

УДК 532.593+536.711

О ВЛИЯНИИ ДАВЛЕНИЯ И ПОРИСТОСТИ НА ПАРАМЕТРЫ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ПОРИСТОГО ВЕЩЕСТВА

© 2023 г. Р. К. Бельхеева*

*Новосибирский государственный университет (НГУ), Новосибирск, Россия***E-mail: rumia@post.nsu.ru; rimbel@academ.org*

Поступила в редакцию 26.01.2023 г.

После доработки 11.04.2023 г.

Принята к публикации 11.05.2023 г.

Изучено влияние пористости и давления на параметры уравнения состояния пористого материала. В модели учитывается наличие газа в порах. Единообразно (в форме уравнения Ми–Грюнайзена с коэффициентом Грюнайзена, зависящим от плотности) представлены уравнения состояния смеси и составляющих как твердой, так и газообразной. Для описания коэффициента Грюнайзена используется логарифмическая зависимость от плотности. Проведены численные расчеты ударно-волнового нагружения и изохорической разгрузки образцов меди различной пористости. Показано, что параметры уравнения состояния, полученные при нормальных условиях, адекватно описывают поведение вещества как при нагружении, так и при разгрузке.

DOI: 10.31857/S0040364423050022

ВВЕДЕНИЕ

Использование методов ударного обжатия при получении новых материалов с заданными свойствами, динамическом компактировании материалов и др. способствует развитию разделов физики и механики, связанных с изучением явлений, происходящих при интенсивных ударно-волновых нагружениях конденсированных сред. Для описания гидродинамических процессов, происходящих при распространении ударных волн, необходимо знать термодинамические свойства вещества. Теоретическое описание термодинамических свойств конденсированных тел при высоких давлениях и температурах, возникающих при мощных импульсных нагрузках, представляет собой сложную задачу. На практике применяются эмпирические модели, адекватность которых устанавливается сравнением полученных результатов с экспериментальными данными. С помощью ударно-волновых обжатий среды определяется ударная адиабата материала, а дополнительные теоретические соображения позволяют вычислить параметры уравнения состояния. Уравнение состояния играет важную роль в моделировании процессов, происходящих при высокоскоростных нагружениях. Оно несет информацию о свойствах материала и “индивидуализирует” его.

Исследование поведения пористых веществ позволяет получить более информативные сведения о тепловой составляющей уравнения состояния, так как при интенсивных импульсных нагрузках возрастает доля теплового вклада в полное давление и полную энергию вещества. Существует несколько способов описания ударно-волнового воздей-

ствия на пористое вещество. Один из них состоит в том, что процесс нагружения подразделяется на две стадии: сначала при нулевом давлении “затекают” поры (вещество компактируется), а затем происходит сжатие монолита [1]. В [2] предложено рассматривать пористую среду как сплошную среду с уменьшенной средней плотностью, в [3] ударно-волновое нагружение пористой среды представлено как многоступенчатый сложный процесс. Только в небольшом количестве работ этой тематики учитывается содержание газообразного вещества в порах.

Изучению поведения пористых материалов в ударных волнах посвящено большое количество и экспериментальных [4–11], и теоретических [12–15] работ. Современные требования к уравнениям состояния, теоретические и экспериментальные методы исследования термодинамических свойств вещества описаны в [16, 17]. В [18] рассчитываются параметры ударной адиабаты пористого материала с помощью разработанного метода подвижного окна наблюдения на примере меди. Расчеты, уточняющие параметры уравнений состояния с коэффициентом Грюнайзена, зависящим от температуры, для углерода проведены в [19]. В [20] разработана модель уравнения состояния в замкнутом виде функциональной зависимости между давлением, удельным объемом и удельной внутренней энергией для висмута.

В рамках одноконтинуального способа описания смеси взаимодействующих и взаимопроникающих континуумов, находящихся в термодинамическом равновесии, в [21] предложен метод построения уравнения состояния смеси, параметры которого вычисляются по соответствующим пара-

метрам и массовым долям составляющих с помощью одних и тех же формул независимо от величины давления. В [22] предлагается логарифмическая зависимость коэффициента Грюнайзена от плотности, позволяющая адекватно учитывать поведение коэффициента Грюнайзена как для сплошных, так и для сильнопористых веществ, и приводится уравнение, связывающее коэффициенты Грюнайзена смеси и компонентов. В [21, 22] все параметры уравнения состояния вычисляются для каждого значения давления. Настоящая работа посвящена изучению того, насколько сильно эти параметры зависят от текущего давления и начальной пористости.

