

УДК 532.529.6:534-14

ДИНАМИКА ПУЗЫРЬКОВ В СФЕРИЧЕСКОМ КЛАСТЕРЕ ПРИ ПОВЫШЕНИИ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ

© 2023 г. Р. И. Нигматулин, А. А. Аганин, И. А. Аганин*, А. И. Давлетшин

*Институт механики и машиностроения – ОСП ФГБУН**“Федеральный исследовательский центр “КазНЦ РАН”, г. Казань, Россия***E-mail: aganel@gmail.com*

Поступила в редакцию 18.02.2023 г.

После доработки 16.04.2023 г.

Принята к публикации 15.05.2023 г.

Рассматривается отклик газовых (воздушных) пузырьков в сферическом кластере на повышение давления окружающей жидкости (воды). Наблюдение проводится лишь до тех пор, пока какой-либо пузырек кластера не разрушится или не столкнется с другим пузырьком. Исследуется влияние амплитуды повышения давления жидкости, а также положения пузырьков в кластере, взаимодействия между пузырьками. Центры пузырьков кластера располагаются в узлах кубической сетки, один из которых находится в центре кластера. Влияние взаимодействия пузырьков оценивается сравнением с откликом одиночного пузырька. Кластер состоит из 123 пузырьков, давление жидкости – 1 бар. Первоначально пузырьки сферические с радиусом 0.1 мм, радиус кластера – около 3 мм. Применяется дискретная модель, в которой наряду с радиальными колебаниями пузырьков моделируются также их перемещения в жидкости и их малые деформации. Установлено, что максимум давления в пузырьках, достигаемый до разрушения или столкновения каких-либо из них, реализуется при повышении давления жидкости на 10 бар и оказывается примерно в 6500 раз больше их начального давления и примерно в 30 раз больше, чем при отклике одиночного пузырька.

DOI: 10.31857/S0040364423050101

ВВЕДЕНИЕ

Динамика парогазовых пузырьков в жидкости представляет значительный интерес для многих приложений. Их образование может приводить как к разнообразным проблемам, так и к различным полезным результатам. Так, возникновение кавитационных пузырьков вызывает повреждение лопаток гидротурбин [1], гребных винтов водных движителей [2], клапанов и мембран, регулирующих потоки жидкости [3], лопастей гидронасосов, перекачивающих жидкость [4], и др. Вместе с тем возникновение кавитационных пузырьков способствует ультразвуковой очистке различных твердых поверхностей от загрязнений (стенок промышленных теплообменников [5], мембранных фильтров [6], чипов микросхем [7] и др.), наноструктуризации твердых поверхностей [8], ультразвуковой стирке изделий из тканей [9], дроблению камней в почках фокусированными ударно-акустическими импульсами [10, 11], обеззараживанию воды [12] и т.д.

К настоящему времени наиболее изученной является динамика одиночных пузырьков (например, [13–17]). Изложение фундаментальных закономерностей динамики одиночных пузырьков (и пузырьков жидкостей) можно найти в монографиях [13–15]. Динамика неодинокных пузырьков (пузырьков в кластерах) может оказаться существен-

но иной. В частности, максимальные давления внутри пузырьков кластеров могут быть значительно выше, чем в одиночных пузырьках в аналогичных обстоятельствах [18–20]. По этой причине считается [21, 22], что наличие соседних пузырьков необходимо для достижения их сверхсжатия до реализации в их полости термоядерных условий.

При изучении динамики пузырьков в кластерах зачастую предполагается, что пузырьки являются чисто сферическими, а выполнение этого допущения никак не проверяется. Такой подход использовался, например, в континуальных моделях пузырьковых кластеров в [19, 20, 23–26], в дискретных моделях пузырьковых кластеров [27–29]. Он применялся также в работах [30, 31], где кластер интерпретировался как большая капля жидкости со множеством микропузырьков. Ясно, что если деформации пузырьков будут не малыми (а особенно, если они приведут к разрушению пузырьков), то выявленные закономерности могут оказаться существенно иными. Это продемонстрировано, например, в [32], где при использовании допущения о сферичности пузырьков экстремальные давления в пузырьках получаются более чем в 10 раз выше, чем когда пузырьки принимаются деформируемыми.

В настоящей работе рассматривается динамика пузырьков в сферическом кластере при повы-

шении давления окружающей жидкости. Основное внимание направлено на изучение влияния амплитуды повышения давления. При этом рассмотрение динамики пузырьков проводится лишь до тех пор, пока какой-либо пузырек кластера не разрушится или не столкнется с другим пузырьком. Исследование проводится с помощью дискретной модели [33], в которой наряду с радиальными колебаниями каждого из пузырьков явно описываются также его перемещения в жидкости и несферические деформации. Явное описание перемещений и деформаций пузырьков позволяет контролировать выполнение условий нестолкновения и неразрушения пузырьков. В этом смысле результаты при условиях настоящей работы являются более достоверными, чем тогда, когда допущения о нестолкновении и неразрушении пузырьков применяются, но не контролируются. Влияние повышения давления жидкости на различие динамики пузырьков в линейных, плоских и сферических кластерах исследовалось в [34]. В отличие от настоящей работы повышение давления в указанных исследованиях было малым, так что пузырьки в ходе отклика принимались чисто сферическими, а справедливость данного предположения проверялась контрольными расчетами по модели [33], используемой в настоящей работе.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается динамика газовых (воздушных) пузырьков в кластере (рис. 1) в результате повышения давления окружающей жидкости (воды) в комнатных условиях (температура – 20°C, давление – 1 бар). До начального момента времени $t = 0$ пузырьки и жидкость покоятся, радиусы пузырьков R_k (k – номер пузырька, $1 \leq k \leq K$, $K = 123$ – количество пузырьков в кластере) равны $R_0 = 0.1$ мм,

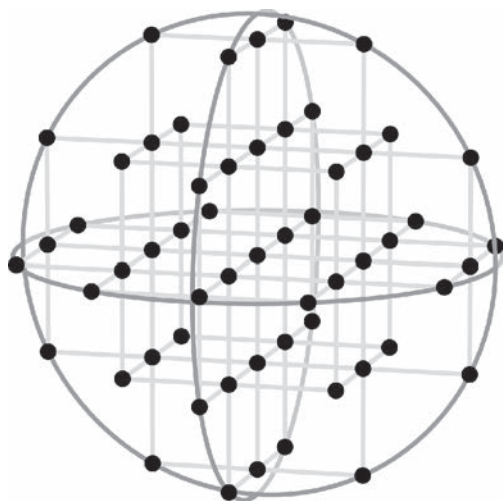


Рис. 1. Сферический кластер пузырьков кубической структуры.

