



ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР

**НАУКА**

— 1727 —

Журнал публикует оригинальные статьи и обзоры по всем вопросам теплофизических свойств веществ и теплообмена, низкотемпературной плазмы и плазменных технологий, физической газодинамики, по методам экспериментальных исследований и измерений в теплофизике, высокотемпературным аппаратам и конструкциям



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР

том 62 № 3 2024 Май–Июнь

Основан в 1963 г.
Выходит 6 раз в год
ISSN: 0040-3644

*Журнал издается под руководством
Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН*

Главный редактор
академик О.Ф. Петров

Редакционная коллегия:

А.А. Авдеев, М.Б. Агранат, В.М. Асташинский, В.М. Батенин,
А.Ю. Вараксин, М.М. Васильев (*заместитель главного редактора*),
С.С. Гупта (S.C. Gupta), Л.Г. Дьячков, И.Л. Иосилевский,
Н.Ф. Кашапов, А.Н. Киреева (*ответственный секретарь*), Ю.А. Лебедев,
И.В. Ломоносов, А.Н. Павленко, Б.Г. Покусаев, С.И. Попель, Т.С. Рамазанов,
В.В. Рощупкин, О.А. Синкевич,
В.П. Смирнов, С.Т. Суржилов, С.Г. Черкасов

Адрес редакции: 11116 Москва, Красноказарменная ул., 17а, комн. 310,
тел. 8 (495) 362-07-88

Москва
ФГБУ «Издательство «Наука»

СОДЕРЖАНИЕ

Том 62, номер 3, 2024

К юбилею Сергея Гелиевича Черкасова	323
-------------------------------------	-----

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАЗМЫ

- Быстрое вращение пылевой структуры в области сужения канала тока
текущего разряда в магнитном поле ~ 1 Тл
Л. Г. Дьячков, Е. С. Дзлиева, Л. А. Новиков, С. И. Павлов, В. Ю. Карасев 324
- Моделирование параметров плазмы двухструйного плазмотрона
с промежуточным электродом
Ю. К. Петреня, В. Я. Фролов, Д. В. Иванов 329
-

ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВ

- Метод построения фундаментального уравнения состояния метана
с учетом особенностей широкой окрестности критической точки
С. В. Рыков, И. В. Кудрявцева, В. А. Рыков 341
- Электросопротивление жидкого гафния при температурах до 5000 К
при низких и повышенных давлениях
А. И. Савватимский, С. В. Онуфриев 358
- Влияние температуры и силы тока на контактное электрическое сопротивление графита
А. В. Костановский, М. Г. Зеодинов, М. Е. Костановская, А. А. Пронкин 363
- О плавлении железа после ударного сжатия
А. Б. Медведев 368
-

ТЕПЛОМАССООБМЕН И ФИЗИЧЕСКАЯ ГАЗОДИНАМИКА

- Пластинчатый теплообменник с диффузорными каналами с газовыми теплоносителями
В. Г. Лущик, А. И. Решмин 374
- Исследование температурной стратификации при естественной конвекции газа
в замкнутом объеме
А. О. Городнов 383
- Расчет скорости, температуры и их флуктуаций в Т-образном смесителе воды
различной температуры с использованием вихреразрешающих подходов
к моделированию турбулентности
А. В. Гарбарук, М. С. Грицкевич 394
- Экспериментальное исследование воспламенения природного газа
в воздушном потоке СВЧ-разрядом
*Д. Н. Кузьмичев, В. Ю. Александров, А. В. Рудинский, К. Ю. Арефьев,
А. В. Кравченко, Е. В. Джамай* 405
- Анализ механизмов воспламенения стехиометрической топливно-воздушной смеси
*В. А. Битюрин, А. Н. Бочаров, А. С. Добровольская, П. П. Иванов,
Т. Н. Кузнецова, Е. А. Филимонова* 414

Исследование распространения водородно-воздушного пламени в плоском зазоре методом инфракрасной визуализации	425
<i>В. В. Володин, В. В. Голуб, А. Е. Ельянов</i>	
Метод отражений в задачах электростатики и теплопроводности плоскостных сред, состоящих из трех пленок	432
<i>А. Б. Петрин</i>	

НОВАЯ ЭНЕРГЕТИКА И СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Исследование применимости инфракрасных пикосекундных лазерных импульсов для микродиссекции блестящей оболочки эмбриона мыши	450
<i>Д. С. Ситников, Д. Е. Мухдина, М. А. Овчинников</i>	

ОБЗОР

Межчастичные столкновения в турбулентных двухфазных потоках	458
<i>А. Ю. Вараксин</i>	

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Электрические разряды в электролитно-пузырьковой среде раствора сульфата аммония в водопроводной воде при атмосферном давлении	474
<i>Л. Н. Багаутдинова, Э. Р. Бельгибаев, Ал. Ф. Гайсин, Ф. М. Гайсин, Аз. Ф. Гайсин, М. Н. Семенов, А. И. Купутдинова, И. Т. Фахрутдинова</i>	
Лабораторные исследования электромагнитного и резистивного нагрева нефтематеринской породы	477
<i>Р. Р. Зиннатуллин, И. В. Гайсин, Б. А. Усманов</i>	

К ЮБИЛЕЮ СЕРГЕЯ ГЕЛИЕВИЧА ЧЕРКАСОВА



4 мая 2024 г. исполнилось 70 лет Сергею Гелиевичу Черкасову, доктору физико-математических наук, профессору, главному научному сотруднику АО ГНЦ «Центр Келдыша», члену редколлегии журнала «Теплофизика высоких температур».

Вся научная деятельность Сергея Гелиевича неразрывно связана с Центром Келдыша (ранее НИИ тепловых процессов), где за 50 лет он прошел путь от студента факультета аэрофизики и космических исследований МФТИ до главного научного сотрудника, доктора физико-математических наук, профессора. В 1974 г., будучи студентом кафедры тепловых процессов МФТИ, С.Г. Черкасов под руководством В.И. Полежаева начал заниматься проблемами естественной конвекции в топливных баках ракетоносителей. Эта тема стала главной в его научной работе, послужила основой для кандидатской (1980 г.) и докторской (1992 г.) диссертаций.

Основное направление научной деятельности — расчетно-теоретические исследования гидродинамических и теплообменных процессов, в том числе свободная конвекция, тепломассооб-

менные процессы при сжатии паровых пузырьков, пленочная конденсация в условиях микрогравитации. Он автор и соавтор более 100 статей и двух монографий. В 1994 г. С.Г. Черкасову присуждена государственная стипендия для выдающихся ученых России.

Неиссякаемая любознательность и уникальный дар понятно объяснять простыми словами самые сложные явления позволяют Сергею Гелиевичу находить нестандартные подходы к решению физических задач и передавать свои знания следующим поколениям ученых. Работая на базовой кафедре МФТИ, он всегда был любимым преподавателем у студентов. В 1998 г. получил ученое звание профессора. Под его руководством защищено три кандидатские диссертации. Он является членом диссертационного совета и членом президиума НТС Центра Келдыша.

Сергей Гелиевич активно ведет организационную, экспертную и научную работу. С 2002 г. он сопредседатель секции «Свободная конвекция» на Российской национальной конференции по теплообмену. Черкасов является членом Национального комитета РАН по тепло- и массообмену, зарегистрирован в Федеральном реестре экспертов научно-технической сферы. Много лет он работает в составе редакционной коллегии журнала «Теплофизика высоких температур», активно участвует в работе со статьями, разрешении сложных ситуаций не только на заседаниях редколлегии, но и в текущей работе по соблюдению качества и уровня научных статей.

Коллектив редколлегии и редакции журнала «Теплофизика высоких температур» поздравляет Сергея Гелиевича с юбилеем и желает ему крепкого здоровья и дальнейших успехов и достижений в научной работе и в жизни!

УДК 537.525: 537.636

БЫСТРОЕ ВРАЩЕНИЕ ПЫЛЕВОЙ СТРУКТУРЫ В ОБЛАСТИ СУЖЕНИЯ КАНАЛА ТОКА ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ ~ 1 Тл

© 2024 г. Л. Г. Дьячков^{1,*}, Е. С. Дзлиева², Л. А. Новиков², С. И. Павлов², В. Ю. Карасев²

¹ Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

² Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

*E-mail: dyachk@mail.ru

Поступила в редакцию 22.04.2024 г.

После доработки 15.05.2024 г.

Принята к публикации 09.07.2024 г.

Рассмотрены механизмы вращения пылевых частиц в магнитном поле внутри вставки, определяющей положение первой стоячей страты в тлеющем разряде. Показано, что в полях, превышающих 0.5 Тл, существенное значение наряду с ионным увлечением может приобретать увлечение пылевых частиц нейтральным газом. Учет этого механизма приводит к заметному увеличению скорости вращения и хорошему согласию с экспериментальными данными.

DOI: 10.31857/S0040364424030014

ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что в магнитном поле пылевые частицы, зависающие в электрических разрядах, начинают вращаться [1–5]. Это наблюдалось как в ВЧ-разрядах [6–8], так и в стратифицированных тлеющих разрядах постоянного тока [1, 2, 9], в которых ловушка для пылевых частиц возникает в голове страты, где градиент электрического поля ∇E направлен вниз. В этих ловушках при магнитных полях $B \lesssim 0.01$ Тл вращение происходит против часовой стрелки, если смотреть в направлении магнитного поля, которое в экспериментах такого типа направлено вверх. Угловая скорость вращения при этом полагается отрицательной ($\Omega < 0$), а основным механизмом вращения является ионное увлечение [10, 11]. С увеличением магнитного поля происходит смена основного механизма вращения. При $B \approx 0.1$ Тл основным становится увлечение нейтральным газом, вращение которого происходит под действием силы Ампера, связанной с вихревыми токами в стратах [12–14]. В голове страты радиальная компонента вихревого тока направлена от стенки разрядной трубки к ее оси, при этом газ, а вместе с ним и пылевые частицы вращаются по часовой стрелке ($\Omega > 0$). С увеличением магнитного поля этот механизм вращения становится преобладающим и происхо-

дит инверсия вращения. Вращение газа, увлекающее пылевые частицы, было зарегистрировано также в магнетронном разряде [15, 16]. Магнитное поле является одним из возможных факторов, влияющих на движение пылевых частиц как в условиях эксперимента, так и в природе [10]. В частности, магнитное поле существенно влияет на поведение пылевых структур в приповерхностных областях Луны и других объектов Солнечной системы [17, 18].

В тлеющем разряде ловушка для пылевых частиц может возникать не только в голове страты. Она может формироваться вдоль по потоку электронов после существенной неоднородности разряда [19]. В [20] пылевая структура формировалась в области сильно неоднородного магнитного поля. В [21] протяженная пылевая плазма исследовалась над нижней стенкой трубки вблизи поворота канала тока. В [22] пылевая кольцеобразная структура возникала над специальной диэлектрической вставкой, сужающей канал тока. В [23] показано, что ловушка для пылевых частиц может сформироваться также в области сужения канала тока внутри вставки, несколько ниже ее самого узкого места. Такая вставка применяется, как правило, для формирования системы стоячих страт. Появление ловушки в области сужения канала тока, несколько ниже него, по-видимому, связано с двойным

электрическим слоем в этой части положительного столба [24].

В [25] наблюдалось вращение пылевой структуры внутри вставки при $B \leq 1$ Тл и была предложена модель для объяснения такого вращения влиянием только ионного увлечения. Результаты расчета по этой модели хорошо согласуются с экспериментальными данными в магнитных полях $B \leq 0.5$ Тл. При этом расчет дает снижение скорости вращения по абсолютной величине с увеличением магнитного поля при всех значениях $B > 0.1$ Тл, а в эксперименте уже при $B > 0.6$ Тл такого снижения не наблюдается. При $B > 0.7$ Тл результаты расчета по модели выходят за пределы погрешности экспериментальных данных. В [25] сделано предположение, что внутри конической вставки канал тока может расширяться, и появляется горизонтальная составляющая тока, но никаких оценок с учетом этого сделано не было.

В данном сообщении предлагается простая модель на основе такого предположения и выполнен соответствующий расчет скорости вращения пылевых частиц для условий [25].

РАСЧЕТ

Схема эксперимента по исследованию вращения пылевой структуры внутри диэлектрической вставки под действием магнитного поля [25] показана на рис. 1. Вертикально расположенная разрядная трубка радиусом $R = 0.95$ см наполнена неоном под давлением 0.4 Торр, радиус верхнего края вставки $R_0 = 0.25$ см, разрядный ток $I = 1.5$ мА. В эксперименте использовались кварцевые частицы с характерным размером 2 мкм. Подробное описание эксперимента и расчета дано в [25]. В расчете предполагалось для простоты, что ток в области сужения канала внутри вставки распределен равномерно по его сечению. В расчетной модели данной работы это предположение сохраняется, а также допускается, что внутри конической вставки ниже ее самого узкого места канал тока расширяется, т.е. появляется горизонтальная составляющая тока, направленная от оси разряда к стенке. В этом случае можно провести аналогию с действием вихревого тока в страте [12–14], однако направление горизонтальной составляющей тока внутри вставки противоположно направлению горизонтальной составляющей вихревого тока в страте. Соответственно, и направление вращения, вызванного этой составляющей тока, противоположно, в этом случае оба механизма — ионное увлечение и увлечение нейтральным газом — действуют в одном направлении и $\Omega < 0$, инверсии вращения не происходит.

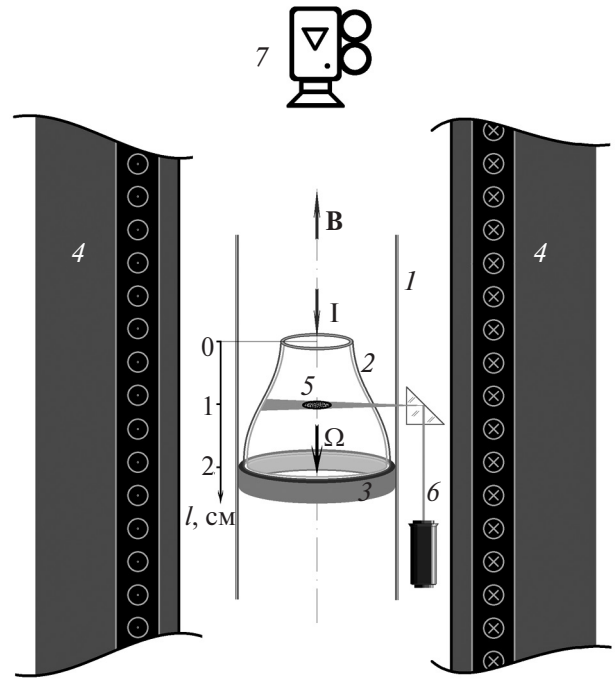


Рис. 1. Схема эксперимента в [25]: 1 — разрядная трубка, 2 — вставка, 3 — тefлоновая опора для вставки, 4 — соленоид в криостате, 5 — пылевая структура, 6 — лазерная подсветка, 7 — видеокамера.

Для угловой скорости вращения пылевой частицы в результате ионного увлечения в [25] получена формула

$$\Omega_1 = - \frac{2.9 n_i}{R_x^2 n_a} \frac{T_i z^2 \tau^3 v_{ea} \omega_{iB}}{m_i v_{ea} (v_{ia}^2 + 4 \omega_{iB}^2) + 2 m_e v_{ia} (v_{ea}^2 + \omega_{eB}^2)}, \quad (1)$$

где n_i , m_i , T_i — концентрация, масса и температура (в энергетических единицах) ионов; n_a — концентрация атомов; $z = |Z_d| e^2 / (a T_e)$ — безразмерный заряд пылевой частицы ($e Z_d$ и a — ее заряд и радиус); $\tau = T_e / T_i$; v_{ea} , v_{ia} — частоты столкновений электронов и ионов с атомами; ω_{eB} , ω_{iB} — циклотронные частоты электронов и ионов. В разрядной трубке фиксированного сечения R_x — ее радиус. В области сужения канала тока хорошее согласие с экспериментом, как показано в [25], дает выбор этой величины меньше, чем радиус трубки R , но больше радиуса отверстия R_0 во вставке, $R_0 < R_x < R$. По-видимому, это можно объяснить тем, что на оси трубки, где расположена пылевая структура, сужение канала тока менее заметно, чем в периферийных слоях.

