

УДК 532.517.2

ЛАМИНАРНОЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕЕ ТЕЧЕНИЕ НА НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ ПЛОСКОГО КАНАЛА

© 2023 г. Е. П. Валueva*, В. С. Зюкин

Национальный исследовательский университет “Московский энергетический институт”, Москва, Россия

*E-mail: ep.valueva@gmail.com

Поступила в редакцию 23.12.2022 г.

После доработки 21.02.2023 г.

Принята к публикации 11.05.2023 г.

Предложен метод решения задачи о пульсирующем квазистационарном течении в канале, основанный на использовании результатов расчета для стационарного течения. Данный подход применим при невысокой относительной частоте колебаний (для чисел Вомерсли меньше единицы). Решение системы стационарных уравнений движения и неразрывности на начальном участке плоского канала проведено методом конечных разностей с помощью итерационной неявной безусловно устойчивой схемы. Исследованы гидродинамические характеристики развивающегося пульсирующего ламинарного течения в плоском канале. Представлены результаты расчетов продольной составляющей скорости, чисел Пуазейля, Эйлера в зависимости от относительной амплитуды колебания средней по сечению скорости A и безразмерной длины канала. Получено, что при значениях A , превышающих единицу, осредненные по периоду коэффициенты гидравлического сопротивления и сопротивления трения вблизи входа в канал значительно выше, чем эти величины при стационарном течении. Показано, что для осуществления пульсирующего течения с большими амплитудами колебаний необходимо создать средний по времени перепад давления примерно в три раза выше (при $A = 5$), чем для стационарного течения.

DOI: 10.31857/S0040364423040166

ВВЕДЕНИЕ

Исследование процессов гидродинамики и теплообмена при пульсирующем течении в каналах является важной теоретической и прикладной задачей. С середины прошлого века оставался открытым вопрос о влиянии на теплоотдачу наложения пульсаций расхода; эта проблема изучалась как экспериментально, так и расчетно-теоретическим путем. Сведения о противоречивом характере указанного влияния получили объяснение лишь сравнительно недавно [1]. Оказалось, что среднее по периоду колебаний число Нуссельта \overline{Nu} только для небольших относительных амплитуд колебаний расхода $A < 1$ практически не меняется по сравнению с его значением Nu_s при стационарном течении и может даже уменьшаться. Вблизи входа в обогреваемый участок канала наблюдается незначительный, до нескольких процентов, максимум отношения \overline{Nu}/Nu_s . Однако этот максимум заметно возрастает с увеличением амплитуды колебаний $A > 1$.

Получение корректных результатов численного решения задачи о теплообмене при пульсирующем течении с $A > 1$ возможно лишь при специальной постановке граничных условий. Перед обогреваемым участком необходимо разместить

адиабатический (необогреваемый) участок. Длина этого участка должна составлять несколько длин тепловой волны, тогда его наличие не будет влиять на результаты расчета в обогреваемой области. Длина тепловой волны обратно пропорциональна частоте колебаний, поэтому в квазистационарной области низкочастотных колебаний проведение расчетов с предвключенным адиабатическим участком в пределе бесконечной длины не представляется возможным. В этом случае можно использовать прием, примененный в работе [2]: привлечь данные для стационарного течения.

Расчеты в работах [1, 2] выполнены для развитого гидродинамически стабилизированного течения. На начальном гидродинамическом участке при пульсирующем течении данные и по гидродинамике, и по теплообмену отсутствуют. Можно указать лишь работу [3], в которой задача решена методом конечных разностей. Значение амплитуды колебаний A не превышало 0.8. Показано, что длина начального гидродинамического участка в высокочастотном режиме уменьшается с увеличением частоты колебаний.

Теплообмен во многом определяется гидродинамикой потока. Особенности процесса теплообмена при пульсирующем квазистационарном ламинарном течении в плоском канале рассмотре-

ны в работе [4]. Показано, что пульсации расхода в определенных условиях приводят к заметному возрастанию средней по периоду колебаний теплоотдачи, что может быть связано с изменением продольной составляющей вектора скорости при наложении на развивающееся течение пульсаций средней по сечению скорости. Это предположение подтверждено расчетами, проведенными в представленной работе.