МОДЕЛЬ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ДЛЯ РАВНОВЕСНОЙ СМЕСИ

В данном исследовании пористое вещество рассматривается как гетерогенная среда, поры в которой заполнены воздухом. Поры считаются замкнутыми и изолированными, так что газообразная составляющая не просачивается из системы твердое вещество–воздух, также не учитывается испарение твердого вещества и увеличение концентрации газообразного вещества под действием ударной волны. Под пористостью m понимается отношение плотности монолита к плотности пористого вещества. Для описания поведения пористых веществ используется модель взаимопроникающих и взаимодействующих континуумов, принципы построения которой изложены в работе [23].

Предполагая, что многокомпонентная смесь находится в состоянии локального термодинамического равновесия, ее движение можно описать как движение одного континуума с уравнением состояния, учитывающим свойства компонентов смеси и их массовые доли. При термодинамическом равновесии смеси выполняются условия $P_i = P$, $T_i = T$, $u_i = u$, где P_i , T_i , u_i – давление, температура и массовая скорость компонента i соответственно; P , T , u – давление, температура и массовая скорость смеси. Совпадение скоростей в составляющих смеси обусловлено тем, что силы взаимодействия настолько велики, что их несовпадением можно пренебречь. Совпадение температур обусловлено высокой интенсивностью теплообмена между компонентами. Термодинамические свойства смеси определяются свойствами составляющих ее компонентов. Считается, что свойства компонентов простых смесей не меняются и задаются уравнениями состояния этих веществ в свободном состоянии. Предполагается, что компоненты смеси представляют собой двухпараметрические среды, т.е. термодинамические функции каждой составляющей зависят от двух термодинамических параметров: истинной плотности ρ_{ii} (массы i -й составляющей в единице ее объема) и температуры.

В механике гетерогенных сред каждая составляющая занимает только часть объема смеси, и для простых N компонентных смесей (не образующих

связей в атомарном масштабе) выполняется условие аддитивности по объемам компонентов

$$V = \sum_{i=1}^N V_i,$$

где V – объем смеси, V_i – объем составляющей. Из выражения для объема смеси можно получить выражение для плотности многокомпонентной смеси в виде

$$\frac{1}{\rho} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\rho_{ii}}, \quad (1)$$

где x_i – массовые доли компонентов.

Как для каждого компонента, так и для смеси использовалось уравнение состояния в форме уравнения Ми–Грюнайзена:

$$P = P_X + P_T, \quad (2)$$

где $P_X = A \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right]$ – упругая составляющая давления, описываемая уравнением типа уравнения Тета; $P_T = \gamma \rho E_{Th}$ – тепловая составляющая давления; ρ – плотность среды; ρ_0 – параметр уравнения состояния (в случае конденсированного вещества это его плотность при нормальных условиях); A , n – константы, характеризующие вещество; γ – коэффициент Грюнайзена; E_{Th} – тепловая энергия.

Параметр A вычисляется по формуле $A = \frac{c_0^2 \rho_0}{n}$, где c_0 – объемная скорость звука при нормальных условиях. Использование уравнения состояния вида (2) для воздуха показано в [24].

Внутренняя энергия также представляется в виде суммы двух составляющих:

$$E = E_X + E_T. \quad (3)$$

Здесь упругая часть энергии сжатия E_X связана с упругой составляющей давления зависимостью

$$E_X = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{P_X}{\rho^2} d\rho.$$

Тепловая часть внутренней энергии задается соотношением $E_T = c_v (T - T_0)$ где c_v – удельная теплоемкость, T – температура, T_0 – начальная температура. Удельная теплоемкость смеси задается выражением $c_v = \sum_{i=1}^N x_i c_{vi}$ где c_{vi} – удельные теплоемкости компонентов. Это соотношение получено с учетом предположения об аддитивности внутренней энергии смеси по массам составляющих. Уравнение для внутренней энергии (3) нормировано таким образом, чтобы при нормальных условиях ($\rho = \rho_0$, $T = T_0$) внутренняя энергия E_0 была равна нулю $E_0 = 0$.

Зависимость коэффициента Грюнайзена от плотности задана соотношением

$$\gamma = \gamma_0 \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\ln \frac{\rho}{\rho_0}}.$$

Использование функции $\ln \frac{\rho}{\rho_0}$ в показателе обобщает модель коэффициента Грюнайзена, приведенную в [22], поскольку знак логарифма зависит от величины аргумента. Кроме того, показатель степени изменяется с изменением плотности.