Для определения составляющей скорости вращения в результате увлечения нейтральным газом воспользуемся уравнением из работ Недоспасова [13, 14], которое применялось для учета влияния вихревых токов в страте на вращение пылевых частиц:

$$\eta \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial r^2} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} = 0. \quad (2)$$

Здесь η — вязкость газа; $\mathbf{u}$ — азимутальная скорость вращения газа на расстоянии r от оси разряда; $\mathbf{j}$ — плотность тока, которая в данном случае имеет радиальную составляющую j_r . Положение вставки и пылевой структуры в ней в эксперименте [25] соответствовало середине соленоида, где магнитное поле однородно и имеет только продольную компоненту. В результате уравнение (2) можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 u_\phi}{\partial r^2} = \frac{B j_r}{\eta}. \quad (3)$$

В условиях работы [25] длина свободного пробега атома $\sim 10^{-2}$ см, поэтому уравнения (2) и (3) вполне применимы.

Рассмотрим простейшую расчетную модель (рис. 2). Штриховыми линиями показано предполагаемое расширение канала тока внутри вставки, в пределах которого ток равномерно распределяется по сечению канала. Пусть пылевая частица находится на глубине l от горла вставки и на расстоянии r от ее оси, а радиус равномерно расширяющегося канала на этой глубине есть R_1 . Тогда линия тока, отстоящая на глубине l от оси на расстояние r , проходит через горло вставки на расстоянии $r_0 = r R_0 / R_1$ от оси. На глубине l плотность тока $j(l) = I / \pi R_1^2$, а ее радиальная составляющая на расстоянии r от оси разряда

$$j_r(l, r) = \frac{I}{\pi R_1^2} \frac{r - r_0}{\sqrt{l^2 + (r - r_0)^2}} \cong \frac{I r (R_1 - R_0)}{\pi R_1^3 l}, \quad (4)$$

где учтено, что $r - r_0 \ll l$. Подставляя (4) в (3), после интегрирования находим

$$u_\phi(r) = \frac{B I (R_1 - R_0)}{\pi \eta R_1^3 l} \left(\frac{r^3}{6} + A r + C \right).$$

Из граничных условий $u_\phi(0) = u_\phi(R_1) = 0$ определяем константы интегрирования $C = 0$ и $A = -R_1^2/6$. В результате для угловой скорости вращения газа, а вместе с ним и пылевых частиц получаем

$$\Omega_2 = \frac{u_\phi(r)}{r} = -\frac{B I (R_1 - R_0) (R_1^2 - r^2)}{6 \pi \eta R_1^3 l}. \quad (5)$$

В (5) присутствует параметр R_1 — радиус расширяющегося канала тока внутри вставки на расстоянии l от ее верхнего края (на уровне положения пылевой структуры), который пока не задан. Его значение выберем, исходя из условия наилучшего согласия результатов расчета полной скорости вращения пылевой структуры

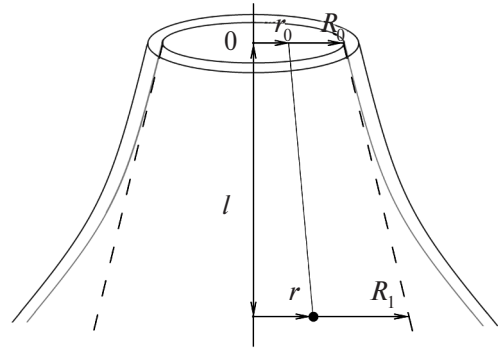


Рис. 2. К пояснению метода расчета.

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 \quad (6)$$

с экспериментальными данными для всех значений магнитного поля $0 < B \leq 1$ Тл.

На рис. 3 приведены экспериментальные данные и результаты расчета из [25] по формуле (1) — кривые 1–3 и данной работы по (5) и (6) — кривые 4, 5. Кривая 1 соответствует выбору в (1) $R_x = (R_0 + R)/2 = 0.6$, кривая 2 — положению пылевой структуры вблизи верхнего края вставки на расстоянии от него $l = 0.2$ см, где сужение канала тока на оси разряда менее заметно, поэтому взято несколько большее значение $R_x = 0.7$ см. Кривая 3 соответствует перемещению пылевой структуры вниз, $l = 1$ см. Здесь сужение канала тока вблизи оси, где находится пылевая структура, становится более заметным, и, соответственно, взято $R_x = 0.5$ см.

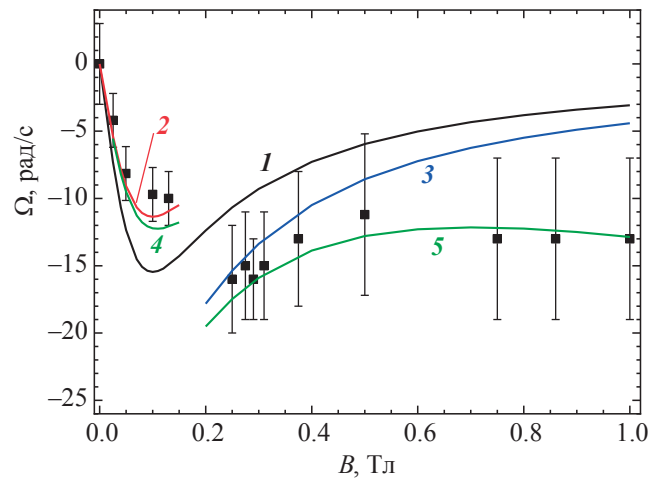


Рис. 3. Зависимость угловой скорости вращения пылевой структуры внутри вставки от магнитного поля при $p = 0.4$ Торр, $I = 1.5$ мА; маркеры — экспериментальные данные; 1–3 — учет только ионного увлечения, [25]; 4, 5 — учет также увлечения нейтральным газом (данная работа); 2, 4 — $l = 0.2$ см; 3, 5 — 1 см.

Для кривых 1–3 из [25] характерно увеличение скорости вращения по абсолютной величине с ростом магнитного поля при его малых значениях $B < 0.1$ Тл, когда частоты столкновений в (1) преобладают над циклотронными частотами. С увеличением B соотношение между этими частотами меняется и скорость вращения начинает уменьшаться. Но в эксперименте такого уменьшения скорости вращения при $B > 0.5$ Тл не наблюдается. Для объяснения этого предполагается некоторое расширение канала тока и предложена простая модель для его учета с одним свободным параметром R_1 . На рис. 3 кривые 4 и 5 показывают результаты расчета по (5) и (6) при $R_1 = R_0 + 0.01l$. Таким образом, достаточно предположить увеличение радиуса канала тока всего на 0.01 см (или 4%) на длине 1 см, чтобы объяснить результаты эксперимента [25] при $B > 0.5$ Тл. При относительно малых полях ($B \sim 0.1$ Тл) такое уширение канала тока внутри вставки приводит к малозаметным результатам — кривые 2 и 4 близки друг к другу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В [25] измерена скорость вращения пылевой структуры внутри вставки, сужающей канал тока, под действием магнитного поля $B \leq 1$ Тл и предложена теоретическая модель, объясняющая такое вращение влиянием ионного увлечения. В полях $B \leq 0.5$ Тл было получено хорошее согласие теории с результатами измерений, однако уже при $B > 0.7$ Тл результаты расчета по модели выходили за пределы экспериментальной погрешности. В данном сообщении на основе предположения о некотором расширении канала тока внутри вставки предложена простая расчетная модель, учитывающая увлечение пылевых частиц нейтральным газом. Показано, что предположение об уширении канала тока на 4% на длине 1 см внутри вставки приводит к хорошему согласию результатов теоретической модели с экспериментальными данными во всем диапазоне значений магнитного поля.

Работа выполнена при поддержке РНФ (грант № 22-12-00002) в части эксперимента и Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение № 075-00270-24-00) в части теории.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ishihara O., Kamimura T., Hirose K.I., Sato N. Rotation of a Two-dimensional Coulomb Cluster in a Magnetic Field // *Phys. Rev. E*. 2002. V. 66. 046406.
2. Karasev V.Yu., Dzlieva E.S., Ivanov A.Y., Eikhval'd A.I. Rotational Motion of Dusty Structures in Glow Discharge in Longitudinal Magnetic Field // *Phys. Rev. E*. 2006. V. 74. 066403.
3. Nedospasov A.V. Motion of Plasma-dust Structures and Gas in a Magnetic Field // *Phys. Rev. E*. 2009. V. 79. 036401.
4. Carstensen J., Greiner F., Hou L.J., Maurer H., Piel A. Effect of Neutral Gas Motion on the Rotation of Dust Clusters in an Axial Magnetic Field // *Phys. Plasmas*. 2009. V. 16. 013702.
5. Комплексная и пылевая плазма: из лаборатории в космос / Под ред. Фортובה В.Е., Морфила Г. М.: Физматлит, 2012. 444 с.
6. Schwabe M., Konopka U., Bandyopadhyay P., Morfill G.E. Pattern Formation in a Complex Plasma in High Magnetic Fields // *Phys. Rev. Lett.* 2011. V. 106. 215004.
7. Thomas E. Jr., Lynch B., Konopka U., Merlino R.L., Rosenberg M. Observations of Imposed Ordered Structures in a Dusty Plasma at High Magnetic Field // *Phys. Plasmas*. 2015. V. 22. 030701.
8. Choudhary M., Bergert R., Mitic S., Thoma M.H. Three-dimensional Dusty Plasma in a Strong Magnetic Field: Observation of Rotating Dust Tori // *Phys. Plasmas*. 2020. V. 27. 063701.
9. Vasiliev M.M., D'yachkov L.G., Antipov S.N., Huijink R., Petrov O.F., Fortov V.E. Dynamics of Dust Structures in a DC Discharge under Action of Axial Magnetic Field // *EPL*. 2011. V. 93. 15001.
10. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е. Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977. 384 с.
11. Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф. Пылевая плазма // *УФН*. 2004. Т. 174. № 5. С. 495.
12. Цендин Л.Д. Ионизационные и дрейфово-температурные волны в средах с горячими электронами // *ЖТФ*. 1970. Т. 40. № 8. С. 1600.
13. Nedospasov A.V. Gas Rotation in a Stratified Positive Column of Discharge in Longitudinal Magnetic Field // *EPL*. 2013. V. 103. 25001.
14. Недоспасов А.В. Вращение газа в разрядах в продольном магнитном поле // *УФН*. 2015. Т. 185. № 6. С. 615.
15. Паль А.Ф., Рябинкин А.Н., Серов А.О., Филиппов А.В. Вращение нейтрального газа в магнетронном разряде // *ЖЭТФ*. 2012. Т. 141. № 3. С. 608.
16. Паль А.Ф., Рябинкин А.Н., Серов А.О., Филиппов А.В. Вращение нейтрального газа в магнетронном разряде // *Письма в ЖТФ*. 2014. Т. 40. № 24. С. 112.
17. Popel S.I., Golub' A.P., Kassem A.I., Zelenyi L.M. Dust Dynamics in the Lunar Dusty Plasmas: Effects of Magnetic Fields and Dust Charge Variations // *Phys. Plasmas*. 2022. V. 29. 013701.
18. Popel S.I., Golub' A.P., Zelenyi L.M. Dusty Plasmas above the Sunlit Surface of Mercury Variations // *Phys. Plasmas*. 2023. V. 30. 043701.
19. Кларфельд Б.Н. Образование страт в газовом разряде // *ЖЭТФ*. 1952. Т. 22. С. 66.
20. Dzlieva E.S., Dyachkov L.G., Novikov L.A., Pavlov S.I. Dusty Plasma in Inhomogeneous Magnetic

- Fields in a Stratified Glow Discharge // *Molecules*. 2021. V. 26. P. 3788.
21. Дзлиева Е.С., Ермоленко М.А., Карасев В.Ю. Свойства плазменно-пылевых образований, сформированных в тлеющем разряде над нижней стенкой разрядной камеры // *Физика плазмы*. 2012. Т. 38. № 7. С. 591.
22. Дзлиева Е.С., Карасев В.Ю., Эйхвальд А.И. Исследование магнитомеханического эффекта в газовом разряде с помощью пылевых частиц // *Опт. и спектр*. 2002. Т. 92. № 6. С. 1018.
23. Дзлиева Е.С., Карасев В.Ю., Павлов С.И. Динамика плазменно-пылевых структур в ловушке в области сужения канала тока в магнитном поле // *Физика плазмы*. 2016. Т. 42. № 2. С. 142.
24. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971. 543 с.
25. Dzlueva E.S., Dyachkov L.G., Novikov L.A., Pavlov S.I., Karasev V.Yu. Fast Rotation of Dust Particle Structures in DC Glow Discharge in a Strong Magnetic Field // *Plasma Sources Sci. Technol.* 2019. V. 28. 085020.

УДК 621.762.2; 621.365.2

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЫ ДВУХСТРУЙНОГО ПЛАЗМОТРОНА С ПРОМЕЖУТОЧНЫМ ЭЛЕКТРОДОМ

© 2024 г. Ю. К. Петреня, В. Я. Фролов, Д. В. Иванов*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия

**E-mail: d.ivanov@spbstu.ru*

Поступила в редакцию 21.12.2023 г.

После доработки 04.01.2024 г.

Принята к публикации 14.02.2024 г.

Рассмотрены физические процессы, происходящие при воздействии плазменного потока дуги двухструйного плазмотрона на промежуточный электрод — вращающуюся вокруг своей оси со скоростью 10 тыс. об/мин металлическую заготовку диаметром 5 см. Нагреваемая поверхность металлической заготовки оплавляется, за счет центробежных сил происходит отрыв материала от заготовки в виде капель, после их охлаждения в среде инертного газа получается порошок сферических металлических частиц (PREP-процесс). Этот порошок применяется в аддитивных технологиях. Представлена трехмерная стационарная модель двухструйного плазмотрона с дугой, замыкающейся через промежуточный электрод — вращающуюся металлическую заготовку (приэлектродные процессы не учитываются). Рассмотрено влияние величины тока дуги и расхода плазмообразующего газа на эффективность нагрева заготовки. Представлены как распределенные (температура, скорость плазмы и др.), так и интегральные (мощность в заготовку, мощность потерь на излучение и др.) результаты расчета. Показано, что зависимость мощности в заготовку от расхода плазмообразующего газа имеет «насыщение», т.е. при превышении определенного расхода мощность в заготовку перестает увеличиваться. В этом случае увеличение тока дуги — наиболее эффективный способ увеличения мощности в заготовку.

DOI: 10.31857/S0040364424030025

ВВЕДЕНИЕ

Для эффективного внедрения в промышленность аддитивных технологий необходима разработка соответствующей теории, анализ особенностей и направлений использования процесса получения металлического порошка со сферическими частицами.

Процесс распыления при вращении электрода, получивший название REP (rotating electrode process — процесс вращающегося электрода) или PREP (plasma rotating electrode process — процесс вращающегося электрода в плазме), был изобретен в 1963 г. [1, 2]. Первоначальная конструкция короткого стержня была изменена на конструкцию длинного стержня в 1974 г. С момента изобретения REP широко использовался для производства чистых сферических порошков из низкоуглеродистой стали в качестве носителя технического углерода в офисных копировальных аппаратах. В течение последних десяти лет этот метод распыления применялся для производ-

ства порошков кобальт-хромовых и титановых сплавов для протезных устройств. Он также был адаптирован для получения сверхчистых порошков титанового сплава для потенциальных применений в аэрокосмической отрасли [3].

Чтобы повысить производительность процесса получения металлических порошков, источником нагрева электрода в данной работе выбран двухструйный плазмотрон, который является частным случаем многодугового плазмотрона.

Многодуговые плазмотроны [4–7] характеризуются наличием нескольких индивидуальных электрических дуг и отличаются между собой лишь их расположением: последовательным, параллельным или произвольным (под углом к общему потоку плазмы).

Системы с электрическими дугами, расположенными под углом к общему потоку плазмы, обеспечивают высокоэффективное про-

ведение многих технологических процессов, в частности, обработку порошковых материалов. Однако отсутствие специализированных источников электропитания, относительная трудность зажигания электрических дуг и некоторая сложность сдерживают их широкое промышленное использование, в результате чего в настоящее время применяются плазмотроны с наиболее простыми схемами. В частности, распространение получил двухструйный плазмотрон, у которого анодный и катодный участки дуги расположены под углом к общему потоку плазмы.

Первый промышленный вариант двухструйного плазмотрона был создан фирмой Thermal Dynamics Corp (США) и назван Y-образной горелкой [4, 5]. Следует отметить, что более ранние разработки двухструйного плазмотрона выполнялись со стабилизацией дуг и зоны смещения потоков плазмы горючими газами. В конструкции вышеописанной фирмы стабилизация дуг осуществляется с помощью камеры смещения, но также не исключалась возможность стабилизации приэлектродных участков дуги плазмообразующим газом. Промышленное опробование плазмотрона было проведено при мощности до 7 МВт. При мощности 4.6 МВт КПД плазмотрона составил 65%. Относительно низкий КПД устройства связан с наличием камеры смещения.

