

УДК 532.542.4

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ КАНАЛЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ПОВОРОТОМ НА 90°

© 2023 г. В. Д. Голубков*, А. В. Гарбарук

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, лаборатория
“Вычислительная гидроаэроакустика и турбулентность”, Санкт-Петербург, Россия*

**E-mail: golubkovvd@gmail.com*

Поступила в редакцию 27.12.2021 г.

После доработки 14.03.2022 г.

Принята к публикации 07.06.2022 г.

В работе проведено численное моделирование турбулентного течения во вращающемся канале прямоугольного сечения с поворотом на 90° методом WMLES, исследовано влияние вращения на структуру течения. Выполнено исследование точности различных полуэмпирических моделей турбулентности для замыкания уравнений Рейнольдса для течений данного типа путем сравнения с результатами WMLES как при наличии вращения, так и при его отсутствии.

DOI: 10.31857/S0040364423010167

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время подавляющая доля электроэнергии вырабатывается на тепловых и атомных электростанциях с помощью турбогенераторов. При работе турбогенератора в обмотках ротора, статора и активной стали выделяется тепло, которое необходимо от них отводить. Превышение температуры активных частей над классом нагревостойкости изоляции приводит к ее ускоренному тепловому старению, что может послужить причиной аварийных ситуаций на электростанциях. Поэтому вопросы разработки, проектирования и оптимизации системы охлаждения турбогенератора очень важны. В инженерной практике применяются различные подходы для расчета системы охлаждения, в том числе используются численные решения уравнений Рейнольдса (RANS).

Система охлаждения ротора турбогенератора состоит из множества прямоугольных вращающихся каналов, одним из типичных ее элементов является канал с поворотом на 90°.

Опыт исследований влияния вращения и поворота на течение в канале достаточно обширен. В частности, течения в прямых вращающихся каналах, ориентированных параллельно (аксиальных) и перпендикулярно (радиальных) оси вращения, хорошо изучены численно [1–10] и экспериментально [11–13]. В этих каналах исследованы структура потока, влияние вращения на эту структуру и турбулентные характеристики, а также корреляции числа Нуссельта на стенках в зависимости от безразмерных критериев течения. Суще-

ствует множество работ по исследованию течения в круглых каналах с поворотом на 90° [14–17], а также во вращающихся каналах с поворотом на 180° [18–22], где предприняты попытки оптимизации формы таких каналов для снижения их сопротивления. Кроме того, показана возможность создания анизотропных RANS-моделей турбулентности с улучшенными возможностями предсказания влияния вращения.

Примером исследования течения в каналах квадратного сечения с резким поворотом на 90°, где отрыв потока вызван скорее формой канала, нежели неблагоприятным градиентом давления, является работа [23], в которой приведено сравнение данных эксперимента, прямого численного моделирования и RANS. Различия в профилях скорости и турбулентных характеристиках за поворотом составляет до 40%, что говорит о посредственной точности моделирования течений в каналах такого типа с помощью RANS-подхода. Касательно течений во вращающихся каналах прямоугольного сечения с поворотом на 90° авторам не удалось найти каких-либо экспериментальных или численных исследований. Данная работа призвана хотя бы отчасти восполнить этот пробел.

Таким образом, целью работы является оценка точности расчета течения во вращающемся прямоугольном канале с поворотом на 90° методом RANS. К сожалению, натурный эксперимент в роторе вращающегося турбогенератора позволяет получить только интегральные характеристики потока в каналах системы охлаждения, что недостаточно для оценки точности RANS-расчетов.

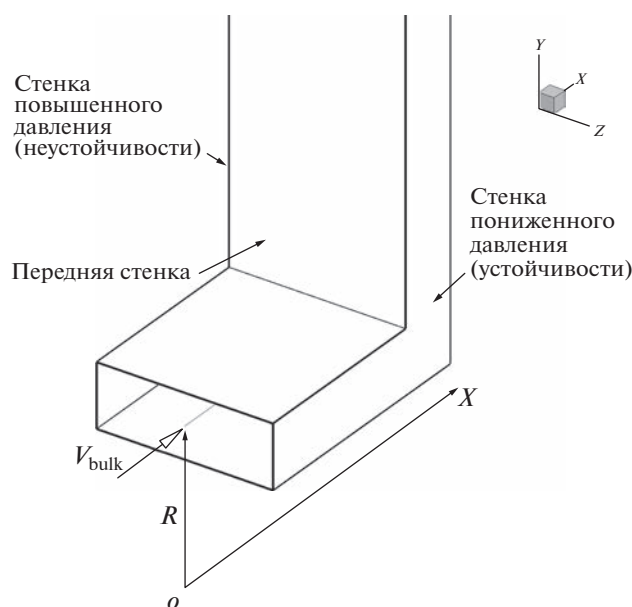


Рис. 1. Вращающийся канал прямоугольного сечения с поворотом на 90° .