давление жидкости $p_L = 1$ бар. Кластер имеет кубическую структуру: пузырьки расположены в узлах кубической сетки. Кластер сферический в том смысле, что центры пузырьков находятся внутри сферической области, при этом один из пузырьков располагается в центре этой области. Радиус кластера R_{cl} , под которым понимается расстояние между центром кластера и центром наиболее удаленного от него пузырька, в начальный момент времени $t = 0$ равен $R_{cl,0} \approx 30R_0$, начальное расстояние между центрами ближайших пузырьков $d_0 \approx 10R_0$.

Давление p_k внутри k -го пузырька определяется выражением

$$p_k = p_{g,0} \left(\frac{R_0}{R_k} \right)^{3\gamma} + p_v, \quad (1)$$

где $p_{g,0}$ – начальное давление газа в пузырьке; γ – показатель адиабаты газа ($\gamma = 1.4$); p_v – давление пара окружающей жидкости, находящегося в состоянии насыщения при температуре жидкости $T_{L\infty} = 20^\circ\text{C}$ ($p_v = 0.023$ бар). Отметим, что масса газа в пузырьке при его расширении/сжатиях не меняется и остается равной своему начальному значению $(4/3)\pi\rho_{g,0}R_0^3$, а масса пара варьируется как $(4/3)\pi\rho_v R_k^3$ в результате изменения радиуса пузырька. Здесь $\rho_{g,0}$ – плотность газа при температуре $T_{L\infty}$.

Давление жидкости $p_{L\infty}$ меняется следующим образом:

$$p_{L\infty} = \begin{cases} p_L, & t < 0, \\ p_L + \Delta, & t \geq 0, \end{cases} \quad (2)$$

где Δ – приращение (ударное) давления. Начальное давление в пузырьках $p_{b,0}$ определяется выражением $p_{b,0} = p_L + (2\sigma/R_0)$, где σ – коэффициент поверхностного натяжения ($\sigma = 0.0725$ Н/м). Из (1), (2) следует, что $p_{g,0} = p_{b,0} - p_v = p_L + (2\sigma/R_0) - p_v$.

Основное внимание направлено на изучение влияния ударного скачка давления Δ (в диапазоне $0 < \Delta \leq 30p_L$, для которого модель настоящей работы достоверна) на величину максимальных давлений, достигаемых в пузырьках, до тех пор, пока какой-либо из них не разрушится или не столкнется с другим пузырьком.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Применяется дискретная математическая модель совместной динамики пузырьков [33], в которой учитываются их радиальные колебания, пространственные перемещения и деформации, принимаются во внимание эффекты вязкости и сжимаемости жидкости, поверхностного натяжения. В этой модели поверхность k -го пузырька в сфе-

рической системе координат $(r_k, \theta_k, \varphi_k)$ с началом отсчета в центре этого пузырька записывается как

$$r_k = R_k(t) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{nk}^m(t) Y_n^m(\theta_k, \varphi_k).$$

Здесь $Y_n^m(\theta_k, \varphi_k) = P_n^{|m|}(\cos\theta_k) e^{im\varphi_k}$ — сферическая функция с номером n порядка m , $P_n^{|m|}$ — присоединенный полином Лежандра степени n порядка $|m|$, a_{nk}^m — амплитуда отклонения сферической поверхности $r_k = R_k$ в виде сферической функции $Y_n^m(\theta_k, \varphi_k)$, i — мнимая единица.

Положение k -го пузырька определяется радиус-вектором его центра $\mathbf{p}_k = x_k \mathbf{i} + y_k \mathbf{j} + z_k \mathbf{k}$, где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ — направляющие векторы осей декартовых координат x, y, z с началом отсчета в центре кластера. Отклонение поверхности k -го пузырька от сферической в виде гармоник степени n характеризуется величиной ε_{nk} , определяемой как

$$\begin{aligned} \varepsilon_{nk} &= \varepsilon_{nk, \max} \quad \text{при} \quad \varepsilon_{nk, \max} + \varepsilon_{nk, \min} \geq 0, \\ \varepsilon_{nk} &= \varepsilon_{nk, \min} \quad \text{при} \quad \varepsilon_{nk, \max} + \varepsilon_{nk, \min} < 0, \end{aligned}$$

где $\varepsilon_{nk, \max} = \max_{\theta_k, \varphi_k} \varepsilon_{nk}^*(\theta_k, \varphi_k)$ — максимум положительного отклонения, $\varepsilon_{nk, \min} = \min_{\theta_k, \varphi_k} \varepsilon_{nk}^*(\theta_k, \varphi_k)$ — максимум отрицательного отклонения, $\varepsilon_{nk}^*(\theta_k, \varphi_k) = \sum_{m=-n}^n \varepsilon_{nk}^m Y_n^m(\theta_k, \varphi_k)$ — величина отклонения от сферической поверхности $r_k = R_k$ в точке θ_k, φ_k в виде гармоник степени n ($\varepsilon_{nk}^*(\theta_k, \varphi_k) > 0$, если отклонение наружу пузырька, и $\varepsilon_{nk}^*(\theta_k, \varphi_k) < 0$, если отклонение внутрь), $\varepsilon_{nk}^m = a_{nk}^m / R_k$.

Деформации пузырьков считаются малыми: $\varepsilon_{nk}^2 \ll 1$ при любых n и k .