В этом случае уравнение состояния (2) принимает вид

$$P = A \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right] + \gamma_0 \rho \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\ln \frac{\rho}{\rho_0}} c_v (T - T_0). \quad (4)$$

Уравнение состояния (4) нормировано таким образом, чтобы при нормальных условиях ($\rho = \rho_0$, $T = T_0$) давление было равно нулю $P = 0$. Такое приближение возможно, поскольку давление в ударной волне много больше атмосферного давления.

Подставив в (1) истинные плотности ρ_{ii} , выраженные из уравнений вида (4), и представив эти функции в виде рядов Тейлора, получаем соотношения, позволяющие выражать параметры уравнения состояния пористого вещества A , ρ_0 , n , γ_0 через соответствующие параметры и массовые доли компонентов.

Пусть $A_1 < \dots < A_N$. Вводя обозначения

$$\begin{aligned} R_1 &= \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\rho_{ii0}} \left(\frac{A_i}{P + kA_N} \right)^{1/n_i}, \\ R_2 &= \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\rho_{ii0}} \left(\frac{A_i}{P + kA_N} \right)^{1/n_i} \frac{kA_N - A_i}{n_i}, \\ R_3 &= \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\rho_{ii0}} \left(\frac{A_i}{P + kA_N} \right)^{1/n_i} (n_i + 1) \left(\frac{kA_N - A_i}{n_i} \right), \end{aligned}$$

выражения для определения параметров уравнения состояния смеси A , ρ_0 , n , γ_0 запишем в виде

$$\begin{aligned} n &= \frac{R_1 R_3}{R_2^2} - 1, \quad A = kA_N - \frac{n R_2}{R_1}, \\ \rho_0 &= \frac{1}{R_1} \left(\frac{A}{P + kA_N} \right)^{1/n}, \quad \gamma_0 = \frac{n}{c_v} (\rho_0 B_1)^{\ln(\rho_0 B_1)} B_2, \\ B_1 &= \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\rho_{ii0}} \left(\frac{A_i}{P + kA_N} \right)^{1/n_i}, \\ B_2 &= \sum_{i=1}^N \frac{x_i \gamma_{i0} c_{vi}}{n_i} \left(\frac{P + kA_N}{A_i} \right)^{\frac{1}{n_i} \ln \frac{A_i}{P + kA_N}}. \end{aligned} \quad (5)$$

В [21] показано, что значение $k = 2$ гарантирует выполнение условия сходимости.

Таким образом, получена модель уравнения состояния смеси, параметры которой задаются с

помощью термодинамических параметров и массовых концентраций компонентов соотношениями (5) и параметром k . Согласно этой модели, параметры уравнения состояния смеси вычисляются с помощью одних и тех же выражений при любых значениях давления. Полученное уравнение состояния смеси удовлетворяет всем требованиям, сформулированным в [25].

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Для выяснения вопроса о том, насколько сильно параметры уравнения состояния, вычисляемые с помощью соотношений (5), зависят от текущего давления P , проведены две серии расчетов ударно-волнового нагружения образцов пористой меди: с параметрами, зависящими от давления, и параметрами, вычисленными при $P = 0$.

В случае, когда среда перед фронтом прямой ударной волны покоится и давление в невозмущенной среде равно нулю, уравнения Гюгоньо для равновесной смеси имеют вид

$$\begin{aligned} \rho_{00} D &= \rho(D - u), \\ P &= \rho_{00} Du, \quad E - E_0 = \frac{P}{2} \left(\frac{1}{\rho_{00}} - \frac{1}{\rho} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где ρ_{00} , E_0 — соответственно плотность и внутренняя энергия единицы массы смеси перед фронтом ударной волны; u , P , E — массовая скорость, давление и удельная внутренняя энергия среды за фронтом ударной волны; D — скорость фронта ударной волны. Добавление к соотношениям (6) уравнений состояния среды (2), (3) с параметрами, определяемыми соотношениями (5), приводит к системе уравнений для неизвестных u , D , P , E , ρ . Задавая значение массовой скорости среды за фронтом ударной волны, из этой системы уравнений можно определить значения всех искомых величин.