Исследование ламинарного пульсирующего течения имеет важное прикладное значение. Ламинарное течение осуществляется в планарных теплообменных аппаратах, состоящих из щелевых микроканалов [5]. Такие теплообменники обладают высоким коэффициентом компактности и большими значениями коэффициента теплопередачи. Они могут применяться для охлаждения элементов электронной аппаратуры, криогенных установок, микроканальных химических реакторов. Известно, что на начальном участке теплоотдача к газам ниже, чем теплоотдача к жидкостям, обладающим более высокими значениями коэффициента теплопроводности и числа Прандтля. Однако наиболее оптимальным для теплообменных аппаратов является равенство коэффициентов теплоотдачи со стороны обоих теплоносителей. Организация пульсирующего течения газа в теплообменниках газ–жидкость может повысить теплоотдачу со стороны газа и приблизить ее к теплоотдаче со стороны жидкости.

Следует отметить, что плоский канал является предельным случаем щелевого канала с малым отношением длин его сторон γ . В [1, 6] показано, что значения гидродинамических величин для стационарного и пульсирующего течения в прямоугольном канале при $\gamma < 0.15$ близки к их значениям при течении в плоском канале.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основные уравнения. При получении значений гидродинамических величин для квазистационарного течения по данным для стационарного течения используется понятие квазистационарного режима. В этом режиме характеристики течения в каждый момент времени соответствуют значению числа Рейнольдса в этот момент. Для пульсирующего течения число Рейнольдса и средняя по сечению скорость меняются во времени по гармоническому закону

$$\text{Re} = \overline{\text{Re}}(1 + A \cos \omega t), \quad \langle U \rangle = 1 + A \cos \omega t,$$

где $U = u/\langle \bar{u} \rangle$, u – продольная составляющая вектора скорости, $\langle \bar{u} \rangle = \frac{1}{\pi h} \int_0^{2\pi} \int_0^{h/2} u(y) dy d(\omega t)$ – средняя по сечению и времени скорость, y – расстояние от стенки канала, h – ширина канала, ω – круговая частота, t – время.

В квазистационарном режиме справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{u}{\langle \bar{u} \rangle(\omega t)} &= U(X, Y, \omega t) = U_s(X/\langle U \rangle, Y)\langle U \rangle(\omega t), \\ \text{Po}_\tau(X, \omega t) &= \text{Po}_{\tau s}(X/\langle U \rangle)\langle U \rangle(\omega t), \\ \text{Po}(X, \omega t) &= \text{Po}_s(X/\langle U \rangle)\langle U \rangle(\omega t), \end{aligned}$$

где $X = x/(h\overline{\text{Re}})$ и $Y = y/h$ – безразмерные продольная и поперечная координаты, индексом s обозначены величины для стационарного течения.

В приведенные выше соотношения входят числа Пуазейля Po_τ и Po , которые являются коэффициентами пропорциональности в зависимости от числа Рейнольдса коэффициентов сопротивления трения $\xi^\tau = \frac{4\tau_w}{\rho \langle \bar{u} \rangle^2}$ ($\tau_w = \mu(\partial u/\partial y)_{y=0}$ – касательное напряжение на стенке) и гидравлического сопротивления $\xi^p = -\frac{dp}{dx} \frac{2h}{\rho \langle \bar{u} \rangle^2}$. Число Po_τ является безразмерным касательным напряжением на стенке $\text{Po}_\tau = \frac{4\tau_w h}{\mu \langle \bar{u} \rangle}$, Po – безразмерным градиентом

давления $\text{Po} = -\frac{dp}{dx} \frac{2h^2}{\mu \langle \bar{u} \rangle}$. Для ламинарного течения $\xi^\tau = \text{Po}_\tau/\text{Re}$, $\xi^p = \text{Po}/\text{Re}$. Значения Po_τ и Po определяются формой канала. Для стационарного развитого течения в плоском канале $\text{Po}_{\tau\infty} = \text{Po}_\infty = 24$.

Данные для стационарного течения получены из решения системы уравнений движения и неразрывности для жидкости с постоянными свойствами, записанных в приближении узкого канала:

$$U_s \frac{\partial U_s}{\partial X} + V_s \frac{\partial U_s}{\partial Y} = \frac{\text{Po}_s}{2} + \frac{\partial^2 U_s}{\partial Y^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_s}{\partial X} + \frac{\partial V_s}{\partial Y} = 0, \quad (2)$$

где $V_s = \overline{V_s} \frac{v_s}{\langle \bar{u} \rangle}$, v_s – поперечная составляющая скорости.