Другой двухструйный плазмотрон — ДГП-50 [4, 5], в отличие от вышеописанного, выполнен без камеры смещения и поэтому имеет высокий КПД (до 90%). В нем (промышленный вариант мощностью до 50 кВт) стабилизация зоны смещения плазменных потоков производится определенным расположением катодных и анодных узлов, формирующими соплами и расходом плазмообразующего газа. Защита электродов осуществляется аргоном.

Работа [8] посвящена разработке модели процессов в мощном двухструйном плазмотроне постоянного тока (мощность — 1 МВт, ток — 1500 А), который используется для сжигания и разложения отходов, а также для металлургических применений. Дуговой разряд, генерируемый двухструйным плазмотроном, характеризуется сложной формой и гидродинамикой и требует трехмерного описания. Увеличенная длина дуги, замкнутой между вольфрамовым заточенным катодом и плоским медным анодом без какой-либо конкретной удерживающей стенки, а также динамика жидкости и магнитного поля приводят к неустойчивому поведению плазменной струи. Чтобы описать динамическое поведение двухструйного дугового разряда, в работе [8] была разрабо-

тана трехмерная нестационарная модель плазменной дуги с использованием коммерческого кода Fluent. В дальнейшем авторы этой работы применили разработанную модель при моделировании процесса синтеза медного нанопорошка [9].

В работе [10] проведены теоретические и экспериментальные исследования многокатодного дугового плазмотрона (6 катодов). Для расчетов использовалась модель двухтемпературной плазмы.

Рассмотренные примеры свидетельствуют об актуальности данной тематики, а также заинтересованности ученых и промышленных компаний в современных и более эффективных способах получения металлических порошков.

С целью повышения производительности получения металлических порошков был предложен метод, защищенный патентом авторов данной работы [11]. Отличительной особенностью этого метода от распространенных способов получения порошка, в том числе с вращением оплаваемого электрода, является то, что используются струйные плазмотроны, у которых через генерируемую струю плазмы протекает ток, замыкающийся на промежуточный электрод — оплаваемый объект [1, 12]. Это позволило регулировать энергию генерируемой струи плазмы с высокой энергетической эффективностью при оплавлении вращающегося металлического электрода, а также с целью увеличения мощности источника плазмы управлять длиной генерируемой дуги с помощью изменения размеров внутреннего канала плазмотрона.

Предлагаемый технологический объект — дуга многоструйного дугового плазмотрона, замыкающаяся через вращающийся промежуточный электрод, — мало изучен. Поэтому с целью разработки фундаментальных основ плазменных технологий для получения металлических порошков необходимо выполнить анализ закономерностей взаимодействия потоков плазмы многоструйных дуговых плазмотронов с оплаваемым вращающимся металлическим электродом.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для выполнения анализа взаимодействия потоков плазмы разработана математическая модель тепловых, газодинамических и электромагнитных процессов. Основные допущения модели:

- плазма находится в состоянии локального термодинамического равновесия (ЛТР);
- плазма оптически тонкая, перенос энергии за счет излучения не учитывается;
- пренебрегается вязкой диссипацией.

Для дуговой плазмы атмосферного давления при токах до 1 кА эти допущения оправданы и общеупотребимы [13]. Основные уравнения применяемой модели плазменных процессов выражают фундаментальные законы сохранения и включают в себя:

- уравнение баланса энергии (закон сохранения энергии);
- уравнение движения (закон сохранения импульса);
- уравнение неразрывности (закон сохранения массы).

Вид этих уравнений стандартен и может быть найден, например, в [14–16].

Так как плазма существует в электромагнитном поле, то данная система уравнений дополняется системой уравнений Максвелла, которая сводится к уравнениям относительно скалярного и векторного потенциалов:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \varphi) = 0,$$

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J},$$

где $\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$, $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$.

Для учета зависимости плотности плазмы от температуры и давления использовалось уравнение состояния идеального газа:

$$\rho = (p_{\text{атм}} + p_{\text{изб}}) \frac{M_{\text{пл}}}{RT},$$

где $p_{\text{атм}}$ – атмосферное давление, $p_{\text{изб}}$ – избыточное давление, $M_{\text{пл}}$ – молярная масса плазмы, R – универсальная газовая постоянная.

В качестве плазмообразующего газа взят аргон. Термодинамические и транспортные свойства аргонной плазмы в зависимости от температуры были предварительно рассчитаны по методике, описанной в книге [17]. Температурная зависимость удельной мощности излучения u_{rad} аргонной плазмы взята из книги [18].

Таким образом, основные уравнения модели образуют систему, которая должна быть решена с целью получения распределений необходимых параметров плазмы, таких как температура, скорость, давление, электромагнитные величины. Для учета турбулентности была использована SST-модель [19]. Данная задача решалась в трехмерной стационарной постановке.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТОВ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

В расчетах использовалась геометрия плазмотрона ПН-ПА1, представленная на рис. 1а. Диаметр сопла – 5 мм, длина сопла – 10 мм, зазор (минимальное расстояние) между центральным электродом и соплом – 1 мм. В плазмотроне за

счет присутствия в конструкции газоформователя организуется аксиальный поток газа, поступающий в сопло.

Выбор взаимного расположения двухструйного плазмотрона и вращающегося электрода – это вопрос отдельного исследования. В данной работе рассматривается их взаимное расположение, при котором угол между плазменными струями – 90° (каждая струя двухструйного плазмотрона создается плазмотроном ПН-ПА1). С вращающегося электрода снята фаска 15×45° для того, чтобы поток плазмы падал на поверхность электрода по нормали, расстояние от среза сопла плазмотронов до металлического электрода – 10 мм.

Базовый режим работы двухструйного плазмотрона, выбранный на основе предварительных опытов: ток дуги – 200 А, расход аргона в каждой струе – 0.8 г/с.

Металлический электрод диаметром 5 см вращается вокруг своей оси с частотой 10 000 об/мин.

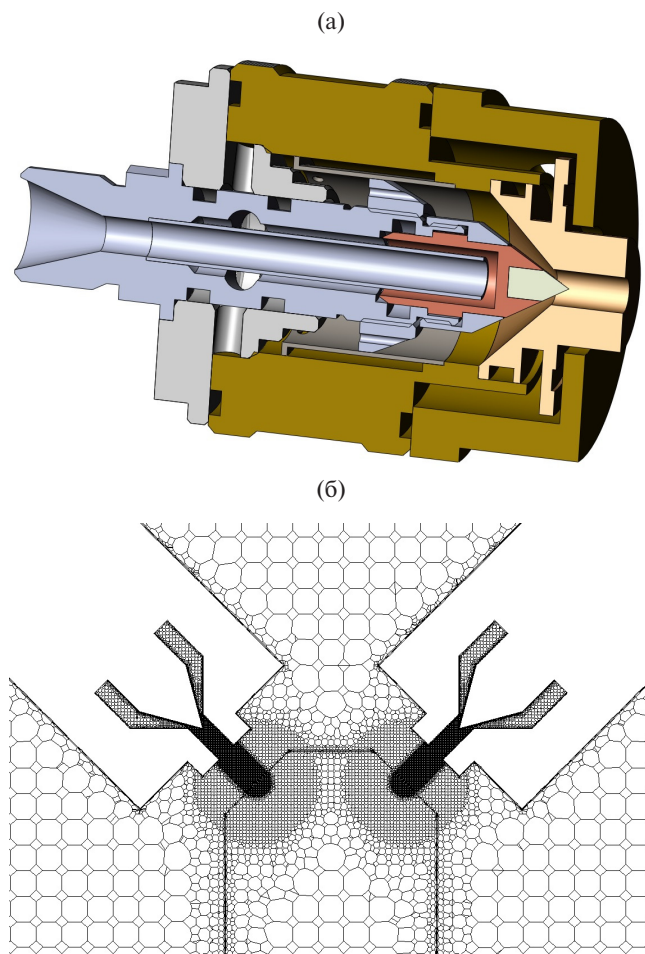


Рис. 1. Геометрия и расчетная сетка: (а) – разрез плазмотрона ПН-ПА1 (уплотнения не показаны), (б) – расчетная сетка (разрез в центральном сечении).

Материал металлического электрода — медь. Расчетная область, окружающая двухструйный плазмотрон и металлический электрод, представляет собой цилиндр диаметром 200 мм и высотой 200 мм. В качестве граничного условия на поверхности электродов задается параболический профиль плотности тока [8]:

$$J(r) = J_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 \right],$$

где $J_{\max}$ — максимальное значение плотности тока, r — расстояние от оси электрода, $R_0 = 1.5$ мм. На одном электроде задавалось положительное значение $J_{\max}$, на другом — отрицательное. На нижней поверхности металлического электрода — нулевой электрический потенциал.

Для векторного потенциала на радиальной границе расчетной области задавалось граничное условие

$$A = 0,$$

которое необходимо для стабилизации итерационного процесса. На остальных границах задавалось условие

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0,$$

где n — направление, перпендикулярное границе.

На электродах задается следующее граничное условие для температуры:

$$T(r) = T_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R_{T0}} \right)^4 \right],$$

где $T_{\max} = 10000$ К, $R_{T0} = 2$ мм. На остальных границах задана температура $T = 300$ К.

Расчеты по разработанной модели были проведены в программе ANSYS Fluent. К сожалению, в программной среде ANSYS Fluent нет встроенной возможности решения электромагнитных задач. С другой стороны, в этой программе существует возможность дополнять существующие модели собственным кодом, определять и решать уравнения в частных производных. Такая возможность называется функциями UDF (user defined functions), которые необходимо задать на языке программирования C. С помощью UDF в программе ANSYS Fluent были заданы уравнения электромагнитной задачи для скалярного и векторного потенциалов, температурные зависимости теплофизических свойств плазмы, граничные условия на электродах и др.

Для расчетов использовалась полигональная сетка, число элементов расчетной сетки — 1.97 млн ячеек (см. рис. 16).

Были проведены следующие исследования взаимодействия потоков плазмы с оплавливаемым вращающимся металлическим электродом:

- влияние тока дуги;
- влияние расхода плазмообразующего газа.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты моделирования для базового режима работы двухструйного плазмотрона показаны на рис. 2–4. Из распределений температуры и скорости видно (рис. 2, 3), что максимальная температура (22400 К) находится в области сопла вблизи электрода (т.е. в области, где диаметр плазмы наименьший), после выхода из сопла диаметр дуги увеличивается и температура плазмы уменьшается, при этом скорость становится максимальной (1.52 км/с). При достижении металлического электрода плазма растекается по его поверхности. При этом ток замыкается между двумя струями через металлический электрод.

Вращательное движение цилиндрического электрода не оказывает существенного влияния на движение плазменных струй. Это объясняется тем, что при частоте 10 000 об/мин (166.67 об/с) и радиусе электрода 25 мм линейная скорость поверхности электрода равна 26.18 м/с, что существенно меньше скорости плазменной струи.

Из распределения давления (рис. 4а) видно, что внутри плазмотронов абсолютное давление достигает 1.23 атм и падает до 1 атм на выходе из сопла. Распределение z -составляющей плотности тока показывает (рис. 4б), что дуга замыкается через металлический электрод.

В работе [8], посвященной расчетам двухструйного плазмотрона, в котором дуга замыкается между двумя струями (т.е. без металлического электрода между струями), отмечается, что режим работы характеризуется пульсациями, связанными с повторным замыканием дуги выше по потоку (так называемым шунтированием дуги), что приводит к вычислительной неустойчивости стационарных расчетов. Необходимо отметить, что в рассматриваемой конструкции такой неустойчивости расчетов не наблюдается.

Влияние тока дуги. Результаты расчетов при изменении тока дуги от 150 до 250 А приведены на рис. 5 и 6. Расход плазмообразующего газа во всех случаях $G = 0.8$ г/с. На рис. 5 показаны усредненные радиальные распределения температуры и скорости плазмы в выходном сечении плазмотрона. На рис. 6 даны распределения температуры, скорости и избыточного давления вдоль оси плазмотрона. Интегральные результаты расчета приведены в табл. 1.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

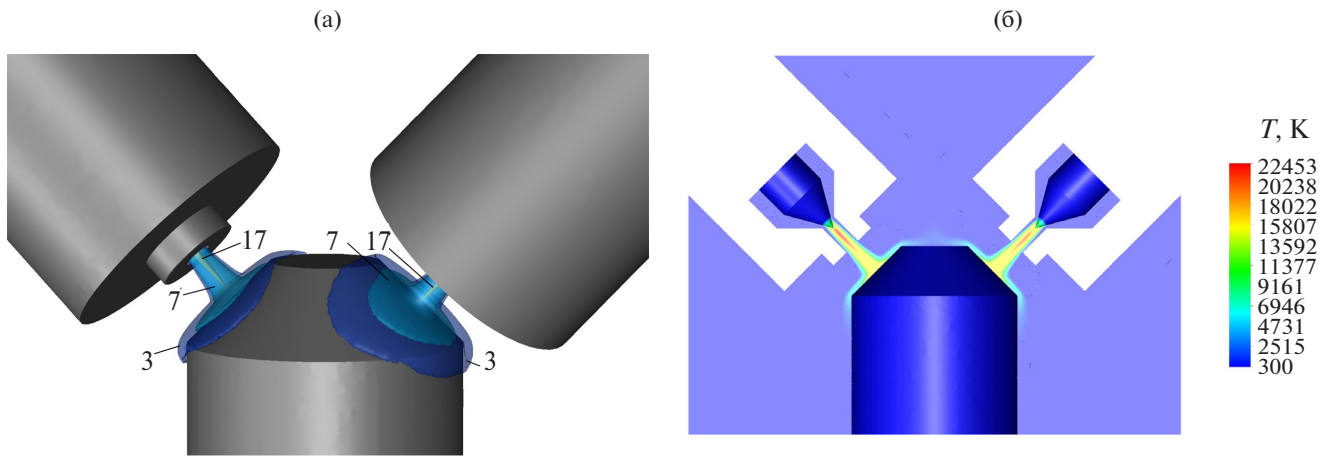


Рис. 2. Температура плазмы в базовом режиме работы ($I = 200$ А, $G = 0.8$ г/с): (а) — трехмерное распределение (в тыс. К); (б) — двухмерное распределение в центральном сечении.

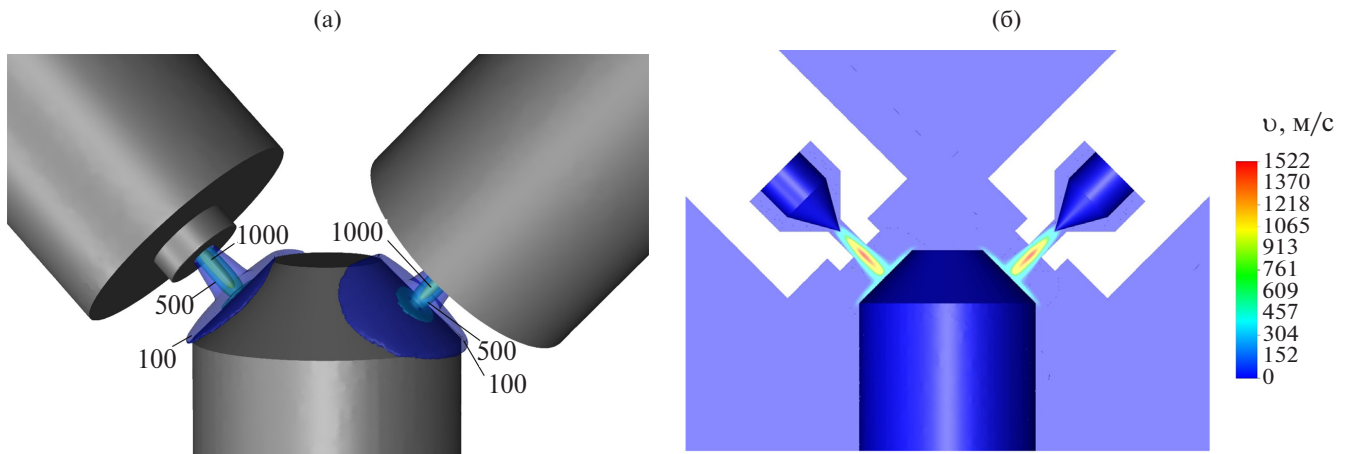


Рис. 3. Скорость плазмы в базовом режиме работы ($I = 200$ А, $G = 0.8$ г/с): (а) — трехмерное распределение (в м/с); (б) — двухмерное распределение в центральном сечении.