Поэтому в данной работе проведен расчет существенно более точным по сравнению с RANS вихреразрешающим методом WMLES, результаты которого использованы в качестве “эталонных”.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Размеры канала и параметры рассматриваемого течения выбраны таким образом, чтобы соответствовать средним значениям в каналах ротора типичного турбогенератора. В частности, выбранные размеры сечения канала соответствуют сечению вентиляционных каналов в роторе турбогенератора с воздушным охлаждением средней мощности, а угловая скорость вращения канала равна угловой скорости вращения такого ротора.

Рассматривается течение воздуха в канале с поворотом на 90° , вращающемся вокруг оси OX (рис. 1), расположенной в плоскости симметрии канала. Расстояние от оси вращения до центра аксиального (ориентированного вдоль оси OX) канала составляет R . Прямоугольное сечение канала имеет размеры $H \times 2.78H$, где $H = 0.125R$. В роторе реального турбогенератора длина канала перед поворотом достаточна для установления развитого режима течения. Длина аксиальной части канала составляет $3H$, и течение в окрестности входной границы полагается установившимся. Выходная граница канала расположена на расстоянии $30H$ от поворота и имеет неплоскую форму: все точки ее поверхности находятся на одном радиусе от оси вращения.

Газ полагается совершенным с постоянными вязкостью и теплопроводностью, не зависящими от температуры. Число Рейнольдса, посчитанное по среднемассовой скорости V_{bulk} , высоте канала H и кинематической вязкости газа ν , равно $Re = HV_{\text{bulk}}/\nu = 14500$ (что примерно соответствует числу Рейнольдса, построенному по динамической скорости, $Re_\tau = 415$), число Маха на входе в канал построено по среднемассовой скорости и скорости звука на входной границе a : $M = V_{\text{bulk}}/a = 0.12$ (течение слабосжимаемо).

Для оценки влияния эффектов вращения в работе рассматривается как течение в неподвижном канале, так и течение в канале, вращающемся с угловой скоростью $\omega = 100\pi$ рад/с, чему соответствует число Россби $Ro = \omega H/V_{\text{bulk}} = 0.035$. Для течений с таким числом Россби характерны явления стабилизации и дестабилизации течения на сторонах пониженного и повышенного давления соответственно, а также возникновение вихрей Тейлора–Гетлера [24].

Температура воздуха на входе в канал составляет $T_b = 340$ К, температура стенок постоянна и равна $T_w = 400$ К. Число Грасгофа, построенное по центробежной силе, равно $Gr = \beta \Delta T \omega^2 R H^3 / \nu^2 = 4.5 \times 10^8$. Число Ричардсона $Ri = Gr/Re^2 \approx 2.14$ близко к единице, что свидетельствует о смешанном режиме конвекции [25]. Для учета влияния свободной конвекции рассматривается именно сжимаемая жидкость.

Так как целью данной работы является оценка точности RANS-моделей турбулентности в сравнении с вихреразрешающим расчетом, задача решалась в двух постановках. В первой из них решаются стационарные уравнения Рейнольдса, замкнутые с использованием различных моделей турбулентности. Во второй постановке использовался вихреразрешающий подход – LES с пристеночным RANS-моделированием (WMLES).

Для моделирования турбулентности в RANS-расчетах использовались модели турбулентности, которые способны учитывать влияние вращения на поток: SA RC [26], $k-\epsilon$ RNG RC EWT [27], $k-\omega$ SST RC [28] и BSL-EARSM [29]. WMLES [30] предполагает решение отфильтрованных уравнений Навье–Стокса, замкнутых с использованием подсеточной модели Смагоринского в большей части расчетной области (вне пограничного слоя и во внешней его области), в оставшейся части пограничного слоя для замыкания уравнений движения применяется алгебраическая модель Прандтля.

Уравнения движения рассматриваются во вращающейся неинерциальной системе координат, поэтому в них в явном виде присутствуют центробежная и кориолисова силы. Поскольку сила тяжести много меньше центробежной силы, она не рассматривается.

На входной границе задаются профиль скорости и турбулентные характеристики развитого течения, посчитанные по модели BSL-EARSM в несжимаемой постановке, и постоянная температура $T_b = 340$ К. В WMLES турбулентные пульсации на входе создаются с помощью генератора синтетической турбулентности STG [31]. На выходной границе задается постоянное давление. Строго говоря, в общем случае давление на выходной границе канала не является постоянным из-за действия центробежной и кориолисовой сил. Благодаря цилиндрической форме выхода влияние первой из них отсутствует, влиянием силы Кориолиса пренебрегается. Дополнительные расчеты показали, что это допущение влияет на течение лишь в малой окрестности выхода ($<1H$) и не затрагивает область течения, представляющую интерес. На твердых стенках задаются условие прилипания и постоянная температура T_w .

Симметричные относительно плоскости симметрии канала многоблочные структурированные расчетные сетки с первым пристенным шагом $h_1 = 10^{-3}H$ обеспечивают безразмерное расстояние от стенки до центра первой ячейки $y^+ < 1$ по всей поверхности стенок за исключением малой окрестности острой кромки поворота. Шаги расчетной сетки в центральной части канала для WMLES удовлетворяют требованиям для подобных расчетов: $\Delta x = \delta/10$, $\Delta z = \delta/20$, где $\Delta z \leq \Delta y \leq \Delta x$ — максимальные размеры ячейки в направлениях x , y , z соответственно, а $\delta = H/2$ — толщина пограничного слоя в развитом течении. Общий размер сектор для RANS- и WMLES-расчетов составил 1.1 и 5.2 млн ячеек соответственно.