Изменение радиуса k -го пузырька кластера, положения центра этого пузырька и его несферичности описывается уравнениями

$$\begin{aligned} R_k \ddot{R}_k + \frac{3\dot{R}_k^2}{2} - \frac{3\dot{p}_k^1 \dot{p}_k^1 \beta_{110}^{1'1'0}}{8} + \frac{2\sigma}{\rho_L R_k} - \frac{p_k - p_L}{\rho_L} + \\ + \Psi_{0k} + \Delta_k = \sum_{j=1, j \neq k}^K \left[\frac{\dot{B}_{0j}}{d_{kj}} - \frac{B_{0j} \dot{d}_{kj}}{d_{kj}^2} - \frac{(R_j^3 \dot{p}_j^1 C_{10kj}^{1'0})'}{2d_{kj}^2} - \right. \\ \left. - \frac{9B_{0j} \dot{p}_j^1 C_{01kj}^{01'} \beta_{110}^{1'1'0}}{4d_{kj}^2} + \sum_{s=1, s \neq j}^K \frac{(R_j^3 B_{0s} C_{01js}^{01'} C_{10kj}^{1'0})'}{2d_{kj}^2 d_{js}^2} + \right. \\ \left. + \sum_{s=1, s \neq k}^K \frac{9B_{0j} B_{0s} C_{01kj}^{01'} C_{01ks}^{01'} \beta_{110}^{1'1'0}}{8d_{kj}^2 d_{ks}^2} \right]; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} R_k \ddot{p}_k^m + 3\dot{R}_k \dot{p}_k^m - 2\dot{R}_k \dot{p}_k^1 \varepsilon_{2k}^{2'} \beta_{211}^{2'1'-m} - \frac{7\dot{p}_k^1 a_{2k}^{2'} \beta_{211}^{2'1'-m}}{6} - \\ - \frac{3\dot{p}_k^1 \dot{a}_{2k}^{2'} \beta_{211}^{2'1'-m}}{2} + \Psi_{1k}^m = \sum_{j=1, j \neq k}^K \left[\frac{3(R_k B_{0j} C_{01kj}^{0m})'}{d_{kj}^2} - \right. \\ \left. - \frac{3(R_k R_j^3 \dot{p}_j^1 C_{11kj}^{1'm})'}{2d_{kj}^3} - \frac{6R_k B_{0j} C_{01kj}^{0m} \dot{d}_{kj}}{d_{kj}^3} - \right. \\ \left. - \frac{5R_k B_{0j} \dot{p}_k^1 C_{02kj}^{02'} \beta_{211}^{2'1'-m}}{d_{kj}^3} + \frac{3(B_{0j} C_{01kj}^{01'} a_{2k}^{2'})' \gamma_{211}^{2'1'-m}}{2d_{kj}^2} - \right. \\ \left. - \frac{B_{0j} (\dot{a}_{2k}^{2'} + 2\dot{R}_k \varepsilon_{2k}^{2'}) C_{01kj}^{01'} \beta_{121}^{1'2'-m}}{d_{kj}^2} \right], \quad m = -1, 0, 1; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} R_k \ddot{a}_{nk}^m + 3\dot{R}_k \dot{a}_{nk}^m - (n-1)\ddot{R}_k a_{nk}^m - \\ - \delta_{2n} \frac{27\dot{p}_k^1 \dot{p}_k^1 \beta_{112}^{1'1'-m}}{8} + \frac{3}{2} \sum_{s=\max(2, n-1)}^{n+1} \left[\frac{\dot{p}_k^1 \dot{a}_{sk}^{s'} \gamma_{s1n}^{s'1'-m}}{\gamma_{s1n}^{s'1'-m}} - \right. \\ \left. - \frac{(n+1)(\dot{a}_{sk}^{s'} + 2\dot{R}_k \varepsilon_{sk}^{s'}) \dot{p}_k^1 \beta_{1sn}^{1's'-m}}{(s+1)} + \frac{\dot{p}_k^1 a_{sk}^{s'} \phi_{s1n}^{s'1'-m}}{\gamma_{s1n}^{s'1'-m}} \right] + \\ + \frac{\sigma(n^2 - 1)(n+2)\varepsilon_{nk}^m}{\rho_0 R_k} + \Psi_{nk}^m = \\ = \sum_{j=1, j \neq k}^K \left[- \frac{3(2n-1)(n+1)R_k^{n-2} B_{0j} \dot{p}_k^1 C_{0(n-1)kj}^{0(n-1)'} \beta_{(n-1)1n}^{(n-1)'1'-m}}{2nd_{kj}^n} + \right. \\ \left. + \frac{(2n+1)(R_k^n B_{0j} C_{0nkj}^{0m})'}{d_{kj}^{n+1}} + \right. \\ \left. + \sum_{s=\max(2, n-1)}^{n+1} \left(\frac{3(B_{0j} a_{sk}^{s'} C_{01kj}^{01'})' \gamma_{1sn}^{1's'-m}}{2d_{kj}^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{3(n+1)B_{0j} (\dot{a}_{sk}^{s'} + 2\dot{R}_k \varepsilon_{sk}^{s'}) C_{01kj}^{01'} \beta_{1sn}^{1's'-m}}{2(s+1)d_{kj}^2} \right) \right], \\ n = 2, 3, \dots; m = -n, -n+1, \dots, n. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь ρ_L — плотность жидкости ($\rho_L = 998 \text{ кг/м}^3$); $p_k^{\pm 1} = (x_k \pm iy_k)/2$; $p_k^0 = z_k$; d_{kj} — расстояние между центрами k -го и j -го пузырьков; δ_{2n} — дельта Кронекера; $B_{0k}^0 = -R_k^2 \dot{R}_k$, точка сверху и штрих около выражений в круглых скобках $(abc)'$ означают производные по времени; $C_{n\gamma kj}^{m\varsigma} = C_{n\gamma kj}^{m\varsigma}(t) = C_{n\gamma}^{m\varsigma} Y_{n+\gamma}^{m-\varsigma}(\theta_{kj}, \varphi_{kj})$, $\alpha_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta}$, $\beta_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta}$, $\gamma_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta}$, $\phi_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta}$, $C_{n\gamma}^{m\varsigma}$ — числа, определяемые следующими выражениями:

$$\alpha_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta} = \frac{2\vartheta+1}{4\pi} \frac{(\vartheta-|\zeta|)!}{(\vartheta+|\zeta|)!} \times$$

$$\times \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin\theta Y_\eta^\nu(\theta, \varphi) Y_\xi^\psi(\theta, \varphi) Y_\vartheta^\zeta(\theta, \varphi) d\theta d\varphi,$$

$$\beta_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta} = \frac{\eta(\eta+1) + \xi(\xi+1) - \vartheta(\vartheta+1)}{2} \alpha_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta},$$

$$\gamma_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta} = 2\alpha_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta} - \beta_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta},$$

$$\phi_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta} = \frac{2(2-\vartheta)}{3} \alpha_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta} - \beta_{\eta\xi\vartheta}^{\nu\psi\zeta},$$

$$C_{n\gamma}^{m\zeta} = (-1)^{n+\frac{|m-\zeta|-|m|+|\zeta|}{2}} \frac{(n+\gamma-|m-\zeta|)!}{(n-|m|)!(\gamma+|\zeta|)!};$$

$\Psi_{0k}, \Psi_{1k}^m, \Psi_{nk}^m$ — слагаемые, учитывающие влияние вязкости жидкости;

$$\Psi_{0k} = \frac{4v_L \dot{R}_k}{R_k}, \quad \Psi_{1k}^m = \frac{18v_L \dot{p}_k^m}{R_k},$$

$$\Psi_{nk}^m = \frac{2(n+1)v_L}{R_k} \left((n+2)\dot{a}_{nk}^m + 2(n-1)\dot{R}_k \varepsilon_{nk}^m \right),$$

где v_L — коэффициент вязкости жидкости ($v_L = 10^{-6}$ м²/с), Δ_k — слагаемое, учитывающее влияние сжимаемости жидкости:

$$\Delta_k = -\frac{\dot{R}_k}{c_L} \left(R_k \ddot{R}_k + \frac{\dot{R}_k^2}{2} + \frac{p_k - p_L}{\rho_L} \right) -$$

$$- \frac{R_k}{c_L} \left(\frac{\dot{p}_k - \dot{p}_L}{\rho_L} - \frac{4v_L \dot{R}_k}{R_k} \right),$$

где c_L — скорость звука в жидкости ($c_L = 1500$ м/с). Наличие множителей с повторяющимися верхними индексами со штрихами (одним или двумя) подразумевает суммирование в диапазонах, определяемых соответствующими индексами, например, $\dot{p}_k^{1'} \dot{p}_k^{1''} \beta_{110}^{1'1''0} = \sum_{b=-1}^1 \sum_{q=-1}^1 \dot{p}_k^b \dot{p}_k^q \beta_{110}^{bq0} \cdot \dot{p}_k^{1'} \dot{a}_{sk}^{s'} \gamma_{s1n}^{s'1''m} = \sum_{b=-1}^1 \sum_{q=-s}^s \dot{p}_k^b \dot{a}_{sk}^q \gamma_{s1n}^{qbm}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Согласно принятой постановке задачи, отклик пузырьков кластера на повышение давления жидкости рассматривается только до тех пор, пока какой-либо из них не разрушится или не столкнется с другими пузырьками. В качестве критерия отсутствия столкновения пузырьков применяется следующее неравенство:

$$\delta_{\min} = \min_{k,j} \left(1 - \frac{R_k + R_j}{d_{kj}} \right) > 0, \quad (6)$$

а в качестве критерия отсутствия разрушения пузырьков:

$$\varepsilon_{\max} = \max_{k,n} |\varepsilon_{nk}| < 1. \quad (7)$$

В рамках модели совместной динамики пузырьков (3)–(5) критерии (6), (7) являются наиболее естественными.

Характерные сценарии динамики пузырьков. Исследования отклика пузырьков кластера на повышение начального давления жидкости показывают, что в зависимости от величины приращения Δ можно выделить три характерных сценария динамики пузырьков до разрушения одного из них или не столкновения с другим пузырьком.

Первый сценарий реализуется при малых Δ . Данный сценарий иллюстрируется на рис. 2 (на этом и следующих рисунках $t^* = R_0 \sqrt{\rho_L/p_L} \approx 27$ мкс). Основным отличием данного сценария является то, что пузырьки кластера в ходе отклика мало перемещаются и мало деформируются, так что ни один из них не разрушается и не сталкивается с другими пузырьками. В результате акустического и вязкого демпфирования радиальные и деформационные колебания пузырьков, а также их перемещения по жидкости асимптотически стремятся к нулю. В итоге кластер переходит в новое равновесное состояние, соответствующее давлению жидкости $p_{L\infty} = p_L + \Delta$.

По мере повышения приращения начального давления жидкости Δ первый сценарий сменяется вторым. Второй сценарий (рис. 3) характеризуется большими перемещениями пузырьков на фоне все еще относительно небольших их деформаций. При этом все пузырьки за исключением центрального, центр которого остается неподвижным, перемещаются к центру кластера. Скорость перемещения пузырьков по мере их удаления от центра кластера уменьшается. В результате через некоторое время шесть пузырьков, ближайших к центральному, сталкиваются с ним (согласно критерию (6)), что фактически означает их коалесценцию и, соответственно, уменьшение числа пузырьков в кластере. Модель настоящей работы (3)–(5) не предусматривает возможность коалесценции пузырьков, поэтому динамика пузырьков после их столкновения не рассматривается.