Одним из методов определения уравнения состояния вещества является метод ударно-волновых обжатий материала, в результате чего устанавливаются параметры уравнения состояния вещества при высоких давлениях. В ходе анализа ударных адиабат для сплошной и пористой меди получены и использованы при проведении расчетов для всех значений пористости медного образца одни и те же параметры уравнения состояния компонентов, которые указаны в таблице.

Для изучения зависимости параметров уравнения состояния от давления и пористости введены обозначения

$$dA = \frac{|A^0 - A|}{A^0}, \quad dn = \frac{|n^0 - n|}{n^0}, \quad d\rho_0 = \frac{|\rho^0 - \rho_0|}{\rho^0},$$

где A , n , ρ_0 — параметры уравнения состояния, вычисленные по формулам (5) при давлениях нагружения P , а A^0 , n^0 , ρ^0 — при $P = 0$. На рис. 1 параллельно проводится сравнение влияния пористо-

Параметры уравнений состояния воздуха и меди

Вещество	ρ_{i0} , кг/м ³	A_i , Па	n_i	c_{vi} , кДж/(кг К)	γ_{i0}
Воздух	1.3	0.695×10^{-3}	2.20	0.718	0.16
Медь	8.93×10^3	329.5×10^8	4.25	0.382	2.00

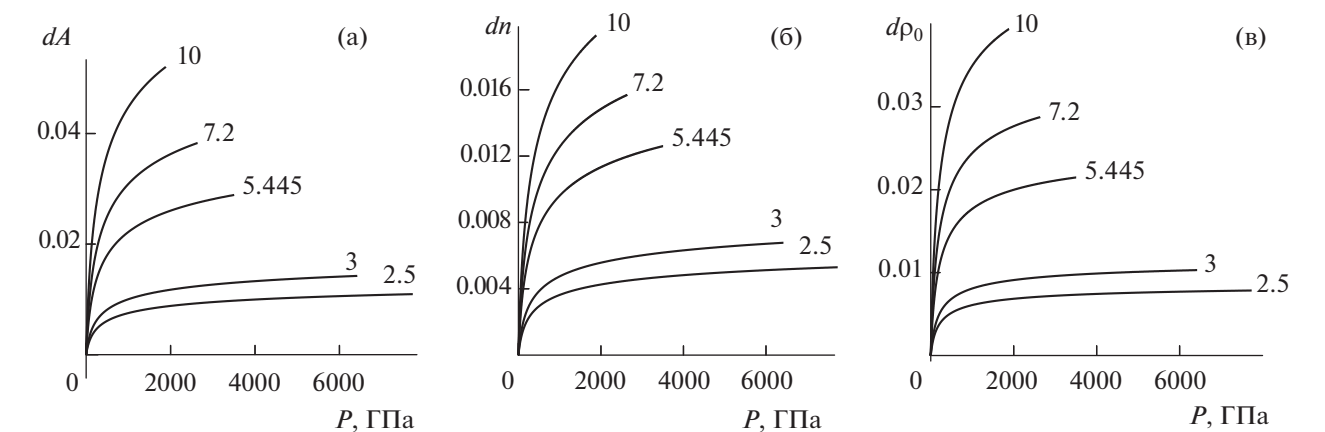


Рис. 1. Зависимости относительных погрешностей коэффициента сжимаемости (а), показателя сжимаемости (б), начальной плотности (в) от пористости и давления.

сти и давления на относительные погрешности характеристик уравнения состояния пористой меди при ударно-волновом нагружении.

Рядом с кривыми проставлены значения соответствующих пористостей. С увеличением пористости относительные погрешности параметров увеличиваются, но эти погрешности малы и не превосходят 5%.

В ударно-волновых экспериментах наиболее надежно и точно измеряются кинематические характеристики ударных волн сжатия: скорость ударной волны D и массовая скорость вещества за фронтом ударной волны u относительно скорости вещества перед волной. С целью верификации предлагаемой модели уравнения состояния смеси для описания поведения пористого материала при ударно-волновом нагружении на рис. 2 приведен результат сравнения в координатах $u-D$ ударных адиабат, рассчитанных в двух приближениях. Совпадение двух групп кривых и хорошее описание экспериментальных данных убедительно показывают, что нет необходимости вычислять значения параметров уравнения состояния для каждого значения давления на ударной адиабате. Достаточно вычислить эти значения при давлении $P = 0$ для заданной пористости и использовать их при любых значениях давления нагружения P .