Задача решалась в прикладном пакете ANSYS Fluent 19R1. В RANS-расчетах для решения системы уравнений использовался сопряженный решатель coupled [32]. Пространственная дискретизация уравнений производилась по противопоточной схеме второго порядка SOU [33]. Для интерполяции давления на грань использовалась схема PRESTO! [34]. Интерполяция плотности и величин, замыкающих уравнения Рейнольдса, производилась по схеме SOU. Для вычисления градиентов применялась схема Грина—Гаусса GGCB [35], записанная относительно центров ячеек. В случае наличия вращения в процессе решения для улучшения сходимости постепенно уменьшались число Куранта и коэффициенты релаксации для давления и количества движения.

В WMLES-расчетах для пространственной дискретизации уравнений сохранения момента импульса и энергии использовались центрально-разностные схемы (CD), для интерполяции давления — схема PRESTO!, а для градиентов — схема GGCB.

В качестве начального приближения использовалось решение, полученное по модели BSL-EARSM с наложенными с помощью внутренних средств

Fluent турбулентными пульсациями. Шаг по времени выбирался исходя из выполнения условия ограничения числа Куранта единицей в большей части расчетной области (в зонах сгущения сетки число Куранта незначительно превышает единицу) и составил $\Delta t = 0.016 T_{\text{conv}}$, где $T_{\text{conv}} = H/V_{\text{bulk}}$.

Осреднение проводилось после установления средних значений среднemasовой скорости и трения на стенках на протяжении $T_{\text{ave}} = 185 T_{\text{conv}}$ для течения без вращения и с вращением.

Расчеты проводились на вычислительном кластере Санкт-Петербургского политехнического университета “Торнадо” с использованием двух узлов, состоящих из 56 процессоров Intel Xeon с тактовой частотой 2.6 ГГц каждый, и занимали порядка 100 ч на один вихреразрешающий расчет.

СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ И ВЛИЯНИЕ ВРАЩЕНИЯ

Структура течения, полученная по результатам WMLES-расчетов для неподвижного и вращающегося каналов, представлена на рис. 2. В неподвижном аксиальном канале (рис. 2а, цифра 1) в развитом течении присутствуют четыре основных и угловых вторичных вихря, практически симметричных относительно плоскости симметрии аксиального канала. Часть потока отрывается от нижней стенки в окрестности внешнего угла поворота, при этом возникает вихрь 2. При повороте поток отрывается от внутреннего угла поворота, и образуется отрывная зона, состоящая из двух симметричных вихрей 3, размер которой можно оценить по пристеночным линиям тока на передней стенке канала (причиной неидеальности симметрии является конечное время осреднения решения). После поворота структура вторичных токов меняется, образуется два основных вихря 4, 5,

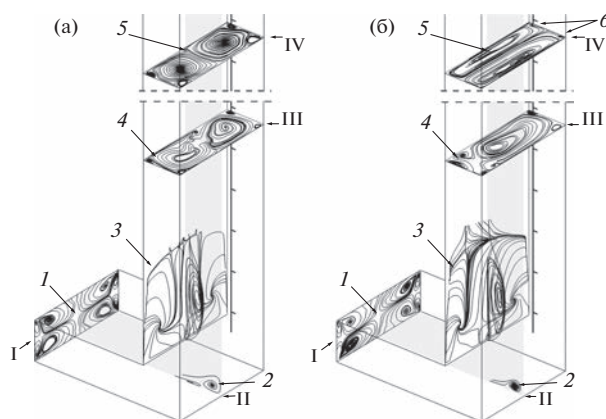


Рис. 2. Общая структура течения без вращения (а) и с вращением (б): 1 — входная граница, II — сечение $Z = 0$, III — сечение $Y = R + 5.5H$, IV — сечение $Y = R + 25.5H$.

аналогичных вихрям Дина, возникающим в круглых каналах с поворотом.

Основное влияние вращения выражается в существенном нарушении симметрии (рис. 2б). Отрыв 3 становится более протяженным у стороны пониженного давления и менее протяженным у противоположной стороны, однако площадь отрыва, определяемая по пристеночным линиям тока на передней стенке, не изменяется. После поворота вращающееся течение устанавливается дольше, образуются два крупных вторичных вихря 5, вытянутых вдоль длинной стенки канала. В углах, смежных со стороной повышенного давления, вторичных токов не образуется, размер угловых вторичных токов на стороне пониженного давления 6 меньше, чем в неподвижном канале.

Сравнение осредненного числа Нуссельта, вычисленного по формуле $Nu = \langle q_w \rangle H / (\lambda(T_w - T_b))$, на стенках для случаев без вращения и с вращением свидетельствует о том, что при повороте интенсивность теплоотдачи изменяется при наличии вращения, возникает асимметрия (рис. 3). На стороне повышенного давления число Нуссельта примерно такое же, как и в неподвижном канале, но на противоположной стороне интенсивность теплоотдачи с удалением от поворота падает из-за затухания турбулентных пульсаций скорости и температуры.