При дальнейшем повышении приращения начального давления жидкости Δ второй сценарий сменяется третьим (рис. 4), который характеризуется интенсивными радиальными пульсациями пузырьков и быстрым нарастанием их несферичности. В результате этого один из пузырьков разрушается (согласно критерию (7)) раньше, чем наступает столкновение каких-либо пузырьков (перемещения пузырьков до момента разрушения остаются относительно небольшими). Разрушение пузырьков фактически означает их распад

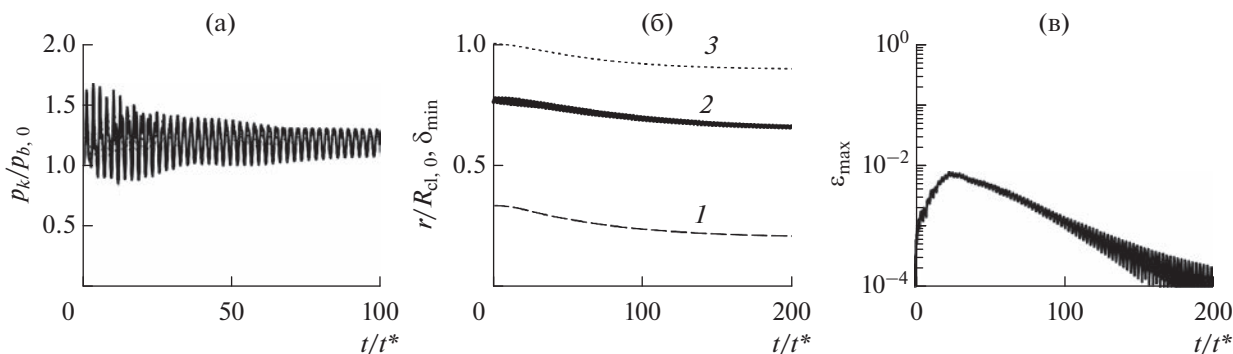


Рис. 2. Временные зависимости (а) относительного давления в пузырьках (кривые для всех пузырьков графически неразличимы), (б) — относительного расстояния между центрами пузырьков и кластера и минимума относительного расстояния между пузырьками $\delta_{\min}$ (б) — 2, (в) — максимальной амплитуды несферичности пузырьков $\varepsilon_{\max}$ (7) при $\Delta = 0.2p_L$; (б): 1 — пузырьки, соседние к центральному, 3 — периферийные пузырьки.

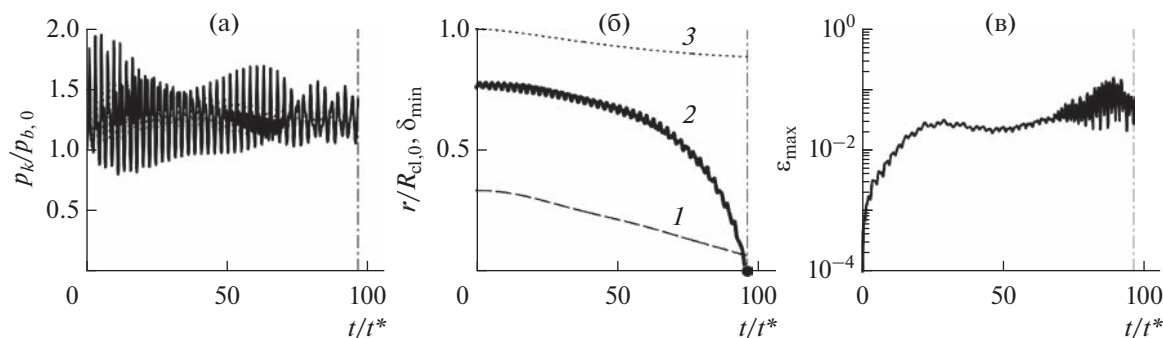


Рис. 3. Временные зависимости те же, что и на рис. 2, но для $\Delta = 0.26p_L$; вертикальные линии и точка на (б) — момент столкновения пузырьков.

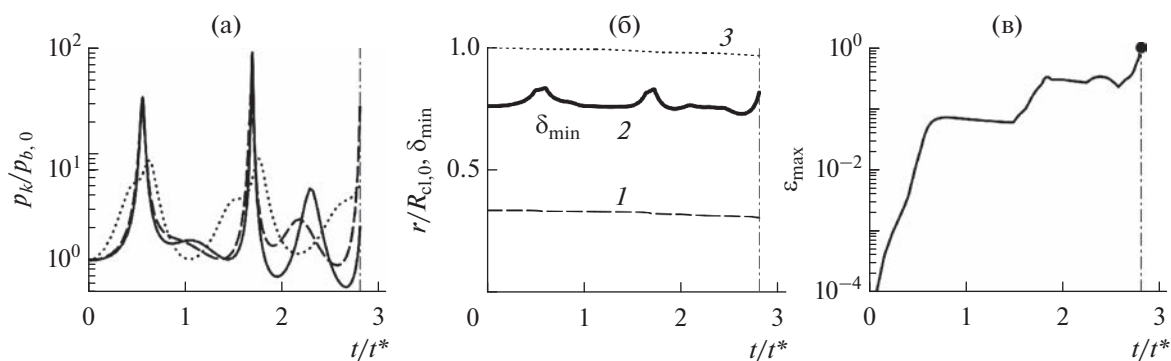


Рис. 4. Временные зависимости те же, что и на рис. 2, но для $\Delta = 2p_L$; вертикальные линии и точка на (в) — момент разрушения одного из пузырьков.

на более мелкие пузырьки и, соответственно, увеличение количества пузырьков в кластере. Модель настоящей работы (3)–(5) не предусматривает возможности разрушения пузырьков, поэтому рассмотрение динамики пузырьков после их разрушения не производится. С ростом Δ интенсивность радиальных колебаний пузырьков в рамках данного режима увеличивается, момент разруше-

ния одного из пузырьков наступает все раньше, пространственные перемещения пузырьков к этому времени все более уменьшаются.

Реализация характерных сценариев динамики пузырьков. Зависимость трех указанных выше характерных сценариев динамики пузырьков до тех пор, пока какой-либо из пузырьков не разрушится или не столкнется с другим пузырьком, от ве-

личины начального приращения давления жидкости Δ характеризует рис. 5. Видно, что первый режим, при котором не возникает ни разрушения пузырьков, ни их столкновения, реализуется при $\Delta < 0.23p_L$. При $\Delta < 0.1p_L$ пузырьки практически остаются в своем первоначальном положении, поскольку в этой области $\delta_{\min} \approx 0.8$, что соответствует их расположению в начальный момент времени. Второй режим отклика пузырьков, при котором какие-либо пузырьки сталкиваются раньше, чем один из них разрушится, реализуется в довольно узком промежутке $0.23p_L < \Delta < 0.27p_L$. В этом интервале максимальная амплитуда несферичности пузырьков $\epsilon_{\max}$ (7) с ростом Δ увеличивается, но все еще остается малой. При $\Delta > 0.27p_L$ реализуется третий режим, при котором один из пузырьков разрушается раньше, чем происходит столкновение каких-либо пузырьков. С ростом Δ смещения пузырьков от их начального положения до момента разрушения одного из них имеют тенденцию к уменьшению, а при $\Delta > 10p_L$ становятся несущественными.