Граничные условия для этих уравнений имеют следующий вид. На входе задается равномерный профиль скорости $X = 0: U_s = 1, V_s = 0$. На стенке применяется условие прилипания и непроницаемости $Y = 0: U_s = V_s = 0$. На оси канала выполняется условие симметрии $Y = 1/2: \partial U_s/\partial Y = 0$.

Система уравнений (1), (2) решалась методом конечных разностей с использованием итерационной неявной безусловно устойчивой схемы первого порядка точности по X и второго по Y . Безразмерный градиент давления $\text{Po}_s(X)$ на каж-

дом слое по X находился методом расщепления с использованием интеграла уравнения неразрывности $\int_0^{1/2} U_s dY = 1$. По найденному профилю скорости $U_s(Y)$ разностным консервативным способом находилось число Пуазейля Ro_{ts} . С погрешностью менее 1% выполнялся баланс импульса

$$Ro_s = 2 \frac{\partial}{\partial X} \int_0^{1/2} U_s^2 dY + Ro_{ts}.$$

Первый член в правой части этого соотношения учитывает вклад в гидравлическое сопротивление изменения профиля скорости при развитии течения вдоль канала. За пределами участка гидродинамической стабилизации этот член равен нулю.

Получено хорошее совпадение результатов расчета с некоторыми имеющимися данными для развивающегося течения в плоском канале, например с профилем продольной скорости, приведенным в [7].

Представляет интерес вычисление перепада давления, необходимого для движения жидкости вдоль канала. В безразмерном виде этот перепад характеризуется числом Эйлера $Eu(X) = \frac{p_0 - p(X)}{\rho \langle \bar{u} \rangle^2}$, где

p_0 – давление при $X = 0$. Число Эйлера находится интегрированием по длине числа Пуазейля $Eu(X) = \frac{1}{2} \int_0^X Ro(X) dX$. В рамках приближения узкого канала $Ro \rightarrow \infty$ при $X \rightarrow 0$. В действительности аксиальный перенос импульса, вклад которого значителен в области $X \approx 0$, приводит к конечному значению Ro в этой области. В данной работе значение $Ro(0)$ получалось экстраполированием зависимости $Ro(X)$ вблизи входа в канал. Такой подход приводит к некоторой ошибке, обусловленной использованием приближения узкого канала.

Длина участка гидродинамической стабилизации. Расчет длины участка гидродинамической стабилизации для квазистационарного пульсирующего течения проведен с использованием имеющихся в литературе зависимостей для стационарного течения. В [8] в результате обобщения расчетных данных получена зависимость длины начального гидродинамического участка от числа Рейнольдса при условии, когда на входе задается равномерный профиль скорости и на стенке выполняется условие прилипания:

$$l_s/h = \left[0.631^{1.6} + (0.0442 Re)^{1.6} \right]^{1/1.6}. \quad (3)$$

В [9] аналогичная зависимость предложена на основе результатов расчета, проведенных при другой постановке граничных условий на стенке. На входе в канал также задается равномерный про-

филь скорости, но граничное условие прилипания ставится лишь на некотором расстоянии от входа. Полагается, что на участке, примыкающем к входу, стенка является линией тока. Согласно [9], запишем

$$l_s/h = -0.109 + 0.0432 Re + 0.463e^{-0.08 Re}. \quad (4)$$

В последнем случае наблюдается некая аналогия между постановками гидродинамической и тепловой задач, когда перед обогреваемым участком имеется предвключенный адиабатический участок. Расчет по зависимостям (3) и (4) показал, что при малых числах Рейнольдса, начиная с $Re_0 \approx 3$, длина участка стабилизации стремится к постоянной величине l_0 , которая несколько выше для граничного условия прилипания. Влияние граничных условий становится незаметным при числах Рейнольдса $Re > 20$. Как следует из данных, приведенных в [9], длину начального гидродинамического участка можно описать зависимостью из [10]

$$l_s/h = 0.625 + 0.044 Re. \quad (5)$$

При расчете квазистационарного течения в эту зависимость входит число Рейнольдса, изменяющееся во времени $Re = \overline{Re}(1 + A \cos \omega t)$.