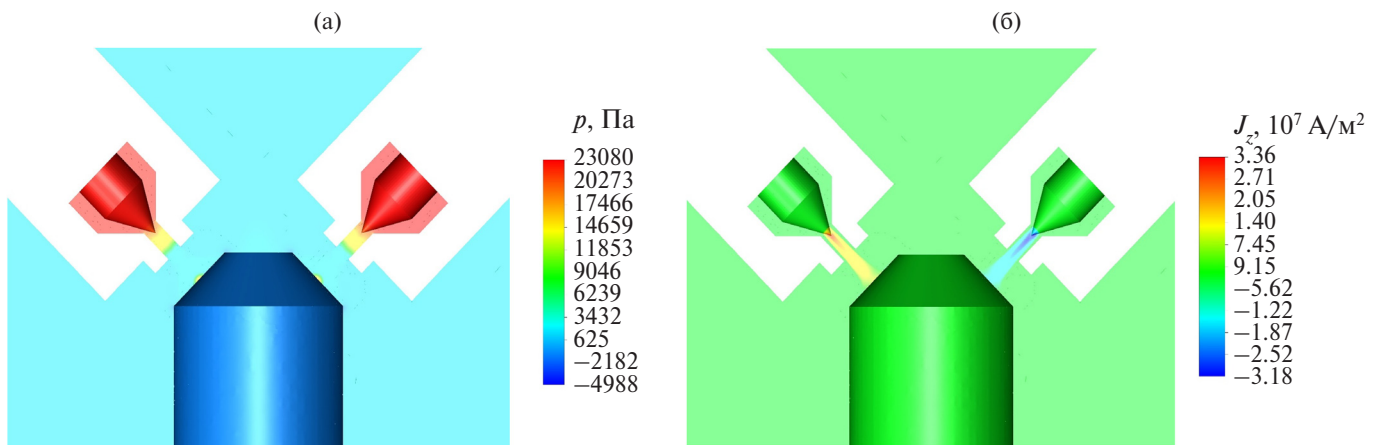


Рис. 4. Двумерные распределения параметров плазмы в центральном сечении в базовом режиме работы ($I = 200$ А, $G = 0.8$ г/с): (а) — избыточное газостатическое давление; (б) — z -составляющая плотности тока.

1. Повышение тока дуги приводит к повышению практически всех величин, указанных в табл. 1. Однако доля мощности, передаваемая в заготовку, повышается при увеличении тока со 150 до 200 А и здесь имеет максимум (53%), а при дальнейшем повышении тока до 250 А понижается до 52% (табл. 1).

2. Из радиальных распределений температуры (рис. 5а) и скорости (рис. 5б) видно, что увеличение тока ведет к росту удельной мощности джоулева нагрева в токопроводящем канале дуги (в приосевой области). Это приводит в свою очередь к уменьшению плотности плазмы в этой области и, как следствие, росту ее скорости. Кроме того, рост тока дает увеличение электромагнитной силы, сжимающей плазму (пинч-эффект), что также ведет к росту скорости плазмы в осевом направлении.

3. Осевые распределения температуры (рис. 6а) показывают, что максимальная температура достигается внутри сопла вблизи электрода плазмотрона, т.е. там, где канал плазмы сжат больше всего. По мере движения газа в сопле он нагревается от плазмы, канал плазмы расширяется, и его максимальная температура уменьшается. После выхода из сопла канал плазмы расширяется еще больше, и максимальная температура плазмы уменьшается.

4. Максимальное давление плазмы наблюдается внутри плазмотрона у входа в сопло (рис. 6в), по мере движения плазмы внутри сопла ее скорость растет (рис. 6б), а давление уменьшается. Максимальное значение скорости достигается на расстоянии около 2 мм после выхода из сопла, а давление плазмы при этом становится равным атмосферному. При приближе-

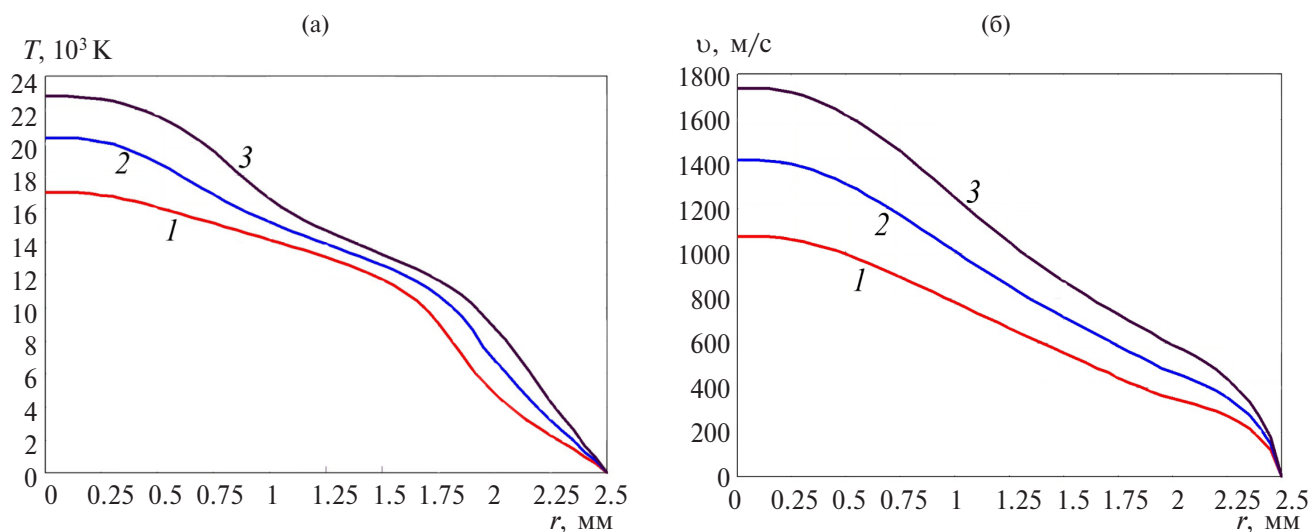


Рис. 5. Усредненные радиальные зависимости температуры (а) и скорости (б) плазмы в выходном сечении плазмотрона при расходе аргона $G = 0.8$ г/с и различных значениях тока дуги: 1 – 150 А, 2 – 200, 3 – 250.

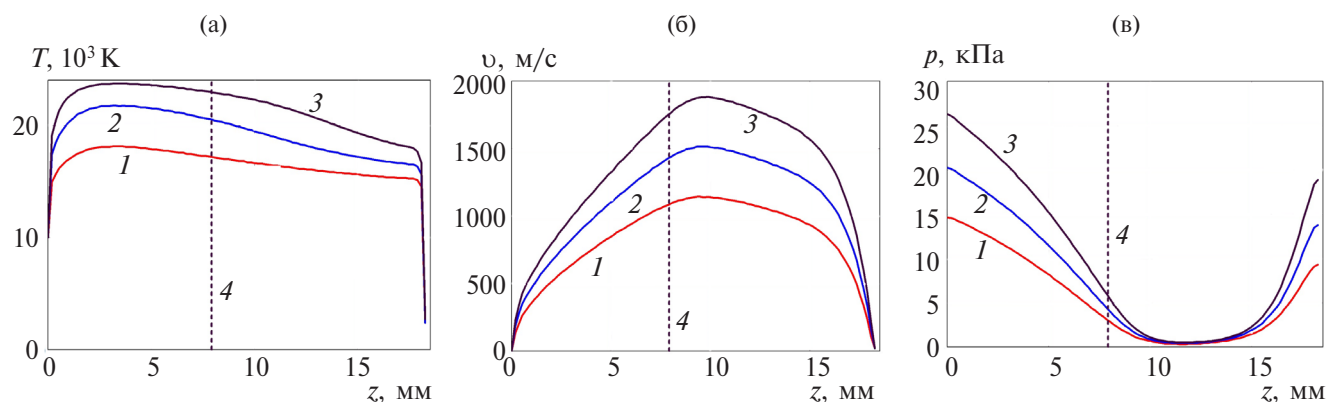


Рис. 6. Распределения температуры (а), скорости (б) и избыточного давления (в) плазмы вдоль оси плазмотрона при расходе аргона $G = 0.8$ г/с и токах дуги: 1 – 150 А, 2 – 200, 3 – 250, 4 – граница плазмотрона.

Таблица 1. Результаты исследования влияния тока дуги

№	Параметр	Значение		
1	Расход газа, г/с	0.8	0.8	0.8
2	Ток дуги, А	150	200	250
3	Напряжение на дуге, В	113.1	121.2	126.4
4	Мощность в плазме, кВт	16.958 (100%)	24.160 (100%)	31.424 (100%)
5	Мощность потерь за счет излучения, кВт	1.061 (6.26%)	1.545 (6.40%)	2.105 (6.70%)
6	Мощность в электрод (среднее значение для двух электродов), кВт (%)	0.229 (1.35%)	0.339 (1.40%)	0.467 (1.49%)
7	Мощность в сопло (среднее значение для двух сопел), кВт (%)	0.002 (0.01%)	0.003 (0.01%)	0.005 (0.02%)
8	Мощность в заготовку, кВт (%)	8.240 (48.6%)	12.858 (53.2%)	16.319 (51.9%)
9	Максимальная температура, К	18692	22453	24246
10	Максимальная скорость, м/с	1150	1522	1895
11	Максимальное избыточное давление, Па	17405	23080	29079

нии к стенке вращающегося электрода скорость уменьшается, а давление растет (рис. 6б, 6г), достигая 1.2 атм при токе 250 А.

5. Из табл. 1 следует, что повышение тока дуги является эффективным способом повышения мощности, передаваемой в заготовку (мощность в заготовку увеличивается с 8.2 до 16.3 кВт при увеличении тока дуги со 150 до 250 А), хотя КПД процесса может при этом несколько уменьшаться (с 53.2% до 51.9% при увеличении тока с 200 до 250 А).

Влияние расхода плазмообразующего газа. Результаты расчетов при изменении расхода плазмообразующего газа от 0.1 до 1.5 г/с (через каждое сопло) приведены на рис. 7–10. Ток дуги во всех случаях $I = 200$ А. На рис. 9 показаны усредненные радиальные распределения температуры и скорости плазмы в выходном сечении плаз-

мотрона. На рис. 10 даны осевые распределения температуры, скорости и избыточного давления вдоль оси плазмотрона. Интегральные результаты расчета приведены в табл. 2.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

1. При малом расходе плазмообразующего газа (0.1 г/с) плазма занимает все пространство внутри сопла, так что вблизи его стенки существует высокий градиент температуры, и потери в стенку сопла относительно высоки (900 Вт), поэтому есть опасность его прогорания. После выхода из сопла плазменный канал резко расширяется (рис. 7) за счет относительно малой скорости плазмы (максимальная скорость плазмы – 420 м/с) и мощность, передаваемая в заготовку, составляет 51% от мощности дуги. Для сравнения на рис. 8 показаны распределе-

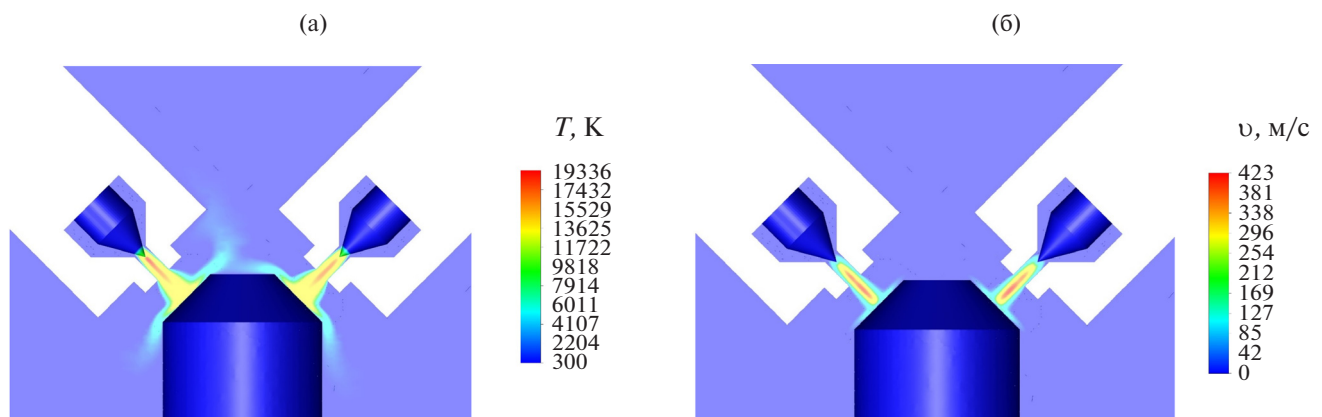


Рис. 7. Двумерные распределения температуры (а) и скорости (б) плазмы в центральном сечении при малом расходе плазмообразующего газа ($I = 200$ А, $G = 0.1$ г/с).

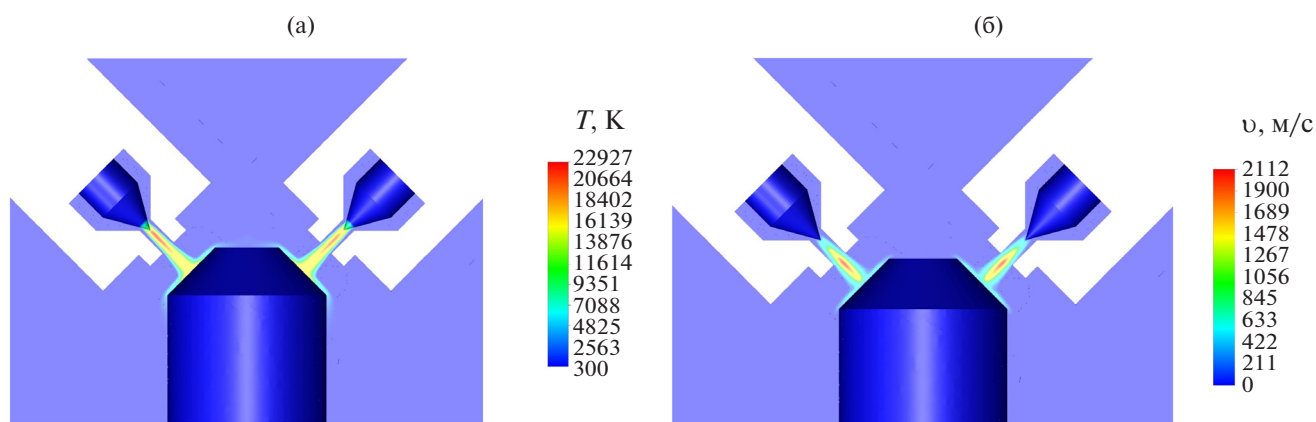


Рис. 8. Двумерные распределения температуры (а) и скорости (б) плазмы в центральном сечении при большом расходе плазмообразующего газа ($I = 200$ А, $G = 1.5$ г/с).