Рис. 5 также свидетельствует, что если деформации пузырьков не учитывать, а продолжительность рассмотрения ограничивать столкновением каких-либо пузырьков, то величина минимального относительного расстояния между пузырьками $\delta_{\min}$ (6) в первом режиме и значение Δ , при котором происходит переход ко второму режиму, в точности совпадают с теми, что получаются при отсутствии такого ограничения на деформирование пузырьков. Это обусловлено тем, что деформации пузырьков в первом режиме вплоть до его завершения остаются весьма малыми.

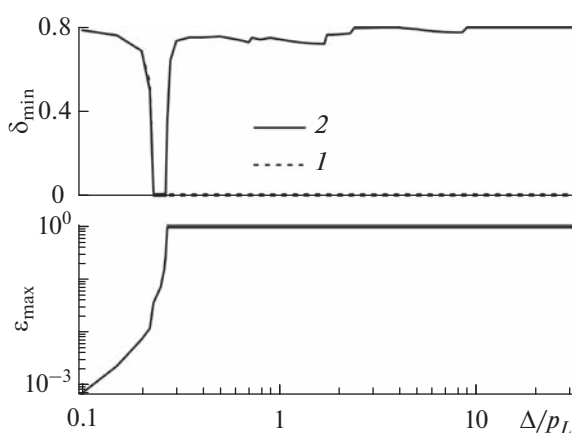


Рис. 5. Зависимости минимального относительного расстояния между пузырьками $\delta_{\min}$ (6) и максимальной амплитуды несферичности пузырьков $\epsilon_{\max}$ (7) от относительного приращения начального давления жидкости: 1 — результаты расчетов в предположении, что пузырьки в ходе отклика не деформируются (остаются чисто сферическими); 2 — деформируемые пузырьки.

Максимальные давления в пузырьках. Рис. 6 иллюстрирует влияние начального приращения давления жидкости Δ на величину максимальных давлений, достигаемых в пузырьках кластера. Максимум давления во всех пузырьках кластера $p_{\max}$ (кривая 1) определяется следующими выражениями:

$$p_{\max} = \max_k p_{k,\max}, \quad p_{k,\max} = \max_t p_k(t), \quad (8)$$

где $p_{k,\max}$ — максимум давления в k -м пузырьке. Согласно кривой 1, величина $p_{\max}$ с ростом Δ сначала немонотонно возрастает до своего наибольшего значения $p_{\max}^* \approx 6500p_{b,0}$, достигаемого при $\Delta = 9.5p_L$, а затем резко падает. Немонотонность роста $p_{\max}$, выражающаяся в двух резких ее понижениях при $\Delta \approx 1.1p_L$ и $\Delta \approx 1.9p_L$, и его резкое падение после достижения наибольшего значения при $\Delta = 9.5p_L$ обусловлены сложным характером влияния взаимодействия пузырьков на формирование локальных максимумов у временных зависимостей давления в пузырьках $p_k(t)$ (рис. 4а). Отметим, что при $\Delta \leq 9.5p_L$ максимум давления в пузырьках достигается в центральном пузырьке кластера (т.е. $p_{\max} = p_{c,\max}$), о чем свидетельствует совпадение соответствующих кривых 1 и 2.

На рис. 6 также видно влияние взаимодействия между пузырьками на величину достигаемого в пузырьках максимального давления $p_{\max}$. Если взаимодействие между пузырьками не учитывать, то все пузырьки ведут себя как одиночные. Реализующиеся в этом случае значения $p_{\max}$ представлены кривой 3. До $\Delta \approx 17p_L$ величина $p_{\max}$, достигаемая у взаимодействующих пузырьков до тех пор, пока один из них не разрушится или не

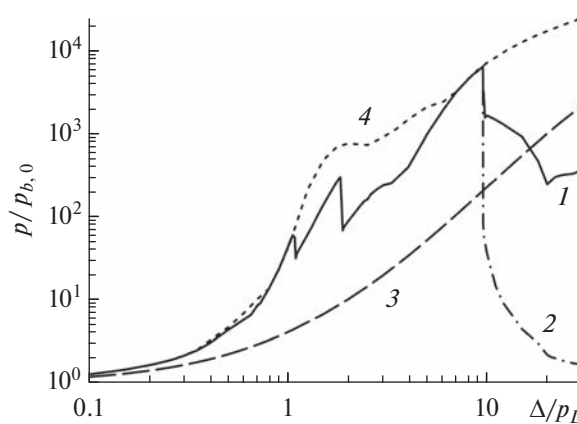


Рис. 6. Зависимости от относительного приращения начального давления жидкости относительных значений максимальных давлений, достигаемых во всех пузырьках кластера ($p_{\max}$ — 1) и в его центральном пузырьке ($p_{c,\max}$ — 2); 3 — максимумы давлений, достигаемых в одиночном пузырьке; 4 — в пузырьках кластера без учета их деформаций.

столкнется с другими пузырьками, оказывается больше, чем у невзаимодействующих пузырьков. Максимум превышения реализуется при $\Delta = 9.5p_L$ и составляет около 30 раз.

