphi_{,2211}$, $h_{1,221}$, $h_{2,111}$ и

раскрыть неопределенности в случае осесимметричных течений. Для последних имеем

$$\begin{aligned} \varphi_{,221} &= h_2E_{v,21} + h_{2,1}E_{v,2}, \quad E_{v,21} = -\frac{1}{2}h_2\varphi_{,111} - \\ & - \frac{3}{2}h_{2,1}\varphi_{,11} - h_{2,11}\varphi_{,1} - \frac{h_{20}^2J}{2h_2u} \left(\frac{h_{2,1}}{h_2} + \frac{1}{2}\bar{\varphi}_{,1} \right), \\ \varphi_{,221} &= -\frac{1}{2}h_2^2\varphi_{,111} - 2h_2h_{2,1}\varphi_{,11} - (h_2h_{2,11} + h_{2,1}^2)\varphi_{,1} - \\ & - \frac{h_{20}^2J}{4u}\bar{\varphi}_{,1}, \quad \varphi_{,2211} = -\frac{1}{2}h_2^2\varphi_{,1111} - 3h_2h_{2,1}\varphi_{,111} - \\ & - 3(h_2h_{2,11} + h_{2,1}^2)\varphi_{,11} - (h_2h_{2,111} + 3h_{2,1}h_{2,11})\varphi_{,1} - \\ & - \frac{h_{20}^2J}{4u} \left(\bar{\varphi}_{,11} - \frac{3}{2}\bar{\varphi}_{,1}^2 \right), \quad h_{1,221} = -h_2h_{2,111} - h_{2,1}h_{2,11}, \\ h_{2,111} &= -\frac{1}{4}h_2(\bar{\varphi}_{,111} - \bar{\varphi}_{,1}\bar{\varphi}_{,11}) - \\ & - \frac{1}{2} \left(h_{2,11}\bar{\varphi}_{,1} + \frac{3}{2}h_{2,1}\bar{\varphi}_{,11} - h_{2,1}\bar{\varphi}_{,1}^2 \right) - \\ & - \frac{h_{20}^2J}{2h_2u^3} \left(\frac{h_{2,1}}{h_2} + \frac{3}{2}\bar{\varphi}_{,1} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

В плоском случае выражения (13) принимают вид

$$\begin{aligned} \varphi_{,221} &= -h_2^2\varphi_{,111} - 3h_2h_{2,1}\varphi_{,11} - (h_2h_{2,11} + h_{2,1}^2)\varphi_{,1} + \\ & + \frac{h_{20}J}{u} \left(h_{2,1} - \frac{1}{2}h_2\bar{\varphi}_{,1} \right), \quad \varphi_{,2211} = -h_2^2\varphi_{,1111} - \\ & - 5h_2h_{2,1}\varphi_{,111} - 4(h_2h_{2,11} + h_{2,1}^2)\varphi_{,11} - \\ & - (h_2h_{2,111} + 3h_{2,1}h_{2,11})\varphi_{,1} + \\ & + \frac{h_{20}J}{u} \left(-\frac{1}{2}h_2\bar{\varphi}_{,11} + \frac{3}{4}h_2\bar{\varphi}_{,1}^2 - h_{2,1}\bar{\varphi}_{,1} + h_{2,11} \right), \\ h_{2,111} &= -\frac{1}{2}h_2(\bar{\varphi}_{,111} - \bar{\varphi}_{,1}\bar{\varphi}_{,11}) - \\ & - \frac{1}{2} \left(h_{2,11}\bar{\varphi}_{,1} + 2h_{2,1}\bar{\varphi}_{,11} - h_{2,1}\bar{\varphi}_{,1}^2 \right) - \frac{3}{2} \frac{h_{20}J}{u^3} \bar{\varphi}_{,1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Раскрытие неопределенностей. Для раскрытия неопределенностей на оси z необходимо использовать приносевые разложения параметров потока (12) и соотношения

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \theta_{,2}y + \frac{1}{6}(\theta_{,222} - \theta_{,2}^3)y^3, \\ \cos \theta &= 1 - \frac{1}{2}\theta_{,2}^2y^2, \quad R_0 = \left(R_{,2}y + \frac{1}{6}R_{,222}y^3 \right)_0; \\ (k_1k_2)_{,22} &= \frac{1}{R_{,2}} \left[-\frac{1}{3}k_{1,222} + \left(\frac{1}{3}\frac{R_{,222}}{R_{,2}} + \theta_{,2}^2 \right) k_{1,2} \right], \\ (k_2 \operatorname{tg} \theta)_{,22} &= -\frac{1}{3} \frac{1}{h_2} \left(\theta_{,222} - \theta_{,2}^3 - \theta_{,2} \frac{R_{,222}}{R_{,2}} \right), \\ \left(\frac{h_{30}}{h_3} \right)_{,22} &= \frac{1}{3} \frac{h_{20}}{R_{,2}} \left[-\frac{R_{,222}}{R_{,2}} + \left(\frac{R_{,222}}{h_2} \right)_0 \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Используя формулы (10), (15), получаем

$$\begin{aligned} (k_1 k_2)_{,22} = & -\frac{1}{3} \left(\frac{1}{h_2} h_{2,2211} - \frac{1}{h_2^2} h_{2,11} h_{2,22} + \right. \\ & + h_{2,1} h_{2,111} + 4 h_{2,11}^2 - \frac{1}{h_2} h_{2,1}^2 h_{2,11} \Big), \quad (k_2 \operatorname{tg} \theta)_{,22} = \\ & = -\frac{1}{3} \frac{1}{h_2} \left(h_{2,221} - \frac{1}{h_2} h_{2,1} h_{2,22} + h_2 h_{2,1} h_{2,11} \right), \\ & \left(\frac{h_{30}}{h_3} \right)_{,22} = \frac{1}{3} \frac{h_{20}}{h_2} \left[-\frac{1}{h_2} h_{2,22} + h_{2,1}^2 - (h_{2,1}^2)_0 \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Соотношение на оси во втором приближении. Пользуясь приведенными выше формулами, представим уравнение (8) в окончательном виде. В осесимметричном случае имеем

$$\begin{aligned} h_{2,2211} = & -\frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,1} h_{2,221} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,11} + \frac{J}{h_2^2 u^3} \right) h_{2,22} + \\ & + \frac{3}{16} h_2^3 \bar{\varphi}_{,1111} + \frac{7}{4} h_2^2 h_{2,1} \bar{\varphi}_{,111} + \\ & + \left(\frac{3}{8} h_2^2 h_{2,11} + \frac{27}{8} h_2 h_{2,1}^2 \right) \bar{\varphi}_{,11} + \\ & + \frac{3}{4} h_{2,1} (h_2 h_{2,11} + h_{2,1}^2) \bar{\varphi}_{,1} - \frac{1}{2} h_2 h_{2,1}^2 \bar{\varphi}_{,1}^2 - \\ & - \frac{1}{4} h_2^2 h_{2,1} \bar{\varphi}_{,1} \bar{\varphi}_{,11} - \frac{17}{2} h_2 h_{2,11}^2 - \frac{1}{2} h_{2,1}^2 h_{2,11} + \\ & + \frac{h_{20} J}{h_2 u^3} \left(-\frac{3}{4} h_2 h_{2,11} + \frac{1}{2} h_{2,1}^2 - \frac{1}{4} \kappa_{10}^2 + \frac{3}{16} h_2^2 \bar{\varphi}_{,11} - \right. \\ & \left. - \frac{9}{32} h_2^2 \bar{\varphi}_{,1}^2 + \frac{9}{8} h_2 h_{2,1} \bar{\varphi}_{,1} + \frac{3}{4} \bar{J}_{,22} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь κ_{10} — кривизна катода на оси, $\bar{J}_{,22} \equiv J_{,22}/J$.

Плоские пучки описываются уравнением

$$\begin{aligned} h_{2,2211} = & -\frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,1} h_{2,221} - \frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,11} h_{2,22} + \frac{1}{2} h_2^3 \bar{\varphi}_{,1111} + \\ & + \frac{7}{2} h_2^2 h_{2,1} \bar{\varphi}_{,111} + \left(-\frac{1}{2} h_2^2 h_{2,11} + 4 h_2 h_{2,1}^2 \right) \bar{\varphi}_{,11} - \\ & - \frac{5}{2} h_2 h_{2,1} h_{2,11} \bar{\varphi}_{,1} - \frac{1}{2} h_2^3 \bar{\varphi}_{,11}^2 - \\ & - 2 h_2 h_{2,1}^2 \bar{\varphi}_{,1}^2 - \frac{5}{2} h_2^2 h_{2,1} \bar{\varphi}_{,1} \bar{\varphi}_{,11} - 9 h_2 h_{2,11}^2 - \\ & - 2 h_{2,1}^2 h_{2,11} + \frac{h_{20} J}{u^3} \times \\ & \times \left(-h_2 h_{2,11} + \frac{3}{2} h_2^2 \bar{\varphi}_{,11} - \frac{3}{4} h_2^2 \bar{\varphi}_{,1}^2 + 6 h_2 h_{2,1} \bar{\varphi}_{,1} + \bar{J}_{,22} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Прикатодные асимптотики. Потенциал φ и коэффициент Ляме h_2 на оси вблизи катода представимы в виде разложений

$$\begin{aligned} \varphi = & \varphi_4 z^{4/3} \left(1 + \bar{\varphi}_7 z + \bar{\varphi}_{10} z^2 + \bar{\varphi}_{13} z^3 + \bar{\varphi}_{16} z^4 + \dots \right), \\ h_2 = & b_0 \left(1 + \bar{b}_3 z + \bar{b}_6 z^2 + \bar{b}_9 z^3 + \bar{b}_{12} z^4 + \dots \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Подстановка функций (19) в уравнение (6) для осесимметричных потоков приводит к следующим связям коэффициентов:

$$\begin{aligned} 2\varphi_4 = & \left(\frac{9J}{2} \right)^{2/3}, \quad \bar{\varphi}_7 = -\frac{16}{15} \bar{b}_3, \quad \bar{\varphi}_{10} = -\frac{16}{9} \bar{b}_6 + \frac{163}{150} \bar{b}_3^2, \\ \bar{b}_9 = & \frac{9}{74} \left(\frac{4898}{405} \bar{b}_3 \bar{b}_6 - \frac{122029}{30375} \bar{b}_3^3 - \frac{11}{3} \bar{\varphi}_{13} \right), \\ \bar{b}_{12} = & \frac{9}{268} \left(\frac{3004}{135} \bar{b}_3 \bar{b}_9 + \frac{2114}{81} \bar{b}_6^2 - \frac{201877}{12150} \bar{b}_3^2 \bar{b}_6 - \right. \\ & \left. - \frac{3166}{18225} \bar{b}_3^4 + \frac{1}{12} \bar{\varphi}_{10}^2 - \frac{523}{45} \bar{b}_3 \bar{\varphi}_{13} - \frac{35}{3} \bar{\varphi}_{16} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Функция $\bar{b}_{3,22}$, необходимая при формулировке начальных данных для уравнения (17), может быть выражена через коэффициенты $\bar{b}_3, \bar{b}_6, \bar{b}_9$ [1, 2]

$$\frac{1}{b_0} \bar{b}_{3,22} = -\frac{45}{2} \bar{b}_9 - \frac{13}{2} \bar{b}_3 \bar{b}_6. \quad (21)$$

Те, в свою очередь, определены коэффициентами $\bar{\varphi}_7, \bar{\varphi}_{10}, \bar{\varphi}_{13}$ разложения потенциала на оси. Таким образом, задание $\varphi(z)$ позволяет вычислить правую часть в формуле (21).

Если в качестве x^2 на катоде $x^1 = 0$ использовать отсчитанную вдоль него длину дуги, то начальные условия для интегрирования уравнения (17) определены формулами

$$\begin{aligned} h_{20} = b_0 = 1, \quad (h_{2,22})_0 = b_{0,22} = 0, \\ (h_{2,221})_0 = b_{3,22}. \end{aligned} \quad (22)$$

В случае плоских потоков аналогичные (19) коэффициенты имеют вид

$$\begin{aligned} 2\varphi_4 = & \left(\frac{9J}{2} \right)^{2/3}, \quad \bar{\varphi}_7 = -\frac{8}{15} \bar{b}_3, \\ \bar{\varphi}_{10} = & -\frac{8}{9} \bar{b}_6 + \frac{83}{225} \bar{b}_3^2, \quad \bar{b}_9 = -\frac{1}{148} \times \\ & \times \left(132 \bar{\varphi}_{13} + \frac{508}{5} \bar{b}_3 \bar{\varphi}_{10} + 106 \bar{b}_6 \bar{\varphi}_7 + \frac{5}{4} \bar{\varphi}_7^3 \right), \\ \bar{b}_{12} = & -\frac{9}{134} \left(\frac{35}{3} \bar{\varphi}_{16} + \frac{853}{90} \bar{b}_3 \bar{\varphi}_{13} + \frac{83}{9} \bar{b}_6 \bar{\varphi}_{10} + \right. \\ & \left. + \frac{199}{18} \bar{b}_9 \bar{\varphi}_7 + \frac{5}{24} \bar{\varphi}_7^2 \bar{\varphi}_{10} - \frac{1}{12} \bar{\varphi}_{10}^2 - \frac{35}{576} \bar{\varphi}_7^4 \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Форма катода и плотность тока эмиссии. Вторые производные главных кривизн катода κ_{10}, κ_{20} , исходя из определения этих величин в ортогональной системе [1, 2], описываются выражениями

$$\begin{aligned} \frac{1}{b_0^2} \kappa_{10,22} = & -\left(\frac{1}{b_0^2} \bar{b}_{3,22} + 2 \bar{b}_3 \bar{b}_6 \right), \\ \frac{1}{b_0^2} \kappa_{20,22} = & -\frac{1}{3} \left(\frac{1}{b_0^2} \bar{b}_{3,22} + 2 \bar{b}_3 \bar{b}_6 \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Для второй и четвертой производных плотности тока имеем

$$\frac{1}{b_0^2} \bar{J}_{,22} = 10\bar{b}_6, \quad \frac{1}{b_0^4} \bar{J}_{,2222} = -\frac{5}{b_0^4} a_{0,2222} + 360\bar{b}_6^2. \quad (25)$$

Производная $a_{0,2222}$ следует из последнего уравнения (11)

$$\frac{1}{b_0^4} a_{0,2222} = -\frac{2}{b_0^2} \bar{b}_{6,22} - 6\bar{b}_3\bar{b}_9 - 4\bar{b}_6^2 - 2\bar{b}_3^2\bar{b}_6. \quad (26)$$

Способ вычисления $\bar{b}_{6,22}$ обсуждается в [1, 2] и приводит к следующему результату в осесимметричном и плоскосимметричном случаях соответственно:

$$\begin{aligned} \frac{1}{b_0^2} \bar{b}_{6,22} = & -\frac{3}{4} \left(4\bar{b}_3\bar{b}_9 + \frac{67}{6} \bar{b}_6^2 + \frac{2}{3} \bar{b}_3^2\bar{b}_6 + \right. \\ & + \frac{489}{400} \bar{b}_3 \frac{1}{b_0^2} T_{0,22} + \frac{9}{8} \frac{1}{b_0^2} \bar{\Phi}_{10,22} \left. \right), \quad \frac{1}{b_0^2} \bar{b}_{6,22} = -3\bar{b}_3\bar{b}_9 - \\ & - \frac{17}{2} \bar{b}_6^2 - \bar{b}_3^2\bar{b}_6 - \frac{83}{100} \bar{b}_3 \frac{1}{b_0^2} \kappa_{10,22} - \frac{9}{8} \frac{1}{b_0^2} \bar{\Phi}_{10,22}. \end{aligned} \quad (27)$$

Выражение для $\bar{\Phi}_{10,22}$ может быть найдено из уравнения для $\Phi_{,22}$ из (9) и остается одинаковым для плоских и осесимметричных течений при разном смысле входящих в формулу коэффициентов

$$\begin{aligned} \frac{1}{b_0^2} \bar{\Phi}_{10,22} = & 24\bar{b}_{12} + 12\bar{b}_3\bar{b}_9 + 4\bar{b}_6^2 + \\ & + (12\bar{b}_9 + 4\bar{b}_3\bar{b}_6) \bar{\Phi}_7 + 4\bar{b}_6 \bar{\Phi}_{10}. \end{aligned} \quad (28)$$

2. ТЕОРИЯ В Φ -ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Искривленные трубки тока. При использовании в качестве продольной координаты потенциала электрического поля $x^1 = \Phi$ система x^1, x^2 неортогональна во всем поле течения [5–7] за исключением поверхности катода $x^1 = 0$ и вырожденной трубки тока – оси пучка $x^2 = 0$. Для электростатических потоков соотношение на произвольной трубке тока, сформулированное в [6] в случае релятивистских пучков в магнитном поле, принимает вид

$$\begin{aligned} & \frac{u^2}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} + \left(\frac{1}{h_1} - 2\sin\theta_{12}\cos\theta_{12}u^2 \frac{1}{h_1} f_{,1} \right) \frac{h_{2,1}}{h_1} + \\ & + \left\{ -\frac{1}{h_1\sin\theta_{12}} \frac{\cos\vartheta}{h_3} + \frac{1}{h_1} \left(k_1 + \cos^2\theta_{12} \frac{1}{h_1} f_{,1} \right) f + \right. \\ & + \left[k_1^2 + f \frac{1}{h_1} k_{1,1} + \sin^2\theta_{12} (3\cos^2\theta_{12} - 1) \left(\frac{1}{h_1} f_{,1} \right)^2 - \right. \\ & - \sin\theta_{12}\cos\theta_{12} \frac{1}{h_1} \left(\frac{1}{h_1} f_{,1} \right)_{,1} \left. \right] u^2 + \frac{1}{h_1\sin^2\theta_{12}} \left(\frac{1}{h_1} \right)_{,1} \left. \right\} h_2 = \\ & = \frac{h_{20}h_{30}J}{h_3u\sin\theta_{12}}, \quad \vartheta = \theta + \theta_{12}, \quad f = \operatorname{ctg}\theta_{12}, \\ & \sin\theta_{12} = \frac{1}{\sqrt{1+f^2}}, \quad \cos\theta_{12} = \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь θ_{12} – угол между осями x^1, x^2 .

Следствием определения продольной координаты $x^1 = \Phi$ являются соотношения, следующие из интеграла энергии и выражения для косоугольной проекции электрического поля на нормаль к поверхности $x^2 = \text{const}$:

$$2\Phi = u^2, \quad \frac{1}{h_2} \Phi_{,2} = \sin\theta_{12}k_1u^2 + \cos\theta_{12} \frac{1}{h_1} \Phi_{,1}. \quad (30)$$

Эти соотношения описываются формулами

$$uu_{,1} = 1, \quad h_1\sin\theta_{12}k_1u^2 + \cos\theta_{12} = 0. \quad (31)$$

Последнее из них определяет закон изменения угла θ_{12} на произвольной трубке тока и позволяет вычислить поперечную производную $f_{,2}$

$$\begin{aligned} f_{,2} = & -u^2 (h_{1,2}k_1 + h_1k_{1,2}), \\ \theta_{12,2} = & -\sin^2\theta_{12}f_{,2}. \end{aligned} \quad (32)$$

Прочие уравнения, составляющие эволюционную систему первого порядка, определены выражениями

$$\begin{aligned} z_{,2} = & h_2\cos\vartheta, \quad R_{,2} = h_2\sin\vartheta, \\ \theta_{,2} = & \sin\theta_{12} \frac{h_{2,1}}{h_1} + h_2\cos\theta_{12} \left(k_1 - \sin^2\theta_{12} \frac{1}{h_1} f_{,1} \right), \\ h_{1,2} = & h_1h_2\sin\theta_{12} \left(\sin^2\theta_{12} \frac{1}{h_1} f_{,1} - k_1 \right) + h_{2,1}\cos\theta_{12}, \\ k_{1,2} = & h_2\cos\theta_{12} \frac{1}{h_1} k_{1,1} + h_2\sin\theta_{12}k_1^2 + \\ & + \sin\theta_{12} \frac{1}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} + \sin^3\theta_{12} \left[-h_2f \left(\frac{1}{h_1} f_{,1} \right)_{,1} + \right. \\ & + h_2 \left(3\cos^2\theta_{12} - 1 \right) \left(\frac{1}{h_1} f_{,1} \right)^2 - 2f \frac{h_{2,1}}{h_1} \frac{1}{h_1} f_{,1} \left. \right]. \end{aligned} \quad (33)$$

Первое приближение, уравнения на оси. Переход к оси в уравнении (29) приводит к следующим соотношениям для осесимметричных и плоскосимметричных пучков:

$$\begin{aligned} \frac{u^2}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} + \frac{1}{h_1} \frac{h_{2,1}}{h_1} - \frac{1}{2} \frac{h_{1,1}}{h_1^3} h_2 = & \frac{1}{2} \frac{h_{20}^2 J}{h_2 u}, \\ \frac{u^2}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} + \frac{1}{h_1} \frac{h_{2,1}}{h_1} - \frac{h_{1,1}}{h_1^3} h_2 = & \frac{h_{20} J}{u}. \end{aligned} \quad (34)$$

Уравнения эволюционной системы на оси z имеют вид

$$\begin{aligned} R_{,2} = & h_2, \quad \theta_{,2} = \frac{h_{2,1}}{h_1}, \quad k_{1,2} = \frac{1}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1}, \\ f_{,2} = & -u^2 \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1}, \quad \theta_{12,2} = u^2 \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1}. \end{aligned} \quad (35)$$

Агрегат $\cos\vartheta/h_3$ в (29) в осесимметричном случае раскрывается следующим образом:

$$\frac{\cos\vartheta}{h_3} = -\frac{1}{h_2} (\theta_{,2} + \theta_{12,2}). \quad (36)$$

Второе приближение. Уравнение (29) после двукратного дифференцирования по x^2 и перехода к оси пучка принимает вид

$$\begin{aligned} & \frac{u^2}{h_1^2} h_{2,2211} + \frac{1}{h_1^2} \left(1 - u^2 \frac{h_{1,1}}{h_1} \right) h_{2,221} - \\ & - \frac{1}{h_1} \left(\frac{1}{h_1} \frac{h_{1,1}}{h_1} - \frac{\cos \vartheta}{h_3} \right) h_{2,22} - \frac{1}{h_1^3} (h_2 + u^2 h_{2,1}) h_{1,221} + \\ & + \frac{1}{h_1^3} \left[u^2 \left(-2h_{2,11} + 3h_{2,1} \frac{h_{1,1}}{h_1} \right) + \right. \\ & + \left. \left(-2h_{2,1} + 3h_2 \frac{h_{1,1}}{h_1} \right) \right] h_{1,22} + \frac{h_2}{h_1} k_{1,2} f_{,2} + \\ & + \left\{ \left[2 \frac{1}{h_1} k_{1,21} f_{,2} + 2k_{1,2}^2 - 2 \frac{1}{h_1^2} f_{,2} f_{,211} + \right. \right. \\ & + \left. \left. 2 \frac{1}{h_1^2} f_{,21} \left(\left(\frac{h_{1,1}}{h_1} - 2 \frac{h_{2,1}}{h_2} \right) f_{,2} - f_{,21} \right) \right] u^2 - \right. \\ & - \left. 2 \frac{1}{h_1^2} \frac{h_{1,1}}{h_1} f_{,2}^2 \right\} h_2 - h_2 \left(\frac{1}{h_1 \sin \theta_{12}} \frac{\cos \vartheta}{h_3} \right)_{,22} = \\ & = \frac{h_{20} J}{u} \left[\left(\frac{h_{30}}{h_3} \right)_{,22} + \frac{h_{30}}{h_3} (\bar{J}_{,22} + f_{,2}^2) \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

При получении уравнения (37) использованы соотношения

$$\begin{aligned} & (\sin \theta_{12})_{,2} = 0, \quad (\cos \theta_{12})_{,2} = f_{,2}, \\ & (\sin \theta_{12})_{,22} = -f_{,2}^2, \quad (\cos \theta_{12})_{,22} = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Эволюционная система. Система эволюционных уравнений во втором приближении определена формулами

$$\begin{aligned} & h_{1,22} = -u^2 \left[h_2 \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1,1} - 3h_2 \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} \right], \\ & z_{,22} = -h_2 \left[u^2 \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} + \frac{h_{2,1}}{h_1} \right]. \end{aligned} \quad (39)$$

Для высших производных нечетных функций получаем

$$\begin{aligned} & R_{,222} = h_{2,22} - h_2 \vartheta_{,2}^2, \quad \theta_{12,222} = -f_{,222} + 2f_{,2}^3, \\ & \theta_{,222} = \frac{1}{h_1} h_{2,221} - 2 \frac{h_{2,1}}{h_1} f_{,2} f_{,21} - \frac{h_{2,1}}{h_1} f_{,2}^2 - \\ & - \frac{h_{1,22}}{h_1^2} h_{2,1} + 2h_2 f_{,2} k_{1,2}, \\ & k_{1,222} = -2h_2 f_{,2} \left(\frac{1}{h_1} f_{,21} \right)_{,1} - 4 \frac{h_{2,1}}{h_1^2} f_{,2} f_{,21} - \\ & - 2 \frac{h_2}{h_1^2} f_{,21}^2 + 2 \frac{h_2}{h_1} f_{,2} k_{1,21} + 2h_2 k_{1,2}^2 - f_{,2}^2 k_{1,2}, \\ & f_{,222} = -u^2 \left(\frac{1}{h_1} h_{2,2211} - \frac{h_{1,1}}{h_1^2} h_{2,21} - \frac{h_{1,22}}{h_1^2} h_{2,11} + \right. \\ & + \left. 2 \frac{h_{1,1}}{h_1^3} h_{1,22} h_{2,1} - \frac{h_{2,1}}{h_1^2} h_{1,221} \right). \end{aligned} \quad (40)$$

Входящие в уравнение (37) комплексы описываются формулами

$$\begin{aligned} & (\cos \vartheta)_{,222} = -(\theta_{,222} - \theta_{,2}^3 + \theta_{12,222} - \theta_{12,2}^3) + \\ & + 3\theta_{,2} \theta_{12,2} (\theta_{,2} + \theta_{12,2}), \\ & f_{,21} = -u^2 \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,11} - 2 \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1}, \\ & f_{,211} = -u^2 \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,111} - 4 \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,11}, \\ & k_{1,21} = \left[\frac{1}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1,1} \right]. \end{aligned} \quad (41)$$

Для четвертых производных z и h_1 получаем

$$\begin{aligned} & z_{,2222} = h_2 \left[-(\theta_{,222} - \theta_{,2}^3 + \theta_{12,222} - \theta_{12,2}^3) + \right. \\ & + \left. 3h_2 (\theta_{,2} + \theta_{12,2}) \right] + \\ & h_{1,2222} = 3f_{,2} h_{2,221} + (f_{,21} - h_1 k_{1,2}) h_{2,22} - \\ & - h_1 h_2 k_{1,222} + h_2 (5h_1 f_{,2}^2 - h_{1,22}) k_{1,2} + h_2 f_{,2221} + \\ & + h_{2,1} (f_{,222} - 3f_{,2}^3) + 3h_2 f_{,2}^2 f_{,21} - 2h_{1,22} \frac{1}{h_1} f_{,21}. \end{aligned} \quad (42)$$