Расчет гидродинамики при обратном движении потока. Расчет для относительных колебаний средней по сечению скорости $A > 1$ имеет свои особенности, поскольку $\langle U \rangle < 0$, в некоторой части периода $\pi \leq \omega t < \omega t_0$; $\omega t_0 = \arccos(1/A)$. Предполагается, что задана конечная длина канала l ($L = l/(h \overline{Re})$). Граничные условия на выходе из канала совпадают с условиями на входе, где задается равномерный профиль скорости $U = 1$ при $X = L$. Пересчет данных для стационарного течения при $\pi \leq \omega t < \omega t_0$ осуществляется по следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} U(X, Y, \omega t) &= U_s(\tilde{X}/|\langle U \rangle|, Y) |\langle U \rangle|, \\ Ro_{ts}(X, \omega t) &= Ro_{ts}(\tilde{X}/|\langle U \rangle|) |\langle U \rangle|, \\ Ro_r(X, \omega t) &= Ro_s(\tilde{X}/|\langle U \rangle|) |\langle U \rangle|, \\ Eu_r(X) &= \frac{1}{2} \int_L^X Ro_r(X) dX. \end{aligned}$$

Здесь $\tilde{X} = L - X$, $Eu_r(X) = \frac{p_l - p_r(X)}{\rho \langle \bar{u} \rangle^2}$, p_l – давление на выходе из канала при $x = l$, индексом r обозначены величины для обратного потока.

Значение числа Пуазейля $Ro_r(L)$ вычислялось таким же способом, как и число Пуазейля на входе в канал $Ro(0)$.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Длина участка гидродинамической стабилизации для пульсирующего квазистационарного течения зависит от среднего во времени числа Рейнольдса \overline{Re} и амплитуды колебаний средней по сечению скорости A , которые менялись в пределах $\overline{Re} = 10-1000$, $A = 0-2$. При $A < 1$, согласно (5), колебания длины начального гидродинамического участка являются гармоническими; максимальное и минимальное значения этой длины определяются выражениями $l_{\max} = (1 + A)l_s(\overline{Re})$ для $\overline{Re} > Re_0(1 + A)$, $l_{\min} = (1 - A)l_s(\overline{Re})$ для $\overline{Re} > Re_0(1 - A)$. При $A \approx 1$ всегда в некотором интервале периода колебаний выполняется неравенство $\overline{Re} \leq Re_0$. В этом интервале длина стабилизации равна $l_{\min} = l_0$.

На рис. 1 показана зависимость значений l_{\max} и l_{\min} по отношению к $l_s(\overline{Re})$ от режимных параметров. При $A < 1$ и достаточно больших числах Рейнольдса значение l_{\max} выше, чем это значение при стационарном течении. Значение l_{\min} всегда меньше, чем стационарное значение. Снижение числа Рейнольдса приводит к уменьшению различий между l_{\max} и l_{\min} . Для граничного условия на стенке (условия прилипания) при $\overline{Re} = 10$ максимальное значение длины стабилизации ниже, чем в случае, если стенка является функцией тока. Отмеченное различие уменьшается с ростом

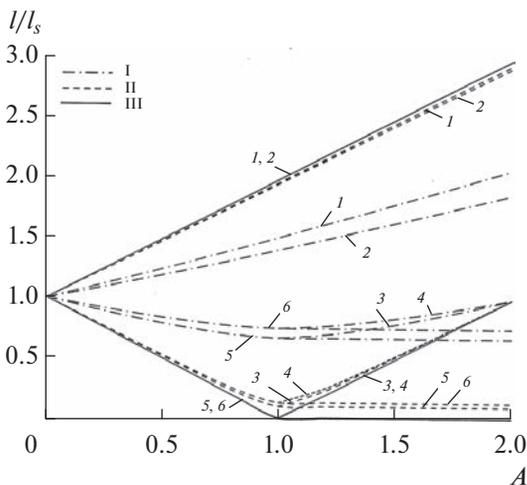


Рис. 1. Зависимость максимальной и минимальной длины участка стабилизации от амплитуды колебаний: I — $Re = 10$, II — 100, III — 1000; 1, 2 — l_{\max}/l_s для $A < 1$ и прямого течения для $A > 1$; 3, 4 — l_{\max}/l_s для обратного течения; 5, 6 — l_{\min}/l_s ; граничные условия на стенке: 1, 3, 5 — стенка — линия тока; 2, 4, 6 — условия прилипания.

числа Рейнольдса и становится незначительным при $Re > 30$.

При амплитудах колебаний, превышающих единицу, в определенном интервале времени поток меняет свое направление. В этом интервале длина гидродинамического участка, показанная на рис. 1, отсчитывается не от сечения $x = 0$, а от конца канала длиной l . При $A \geq 1$ минимальное значение длины стабилизации оказывается ниже, чем в случае ее гармонических колебаний.