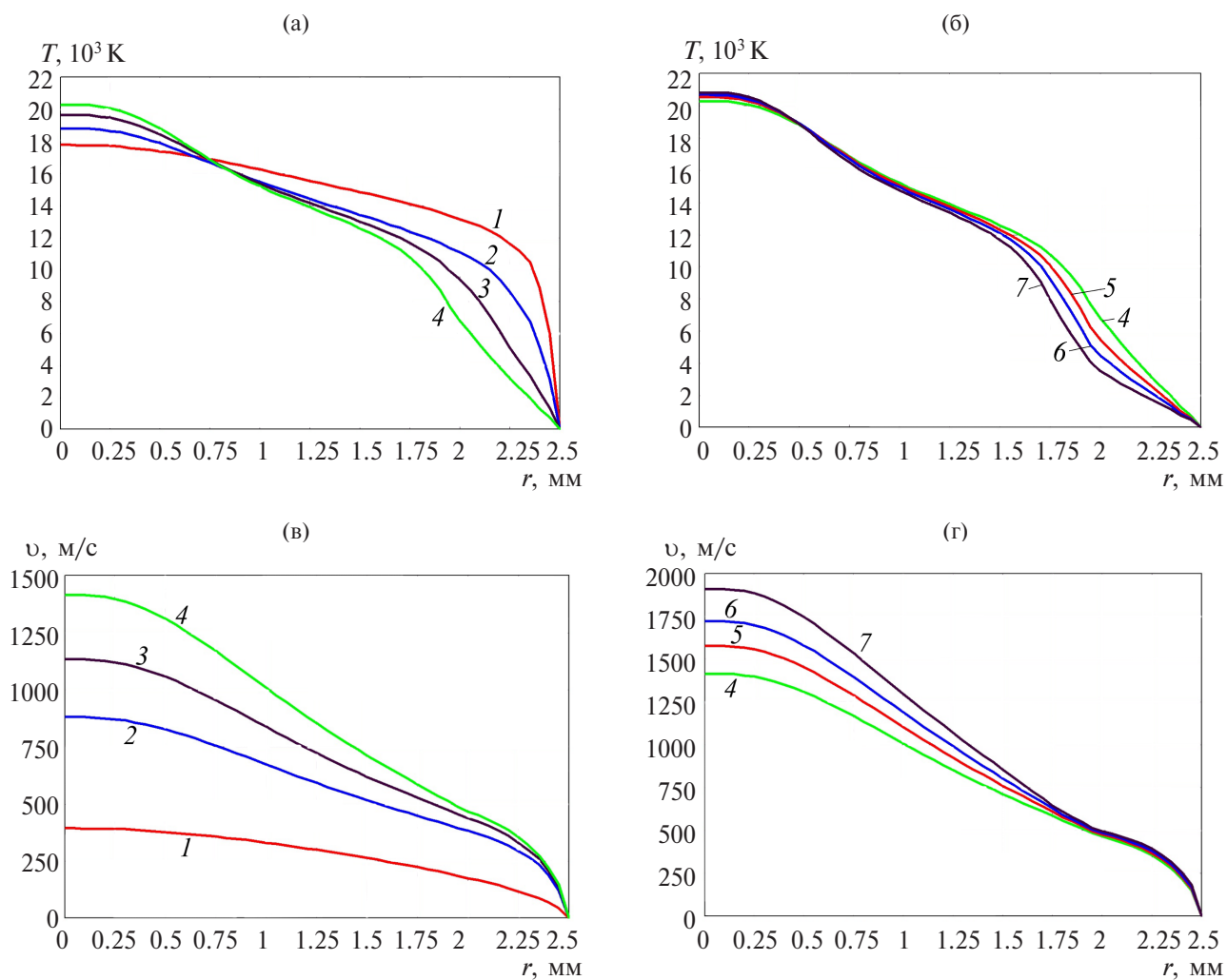


Рис. 9. Усредненные радиальные зависимости температуры (а), (б) и скорости (в), (г) плазмы в выходном сечении плазмотрона при токе дуги 200 А и различных значениях расхода аргона: 1 – 0.1 г/с, 2 – 0.3, 3 – 0.5, 4 – 0.8, 5 – 1.0, 6 – 1.2, 7 – 1.5.

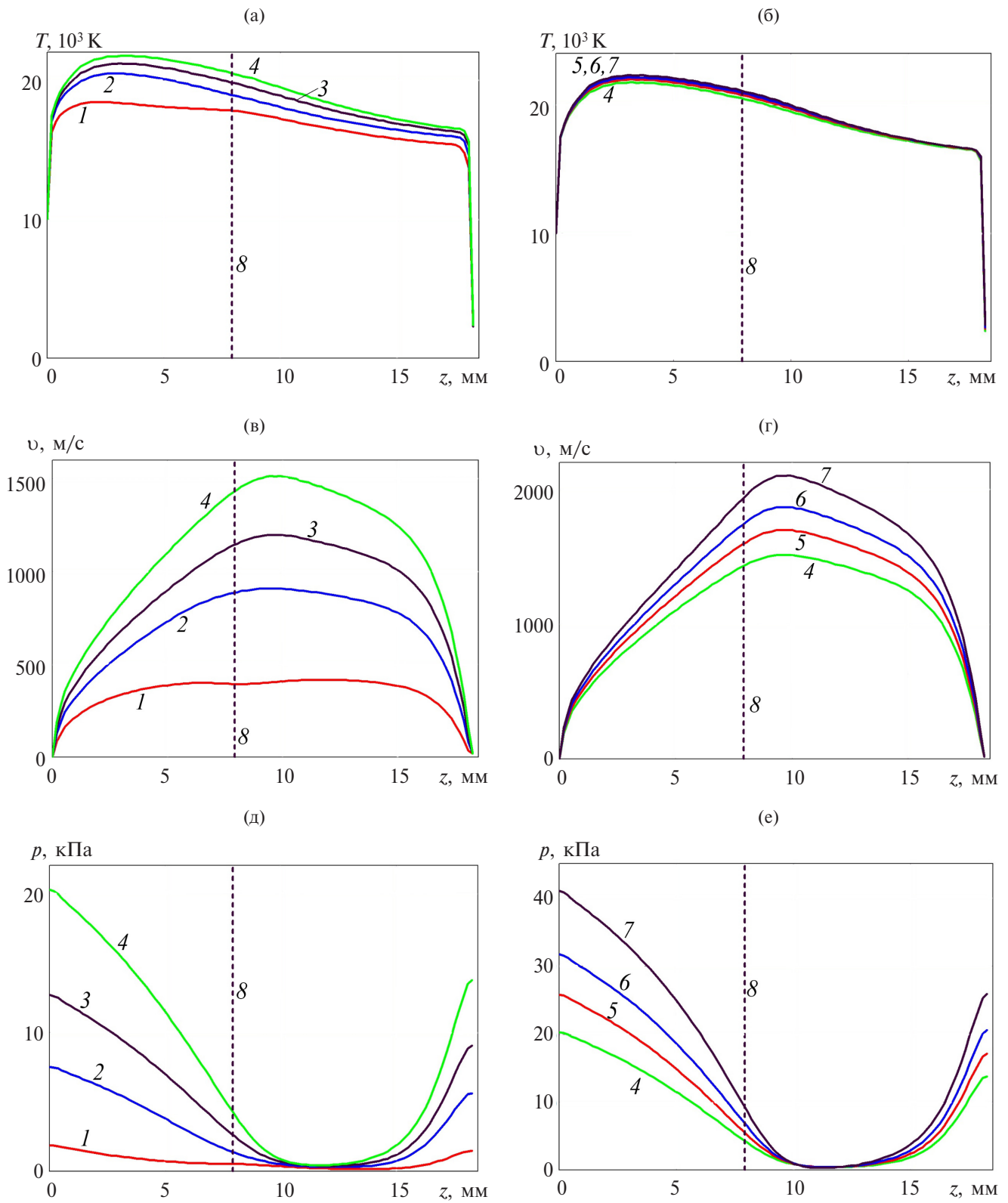


Рис. 10. Распределения температуры (а), (б), скорости (в), (г) и избыточного давления (д), (е) плазмы вдоль оси плазматрона при токе дуги $I = 200$ А и различных значениях расхода аргона: 1 – 0.1 г/с, 2 – 0.3, 3 – 0.5, 4 – 0.8, 5 – 1.0, 6 – 1.2, 7 – 1.5, 8 – граница плазматрона.

Таблица 2. Результаты исследования влияния расхода плазмообразующего газа

№	Параметр	Значение						
1	Расход газа, г/с	0.1	0.3	0.5	0.8	1.0	1.2	1.5
2	Ток дуги, А	200	200	200	200	200	200	200
3	Напряжение на дуге, В	74.1	104.4	110.8	121.2	127.3	133.5	142.5
4	Мощность в плазме, кВт	14.795 (100%)	20.838 (100%)	22.109 (100%)	24.160 (100%)	25.385 (100%)	26.509 (100%)	28.068 (100%)
5	Мощность потерь за счет излучения, кВт	2.506 (16.9%)	1.935 (9.28%)	1.692 (7.65%)	1.545 (6.40%)	1.474 (5.81%)	1.416 (5.34%)	1.342 (4.78%)
6	Мощность в электрод (среднее значение для двух электродов), кВт	0.292 (1.97%)	0.308 (1.48%)	0.321 (1.45%)	0.339 (1.40%)	0.351 (1.38%)	0.358 (1.35%)	0.378 (1.35%)
7	Мощность в сопло (среднее значение для двух сопел), кВт	0.899 (6.08%)	0.095 (0.46%)	0.011 (0.05%)	0.003 (0.01%)	0.002 (0.009%)	0.002 (0.007%)	0.001 (0.005%)
8	Мощность в заготовку, кВт	7.581 (51.2%)	13.523 (64.9%)	12.127 (54.9%)	12.858 (53.2%)	12.688 (50.0%)	12.712 (48.0%)	12.804 (45.6%)
9	Максимальная температура, К	19336	21383	21987	22453	22638	22767	22927
10	Максимальная скорость, м/с	423	915	1204	1522	1708	1878	2112
11	Максимальное избыточное давление, Па	2022	8228	14147	23080	29588	36496	47529

ния температуры и скорости плазмы при расходе аргона 1.5 г/с (видно, что между дугой и стенкой есть слой холодного газа, резкого расширения плазмы после сопла нет, максимальная скорость существенно выше — 2.1 км/с).

2. Повышение расхода плазмообразующего газа до 0.3 г/с приводит к росту мощности, передаваемой в заготовку, до 65% от мощности дуги (см. табл. 2). При этом потери в стенку сопла снижаются до 95 Вт.

3. Дальнейшее увеличение расхода приводит к плавному снижению доли мощности, передаваемой в заготовку, до 45% при расходе 1.5 г/с. Потери мощности в сопло становятся пренебрежимо малы уже при расходе 0.5 г/с.

4. Увеличение расхода плазмообразующего газа приводит к сжатию дугового канала. Резкое сжатие происходит при увеличении расхода с 0.1 до 0.3 г/с. Это сопровождается увеличением (см. табл. 2) мощности дуги с 14.8 до 22.1 кВт, напряжения на дуге — с 74.1 до 110.8 В, температуры плазмы — с 19.3 до 22 тыс. К, скорости плазмы — с 420 до 1200 м/с.

5. Дальнейшее увеличение расхода приводит к более плавному увеличению вышеназванных величин.

6. Из рис. 9б и 10б видно, что увеличение расхода аргона с 0.8 до 1.5 г/с практически не приводит к росту температуры в приосевой зоне дуги. Это происходит за счет того, что в этом диапазоне расходов диаметр токопроводящего ка-

нала практически не меняется, при этом скорость плазмы в приосевой зоне увеличивается (см. рис. 9г и 10г).

7. Из рис. 9б также видно, что увеличение расхода аргона с 0.8 до 1.5 г/с приводит к «заохлаживанию» пристеночного слоя ($r = 1.5\text{--}2.5$ мм) плазмы внутри сопла. При этом распределение скорости в пристеночном слое практически не меняется (рис. 9г).

8. Потери мощности за счет излучения невелики (1–2% от мощности дуги), они уменьшаются при увеличении расхода плазмообразующего газа (табл. 2), так как при этом уменьшается объем плазмы.

9. Максимальное давление линейно растет с 1.02 до 1.48 атм при повышении расхода с 0.1 до 1.5 г/с (см. рис. 10д, 10е и табл. 2).

10. Необходимо заметить, что влияние расхода плазмообразующего газа на эффективность технологического процесса на основе двухструйного плазмотрона намного ниже, чем на основе плазмотронов косвенного действия. Причина этого в том, что в двухструйном плазмотроне с дугой, замыкающейся через вращающийся электрод, дуга существует по всей длине плазмы, и, значит, по всей длине плазмы выделяется мощность джоулевого нагрева. В плазмотроне же косвенного действия (струйном плазмотроне) дуга существует только внутри канала плазмотрона (горит между катодом и анодом плазмотрона), и повышение расхода газа приводит к повышению

той доли мощности, которая выносится из плазмотрона.

11. Исходя из условия работы при максимально возможной эффективности (см. табл. 2), в дальнейшем рекомендуется использовать расход плазмообразующего газа, лежащий в пределах 0.3–0.8 г/с.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрен способ получения металлического порошка при помощи распыления плазменной дугой вращающейся заготовки. В данной технологии получение металлических частиц происходит при воздействии плазменного потока дуги многоструйного плазмотрона на вращающуюся вокруг своей оси металлическую заготовку диаметром 5 см со скоростью 10 тыс. об/мин. Отрыв порошкового материала от заготовки происходит за счет центробежных сил. Распыление производится в среде инертного газа для исключения образования оксидных пленок на поверхности частиц.

Представлена трехмерная стационарная модель двухструйного плазмотрона с дугой, замыкающейся через промежуточный электрод — вращающуюся металлическую заготовку. Приведены результаты исследований влияния тока дуги и расхода плазмообразующего газа на параметры плазмы.

Показано, что вращательное движение цилиндрического электрода не оказывает существенно влияния на движение плазменных струй.

Анализ результатов показал, что повышение тока дуги является эффективным способом повышения мощности, передаваемой в заготовку (мощность в заготовку растет с 8.2 до 16.3 кВт при увеличении тока дуги со 150 до 250 А), хотя КПД процесса может при этом несколько уменьшаться (с 53.2% до 51.9% при увеличении тока с 200 до 250 А).

При этом влияние расхода плазмообразующего газа на эффективность технологического процесса на основе двухструйного плазмотрона намного ниже по сравнению с плазмотронами косвенного действия. Причина этого в том, что в двухструйном плазмотроне с дугой, замыкающейся через вращающийся электрод, дуга существует по всей длине плазмы, и значит, по всей длине плазмы выделяется мощность джоулевого нагрева. В плазмотроне же косвенного действия (струйном плазмотроне) дуга существует только внутри канала плазмотрона (замыкается между катодом и анодом плазмотрона), и повышение расхода газа приводит к повышению той доли мощности, которая выносится из плазмотрона.

Исходя из условия работы при максимально возможной эффективности взаимодействия по-

тока плазмы и порошкового материала [20, 21], в дальнейшем при токе дуги 200 А рекомендуется использовать расход плазмообразующего газа, лежащий в пределах 0.3–0.8 г/с.

Возможные направления дальнейших исследований связаны с развитием разработанной трехмерной математической модели.

1. Проведение расчетов двухфазного потока, т.е. добавление в модель расчета движения капель, распыленных с поверхности промежуточного электрода, и учет взаимного влияния плазменных струй и потока распыленных частиц.

2. Переход от модели двухструйного плазмотрона к модели трехструйного трехфазного плазмотрона с промежуточным электродом для получения сферического металлического порошка.

3. Переход к нестационарной модели и проведение расчетов при различной частоте питающего трехфазного напряжения.

Работа выполнена в рамках исследований по госзаданию Министерства науки и высшего образования РФ (тема FSEG-2023-0012).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zdujić M., Uskoković D. Production of Atomized Metal and Alloy Powders by the Rotating Electrode Process // Powder Metall Met. Ceram. 1990. V. 29. P. 673.
2. Кадыров А.А. Разработка плазменной технологии для получения металлических порошков, используемых в аддитивных технологиях. Дис. ... канд. техн. наук. СПб.: СПбПУ, 2020. 116 с.
3. Ничипоренко О.С., Найдя Ю.И., Медведовский А.Б. Распыленные металлические порошки. Киев: Наукова думка, 1980. 238 с.
4. Фролов В.Я., Клубник В.С., Петров Г.К., Юшин Б.А. Техника и технологии нанесения покрытий. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2008. 387 с.
5. Электротехнологические промышленные установки / Под ред. Фролова В.Я. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. 572 с.
6. Рутберг Ф.Г., Сафронов А.А., Попов С.Д., Суоров А.В., Наконечный Г.В. Многофазные электродуговые плазмотроны переменного тока для плазменных технологий // ТВТ. 2006. Т. 44. № 2. С. 205.
7. Сафронов А.А., Васильева О.Б., Дудник Ю.Д., Кузнецов В.Е., Ширяев В.Н. Исследование работы высоковольтных плазмотронов со стержневыми электродами // ТВТ. 2018. Т. 56. № 6. С. 871.
8. Colombo V., Ghedini E., Boselli M., Sanibondi P., Concetti A. 3D Static and Time-dependent Modelling of a DC Transferred Arc Twin Torch System // J. Phys. D: Appl. Phys. 2011. V. 44. 194005.
9. Boselli M., Gherardi M., Colombo V. 3D Modelling of the Synthesis of Copper Nanoparticles by Means of a DC Transferred Arc Twin Torch Plasma System // J. Phys. D: Appl. Phys. 2019. V. 52. 444001.