Соотношение на оси во втором приближении. Ответственные за осесимметричность члены в (37), содержащие неопределенности, раскрываются следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{\cos \vartheta}{h_3} = -\frac{1}{h_2} \vartheta_{,2}, \\ & \left(\frac{h_{30}}{h_3} \right)_{,22} = \frac{1}{3} \frac{h_{20}}{h_2} \left[-\frac{1}{h_2} h_{2,22} + \vartheta_{,2}^2 - \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_0^2 \right], \\ & \left(\frac{1}{h_1 \sin \theta_{12}} \frac{\cos \vartheta}{h_3} \right)_{,22} = -\frac{\vartheta_{,2}}{h_1 h_2} \left(-\frac{h_{1,22}}{h_1} + f_{,2}^2 \right) + \\ & + \frac{1}{h_1 h_2} \left[-\frac{1}{3} (\vartheta_{,222} - \theta_{,2}^3 - \theta_{12,2}^3) + \right. \\ & + \left. \theta_{,2} \theta_{12,2} \vartheta_{,2} + \frac{1}{3} \frac{\vartheta_{,2}}{h_2} (h_{2,22} - h_2 \vartheta_{,2}^2) \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

Функция $h_{2,22}$ для осесимметричных потоков удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} & \frac{4u^2}{3h_1^2} h_{2,2211} + \frac{4}{3} \left(1 - u^2 \frac{h_{1,1}}{h_1} \right) h_{2,221} - \\ & - \frac{1}{h_1} \left(\frac{1}{h_1} \frac{h_{1,1}}{h_1} + \frac{4}{3} \frac{\vartheta_{,2}}{h_2} \right) h_{2,22} - \frac{1}{h_1^3} \left(h_2 + \frac{4}{3} u^2 h_{2,1} \right) h_{1,221} + \\ & + \frac{1}{h_1^3} \left[u^2 \left(-\frac{8}{3} h_{2,11} + \frac{14}{3} h_2 \frac{h_{1,1}}{h_1} \right) - \frac{8}{3} h_{2,1} + 3h_2 \frac{h_{1,1}}{h_1} \right] h_{1,22} + \\ & + \frac{5h_2}{3h_1} k_{1,2} f_{,2} + \left\{ u^2 \left[2 \frac{1}{h_1} k_{1,21} f_{,2} + 2k_{1,2}^2 - \frac{2}{h_1^2} f_{,2} f_{,211} + \right. \right. \\ & + \left. \frac{2}{h_1^2} f_{,21} \left(\frac{h_{1,1}}{h_1} f_{,2} - f_{,21} \right) + \frac{1}{h_1^2} h_2 \right. \\ & \times \left. \left(h_{2,11} - \frac{h_{1,1}}{h_1} h_{2,1} \right) f_{,2}^2 - \frac{4}{h_1^2} \frac{h_{2,1}}{h_2} f_{,2} f_{,21} \right] + \end{aligned} \quad (44)$$

$$+ \frac{2}{3} \frac{1}{h_1 h_2} f_{,2}^3 + \frac{1}{h_1^2} \left(\frac{2}{3} \frac{h_{2,1}}{h_2} - 2 \frac{h_{1,1}}{h_1} \right) f_{,2}^2 - \frac{2}{3} \frac{1}{h_1^2} f_{,2} f_{,21} \Big\} h_2 =$$

$$= \frac{G h_{20}^2}{h_2 u} \left\{ \frac{1}{3} \left[-\frac{h_{2,22}}{h_2} + \vartheta_{,2}^2 - \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_0^2 \right] + \bar{J}_{,22} + f_{,2}^2 \right\}.$$

Для плоскосимметричных течений имеем

$$\frac{u^2}{h_1^2} h_{2,2211} + \frac{1}{h_1^2} \left(1 - u^2 \frac{h_{1,1}}{h_1} \right) h_{2,221} - \frac{1}{h_1^2} \frac{h_{1,1}}{h_1} h_{2,22} -$$

$$- \frac{1}{h_1^3} \left(h_2 + u^2 h_{2,1} \right) h_{1,221} + \frac{1}{h_1^3} \left[u^2 \left(-2 h_{2,11} + 3 \frac{h_{1,1}}{h_1} h_{2,1} \right) - \right.$$

$$\left. - 2 h_{2,1} + 3 \frac{h_{1,1}}{h_1} h_2 \right] h_{1,22} + \frac{h_2}{h_1} k_{1,2} f_{,2} +$$

$$+ \left\{ u^2 \left[2 \frac{1}{h_1} k_{1,21} f_{,2} + 2 k_{1,2}^2 - \frac{2}{h_1^2} f_{,2} f_{,211} + \right. \right.$$

$$+ \frac{2}{h_1^2} f_{,21} \left[\left(\frac{h_{1,1}}{h_1} - 2 \frac{h_{2,1}}{h_2} \right) f_{,2} - f_{,21} \right] \right] -$$

$$\left. - \frac{2}{h_1^2} \frac{h_{1,1}}{h_1} f_{,2}^2 \right\} h_2 = \frac{h_{20} J}{u} (\bar{J}_{,22} + f_{,2}^2). \quad (45)$$

Параметры потока. В силу специфики ϕ -варианта теории формула для ϕ из (12) не может быть использована. Задавая точку z на оси, мы тем самым определяем значение потенциала $\phi(z)$ и, воспользовавшись параметрическими уравнениями $R = R(z, y)$, $Z = Z(z, y)$, найдем точку пересечения трубки тока $x^2 \equiv y = \text{const}$ с эквипотенциалью $x^1 = \phi$, приносящей в эту точку выбранное значение потенциала.

Функция $h_1(z) = h_1(\phi)$ на оси известна и определяется зависимостью $\phi(z)$ через обратную функцию $z = z(\phi)$:

$$h_1(\phi) = \frac{1}{\phi'(z(\phi))}. \quad (46)$$

Прикадные асимптотики. Функции h_1 , h_2 вблизи стартовой поверхности $x^1 = 0$ имеют следующие асимптотики:

$$h_1 = a_0 x^{-1/4} \left(1 + \bar{a}_3 x^{3/4} + \bar{a}_6 x^{6/4} + \dots \right),$$

$$x \equiv \phi = x^1, \quad (47)$$

$$h_2 = b_0 \left(1 + \bar{b}_3 x^{3/4} + \bar{b}_6 x^{6/4} + \dots \right).$$

Подстановка разложений (47) в уравнения (34) позволяет установить связь между коэффициентами a_k , b_k . В осесимметричном и плоском случаях имеем соответственно

$$a_0^2 = \frac{1}{2\sqrt{2}J}, \quad \bar{a}_3 = \frac{8}{5}\bar{b}_3, \quad \bar{a}_6 = 4\bar{b}_6 - \frac{297}{200}\bar{b}_3^2,$$

$$a_0^2 = \frac{1}{2\sqrt{2}J}, \quad \bar{a}_3 = \frac{4}{5}\bar{b}_3, \quad \bar{a}_6 = 2\bar{b}_6 + \frac{17}{100}\bar{b}_3^2. \quad (48)$$

Имея в виду формулу (46), выразим коэффициенты a_k через коэффициенты разложения потенциала, обратив ряд

$$\phi = \phi_4 z^{4/3} \left(1 + \bar{\phi}_7 z + \bar{\phi}_{10} z^2 + \dots \right),$$

$$z = \bar{x}^{3/4} \left(1 + \bar{Z}_3 \bar{x}^{3/4} + \bar{Z}_6 \bar{x}^{6/4} + \dots \right), \quad \bar{x} \equiv (\phi/\phi_4)^{1/4}, \quad (49)$$

$$\bar{Z}_3 = -\frac{3}{4}\bar{\phi}_7, \quad \bar{Z}_6 = -\frac{3}{4}\bar{\phi}_{10} + \frac{39}{32}\bar{\phi}_7^2.$$

Коэффициент при $d\phi$ в выражении для dz определяет функцию h_1

$$dz = \frac{3}{4} \bar{x}^{-1/4} \left[1 - \frac{3}{2} \bar{\phi}_7 \bar{x}^{3/4} + \right.$$

$$\left. + \left(-\frac{9}{4} \bar{\phi}_{10} + \frac{117}{32} \bar{\phi}_7^2 \right) \bar{x}^{6/4} + \dots \right] \frac{d\phi}{\phi_4}. \quad (50)$$

Перейдем от $\bar{x}$ в (50) к $\phi \equiv x$

$$h_1 = (8J^2 x)^{-1/4} \left[1 - \sqrt{\frac{2}{J^2}} \bar{\phi}_7 x^{3/4} + \right.$$

$$\left. + \frac{\sqrt{2}}{J} \left(-\bar{\phi}_{10} + \frac{13}{8} \bar{\phi}_7^2 \right) x^{6/4} + \dots \right]. \quad (51)$$

Сопоставление разложений (47), (48) с рядом (51) позволяет установить связь между коэффициентами b_k и ϕ_k . Последние известны из теории антипараксимальных разложений [1, 2]:

$$\phi_7 = \frac{8}{15} T_0, \quad \bar{\phi}_{10} = \frac{83}{225} (\kappa_{10}^2 + \kappa_{20}^2) +$$

$$+ \frac{157}{450} \kappa_{10} \kappa_{20} - \frac{4}{45} (\bar{J}_{,22} - k_2 \bar{J}_{,2}), \quad (52)$$

$$T_0 = \kappa_{10} + \kappa_{20}.$$

В осесимметричном и плоском случаях имеем соответственно $\kappa_{10} = \kappa_{20}$, $(-k_2 \bar{J}_{,2}) = \bar{J}_{,22}$ и $\kappa_{20} = (-k_2 \bar{J}_{,2}) = 0$.

Для интегрирования уравнений (34), (37) необходимо указать значения функций h_2 , $h_{2,22}$ и их производных (21). Кривизна катода и ее вторая производная на оси определяют величины $\bar{b}_3$, $\bar{b}_{3,22}$. Локальная ортогональность системы при $x^1 = 0$ позволяет воспользоваться формулой для кривизны в случае ортогональных координат

$$\kappa_1 = -\frac{h_{2,1}}{h_1 h_2}, \quad \kappa_{10} = -\frac{3}{4} \frac{\bar{b}_3}{a_0},$$

$$\kappa_{10,22} = -\frac{3}{4} \frac{1}{a_0} \left(\bar{b}_{3,22} - \bar{b}_3 \frac{a_{0,22}}{a_0} \right), \quad (53)$$

$$\bar{b}_{3,22} = -\frac{4}{3} a_0 \kappa_{10,22} - \frac{1}{2} \bar{b}_3 \bar{J}_{,22}.$$

Выражение для a_0 в (48) справедливо не только на оси, но и на всей поверхности катода [5], и по этой причине допускает дифференцирование по x^2 .

3. ТЕОРИЯ В W -ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Искривленные трубки тока. Теория потенциальных релятивистских потоков во внешнем магнитном поле с потенциалом W обобщенного импульса $\vec{P} = \nabla W$ в качестве продольной координаты построена в работе [9]. При рассмотрении электростатических течений возможно использование ортогональных координат.

Соотношение на трубке тока для этого случая описывается формулой

$$2\varphi \frac{1}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} + \frac{h_{2,1}}{h_1} \frac{\varphi_{,1}}{h_1} + \left[\frac{1}{h_1} \left(\frac{\varphi_{,1}}{h_1} \right)_{,1} - k_2 \operatorname{tg} \theta \frac{\varphi_{,1}}{h_1} + 2(2k_1^2 - k_1 k_2) \varphi \right] h_2 = \frac{h_{20} h_{30} J}{h_3 u}. \quad (54)$$

Метрика системы координат, как и в φ -варианте теории, является сингулярной:

$$h_1 = \frac{1}{u}, \quad u^2 = 2\varphi, \quad E_v = 2k_1 \varphi. \quad (55)$$

Система эволюционных уравнений первого приближения имеет вид (4). Выражение для h_1 из (55) позволяет выразить $h_{1,2}$ через скорость

$$h_{1,2} = -u_{,2}/u^2 \quad (56)$$

и исключить h_1 из соотношения на трубке тока (54):

$$2\varphi h_{2,11} + 2\varphi_{,1} h_{2,1} + \left(\varphi_{,11} + \frac{1}{2} \frac{\varphi_{,1}^2}{\varphi} - k_2 \operatorname{tg} \theta \frac{\varphi_{,1}}{u} + 2k_1^2 - k_1 k_2 \right) h_2 = \frac{h_{20} h_{30} J}{h_3 u^3}. \quad (57)$$

Первое приближение, уравнения на оси. Уравнения эволюционной системы в этом случае принимают вид

$$R_{,2} = h_2, \quad \theta_{,2} = u h_{2,1}, \quad k_{1,2} = 2\varphi h_{2,11} - h_{2,1} \varphi_{,1}, \quad E_{v,2} = 2\varphi k_{1,2}. \quad (58)$$

Соотношения на оси для осесимметричных и плоскосимметричных потоков описываются выражениями

$$h_{2,11} + \bar{\varphi}_{,1} h_{2,1} + \frac{1}{4} \left(\bar{\varphi}_{,11} + \frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,1}^2 \right) h_2 = \frac{h_{20}^2 J}{2h_2 u^5}, \quad (59)$$

$$h_{2,11} + \bar{\varphi}_{,1} h_{2,1} + \frac{1}{2} \left(\bar{\varphi}_{,11} + \frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,1}^2 \right) h_2 = \frac{h_{20} J}{u^5}.$$

Связь продольной координаты $x^1 = W$ с z на оси пучка определяется формулой

$$x^1 = W = \int u(z) dz. \quad (60)$$

Второе приближение. Общее для двух рассматриваемых геометрических конфигураций пучка соотношение на оси во втором приближении имеет вид

$$2\varphi h_{2,2211} + 2\varphi_{,1} h_{2,221} + \left(\varphi_{,11} + \frac{1}{2} \frac{\varphi_{,1}^2}{\varphi} - k_2 \operatorname{tg} \theta \frac{\varphi_{,1}}{u} - k_1 k_2 \right) h_{2,22} = -2\varphi_{,22} h_{2,11} - 2\varphi_{,221} h_{2,1} + \left[-\varphi_{,2211} - \frac{1}{\varphi} \varphi_{,1} \varphi_{,221} + \frac{1}{2} \frac{\varphi_{,1}^2}{\varphi} \varphi_{,22} + (k_2 \operatorname{tg} \theta) \left(\frac{\varphi_{,1}}{u} \right)_{,22} + (k_2 \operatorname{tg} \theta)_{,22} \frac{\varphi_{,1}}{u} + (k_1 k_2)_{,22} - 4k_{1,2}^2 \right] h_2 + \frac{h_{20} J}{u^3} \left(\frac{h_{30}}{h_3} \right)_{,22} + \frac{h_{30}}{h_3} \frac{h_{20} J}{u^3} \left(\bar{J}_{,22} - \frac{3}{2} \frac{J}{u^3} \frac{\varphi_{,22}}{\varphi} \right).$$

Уравнения эволюционной системы второго приближения и высших производных параметров пучка описываются выражениями

$$z_{,22} = -u h_2 h_{2,1}, \quad \varphi_{,22} = 2h_2 \varphi (2\varphi h_{2,11} + \varphi_{,1} h_{2,1}),$$

$$R_{,222} = h_{2,22} - 2\varphi h_2 h_{2,1}^2,$$

$$\theta_{,222} = u h_{2,221} + u (2\varphi h_{2,11} + \varphi_{,1} h_{2,1}) h_{2,2,1},$$

$$k_{1,222} = 2\varphi h_{2,2211} + \varphi_{,1} h_{2,221} + 16\varphi^2 h_2 h_{2,1}^2 - 22\varphi \varphi_{,1} h_2 h_{2,1} h_{2,11} + 4\varphi^2 h_2 h_{2,1}^2 + 2(2\varphi^2 h_2 h_{2,111} + 2\varphi^2 h_{2,1} h_{2,11} + \varphi \varphi_{,1} h_{2,1}^2) h_{2,1},$$

$$E_{v,222} = 2\varphi (k_{1,222} + 2h_2 k_{1,2}^2) + 2\varphi_{,22} k_{1,2},$$

$$\varphi_{,2222} = h_2 E_{v,222} + 3h_{2,22} E_{v,2},$$

$$z_{,2222} = -h_2 \theta_{,222} + h_2 \theta_{,2}^3 - 3h_{2,22} \theta_{,2}.$$

Для преобразований уравнения (61) воспользуемся формулами (15), (62) и следующими связями:

$$k_2 \operatorname{tg} \theta = -u \frac{h_{2,1}}{h_2}, \quad (\cos \theta)_{,22} = -2\varphi h_{2,1}^2,$$

$$\left(\frac{\varphi_{,1}}{u} \right)_{,22} = \frac{1}{u} \varphi_{,221} - \frac{1}{u^3} \varphi_{,1} \varphi_{,22},$$

$$\left(\frac{h_{30}}{h_3} \right)_{,22} = -\frac{1}{3} \frac{h_{20}}{h_2^2} (h_{2,22} - 2\varphi h_2 h_{2,1}^2),$$

$$\varphi_{,221} = 2(2\varphi^2 h_2 h_{2,111} + 5\varphi \varphi_{,1} h_2 h_{2,11} + 2\varphi^2 h_{2,1} h_{2,11} + \varphi \varphi_{,1} h_{2,1}^2 + \varphi_{,1}^2 h_2 h_{2,1}),$$

$$\varphi_{,2211} = 2[2\varphi^2 h_2 h_{2,1111} + (9\varphi \varphi_{,1} h_2 + 4\varphi^2 h_{2,1}) h_{2,111} + (5\varphi \varphi_{,11} h_2 + 11\varphi \varphi_{,1} h_{2,1} + 6\varphi_{,1}^2 h_2) h_{2,11} + 2\varphi^2 h_{2,1}^2 + (2\varphi_{,1}^2 + \varphi \varphi_{,11}) h_{2,1}^2 + 2\varphi_{,1} \varphi_{,11} h_2 h_{2,1}].$$

В результате получим¹

¹ Обратим внимание на однородную структуру коэффициентов, включающих функцию $h_{2,22}$ и ее производные (φ «упоминается» один раз, производная по x^1 — два раза), и членов в квадратной скобке при h_2 (h_2 и φ упоминаются по два раза, производная по x^1 — четыре раза).

$$\begin{aligned}
& 2\varphi h_{2,2211} + 2\varphi_1 h_{2,221} + \\
& + \left(\varphi_{,11} + \frac{1}{2} \frac{\varphi_{,1}^2}{\varphi} - k_2 \operatorname{tg} \theta \frac{\varphi_{,1}}{u} - k_1 k_2 \right) h_{2,22} = \\
& = \left[(k_1 k_2)_{,22} + (k_2 \operatorname{tg} \theta)_{,22} \frac{\varphi_{,1}}{u} + k_2 \operatorname{tg} \theta \left(\frac{\varphi_{,1}}{u} \right)_{,22} - \right. \\
& - 4\varphi^2 h_2 h_{2,1111} - (16\varphi^2 h_{2,1} + 22\varphi \varphi_{,1} h_2) h_{2,111} - \\
& - 28\varphi^2 h_{2,11}^2 - \left(66\varphi \varphi_{,1} h_{2,1} + 8\varphi^2 \frac{1}{h_2} h_{2,1}^2 + 22\varphi_{,1}^2 h_2 \right) \times (64) \\
& \times h_{2,11} - 4\varphi \varphi_{,1} \frac{1}{h_2} h_{2,1}^3 - \left(14\varphi_{,1}^2 + 2\varphi \varphi_{,11} \right) h_{2,1}^2 - \\
& - \left(4\varphi_{,1} \varphi_{,11} + \frac{\varphi_{,1}^3}{\varphi} \right) h_2 h_{2,1} \left. \right] h_2 + \frac{h_{20} J}{u^3} \left(\frac{h_{30}}{h_3} \right)_{,22} + \\
& + \frac{h_{30}}{h_3} \frac{h_{20} J}{u^3} \left[\bar{J}_{,22} - 3 \frac{J h_2}{u^3} (2\varphi h_{2,11} + \varphi_{,1} h_{2,1}) \right].
\end{aligned}$$

Раскрытие неопределенностей на оси с помощью приведенных выше формул дает для осесимметричного потока уравнение

$$\begin{aligned}
& \frac{8}{3} h_{2,2211} + \frac{4}{3} \bar{\varphi}_1 h_{2,221} + \\
& + \frac{1}{2} \left[\frac{7}{6} \bar{\varphi}_{,11} - \frac{5}{12} \bar{\varphi}_{,1}^2 + \frac{4}{3} \frac{1}{h_2} (h_{2,11} + \bar{\varphi}_{,1} h_{2,1}) \right] h_{2,22} = \\
& = 2\varphi \left[-h_2 h_{2,1111} - \left(4h_{2,1} + \frac{11}{2} \bar{\varphi}_{,1} h_2 \right) h_{2,111} - 3h_{2,11}^2 - \right. \\
& - \left(2 \frac{1}{h_2} h_{2,1}^2 + \frac{11}{2} \bar{\varphi}_{,1}^2 h_2 - \frac{79}{6} \bar{\varphi}_{,1} h_{2,1} \right) h_{2,11} - \bar{\varphi}_{,1} \frac{1}{h_2} h_{2,1}^3 - \\
& - \left(\frac{17}{6} \bar{\varphi}_{,1}^2 + \frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,1} \right) h_{2,1}^2 - \left(\bar{\varphi}_{,1} \bar{\varphi}_{,11} + \frac{1}{4} \bar{\varphi}_{,1}^3 \right) h_2 h_{2,1} \left. \right] h_2 + \\
& + \frac{h_{20}^2 J}{h_2 u^5} \left[\bar{J}_{,22} - 3 \frac{J h_2}{u} \left(h_{2,11} + \frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,1} h_{2,1} \right) \right] + \frac{1}{3} \frac{h_{20}^2 J}{h_2 u^3} h_{2,1}^2. \quad (65)
\end{aligned}$$

Уравнение плоского пучка получается из (64), если опустить члены с k_2 и положить $h_{30} = h_3 = 1$, в результате чего член с плотностью тока в правой части примет вид

$$\frac{h_{20} J}{u^3} \left[\bar{J}_{,22} - 3 \frac{J h_2}{u} \left(h_{2,11} + \frac{1}{2} \bar{\varphi}_{,1} h_{2,1} \right) \right]. \quad (66)$$

Третьи и четвертые производные h_2 по продольной координате получаются при дифференцировании уравнений (59).

Прикатодные асимптотики. Коэффициенты Ляме вблизи стартовой поверхности имеют вид разложений

$$\begin{aligned}
h_1 &= a_0 x^{-2/5} \left(1 + \bar{a}_3 x^{3/5} + \bar{a}_6 x^{6/5} + \dots \right), \\
h_2 &= b_0 \left(1 + \bar{b}_3 x^{3/5} + \bar{b}_6 x^{6/5} + \dots \right), \quad (67) \\
x &\equiv x^1 = W.
\end{aligned}$$

Подобно случаю φ -представления, обратим функцию (60) и выразим z через W

$$\begin{aligned}
u &= V_2 z^{2/3} \left(1 + \bar{V}_5 z + \bar{V}_8 z^2 + \dots \right), \\
W &= \frac{3}{5} V_2 z^{5/3} \left(1 + \frac{5}{8} \bar{V}_5 z + \frac{5}{11} \bar{V}_8 z^2 + \dots \right), \quad (68) \\
z &= Z_0 x^{3/5} \left(1 + \bar{Z}_3 x^{3/5} + \bar{Z}_6 x^{6/5} + \dots \right).
\end{aligned}$$

Коэффициенты разложения скорости u известны [1, 2], причем коэффициенты $\bar{Z}_k$ выражаются через них следующим образом:

$$\begin{aligned}
Z_0 &= \left(\frac{5}{3V_2} \right)^{3/5}, \quad \bar{Z}_3 = -\frac{3}{8} Z_0 \bar{V}_5, \\
\bar{Z}_6 &= Z_0^2 \left(\frac{3}{11} \bar{V}_8 + \frac{21}{64} \bar{V}_5^2 \right), \\
V_2 &= \left(\frac{9J}{2} \right)^{1/3}, \quad (69)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{V}_5 &= \frac{4}{15} T_0, \quad \bar{V}_8 = \frac{67}{450} (\kappa_{10}^2 + \kappa_{20}^2) + \\
&+ \frac{31}{300} \kappa_{10} \kappa_{20} - \frac{2}{45} (\bar{J}_{,22} - k_2 \bar{J}_{,2}).
\end{aligned}$$

Множитель перед dW в выражении для dz определяет коэффициент Ляме h_1

$$\begin{aligned}
a_0 &= \frac{3}{5} Z_0, \quad \bar{a}_3 = -\frac{3}{4} Z_0 \bar{V}_5, \\
\bar{a}_6 &= Z_0^2 \left(\frac{9}{11} \bar{V}_8 + \frac{63}{64} \bar{V}_5^2 \right). \quad (70)
\end{aligned}$$

Для определения коэффициентов $\bar{b}_k$ потенциал φ необходимо переразложить по W

$$\begin{aligned}
\varphi &= \varphi_4 z^{4/3} \left(1 + \bar{\varphi}_7 z + \bar{\varphi}_{10} z^2 + \dots \right) = \\
&= \Phi_0 x^{4/5} \left(1 + \bar{\Phi}_3 x^{3/5} + \bar{\Phi}_6 x^{6/5} + \dots \right), \quad (71) \\
\Phi_0 &= \frac{1}{2} \left(\frac{25J}{2} \right)^{2/5}, \quad \bar{\Phi}_3 = \frac{3}{4} Z_0 \bar{\varphi}_7, \\
\bar{\Phi}_6 &= Z_0^2 \left(\bar{\varphi}_{10} - \frac{4}{11} \bar{V}_8 - \frac{41}{32} \bar{V}_5^2 \right).
\end{aligned}$$

Аналогичные выражения для скорости имеют вид

$$\begin{aligned}
u &= U_0 x^{2/5} \left(1 + \bar{U}_3 x^{3/5} + \bar{U}_6 x^{6/5} + \dots \right), \\
U_0^2 &= 2\Phi_0, \quad \bar{U}_3 = \frac{3}{8} Z_0 \bar{\varphi}_7, \quad (72) \\
\bar{U}_6 &= \frac{1}{2} Z_0^2 \left(\bar{\varphi}_{10} - \frac{4}{11} \bar{V}_8 - \frac{59}{32} \bar{V}_5^2 \right).
\end{aligned}$$

Разложения (71), (72) позволяют перейти к рассмотрению уравнений (59). В результате для осесимметричного пучка получаем

$$\begin{aligned} U_0^5 &= \frac{25}{2}J, \quad \bar{b}_3 = -\frac{5}{3}\bar{\Phi}_3, \\ \bar{b}_6 &= -\frac{11}{17}\bar{\Phi}_6 + \frac{523}{1600}\bar{b}_3^2. \end{aligned} \quad (73)$$

В плоском случае имеем то же значение U_0 и следующие коэффициенты разложения функции h_2 :

$$\bar{b}_3 = -\frac{10}{3}\bar{\Phi}_3, \quad \bar{b}_6 = -\frac{22}{17}\bar{\Phi}_6 + \frac{747}{2720}\bar{b}_3^2. \quad (74)$$

Кривизна κ_{10} и ее вторая производная на оси связаны с величинами $\bar{b}_3, \bar{b}_{3,22}$ соотношениями

$$\begin{aligned} \bar{b}_3 &= -\frac{5}{3}a_0\kappa_{10}, \\ \bar{b}_{3,22} &= -\frac{5}{3}a_0\kappa_{10,22} - \frac{1}{5}\bar{b}_3\bar{J}_{,22}. \end{aligned} \quad (75)$$

Информация (75) достаточна для интегрирования уравнений первого и второго приближений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вариант осесимметричных электронно-оптических систем с экранированным от магнитного поля катодом часто встречается в мощных приборах СВЧ нерелятивистского диапазона и электронных пушках различного технологического назначения. В последние десятилетия широкое применение получило использование ленточных пучков эллиптического или близкого к прямоугольному сечения, теоретические модели для которых складываются из расчета двумерного ленточного потока и учета торцевых эффектов [10].