Таким образом, влияние на длину начального гидродинамического участка двух указанных постановок проявляется при малых числах Рейнольдса и не превышает нескольких процентов. Поэтому в данной работе на входе в канал задается равномерный профиль продольной скорости. Отсюда следует вывод, что постановка задачи в данной работе (равномерный профиль скорости на входе и отсутствие аксиального переноса импульса) является достаточно обоснованной.

Расчеты гидродинамических характеристик пульсирующего течения проведены при изменении режимных параметров — относительной амплитуды колебаний средней по периоду скорости A до 5, безразмерной длины трубы $L = 0.5-2$. На рис. 2 показан профиль скорости для двух амплитуд колебаний $A < 1$ и $A > 1$. Изменение профиля скорости по длине канала полезно сравнить с такими изменениями для стационарного течения от равномерного распределения на входе до параболического распределения за пределами начального гидродинамического участка (кривые 5). В последнем случае вблизи входа в канал при $X = 10^{-3}$ наблюдается максимум, показанный на рис. 2. Общий для $A = 0.5$ и $A = 5$ является то, что в различных фазах колебаний средней скорости профили скорости не зависят от X , по крайней мере, для $X \geq 10^{-3}$ и отмеченный выше максимум отсутствует. Однако на осредненном по периоду колебаний профиле скорости этот максимум наблюдается (кривая 1).

Градиент скорости на стенке определяет величину касательного напряжения τ_w и число Пуазейля $Ro_\tau \sim \tau_w / \langle \bar{u} \rangle$. На рис. 2 видно, что для $A < 1$ среднее по периоду касательное напряжение $\bar{\tau}_w$ незначительно отличается от τ_{ws} , а при $A > 1$ $\bar{\tau}_w$ заметно выше τ_{ws} при $X = 10^{-3}$. Данный факт можно объяснить следующим образом. В области стабилизированного квазистационарного течения $\tau_w \sim \langle u \rangle$, поэтому $Ro_\tau / Ro_{\tau s} = \langle \bar{u} \rangle$ и $Ro_\tau / Ro_\tau = 1$. На начальном гидродинамическом участке вблизи входа в трубу сопротивление трения определяется закономерностью для коэффициента трения $c_f = 2\tau_w / (\rho \langle u \rangle^2)$, при ламинарном обтека-

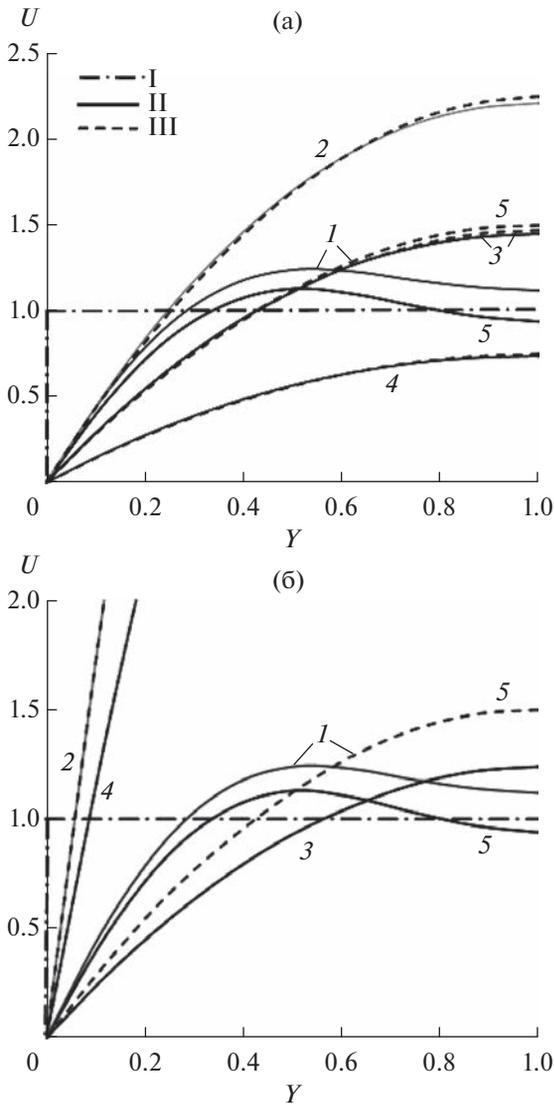


Рис. 2. Профиль продольной составляющей скорости для $A = 0.5$ (а) и 5 (б) при $L = 1$: I – $X = 0$ для $\langle u \rangle > 0$ или $X = L$ для $\langle u \rangle < 0$; II – $X = 10^{-3}$; III – $X = L$ для $\langle u \rangle > 0$; 1 – \bar{U} , 2 – $U(\omega t = 0)$, 3 – $U(\omega t = \pi/2)$, 4 – $|U|(\omega t = \pi)$; 5 – U_s .