Несмотря на увеличение максимальной длины отрывной зоны, ни ее площадь, ни занимаемый вихрями объем не меняются значительно. Тем не менее перепад давления уменьшается как на участке отрыва и перестроения потока, так и на всем участке поворота (табл. 1, сечения 2–3 и 1–3 соответственно). Это связано с тем, что при наличии вращения центробежная сила способствует повороту течения в радиальный канал. Здесь 1 – сечение $x = 3H$, 2 – сечение $y = R + 0.5H$, 3 – сечение $y = R + 5.5H$.

При наличии вращения средняя интенсивность теплоотдачи на стенках уменьшается на 7%, перепад температуры на повороте увеличива-

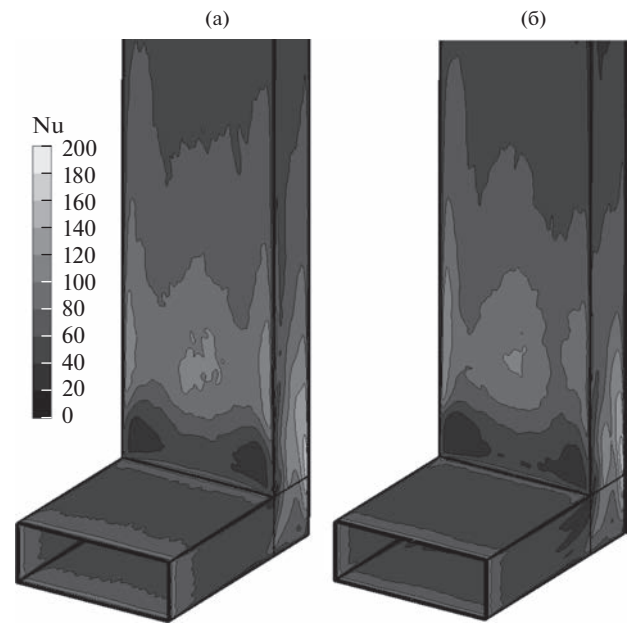


Рис. 3. Распределение числа Нуссельта на стенках неподвижного (а) и вращающегося (б) каналов.

ется на 15%. Согласно многочисленным исследованиям течений во вращающихся каналах, вращение приводит к значительной интенсификации теплообмена. В данном течении этого не происходит по причине существенных дополнительных вторичных токов на стороне повышенного давления (вихрей Тейлора–Гетлера). Однако наличие вращения приводит к уменьшению пульсаций скорости и температуры и числа Нуссельта соответственно на стороне пониженного давления по сравнению с неподвижным каналом.

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ МОДЕЛЕЙ
ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Течение в канале с поворотом без вращения. При повороте все рассмотренные полуэмпирические модели турбулентности (SA RC, $k-\epsilon$ RNG RC EWT,

Таблица 1. Сравнение характеристик течения в неподвижном и вращающемся канале на участке поворота

	Ro = 0	Ro = 0.035	Δ , %
Максимальная длина отрывной зоны	2.37H	2.57H	8
$(p_2 - p_3)/0.5\rho v^2$	0.353	0.288	–18
$(p_1 - p_3)/0.5\rho v^2$	1.333	1.147	–14
Разность средних температур в сечениях 3–1 ΔT_{13} , К	10.0	11.4	15
Среднее число Нуссельта на стенках между сечениями 1 и 3 $\langle Nu \rangle_{13}$	71.6	66.4	–7

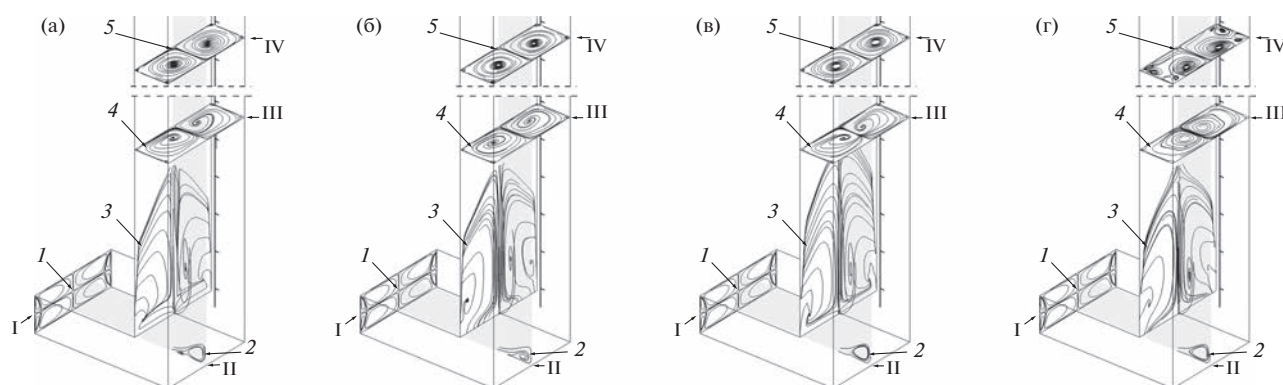


Рис. 4. Структура течения без вращения, предсказываемая моделями: (а) – SA RC, (б) – $k-\varepsilon$ RNG RC EWT, (в) – $k-\omega$ SST RC, (г) – BSL-EARSM.