Приближенные модели, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями, правильно учитывают поведение решения вблизи сингулярных эмитирующих поверхностей с неоднородным токоотбором, а теоретические построения в лапласовской области вблизи кромки катода

(профилированный тепловой зазор) помогают избавиться от волонтаризма, принятого в программах траекторного анализа и состоящего в постулировании в этой области электрического поля, не являющегося решением уравнений пучка при принятом режиме термоэмиссии [11]. Для разномасштабных задач, к которым относится расчет пучков с высокой компрессией или с сильно вытянутым прямоугольным сечением, подобный способ действий приводит к ошибке, которая не может быть оценена в рамках действующей численной модели и которую необходимо компенсировать за счет экспериментальной доводки прибора.

Работа [12], основанная на теоретической модели упомянутого типа, демонстрирует пример расчета пучка с эллиптическим сечением при линейной компрессии порядка 30, берущего начало с цилиндрической эмитирующей поверхности в р-режиме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сыровой В.А. Теория интенсивных пучков заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 2004.
2. Syrovoy V.A. Theory of Intense Beams of Charged Particles. N.Y.: Elsevier, 2011.
3. Овчаров В.Т. // РЭ. 1962. Т. 7. № 8. С. 1367.
4. Овчаров В.Т., Пензяков В.В. // РЭ. 1970. Т. 15. № 8. С. 1651.
5. Сыровой В.А. // РЭ. 2013. Т. 58. № 6. С. 614.
6. Сыровой В.А. // РЭ. 2017. Т. 62. № 5. С. 502.
7. Сыровой В.А. // РЭ. 2019. Т. 64. № 1. С. 82.
8. Сапронова Т.М., Сыровой В.А. // РЭ. 2010. Т. 55. № 6. С. 726.
9. Сыровой В.А. // РЭ. 2022. Т. 67. № 6. С. 615.
10. Сапронова Т.М., Сыровой В.А. // РЭ. 2017. Т. 62. № 11. С. 1115.
11. Акимов П.И., Никитин А.П., Сыровой В.А. // Электронная техника. Техника СВЧ. 2018. № 1. С. 32.
12. Акимов П.И., Гаврилин А.А., Никитин А.П. и др. // РЭ. 2018. Т. 63. № 11. С. 1303.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.382+621.391.822

ВЫВОДЫ СООТНОШЕНИЙ МЕЖДУ ТОКАМИ ВО ВНЕШНЕЙ ЦЕПИ И ПАРАМЕТРАМИ ОБРАЗЦОВ

© 2023 г. С. Г. Дмитриев*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: sgd@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 29.06.2022 г.

После доработки 29.06.2022 г.

Принята к публикации 23.07.2022 г.

Рассмотрены различные способы вывода соотношений между токами во внешней цепи и изменениями параметров образцов, которые индуцируют эти токи. Соотношения такого рода обобщают теорему Шокли–Рамо и могут служить развитием законов Кирхгофа для электрических цепей.

DOI: 10.31857/S0033849423050042, EDN: UHNGGN

1. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТОКАМИ ВО ВНЕШНЕЙ ЦЕПИ И ПАРАМЕТРАМИ ОБРАЗЦОВ

Впервые соотношения между токами, поступающими из внешней цепи на металлические электроды, и подвижными зарядами в вакууме были рассмотрены в общем виде для произвольного числа (N) электродов и любого количества подвижных и неподвижных зарядов, в рамках теоремы Шокли–Рамо (ТШР) [1, 2] и ее обобщений [3, 4]. Конвективный ток в вакууме с плотностью $\vec{j} = (t, \vec{r})$ индуцирует, в силу ТШР, во внешней цепи компоненту тока, втекающего в отдельный α -й электрод

$$I_{\alpha 0} = \iiint (\vec{E}^{(\alpha)} \vec{j}) dV, \quad (1)$$

где

$$\vec{E} = \vec{E}^{(1\alpha)} / \Phi_0 \quad (2)$$

– вспомогательное нормированное электрическое поле, $\Phi^{(1\alpha)}(\vec{r})$ и $\vec{E}^{(1\alpha)} = -\text{grad} \Phi^{(1\alpha)}$ – соответственно вспомогательные потенциал и электрическое поле в той же системе, но без пространственных зарядов и с потенциалами электродов

$$\Phi_{\beta}^{(1\alpha)} = \delta_{\beta}^{\alpha} \Phi_0, \quad \Phi_0 = 1 \text{ В}, \quad (3)$$

где δ_{β}^{α} – символ Кронекера. Интегрирование проводится по всему пространству без электродов.

Случай одного (точечного) заряда q (в системе без других зарядов) анализировался в работах Шокли и Рамо [1, 2]. Этот заряд,двигающийся со скоростью $\vec{v}$ в точке $\vec{r}_0$, создает плотность тока

$$\vec{j}_0 = q \vec{v} \delta(\vec{r} - \vec{r}_0), \quad (4)$$

где $\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ – дельта-функция. При этом индуцированная во внешней цепи компонента тока $I_{\alpha 0}$, втекающего в α -й электрод, равна

$$I_{\alpha 0} = \iiint (\vec{E}^{(\alpha)} \vec{j}_0), \quad dV = q(\vec{E}^{(\alpha)}, \vec{v}). \quad (5)$$

Формулы особенно просты в случае двух плоско-параллельных электродов:

$$\vec{E}_{\parallel}^{(0)} = \vec{n}_0 / d, \quad (6)$$

$$I_{0\parallel} = q(\vec{v}, \vec{n}_0) / d, \quad (7)$$

где d – расстояние между электродами, $\vec{n}_0$ – вектор внешней нормали к поверхности одного из этих двух электродов (индекс “0”), направленный в сторону другого электрода. При приближении заряда к выбранному (индекс “0”) электроду имеем, очевидно, $(\vec{v}, \vec{n}_0) < 0$, а $qI_{0\parallel} < 0$, т.е. ток из внешней цепи привносит в электрод заряд другого знака, экранирующий поле заряда q , а при удалении от электрода знаки заряда и тока совпадают. Нормаль ко второму электроду (индекс “1”) имеет другой знак $\vec{n}_1 = -\vec{n}_0$, поэтому ток, втекающий в этот электрод, имеет ту же величину, но другой знак

$$I_{1\parallel} = q(\vec{v}, \vec{n}_1) / d = -I_{0\parallel}, \quad (8)$$

а сумма этих токов равна нулю. Это связано с тем, что заряд q индуцирует на электродах экранирующие заряды, а при его движении экранирующие заряды перераспределяются между электродами, но так, что полный экранирующий заряд сохраняется. Закон сохранения заряда должен выполняться, конечно, и в общем случае, что гарантируется уравнениями Максвелла, которые исполь-

зуются при выводе формул и из которых этот закон вытекает (см., например, [5, 6]).

Обобщение ТШР на системы с диэлектриками проводилось в ряде работ [7–15]. При этом анализировалась возможность распространения ТШР на неоднородные локально анизотропные системы с поляризацией, в которых связь между электрической индукцией $\vec{D}(t, \vec{r})$ и полем $\vec{E}(t, \vec{r})$ имеет тот или иной характер. Например (система единиц СИ),

$$\vec{D} = \vec{P} + \vec{D}', \quad (9)$$

где $\vec{P}(t, \vec{r})$ — поляризация (плотность дипольного момента), которая может быть связана со спонтанной поляризацией в пьезоэлектриках (см., например, [6]), с различными неоднородностями (включая границы раздела и поверхности), с дефектными образованиями атомного масштаба, с отдельными молекулами и т.п., т.е. с той частью поляризации в образце, которая может существовать и без поля, а слагаемое $\vec{D}'$ призвано описывать остальную, индуцированную полем, часть индукции. Например,

$$D_i' = \varepsilon_0 \varepsilon_{ik} E_k, \quad (10)$$

где $\varepsilon_{ik}(t, \vec{r})$ — тензор (относительной) диэлектрической проницаемости, а ε_0 — диэлектрическая постоянная вакуума (по повторяющимся тензорным индексам предполагается суммирование). Связь между индукцией и полем может иметь и более общий характер (см., например, [5, 6]), а деление на слагаемые в (9) тоже достаточно условно. Поэтому предпочтительны формулы общего характера, в которых связь между индукцией и полем не конкретизирована.

Итак, выражение для полного тока на отдельный α -й электрод, справедливое и для систем с диэлектриками, имеет вид

$$I_\alpha = \iiint (\vec{E}^{(\alpha)}, \vec{j}_n) dV, \quad (11)$$

где $\vec{j}_n$ — полный ток (СИ)

$$\vec{j}_n = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t, \quad (12)$$

а нормированное поле $\vec{E}^{(\alpha)}$ в этом случае имеет тот же смысл, что и выше. ТШР, очевидно, соответствует вкладу от первого слагаемого в полном токе, т.е. формула (1) сохраняет свой вид и в более общем случае. Соединительные провода не учитываются.

Формулы (4)–(8) (или (1)) и выражают содержание собственно ТШР, хотя не меньшую цен-

ность представляют и более общие выражения, одно из которых имеет вид (см., например, [3, 4]):

$$\sum_{\alpha=1}^N \Phi_\alpha^{(1)} I_\alpha = \iiint (\vec{E}^{(1)}, \vec{j}_n) dV, \quad (13)$$

где $\Phi_\alpha^{(1)}(t)$ — потенциал α -го электрода из вспомогательной задачи ($\alpha = 1, 2, \dots, N$), $\vec{E}^{(1)}$ — вспомогательное поле в этом случае. Формула (1), очевидно, представляет собой частный случай равенства (13) при условиях (3).

Отметим, что в работе [2] вывод формул ТШР основан на применении второй формулы Грина к потенциальным полям; автор ссылается на монографию [16] (по поводу формул Грина см. также [17] и, в более современной постановке, включая и обобщенные функции, [18]). В работе [1] была использована теорема взаимности Грина, которая также следует из второй формулы Грина (см., например, [17]). Формулы Грина были опубликованы в 1828 г. в его знаменитом эссе о применении математического анализа к электричеству и магнетизму [19] (историю вопроса см. в [20]), т.е. задолго до открытия уравнений Максвелла. В этой работе автор, вслед за Лапласом и Пуассоном, развивает теорию потенциала (“потенциальная функция” у Грина). Однако вторая формула Грина имеет вид (см. [16–20])

$$\int (v \Delta u - u \Delta v) dV = \int (v \text{grad} u - u \text{grad} v) dS \quad (14)$$

(где Δ — лапласиан), она связывает объемные интегралы с поверхностными и справедлива не только для потенциалов (которые должны удовлетворять уравнениям Лапласа или Пуассона), но, очевидно, и для любых достаточно гладких функций u и v . Авторы [1, 2] выводили свою теорему для потенциальных полей, но формула (14) в их выводах оставляет надежду на перспективы более общего характера.

И действительно, в работе [7] отмечено, что вспомогательные потенциалы в ТШР могут и не иметь прямого отношения к полям основной задачи (но должны удовлетворять, конечно, граничным условиям (3)). Более того, в работе [8] показано, что в качестве вспомогательных можно использовать произвольные функции с теми же граничными условиями. Рассмотрим это утверждение подробнее. Заметим, что вторую формулу Грина можно доказать с помощью теоремы Остроградского–Гаусса, используя интегралы с дивергенцией (см., например, [18, 20]). Этот прием удобно применить и для вывода формул ТШР. Равенство (13), в частности, можно получить, производя дифференцирование под знаком интеграла в функционале (15)

$$F = - \iiint \text{div}(\Phi^{(1)} \vec{j}_n) dV \quad (15)$$

с учетом равенства

$$\operatorname{div} \vec{j}_n = 0 \quad (16)$$

и приравнивая результат к поверхностному интегралу, полученному из (15) с помощью теоремы Остроградского–Гаусса. При этом поверхностные интегралы с $\partial \vec{D}/\partial t$ и $\vec{j}$ для α -го электрода дают разность

$$\Phi_{\alpha}^{(1)} I_{\alpha} = \Phi_{\alpha}^{(1)} (\partial Q_{\alpha} / \partial t - I_{s\alpha}), \quad (17)$$

где Q_{α} – заряд α -го электрода, $I_{s\alpha}$ – ток, втекающий в него из образца через поверхность, а $\Phi_{\alpha}^{(1)}$ – потенциал α -го электрода во вспомогательной задаче. Как видно из вывода, вспомогательные функции действительно могут быть не связаны с основной задачей и вообще быть произвольными, но с теми же граничными условиями. То есть требуется только, чтобы они были постоянны вдоль поверхностей электродов (в каждый момент времени). Именно это условие обеспечивает вывод и вид формул ТШР. Обсуждаемое обобщение полезно в том отношении, например, что формулы ТШР остаются справедливыми (и сохраняют свой вид) и для непотенциальных полей, включая высокочастотные поля, например, сверхвысокочастотные (СВЧ) поля.

Сделаем теперь несколько уточняющих замечаний. Отметим, что если в границу области интегрирования включена вся поверхность α -го электрода, то разность в правой части (17) равна нулю в силу закона сохранения заряда. Ток I_{α} приобретает смысл втекающего из внешней цепи в электрод (через соединительные провода) тока, если в границу не включены участки поверхности, соответствующие контактам проводов с электродом. Нужно, следовательно, чтобы область интегрирования не включала в себя не только металлические электроды (с постоянными потенциалами на своих поверхностях), но и провода (с их непотенциальными, вообще говоря, поверхностями). Затем придется также уточнить определение заряда Q_{α} , что приводит к появлению в ТШР дополнительных, связанных с проводами, слагаемых, усложняющих (вследствие непотенциальности их поверхностей) формулы ТШР (см. обсуждение этого вопроса в [21]). А вот в качестве вспомогательной можно (формально) выбрать задачу без проводов, но с тем же образом (без зарядов и поляризации) и, разумеется, с теми же электродами и граничными условиями.

В работах по ТШР соединительные провода не учитывались, а в первых статьях [1, 2] их влияние, на первый взгляд, удалось вообще исключить. Но нет, просто авторы в своем анализе изящно обошли процесс подвода заряда к электродам, рассматривая (без проводов) заряды в них в отдельные, предельно близкие моменты времени. Интересно, что

вопрос о влиянии соединительных проводов возник уже на заре изучения электричества, когда сами понятия емкости и потенциала только еще формировались (см., например, легендарные работы Г. Кавендиша [22, 23], в которых особо отмечено, что соединительные провода слабо влияют на распределение зарядов на массивных проводниках). Вспомним также и классическую работу У. Томсона (впоследствии – лорд Кельвин) [24], в которой в 1853 г. (т.е. еще до уравнений Максвелла), было получено (из энергетических, правда, соображений) классическое уравнение для токов в электрических цепях с емкостями и индуктивностями, а выведено оно было для того, чтобы получить не менее известную формулу для периода электрических колебаний в контуре. Так вот, в этой же работе, по ходу вывода формул, предполагалось, что влияние соединительных проводов пренебрежимо мало в силу малости их емкости. Это не удивительно: вспомогательные элементы и не должны ощутимо влиять на процессы в цепях (хотя паразитные эффекты, в качестве платы за их использование, тоже неизбежны). Так что используемое в ТШР приближение – пренебрежение влиянием проводов – можно считать классическим (и обоснованным).

Отметим, что при доказательстве ТШР и ее обобщений использовались различные подходы с разными функционалами, которые могут иметь разные же подынтегральные выражения и области интегрирования. В наиболее простом случае с плоскопараллельными электродами (см. формулы (4)–(8)) формула (7) была приведена в [25] еще до того, как была доказана ТШР, она может быть доказана и более простым, чем формулы в ТШР, способом.

Теорема Шокли–Рамо и ее обобщения использовались для описания работы электровакуумных приборов, в особенности приборов СВЧ [1–4, 25–29]. После распространения теоремы на диэлектрики [7–15], она применялась в работах по датчикам ионизирующего излучения [9, 10, 13, 30], а также при диагностике структур металл–диэлектрик–полупроводник (МДП) и интегральных схем [14, 15, 31, 32]. Весьма привлекательны применения ТШР в биологии для изучения транспорта зарядов в протеинах [33].

2. ЗАКОНЫ КИРХГОФА

Эти же методы, т.е. подбор подходящих функционалов и их преобразование с помощью математических теорем и уравнений Максвелла, можно использовать и для обобщения законов Кирхгофа для электрических цепей [5], которые (законы) призваны обеспечивать полное их описание. ТШР можно рассматривать как первый шаг в этом направлении. Действительно, если элемент цепи

нельзя однозначно охарактеризовать вольт-амперной характеристикой (а тем более, сопротивлением), то ТШР дает нам формулу, описывающую и в общем случае соотношение между токами внутри элемента и током, втекающим в него из внешней цепи. Также теорема помогает выявлять те параметры образцов, которые влияют на токи во внешней цепи. Типичным примером являются электровакуумные приборы: для стационарных режимов выведены вольт-амперные характеристики (например, закон трех вторых для режима ТОПЗ (токов ограниченных пространственным зарядом) [34]), но в общем, нестационарном случае вольт-амперные характеристики получить нельзя (так как ток определяется не одним только напряжением, но зависит и от предыстории). Так что применять можно только формулы ТШР. С аналогичной ситуацией мы сталкиваемся и при описании полупроводниковых приборов (см. монографии [35–37]). И здесь вольт-амперные характеристики получены только в частных случаях. Типичным контрпримером могут служить датчики ионизирующего излучения, при описании которых требуются формулы ТШР (см., например, работу [13] и цитированную там литературу).

Однако ТШР описывает не весь ток во внешней цепи, а только одну его компоненту (см. формулы (1) и (11)), кроме которой в (11) присутствует еще одно слагаемое

$$I'_\alpha = \iiint (\vec{E}^{(\alpha)}, \partial \vec{D} / \partial t) dV, \quad (18)$$

связанное с токами смещения. Для полноты описания цепей надо разобраться и с ним. Казалось бы, это не трудно, ведь токи смещения традиционно связывают с емкостными (в теории полупроводниковых приборов, например). А если так, то полные токи в (11) должны состоять из индуцированных и емкостных токов. Эта идея, в качестве очевидной, и была принята в первых (вакуумных) работах по ТШР [1, 2, 26–29] (в случае квазистационарных режимов и потенциальных электрических полей). Применялась она и в случае диэлектриков [7, 12]. Но что можно сказать в общем случае?

В работах [14, 15] была предпринята попытка вывести соответствующие формулы для ТШР с учетом и наведенных, и емкостных токов с помощью функционалов более общего вида. Если переписать формулу (11), с учетом (9), в виде

$$I_\alpha = I_{\alpha l} + \iiint (\vec{E}^{(\alpha)}, \partial \vec{D}' / \partial t) dV, \quad (19)$$

где

$$I_{\alpha l} = \iiint (\vec{E}^{(\alpha)}, (\vec{j} + \partial \vec{P} / \partial t)) dV, \quad (20)$$

то вопрос о емкостных токах относится ко второму слагаемому, а формула (20) служит обобщени-

ем ТШР с учетом поляризации (плотности дипольного момента). При этом выражение $\partial \vec{P} / \partial t$ описывает плотность тока связанных зарядов (более подробно см. обсуждение связанных с поляризацией вопросов в [38]). Оказалось, что токи во внешней цепи (в формулах (19), (20)), кроме емкостных, содержат дополнительные слагаемые, которые могут быть описаны различными способами. Природа этих слагаемых и вид соответствующих формул рассматривались в работах [14, 15, 21, 38, 39]. Предполагаем продолжить их обсуждение и вывод заключительных формул на основе функционала более общего вида в следующей работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены различные способы вывода ТШР и ее обобщений на случай произвольных сред и непотенциальных полей, включая СВЧ-поля. Сделаны замечания относительно влияния соединительных проводов. Приведена история вопроса. Отмечено, что более полное описание современных электрических цепей в развитие законов Кирхгофа может быть получено путем последовательного усложнения используемых функционалов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shockley W. // J. Appl. Phys. 1938. V. 9. № 10. P. 635.
2. Ramo S. // Proc. IRE. 1939. V. 27. № 9. P. 584.
3. Jen C.K. // Proc. IRE. 1941. V. 29. № 6. P. 345.
4. Beck A.H.W. Thermionic Valves: their Theory and Design. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1953.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество. М.: Физматлит, 2002.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005.
7. Pellegrini B. // Phys. Rev. B. 1986. V. 34. № 8. P. 5921.
8. Yoder P.D., Gärtner K., Fichtner W. // J. Appl. Phys. 1996. V. 79. № 4. P. 1951.
9. Cavalleri G., Fabri G., Gatti E., Svelto V. // Nucl. Instr. Meth. 1963. V. 21. P. 177.
10. Cavalleri G., Gatti E., Fabri G., Svelto V. // Nucl. Instr. Meth. 1971. V. 92. № 1. P. 137.
11. Visschere P. De. // Sol.-Stat. Electronics. 1990. V. 33. № 4. P. 455.
12. Kim H., Min H.S., Tang T.W., Park Y.J. // Sol.-Stat. Electronics. 1991. V. 34. № 11. P. 1251.
13. He Z. // Nucl. Instr. Meth. in Phys. Research A. 2001. V. 463. № 1–2. P. 250.
14. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1115.
15. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 926.

16. *Jeans J.H.* The Mathematical Theory of Electricity and Magnetism. Cambridge: Cambridge University Press, 1927.
17. *Смайт В.* Электростатика и электродинамика. М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
18. *Владимиров В.С., Жариков В.В.* Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2004.
19. *Green G.* An Essay on the Application of Mathematical Analysis to the Theories of Electricity and Magnetism. Nottingham: T. Wheelhouse, 1828.
20. *Любимов Ю.А.* // Успехи физ. наук. 1994. Т. 164. № 1. С. 105.
21. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 7. С. 725.
22. *Cavendish H.* // Phil. Trans. 1771. V. 61. P. 584.
23. *Cavendish H.* The Electrical Researches of the honourable Henry Cavendish. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1879.
24. *Thomson W.* // Phil. Mag. 1853. V. 5. № 34. P. 393.
25. *North D.O.* // Proc. IRE. 1936. V. 24. № 1. P. 108.
26. *Гвоздовец С., Лопухин В.* // Изв. АН СССР. Сер. Физ. 1946. Т. 10. № 1. С. 29.
27. *Лопухин В.* // Изв. АН СССР. Сер. Физ. 1946. Т. 10. № 1. С. 111.
28. *Коваленко В.Ф.* Введение в электронику сверхвысоких частот. М.: Сов. радио, 1955.
29. *Лопухин В.М.* Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. М.: Гостехиздат, 1953.
30. *Tavernier S.* Experimental Techniques in Nuclear and Particle Physics. L: Springer, 2010.
31. *Дмитриев С.Г.* // ФТП. 2009. Т. 43. № 6. С. 854.
32. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2012. Т. 57. № 11. С. 1229.
33. *Eisenberg B., Nonner W.* // J. Comput. Electron. 2007. V. 6. № 1–3. P. 363.
34. *Добрецов Л.Н., Гомоюнова М.В.* Эмиссионная электроника. М.: Наука, 1966.
35. *Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г.* Физика полупроводников. М.: Наука, 1990.
36. *Зи С.* Физика полупроводниковых приборов. М.: Мир, 1984.
37. *Nicollian E.R., Brews J.R.* MOS (Metal-Oxide-Semiconductor) Physics and Technology. N.Y.: J. Wiley & Sons, 1982.
38. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2022. Т. 67. № 4. С. 411.
39. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2022. Т. 67. № 2. С. 181.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.387

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА АМПЛИТУДНО-ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ ПЕННИНГА

© 2023 г. С. П. Масленников^а *, И. М. Мамедов^а

^аНациональный исследовательский ядерный университет “МИФИ”,
Каширское шос., 31, Москва, 115409 Российская Федерация

*E-mail: spmaslennikov@mephi.ru

Поступила в редакцию 21.05.2022 г.

После доработки 05.12.2022 г.

Принята к публикации 25.01.2023 г.

Рассмотрены режимы работы импульсных ионных источников Пеннинга при воздействии внешних магнитных полей, соответствующих условиям эксплуатации аппаратуры геофизических исследований скважин. Представлены результаты исследований зависимости амплитудно-временных характеристик ионных источников от величины и конфигурации магнитного поля. На основании полученных данных предложены варианты построения магнитных систем нейтронных трубок, обеспечивающие повышение стабильности работы нейтронных генераторов.

DOI: 10.31857/S0033849423050133, EDN: UHZSXJ

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Среди широкого многообразия областей применения разряда Пеннинга отдельное место занимают малогабаритные импульсные нейтронные генераторы для геофизической аппаратуры [1–3]. Режимы горения и амплитудно-временные характеристики разряда в скрещенных электрических и магнитных полях изменяются в зависимости от геометрии электродной системы, параметров системы импульсного питания, распределения магнитного поля, состава и давления рабочего газа, внешних возмущающих воздействий [4–9]. Практика эксплуатации каротажной аппаратуры показывает, что одной из возможных причин нарушения стабильности работы нейтронных генераторов являются внешние магнитные воздействия. Локальные намагниченности обсадных колонн скважин и аномалии магнитных полей в соединительных муфтах способны создавать магнитные поля с напряженностью в сотни эрстед [10].

Несмотря на длительную историю эффективного применения разряда Пеннинга в установках различного назначения, до настоящего времени не создано апробированной модели для описания режимов горения разряда во всех диапазонах рабочих параметров, реализуемых при разных условиях эксплуатации создаваемой аппаратуры. Разработка новых типов приборов требует, как правило, проведения экспериментальных исследований характеристик ионных источников и поиск тех-

нических решений для повышения эффективности и стабильности их работы.