Для полного представления о том, как текущее давление и начальная пористость образца влияют на параметры уравнения состояния пористых материалов, изучается поведение пористых образцов при изоэнтропической разгрузке из конечного со-

стояния материала, подвергнутого ударно-волновому сжатию. С этой целью приведем выражения для изоэнтропы разгрузки и скорости звука в рассматриваемом веществе.

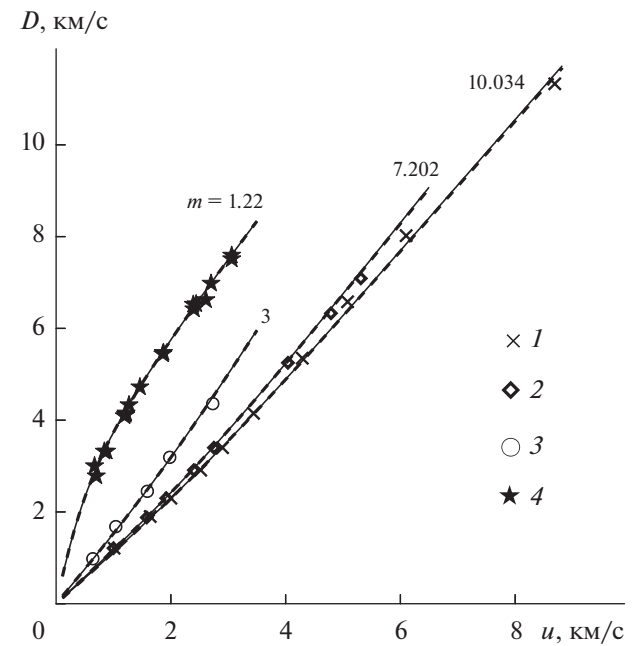


Рис. 2. Ударные адиабаты для пористых образцов меди в координатах $u - D$, экспериментальные данные: 1, 2 – [26]; 3 – [27]; 4 – [28]; сплошные линии – при переменных параметрах уравнения состояния вычислены по формулам (5) при давлениях нагружения P ; штриховые – при $P = 0$.

Используя основное уравнение термодинамики

$$dS = dE/T + Pdv/T,$$

после преобразований получаем уравнение изоэнтропы разгрузки

$$\ln \left(\frac{c_v(T - T_0)}{c_{v_{in}}(T_{in} - T_0)} \right) = - \int_{v_{in}}^v \frac{\gamma(v)}{v} dv.$$

Здесь S – энтропия, v – удельный объем, индекс in относится к исходному состоянию, в котором энтропия $S = S_{in}$.

Интеграл $\int_{v_{in}}^v \frac{\gamma(v)}{v} dv$ вычисляется путем замены переменной интегрирования $t = \ln \frac{v}{v_0}$ и представления подынтегрального выражения в виде ряда Тейлора.

В предположении постоянства удельной теплоемкости $c_v = c_{v_{in}}$ получено следующее выражение, связывающее температуру и плотность на изоэнтропе разгрузки:

$$\frac{(T - T_0)}{(T_{in} - T_0)} = e^{-\gamma_0 \left(\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n!(2n+1)} \left[\left(\ln \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2n+1} - \left(\ln \frac{\rho_0}{\rho_{in}} \right)^{2n+1} \right] \right)}. \quad (7)$$

Вычислив производную полного давления по плотности при постоянной энтропии и используя соотношение (7), получаем выражение для вычисления скорости звука

$$C_s^2 = \frac{1}{\rho} \left[n(P_X + A) + \left(\gamma + 1 + 2 \ln \frac{\rho_0}{\rho} \right) P_T \right].$$

На рис. 3 приведен результат сравнения зависимостей скорости звука в координатах $u-C_s$, где C_s – скорость звука в образце, подвергнутом ударно-волновому нагружению и последующей разгрузке до нулевых давлений, также рассчитанных в двух описанных выше приближениях. Рядом с кривыми проставлены соответствующие значения пористостей m исходного материала.

Рис. 4 демонстрирует результаты сравнения в координатах $\rho-P$ расчетных (1–4) и экспериментальных ударных адиабат пористых образцов меди, рассчитанных в двух описанных выше приближениях. Так же как и для $u-D$ -адиабат, расчетные кривые, описывающие ударно-волновое нагружение, совпадают для обоих приближений и показывают хорошее соответствие экспериментальных данных. Начальные точки для изоэнтроп разгрузки (они же конечные точки на ударных адиабатах) выбраны так, чтобы были охвачены точки экспериментов. На рис. 3, 4 проводится соответственно сравнение только расчетных скоростей звука и изоэнтроп разгрузки из конечного нагруженного состояния по двум описанным выше приближениям уравнения состояния. Изоэнтропы разгрузки хорошо описывают экспериментальные данные.