10. *Zhang Z., Sun Q., Wang C., Shui T., Xia W.* Numerical Simulation and Experimental Study on a DC Multi-cathode Arc Plasma Generator // *Plasma Chem. Plasma Proc.* 2023. <https://doi.org/10.1007/s11090-023-10377-0>.
11. *Фролов В.Я., Юшин Б.А., Кадыров А.А.* Способ получения металлического порошка. Патент на изобретение РФ № 2769116. Кл. МПК-6: B22F9/10; B22F9/14. 28.03.2022.
12. *Frolov V.Ya., Ivanov D.V., Kadyrov A.A., Yushin B.A.* Numerical Simulation of Cooling of Fine Metal Powder in Various Gaseous Environment // *Materials. Technologies. Design.* 2023. V. 5. № 4(14). P. 115.
13. *Boulos M.I., Fauchais P.L., Pfender E.* Handbook of Thermal Plasmas. Springer Int. Publ., 2023. 1973 p.
14. ANSYS Fluent Theory Guide // 2022. <https://ansyshelp.ansys.com>
15. *Фролов В.Я., Иванов В.Н., Иванов Д.В.* Математические модели плазменных электротехнологических процессов // *Электричество.* 2018. № 7. С. 54.
16. *Ivanov D.V., Zverev S.G.* Mathematical Simulation of Plasma Processes in a Radio Frequency Inductively Coupled Plasma Torch in ANSYS Fluent and COM-SOL Multiphysics Software Packages // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2022. V. 50. № 6. P. 1700.
17. *Дресвин С.В., Иванов Д.В.* Физика плазмы. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. 544 с.
18. Теория столба электрической дуги / Отв. ред. Энгельшт В.С., Урюков Б.А. Новосибирск: Наука, 1990. 376 с. (Низкотемпературная плазма. Т. 1).
19. *Иванов Д.В., Зверев С.Г.* 3D Model of Plasma Processes in Radio Frequency Inductively Coupled Plasma Torch of 30 kW, 5.28 MHz for Powder Treatment // *Вестн. Башкирск. ун-та.* 2023. Т. 28. № 3 С. 222.
20. *Petrenya Y.K., Frolov V.Y., Kriskovets D.S., Yushin B.A., Ivanov D.V.* The Influence of Electric Arc Plasma Turbulence on Heat Transfer Processes Involving Powder Materials // *Energies.* 2023. V. 16. P. 5632.
21. *Крисковец Д.С., Фролов В.Я., Юшин Б.А.* Analysis of the Turbulence Influence in the Electric ARC Plasma Flow by the Laboratory Study Method // *Вестн. Башкирск. ун-та.* 2023. Т. 28. № 3. С. 242.

УДК 536.71

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ МЕТАНА С УЧЕТОМ ОСОБЕННОСТЕЙ ШИРОКОЙ ОКРЕСТНОСТИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ

© 2024 г. С. В. Рыков*, И. В. Кудрявцева, В. А. Рыков

*Университет информационных технологий, механики и оптики (ИТМО), Санкт-Петербург, Россия***E-mail: togg1@yandex.ru*

Поступила в редакцию 23.12.2023 г.

После доработки 16.02.2024 г.

Принята к публикации 23.04.2024 г.

Разработано единое фундаментальное уравнение состояния метана, передающее экспериментальные данные о плотности, изохорной и изобарной теплоемкости, скорости звука в пределах экспериментальной неопределенности этих данных в диапазоне параметров состояния по давлению до 500 МПа, плотности до 450 кг/м³, температуре от 90.641 до 620 К. Единое фундаментальное уравнение состояния разработано в рамках масштабной теории критических явлений. В соответствии со степенными законами масштабной теории данное уравнение передает поведение изотермической сжимаемости, изохорной и изобарной теплоемкости, скорости звука в асимптотической окрестности критической точки. Выражение для свободной энергии Гельмгольца, которое лежит в основе единого фундаментального уравнения состояния, состоит из трех слагаемых: идеально-газовой компоненты, регулярной и сингулярной компонент. В структуру сингулярной компоненты включена кроссоверная функция в виде экспоненциальной зависимости от плотности, которая в области малых плотностей и давлений обеспечивает переход единого фундаментального уравнения состояния в уравнение состояния вириального вида. Сингулярная компонента единого фундаментального уравнения состояния рассчитана на основе нового представления масштабной гипотезы, которое основано на линейной модели Скофилда—Литстера—Хо и гипотезе Бенедика. К расчету параметров сингулярной компоненты единого фундаментального уравнения состояния привлекается также соотношение подобия, на основе которого устанавливается связь параметров сингулярной компоненты единого фундаментального уравнения состояния с параметрами модели Покровского для реальной жидкости. Показано, что использование соотношения подобия позволило уменьшить число индивидуальных параметров единого фундаментального уравнения состояния и исключить из расчетной схемы при определении его коэффициентов данные об изохорной теплоемкости C_p , относящиеся к асимптотической окрестности критической точки. Обсуждается соответствие результатов, полученных в настоящей работе и в расчетах, выполненных, во-первых, на основе кроссоверных моделей для широкой окрестности критической области, во-вторых, в рамках фундаментального уравнения состояния Setzmann и Wagner (1991) и комбинированного уравнения Безверхова и Дутовой (2023).

DOI: 10.31857/S0040364424030036

ВВЕДЕНИЕ

При расчете равновесных свойств индивидуальных веществ в широкой области параметров состояния, включающей область разреженного газа, плотной жидкости при низких и высоких температурах, а также окрестность критической точки (КТ) все чаще используются уравнения состояния (УС) в переменных плотность ρ и

температура T , которые относят к единым фундаментальным УС (ЕФУС) [1–4] или комбинированным УС (КУС) [5]. Обусловлено это тем, что для описания регулярной части термодинамической поверхности фундаментальные уравнения состояния (ФУС) в переменных (ρ , T) показали свою эффективность, и именно на основе ФУС чаще всего в настоящее время рассчитываются таблицы стандартных справочных данных

(ССД) чистых веществ. Принципиальное отличие ЕФУС и КУС от ФУС заключается в том, что при построении ФУС не учитываются особенности термодинамической поверхности в окрестности критической точки. Поэтому закономерно, что с целью расширить рабочую область ФУС и на окрестность критической точки появились работы, в которых в структуру ФУС включены компоненты, отвечающие за особенности термодинамической поверхности в асимптотической окрестности КТ [1–4, 6, 7]. К этим особенностям, в частности, относятся степенные законы, подтвержденные экспериментально и описывающие поведение давления p на критической изотерме, изохорной теплоемкости C_v , изобарной теплоемкости C_p и коэффициента изотермической сжимаемости K_T [8]:

$$\Delta p|_{T=T_c} = \Lambda_0 \Delta \rho |\Delta \rho|^{\delta-1} + \Lambda_0^* \Delta \rho |\Delta \rho|^{\delta-1+\Delta/\beta},$$

$$C_v|_{\rho=\rho_c} = \Lambda_1 |\tau|^{-\alpha} + \Lambda_1^* |\tau|^{-\alpha+\Delta} + \dots, \quad (1)$$

$$C_p|_{\rho=\rho_c} = \Lambda_2 |\tau|^{-\gamma} + \Lambda_2^* |\tau|^{-\gamma+\Delta} + \dots,$$

$$K_T|_{\rho=\rho_c} = \Lambda_3 |\tau|^{-\gamma} + \Lambda_3^* |\tau|^{-\gamma+\Delta} + \dots \quad (2)$$

Здесь $\Delta p = (p - p_c)/p_c$, p_c – критическое давление; Λ_i и Λ_i^* ($i=0, \dots, 3$) – постоянные коэффициенты; α , γ , δ , β – критические индексы; Δ – неасимптотический критический индекс; $\Delta \rho = (\rho - \rho_c)/\rho_c$, ρ_c – критическая плотность; $\tau = (T - T_c)/T_c$, T_c – критическая температура.

Зависимости (1), (2) получили свое объяснение в рамках современной физики критических явлений – масштабной теории (МТ) [8]. Поэтому когда утверждается, что УС удовлетворяет МТ, то имеется в виду, что это уравнение в асимптотической окрестности критической точки описывает поведение p , C_v , C_p и K_T в соответствии со степенными законами (1), (2). Критические показатели γ и β , входящие в (1), (2), в данной работе выбраны в соответствии с трехмерной моделью Изинга – $\gamma = 1.239$ и $\beta = 0.3255$, они использовались при построении КУС метана в [5]. Заметим, что после того, как заданы точные значения двух критических индексов, оставшиеся два индекса рассчитываются по уравнениям $2 - \alpha = \beta\delta + \beta$ и $\gamma = \beta\delta - \beta$ [9].

Уравнения состояния, которые относятся к ЕФУС, имеют разную структуру, подробно рассмотрены в ряде работ и нашли свое применение как в инженерных расчетах, так и при разработке таблиц ССД аргона [6], шестифтористой серы [10], холодильных агентов четвертого поколения R1234yf [11], R1233zd(E) [12], R1234ze(E) [13] и ряда других технически важных веществ. Что ка-

сается КУС, то эти уравнения получили свое развитие в многочисленных работах [5, 14, 15] при описании равновесных свойств диоксида углерода, шестифтористой серы и других технически важных веществ. В частности, в рамках данного подхода разработаны и аттестованы таблицы ССД SF_6 [14]. Схемы построения и использования ЕФУС и КУС принципиально различаются. Поскольку схема построения ЕФУС обсуждается в данной работе на примере описания равновесных свойств метана, то здесь только заметим, что эта схема подробно описана в [16] и во многом совпадает с методом построения УС вириального вида [17]. Например, давление в рамках предлагаемого подхода в общем виде имеет следующую структуру:

$$p(\rho, T) = p_{\text{reg}}(\rho, T) + \phi p_{\text{ner}}(\rho, T). \quad (3)$$

Здесь $p_{\text{reg}}(\rho, T)$ – регулярная функция ρ и T вириального вида; ϕ – кроссоверная функция, которая в области малых плотностей стремится к нулю, а в критической точке равна единице; $p_{\text{ner}}(\rho, T)$ – нерегулярная функция, которая и обеспечивает выполнение степенных законов МТ в окрестности критической точки.

Авторы [5, 15] для построения КУС метана используют комбинированное уравнение для давления $p(\rho, T)$, которое имеет следующую форму:

$$p(\rho, T) = [1 - Y(\rho, T)] p_r(\rho, T) + Y(\rho, T) p_{\text{scal}}(\rho, T), \quad (4)$$

где $p_r(\rho, T)$ – регулярная функция; $p_{\text{scal}}(\rho, T)$ – нерегулярная функция, обеспечивающая выполнение степенных законов (1), (2) в асимптотической окрестности критической точки; $Y(\rho, T)$ – кроссоверная функция

$$Y = \omega(1 - \frac{\omega}{\omega_t})^2 / (1 - \frac{1}{\omega_t})^2 \text{erfc}(\sqrt{\lambda} |\tau|) \exp(-\mu \Delta \rho^2).$$

Здесь $\omega = \rho/\rho_c$; $\omega_t = \rho_t/\rho_c$, ρ_t – плотность жидкости в тройной точке; $\Delta \rho = \omega - 1$.

Заметим, что в критической точке $1 - Y(\rho_c, T_c) = 0$ и, следовательно, $[1 - Y(\rho_c, T_c)] \times p_r(\rho_c, T_c) = 0$. Однако равенство $p(\rho_c, T_c) = p_c$ в рамках (4) выполняется, так как $Y(\rho_c, T_c) \times p_{\text{scal}}(\rho_c, T_c) = p_c$. При этом все масштабные члены, входящие в $p_{\text{scal}}(\rho, T)$, в критической точке, как это и следует из МТ, равны нулю. Равенство $p_{\text{scal}}(\rho_c, T_c) = p_c$ выполняется за счет компоненты p_c , входящей в p_{scal} и не относящейся к масштабным составляющим функции $p_{\text{scal}}(\rho, T)$.

Таким образом, вклад регулярной составляющей $p_r(\rho, T)$ в давление метана в асимптотической окрестности критической точки становится настолько малым, что поведение $p(\rho, T)$,

по мнению авторов [5], целиком определяется функцией $p_{\text{scal}}(\rho, T)$. Важным является и то, что при поиске коэффициентов и параметров КУС в [5] привлекались только термические данные и одно экспериментальное значение C_v [18] при $T = 100$ К.

Подчеркнем, в предлагаемом подходе к построению фундаментального уравнения состояния применяется другая концепция. Заключается она в том, что за равенство $p(\rho_c, T_c) = p_c$ в критической точке отвечает именно регулярная составляющая (3) $p_{\text{reg}}(\rho, T)$, т.е. $p_{\text{reg}}(\rho_c, T_c) = p_c$, а $p_{\text{per}}(\rho_c, T_c) = 0$.

Для того чтобы удовлетворить степенным законам (1) и (2), в случае (3) необходимо потребовать выполнения следующих условий [19]:

$$p(\rho, T) \Big|_{\rho=\rho_c, T=T_c} = p_c, \left(\frac{\partial p^n}{\partial \rho^n} \right) \Big|_{T=T_c, \rho=\rho_c} = 0, \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right) \Big|_{T=T_c, \rho=\rho_c} \sim o(\tau),$$

где $n = \overline{1, \dots, 4}$, o – символ Ландау.

Если УС (3) удовлетворяет, например, только условиям $p(\rho, T) \Big|_{\rho=\rho_c, T \rightarrow T_c} = p_c$ и $\left(\frac{\partial p^n}{\partial \rho^n} \right) \Big|_{T=T_c, \rho=\rho_c} = 0, n = 1, 2, 3$, как в случае ФУС [20] или уравнения Ван-дер-Ваальса, то в асимптотической окрестности критической точки выполняются степенные законы $\Delta p \Big|_{T=T_c} = \Lambda_0 \Delta \rho |\Delta \rho|$, $C_p \Big|_{\rho=\rho_c, T \rightarrow T_c} \sim |\tau|^{-1}$ и $K_T \Big|_{\rho=\rho_c, T \rightarrow T_c} \sim |\tau|^{-1}$, а не (1) и (2).

В случае (3) для выполнения степенных законов МТ (1) и (2) необходимо, чтобы регулярная функция $p_{\text{reg}}(\rho, T)$ удовлетворяла требованиям, аналогичным (5):

$$p_{\text{reg}}(\rho, T) \Big|_{\rho=\rho_c, T=T_c} = p_c, \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial p_{\text{reg}}^n}{\partial \rho^n} \right) \Big|_{T=T_c, \rho=\rho_c} = 0, n = \overline{1, \dots, 4},$$

$$\left(\frac{\partial p_{\text{reg}}}{\partial \rho} \right) \Big|_{T=T_c, \rho=\rho_c} \sim o(\tau). \quad (7)$$

ФУС [20] имеет рабочую область по температуре от тройной точки и до 620 К, а по давлению – до 1000 МПа. Рабочая область КУС [5] существенно меньше. Однако и число коэффициентов и параметров КУС [5] и ФУС [20] отличается в разы. Так, в структуру ФУС [20] входит 40 коэффициентов и 155 нелинейных параметров (некоторые из этих параметров принимают одинаковые значения), а для расчетов по КУС [5, 15] требуется на основе экспериментальных p – ρ – T -данных установить 21 параметр и коэффициент.

Вместе с тем, в отличие от ФУС [20], КУС [5] позволяет в окрестности КТ описать C_v с точностью, соответствующей неопределенности экспериментальных данных.

Функция $p_{\text{scal}}(\rho, T)$ в (4) разработана на основе масштабной функции h_m химического потенциала [21]

$$h_m(x) = A \left[|x + x_p|^\gamma - |x_p - x_0^*|^\gamma \right], \quad (8)$$

где A и x_p – постоянные величины, $x = \tau / |\Delta \rho|^{1/\beta}$ – масштабная переменная, x_0^* – параметр уравнения линии насыщения в асимптотической окрестности критической точки $x = -x_0^*$.

В [22] в рамках феноменологической теории критической точки Мигдала [23] рассчитана масштабная функция $h(x)$ химического потенциала

$$h(x) = \left[A_1 |x + x_{ps}|^\gamma + B_1 |x + x_{ps}|^{\gamma-2n\beta} \right], \quad (9)$$

где x_{ps} – параметр уравнения линии псевдокритических точек $x = -x_{ps}$ [24], $n \in \{1, 2\}$.

Функция (8) – это частный случай (9) при $\gamma = 2n\beta$ и, как показано в [22], (8) и (9) имеют расчетные характеристики, отличающиеся от аналогичных характеристик параметрического масштабного уравнения Скофилда–Литстера–Хо [25] не более чем на 5%. В [26] показано, что ФУС, структурно включающее функцию (9), позволяет с высокой точностью описать равновесные свойства шестифтористой серы в широкой области параметров состояния, включая асимптотическую окрестность критической точки. Этот результат подтверждает перспективность использования масштабных функций в физических переменных при построении уравнений состояния, удовлетворяющих МТ. Вместе с тем включение функций (8) и (9) в УС приводит к появлению в структуре ряда выражений: свободной энергии Гельмгольца, скорости звука w , изохорной и изобарной теплоемкостей, интегралов от дифференциальных биномов [21], что усложняет расчеты равновесных свойств индивидуальных веществ в рамках [5, 14, 22, 26].

Цель данного исследования состоит, во-первых, в разработке метода построения ЕФУС в рамках феноменологической теории критической точки [4] с привлечением метода псевдокритических точек [24], гипотезы Бенедика [27] и теории подобия [28]; во-вторых, в апробации ЕФУС на примере описания равновесных свойств метана в широкой области параметров состояния, включая область разряженного газа и плотной жидкости, широкую окрестность критической точки и область метастабильного состояния вещества.