Цель данной работы — исследовать влияние внешних магнитных полей на амплитудно-временные характеристики малогабаритных ионных источников Пеннинга, применяемых в аппаратуре геофизических исследований скважин.

2. СХЕМА И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследования проведены на стенде, позволявшем воспроизводить режимы работы нейтронных трубок в условиях эксплуатации каротажных приборов. Система измерительных преобразователей стенда (рис. 1) обеспечивала регистрацию импульсных напряжений и токов на электродах нейтронных трубок с ионными источниками (ИИ) на основе разрядных ячеек Пеннинга.

Импульсный блок питания (ИБП), построенный на основе составных полупроводниковых ключей [11, 12], обеспечивал генерацию импульсов анодного напряжения с амплитудой до $U_a = 3$ кВ в диапазоне частот следования $F = 1...10$ кГц. Временные параметры переключения схемы — длительность и частота следования импульсов напряжения — определялись задающим генератором (ЗГ). В проведенном цикле исследований зарядное напряжение накопителя энергии ИБП ($C1 = 1$ мкФ) регулировалось в диапазоне $U_{a0} = 1...3$ кВ. Регистрацию импульсов анодного напряжения U_a

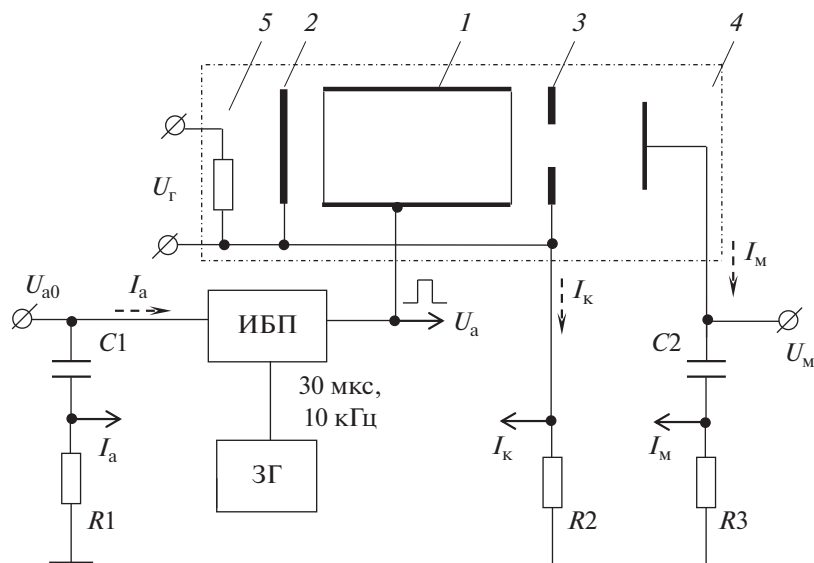


Рис. 1. Структура экспериментальной схемы: 1 — анод; 2 — катод; 3 — антикатод; 4 — мишень; 5 — нагреватель геттера.

проводили с помощью делителя Tektronix P6015A, подключенного к выходу ИБП.

Для измерения параметров импульсов анодного I_a и катодного I_k токов были использованы резистивные шунты $R1$ и $R2$ с защитными диодами, ограничившие кратковременные броски напряжения в моменты переключения системы питания. Номинальные сопротивления шунтов подбирали в процессе проведения экспериментов в диапазоне $10^2 \dots 10^3$ Ом. Для измерения импульсов ионных токов на мишени I_m использовали резистивный шунт $R3 = 1$ кОм, установленный в шине заземления дополнительного емкостного накопителя энергии $C2 = 2$ нФ.

Для формирования аксиально-симметричного магнитного поля (различной величины и конфигурации) в ИИ применяли комбинированную

магнитную систему, созданную на основе кольцевых магнитов и токовых катушек. Условия работы ИИ в неоднородных магнитных полях моделировали при осевом смещении элементов магнитной системы относительно положения разрядной ячейки [8, 9]. Нейтронные трубки подключали к системе вакуумирования и газонаполнения стэнда через откачные штенгели. Для отпаянных нейтронных трубок наполнение газом (дейтерий) осуществляли с помощью встроенного геттера, мощность нагрева которого регулировали при изменении приложенного к нему напряжения U_g [8, 9, 13]. Исследования проведены в диапазоне давления $0.1 \dots 10$ мТорр. В работах [10, 14–16] приведено подробное описание исследуемых типов нейтронных трубок и используемых в них ионных источников.

3. ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты исследований продемонстрировали, что определяющее влияние на условия генерации разряда Пеннинга оказывает давление газа. На рис. 2 представлены осциллограммы импульсов тока на мишени трубки при различных давлениях газа в ИИ, полученные при следующих рабочих параметрах системы питания: длительность импульсов анодного напряжения $t_n = 30$ мкс, амплитуда импульсов $U_a = 2$ кВ, частота импульсов $F = 10$ кГц.

При давлениях около $P \approx 1$ мТорр наблюдалось нестабильное формирование разряда: задержка зажигания, измерявшаяся по времени запаздывания токового импульса разряда от фронта импульса анодного напряжения, достигала $t_3 = 20 \dots 25$ мкс. В области давлений $P = 3 \dots 4$ мТорр обеспечивалась

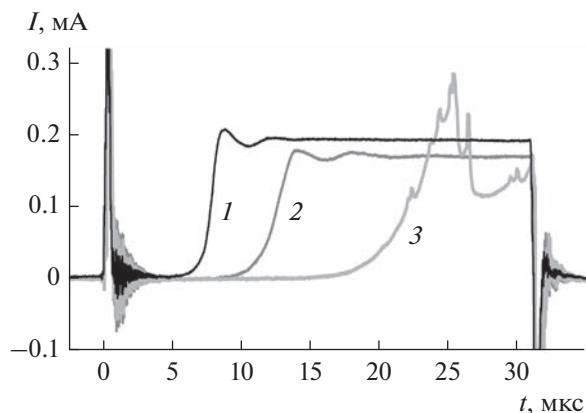


Рис. 2. Импульсы тока на мишени при различных давлениях газа: $P = 1$ (кривая 1), $3 \dots 4$ (2) и 6 мТорр (3).

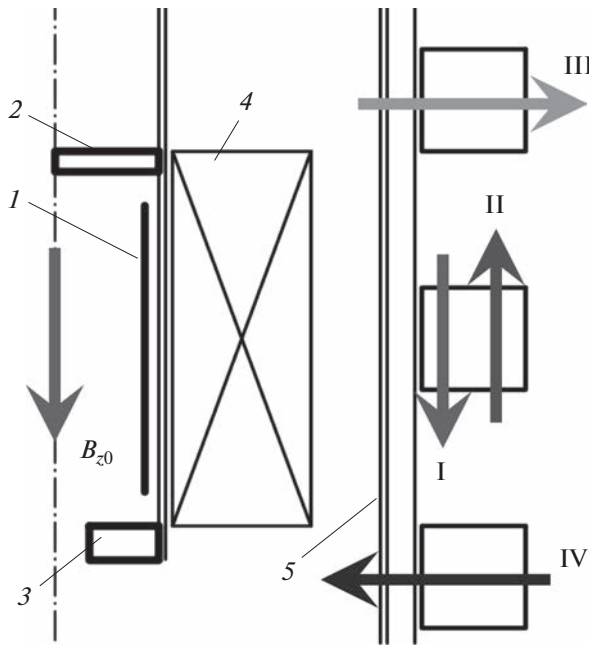


Рис. 3. Варианты размещения внешних магнитов I–IV: 1 — анод; 2 — катод; 3 — антикатод; 4 — магниты ионного источника; 5 — корпус генератора.

хорошая повторяемость амплитудных и временных параметров тока разряда, на импульсах вытягиваемого тока формировалась характерная плоская вершина, длительность задержки зажигания разряда составляла около $t_3 = 10$ мкс. При давлении газа около $P = 6$ мТорр задержка зажигания сокращалась до $t_3 = 5 \dots 8$ мкс. Для условий работы ИИ при $P > 10$ мТорр выявлено формирование высокочастотных пульсаций на вершинах импульсов тока, которые указывали на возбуждение неустойчивостей горения разряда [9, 10].

На рис. 3 представлены апробированные в эксперименте варианты I–IV расположения внешних магнитов вблизи корпуса нейтронного генератора (толщина стенки корпуса $s = 3$ мм, сталь 12Х18Н10Т). Варианты I и II соответствуют условиям, когда намагниченность внешнего магнита была одинаково либо противоположно направленной относительно вектора индукции собственного поля B_{z0} на оси ИИ. Для вариантов III и IV внешние магниты создавали радиально направленное внешнее магнитное поле.

На рис. 4 представлены зависимости $B_z(z)$ на оси ИИ, полученные по результатам измерений индукции поля (отдельные точки), формируемого собственной магнитной системой без внешних возмущающих воздействий B_{z0} , а также при различных вариантах расположения внешних магнитов (I–IV). Сплошными линиями обозначен диапазон распределения магнитного поля, характеризовавшийся наиболее стабильным режимом

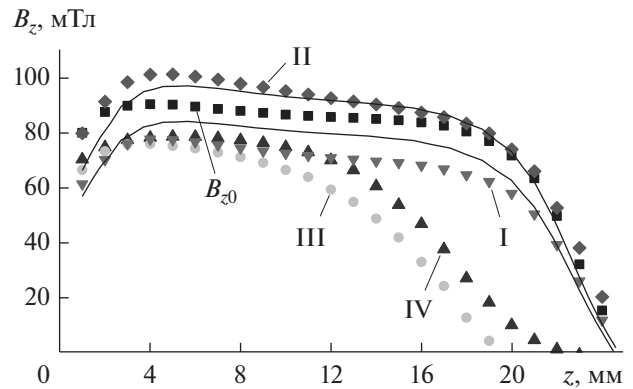


Рис. 4. Распределения магнитного поля в ионном источнике без внешних возмущающих воздействий B_{z0} и при различных магнитных воздействиях: варианты I–IV; сплошные линии — см. пояснения в тексте.

работы ИИ [8, 9]. Из представленных данных четко видно, что для рассмотренной структуры магнитной системы внешние источники приводили к существенному изменению распределения магнитных полей $B_z(z)$ в разрядной ячейке ИИ.

На рис. 5а и 5б показаны экспериментальные зависимости амплитуды тока разряда I_a и задержки его зажигания t_3 от давления газа при различном магнитном окружении нейтронной трубки. Полученные результаты наглядно продемонстрировали, что магнитные источники, размещенные вблизи корпуса каротажного прибора, нарушали режимы работы ИИ. Наличие внешних магнитов приводило к изменению амплитудных характеристик разрядных токов, сужению диапазона устойчивого горения разряда, возрастанию задержки его зажигания. Наиболее выраженный эффект от внешнего поля наблюдался при его поперечном направлении и воздействии на ИИ в области катода. В этих условиях зажигание разряда наблюдалось при давлениях газа более $P > 4$ мТорр, при этом фиксировалось кратное снижение амплитуды разрядного тока.

На рис. 6 представлены формы импульсов разрядного тока в ИИ в условиях его работы без возмущающих воздействий B_{z0} и при различных положениях внешнего магнита (варианты I–IV, см. рис. 3). Измерения проведены при следующих режимах работы ИИ: $U_a = 2$ кВ, $t_{и} = 30$ мкс, $F = 10$ ГГц, $P = 4$ мТорр. Под влиянием внешнего поля увеличивалось время задержки зажигания разряда (от 7 до 30 мкс), изменялась форма и амплитуда токовых импульсов. Наиболее нестабильное инициирование разряда происходило при магнитном воздействии в области катода. По сравнению с невозмущенными условиями работы ИИ амплитуда импульсного тока разряда снижалась в $\sim 3\text{--}4$ раза, задержка его зажигания достигала 30 мкс.

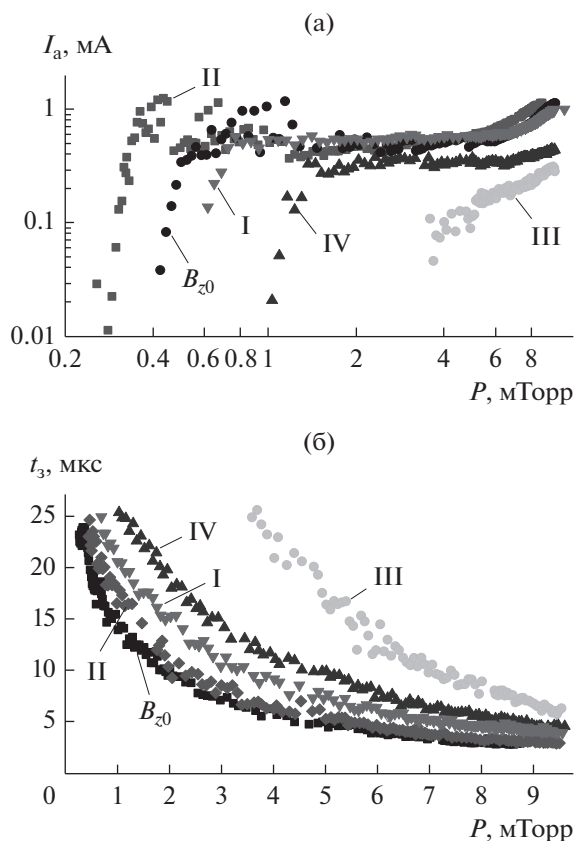


Рис. 5. Зависимости тока разряда (а) и времени задержки разряда (б) от давления без внешних возмущающих воздействий B_{z0} и при различных внешних магнитных воздействиях (варианты I...IV).

Полученные результаты показывают, что корпус нейтронного генератора, изготовленный из стали 12Х18Н10Т (после нагартовки корпус приобретает магнитные свойства), не предотвращает негативного влияния намагниченных элементов, находящихся в непосредственной близости от нейтронного генератора.

Для снижения внешнего магнитного воздействия на режимы работы ИИ требуется применение дополнительных экранов. Ввиду малых габаритных размеров каротажной аппаратуры экранирующие элементы, располагаясь в непосредственной близости от магнитной системы нейтронной трубки, оказывают собственное влияние на распределение магнитных полей в ИИ. Это требует коррекции параметров систем, используемых для формирования магнитного поля малогабаритных нейтронных трубок.

По результатам исследований были разработаны и успешно апробированы и испытаны варианты экранированных магнитных систем нейтронных трубок, обеспечивавшие повышение стабильности работы нейтронных генераторов в условиях воздействия внешних магнитных полей при карота-

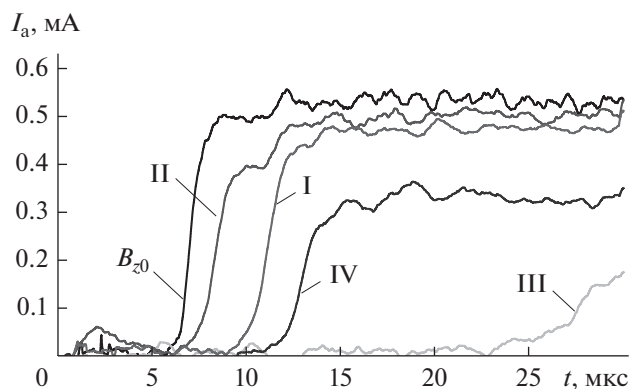


Рис. 6. Импульсы тока разряда без внешних возмущающих воздействий B_{z0} и при внешнем магнитном воздействии (варианты I...IV).

же скважин. В качестве экранирующего элемента может быть использован корпус нейтронного генератора, изготовленный из стали 30ХГСА. В качестве альтернативного варианта магнитной системы ИИ может рассматриваться система с дополнительным цилиндрическим экраном из стали 10864 (03-ВД) с толщиной стенки $s_3 = 2$ мм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментальные исследования работы ионных источников Пеннинга проведены в условиях, соответствующих эксплуатационным режимам импульсных нейтронных генераторов в составе геофизической аппаратуры. В ходе проведенного цикла экспериментов с разными типами нейтронных трубок были определены зависимости разрядного и вытягиваемого токов от давления газа в условиях импульсного питания ионных источников. Исследования режимов горения разряда Пеннинга выполнены при различных параметрах магнитных систем: в ходе экспериментов изменялись как напряженность, так и общая структура распределения магнитного поля в ионных источниках. Проведенные исследования позволили изучить влияние величины и конфигурации магнитного поля в ионном источнике на амплитудно-временные параметры разряда. На основании полученных данных определены диапазоны напряженности магнитного поля, обеспечивающие условия для стабильного зажигания разряда Пеннинга, предложены и апробированы варианты экранированных магнитных систем ионных источников.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бармаков Ю.Н., Боголюбов Е.П., Миллер В.В. и др. // Каротажник. 2006. № 10–11 (151–152). С. 174.

2. Юрков Д.И., Боголюбов Е.П., Миллер В.В. и др. // Каротажник. 2013. № 9(231). С. 77.
3. Valkovic V. 14 MeV Neutrons. Physics and Applications. Boca Raton: CRC Press, 2016.
4. Zhou X., Lu J., Liu Y., Ouyang X. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. 2021. V. 987. Article No. 164836. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2020.164836>
5. Liu W., Li M., Gao K., Gu D. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. 2014. V. 768. P. 120. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2014.09.052>
6. Hooper E.B. // Adv. Electronics and Electron Phys. 1970. V. 27. P. 295. [https://doi.org/10.1016/S0065-2539\(08\)60040-2](https://doi.org/10.1016/S0065-2539(08)60040-2)
7. Chen F.K. // J. Appl. Phys. 1984. V. 56. № 11. P. 3191. <https://doi.org/10.1063/1.333882>
8. Мамедов Н.В., Масленников С.П., Солодовников А.А., Юрков Д.И. // Физика плазмы. 2020. Т. 46. № 2. С. 172. <https://doi.org/10.31857/S0367292120020067>
9. Mamedov N.V., Gubarev A.V., Zverev V.I. et al. // Plasma Sources Sci. Technol. 2020. № 2. Article No. 025001. <https://doi.org/10.1088/1361-6595/ab6758>
10. Рачков Р.С., Пресняков А.Ю., Юрков Д.И. // Атомная энергия. 2019. Т. 126. № 6. С. 334.
11. Масленников С.П., Серебрякова А.С. // РЭ. 2018. Т. 63. № 1. С. 80. <https://doi.org/10.7868/S0033849417010119>
12. Комаров Д.А., Масленников С.П. // РЭ. 2019. Т. 64. № 1. С. 77. <https://doi.org/10.1134/S0033849419010091>
13. Мамедов Н.В., Масленников С.П., Пресняков Ю.К. и др. // ЖТФ. 2019. Т. 89. № 9. С. 1367. <https://doi.org/10.21883/JTF.2019.09.48062.34-19>
14. Мамедов Н.В., Щитов Н.Н., Колодко Д.В. и др. // ЖТФ. 2018. Т. 88. № 8. С. 1164. <https://doi.org/10.21883/JTF.2018.08.46304.2396>
15. Масленников С.П., Мамедов И.М. // РЭ. 2022. Т. 67. № 7. С. 722. <https://doi.org/10.31857/S0033849422070117>
16. Mamedov N.V., Rohmanenkov A.S., Solodovnikov A.A. // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 2064. Article No. 012039. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2064/1/012039>

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 537.533.79

МАГНИТОИЗОЛИРОВАННЫЙ ВИРКАТОР С МАГНИТНОЙ ПРОБКой НА ДОПРЕДЕЛЬНОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ: ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ПУЧКА И СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

© 2023 г. А. Е. Дубинов^{a, b, *}, Г. Н. Колесов^{b, **}, В. Д. Селемир^a, В. П. Тараканов^{c, d}

^aРоссийский федеральный ядерный центр —
Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики,
просп. Мира, 37, Саров, Нижегородской обл., 607188 Российская Федерация

^bСаровский физико-технический институт,
ул. Духова, 6, Саров, Нижегородской обл., 607189 Российская Федерация

^cОбъединенный институт высоких температур РАН,
ул. Ижорская, 13, Москва, 125412 Российская Федерация

^dНациональный исследовательский ядерный университет “МИФИ”,
Каширское шоссе, 31, Москва, 115409 Российская Федерация

*E-mail: dubinov-ae@yandex.ru

**E-mail: kolesov.german@yandex.ru

Поступила в редакцию 28.03.2022 г.

После доработки 18.04.2022 г.

Принята к публикации 15.05.2022 г.

Предложен релятивистский магнитоизолированный виркатор с магнитной пробкой на допредельном электронном пучке. Проведено его компьютерное моделирование. Исследована фазовая динамика электронного пучка в виркаторе. Показано, что в пучке возникает ряд виртуальных катодов после отражения пучка от магнитной пробки. Вычислены выходные сверхвысокочастотные характеристики: средняя мощность и спектральный состав генерации, содержащий набор узких спектральных линий и их гармоник. Исследовано влияние величины пробочного отношения на величину средней мощности генерации и на частоты спектральных линий. Найдено, что мощность растет с ростом пробочного отношения. Частоты некоторых спектральных линий увеличиваются с ростом пробочного отношения, в то время как частоты других линий не зависят от этого отношения.

DOI: 10.31857/S0033849423050078, EDN: UHUNPV

ВВЕДЕНИЕ

Сверхвысокочастотные (СВЧ) генераторы с виртуальным катодом (ВК) — виркаторы, отражательные триоды, виртоды, редитроны и др. — образуют важный класс приборов в мощной релятивистской СВЧ-электронике. На них уже достаточно давно получен мультитигаваттный выход СВЧ-излучения [1, 2] и были созданы излучательные СВЧ-комплексы на основе нескольких виркаторов [3, 4]. Обзоры результатов исследований и достижений на виркаторах и отражательных триодах представлены в [5–10].

Считается, что для работы виркаторов необходимо, чтобы ток электронного пучка превышал значение предельного вакуумного тока в трубе дрейфа виркатора [11]. Тогда в трубе дрейфа возникает ВК, колебания которого и являются источником СВЧ-излучения. По этой причине вир-

каторы часто называют СВЧ-генераторами на сверхпредельном электронном пучке.

В последнее время возник интерес к виркаторам, работающим на допредельных электронных пучках. В [12, 13] было показано, что если, например, заставить пучок повторно или многократно проходить через одну и ту же трубу дрейфа с помощью дополнительного электростатического отражателя, то повторно вошедшие в трубу дрейфа электроны увеличивают пространственный заряд в ней и способствуют формированию ВК.

Однако такой способ формирования ВК представляется технически неудобным, так как на отражатель приходится подавать потенциал, превышающий по абсолютной величине напряжение в диоде используемого ускорителя.

Тем не менее известен еще один способ осуществления повторного прохождения электрон-

ным пучком камеры, при котором может формироваться ВК — использование магнитной пробки. Этот способ был предложен в виркаторе с магнитной пробкой [14] и исследован для целей генерации мощных СВЧ-импульсов. Область отражения электронного пучка от магнитной пробки названа в [9] магнитным ВК. В дальнейшем способ формирования ВК при помощи магнитной пробки в СВЧ-генераторах другого класса был применен в [15, 16].

Отметим, что в [14] рассматривался магнитоизолированный виркатор с магнитной пробкой на сверхпределном электронном пучке, в котором формировались два ВК: обычный — бурсиановский, ВК и магнитный ВК. Было показано, что при определенном положении магнитной пробки мощность СВЧ-генерации виркатора выше, чем в обычном виркаторе. Представляет интерес исследовать также магнитоизолированный виркатор с магнитной пробкой на допределном электронном пучке.

Цель данной работы — моделирование методом крупных частиц особенностей динамики электронов в магнитоизолированном релятивистском виркаторе с магнитной пробкой на допределном электронном пучке и вычисление его выходных СВЧ-характеристик.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, ГЕОМЕТРИЯ ВИРКАТОРА, ФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассмотрим в качестве примера длинный цилиндрический резонатор радиусом $R = 10$ см и длиной $L = 400$ см (рис. 1). Примем, что резонатор ограничен вдоль боковой поверхности и вдоль одного из оснований, например вдоль левого основания, идеально приводящими стенками. Другое основание цилиндрического резонатора — правое — будем считать полностью открытым. Будем рассматривать данный резонатор в качестве основной области взаимодействия электронов пучка и электромагнитных волн в виркаторе.

Допустим, что на резонатор наложено аксиальное магнитное поле, имеющее следующие три участка (слева направо):

- участок однородного магнитного поля длиной 170 см с величиной магнитной индукции $B = 10$ кГс;

- участок повышенного магнитного поля, простирающийся вдоль оси от 180 до 250 см, на котором магнитная индукция также является однородной и в 8 раз превосходит величину магнитной индукции предыдущего участка;

- участок нулевого магнитного поля, простирающийся вдоль оси от 260 см до правого основания цилиндрического резонатора.

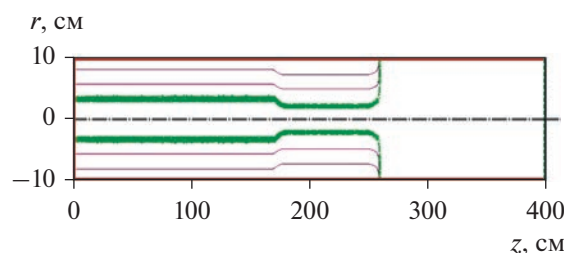


Рис. 1. Геометрия резонатора, электронного пучка и линий индукции магнитного поля.

В промежутках между участками величина магнитного поля изменяется с осевой координатой по линейному закону. Такая геометрия магнитного поля получила название “магнитная пробка”, а параметр δ называют пробочным отношением. Линии индукции магнитного поля показаны на рис. 1.

С левого основания цилиндрического резонатора в начальный момент времени начинает инжектироваться трубчатый релятивистский электронный пучок с постоянным током $I_b = 8$ кА. Пучок имеет внутренний и внешний радиусы $r_i = 3$ см и $r_e = 4$ см соответственно. Инжектируемый пучок считаем моноэнергетичным, и электроны в нем имеют энергию $U = 1$ МэВ (лоренц-фактор $\gamma \approx 2.96$). Считаем также, что электроны, попавшие на торцы резонатора, поглощаются там и изымаются из рассмотрения.

Укажем, что для выбранных геометрии резонатора и параметров электронного пучка значение предельного вакуумного тока, которое можно оценить по формуле для труб бесконечной длины (например, [13, 17])

$$I_{\text{lim}} = I_0 \frac{(\gamma^{2/3} - 1)^{3/2}}{(r_e - r_i)/r_e + 2 \ln R/r_e}, \quad (1)$$

($I_0 = mc^3/e \approx 17.03$ кА), составляет $I_{\text{lim}} = 8.9$ кА. Таким образом, задаваемый ток электронного пучка является в данной задаче слегка допределным.

Моделирование физических процессов выполняли с помощью кода particle-in-cell (PIC) KARAT [18], в котором заложены алгоритмы самосогласованного решения нестационарных уравнений Максвелла и уравнений релятивистской динамики заряженных частиц. Код многократно ранее тестировался и широко использовался для моделирования СВЧ-приборов вакуумной и плазменной электроники [12–14, 19–26].

2. ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОНОВ В РЕЗОНАТОРЕ ВИРКАТОРА

Было выполнено несколько десятков расчетов для исследования динамики электронов в резона-

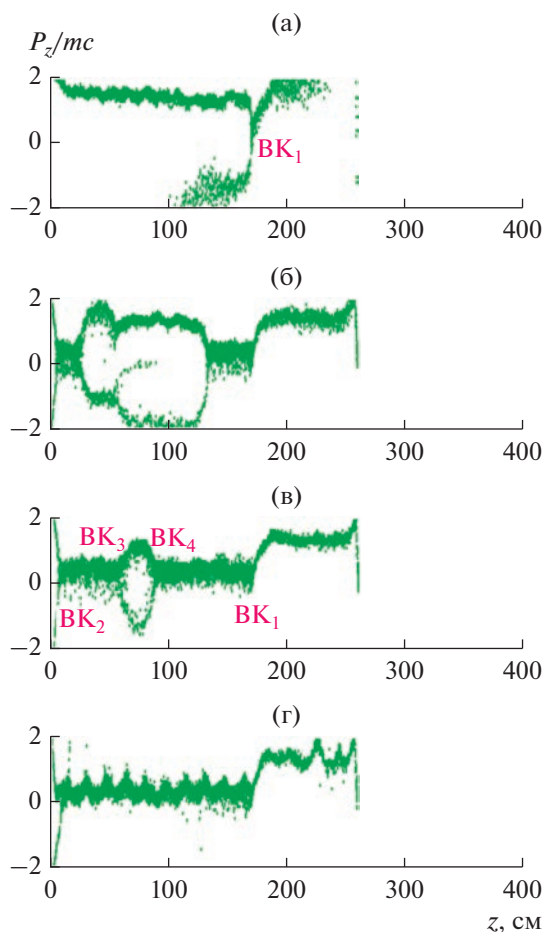


Рис. 2. Отдельные кадры эволюции фазового портрета электронного пучка: а — в момент формирования ВК, 10 нс; б — начальная стадия формирования областей со сжатым состоянием пучка, 20 нс; в — стадия расширения областей со сжатым состоянием, 40 нс; г — конечное состояние фазового портрета со сжатым состоянием максимальной длины, на котором видна продольная волна, 60 нс.

торе виркатора с магнитной пробкой в течение 500 нс при различных значениях параметра δ . Приведем сначала результаты расчетов для $\delta = 4.3$.

Так как конфигурационный портрет электронного пучка, показанный на рис. 1, неизменен во времени после 10 нс после начала счета для каждого значения δ , когда фронт пучка долетел до коллектора, то наиболее информативным является представление динамики пучка последовательностью его фазовых портретов. На рис. 2 представлены несколько характерных кадров эволюции фазового портрета в первые 60 нс, когда эта эволюция еще существенна; на временах более 60 нс фазовые портреты пучка практически не изменяются.

За первые 10 нс головные электроны успевают долететь до магнитной пробки, пройти ее насквозь и высадиться на боковую стенку резонатора. К этому моменту времени в нарастающем вдоль оси маг-

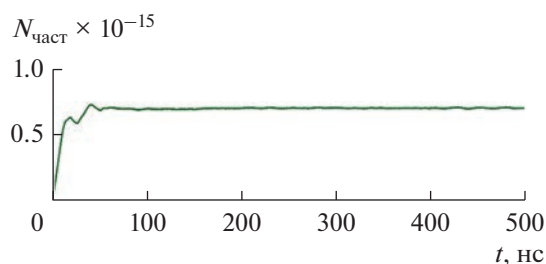


Рис. 3. Зависимость полного числа электронов в резонаторе от времени.

нитном поле начинает формироваться магнитный ВК, который отражает часть электронов пучка назад, в сторону плоскости их инжекции (рис. 2а).

Пространственный заряд в резонаторе перед пробкой начинает при этом возрастать, что приводит к появлению еще одного ВК — вблизи плоскости инжекции пучка. Оба этих ВК, обозначенные на рис. 2 ВК_{1,2}, почти неподвижны и локализованы на краях области взаимодействия. Далее от обоих ВК_{1,2} навстречу друг другу начинают распространяться две области, занятые так называемым сжатым состоянием пучка, которые представляют собой горячую электронную плазму (рис. 2б). Это состояние пучка было открыто в [27], а затем интенсивно исследовалось многими авторами [28–34]. Между этими участками со сжатым состоянием находится фазовая дыра (фазовый вихрь), ограниченная движущимися навстречу ВК_{3,4}.

Области со сжатым состоянием распространяются навстречу друг другу в течение нескольких десятков наносекунд (рис. 2в), пока почти целиком не заполняют собой часть резонатора от плоскости инжекции до магнитной пробки (рис. 2г), когда полностью исчезнут фазовая дыра и ВК_{3,4}. При этом на сжатом состоянии возбуждается периодическая волна. Она также, вместе со всеми ВК может быть ответственна за генерацию СВЧ-излучения при $t > 60$ нс.

Интересно проследить за зависимостью полного числа электронов в резонаторе от времени. Эта зависимость была рассчитана и представлена на рис. 3. Видно, что электроны накапливаются в резонаторе примерно 60 нс, пока расширяется сжатое состояние пучка, а затем общее число электронов выходит на плато. Накопление электронов в резонаторе происходит немонотонно: различные этапы уменьшения числа электронов связаны с массивным высыпанием электронов на стенки резонатора.

Наблюдаемая здесь динамика электронного пучка типична, она реализуется и при других значениях δ , больших 4. При меньших значениях δ , например, при $\delta < 2.5$ отраженных от магнитной пробки электронов уже недостаточно для форми-

рования BK_2 , а следовательно, и фазовая дыра не образуется.

3. ВЫХОДНЫЕ СВЧ-ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИРКАТОРА

Для оценки значений СВЧ-мощности, генерируемой в виркаторе, вычислялся поток вектора Пойнтинга вблизи открытого основания цилиндрического резонатора в сечении $z = 399$ см. На рис. 4 дан график зависимости этого потока во времени в течение $\tau = 500$ нс при $\delta = 4.3$. Расчеты показывают, что пиковая мощность виркатора может кратковременно превышать $P = 300$ МВт, в то время как средняя мощность генерации за все время 150...500 нс составляет $\langle P \rangle \approx 45$ МВт.

Для установления спектральных характеристик СВЧ-полей, генерируемых в виркаторе, была вычислена зависимость радиальной составляющей электрического поля во внутренней точке резонатора с координатами (399; 8.5) (рис. 5), а затем спектр — фурье-образ этой зависимости. Оказалось, что этот спектр имеет сложную структуру, он содержит несколько линий f_{1-6} , некоторые из которых имеют заметные по амплитуде высшие гармоники (рис. 6). Ниже представлены значения частот (ГГц) основных спектральных пиков (f_n):

Пик	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
Значение	1.185	1.522	1.865	2.705	3.894	4.226

Известно, что в обычном виркаторе имеются две характерные частоты генерации, одна из которых обязана колебаниям ВК как целого, а другая — колебаниям электронов в потенциальной яме, образованной ВК [35, 36]. Первые практически синусоидальны, а другие имеют высшие гармоники вследствие неизохронности потенциальной ямы, сильно отличающейся от параболической. На это обстоятельство обращено внимание в [24]. Таким образом, из спектров, представленных на рис. 6, спектральные пики $f_{5,6}$ не имеют заметных высших гармоник. В данном расчете их можно отнести к колебаниям $BK_{1,2}$. Остальные пики — f_{1-4} — имеют высшие гармоники и, следовательно, их можно отнести к частотам колебаний электронов в потенциальных ямах, которых в резонаторе возникает несколько.

Отметим также, что в диапазоне частот менее 10 ГГц спектральных пиков, связанных с вращением электронов в магнитном поле, нет. Простые оценки циклотронных частот в магнитных полях 10 и 43 кГс дают значения частот более 10 ГГц.

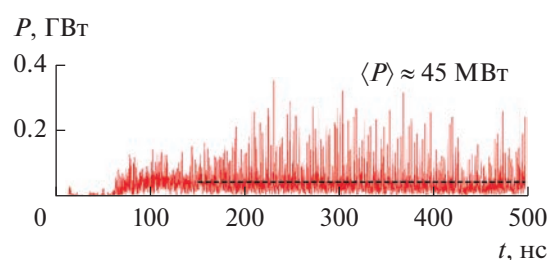


Рис. 4. Зависимость потока вектора Пойнтинга от времени в сечении $z = 399$ см; штриховая линия — уровень средней мощности.

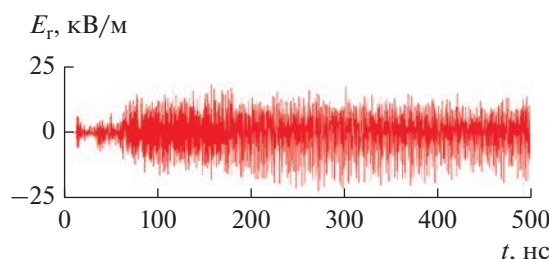


Рис. 5. Зависимость радиальной составляющей электрического поля в точке с координатами (399; 8.5).

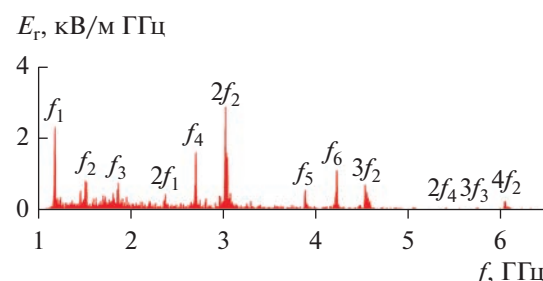


Рис. 6. Спектр колебаний электрического поля в резонаторе.

4. ВЛИЯНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ПРОБОЧНОГО ОТНОШЕНИЯ δ НА ВЫХОДНЫЕ СВЧ-ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИРКАТОРА

Рассмотрим, как влияет на выходные СВЧ-характеристики виркатора величина пробочного отношения δ . На рис. 7 представлена вычисленная зависимость средней мощности СВЧ-генерации

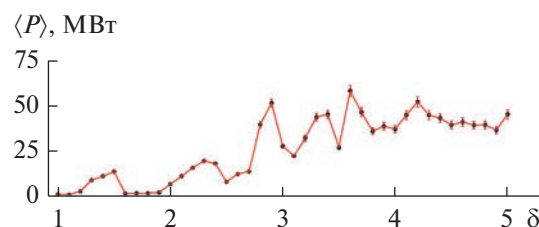


Рис. 7. Зависимость средней мощности СВЧ-генерации от величины пробочного отношения δ .

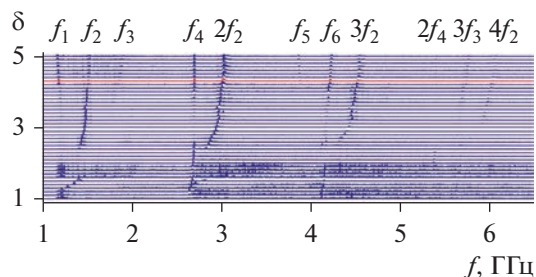


Рис. 8. Спектрограмма электрического поля в резонаторе в зависимости от величины пробочного отношения δ .

от δ . Несмотря на сложный характер этой зависимости, она имеет тенденцию роста с увеличением δ . Эта тенденция коррелирует с ростом количества ВК в резонаторе при увеличении пробочного отношения δ .

Спектры СВЧ-генерации, полученные при разных значениях δ , были аккумулярованы на общей спектрограмме, показывающей, как расположены спектральные линии в спектрах в зависимости от δ . На спектрограмме видно, что частоты некоторых гармоник растут с увеличением δ по квадратичному закону (например, для f_2 и ее высших гармоник), в то время как частоты других составляющих спектра практически не зависят от δ (например, $f_{1,4}$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен релятивистский магнитоизолированный виркатор с магнитной пробкой на допредельном электронном пучке. Проведено его компьютерное моделирование с помощью PIC-кода КАРАТ.

Исследована фазовая динамика электронного пучка в виркаторе. Показано, что в пучке после его отражения от магнитной пробки возникает ряд ВК. При величинах пробочного отношения $\delta > 2.6$ обнаружено возникновение фазовых дыр, которые вносят вклад в генерацию СВЧ-излучения.

Вычислены выходные СВЧ-характеристики виркатора: поток вектора Пойнтинга и средняя мощность генерации, которая может превышать величину 50 МВт.

Определен спектральный состав генерации, содержащий набор узких спектральных линий и их гармоник. Дана интерпретация спектральных линий, часть из которых возникает вследствие колебаний ВК, а другие — вследствие колебаний электронов в неизохронной потенциальной яме.

Исследовано влияние величины пробочного отношения на величину средней мощности генерации и на частоты спектральных линий. Найдено,

что мощность повышается при увеличении пробочного отношения. Частоты некоторых спектральных линий увеличиваются квадратично с ростом пробочного отношения, в то время как частоты других линий не зависят от этого отношения.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 075-15-2020-790).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Platt R., Anderson B., Christofferson J. et al. // Appl. Phys. Lett. 1989. V. 54. № 13. P. 1215. <https://doi.org/10.1063/1.100719>
2. Huttlin G.A., Bushell M.S., Conrad D.B. et al. // IEEE Trans. 1990. V. PS-18. № 3. P. 618. <https://doi.org/10.1109/27.55935>
3. Sze H., Price D., Harteneck B. // J. Appl. Phys. 1990. V. 67. № 5. P. 2278. <https://doi.org/10.1063/1.345521>
4. Селемир В.Д., Дубинов А.Е., Степанов Н.В. и др. // Антенны. 2001. № 3. С. 6.
5. Диденко А.Н., Арзин А.П., Жерлицын А.Г. и др. // Релятивистская высокочастотная электроника: Сб. науч. тр. Горький: ИПФ АН СССР. 1984. № 4. С. 104. <https://ipfran.ru/api/elibrary/11573/4.pdf>
6. Диденко А.Н., Григорьев В.П., Жерлицын А.Г. // Плазменная электроника: Сб. науч. тр. Киев: Наукова думка, 1989. С. 112.
7. Hoeberling R.F., Fazio M.V. // IEEE Trans. 1992. V. EC-34. № 3. P. 252. <https://doi.org/10.1109/15.155837>
8. Рухадзе А.А., Столбецов С.Д., Тараканов В.П. // РЭ. 1992. Т. 37. № 3. С. 385.
9. Дубинов А.Е., Селемир В.Д. // РЭ. 2002. Т. 47. № 6. С. 645.
10. Selemir V.D., Dubinov A.E., Voronin V.V., Zhdanov V.S. // IEEE Trans. 2020. V. PS-48. № 6. P. 1860. <https://doi.org/10.1109/TPS.2020.2974868>
11. Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. // Успехи физ. наук. 1971. Т. 103. № 4. С. 609. <https://doi.org/10.1070/PU1971v014n02ABEH004456>
12. Дубинов А.Е., Тараканов В.П. // ЖТФ. 2020. Т. 90. № 6. С. 1043. <https://doi.org/10.1134/S1063784220060080>
13. Дубинов А.Е., Тараканов В.П. // Физика плазмы. 2020. Т. 46. № 5. С. 476. <https://doi.org/10.1134/S1063780X20040029>
14. Дубинов А.Е. // РЭ. 2000. Т. 45. № 7. С. 875.
15. Fuks M.I., Schamiloglu E. // Phys. Rev. Lett. 2019. V. 122. № 22. Article No. 224801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.224801>
16. Leopold J.G., Krasik Ya.E., Bliokh Y.P., Schamiloglu E. // Phys. Plasmas. 2020. V. 27. № 10. Article No. 103102. <https://doi.org/10.1063/5.0022115>

17. *Nikolov N.A., Kostov K.G., Spasovsky I.P., Spasov V.A.* // Electron. Lett. 1988. V. 24. № 23. P. 1445.
<https://doi.org/10.1049/el:19880987>
18. *Tarakanov V.P.* User's Manual for Code KARAT. Springfield: Berkley Res. Associates, 1992.
19. *Ginzburg N.S., Rozental R.M., Sergeev A.S. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2017. V. 119. № 3. Article No. 034801.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.034801>
20. *Тараканов В.П., Шустин Е.Г.* // Физика плазмы. 2007. Т. 33. № 2. С. 151.
<https://doi.org/10.1134/S1063780X07020067>
21. *Korovin S.D., Mesyats G.A., Pegel I.V. et al.* // IEEE Trans. 2000. V. PS-28. № 3. P. 485.
<https://doi.org/10.1109/27.887654>
22. *Дубинов А.Е., Селемир В.Д., Тараканов В.П.* // Физика плазмы. 2020. Т. 46. № 11. С. 1026.
<https://doi.org/10.1134/S1063780X20110021>
23. *Dubinov A.E., Tarakanov V.P.* // Laser Particle Beams. 2017. V. 35. № 2. P. 362.
<https://doi.org/10.1017/S0263034617000283>
24. *Dubinov A.E., Selemir V.D., Tarakanov V.P.* // IEEE Trans. 2021. V. PS-49. № 6. P. 1834.
<https://doi.org/10.1109/TPS.2021.3080987>
25. *Dubinov A.E., Saikov S.K., Tarakanov V.P.* // IEEE Trans. 2020. V. PS-48. № 1. P. 141.
<https://doi.org/10.1109/TPS.2019.2956833>
26. *Дубинов А.Е., Тараканов В.П.* // РЭ. 2022. Т. 67. № 6. С. 596
<https://doi.org/10.31857/S0033849422050059>
27. *Ignatov A.M., Tarakanov V.P.* // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. № 3. P. 741.
<https://doi.org/10.1063/1.870819>
28. *Дубинов А.Е.* // Письма ЖТФ. 1997. Т. 23. № 22. С. 29.
<https://doi.org/10.1134/1.1261915>
29. *Беломицев С.Я., Гришков А.А., Кицанов С.А. и др.* // Письма ЖТФ. 2005. Т. 31. № 22. С. 74.
<https://doi.org/10.1134/1.2136972>
30. *Барабанов В.Н., Дубинов А.Е., Лойко М.В. и др.* // Физика плазмы. 2012. Т. 38. № 2. С. 189.
<https://doi.org/10.1134/S1063780X12010023>
31. *Егоров Е.Н., Короновский А.А., Куркин С.А., Храмов А.Е.* // Физика плазмы. 2013. Т. 39. № 11. С. 1033.
<https://doi.org/10.1134/S1063780X13110044>
32. *Dubinov A.E., Petrik A.G., Kurkin S.A. et al.* // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. № 4. Article No. 042105.
<https://doi.org/10.1063/1.4945644>
33. *Dubinov A.E., Saikov S.K., Tarakanov V.P.* // Phys. Wave Phenom. 2017. V. 25. № 3. P. 238.
<https://doi.org/10.3103/S1541308X17030128>
34. *Leopold J.G., Krasik Ya.E., Bliokh Y.P., Schamiloglu E.* // Phys. Plasmas. 2020. V. 27. № 10. P. 103102-1.
<https://doi.org/10.1063/5.0022115>
35. *Hwang C.S., Wu M.W., Song P.S., Hou W.S.* // J. Appl. Phys. 1991. V. 69. № 3. P. 1247.
<https://doi.org/10.1063/1.347310>
36. *Verma R., Shukla R., Sharma S.K. et al.* // IEEE Trans. 2014. V. ED-61. № 1. P. 141.
<https://doi.org/10.1109/TED.2013.2288310>

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

УДК 621.372.2

КАСКАДИРОВАНИЕ ТРЕХПРОВОДНЫХ МОДАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ НА ОСНОВЕ АСИММЕТРИЧНЫХ КООКСИАЛЬНЫХ СТРУКТУР И МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

© 2023 г. А. О. Белоусов*

*Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,
просп. Ленина, 40, Томск, 634050 Российская Федерация*

**E-mail: ant1lafleur@gmail.com*

Поступила в редакцию 21.03.2022 г.

После доработки 08.12.2022 г.

Принята к публикации 12.12.2022 г.

Впервые исследована возможность улучшения защитных характеристик линий передачи за счет каскадного соединения (КС) многопроводных модальных фильтров (МФ) с различной геометрической конфигурацией. Рассмотрены трехпроводные МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры и микрополосковой линии и четыре варианта КС из двух и трех отрезков таких МФ. Для них выполнено имитационное моделирование временного отклика на воздействие сверхкороткого импульса (СКИ) и параметрическая оптимизация. Достигнуто ослабление СКИ в 27.4 раза.

DOI: 10.31857/S0033849423050029, EDN: UHNZTU

ВВЕДЕНИЕ

С каждым годом проблема обеспечения электромагнитной совместимости (ЭМС) все более обостряется в связи с увеличением разнообразия и числа радиоэлектронных средств (РЭС) [1]. Так, из-за значительного увеличения влияния электромагнитных помех (ЭМП) на функционирование РЭС ужесточаются требования к обеспечению ЭМС РЭС [2–4]. Особое внимание уделяется кондуктивным помехам, распространяющимся непосредственно по проводящим конструкциям. В качестве примера наиболее опасных источников ЭМП можно назвать сверхкороткие импульсы (СКИ). Традиционные устройства защиты от ЭМП (например, LC- и RC-фильтры, варисторы, разрядники, TVS-диоды) не способны обеспечить должную защиту от воздействия СКИ. К тому же эти устройства ухудшают массогабаритные характеристики защищаемых РЭС. Ввиду того, что основная энергия при генерации СКИ расходуется на увеличение его амплитуды, такие помехи способны нанести значительный вред, локализуясь в критичных узлах РЭС. Так, экспериментально подтвержден тот факт, что СКИ при проникновении внутрь РЭС способны выводить из строя их критичные цепи [5]. Поэтому актуальна защита критичных РЭС от угрозы преднамеренных СКИ [2, 3].

Как альтернатива или дополнение к традиционным защитным устройствам для защиты от мощного СКИ предложена технология модальной фильтрации. Основная ее идея – разложение воздей-

ствующего СКИ на последовательность импульсов меньшей амплитуды за счет различия задержек мод. Данная технология реализована в устройствах, названных модальными фильтрами (МФ) [6]. Между тем традиционная реализация МФ подразумевает их исполнение в виде полосковых структур. В рамках данной работы рассматривается вариант исполнения МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры (защитный кабель). Такое исполнение имеет несколько важных достоинств по сравнению с МФ на основе полосковых структур: гибкость конструкции, большая длина и возможность использования готовых кабелей. Однако такие структуры не лишены и недостатка: сильной электромагнитной связи между активными и некоторыми пассивными проводниками ввиду их симметричного расположения в типовых структурах многопроводных кабелей. Этот факт ухудшает характеристики модальной фильтрации. Однако эту проблему можно решить с помощью оптимизации. Так, в работе [7] рассматриваются конфигурации МФ на основе асимметричных коаксиальных структур, в которых посредством параметрической оптимизации получено полное разложение СКИ на выходе МФ.

Каскадное соединение (КС) МФ на основе асимметричных коаксиальных структур ранее не исследовалось, но это актуально. Между тем в данной работе предполагается рассмотреть возможность КС асимметричных коаксиальных структур как между собой, так и с полосковыми структура-

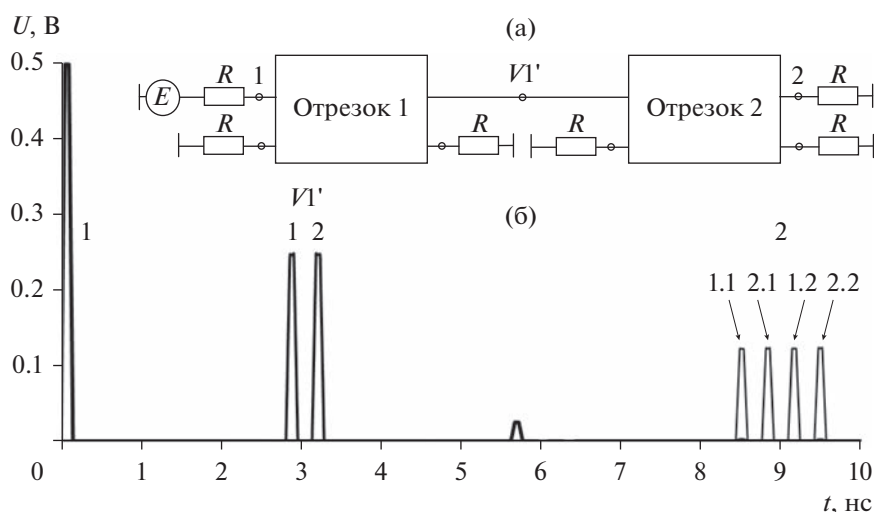


Рис. 1. Эквивалентная схема (а) и разложение импульса (б) в двух отрезках связанных линий (разность задержек мод у отрезка 2 вдвое больше, чем у отрезка 1) [8].

ми. В данном случае представляет интерес оценка эффективности таких КС, когда возможно применить защитные кабели в качестве не только отдельных устройств, но и (ввиду их достоинств, описанных выше) дополнительного способа повышения характеристик (в части ослабления максимального значения напряжения СКИ) существующих полосковых МФ. С учетом того, что высокочастотные системы передачи или измерительные приборы с применением различных кабелей стали стандартным элементом почти в каждой лаборатории исследований и разработок, дополнительная защита, за счет их использования (в данном случае посредством КС с МФ на основе связанных полосковых линий), весьма актуальна.

Известно, что КС улучшает защитные характеристики МФ, поскольку возникает возможность раскладывать воздействующий СКИ на последовательность импульсов не только в первом отрезке МФ, но делать то же самое с каждым импульсом разложения в каждом последующем отрезке [8]. Однако сохранение защитных характеристик МФ при КС различных (в поперечном сечении) структур является непростой задачей. Выбор оптимальных значений геометрических и электрофизических параметров, а также граничных условий и длин линий передачи, соединяемых каскадно, играют важную роль. Между тем задача КС многопроводных МФ с различными конфигурациями поперечного сечения (в данном случае, КС кабеля и платы) прежде не ставилась, но это актуально. Таким образом, представляется возможной оценка возможности сохранения и улучшения защитных характеристик многопроводных МФ на основе асимметричных коаксиальных структур и микрополосковой линии при их КС. Цель работы — выполнить такое исследование.

1. КАСКАДНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

Известно [8], что при КС отрезков связанных линий происходит последовательное деление каждого импульса на два импульса меньшей амплитуды. Иначе говоря, подключение к отрезку линии еще одного отрезка приводит к тому, что импульс 1 разложится на импульсы 1.1 и 1.2, а импульс 2 — на импульсы 2.1 и 2.2 (рис. 1). Эти импульсы не будут совпадать друг с другом по времени, если разность задержек мод у второго отрезка, как минимум, вдвое больше, чем у первого. В результате получится последовательность импульсов 1.1, 2.1, 1.2, 2.2. Следовательно, каскадное соединение n отрезков приведет при определенных условиях к разложению на 2^n импульсов, что возможно при последовательном удвоении или укорочении длин отрезков связанных линий [8]. Для структуры из n таких отрезков при длине первого l длина k -го отрезка определяется как

$$l_k = l(2k - 1), \quad k = 1, \dots, n, \quad (1)$$

при общей длине структуры

$$L = l(2^n - 1). \quad (2)$$

Формулы (1) и (2) связывают число и длины отрезков связанных линий для последовательного разложения импульса при их КС.

2. ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ

До сих пор приведенные выше условия рассматривались применительно к КС отрезков лишь пары связанных линий и лишь одного типа, тогда как для отличных (в поперечном сечении) структур они рассмотрены не были. Моделирование вы-

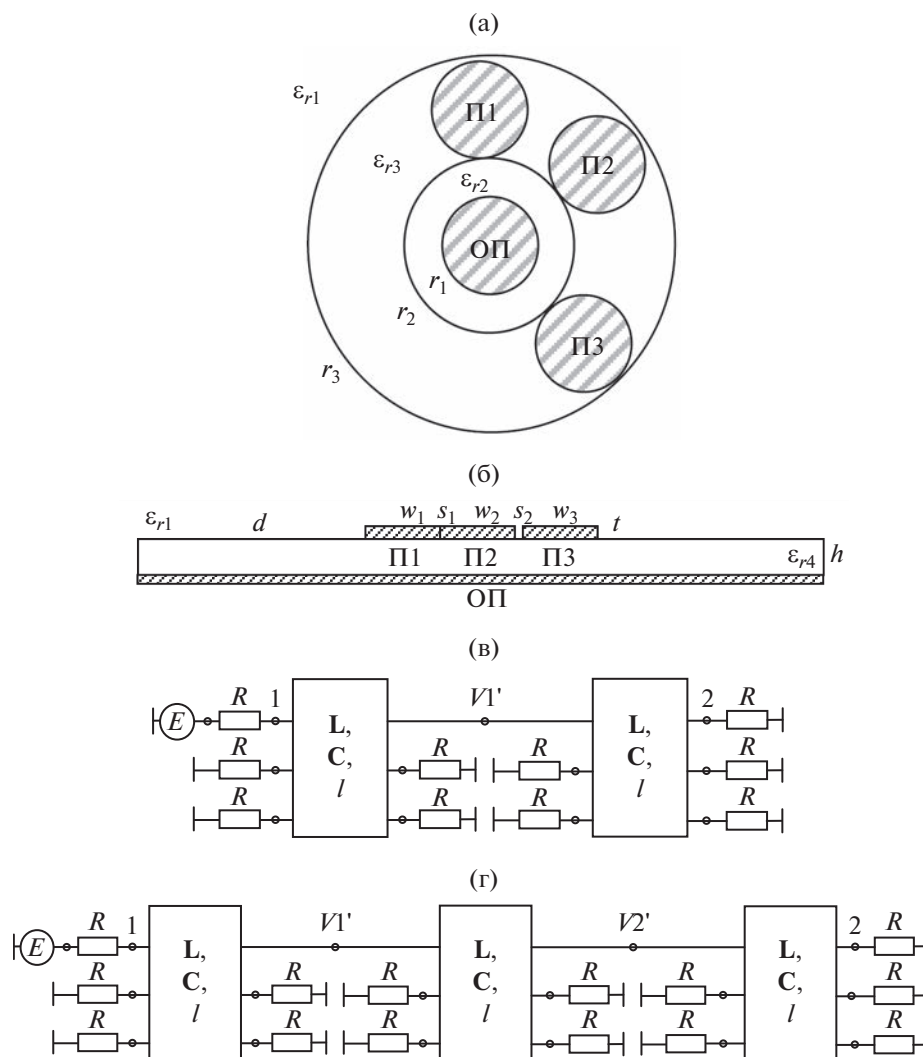


Рис. 2. Поперечные сечения МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры (а) и МПЛ (б) при $N = 3$; эквивалентные схемы КС1, КС2 (в) и КС3, КС4 (г); ϵ_{ri} — относительная диэлектрическая проницаемость среды, r_i — радиус элемента поперечного сечения, w — ширина проводников, d — расстояние от края МПЛ до ближайшего проводника, s — расстояние между проводниками, t — толщина проводников, h — толщина подложки; П1 — активный проводник, П2, П3 — пассивные проводники, ОП — опорный проводник.

полнено в системе квазистатического моделирования TALGAT [9]. При этом сначала построены геометрические модели поперечного сечения МФ, затем вычислены матрицы погонных коэффициентов электростатической (С) и электромагнитной (L) индукций. В рамках данного исследования потери в проводниках и диэлектриках не учитывались для исключения их влияния на основные волновые процессы в линиях. Далее составлены эквивалентные схемы для моделирования, а также заданы окончания и воздействие. Наконец, был вычислен временной отклик на импульсное воздействие. Для подтверждения достоверности результатов также выполнен вычислительный эксперимент в системе электродинамического моделирования без учета потерь в проводниках и диэлектриках.

Для исследования выбраны трехпроводные МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры и микрополосковой линии (МПЛ). Их поперечные сечения приведены на рис. 2а, 2б, где ϵ_{ri} — относительная диэлектрическая проницаемость среды, r_i — радиус элемента поперечного сечения, w — ширина проводников, d — расстояние от края МПЛ до ближайшего проводника, s — расстояние между проводниками, t — толщина проводников и h — толщина подложки. При моделировании источник импульсных сигналов представлен идеальным источником трапециевидного сигнала с электродвижущей силой (ЭДС), равной 1 В, и длительностями фронта, спада и плоской вершины по 50 пс, так что общая длительность составила 150 пс. На рис. 2в, 2г представлены эквивалент-

ные схемы исследуемых КС, а на рис. 3 — формы напряжений в начале и конце одноотрезочных МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры и МПЛ.

Многопроводный МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры, исследованный в работе [7], представляет собой центральный опорный проводник (ОП) в диэлектрическом заполнении, снаружи которого радиально расположены проводники, а вся структура покрыта диэлектриком. Такой МФ при $N = 3$ (N — количество проводников, не считая ОП) приведен на рис. 2а. Параметры структуры приняты следующими: для ОП и проводников 1 и 3 (далее, для удобства, нумерация проводников обозначена как Πi) $r_1 = 0.9$ мм; для $\Pi 2$ $r_1 = 0.89$ мм; $r_2 = 1.6$ мм, $r_3 = 3.45$ мм; $\epsilon_{r1} = 1$; $\epsilon_{r2} = 5$; $\epsilon_{r3} = 19$. Ранее [7] была выполнена оптимизация данного МФ посредством эвристического поиска по амплитудному (для минимизации максимального напряжения на выходе), интервально-временному (для выравнивания интервалов времени между импульсами разложения) и диапазонно-временному (для увеличения максимальной длительности воздействующего СКИ, который будет полностью разлагаться) критериям. Достигнуты равные амплитуды импульсов разложения и получено ослабление выходного сигнала в 2.99 раза по сравнению с входным напряжением $U_{вх} = 0.44$ В (см. рис. 3а).

Полосковая линия рассмотрена в работе [10] и представляет собой трехпроводную МПЛ (см. рис. 2б). Параметры такой МПЛ после оптимизации выбраны следующими: w ($\Pi 1...3$) = 1 мм; $t = 0.178$ мм; $h = 0.323$ мм; $s_1 = 0.011$ мм; $s_2 = 0.09$ мм; $\epsilon_{r1} = 1$; относительная диэлектрическая проницаемость подложки $\epsilon_{r4} = 4.5$. В результате получено ослабление выходного сигнала в 2.6 раза по сравнению с входным напряжением $U_{вх} = 0.42$ В (см. рис. 3б). При моделировании КС1...КС4 значения резисторов R выбраны исходя из условия согласования МФ с трактом (напряжение на входе МФ равно половине ЭДС источника).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Эквивалентная схема КС1, включающая в себя два отрезка МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры из рис. 2а представлена на рис. 2в. Для полного разложения воздействующего импульса при моделировании КС1 для длин отрезков принято $l_1 = 0.1$ м, $l_2 = 0.3$ м. Значения резисторов здесь и далее выбраны по 25 Ом для согласования линии с трактом. На рис. 4а представлены формы напряжений, полученные при моделировании КС1, а на рис. 5а — частотные зависимости коэффициента передачи $|S_{21}|$. Из результатов квазистатического моделирования видно, что к выходу отрезка 1 (узел $И'$ на рис. 2в)

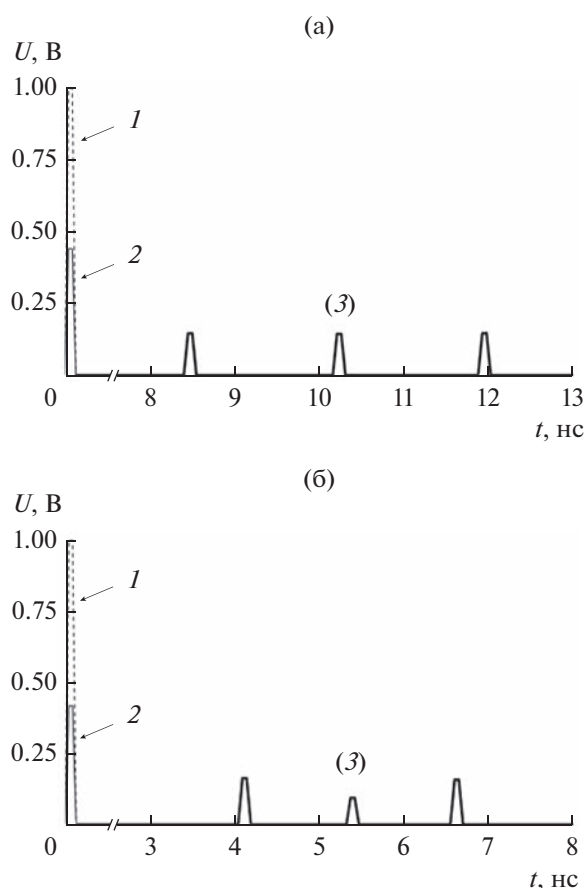


Рис. 3. Формы ЭДС (1) и напряжений на входе (2) и выходе (3) одноотрезочных МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры (а) и МПЛ (б).

приходят три импульса с максимальной амплитудой 174 мВ и минимальной разницей задержек $\Delta t_{\min} = 0.02$ нс, а отрезка 2 (узел 2 на рис. 2в) — девять импульсов с максимальной амплитудой 57 мВ и $\Delta t_{\min} = 0.03$ нс, что в 8.9 раза меньше уровня входного напряжения $U_{вх} = 510$ мВ.

Из-за влияния потерь на излучение (которое не учитывается при квазистатическом моделировании), оценка точного времени распространения отдельных мод затруднительна. Тем не менее из результатов электродинамического моделирования видно, что к выходу отрезка 1 также приходят три импульса (максимальная амплитуда 170 мВ), а отрезка 2 — девять импульсов (максимальная амплитуда 57 мВ). При этом значение $U_{вх}$ составляет 510.4 мВ. Кроме того, формы импульсов разложения, полученных с помощью моделирования двумя разными видами анализа, достаточно близки, а основной причиной их различия (а также значений погонных задержек мод) является разный учет частотных зависимостей ϵ_r . Из результатов моделирования частотных зависимостей $|S_{21}|$ видно, что резонансные частоты (примерно до 2 ГГц) при

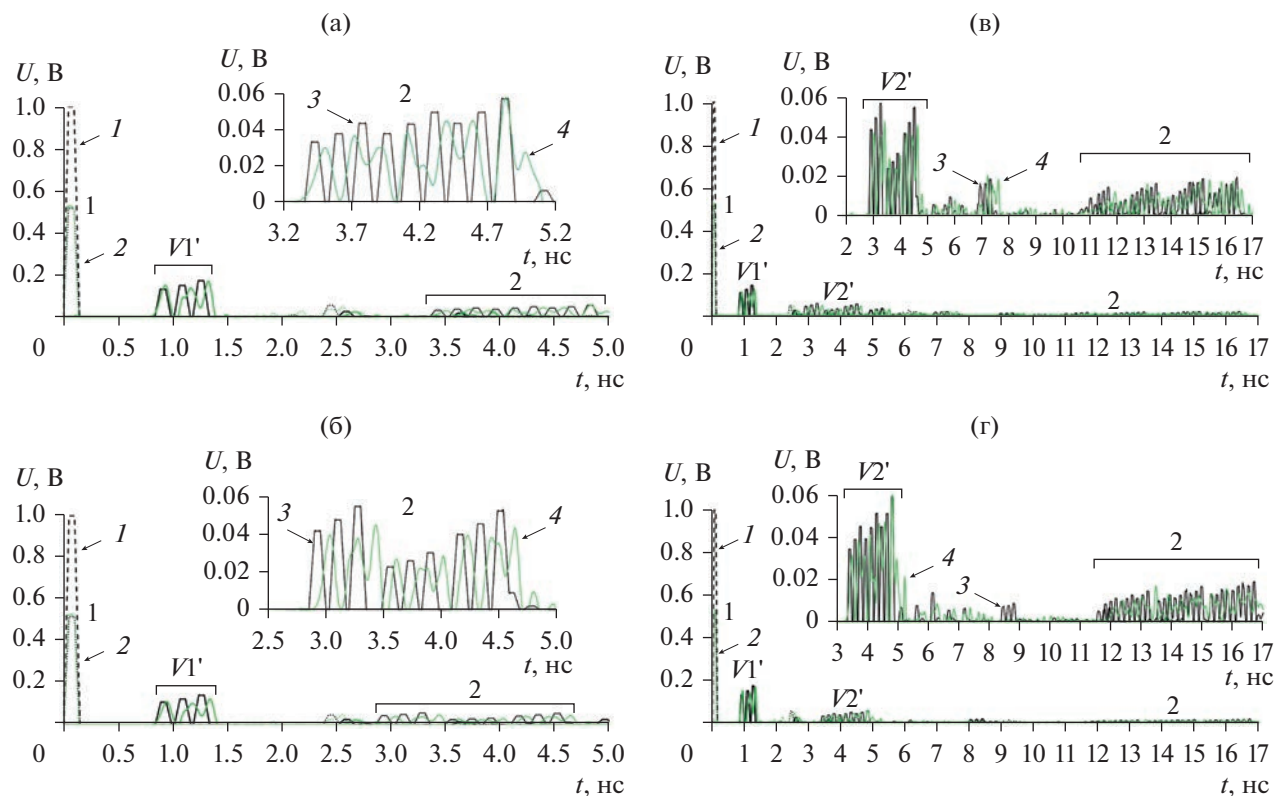


Рис. 4. Формы ЭДС (I) и напряжений на входе (2) и выходе в системах квазистатического (3) и электродинамического (4) моделирования для КС1...КС4 (а–г).

моделировании двумя разными видами анализа хорошо согласуются (частоты первого резонанса отличаются лишь на 2.5%). Наблюдается разный уровень сигнала на частотах резонансов: для частоты первого резонанса отклонение составляет 9.7 дБ. Частота среза, полученная в результате моделирования двумя видами анализа, составляет примерно 155 МГц.

Эквивалентная схема КС2 из отрезков МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры и МПЛ та же, что на рис. 2в. При моделировании КС2 принято $l_1 = 0.1$ м и $l_2 = 0.5$ м. На рис. 4б представлены формы напряжений, полученные при моделировании КС2, а на рис. 5б — частотные зависимости $|S_{21}|$. Из результатов квазистатического моделирования видно, что к выходу отрезка 1 (узел $V1'$ на рис. 2в) приходят три импульса с максимальной амплитудой 141 мВ и $\Delta t_{\min} = 0.02$ нс, а к выходу отрезка 2 (узел 2 на рис. 2в) — девять импульсов с максимальной амплитудой 55 мВ и $\Delta t_{\min} = 0.055$ нс, что в 9.4 раза меньше уровня входного напряжения $U_{\text{вх}} = 510$ мВ. Из результатов электродинамического моделирования видно, что к выходу отрезка 1 также приходят три импульса (максимальная амплитуда 119 мВ), а отрезка 2 — девять импульсов (максимальная амплитуда 45 мВ). При этом значение $U_{\text{вх}}$ составляет 510.4 мВ.

Формы импульсов разложения, полученных с помощью моделирования двумя разными видами анализа, также достаточно близки. Из результатов моделирования частотных зависимостей $|S_{21}|$ видно, что резонансные частоты (примерно до 2 ГГц) при моделировании двумя разными видами анализа также хорошо согласуются (частоты первого резонанса отличаются меньше, чем на 1%). Отклонение уровня сигнала на частоте первого резонанса составляет всего 0.15 дБ. Частота среза, полученная в результате моделирования двумя видами анализа, составляет примерно 50 МГц.

Эквивалентная схема КС3, включающая в себя два МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры, между которыми находится отрезок МПЛ, представлена на рис. 2г. При моделировании принято $l_1 = 0.1$ м, $l_2 = 0.5$ м, $l_3 = 1$ м. На рис. 4в представлены формы напряжений, полученные при моделировании КС3, а на рис. 5в — частотные зависимости $|S_{21}|$. Из результатов квазистатического моделирования видно, что к выходу отрезка 1 (узел $V1'$ на рис. 2г) приходят три импульса с максимальной амплитудой 122 мВ и $\Delta t_{\min} = 0.02$ нс, к выходу отрезка 2 (узел $V2'$ на рис. 2г) — девять импульсов с максимальной амплитудой 56 мВ и $\Delta t_{\min} = 0.05$ нс, а отрезка 3 (узел 2 на рис. 2г) — 27 импульсов с максимальной амплиту-

дой 19.3 мВ и $\Delta t_{\min} = 0.01$ нс, что в 26.7 раза меньше уровня входного напряжения $U_{\text{вх}} = 515$ мВ. Из результатов электродинамического моделирования видно, что к выходу отрезка 1 также приходят три импульса (максимальная амплитуда 113 мВ), отрезка 2 — девять импульсов (максимальная амплитуда 47 мВ), а отрезка 3 — 27 импульсов (максимальная амплитуда 17 мВ). При этом значение $U_{\text{вх}}$ составляет 515.5 мВ. Формы импульсов разложения, полученных с помощью моделирования двумя разными видами анализа, хорошо согласуются. Из результатов моделирования частотных зависимостей $|S_{21}|$ видно, что резонансные частоты (примерно до 2 ГГц) при моделировании двумя разными видами анализа также хорошо согласуются (частоты первого резонанса отличаются меньше, чем на 2%). Наблюдается разный уровень сигнала на частотах резонансов: для частоты первого резонанса отклонение составляет 10.8 дБ. Частота среза, полученная в результате моделирования двумя видами анализа, составляет примерно 45 МГц.

Эквивалентная схема КС4 из трех отрезков МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры та же, что на рис. 2г. При моделировании принято $l_1 = 0.1$ м, $l_2 = 0.3$ м, $l_3 = 1$ м. На рис. 4г представлены формы напряжений, полученные при моделировании КС4, а на рис. 5г — частотные зависимости $|S_{21}|$. Из результатов квазистатического моделирования видно, что к выходу отрезка 1 (узел I' на рис. 2г) приходят три импульса с максимальной амплитудой 171 мВ и $\Delta t_{\min} = 0.02$ нс, отрезка 2 (узел II' на рис. 2г) — девять импульсов с максимальной амплитудой 58 мВ и $\Delta t_{\min} = 0.05$ нс, а отрезка 3 (узел 2 на рис. 2г) — 27 импульсов с максимальной амплитудой 18.8 мВ и $\Delta t_{\min} = 0.01$ нс, что в 27.4 раза меньше уровня входного напряжения $U_{\text{вх}} = 515$ мВ. Из результатов электродинамического моделирования видно, что к выходу отрезка 1 также приходят три импульса (максимальная амплитуда 171 мВ), отрезка 2 — девять импульсов (максимальная амплитуда 60 мВ), а отрезка 3 — 27 импульсов (максимальная амплитуда 16.4 мВ). При этом значение $U_{\text{вх}}$ составляет 515.5 мВ. Формы импульсов разложения, полученных с помощью моделирования двумя разными видами анализа, хорошо согласуются. Из результатов моделирования частотных зависимостей $|S_{21}|$ видно, что резонансные частоты (примерно до 2 ГГц) при моделировании двумя разными видами анализа также хорошо согласуются (частоты первого резонанса отличаются меньше, чем на 2%). Наблюдается разный уровень сигнала на частотах резонансов: для частоты первого резонанса отклонение составляет 11 дБ. Частота среза, найденная по результатам моделирования двумя видами анализа, составляет примерно 55 МГц.

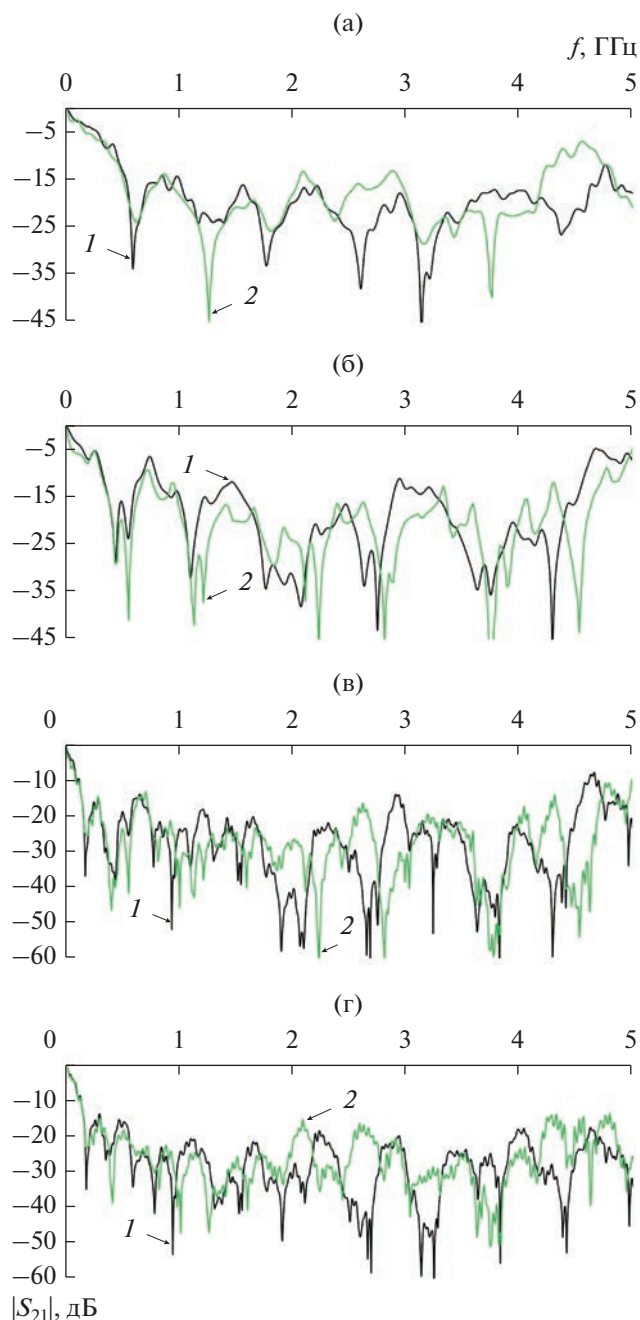


Рис. 5. Частотные зависимости $|S_{21}|$ в системах квазистатического (1) и электродинамического (2) моделирования для КС1...КС4 (а–г).

В табл. 1–6 приведены основные характеристики КС 1...КС4, полученные по результатам квазистатического моделирования (ввиду согласованности результатов квазистатического и электродинамического моделирования для точной оценки времени распространения отдельных мод вдоль КС1...КС4). Представлены значения напряжений импульсов разложения (U_i) и их задер-

Таблица 1. Значения напряжений (U_i) и задержек (t_i) импульсов вдоль активного проводника КС1 при квазистатическом моделировании для узлов $V1'$ и 2

Характеристика	i											
	1	2	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$V1'$			2								
U_i , мВ	132	151	174	33	38	43	38	43	49	43	50	57
t_i , нс	0.09	0.11	0.13	1.02	1.08	1.11	1.17	1.23	1.29	1.35	1.38	1.44

Таблица 2. Значения напряжений (U_i) и задержек (t_i) импульсов вдоль активного проводника КС2 при квазистатическом моделировании для узлов $V1'$ и 2

Характеристика	i											
	1	2	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$V1'$			2								
U_i , мВ	107	122	141	42	48	55	23	26	31	40	46	53
t_i , нс	0.09	0.11	0.13	1.45	1.55	1.65	1.79	1.85	1.95	2.1	2.18	1.26

Таблица 3. Значения напряжений (U_i) и задержек (t_i) импульсов вдоль активного проводника КС3 при квазистатическом моделировании для узлов $V1'$ и $V2'$

Характеристика	i											
	1	2	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$V1'$			$V2'$								
U_i , мВ	107	122	141	43	49	56	24	27	31	41	47	53
t_i , нс	0.09	0.11	0.13	1.45	1.55	1.65	1.75	1.85	1.9	2.05	2.17	1.26

жек (t_i) на концах отрезков 1 (узел $V1'$) и 2 (узел 2) для КС1, КС2 и отрезков 1 (узел $V1'$), 2 (узел $V2'$) и 3 (узел 2) для КС3, КС4.