C_s , км/с

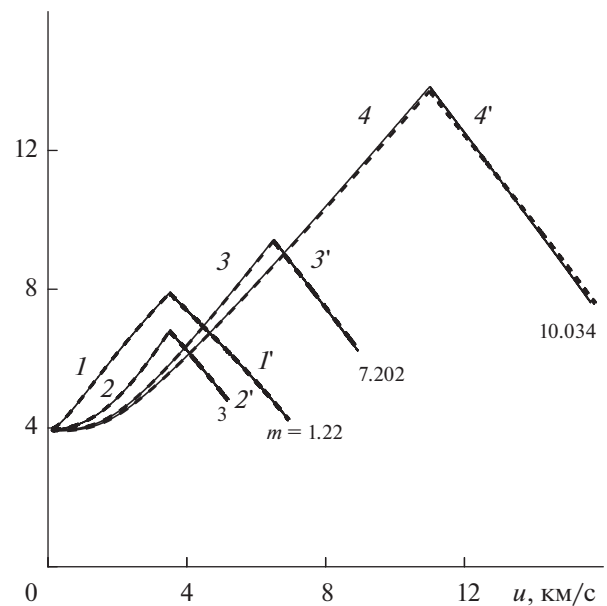


Рис. 3. Скорости звука на ударных адиабатах и изоэнтропах разгрузки для образцов меди различной пористости: 1–4 – ударные адиабаты; 1'–4' – изоэнтропы разгрузки; сплошные линии – при переменных параметрах уравнения состояния; штриховые – при постоянных.

P , ГПа

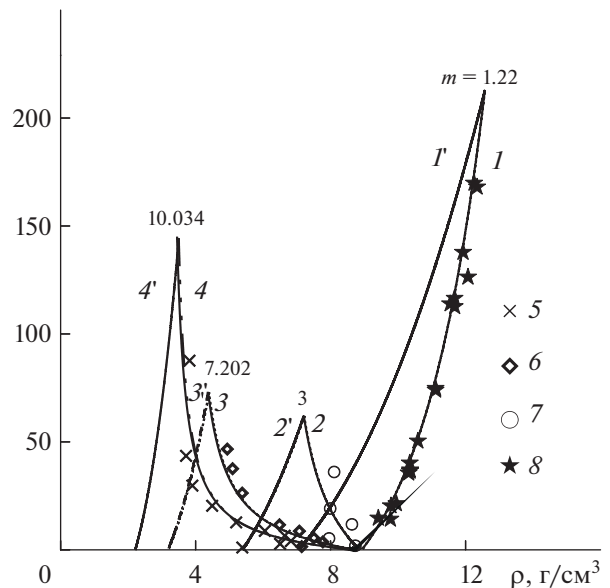


Рис. 4. Ударные адиабаты (1–4) и изоэнтропы разгрузки (1'–4') в координатах $\rho-P$ для образцов меди различной пористости; экспериментальные данные: 5, 6 – [26]; 7 – [27]; 8 – [28].

На рис. 5 представлены результаты расчетов по двум сравниваемым моделям уравнения состояния ударных адиабат и изоэнтроп разгрузки для образцов меди различной пористости. Кривые, проведенные пунктирными и сплошными лини-