нии плоской поверхности $c_f \sim 1/\sqrt{\langle u \rangle x}$. Поэтому при $A < 1$ и при $A > 1$ в интервале $0 < \omega t < \omega t_0$, когда отсутствует обратное течение, отношение чисел Пуазейля $Ro_\tau(X)/Ro_{\tau s}(X) = \sqrt{1 + A \cos \omega t}$.

На рис. 3 показаны колебания числа Пуазейля для развивающегося течения вблизи входа в канал, рассчитанные при условии, что длина трубы достаточно велика и обратный поток жидкости гидродинамически стабилизирован. Эти колебания не являются гармоническими; максимальная амплитуда их (при $\omega t = 0$) приблизительно равна $\sqrt{1 + A} - 1$. При $A > 1$ на начальном участке осред-

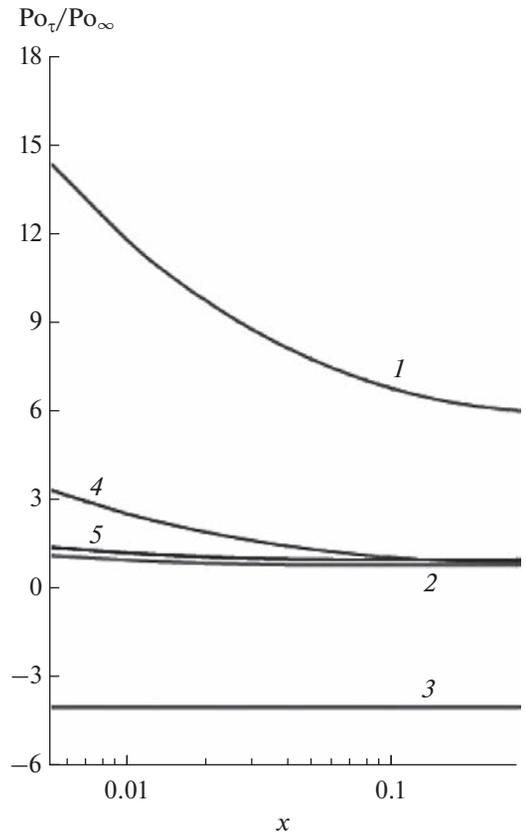


Рис. 3. Изменение безразмерного касательного напряжения на стенке по длине канала при $A = 5$: 1 – $\omega t = 0$, 2 – $\omega t = \pi/2$, 3 – $\omega t = \pi$, 4 – $\overline{Ro}_\tau / Ro_\infty$, 5 – $Ro_{\tau s} / Ro_\infty$.

ненное по периоду колебаний число Пуазейля значительно больше его значения при стационарном течении $\overline{Ro}_\tau > Ro_s$. Расчеты показали, что при $A < 1$ увеличение \overline{Ro}_τ по сравнению с Ro_s незначительно. За пределами участка стабилизации $\overline{Ro}_\tau = Ro_s$.

На рис. 4 показано изменение вдоль трубы числа Пуазейля Ro при $A = 5$ для прямого Ro_d и обратного Ro_r течений. В моменты времени, когда существует прямое течение ($0 \leq \omega t < \omega t_0$), $Ro_r = 0$. В моменты времени при обратном течении ($\omega t_0 < \omega t \leq \pi$) $Ro_d = 0$. Безразмерная длина канала в данном расчете выбрана достаточной для того, чтобы в центре канала течение стабилизировалось. Изменение числа Пуазейля Ro аналогично изменению Ro_τ . Однако в отличие от Ro_τ среднее по периоду колебаний число Пуазейля Ro_d на участке стабилизации заметно превышает Ro_s .