$k-\omega$ SST RC, BSL-EARSM) существенно завышают протяженность отрыва на передней стенке канала (рис. 4 и табл. 2) по сравнению с результатом WMLES. Это приводит к значительному увеличению перепада давления на участке отрыва и перестроению потока. Однако чувствительность перепада давления на всем участке поворота к длине отрывной зоны невелика (табл. 2).

В радиальной части канала только нелинейная модель турбулентности BSL-EARSM правильно предсказывает наличие угловых вторичных токов, хотя крупные вихревые структуры смещает к передней стенке. Что касается остальных моделей, они правильно предсказывают размер и положение крупных вторичных вихрей.

По сравнению с вихреразрешающим расчетом RANS-модели существенно занижают интенсивность теплоотдачи в области отрыва на передней стенке (рис. 5). Среднее число Нуссельта при повороте (на стенках между сечениями $x = 3H$ и $y = R + 5.5H$) ниже на 11–20%, поэтому разница температур меньше (табл. 2).

Течение в канале с поворотом с вращением. Как уже было показано, при наличии вращения вихреразрешающий расчет предсказывает увеличение максимальной длины отрывной зоны без изменения занимаемой ею площади (рис. 2). Из RANS-моделей турбулентности это воспроизводит только модель турбулентности BSL-EARSM (рис. 6г), линейные модели турбулентности, напротив, предсказывают как уменьшение длины и занимаемой площади отрывной зоны, так и уменьшение перепада давления при повороте по сравнению с неподвижным каналом (табл. 3). Кроме того, линейные модели турбулентности не воспроизводят правильной структуры вторичных токов в радиальной части канала (рис. 6).

Столь различная реакция на вращение приводит к улучшению согласования моделей турбулентности и вихреразрешающего расчета. Распределение чисел Нуссельта при повороте (на стенках между сечениями $x = 3H$ и $y = R + 5.5H$) с наличием вращения приближается к результатам вихреразрешающего моделирования (рис. 7), для всех

Таблица 2. Сравнение интегральных характеристик потока для невращающегося канала на участке поворота

$Ro = 0$	WMLES	SA RC	$k-\varepsilon$ RNG RC EWT	$k-\omega$ SST RC	BSL-EARSM
Максимальная длина отрывной зоны	$2.37H$	$3.08H (+30\%)$	$4.65H (+96\%)$	$4.14H (+75\%)$	$3.45H (+46\%)$
$(p_2 - p_3)/0.5\rho v^2$	0.353	0.463 (+31%)	0.490 (+39%)	0.624 (+77%)	0.578 (+64%)
$(p_1 - p_3)/0.5\rho v^2$	1.333	1.403 (+5%)	1.433 (+7%)	1.556 (+17%)	1.527 (+15%)
Разность средних температур в сечениях 3–1 ΔT_{13} , К	10.0	8.7 (–13%)	9.3 (–7%)	9.5 (–5%)	9.5 (–5%)
Среднее число Нуссельта на стенках между сечениями 1 и 3 $\langle Nu \rangle_{13}$	71.6	56.7 (–21%)	63.9 (–11%)	60.8 (–15%)	63.8 (–11%)

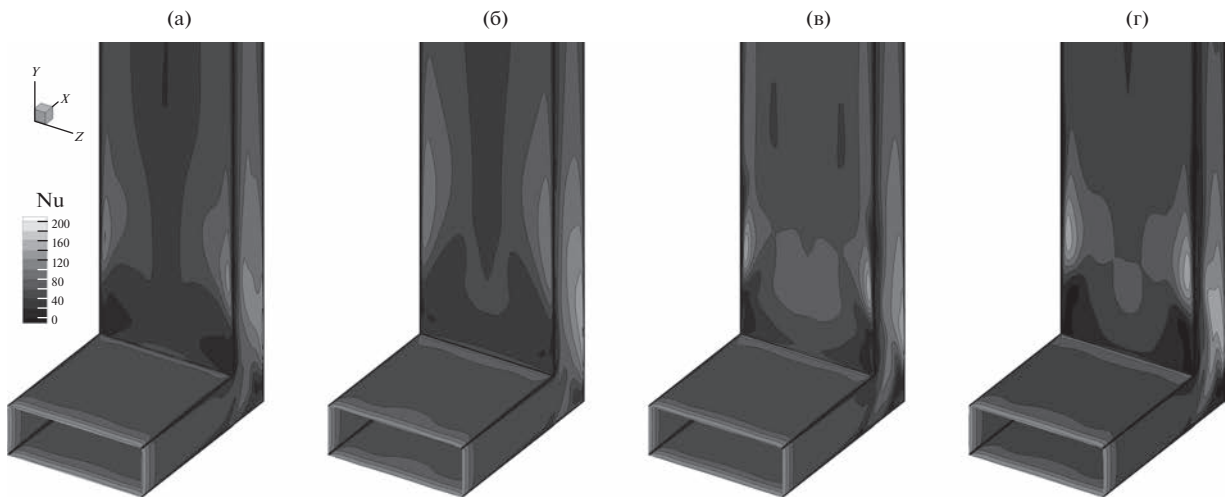


Рис. 5. Распределение числа Нуссельта на повороте для моделей: (а) – SA RC, (б) – $k\text{--}\epsilon$ RNG RC EWT, (в) – $k\text{--}\omega$ SST RC, (г) – BSL-EARSM.