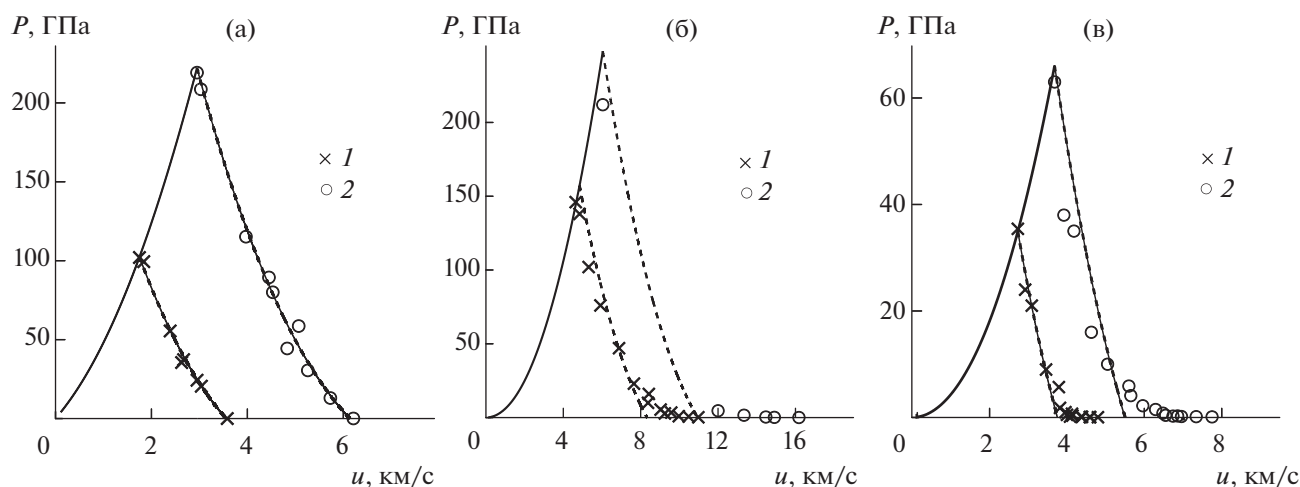


Рис. 5. Ударные адиабаты (сплошные кривые) и изоэнтропы разгрузки (штриховые) в координатах u – P для сплошных образцов меди (а), образцов меди пористости $m = 2.414$ (б) и $m = 3.0$ (в); (а): 1 – экспериментальные данные [29] из начальной точки $u = 1.75$ км/с, $P = 102$ ГПа; 2 – 2.95, 209; (б): 1 – [30], $u = 4.84$ км/с, $P = 138$ ГПа; 2 – 6.04, 212; (в) 1 – $u = 2.73$ км/с, $P = 35$ ГПа; 2 – 3.68, 63.

ями, практически не отличаются, и оба типа кривых хорошо описывают результаты экспериментов. Это говорит о применимости модели уравнения состояния, параметры которого вычислены при $P = 0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование показало, что параметры уравнения состояния для описания поведения пористых материалов, полученные с помощью модели, предложенной в [19], незначительно зависят от давления. Отличие параметров, вычисленных по формулам (5) при давлениях нагружения P и при давлении $P = 0$, не превышает ошибки экспериментов, причем это отличие тем больше, чем больше начальная пористость материала. Сравнение результатов проведенных в данной работе расчетов для образцов меди с различной начальной пористостью от $m = 1.22$ до $m = 10.034$ показало, что наибольшее отличие относительной погрешности параметров не превышает 5% при начальной пористости $m = 10.034$. Пренебрежимо малое отличие двух групп ударных адиабат и изоэнтроп разрежения дает основание для использования во всем диапазоне давлений параметров уравнения состояния, вычисленных при значении давления $P = 0$ для заданной пористости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 632 с.
2. Зельдович Я.Б. Об исследовании уравнения состояния с помощью механических измерений // ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 1577.
3. Болховитинов Л.Г. Особенности ударного сжатия пористых сред // Докл. I Всесоюз. симпоз. по импульсным давлениям. М.: ВНИИФТРИ, 1974. Т. 1. С. 71.
4. Фунтиков А.И. Ударное сжатие пористого урана // ТВТ. 1998. Т. 36. № 3. С. 406.
5. Трунин Р.Ф., Симаков Г.В., Медведев А.Б. Сжатие титана в ударных волнах // ТВТ. 1999. Т. 37. № 6. С. 881.
6. Гударенко Л.Ф., Гущина О.Н., Жерноклетов М.В., Медведев А.Б., Симаков Г.В. Ударное сжатие и изоэнтропическое расширение пористых образцов вольфрама, никеля и олова // ТВТ. 2000. Т. 38. № 3. С. 437.
7. Трунин Р.Ф., Панов Н.В. Ударное сжатие пористой меди при мегабарных давлениях // ТВТ. 2000. Т. 38. № 5. С. 754.
8. Трунин Р.Ф., Симаков Г.В., Панов Н.В. Ударное сжатие пористого алюминия и никеля при мегабарных давлениях // ТВТ. 2001. Т. 39. № 3. С. 430.
9. Баженова Т.В., Голуб В.В., Мировая О.А., Котельников А.Л., Ленкевич Д.А. Ослабление действия отраженной ударной волны при взрыве внутри объема со стенками из гранулированного материала // ТВТ. 2012. Т. 50. № 3. С. 476.
10. Бушман А.В., Жерноклетов М.В., Ломоносов И.В., Сутулов Ю.Н., Фортвов В.Е., Хищенко К.В. Ударная сжимаемость и уравнение состояния полиамида // Письма ЖЭТФ. 1993. Т. 58. № 8. С. 640.
11. Милявский В.В. Эмпирическая формула для оценки параметров ударного сжатия пористого вещества // ТВТ. 2000. Т. 38. № 2. С. 232.
12. Чарахчян А.А., Ломоносов И.В., Милявский В.В., Фортвов В.Е., Фролова А.А., Хищенко К.В., Шуршалов Л.В. О сходящихся ударных волнах в пористых средах // Письма ЖЭТФ. 2004. Т. 30. № 1. С. 72.
13. Charakhch'yan A.A., Khishchenko K.V., Fortov V.E., Frolova A.A., Milyavskiy V.V., Shurshalov L.V. Shock Compression of Some Porous Media in Conical Targets: Numerical Study // Shock Waves. 2011. V. 21. № 1. P. 35.
14. Khishchenko K.V., Charakhch'yan A.A., Fortov V.E., Frolova A.A., Milyavskiy V.V., Shurshalov L.V. Hydrodynamic Simulation of Converging Shock Waves in Porous Conical Samples Enclosed within Solid Targets // J. Appl. Phys. 2011. V. 110. № 5. P. 053501.