На рис. 5 представлены рассчитанные максимальные значения числа Пуазейля (в фазе $\omega t = 0$), которые характеризуют максимальный во времени градиент давления, необходимый для обеспе-

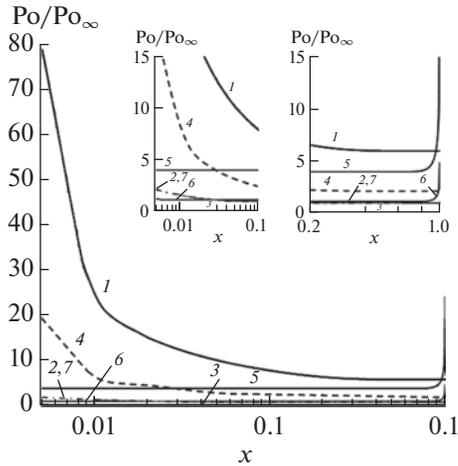


Рис. 4. Изменение числа Пуазейля вдоль канала при $A = 5$ и $L = 1$: 1 – $Po_d/Po_\infty (\omega t = 0)$; 2 – $\omega t = \pi/2$; 3 – $\omega t_0 \leq \omega t \leq \pi$, $0 \leq \omega t \leq \omega t_0$; 4 – $\overline{Po_d/Po_\infty}$; 5 – $Po_r/Po_\infty (\omega t = \pi)$; 6 – $\overline{Po_r/Po_\infty}$; 7 – Po_s/Po_∞ .

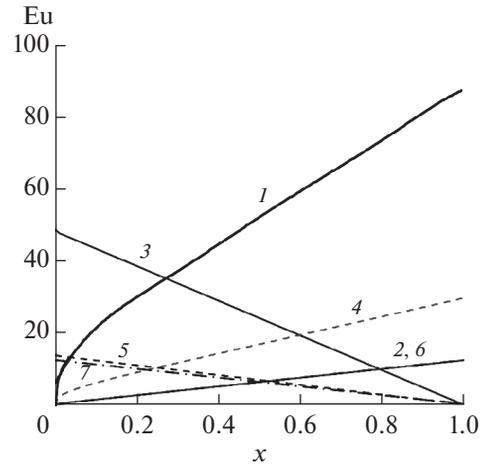


Рис. 6. Изменение числа Эйлера вдоль канала при $A = 5$ и $L = 1$: 1 – $Eu_d (\omega t = 0)$, 2 – $Eu_d (\omega t = \pi/2)$, 3 – $Eu_r (\omega t = \pi)$, 4 – $\overline{Eu_d}$, 5 – $\overline{Eu_r}$, 6 – Eu_{ds} , 7 – Eu_{rs} .

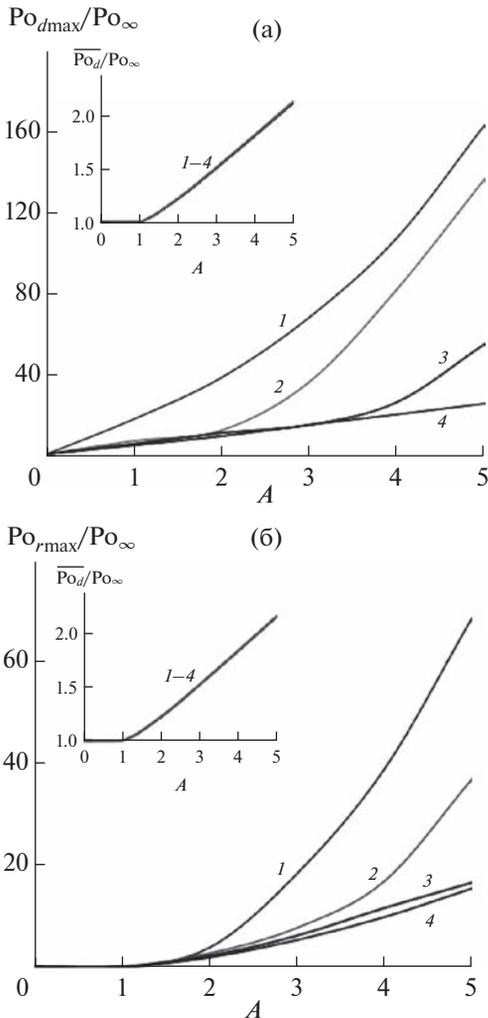


Рис. 5. Влияние амплитуды колебаний на число Пуазейля Po_d/Po_∞ (а) и Po_r/Po_∞ (б): 1 – $L = 0.5$, 2 – 1, 3 – 1.5, 4 – 2.