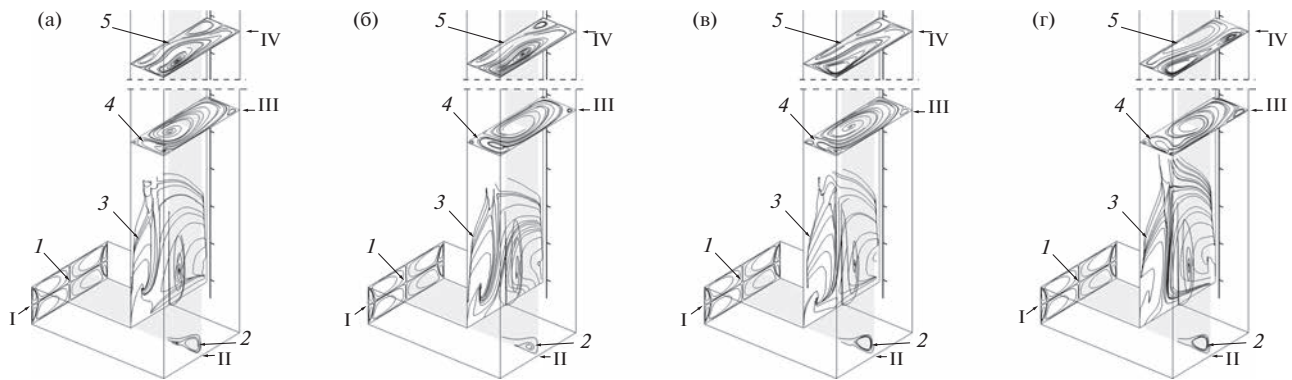


Рис. 6. Структура течения с вращением, предсказываемая моделями: (а) – SA RC, (б) – $k\text{--}\epsilon$ RNG RC EWT, (в) – $k\text{--}\omega$ SST RC, (г) – BSL-EARSM.

Таблица 3. Сравнение интегральных характеристик потока для вращающегося канала на участке поворота					
Ro = 0.035	WMLES	SA RC	$k\text{--}\epsilon$ RNG RC EWT	$k\text{--}\omega$ SST RC	BSL-EARSM
Максимальная длина отрывной зоны	2.57H	2.9H (+13%)	3.32H (+29%)	2.88H (+12%)	3.45H (+34%)
$(p_2 - p_3)/0.5\rho v^2$	0.288	0.355 (+23%)	0.319 (+11%)	0.431(+50%)	0.415 (+44%)
$(p_1 - p_3)/0.5\rho v^2$	1.147	1.191 (+4%)	1.154 (+1%)	1.284 (+12%)	1.274 (+11%)
Разность средних температур в сечениях 3–1 ΔT_{13} , К	11.4	10.4 (–9%)	11.2 (–2%)	11.4 (<1%)	11.2 (–2%)
Среднее число Нуссельта на стенках между сечениями 1 и 3 $\langle Nu \rangle_{13}$	66.4	53.0 (–20%)	61.0 (–8%)	57.7 (–13%)	62.0 (–7%)