15. Кинеловский С.А., Маевский К.К. Модель поведения алюминия и смесей на его основе при ударно-волновом воздействии // ТВТ. 2014. Т. 52. № 6. С. 843.
16. Ломоносов И.В., Фортova С.В. Широкодиапазонные полуэмпирические уравнения состояния вещества для численного моделирования высокоэнергетических процессов // ТВТ. 2017. Т. 55. № 4. С. 596.
17. Khishchenko K.V. Equation of State for Niobium at High Pressures // *Mathematica Montisnigri*. 2020. V. 47. P. 119.
18. Мурзов С.А., Паршиков А.Н., Дьячков С.А., Егорова М.С., Медин С.А., Жаховский В.В. Моделирование стационарных ударных волн в пористой меди методом сглаженных частиц (SPH) // ТВТ. 2021. Т. 59. № 2. С. 221.
19. Маевский К.К. Численное моделирование термодинамических параметров углерода // ТВТ. 2021. Т. 59. № 5. С. 701.
20. Khishchenko K.V. Equation of State for Bismuth at High Energy Densities // *Energies*. 2022. V. 15. № 19. P. 7067.
21. Бельхеева Р.К. Уравнение состояния сильнопористого вещества // ТВТ. 2015. Т. 53. № 3. С. 367.
22. Бельхеева Р.К. Модель коэффициента Грюнайзена для широкого диапазона плотностей на примере меди // ТВТ. 2021. Т. 59. № 4. С. 514.
23. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
24. Бельхеева Р.К. Построение уравнения состояния пористой смеси конденсированных компонентов // ПМТФ. 2012. Т. 53. № 4. С. 3.
25. Валько В.В., Ломоносов И.В., Острик А.В., Фортov В.Е., Хищенко К.В. Широкодиапазонные уравнения состояния конструкционных материалов. В кн.: Физика ядерного взрыва: В 5 т. Т. 2. Действие взрыва. М.: Физматлит, 2010. С. 140.
26. Грязнов Б.К., Жерноклетов М.В., Иосилевский И.Л. и др. Ударно-волновое сжатие сильнонеидеальной плазмы металлов и ее термодинамика // ЖЭТФ. 1998. Т. 114. Вып. 4(10). С. 1242.
27. Трунин Р.Ф., Симаков Г.В., Сутулов Ю.Н. и др. Сжимаемость пористых металлов в ударных волнах // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. Вып. 3. С. 1024.
28. Levashov P.R., Khishchenko K.V., Lomonosov I.V., Fortov V.E. Database on Shock-wave Experiments and Equations of State Available via Internet // AIP Conf. Proc. 2004. V. 706. P. 87.
29. Жерноклетов М.В., Зубарев В.Н., Сутулов Ю.Н. Адиабаты пористых образцов и изэнтропы расширения сплошной меди // ПМТФ. 1984. № 1. С. 119.
30. Альтшулер Л.В., Бушман А.В., Жерноклетов М.В., Зубарев В.Н., Леонтьев А.А., Фортov В.Е. Изэнтропы разгрузки и уравнение состояния металлов при высоких плотностях энергии // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. № 2. С. 741.