Из табл. 1–6 видно совпадение значений U_i и t_i на концах отрезка 1 попарно в КС1 и КС4, а также

в КС2 и КС3. Это связано с одинаковой последовательностью отрезков 1 и 2. Так, отрезки 1 и 2 в КС1 и КС4 – это МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры, а в КС2 и КС3 – МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры и МПЛ. Кроме того, видно, что в отдельно ука-

Таблица 4. Значения напряжений (U_i) и задержек (t_i) импульсов вдоль активного проводника КС3 при квазистатическом моделировании для узла 2

i	U_i , мВ	t_i , нс	i	U_i , мВ	t_i , нс	i	U_i , мВ	t_i , нс
1	11	13.4	10	12.4	15.5	19	14.9	17.6
2	12.3	13.6	11	13.8	15.7	20	20.3	17.8
3	14	13.8	12	17.3	15.8	21	22.3	18
4	6.1	14.1	13	6.6	16.2	22	10.6	18.3
5	6.7	14.3	14	9	16.4	23	10.4	18.5
6	7.7	14.5	15	11.3	16.5	24	13.1	18.7
7	10.7	14.7	16	11.5	16.9	25	14.2	19
8	11.9	14.9	17	14.7	17.1	26	17	192
9	13.5	15.1	18	15.3	17.3	27	18.3	19.4

Таблица 5. Значения напряжений (U_i) и задержек (t_i) импульсов вдоль активного проводника КС4 при квазистатическом моделировании для узлов $V1'$ и $V2'$

Характеристика	i											
	1	2	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$V1'$			$V2'$								
U_i , мВ	132	151	175	34	39	44	39	44	51	45	51	58
t_i , нс	0.09	0.11	0.13	1.03	1.08	1.13	1.19	1.24	1.29	1.34	1.4	1.45

Таблица 6. Значения напряжений (U_i) и задержек (t_i) импульсов вдоль активного проводника КС4 при квазистатическом моделировании для узла 2

i	U_i , мВ	t_i , нс	i	U_i , мВ	t_i , нс	i	U_i , мВ	t_i , нс
1	8.5	16.2	10	9.7	18.7	19	11	21.1
2	9.6	16.4	11	11	19	20	14.8	21.4
3	11.1	16.6	12	12.6	19.2	21	14.9	21.6
4	9.7	16.8	13	12.7	19.4	22	12.5	22
5	11	17	14	12.6	19.6	23	18.1	22.1
6	12.6	17.3	15	14.6	19.8	24	18.9	22.2
7	11	17.5	16	12.7	19.9	25	16.4	22.4
8	12.7	17.6	17	14.8	20.2	26	20.2	22.7
9	14.6	17.9	18	16.6	20.4	27	19.6	22.9

занных КС импульсы на выходе отрезка 2 имеют близкие значения U_i и t_i . Примечательно, что ввиду частичного рассогласования мод при КС отрезков линий передачи наблюдается последовательный рост амплитуд отдельных импульсов в отдельных узлах. Например, на выходе отрезка 2 КС1 видно увеличение амплитуды импульсов от 33 мВ для импульса 1 до 57 мВ для импульса 9. Явление рассогласования отдельных импульсов мод, ведущее к отличным друг от друга значениям напряжений импульсов в отдельных узлах, особенно явно наблюдается для КС2 и КС3, где соединяются два различных в геометрии защитных устройства. Из минимальных разностей погонных задержек мод $\Delta t_{\min}$ видно, что на концах отрезка 1 во всех КС это значение составляет 0.02 нс, отрезка 2 – 0.03 нс, а отрезка 3 – 0.01 нс. Это свидетельствует о частичном наложении импульсов на выходе, что ведет к увеличению максимального уровня выходного напряжения на конце отрезка 3 при моделировании КС3 (см. рис. 4в при квазистатическом моделировании). При электродинамическом моделировании подобная ситуация наблюдается и в других узлах при распространении импульсов мод вдоль КС1...КС4. Тем не менее полученные результаты подтверждают возможность улучшения защитных характеристик МФ, функционирующих отдельно, за счет каскадиро-

вания с другими МФ, причем с различной геометрической конфигурацией.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые выполнено исследование возможности КС трехпроводных МФ на основе асимметричных коаксиальных структур и микрополосковой линии. Рассмотрены четыре варианта КС, состоящих из двух и трех отрезков линий передачи. Выполнены имитационное моделирование (в системах квазистатического и электродинамического моделирования) и параметрическая оптимизация данных КС. Выбраны отдельные отрезки КС с оптимальными параметрами (согласно амплитудным и временным критериям). Получены оптимальные длины отдельных отрезков линий передачи, позволяющие разложение воздействующего импульса на 9 импульсов (в КС1, КС2) и 27 (в КС3, КС4).

Выявлено, что при КС двух структур наибольшее ослабление достигается при соединении МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры и МПЛ (максимальное ослабление в 9.4 раза по сравнению с входным напряжением по результатам квазистатического моделирования и 11.3 раза по результатам электродинамического моделирования). При КС трех структур наиболее предпочтительным вариантом является КС трех отрезков МФ на основе асимметричной коакси-

альной структуры (максимальное ослабление в 27.4 раза по сравнению с входным напряжением по результатам квазистатического моделирования и 31.4 раза по результатам электродинамического моделирования).

Что касается областей применения рассматриваемых МФ, как по отдельности, так и за счет КС, то наиболее перспективными для их использования являются медицинская, авиакосмическая, топливно-энергетическая, военная, атомная, индустриальная и др. В данных областях защита РЭС является крайне важной, поскольку ее выход из строя может повлечь за собой огромные финансовые потери и даже человеческие жизни. Зачастую в данных областях помимо общих требований (надёжность, ЭМС и т.п.) предъявляется ряд специфических: малая масса, компактность, низкое потребление электроэнергии, безотказность в условиях повышенных температур, вибраций и перегрузок, нечувствительность к проникающим излучениям и др. Предлагаемые МФ, так или иначе, удовлетворяют этим требованиям. С учетом гибкости, присущей МФ на основе асимметричной коаксиальной структуры, существует возможность увеличения длины и их компактного расположения при подключении к защищаемому оборудованию. Так, диапазон возможных областей использования чрезвычайно широк и ограничивается лишь специфическими пожеланиями заказчика, а также техническим процессом изготовления.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор благодарен Е.С. Жечеву и Н.О. Власовой за оказанную помощь при получении результатов работы.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (грант МК-900.2022.4, результаты оптимизации), а также Министерства образования и науки РФ (грант FEWM-2022-0001, моделирование).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гизатуллин З.М., Гизатуллин Р.М. // РЭ. 2016. Т. 61. № 5. С. 424.
2. Li E.-P., Wei X.-C., Cangellaris A.C. et al. // IEEE Trans. 2010. V. EMC-52. № 2. P. 248. <https://doi.org/10.1109/ТЕМС.2010.2048755.2>
3. Газизов Т.Р., Заболоцкий А.М., Кузнецова-Таджибаева О.М. // Электромагнитные волны и электрон. системы. 2004. Т. 11. № 11. С. 18.
4. Заболоцкий А.М., Газизов Т.Р. Модальные фильтры для защиты бортовой радиоэлектронной аппаратуры космического аппарата. Томск: Томск. Гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники. 2003. С. 151.
5. Жечев Е.С., Черникова Е.Б., Белоусов А.О., Газизов Т.Р. // Системы управления, связи и безопасности. 2019. № 2. С. 162.
6. Газизов Т.Р., Заболоцкий А.М. // Технологии ЭМС. 2006. № 4(19). Р. 40.
7. Belousov A.O., Vlasova N.O. // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 1862. Article No. 012004. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1862/1/012004>
8. Газизов Т.Р. Электромагнитная совместимость и безопасность радиоэлектронной аппаратуры. Томск: ТМЛ-Пресс, 2007.
9. Kuksenko S.P. // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2019. V. 560. Article No. 012110. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/560/1/012110>
10. Belousov A.O., Gazizov T.R. // Complexity. 2018. № 2018. P. 1.

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

УДК 621.37

РАДИОЧАСТОТНАЯ СИСТЕМА ДИСТАНЦИОННОГО МОНИТОРИНГА СОСТОЯНИЯ ЗАЩИТНЫХ КОНТЕЙНЕРОВ С ОПАСНЫМИ ВЕЩЕСТВАМИ

© 2023 г. С. П. Дорохов^{a, *}, А. С. Койгеров^b, С. С. Андрейчев^c, А. А. Бадыгеев^d, В. А. Козлов^a,
М. П. Кужель^d, Е. П. Пономарева^d, А. С. Прахов^a, В. Р. Реут^c, А. С. Салов^a

^aФилиал “Российского федерального ядерного центра — Всероссийского научно-исследовательского института экспериментальной физики” “Научно-исследовательский институт измерительных систем им. Ю.Е. Седакова”,
ул. Тropicина, 47, Нижний Новгород, 603137 Российская Федерация

^bСанкт-Петербургский государственный электротехнический университет “ЛЭТИ” им. В.И. Ульянова (Ленина),
ул. проф. Попова, 5, Санкт-Петербург, 197376 Российская Федерация

^cНаучно-производственное предприятие “АЭК-Дизайн”,
Ленинский просп., 140 литер Б, Санкт-Петербург, 198216 Российская Федерация

^d“Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики”, просп. Мира, 37, Саров, 607188 Российская Федерация

*E-mail: dorokhov@inbox.ru

Поступила в редакцию 30.04.2022 г.

После доработки 31.10.2022 г.

Принята к публикации 02.11.2022 г.

Представлены результаты разработки радиочастотной системы дистанционного мониторинга состояния защитных контейнеров с опасными веществами на основе энергонезависимых транспондеров, которые обеспечивают оценку всей совокупности показателей состояния упакованного груза. Показан принцип работы системы. Рассмотрена конструкция транспондера, содержащего радиометку на поверхностных акустических волнах на основе многополоскового ответвителя, обеспечивающую коммутацию сигналов с датчиков физических воздействий, передачу идентификационных данных объекта и достоверной информации о текущем состоянии изделия в момент проведения опроса. Приведены экспериментальные характеристики импульсных откликов радиометок. Представлена практическая реализация системы радиочастотного мониторинга, прошедшей государственные испытания.

DOI: 10.31857/S0033849423050066, EDN: UHPJWQ

ВВЕДЕНИЕ

Важнейшим аспектом обеспечения безопасности при эксплуатации опасных веществ (ОВ) (взрывчатых, химических, радиоактивных) и обращении с ними является организация их мониторинга в процессе изготовления, перемещения и хранения. Транспортирование и временное хранение ОВ, а также изделий на их основе осуществляется в специализированных защитных контейнерах (ЗК) [1]. В случае возникновения аварийных ситуаций в процессе их эксплуатации особенно актуальна возможность осуществления бесконтактного (дистанционного) мониторинга ЗК, перспективным направлением которого является разработка систем, в которых вся необходимая информация об объекте и воздействиях на него в процессе эксплуатации считывается дистанционно с энергонезависимого транспондера, установленного на каждом объекте.

Цель данной работы — разработать радиочастотную систему дистанционного мониторинга состояния ЗК с ОВ на основе энергонезависимых транспондеров, обеспечивающих оценку всей совокупности показателей состояния упакованного груза, которое содержит идентификационные данные контейнера, данные о целостности системы пломбирования, а также информацию о состоянии датчиков контроля физических воздействий.

1. ПРИНЦИП РАБОТЫ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА И ВОЗМОЖНОСТЬ ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Радиочастотная система дистанционного мониторинга состояния объектов повышенной опасности состоит из двух функционально самостоятельных частей: считывающего устройства (базовой станции) и транспондера (рис. 1).

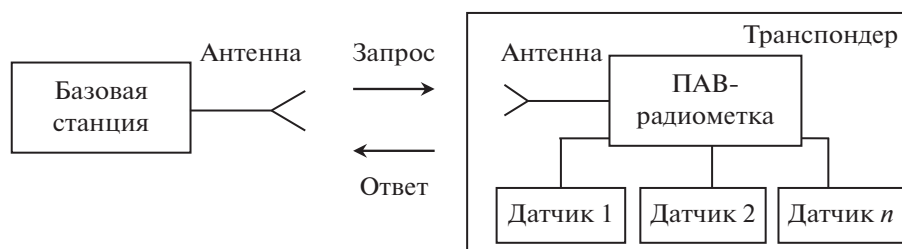


Рис. 1. Структурная схема системы дистанционной идентификации и контроля.

Приемопередающий блок базовой станции по радиоканалу производит опрос транспондера посредством периодической последовательности импульсных сигналов. В ответ на каждый из импульсов запроса транспондер переизлучает уникальную кодовую последовательность импульсов, идентифицирующую данный транспондер и регистрирующую текущее состояние его датчиков. Принятый базовой станцией ответный сигнал дешифруется блоком обработки, записывается на внутренний носитель информации, выводится на дисплей и передается на диспетчерский пункт для сопоставления с исходными данными.

Среди различных конструктивных исполнений транспондеров особого внимания заслуживают устройства, где в качестве радиометки применяется линия задержки (ЛЗ) на поверхностных акустических волнах (ПАВ) (ПАВ-радиометка), преимущество которой заключается в энергонезависимости и устойчивости к различным дестабилизирующим факторам, таким как воздействие ионизирующих излучений, ударных перегрузок и температурных воздействий в широком диапазоне. Радиометки на ПАВ [2–4] и беспроводные датчики на ПАВ [5–10] решают задачи идентификации и измерения параметров окружающей среды для различных приложений, начиная с отдельных автономных датчиков и заканчивая системами промышленной автоматизации.

Идея осуществления мониторинга заключается в том, чтобы каждый контейнер был снабжен пассивным устройством (транспондером) [11], обеспечивающим оценку всей совокупности показателей состояния упакованного груза, которое содержит информацию о номере контейнера, целостности системы пломбирования, данные с датчиков контроля физических воздействий. Опрос транспондера осуществляется с помощью специального считывающего устройства, позволяющего получить информацию о реальном состоянии каждого контейнера в данный момент.

Схема организации мониторинга системой дистанционной идентификации и контроля состояния защитного контейнера (СДИК-ЗК) представлена на рис. 2.

Чтобы определить переизлученный зашифрованный сигнал транспондера, его необходимо обнаружить на фоне шумов с максимальной вероятностью правильного обнаружения $P_{об}$ при заданной вероятности ложной тревоги $P_{л.т.}$ В схемах оптимальных обнаружителей импульсных сигналов для повышения возможностей обнаружения сигнала используется интегрирование видеосигналов. При этом можно получить высокую вероятность обнаружения даже в тех случаях, когда отношение сигнал/шум близко к единице.

Для упрощения регистрации принимаемых обнаружителем сигналов целесообразно использовать вместо аналоговых методов интегрирования видеосигналов метод двоичной (бинарной) обработки сигналов, называемый методом обнаружения по совпадению [12, 13]. Этот метод обработки носит также наименование “К” из “N”.

При использовании метода обнаружения по совпадению в рассматриваемой системе, для селекции переизлученного транспондером сигнала, необходимо ввести временную селекцию. Для обнаружения сигнала транспондера временной интервал приема сигнала разбивается на независимые зоны с помощью стробирующих импульсов. Временная и бинарная обработка принимаемого сигнала проводится в каждой зоне.

Структурная схема устройства обнаружения сигнала приведена на рис. 3.

Входной сигнал в считывателе после детектирования поступает на видеоусилитель-квантователь (ВУК) с пороговым уровнем $U_{пор}$. Квантованный сигнал поступает на первый вход схемы совпадения, а на второй вход схемы совпадения поступает последовательность из n стробирующих импульсов, делящая временной интервал входного сигнала на n каналов. Импульсы совпадения с выхода селектора поступают на счетчики каналов. После окончания излучения пачки зондирующих импульсов результат счета поступает в решающее устройство, где происходит поканальное сравнение количества накопленных импульсов N с пороговым значением K .

С выхода схемы обнаружения сигнала n -рядный код поступает на схему дешифрации и высвечивается в десятичном виде на световом ин-

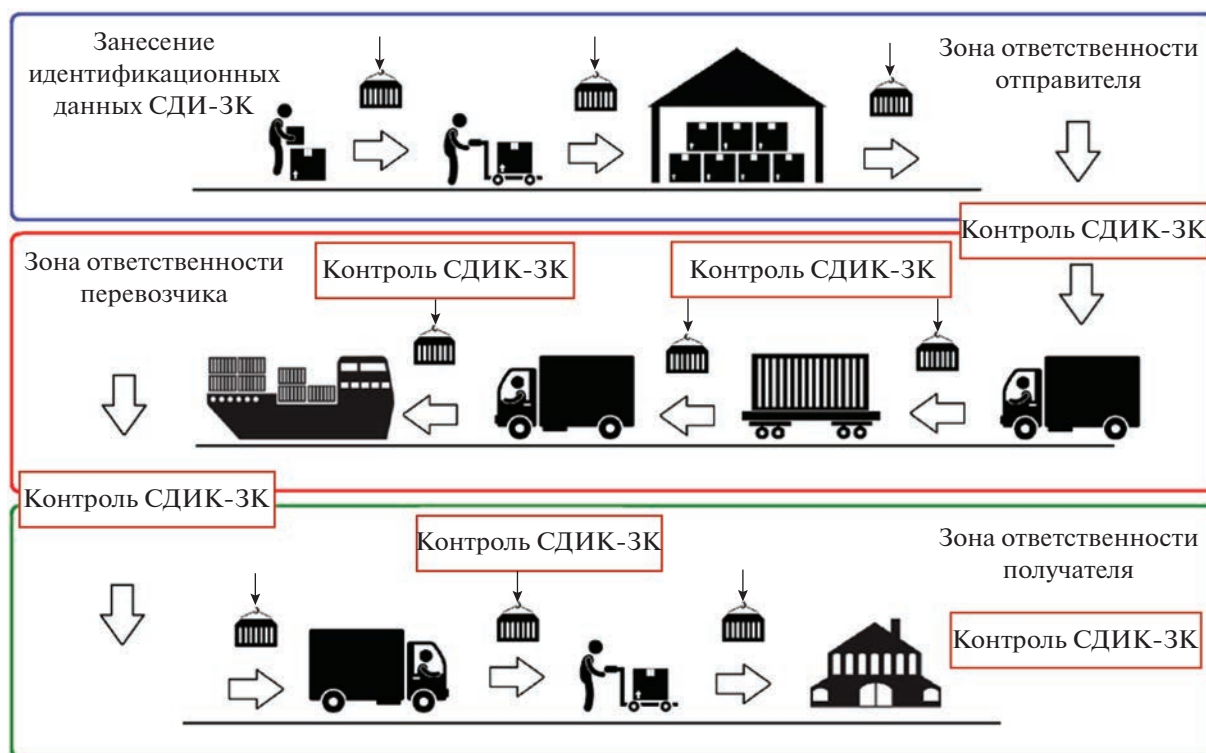


Рис. 2. Схема проведения контрольных и промежуточных опросов ЗК при полном цикле обращения с ними.

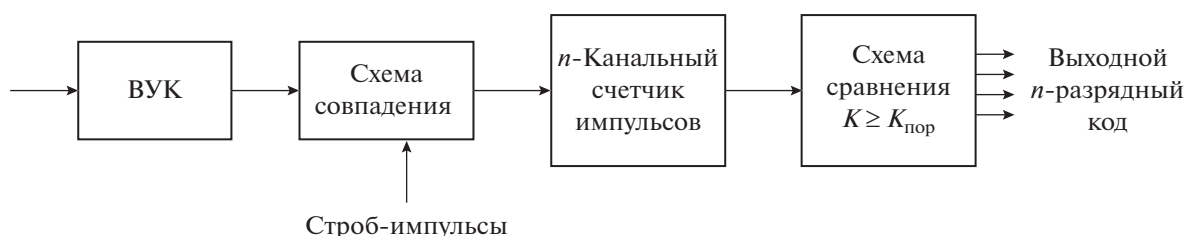


Рис. 3. Структурная схема устройства обнаружения сигнала.

дикаторе. Применение бинарной обработки позволяет объединить блок обработки информационного сигнала и блок управления считывателя в один блок, с использованием многофункционального быстродействующего контроллера.

Поскольку мощность передатчика ограничена, с одной стороны, санитарными нормами, изложенными в [14], с другой – требованиями по работе в автономном режиме от внутреннего источника питания и обеспечения массогабаритных параметров считывателя, а характеристики эффективности антенн находятся на предельных значениях, возможности улучшения характеристик системы дистанционной идентификации лежат в области разработок транспондеров на основе ПАВ-радиометок.

В связи с тем, что транспондер на основе ПАВ-радиометки не имеет источников питания

(является пассивным элементом), рабочая дальность системы контроля и идентификации ограничивается электрическими характеристиками ПАВ-радиометки и антенны транспондера. Одним из основных параметров ПАВ-радиометки, позволяющих обеспечить требуемую дальность работы системы, является величина затухания ее информационного сигнала, которую можно определить из основного уравнения радиолокации с пассивным маяком [15], исходя из необходимого значения дальности идентификации. Применив реальные параметры составных частей радиочастотной системы дистанционной идентификации на основе транспондеров, содержащих ПАВ-радиометки, для рабочей дальности 10 м, получим, что затухание информационного сигнала ПАВ-радиометки должно составлять не более 48 дБ.

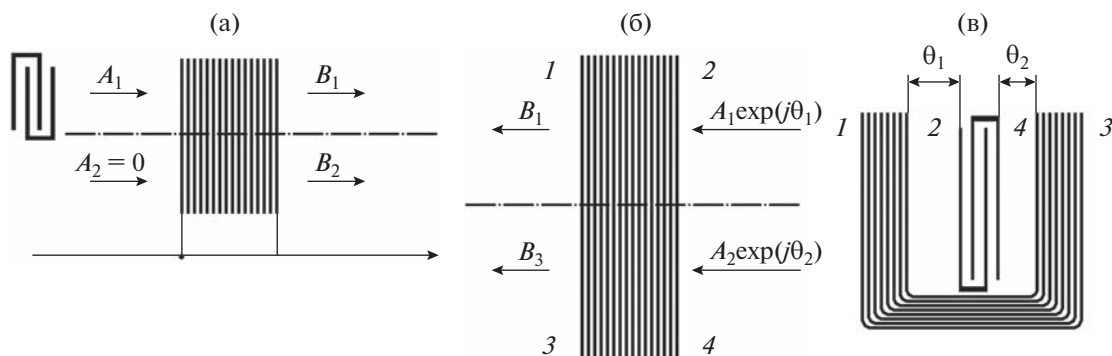


Рис. 4. Многополосковый ответвитель: а — традиционное исполнение; б — эквивалентная структура U-образного МПО в виде традиционного исполнения; в — однонаправленный преобразователь на основе U-образного МПО; 1–4 — вводы.

2. МНОГОКАНАЛЬНАЯ ПАВ-РАДИОМЕТКА НА ОСНОВЕ МНОГОПОЛОСКОВОГО ОТВЕТВИТЕЛЯ

Основными характеристиками ПАВ-радиометки являются ее информационная емкость и достоверность передаваемых данных. Для объектов, требующих особого контроля при их эксплуатации и хранении, необходима увеличенная информационная емкость ПАВ-радиометки, которая позволит объединить в своем кодированном сигнале идентификационные данные и данные, отвечающие за контроль внешних (в том числе несанкционированных) воздействий.

При обработке амплитудно-модулированного информационного сигнала главным параметром для обеспечения его достоверного распознавания является отношение сигнал/шум. Предложенная в [16] конструкция ПАВ-радиометки на основе многоканального входного преобразователя при всех своих преимуществах не позволяет полностью исключить влияние паразитных переотражений, формирование которых было подробно рассмотрено в [17].

Хорошим фильтром паразитных сигналов является многополосковый ответвитель (МПО), позволяющий минимизировать паразитный сигнал многократного прохождения [18]. Рассмотрим варианты исполнения электродных структур в виде МПО и представим конструкцию многоканальной ПАВ-радиометки, построенной на их основе.

Многополосковый ответвитель представляет собой систему электрически изолированных друг от друга тонких проводящих электродов, нанесенных на поверхность пьезоэлектрической подложки перпендикулярно направлению распространения ПАВ. Стоит отметить, что наибольший интерес для решения задачи по реализации многоканальной ПАВ-радиометки представляют амплитуды и фазы волн в двух каналах после прохождения МПО длины $x = L$, где L — длина взаимодействия.

Рассмотрим частный случай, когда входной сигнал имеется только в одном канале ($A_2 = 0$) (рис. 4а). В соответствии с [19] запишем

$$B_1 = A_1 \cos \varphi, \quad B_2 = -j A_1 \sin \varphi, \quad (1)$$

где

$$\varphi = \pi x / 2L, \quad (2)$$

$$L = \frac{2\lambda}{K^2} \left[\frac{\theta}{\sin \theta} \right]^2, \quad (3)$$

($\theta = \pi a / \lambda$, $K^2 \approx 0.05$ для LiNbO_3 [18]).

Выбирая длину L МПО, можно определять ту часть акустической энергии, которую необходимо передать во второй канал. При $\varphi = \pi/4$ ($x = L/2$) будет обеспечиваться условие равного деления энергии между каналами (j — мнимая единица):

$$B_1 = \frac{A_1}{\sqrt{2}}, \quad B_2 = -j \frac{A_1}{\sqrt{2}}. \quad (4)$$

Рассмотрим U-образный МПО (рис. 4б и 4в), в котором выполняется условие (4). Если считать, что длина изогнутых участков мала по сравнению с длиной прямоугольных участков, то устройство эквивалентно обычному МПО (см. рис. 4б).

Для реализации однонаправленного излучения ПАВ применим конструкцию, представленную на рис. 4в. Направленного излучения ПАВ можно добиться, расположив встречно-штыревой преобразователь (ВШП) между двумя плечами U-образного МПО [20]. Это позволит увеличить эффективность преобразования радиоимпульса опроса в ПАВ.

Если A — амплитуда волны, возбуждаемой ненаправленным ВШП в противоположные стороны, то амплитуды падающих на вводы 2 и 4 волн равны, но подвергаются разным фазовым задержкам, зависящим от положения преобразователя внутри U-образного МПО.

На рис. 4б представлена эквивалентная структура МПО. При этом амплитуды волн, выходящих из вводов 1 и 3, определяются выражениями

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{A}{\sqrt{2}} (\exp(-j\theta_1) - j \exp(-j\theta_2)), \\ B_3 &= \frac{A}{\sqrt{2}} (\exp(-j\theta_2) - j \exp(-j\theta_1)). \end{aligned} \quad (5)$$

Если выполняется условие $\theta_1 - \theta_2 = \pi/2$, то

$$B_1 = \exp(-j\theta_1) A \sqrt{2}, \quad B_3 = 0, \quad (6)$$

и таким образом достигается однонаправленное излучение.

Размещение отражательных структур (ОС) в одном акустическом канале, сформированном однонаправленным преобразователем, в случае их кодирования или коммутации приведет к перераспределению энергии и к увеличению неравномерности импульсов информационного сигнала. Для того чтобы исключить взаимное влияние ОС на формируемый кодированный сигнал, необходимо их располагать в соседнем акустическом канале. Условие полного переноса энергии, с учетом (1)–(3) будет выполнено при $x = L$, $\varphi = \pi/2$.

Здесь основной сложностью является тот факт, что апертюра (ширина) второго акустического канала определена условием обеспечения необходимой информационной емкости. В этом случае для осуществления полной передачи энергии в соседний акустический канал, апертюра которого отличается от апертюры исходного акустического канала, необходимо использовать асимметричный МПО [21] (рис. 5).

Вычислив L по (3), необходимо определить требуемое количество электродов:

$$N = L/p = 2L/\lambda, \quad (7)$$

где p – период.

Выражение для расчета эффективной длины взаимодействия эквивалентного канала апертюры W_2 :

$$L' = L \frac{W_1 + W_2}{2\sqrt{W_1 W_2}}. \quad (8)$$

На рис. 6 представлена структурная схема многопараметрического транспондера, состоящего из приемопередающей антенны, соединяемой ВЧ-кабелем с блоком датчиков, включающим многоканальную ПАВ-радиометку. Топология радиометки содержит многополосковые ответвители. Пороговые датчики подключены к ряду отражательных структур.