ВЫБОР СТРУКТУРЫ ЕФУС И МАСШТАБНОЙ ФУНКЦИИ

В рамках предлагаемого подхода используется следующее представление масштабной гипотезы:

$$\Delta S X_n^{\chi_n} = \sum_{i=0}^4 \left(\varphi_{0i} X_n^{\chi_n} + \varphi_{2i} m^2 X_n^{\chi_n} \right), \quad (10)$$

$$m = \Delta \rho X_n^{\frac{\beta}{\chi_n}}.$$

Здесь $\Delta S = (\rho T_c / p_c) [S(\rho, T) - S_0(\rho, T)] / \phi_0(\omega)$, S – энтропия, $S_0(\rho, T)$ и $\phi_0(\omega)$ – регулярные функции; $\Delta_0 = 0$, $\Delta_1 = \Delta$, $\Delta_2 = \gamma - \alpha$, $\Delta_3 = \Delta_4 = \beta\delta - 1$; χ_n – критический индекс; φ_{0i} и φ_{2i} – константы; X_n – термодинамическая функция, которая характеризуется критическим индексом χ_n (например, $X_1 = C_v$ и $\chi_1 = \alpha$, $X_2 = C_p$ и $\chi_2 = \gamma$, $X_3 = K_T$ и $\chi_3 = \gamma$):

$$X_n = D_n^* |\Delta \rho|^{-\chi_n/\beta} |x + x_n|^{-\chi_n}, \quad (11)$$

где D_n^* и x_n – постоянные величины.

В работе [29] показано, что на основе (10), (11) с помощью известного термодинамического соотношения $F = -\int S dT$ и принципа суперпозиции можно построить фундаментальное уравнение состояния

$$F(\rho, T) = F_{\text{reg}}(\rho, T) + F_{\text{nreg}}(\rho, T), \quad (12)$$

где $F_{\text{reg}}(\rho, T)$ – регулярная функция; $F_{\text{nreg}}(\rho, T)$ – нерегулярная функция [30]:

$$F_{\text{nreg}}(\rho, T) = RT_c \phi(\omega) \sum_{m=0}^4 |\Delta \rho|^{\delta+1+\frac{\Delta_m}{\beta}} a_m(x), \quad (13)$$

$\phi(\omega)$ – кроссоверная функция; R – газовая постоянная; $a_m(x)$ – масштабные функции свободной энергии [13]:

$$a_0(x) = A_0 \left((x+x_1)^{2-\alpha} - \varepsilon_1 (x+x_2)^{2-\alpha} \right) + \quad (14)$$

$$+ B_0 (x+x_3)^{\gamma} + u_0 C_0, \\ a_1(x) = A_1 \left((x+x_1)^{2-\alpha+\Delta} - \varepsilon_1 (x+x_2)^{2-\alpha+\Delta} \right) + \quad (15)$$

$$+ B_1 (x+x_3)^{\gamma+\Delta} + u_1 C_1,$$

$$a_2(x) = u_2 \left[(x+x_1)^{2-\alpha+\Delta_1} - \frac{x_1}{x_3} (x+x_3)^{2-\alpha+\Delta_1} + C_2 \right], \quad (16)$$

$$a_3(x) = u_3 \left[(x+x_3)^{\gamma+\Delta_2} + C_3 \right], \quad (17)$$

$$a_4(x) = u_4 \left[(x+x_1)^{\gamma+\Delta_2} - (x+x_3)^{\gamma+\Delta_2} + C_4 \right].$$

В формулах (14)–(17)

$$A_0 = \frac{-u_0 k \gamma_1}{[2\alpha b^2 \alpha_1 (1-\varepsilon_1)]}, B_0 = u_0 (2k)^{-1},$$

$$\alpha_1 = (2-\alpha)(1-\alpha), \gamma_1 = \gamma(\gamma-1), \varepsilon_1 = x_1/x_2,$$

$$b^2 = (\gamma-2\beta)[\gamma(1-2\beta)]^{-1}, k = [(b^2-1)/x_0]^\beta,$$

$$A_1 = -u_1 \frac{k(\gamma+\Delta_1)}{[2b^2 \alpha_2 (1-\varepsilon_2)]}, B_1 = u_1 (2k)^{-1},$$

$$\alpha_2 = (2-\alpha+\Delta_1)(1-\alpha+\Delta_1),$$

x_0 – значение масштабной переменной x на линии насыщения $x = -x_0$ (данное уравнение описывает линию насыщения в асимптотической окрестности критической точки).

В (14)–(17) C_m – постоянные, которые находят из равенств

$$a_m(x = -x_0) + \frac{x_0 a_m'(x = -x_0)}{(2-\alpha+\Delta_m)} = 0, \quad m \in \{0, 1, \dots, 4\},$$

где $\Delta_0 = 0$, $\Delta_1 = \Delta$, $\Delta_2 = \gamma - \alpha$, $\Delta_3 = \Delta_4 = \beta\delta - 1$.

Функция $F_{\text{reg}}(\rho, T)$ выбирается в (12) таким образом, чтобы, во-первых, в области малых плотностей и давлений был обеспечен переход к уравнению вириального вида, во-вторых, выполнялись требования $p(\rho_c, T_c) = p_c$ и условий (6), (7). В результате для функции F_{reg} запишем, используя рекомендации [13], следующее выражение:

$$F_{\text{reg}}(\rho, T) = F^0(\rho, T) + RT\omega y_2 + \\ + RT\omega(Z_c - 0.2)y_6 + RT\omega\tau_1 \times \\ \times [D_1(\omega-3) + D_2(\omega^2-2\omega)] + \quad (18)$$

$$+ RT\omega D_3(y_4 - y_6) + RT\omega \sum_{i=0}^{22} \sum_{j=0}^8 (C_{i,j} \tau_1^j \Delta \rho^i),$$

где $\tau_1 = T_c/T - 1$; $Z_c = \frac{p_c}{(R\rho_c T_c)} \times 10^3$ – фактор сжимаемости в критической точке; $F^0(\rho, T)$ – идеально-газовая составляющая свободной энергии Гельмгольца;

$$y_2 = (-15.4 + 5.8\Delta\rho - 2.2\Delta\rho^2 + 0.6\Delta\rho^3)/12;$$

$$y_4 = 5 - 4\Delta\rho + 3\Delta\rho^2 - 2\Delta\rho^3 + \Delta\rho^4;$$

$$y_6 = 4 - 3\Delta\rho + 2\Delta\rho^2 - \Delta\rho^3 + \Delta\rho^5.$$

Коэффициенты D_1 , D_2 , D_3 , C_{ij} в (18) и u_i в (14)–(17) устанавливаются на основе экспериментальных p – ρ – T , C_v – ρ – T -данных и инфор-

мации о втором B и третьем C вириальных коэффициентах путем поиска минимума функционала

$$\Phi = \sum_i Q_{Li} (L_i^{\text{exp}} - L_i^{\text{calc}})^2 + \sum_i Q_{\mu i} (\mu_i^+ - \mu_i^-)^2. \quad (19)$$

Здесь Q_{Li} — вес i -й экспериментальной точки свойства L (например, $L = p$, $L = C_v$ и т.д.); L_i^{calc} — значение свойства L , рассчитанное по ЕФУС (12) при тех же значениях параметров состояния, что и экспериментальное значение L_i^{exp} ; $Q_{\mu i}$ — вес i -й точки из массива данных $\mu^\pm - \rho^\pm - T$, рассчитанных на основе уравнения (12), где μ^- , ρ^- и μ^+ , ρ^+ — соответственно значения химического потенциала μ и плотности на паровой и жидкостной ветвях линии насыщения.

Для поиска минимума (19) разработана компьютерная программа на языке Фортран-90 с использованием алгоритма SVD [31]. Объем данных, используемых при поиске значений D_1 , D_2 , D_3 и $C_{i,j}$, для каждого вещества обрабатывается индивидуально. Например, для метана имеется обширная, но не согласованная между собой, информация о C_v в окрестности критической точки из разных источников. Поэтому для определения значений D_1 , D_2 , D_3 и $C_{i,j}$ экспериментальные данные о C_v , полученные в этой области параметров состояния, не привлекались. Более подробно этот вопрос обсуждается ниже.

Параметры A_0 и B_0 функции $a_0(x)$ (14) получены с привлечением линейной модели (ЛМ) Скофилда—Литстера—Хо [25]. ЛМ связывает ρ и T с полярными координатами r , θ :

$$\Delta\mu = u_0 r^{\beta\delta} \theta(1-\theta^2), \quad \tau = r(1-b^2\theta^2), \quad \Delta\rho = kr^{\beta}\theta,$$

где u_0 — индивидуальная постоянная вещества.

Анализ показал, что наибольшее влияние на характер поведения C_v в асимптотической окрестности критической точки оказывает компонента ФУС с масштабной функцией $a_0(x)$ (14) [32]:

$$a_0(x) = -\frac{u_0 k \gamma_1 x_0^{2-\alpha}}{2\alpha b^2 \alpha_1 (1-\varepsilon_1)} \times \\ \times \left((\varphi + \varphi_1)^{2-\alpha} - \varepsilon_1 (\varphi + \varphi_2)^{2-\alpha} \right) + \\ + \frac{u_0 x_0^\gamma}{2k} (\varphi + \varphi_3)^\gamma + u_0 C_0, \quad (20)$$

где $\varphi = x/x_0$; $\varphi_i = x_i/x_0$, $i \in \{1, 2, 3\}$.

Выражение (14) приведено к виду (20), так как в [33] разработана методика расчета параметров $\varphi_i = x_i/x_0$ с привлечением только критических индексов. Значения φ_1 , φ_2 , φ_3 рассчитаны по методике [33] при $\gamma = 1.239$ и $\beta = 0.3255$. В результате получены $\varphi_1 = 2.80724764$,

$\varphi_2 = 14.47173023$, $\varphi_3 = 5.73246814$. Еще раз подчеркнем, что данные значения φ_1 , φ_2 и φ_3 универсальны с точностью до универсальности критических индексов [33].

Таким образом, функция (14) определена с точностью до параметров u_0 и x_0 . Для расчета u_0 использовалась следующая обобщенная зависимость [28]:

$$u_0 = \left[\frac{k}{A + BZ_c} \right]^\delta. \quad (21)$$

Параметры A и B найдены на основе значений k и u_0 , приведенных в [34–37] для ряда веществ: $A = 1.26874703$ и $B = -2.29885011$, $Z_c = 0.286463$. Формула (21) справедлива в случае $\gamma \approx 1.24$ и $\delta \approx 4.8$ [28]. Для метана получено следующее значение: $u_0 = 3.1150757763$.

Согласно полученным значениям φ_i , параметры x_i удовлетворяют неравенствам $x_1 < x_2 < x_3$, и в этом случае [24] уравнение (12) описывает метастабильную область до границы устойчивости однородного состояния вещества — спинодали, положение которой на термодинамической поверхности определяется на основе равенства $(\partial\rho/\partial p)_T = 0$.

Линия псевдокритических точек (на которой $C_v = +\infty$), согласно [38], определяется равенствами $(\partial\rho/\partial p)_T = 0$ и $(\partial T/\partial s)_p = 0$. В рамках метода построения ЕФУС (12) положение псевдокритических точек на термодинамической поверхности задается уравнением $x = -x_1$. Линия $x = -x_1$, как и линии $x = -x_2$ и $x = -x_3$, лежит в области лабильных состояний вещества [39].

Кроссоверная функция $\phi(\omega)$ в (12) выбрана в виде [19]

$$\phi(\omega) = \exp\left(-\frac{a(\Delta\rho)^2}{\omega^b}\right),$$

где $a = 2$, $b = 0.5$.

Апробация предложенной методики построения ФУС (12) проведена на примере описания равновесных свойств метана — вещества, для которого имеется обширная экспериментальная информация в широкой области параметров состояния [18, 40–83].

ЕДИНОЕ ФУС МЕТАНА

Идеально-газовая составляющая для метана $F^0(T, \rho)$ выбрана в соответствии с рекомендациями [20]:

$$F^0(T, \rho) = RT \left(\ln \rho + a_1^0 + a_2^0 t^{-1} + 3.0016 \ln t^{-1} + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^5 V_i \ln \left(1 - \exp\left(-\frac{U_i}{T}\right) \right) \right),$$

где $t = T/T_c$, $a_1^0 = 4.81788039$, $a_2^0 = -6.32267028$, $V_1 = 0.008449$, $V_2 = 4.6942$, $V_3 = 3.4865$, $V_4 = 1.6572$, $V_5 = 1.4115$, $U_1 = 648$, $U_2 = 1957$, $U_3 = 3895$, $U_4 = 5705$, $U_5 = 15080$. Значения a_1^0 и a_2^0 определены в данной работе, исходя из $H_0 = 0$ кДж/кг и $S_0 = 0$ кДж/(кг К) при $T = 298.15$ К и $p = 1$ атм в состоянии идеального газа [20].

Выражение для давления $p(\rho, T)$ выведено на основе ФУС (12) по известной термодинамической формуле $p = \rho^2 (\partial F / \partial \rho)_T$:

$$\begin{aligned} p(\rho, T) = & \rho RT \left[1 + y_1 \omega^2 + y_2 \omega + \right. \\ & + D_3 (y_3 \omega^2 + y_4 \omega - y_5 \omega^2 - y_6 \omega) + \\ & + (y_3 \omega^2 + y_6 \omega) (Z_c - 0.2) + \\ & + \omega \sum_{i=0}^{22} \sum_{j=0}^8 C_{i,j} \tau_1^j \Delta \rho^{i-1} (i\omega + \Delta \rho) + \\ & + D_1 \omega \tau_1 (2\omega - 3) + D_2 \omega^2 \tau_1 (3\omega - 4) \left. \right] + \\ & + \rho RT_c \omega \sum_{m=0}^4 \left[\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} |\Delta \rho|^{\delta+1+\frac{\Delta_m}{\beta}} a_m(x) + \right. \\ & + \left. \left(\delta + 1 + \frac{\Delta_m}{\beta} \right) \text{sign}(\Delta \rho) \phi(\omega) |\Delta \rho|^{\delta+\frac{\Delta_m}{\beta}} a_m(x) + \right. \\ & \left. \left. \phi(\omega) |\Delta \rho|^{\delta+1+\frac{\Delta_m}{\beta}} \frac{\partial x}{\partial \omega} \frac{da_m(x)}{dx} \right] \right], \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} y_i(\omega) &= y'_{i+1}(\omega) \quad (i \in \{1, 2, 3\}); \\ y_1 &= (5.8 - 4.4\Delta\rho + 1.8\Delta\rho^2) / 12, \\ y_3 &= -4 + 6\Delta\rho - 6\Delta\rho^2 + 4\Delta\rho^3, \\ y_5 &= -3 + 4\Delta\rho - 3\Delta\rho^2 + 5\Delta\rho^4; \\ d\phi(\omega) / d\omega &= a\Delta\rho\phi(\omega)(b\Delta\rho - 2\omega) / \omega^{b+1}. \end{aligned}$$

Формулы для расчета в рамках предложенного подхода имеют простую структуру. Например, расчетная формула для теплоемкости $C_v = -T (\partial^2 F / \partial T^2)_\rho$, полученная на основе (12), имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} C_v(\rho, T) = & C_v^0(T) - \\ & - R\omega t^{-2} \sum_{i=0}^{22} \sum_{j=0}^8 C_{i,j} j(j-1) \tau_1^{j-2} \Delta \rho^i - \\ & - RT_c T \phi(\omega) \sum_{m=0}^4 |\Delta \rho|^{\delta+1+\frac{\Delta_m}{\beta}} \left(\frac{\partial x}{\partial T} \right)_\rho^2 \frac{d^2 a_m(x)}{dx^2}, \end{aligned} \quad (23)$$

где $(\partial x / \partial T)_\rho = \left(T_c |\Delta \rho|^{\frac{1}{\beta}} \right)^{-1}$; $C_v^0(T) = -T \times$
 $\times (\partial^2 F^0(\rho, T) / \partial T^2)_\rho$ – идеально-газовая изохорная теплоемкость, или

$$C_v^0(T) = R \left\{ 3.0016 + \sum_{i=1}^5 \left[\frac{V_i (U_i / T)^2 \exp(-U_i / T)}{(1 - \exp(-U_i / T))^2} \right] \right\}.$$

Коэффициенты ФУС (12) определены с помощью экспериментальной информации [18, 40–57]. В результате для коэффициентов и параметров уравнений (12)–(18) получены следующие значения:

$$\begin{aligned} T_c &= 190.564 \text{ К}; p_c = 4.5992 \text{ МПа}; \\ \rho_c &= 162.562 \text{ кг/м}^3; \\ R &= R_{id} / m; R_{id} = 8.3144598 \text{ Дж/(моль К)}; \\ m &= 16.0428 \text{ г/моль}; \\ D_1 &= 0.5568187048, D_2 = 0.8753156852, \\ D_3 &= -5.3733711776 \times 10^{-3}; \\ u_0 &= 3.1150757763, u_1 = -5.7448187409, \\ u_2 &= -0.4507219756, u_3 = 3.1699500982, \\ u_4 &= -2.795493472; \\ \beta &= 0.3255, \gamma = 1.239; \delta = 1 + \gamma / \beta; \\ \alpha &= 2 - (\beta\delta + \beta); \Delta = 0.61; \\ x_0 &= 0.35701, x_1 = 1.00221548, \\ x_2 &= 5.16655241, x_3 = 2.04654845; \\ C_0 &= -3.5590926909, C_1 = -3.7874855823, \\ C_2 &= 2.4757610693, C_3 = -2.9748169701, \\ C_4 &= 2.3366243009. \end{aligned}$$

Значения коэффициентов $C_{i,j}$ представлены в табл. 1–3.