чения прямого и обратного движения жидкости. Числа Пуазейля Po_{dmax} , Po_{rmax} увеличиваются с ростом амплитуды колебаний A и уменьшаются с увеличением безразмерной длины трубы L . На рисунке видно, что Po_d существенно больше Po_r . Примечательно, что средние по периоду колебаний числа Пуазейля не зависят от длины канала.

Изменение числа Эйлера – безразмерного перепада давления – показано на рис. 6. Максимальный перепад давления для прямого течения (в фазе $\omega t = 0$) соизмерим с максимальным перепадом давления для обратного течения (в фазе $\omega t = \pi$). Однако в среднем по времени на создание прямого потока жидкости требуется гораздо больший перепад давления $\overline{Eu_d}$, чем при стационарном движении в прямом направлении Eu_{ds} . Для обратного потока $\overline{Eu_r} \approx Eu_{rs}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен способ расчета квазистационарного пульсирующего течения, основанный на использовании данных для стационарного течения. Расчеты проведены, в частности, для амплитуд колебаний средней по сечению скорости A , превышающих единицу. В этом случае, кроме A , дополнительным режимным параметром, определяющим гидродинамику течения, является безразмерная длина канала. Период колебаний разделен на два интервала. В одном из них средняя по сечению скорость имеет положительный знак $\langle u \rangle > 0$ (прямое течение, направленное от входа в канал к выходу), в другом интервале $\langle u \rangle < 0$ (обратное течение).

Установлено, что влияние на длину начального гидродинамического участка колебаний средней по сечению скорости, а также граничных

условий на стенке для скорости на входе проявляется лишь при относительно малых числах Рейнольдса $\overline{Re} < 30$.

В результате расчета получены новые, ранее отсутствующие, данные по профилям скорости, коэффициентам сопротивления трения и гидравлического сопротивления. Показано, что для развивающегося пульсирующего течения сопротивление трения и гидравлическое сопротивление существенно выше, чем при стационарном и развитом пульсирующем течении.

На основании анализа проведенных расчетов можно ожидать, что пульсации расхода с большими амплитудами приведут к существенному увеличению теплоотдачи на начальном гидродинамическом участке. Этот вывод подтверждают результаты работы [4]. Для пульсирующего течения, как и для стационарного, наблюдается некоторая аналогия между числом Нуссельта при граничном условии $t_w = \text{const}$ и коэффициентом сопротивления трения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 23-29-00188).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Валуева Е.П., Пурдин М.С.* Гидродинамика и теплообмен при пульсирующем с большими амплитудами ламинарном течении в каналах // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25. № 5. С. 735.
2. *Валуева Е.П., Пурдин М.С.* Теплообмен при ламинарном течении в прямоугольных каналах // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23. № 6. С. 893.
3. *Ray S., Ünsal B., Durst F.* Development Length of Sinusoidally Pulsating Laminar Pipe Flows in Moderate and High Reynolds Number Regimes // Int. J. Heat Fluid Flow. 2012. V. 37. P. 167.
4. *Валуева Е.П., Зюкин В.С.* Теплообмен на начальном гидродинамическом участке плоского канала с граничными условиями первого рода при ламинарном пульсирующем течении // ТВТ. 2022. Т. 60. № 1. С. 56.
5. *Валуева Е.П., Гаряев А.Б., Клименко А.В.* Особенности гидродинамики и теплообмена при течении в микроканальных технических устройствах. М.: Изд. дом МЭИ, 2016. 138 с.
6. *Валуева Е.П., Пурдин М.С.* Пульсирующее ламинарное течение в прямоугольном канале // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22. № 6. С. 761.
7. *Bodoia J.R., Osterle J.F.* Finite Difference Analysis of Plane Poiseuille and Couette Flow Developments // Appl. Sci. Res. 1961. V. 10. P. 265.
8. *Durst F., Ray S., Ünsal B., Bayoumi O.A.* The Development Lengths of Laminar Pipe and Channel Flows // ASME J. Fluids Eng. 2005. V. 127. P. 1154.
9. *Joshi Y., Vinoth B.R.* Entry Lengths of Laminar Pipe and Channel Flows // J. Fluids Eng. 2018. V. 140. № 6. P. 061203.
10. *Atkinson B., Brocklebank M.P., Card C.H., Smith J.M.* Low Reynolds Number Developing Flows // AIChE J. 1969. V. 15. № 4. P. 548.