Для реализации многоканальной ПАВ-радиометки с улучшенными электрическими характеристиками применим в качестве входного элемента, преобразующего радиоимпульс в ПАВ, однонаправленный преобразователь, обеспечивающий максимальное излучение энергии в заданном на-

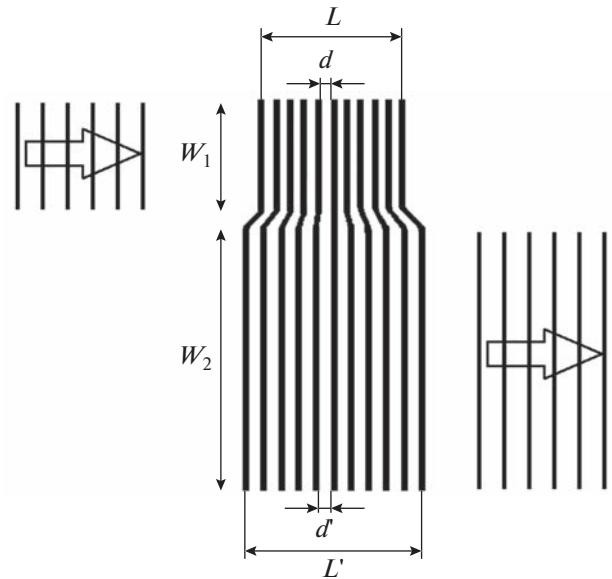


Рис. 5. Асимметричный МПО для полного переноса энергии.

правлении (см. рис. 4в). Расположив МПО с полным переносом энергии между входным преобразователем и отражательными структурами, обеспечиваем максимальное подавление импульсов двойного и последующих проходов. Апертюра W_2 определяется требованиями к обеспечению необходимой информационной емкости радиометки, т.е. количеством ОС.

На рис. 7 представлены частотные характеристики применяемой в транспондере ПАВ-радиометки, которые показывают принцип подхода по уменьшению вносимых потерь в ее отклике. Из рис. 7а видно, что на входном преобразователе, включающем U-образный МПО, наблюдается максимальное однонаправленное излучение акустической энергии в широкой полосе частот в направлении ОС, а рис. 7б отображает, что каждая ОС максимально отражает поступающий акустический сигнал обратно в сторону преобразователя. Применяемый асимметричный МПО вносит дополнительные потери на полный перенос акустической энергии из одного канала в другой, составляющие не более 1 дБ во всей выбранной полосе частот.

Для исключения возможности попадания энергии поверхностных акустических волн, которые сформированы отражательными структурами, образующими смежные акустические каналы, на стадии проектирования радиометки обеспечивается пространственное разнесение этих структур с учетом дифракционной расходимости ПАВ [16]. Минимальное расстояние от входного преобразователя до ближайшей ОС определяется из условия обеспечения достоверной идентификации объекта.

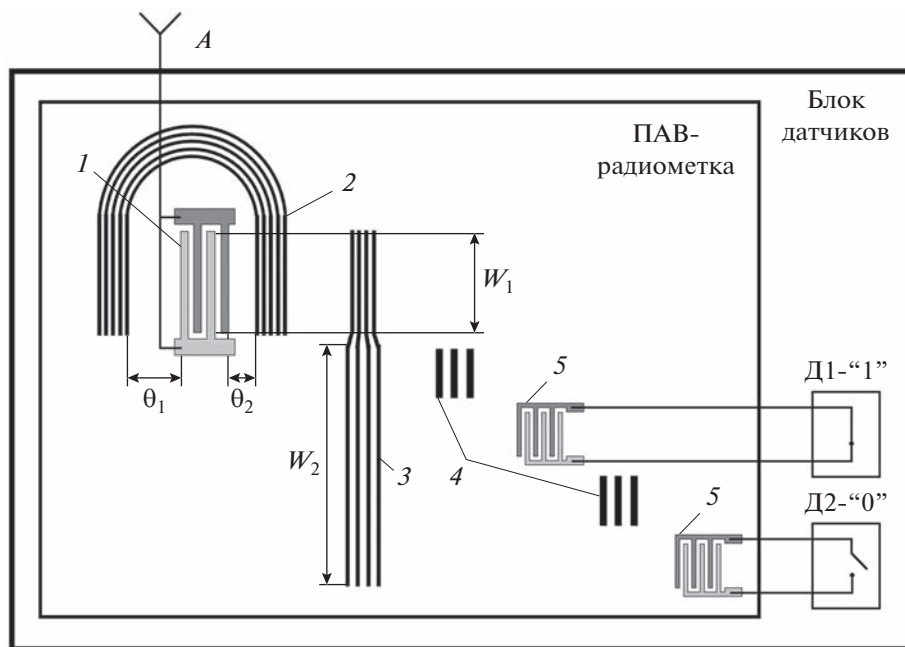


Рис. 6. Структурная схема многопараметрического транспондера на основе многоканальной ПАВ-радиометки, топология которой содержит МПО: А – приемопередающая антенна; 1 – входной ВШП; 2 – U-образный многополосковый ответвитель (МПО) с равным делением энергии; 3 – многополосковый ответвитель (компрессор); 4 – ОС, формирующие идентификационный код; 5 – ОС, выполненные в виде ВШП; Д – подключенные к ВШП 5 пороговые датчики, работающие по принципу ключа.

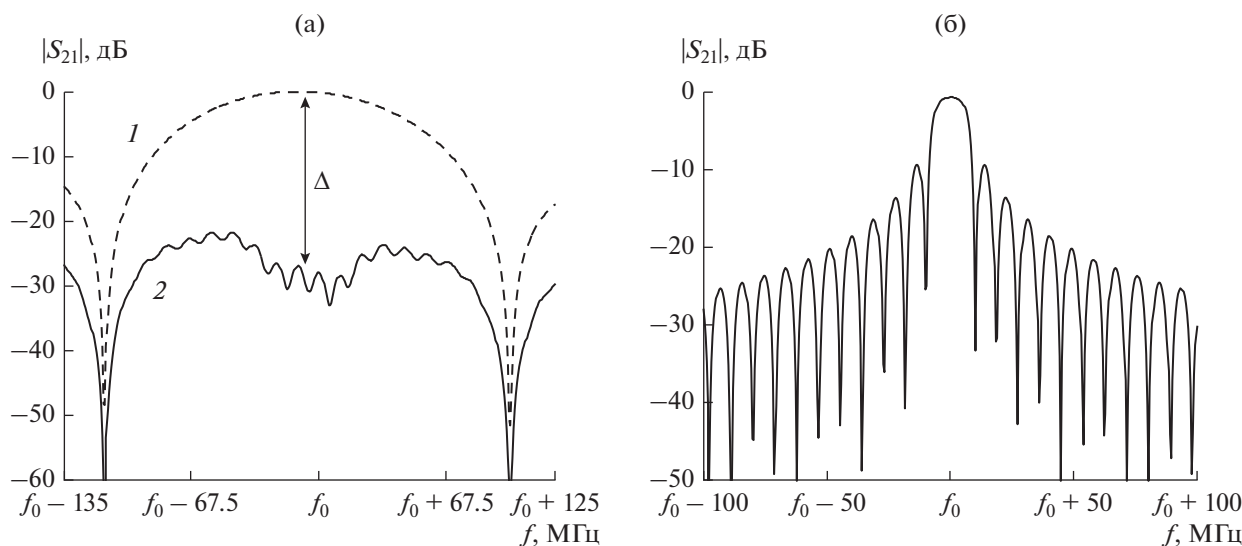


Рис. 7. Частотные характеристики элементов ПАВ-радиометки: а – нормированный коэффициент передачи входного преобразователя с U-образным МПО: 1 – в направлении расположения ОС; 2 – в направлении торца подложки; Δ – величина направленности излучения; б – коэффициент отражения ОС, формирующей информационный символ “1”.

Представленная конструкция [17, 22] позволяет полностью исключить электрическое взаимодействие между акустическими каналами, что существенно уменьшает степень взаимных искажений импульсов информационного сигнала. Динамический диапазон между идентификационными “0” и “1” составляет 25 дБ и позволяет обеспечить мак-

симальную различимость импульсов информационного сигнала при его дальнейшей обработке. Также к достоинствам предлагаемой конструкции относятся небольшие размеры пьезоэлектрической подложки, позволяющие обеспечивать компактность конечного изделия (блока датчиков многопараметрического транспондера).

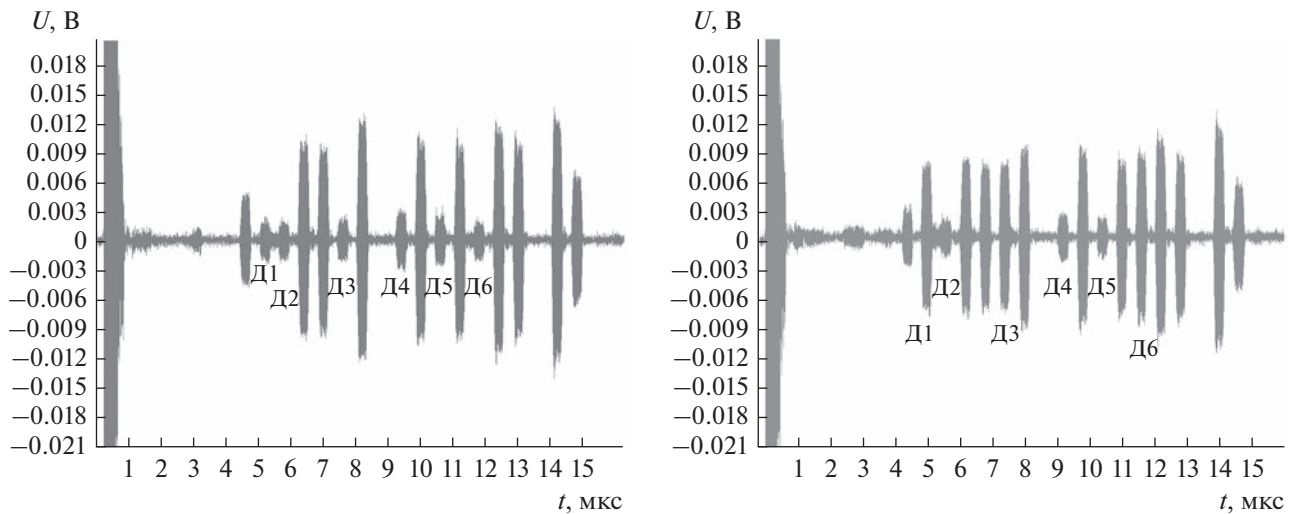


Рис. 8. Осциллограмма транспондера: а — до испытаний (все датчики в состоянии “0”); б — после испытаний (часть датчиков в состоянии “1”).

3. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ТРАНСПОНДЕРА

Транспондер (см. рис. 6) использует энергию инициирующего радиоимпульса для формирования информационного кодированного сигнала с контролируемого объекта. Приемопередающая антенна транспондера A принимает короткий инициирующий радиоимпульс, передаваемый на входной ВШП I , который, вследствие обратного пьезоэффекта, генерирует ПАВ, распространяющиеся от него в противоположные стороны. При достижении ПАВ электродов U -образного МПО с учетом выполнения условия $\theta_1 - \theta_2 = \pi/2$ реализуется однонаправленное излучение ПАВ в акустическом канале апертуры W_1 , определяемой апертурой ВШП I с учетом дифракционной расходимости. Полная энергия ПАВ, излученная в одну сторону в акустическом канале апертуры W_1 , достигает многополоскового ответвителя (компрессора) $З$, обеспечивающего полный перенос акустической энергии, излученной входным преобразователем, из акустического канала апертуры W_1 в акустический канал апертуры W_2 , определяемой требованиями обеспечения информационной емкости радиометки (количества ОС). Достигнув ОС, акустическая энергия ПАВ в акустическом канале апертуры W_2 делится на N каналов, число которых соответствует количеству ОС, формирующих информационный сигнал. Отраженные волны, сформированные в свою очередь ОС, возвращаются с определенными временными задержками на компрессор, где их энергия переносится в акустический канал апертуры W_1 и далее приходит на входной ВШП I , в котором преобразуется в информационную посылку, включающую импульсы, отвечающие за идентификационные данные объекта,

и импульсы, отвечающие за коммутацию сигналов с датчиков контроля физических воздействий.

Все отражательные структуры ЛЗ могут быть выполнены в виде ВШП для возможности осуществления внешней регулировки амплитуд импульсов информационного сигнала посредством подключения к ним пороговых датчиков физических величин, работающих по принципу ключа (см. рис. 6). Коэффициент отражения от ОС, нагруженных датчиками, рассчитывается так, чтобы при замыкании/размыкании контактной группы датчика эффективность отражения ПАВ от соответствующего ВШП достигала максимального/минимального значения. Причем коэффициент отражения должен быть рассчитан для двух случаев: при замкнутой контактной группе (датчик Д1, см. рис. 6, проводимость датчика имеет индуктивный характер) и при разомкнутой (датчик Д2, проводимость датчика имеет емкостной характер). Таким образом, можно управлять коэффициентом акустического отражения, изменяя амплитуды соответствующих импульсов до минимального или максимального значения, по которому можно сделать выводы о состоянии охраняемого объекта. При воздействии предельных нагрузок контактная группа датчика замыкает (или размыкает) соответствующий ВШП, вследствие чего изменяется коэффициент акустического отражения ПАВ до минимального (или максимального) значения, что приводит к изменению кодированной последовательности импульсов информационного сигнала радиометки транспондера.

На рис. 8а представлен кодированный информационный сигнал, сформированный ПАВ-радиометкой транспондера до воздействия предельных значений физических факторов. В исходном состоянии амплитуды импульсов, отвечающих за

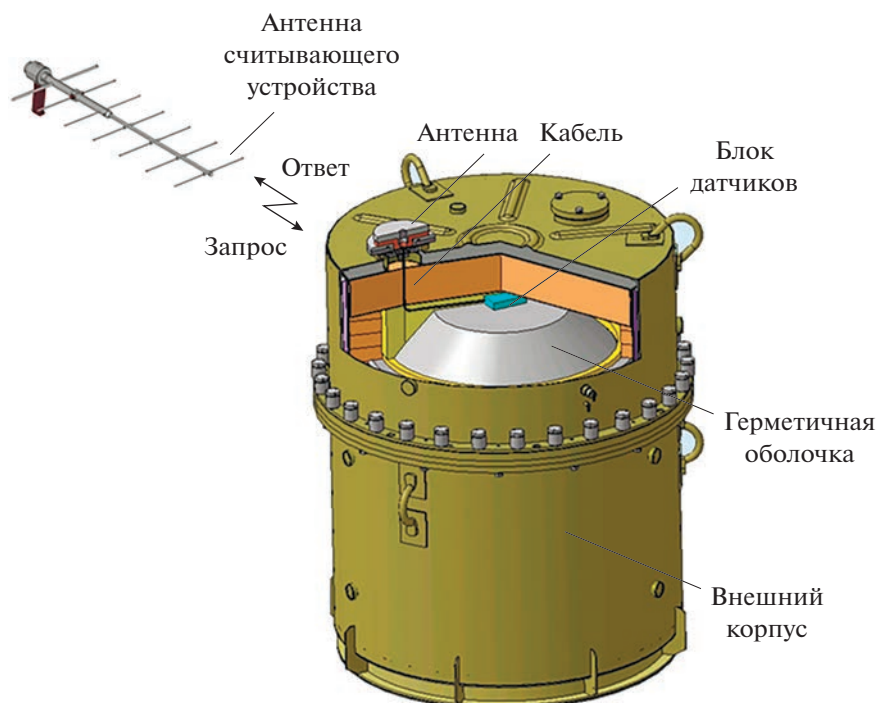


Рис. 9. Схема установки модульного исполнения транспондера в ЗК.

определенное воздействие на объект (Д1...Д6), соответствуют логическому "0".

На рис. 8б представлен информационный сигнал транспондера, прошедшего в полном объеме государственные испытания в составе ЗК, подтвердившие соответствие его прочностных характеристик требованиям нормативных документов МАГАТЭ и Ростехнадзора [1, 23], зарегистрировавшего факты воздействия предельных величин контролируемых параметров. При превышении заданной величины физического воздействия амплитуда соответствующего импульса изменяет свое значение до максимального уровня, что соответствует логической "1" (Д1, Д3, Д6). Реальные значения воздействующих физических нагрузок регистрировались пьезоакселерометрами.

В ходе испытаний установлено, что многопараметрический транспондер обладает следующими характеристиками прочности: к ударным воздействиям с пиковым значением перегрузки свыше 2000g; к температурному воздействию 800°C в течение 30 мин на антенну транспондера, расположенную на внешней части ЗК; к атмосферной влажности воздуха 98% при температуре 25°C. Транспондер устойчив к воздействию ионизирующих излучений при суммарной поглощенной дозе до 700 Гр [1, 23].

В транспондере на основе многоканальной ПАВ-радиометки максимальное количество контролируемых параметров (число устанавливае-

мых датчиков контроля) равно числу ОС, выполненных в виде ВШП. Кроме того, кодирование информационного сигнала можно осуществлять как топологическим способом, т.е. включением или исключением отражательной структуры из топологии ПАВ-радиометки, так и шунтированием отражательных ВШП, уменьшая амплитуду соответствующего импульса до минимального значения. Если эксплуатация транспондера предполагается в нормальных условиях, то для увеличения информационной емкости можно использовать время-позиционное или фазовое кодирование [24].

4. ТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА НА ОСНОВЕ ЭНЕРГОНЕЗАВИСИМЫХ ТРАНСПОНДЕРОВ

Предлагаемая система может работать в диапазоне частот 380...480 МГц, что обусловлено техническими характеристиками применяемой элементной базы в блоках приема и передачи информации считывателя. Предельная мощность излучаемого считывателем сигнала составляет 16 Вт, что обеспечивает правильную идентификацию транспондера и достоверную регистрацию состояний датчиков контроля на дистанции до 18 м с вероятностью 0.95. Передающий блок генерирует импульсы опроса на выбранной из указанного диапазона частоте f_0 , причем за единичный опрос передается периодическая последовательность импульсных сигналов.

Длительность импульса опроса должна обеспечивать энергетическое накопление содержащих закодированную информацию откликов транспондера и в нашем случае должна быть не менее 0.5 мкс, при этом временные характеристики ответных импульсов идентичны импульсу опроса.

Топология ПАВ-радиометки выбирается исходя из условия обеспечения скважности сигнала транспондера, равной 1, с учетом требования различимости импульсов данного сигнала при работе приемопередающего блока считывателя со скважностью 2. Максимальное количество контролируемых объектов определяется количеством ОС (разрядов), т.е. 2^n . ПАВ-радиометка представленного многопараметрического транспондера может содержать 18 ОС, шесть из которых отвечают за контроль различных параметров, таким образом, информационная емкость составляет 4096 идентифицируемых единиц.

Каждый контейнер [25] оснащается транспондером, который может быть выполнен в виде как внешнего устройства, так и в модульном варианте. Идентификационный код транспондера соответствует идентификационному номеру устанавливаемой в его корпус ПАВ-радиометки, при этом изменение кодированной последовательности импульсов радиометки невозможно.

Модульное исполнение транспондера предполагает установку антенны, устойчивой к различным внешним дестабилизирующим воздействиям, на внешней части контейнера. В данном случае она соединяется посредством кабеля с блоком датчиков, включающим ПАВ-радиометку с подключенными датчиками физических воздействий (рис. 9). При реализации данной схемы блок датчиков устанавливается внутри контейнера в зоне особого контроля физических параметров.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, показана методология организации мониторинга защитных контейнеров с опасными веществами для осуществления постоянного контроля состояния упакованного потенциально опасного груза защитного контейнера без его вскрытия. Система позволяет решить задачу обеспечения безопасности обслуживающего персонала во всем цикле обращения с ЗК при транспортировании и хранении потенциально опасного груза и снизить возможный ущерб, наносимый авариями. Реализованная схема построения транспондера исключает вероятность искажения информационных данных. Эксплуатация представленной системы возможна на любых предприятиях и производствах, применяющих в своих изделиях опасные вещества.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федеральные нормы и правила в области использования атомной энергии. Правила безопасности при транспортировании радиоактивных материалов. НП-053-16. Официальное издание. М.: ФБУ "НТЦ ЯРБ", 2017.
2. Аристархов Г.М., Гуляев Ю.В., Дмитриев В.Ф. и др. Фильтрация и спектральный анализ радиосигналов. Алгоритмы. Структуры. Устройства / Под ред. Ю.В. Гуляева. М.: Радиотехника, 2020.
3. Гуляев Ю.В., Сучков С.Г., Янкин С.С. и др. // РЭ. 2015. Т. 60. № 4. С. 429.
4. Дмитриев В.Ф., Койгеров А.С. // РЭ. 2011. Т. 56. № 10. С. 1268.
5. Крышталъ Р.Г., Кундин А.П., Медведь А.В. // РЭ. 2016. Т. 61. № 4. С. 825.
6. Киселев В.К., Князев И.А., Никулин С.М., Труфанова Г.В. // Датчики и системы. 2003. № 10. С. 8.
7. Анцев И.Г., Богословский С.В., Сапожников Г.А. и др. // Датчики и системы. 2018. № 1. С. 40.
8. Smirnov D., Plessky V., Mishkinis R. et al. // Proc. 2020 IEEE Int. Ultrasonic Symp. (IUS). Las Vegas. 7–11 Sept. N.Y. IEEE, 2020. P. 9251703. <https://doi.org/10.1109/IUS467667.2020.9251703>.
9. Mengue P., Paulmier B., Hage-Ali. S. et al. // Proc. 2021 IEEE Conf. SENSORS. Sydney. 31 Oct–04 Nov. N.Y.: IEEE, 2021. P. 9639571. <https://doi.org/10.1109/SENSORS47087.2021.9639571>.
10. Zhou X., Tan Q., Liang X. et al. // Micromachines. 2021. V. 12. P. 643. <https://doi.org/10.3390/mi12060643>
11. Дорохов С.П. // Датчики и системы. 2018. № 11. С. 35.
12. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
13. Заездный А.М. Основы расчетов по статистической радиотехнике. М.: Связь, 1969.
14. ГОСТ 12.1.006-84. Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Электромагнитные поля радиочастот. Допустимые уровни на рабочих местах и требования к проведению контроля (с Изменением № 1). Дата введения 01.01.1986. М.: ИПК Издательство стандартов, 2002.
15. Бартон Д. Радиолокационные системы. М.: Воениздат, 1967.
16. Дорохов С.П., Козлов В.А., Салов А.С. // Проектирование и технология электронных средств. 2017. № 2. С. 22.
17. Реут В.Р., Койгеров А.С., Андрейчев С.С. и др. // Нано- и микросистемная техника. 2019. Т. 21. № 10. С. 579.
18. Morgan D. Surface Acoustic Wave Filters with Applications to Electronic Communications and Signal Processing. L.: Acad. Press, 2007.

19. Олинер А., Фарнелл Дж., Джерард Г. и др. Поверхностные акустические волны // Под ред. А. Олинера. М.: Мир, 1981.
20. Marshall F.G., Paige E.G., Young A.S. // Electronics Lett. 1971. V. 7. P. 638.
21. Maerfeld C., Farnell G.W. // Electronics Lett. 1973. V. 9. P. 432.
22. Андрейчев С.С., Дорохов С.П., Койгеров А.С. и др. Радиометка на основе линии задержки на поверхностных акустических волнах // Пат. РФ № 2 701 100. Оpubл. офиц. бюл. “Изобретения. Полезные модели” № 27 от 24.09.2019.
23. Regulations for the safe transport of radioactive material. 2018 Ed. Specific safety requirements No. SSR-6 (Rev. 1). IAEA, Vienna: Int. Atomic Energy Agency, 2018. P. 170.
24. Бальшева О.Л., Григорьевский В.И., Гуляев Ю.В. и др. Акустоэлектронные устройства обработки и генерации сигналов. Принципы работы, расчета и проектирования / Под ред. Ю.В. Гуляева. М.: Радиотехника, 2012.
25. Салов А.С., Дорохов С.П., Тагиров Р.М. и др. Контейнер со средствами защиты и контроля // Пат. РФ № 2 715 379. Оpubл. офиц. бюл. “Изобретения. Полезные модели” № 6 от 27.02.2020.

К 90-ЛЕТИЮ ДМИТРИЯ МИХАЙЛОВИЧА САЗОНОВА

DOI: 10.31857/S003384942333001X, EDN: YIMJBM



8 мая 2023 года исполнилось 90 лет со дня рождения Дмитрия Михайловича Сазонова — известного специалиста в области антенн и СВЧ-устройств, профессора, доктора технических наук, одного из старейших сотрудников Национального исследовательского университета (НИУ) “МЭИ”.

Вся научно-преподавательская деятельность Дмитрия Михайловича связана с Московским энергетическим институтом (ныне — НИУ “МЭИ”). В 1955 г. он окончил радиотехнический факультет МЭИ и остался работать на кафедре Антенных устройств и распространения радиоволн (АУиРРВ).

В 1962 г. Д.М. Сазонов защитил кандидатскую диссертацию на тему “Антенны на металлическом конусе конечных размеров”, в 1970 г. — докторскую диссертацию на тему “Теория антенных решеток произвольной геометрии”. С 1975 г. и по 2014 г. он был сначала профессором кафедры АУиРРВ МЭИ, а с 2014 г. и по настоящее время — профессором кафедры Радиотехнических приборов и антенных систем НИУ “МЭИ”.

За время работы Дмитрий Михайлович подготовил 31 кандидата и 8 докторов наук, также написал три учебника для вузов, три монографии, более 180 статей в научных журналах и трудах российских и международных научных конференций, имеет 30 авторских свидетельств и патентов на изобретения. Его ученики руководят факультетами и кафедрами в вузах России. Его учебники по антеннам и устройствам СВЧ были востребованы в учебном процессе не только у нас в стране, но и за рубежом: в Японии, Индии, КНР и Латинской Америке.

Д.М. Сазонов — заслуженный профессор НИУ “МЭИ”, дважды лауреат премии Правительства Российской Федерации (1997 и 2002 гг.).

Редакция и редколлегия журнала, друзья и коллеги по работе поздравляют его с юбилеем и желают крепкого здоровья и активной научной деятельности на благо российской науки.

ПОПРАВКА

**К СТАТЬЕ Т. А. САПРОНОВА, В. А. СЫРОВОЙ
“ТРАНСПОРТИРОВКА ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ С СЕЧЕНИЕМ,
БЛИЗКИМ К ПРЯМОУГОЛЬНОМУ”, ОПУБЛИКОВАННОЙ В № 4, 2022,
Т. 67. С. 391–403. DOI: 10.31857/S0033849422030123**

DOI: 10.31857/S0033849423330021, EDN: Y1OKUS

На стр. 402 левая колонка. Первый абзац. Вместо предложения

Дополнительные проблемы связаны с тем, что с появлением поверхностей с изломами эквипотенциалей при расчете неаналитических контуров, которые не замечаются численными алгоритмами и неконтролируемыми флуктуациями плотности, обусловленными сущностью численной модели и упомянутыми в [6].

следует читать

Дополнительные проблемы связаны с появлением поверхностей с изломами эквипотенциалей при расчете неаналитических контуров, которые не замечаются численными алгоритмами, и с неконтролируемыми флуктуациями плотности, обусловленными сущностью численной модели и упомянутыми в [6].