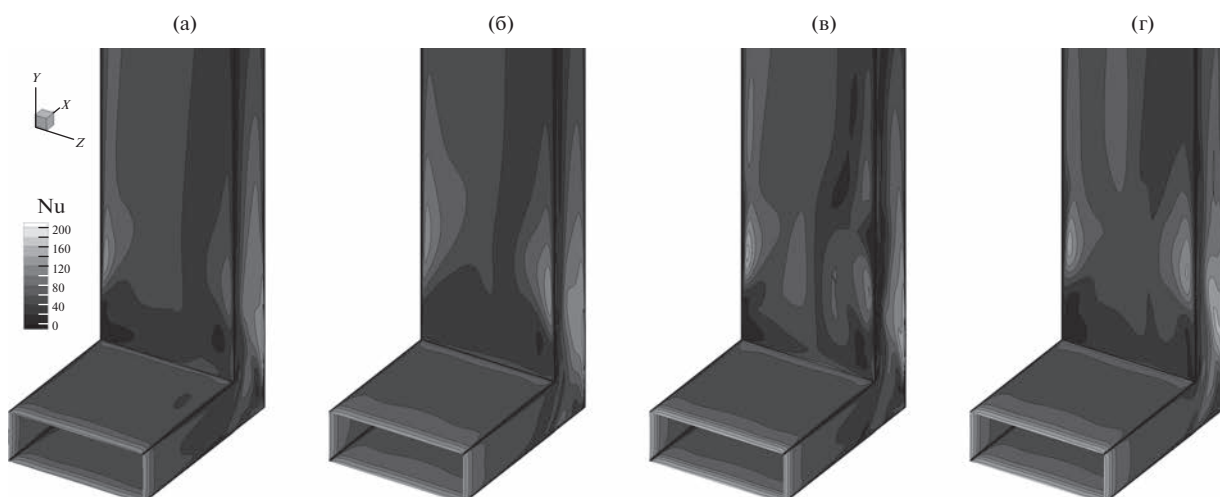


Рис. 7. Распределение числа Нуссельта на повороте для моделей: (а) — SA RC, (б) — k - ϵ RNG RC EWT, (в) — k - ω SST RC, (г) — BSL-EARSM.

моделей турбулентности точность предсказания среднего числа Нуссельта при повороте вырастает на 1–4%, как и точность предсказания разности температур (табл. 3). Тем не менее нельзя исключать, что такое улучшение согласования является результатом взаимной компенсации ошибок в RANS. С изменением скорости вращения ошибка RANS-моделей может возрасти, а согласование с вихреразрешающим расчетом — уменьшиться.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнено численное исследование турбулентного течения во вращающемся канале прямоугольного сечения с поворотом на 90° . Проведен численный эксперимент методом WMLES, исследовано влияние вращения на течение. Изучена точность RANS-подхода с использованием различных полуэмпирических моделей турбулентности путем сравнения с результатами численного эксперимента.

Показано, что при наличии вращения вихреразрешающий расчет предсказывает смещение отрывной зоны к стороне пониженного давления и уменьшение потерь давления при повороте. Средняя интенсивность теплоотдачи при повороте уменьшается на 7%, разность температур увеличивается на 15% по сравнению с неподвижным каналом.

Установлено, что при отсутствии вращения независимо от используемой модели турбулентности длина зоны отрыва, предсказанная методом RANS, существенно завышена. Коэффициент теплоотдачи при этом занижается на 11–21% и разность температур при повороте завышается на 4–13% по сравнению с результатами WMLES.

Влияние вращения на результаты RANS диаметрально противоположно влиянию, наблюдаемому в WMLES. Полуэмпирические модели турбулентности предсказывают уменьшение отрывной зоны при наличии вращения. Это приводит к улучшению согласования интегральных характеристик при повороте с результатами вихреразрешающего расчета. Возможно, такое улучшение является результатом компенсации ошибок в RANS.

Наименьшую точность при расчете неподвижных и вращающихся течений в прямоугольном канале с поворотом на 90° дает SA RC-модель турбулентности с одним уравнением для замыкания уравнений Рейнольдса. Модели с большим количеством уравнений имеют приблизительно одинаковую предсказательную способность, их точность ограничена скорее самим RANS-подходом, нежели особенностями построения конкретной модели.

Расчеты выполнены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра СПбПУ “Политехнический” при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Научного центра мирового уровня по направлению “Передовые цифровые технологии” СПбПУ (соглашение № 075-15-2020-934 от 17.11.2020 г.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pallares J., Davidson L. Large-eddy Simulation of Turbulent Flow in a Rotating Square Duct // *Phys. Fluids*. 2000. V. 12. № 11. P. 2878.
2. Grundestam O., Wallin S., Johansson A.V. Direct Numerical Simulations of Rotating Turbulent Channel Flow // *Fluid Mech*. 2008. V. 598. P. 177.
3. Martensson G.E., Gunarsson J., Johansson A.V., Moberg H. Experimental Investigation of a Rapidly Rotating Turbulent Duct Flow // *Exp. Fluid*. 2002. V. 33. P. 482.