Рис. 6 характеризует еще и влияние деформирования взаимодействующих пузырьков на величину $p_{\max}$. Если бы пузырьки были недеформируемыми (остающимися в ходе отклика чисто сферическими), то до момента столкновения соответствующие значения $p_{\max}$ (кривая 4) с ростом Δ монотонно возрастали бы. Достигаемая в этом случае величина $p_{\max}$ при $\Delta < p_L$ была бы близкой к достигаемой у деформируемых пузырьков. При $\Delta > p_L$ величина $p_{\max}$ у недеформируемых пузырьков становится заметно выше, чем у деформируемых. Исключение составляет промежуток $7p_L < \Delta \leq 9.5p_L$, где $p_{\max}$ деформируемых и недеформируемых пузырьков оказывается практически одинаковым.

Рис. 7 иллюстрирует влияние начального приращения давления жидкости Δ на распределения максимальных давлений в пузырьках $p_{k,\max}$ (8) в зависимости от удаленности пузырьков от центра кластера в начальный момент времени. Видно, что при $\Delta \leq 9.5p_L$ значения $p_{k,\max}$ монотонно растут от периферии кластера к его центру (за исключением наиболее удаленных от центра пузырьков). Как отмечалось выше, при $\Delta = 9.5p_L$ величина $p_{\max}$ принимает свое наибольшее значение $p_{\max}^* \approx 6500p_{b,0}$ в центральном пузырьке кластера (рис. 6). С повышением Δ при $\Delta > 9.5p_L$ сначала величина $p_{k,\max}$ в центральном пузырьке резко падает. Затем в центральной части кластера образуется область с бо-

лее низкими, чем на ее краю, значениями $p_{k,\max}$, монотонно возрастающими от центра кластера к периферии. С ростом Δ ширина этой области увеличивается, а значения $p_{k,\max}$ в ее пределах понижаются. При $\Delta \approx 30p_L$ внешняя граница данной области достигает внешней границы кластера, так что значения $p_{k,\max}$ монотонно возрастают от центра к периферии в пределах всего кластера, что противоположно возрастанию $p_{k,\max}$ при $\Delta < 9.5p_L$. Отметим, что важную роль в реализации описанных изменений играет тот факт, что возрастание Δ приводит не только к повышению интенсивности динамики пузырьков, но и к сокращению продолжительности рассматриваемого отклика пузырьков вследствие того, что момент разрушения одного из них или столкновения с другим пузырьком наступает раньше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено численное исследование отклика воздушных пузырьков в сферическом кластере на повышение давления окружающей жидкости (воды) на примере кластера радиусом около 3 мм, состоящего из 123 изначально сферических пузырьков (с начальным радиусом 0.1 мм), с центрами в узлах кубической сетки, один из которых находится в центре кластера, а исходное давление жидкости $p_L = 1$ бар. Расчет отклика проводился лишь до тех пор, пока какой-либо пузырек кластера не разрушится или не столкнется с другими пузырьками. В рамках используемой дискретной модели взаимодействия пузырьков выполнение этих условий контролировалось естественным образом по рассчитываемым перемещениям и деформациям пузырьков.

Установлено, что в зависимости от величины начального повышения давления жидкости Δ можно выделить три характерных сценария отклика пузырьков кластера. При малых Δ (при $\Delta < 0.23p_L$) реализуется первый сценарий. Основным его отличием являются малые перемещения и деформации пузырьков, так что ни один из них не разрушается и не сталкивается с другими пузырьками вплоть до завершения отклика. Далее в узком промежутке (при $0.23p_L < \Delta < 0.27p_L$) устанавливается второй сценарий. Он характеризуется большими перемещениями и столкновением пузырьков на фоне их относительно небольших деформаций. Затем (при $\Delta > 0.27p_L$) реализуется третий сценарий. Для него характерны быстрое нарастание несферических деформаций пузырьков и их разрушение на фоне их относительно небольших перемещений.

Показано, что максимум давления в пузырьках в ходе рассматриваемого отклика достигается при $\Delta = 9.5p_L$. Его величина оказывается примерно в 6500 раз больше начального давления в пузырьках, а также примерно в 30 раз больше, чем ана-

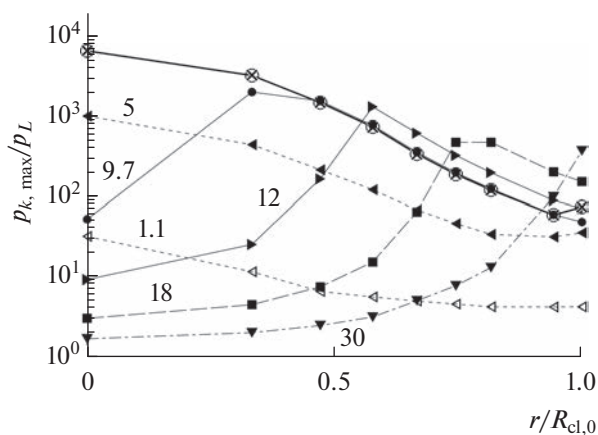


Рис. 7. Относительные значения максимальных давлений $p_{k,\max}$ (8), достигаемых в пузырьках в зависимости от относительного начального расстояния от центра пузырьков до центра кластера r_0 для ряда значений Δp_L (числа у кривых); крестик — максимальные давления $p_{k,\max}$, полученные в пузырьках кластера при $\Delta = 9.5p_L$ в предположении, что пузырьки в ходе отклика не деформируются.

логичный максимум давления, достигаемый при отклике одиночного пузырька (т.е. при отклике пузырьков кластера без учета их взаимодействия).

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант № 21-11-00100).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Escaler X., Egusquiza E., Farhat M., Avellan F., Cousirat M. Detection of Cavitation in Hydraulic Turbines // Mech. Syst. Signal Pr. 2006. V. 20 № 4. P. 983.
2. Van Terwisga T.J.C., van Wijngaarden H.C.J., Bosschers J., Kuiper G. Cavitation Research on Ship Propellers a Review of Achievements and Challenges // CAV 2006: 6th Int. Symp. on Cavitation. Wageningen. The Netherlands. 2006. Rep. 1543-P.
3. Hubballi B.V., Sundur V.B. Review on the Prediction of Cavitation Erosion Inception in Hydraulic Control Valves // Int. J. Emerging Technol. Adv. Eng. 2013. V. 3. № 1. P. 110.
4. Brennen C.E. Hydrodynamics of Pumps. N.Y.: Concepts NREC and Oxford Univ. Press, 1994. 293 p.
5. Kieser B., Phillion R., Smith S., McCartney T. The Application of Industrial Scale Ultrasonic Cleaning to Heat Exchangers // Proc. Int. Conf. on Heat Exchanger Fouling and Cleaning. 2011. Crete Island, Greece. P. 336.
6. Idris A.I.M., Omar R., Idris A. Ultrasonication Effects on Ultrafiltration Membrane Cleaning and Fouling Mitigation // Int. J. Adv. Chem. Eng. Biolog. Sci. (IJACEBS). 2016. V. 3, № 1. P. 151.
7. Song W.D., Hong M.H., Lukyanchuk B., Chong T.C. Laser-induced Cavitation Bubbles for Cleaning of Solid Surfaces // J. Appl. Phys. 2004. V. 95. № 6. P. 2952.
8. Skorb E.V., Möhwald H. Ultrasonic Approach for Surface Nanostructuring // Ultrason. Sonochem. 2016. V. 29. P. 589.
9. Choi J., Kim T.-H., Kim H.-Y., Kim W. Ultrasonic Washing of Textiles // Ultrason. Sonochem. 2016. V. 29. P. 563.
10. Pishchalnikov Y.A., Sapozhnikov O.A., Bailey M.R., Williams J.C., Cleveland R.O., Colonius T., Crum L.A., Evan A.P., McAteer J.A. Cavitation Bubble Cluster Activity in the Breakage of Kidney Stones by Lithotripter Shockwaves // J. Endourology. 2003. V. 17. № 7. P. 435.
11. Rudenko O.V. Nonlinear Acoustics in Medicine: A Review // Phys. Wave Phen. 2022. V. 30. P. 73.
12. Averina Yu.M., Moiseeva N.A., Shuvalov D.A., Nyrkov N.P., Kurbatov A.Yu. Cavitation Water Treatment. Properties of Water and Efficiency of Treatment // Adv. Chem. Chem. Technol. 2018. V. 32. № 14. P. 17.
13. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
14. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 2. М.: Наука, 1987. 360 с.
15. Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 434 с.
16. Аганин А.А., Халитова Т.Ф. Деформация ударной волны при сильном сжатии несферических пузырьков // ВБТ. 2015. Т. 53. № 6. С. 923.
17. Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Экстремальная фокусировка энергии при ударном сжатии парового пузырька в углеводородных жидкостях // ВБТ. 2019. Т. 57. № 2. С. 253.
18. Chahine G.L. Pressure Generated by a Bubble Cloud Collapse // Chem. Eng. Commun. 1984. V. 28. № 4–6. P. 355.
19. Brennen C.E. Bubbly Cloud Dynamics and Cavitation // Invited Lecture at the Acoustical Society of America Meeting. June 2007. Salt Lake City, Utah, 2007.
20. Matsumoto Y. Bubble and Bubble Cloud Dynamics // AIP Conf. Proc. 2000. V. 524. P. 65.
21. Nigmatulin R.I., Akhatov I.S., Topolnikov A.S., Bolotnova R.K., Vakhitova N.K., Lahey R.T., Taleyarkhan R.P. Theory of Supercompression of Vapor Bubbles and Nanoscale Thermonuclear Fusion // Phys. Fluids. 2005. V. 17. № 10. P. 107106.
22. Нигматулин Р.И., Лэхи Р.Т. (мл.), Талейархан Р.П., Вест К.Д., Блок Р.С. О термоядерных процессах в кавитирующих пузырьках // УФН. 2014. Т. 184. № 9. С. 947.
23. Brennen C., Reisman G., Wang Y.-C. Shock Waves in Cloud Cavitation // 21st Symposium on Naval Hydrodynamics. Washington, DC: National Acad. Press, 1997. P. 756.
24. Reisman G.E., Wang Y.-C., Brennen C.E. Observations of Shock Waves in Cloud Cavitation // J. Fluid Mech. 1998. V. 355. P. 255.
25. Shimada M., Matsumoto Y., Kobayashi T. Dynamics of the Cloud Cavitation and Cavitation Erosion // Nippon Kikai Gakkai Ronbunshu, B-hen. 1999. V. 65. № 634. P. 1934.
26. Wang Y.-C. Effects of Nuclei Size Distribution on the Dynamics of a Spherical Cloud of Cavitation Bubbles // J. Fluids Eng. 1999. V. 121. № 4. P. 881.
27. Губайдуллин А.А., Губкин А.С. Особенности динамического поведения пузырьков в кластере, вызванные их гидродинамическим взаимодействием // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22. № 4. С. 471.
28. Aganin I.A., Davletshin A.I. Dynamics of Interacting Bubbles Located in the Center and Vertices of Regular Polyhedra // J. Phys.: Conf. Ser. 2020. V. 1588. P. 012001.
29. Aganin I.A., Davletshin A.I. Dynamics of Gas Bubbles Inside a Ball-like Area at the Nodes of a Uniform Cubic Mesh Under Sudden Liquid Pressure Rise // Lobachevskii J. Math. 2020. V. 41. № 7. P. 1148.
30. Насибуллаева Э.Ш., Ахатов И.Ш. Исследование диффузионной устойчивости пузырьков в кластере // ПМТФ. 2007. Т. 48. № 4. С. 40.
31. Nasibullaeva E.S., Akhatov I.S. Bubble Cluster Dynamics in an Acoustic Field // JASA. 2013. V. 133. № 6. P. 3727.
32. Tiwari A., Pantano C., Freund J.B. Growth-and-collapse Dynamics of Small Bubble Clusters near a Wall // J. Fluid Mech. 2015. V. 775. P. 1.
33. Aganin A.A., Davletshin A.I. Equations of Interaction of Weakly Non-spherical Gas Bubbles in Liquid // Lobachevskii J. Math. 2018. V. 39. № 8. P. 1047.
34. Aganin I.A., Davletshin A.I. Dynamics of Spherical Gas Bubbles in a Cluster Under an Increase in the Surrounding Liquid Pressure // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 1923 P. 012010.