4. *Fasquelle A., Pellé J., Harmand S., Shevchuk I.* Numerical Study of Convective Heat Transfer Enhancement in a Pipe Rotating around a Parallel Axis // *J. Heat Transfer*. 2014. V. 136. № 5. HT-12-1501.
5. *Morris W.D., Woods J.L.* Heat Transfer in the Entrance Region of Tubes Rotate about Parallel Axis // *Archive J. Mech. Eng. Sci.* 1985. V. 20. № 6. P. 319.
6. *Qin Z., Pletcher R.* Large Eddy Simulation of Turbulent Heat Transfer in a Square Duct // *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2006. V. 27. № 3. P. 371.
7. *Hsieh A.S., Biringen S.* Effects of Rotation on Turbulent Production // *J. Appl. Math. Phys.* 2019. V. 7. P. 298.
8. *Dutta S., Andrews M.J., Han J.* Prediction of Turbulent Heat Transfer in Rotating Smooth Square Ducts // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 1996. V. 39. № 12. P. 2505.
9. *Сухов Р.Д.* CFD-моделирование движения потока жидкости во вращающемся канале // *Инновационный потенциал развития науки в современном мире. Сб. ст. по матер. Междун. науч.-практ. конф. Уфа. 24 сент. 2019. Уфа: НИЦ "Вестник науки", 2019. С. 26.*
10. *Вачагина Е.К.* Гидродинамическая структура потока при течении вязких жидкостей во вращающихся конфузоре-диффузорных каналах // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2016. № 4. С. 21.
11. *Hellström L.H.O., Zlatinov M.B., Cao G., Smiths A.J.* Turbulent Pipe Flow Downstream a 90° Bend // *J. Fluid Mech.* 2013. V. 735. R7.
12. *Morris W.D., Dias F.M.* Turbulent Heat Transfer in a Revolving Square-sectioned Tube // *Mech. Eng. Sci.* 1980. V. 22. № 2. P. 95.
13. *Morris W.D., Ghavami-Nasr G.* Heat Transfer Measurements in Rectangular Channels with Orthogonal Mode Rotation // *J. Turbomach.* 1991. V. 113. P. 339.
14. *Lupi V., Canton J., Schlatter P.* Global Stability Analysis of a 90°-Bend Pipe Flow // *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2020. V. 86. 108742.
15. *Naji Abhari M., Ghodsian M., Vaghefi M., Panahpur N.* Experimental and Numerical Simulation in a 90° Bend // *Flow Meas. Instrum.* 2010. V. 21. № 3. P. 292.
16. *Dutta P., Saha S., Nandi N., Pal N.* Numerical Study on Flow Separation in 90° Pipe Bend under High Reynolds Number by $k-\epsilon$ Modelling // *Eng. Sci. Technol. Int. J.* 2016. V. 19. № 2. P. 904.
17. *Liou T.-M., Chen C.-C., Chen M.-Y.* TLCT and LDV Measurements of Heat Transfer and Fluid Flow in a Rotating Sharp Turning Duct // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2001. V. 44. № 9. P. 1777.
18. *Gallo M., Astarja T., Carlomagno G.M.* Heat Transfer Measurements in Rotating Channel // *12th Int. Symp. on Flow Visualization*. Germany. 2006.
19. *Gallo M., Astarja T.* PIV Measurements in Rotating Channel // *7th Int. Symp. on PIV*. Rome. 2007.
20. *Sewall E.A., Tafti D.K., Graham A.B., Thole K.A.* Experimental Validation of Large Eddy Simulation of Flow and Heat Transfer in a Stationary Ribbed Duct // *Heat Fluid Flow*. 2006. V. 27. P. 243.
21. *Xu Q., Yang Y.* Reynolds Stress Constrained Large Eddy Simulation of Separation Flows in a U-duct // *Propuls. Power Res.* 2014. V. 3. № 2. P. 1.
22. *Smirnov E., Panov D., Ris V., Goryachev V.* Towards DES in CFD Optimization: the Case of a Sharp U-bend with/without Rotation // *J. Mech. Sci. Technol.* 2020. V. 34. № 4. P. 1557.
23. *Venters R., Helenbrook B., Ahmadi G.* Numerical Simulation of a Turbulent Flow Through a 90° Elbow // *ASME-JSME-KSME 8th Joint Fluids Eng. Conf.* 2019.
24. *Edo Y., Obi S., Masuda S.* Heat Transfer Experiments in Rotating Boundary Flow // *Heat Fluid Flow*. 2000. V. 21. P. 684.
25. *Себису Т., Брэдишоу П.* Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы. М.: Мир, 1987. 592 с.
26. *Shur M.L., Strelets M.K., Travin A.K., Spalart P.R.* Turbulence Modeling in Rotating and Curved Channels: Assessing the Spalart-Shur Correction // *AIAA J.* 2000. V. 38. № 5. P. 784.
27. *Yakhot V., Orszag S.A.* Renormalization Group Analysis of Turbulence. I. Basic Theory // *J. Sci. Comput.* 1986. V. 1. № 1. P. 3.
28. *Smirnov P.E., Menter F.R.* Sensitization of the SST Turbulence Model to Rotation and Curvature by Applying the Spalart-Shur Correction Term // *ASME J. Turbomach.* 2009. V. 131. 041010.
29. *Wilcox D.C.* Turbulence Modeling for CFD. California: DCW Industries, Inc. La Canada, 1998.
30. *Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.K., Travin A.K.* A Hybrid RANS-LES Approach With Delayed-DES and Wall-Modelled LES Capabilities // *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2008. V. 29. № 6. P. 1638.
31. *Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.K., Travin A.K.* Synthetic Turbulence Generators for RANS-LES Interfaces in Zonal Simulations of Aerodynamic and Aeroacoustic Problems // *Flow Turbulence Combust.* 2014. V. 93. № 1. P. 63.
32. *Mathur S.R., Murthy J.Y.* A Pressure-based Method for Unstructured Meshes // *Numer. Heat Transfer*. 1997. V. 32. P. 195.
33. *Barth T.J., Jespersen D.* The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes // *Tech. Rep. AIAA-89-0366*. Reno, Nevada. 1989.
34. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. Пер. с англ. 124 с.
35. *Holmes D.G., Connell S.D.* Solution of the 2D Navier-Stokes Equations on Unstructured Adaptive Grids // *AIAA Paper* 1989-1548. 1989.