Для проверки компьютерного кода рекомендуется использовать рассчитанные на основе ЕФУС (12) значения p , T , ρ , C_v , изобарной теплоемкости, скорости звука, энтальпии и энтропии (табл. 4)

$$\begin{aligned} C_p(\rho, T) &= C_v(\rho, T) + \\ & + T \left(\frac{\partial p(\rho, T)}{\partial T} \right)_\rho^2 \left[\rho^2 \left(\frac{\partial p(\rho, T)}{\partial \rho} \right)_T \right]^{-1}, \\ w(\rho, T) &= \sqrt{\frac{C_p(\rho, T)}{C_v(\rho, T)} \left(\frac{\partial p(\rho, T)}{\partial \rho} \right)_T} \times 10^3, \\ H(\rho, T) &= F(\rho, T) + \frac{p(T, \rho)}{\rho} + TS(\rho, T), \end{aligned}$$

Таблица 1. Коэффициенты C_{ij} ФУС (12)

i	j		
	0	1	2
0	0	0	1.157700416509
1	0	0	−0.907889475502
2	0	0	−3.561876470786
3	0	−1.587492517419	4.410453096178
4	0	1.542543985468	1.265903633827
5	0	0.998532971549	−4.382224493711
6	−0.290454251825	−4.683827964398	1.688822389788
7	0.031207358634	1.351491645008	0.928782528663
8	0.244856341234	5.074639876172	−0.951396094971
9	0.234043705779	−1.13060602631	0.288097530879
10	−0.358025752248	−7.899146506706	−0.030801595644
11	−0.794875291058	5.631092526569	0
12	1.437837101256	4.762104458802	0
13	−0.253063599062	−8.213727958309	0
14	−1.110978477092	3.098327721711	0
15	1.054399535335	1.716282187128	0
16	−0.212516148078	−2.342480147499	0
17	−0.269659726201	1.110654305577	0
18	0.250146401559	−0.255870129127	0
19	−0.103507958281	0.01362469431	0
20	0.024315711433	0.007365628422773	0
21	−0.00315319033071	−0.001762078690064	0
22	0.0001766341716117	0.0001283051058186	0

Таблица 2. Коэффициенты C_{ij} ФУС (12)

i	j		
	3	4	5
0	−0.710878825381	−0.078910270094	0.068446551044
1	0.883636244048	0	0
2	0.393245951217	0	0
3	−0.959822727327	0.00489104631266	0
4	0.554676613883	−0.001855445365121	0
5	0	0	0
6	−0.30498602504	0	0
7	0.25081866919	0	0
8	−0.084641101985	0	0
9	0.01050840548	0	0

Таблица 3. Коэффициенты C_{0j} ФУС (12)

j	6	7	8
C_{0j}	−0.089352289611	0.065759564573	−0.018214248831

Таблица 4. Данные для проверки компьютерного кода

p , кПа	T , К	ρ , кг/м ³	H , кДж/кг	S , кДж/(кг К)	C_v , кДж/(кг К)	C_p , кДж/(кг К)	w , м/с
1000	100	439.61878	−948.67253	−7.0609785	2.1187681	3.4043722	1459.3571
1000	400	4.8484243	236.42267	−0.50321252	2.0172886	2.5598104	510.14644
5000	100	442.55688	−942.37127	−7.0886485	2.1268498	3.3770852	1489.6118
5000	400	24.570451	214.09264	−1.3839376	2.0281915	2.6779114	514.02766
10 ⁵	120	471.8468	−721.72252	−6.9678118	2.2182836	3.1864235	1869.4278
10 ⁵	400	286.50299	133.56434	−3.2877656	2.2127102	3.1690829	1120.4286

$$S(\rho, T) = - \left(\frac{\partial F(\rho, T)}{\partial T} \right)_\rho.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для оценки точности описания ЕФУС (12) равновесных свойств метана использованы среднее квадратическое отклонение (СКО), абсолютное среднее отклонение свойства Y_{AAD} , систематическое отклонение $BIAS$, стандартное отклонение SDV [13]:

$$СКО = \sqrt{\frac{\sum (\delta Y_i)^2}{N(N-1)}}, \quad AAD = \frac{1}{N} \sum |\delta Y_i|, \quad (24)$$

$$BIAS = \frac{1}{N} \sum \delta Y_i,$$

$$SDV = \sqrt{\frac{\sum (\delta Y_i - BIAS)^2}{N-1}}.$$

Здесь N — количество точек; $\delta Y_i = 100 \Delta Y_i / Y_{\text{exp}}^{(i)}$, $\Delta Y_i = Y_{\text{exp}}^{(i)} - Y_{\text{calc}}^{(i)}$, $Y_{\text{exp}}^{(i)}$ — экспериментальное значение свойства Y из базы данных [18, 40–70]; $Y_{\text{calc}}^{(i)}$ — значение Y , рассчитанное на основе (12) при тех же параметрах состояния, что и $Y_{\text{exp}}^{(i)}$. Результаты представлены в табл. 5–8.

Экспериментальные p – ρ – T -данные [42, 47, 50, 52, 54] описываются ЕФУС (12) в пределах неопределенности этих данных (рис. 1, 2).

ЕФУС (12) с не меньшей точностью, чем кроссовое уравнение [84], описывает давление в диапазоне $0.992 \leq T/T_c \leq 1.013$, $0.37 \leq \rho/\rho_c \leq 1.58$ (данные диапазоны приведены в [84]). Об этом свидетельствуют значения AAD (24), рассчитанные по массиву экспериментальных данных [50] из этого диапазона параметров состояния: $AAD = 0.0337\%$, ЕФУС (12); $AAD = 0.051\%$ [84] (в случае ЕФУС значение AAD рассчитывалось на основе всех экспериментальных точек $N = 168$ [50] из указанного диапазона параметров состояния).

Изохорная теплоемкость в регулярной части термодинамической поверхности описывается

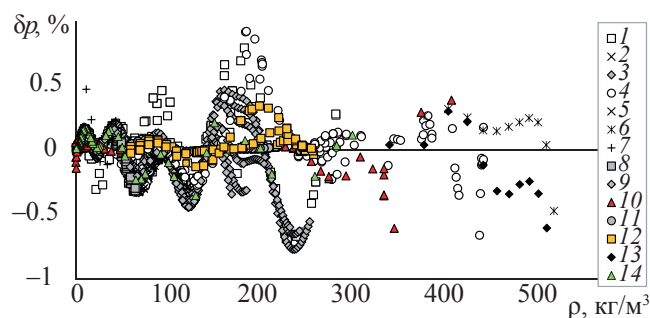
Таблица 5. Статистические оценки расчета p по ЕФУС (12)

Источник	N	СКО	AAD	$BIAS$	SDV
[40]	159	0.022	0.21	−0.032	0.28
[41]	53	0.022	0.14	−0.087	0.14
[42]	654	0.0089	0.16	−0.042	0.22
[43]	264	0.16	0.31	−0.17	2.7
[44]	175	0.011	0.12	−0.059	0.14
[45]	18	1.3	3.2	−3	4.7
[46]	20	0.04	0.14	0.018	0.18
[47]	169	0.0077	0.078	0.043	0.09
[48]	35	0.029	0.13	−0.038	0.17
[49]	83	3.8	5.5	3.2	35
[50] ¹	147	0.0018	0.014	0.0055	0.022
[50] ²	86	0.011	0.065	0.043	0.092
[51]	19	1.3	3.3	−3.3	4.8
[52]	51	0.017	0.09	0.017	0.12
[53]	47	0.014	0.067	0.04	0.089
[54] ³	127	0.011	0.096	−0.055	0.11
[54] ⁴	41	0.018	0.092	−0.087	0.076
[54] ⁵	28	8.8	18	−18	43
[54] ²	60	0.0071	0.042	−0.026	0.048
[55]	29	0.15	0.69	0.3	0.72
[18] ⁶	66	26	89	−89	190
[18] ³	283	0.2	1.2	−0.65	3.3
[56]	32	0.027	0.13	−0.039	0.15
[57]	374	0.011	0.17	0.0082	0.22
[58]	118	0.025	0.25	0.23	0.15
[59]	119	0.22	0.57	0.27	2.3
[60]	56	0.038	0.25	0.21	0.19
[61]	40	0.095	0.43	−0.4	0.44

¹ Данные вблизи линии насыщения.² Данные в окрестности критической точки.³ Данные в регулярной области.⁴ Данные вблизи паровой линии насыщения.⁵ Данные вблизи жидкостной линии насыщения.⁶ Данные на жидкостной линии насыщения.

Таблица 6. Статистические оценки расчета ρ по ЕФУС (12)

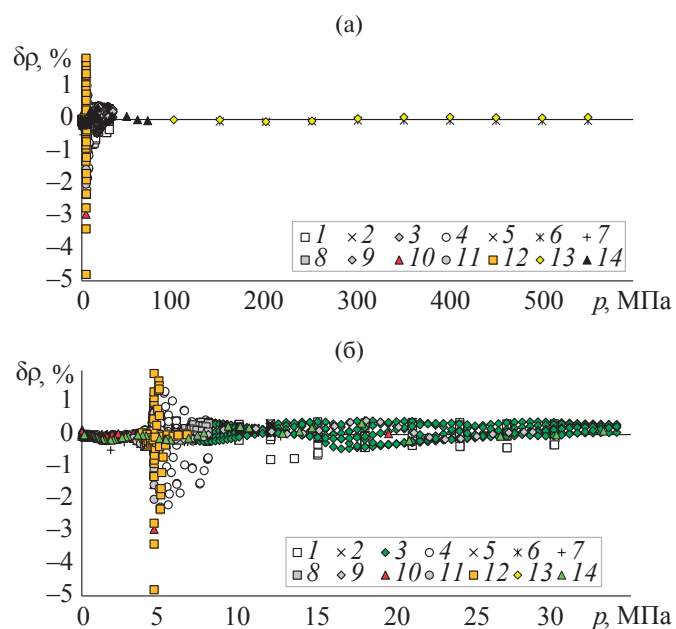
Источник	<i>N</i>	СКО	<i>AAD</i>	<i>BIAS</i>	<i>SDV</i>
[40]	159	0.018	0.18	0.018	0.23
[41]	53	0.025	0.15	0.1	0.15
[42]	654	0.0071	0.14	0.024	0.18
[43]	264	0.21	0.41	0.14	3.4
[44]	175	0.013	0.13	0.07	0.15
[45]	18	0.2	0.49	0.44	0.74
[46]	20	0.043	0.15	−0.018	0.19
[47]	169	0.0084	0.084	−0.045	0.1
[48]	35	0.029	0.13	0.035	0.17
[49]	83	0.047	0.17	−0.05	0.42
[50] ¹	147	0.042	0.37	0.02	0.51
[50] ²	86	0.16	0.73	−0.34	1.5
[51]	19	0.2	0.51	0.5	0.73
[52]	51	0.017	0.087	−0.019	0.12
[53]	47	0.015	0.07	−0.041	0.096
[54] ³	127	0.14	0.9	0.014	1.6
[54] ⁴	41	0.1	0.46	0.45	0.45
[54] ⁵	28	0.27	0.79	−0.65	1.3
[54] ²	60	0.34	1.9	−0.14	2.6
[55]	29	0.26	1	−1	0.97
[56] ⁶	66	0.014	0.1	0.1	0.044
[18] ³	283	0.18	0.49	−0.24	2.9
[56]	32	0.03	0.14	0.044	0.16
[57]	374	0.01	0.16	−0.0058	0.2
[58]	118	0.026	0.26	−0.24	0.15
[59]	119	0.28	0.66	−0.34	3.1
[60]	56	0.04	0.26	−0.22	0.2
[61]	40	0.086	0.41	0.37	0.39

¹ Данные вблизи линии насыщения.² Данные в окрестности критической точки.³ Данные в регулярной области.⁴ Данные вблизи паровой линии насыщения.⁵ Данные вблизи жидкостной линии насыщения.⁶ Данные на жидкостной линии насыщения.**Рис. 1.** Относительные отклонения давления $\delta\rho = 100 \times (p_{\text{exp}} - p_{\text{calc}}) / p_{\text{exp}}$, %, рассчитанные по ЕФУС (12), (22), от экспериментальных данных: 1 – [40]; 2 – [41]; 3 – [42]; 4 – [43]; 5 – [44]; 6 – [45]; 7 – [46]; 8 – [47]; 9 – [48]; 10 – [49]; 11 – вблизи линии насыщения, [50]; 12 – в окрестности критической точки, [50]; 13 – [51]; 14 – [52].**Таблица 7.** Статистические оценки расчета C_p по ЕФУС (12)

Источник	<i>N</i>	СКО	<i>AAD</i>	<i>BIAS</i>	<i>SDV</i>
[62]	136	1.2	10	9.4	11
[54] ¹	124	0.44	2.8	−0.15	4.9
[54] ²	41	0.74	3.9	2.5	4
[54] ³	28	1.3	4	−3.1	6.2
[55]	29	0.54	1.7	−0.75	2.8
[18] ³	65	0.4	2.4	−1.6	2.8
[18] ¹	283	0.088	1.2	0.92	1.2

¹ Данные в регулярной области.² Данные вблизи паровой линии насыщения.³ Данные вблизи жидкостной линии насыщения.**Таблица 8.** Статистические оценки расчета C_p по ЕФУС (12)

Источник	<i>N</i>	СКО	<i>AAD</i>	<i>BIAS</i>	<i>SDV</i>
[63]	13	0.19	0.58	−0.27	0.62
[64]	63	0.15	0.85	0.36	1.1
[65]	54	0.47	1.6	0.51	3.4
[66]	21	0.23	0.9	−0.48	0.95
[67]	400	0.085	0.89	−0.22	1.7
[68]	42	0.16	0.55	−0.12	1
[69]	3	6.4	5.8	−5.8	8.5
[70]	13	2.5	6.5	−6.5	6.1

**Рис. 2.** Относительные отклонения плотности $\delta\rho = 100 \times (\rho_{\text{exp}} - \rho_{\text{calc}}) / \rho_{\text{exp}}$, %, рассчитанные по ЕФУС (12), (22), от экспериментальных данных (а): 1 – [40]; 2 – [41]; 3 – [42]; 4 – [43]; 5 – [44]; 6 – [45]; 7 – [46]; 8 – [47]; 9 – [48]; 10 – [49]; 11 – вблизи линии насыщения, [50]; 12 – в окрестности критической точки, [50]; 13 – [51]; 14 – [52]; (б) – увеличенная начальная часть графика.

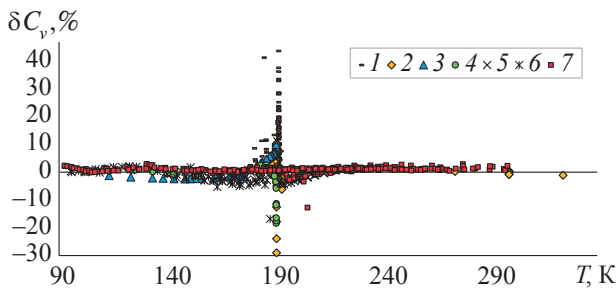


Рис. 3. Относительные отклонения изохорной теплоемкости $100 \times (C_{v,\text{exp}} - C_{v,\text{calc}}) / C_{v,\text{exp}}, \text{ } \%$, рассчитанные по ЕФУС (12), (23), от экспериментальных данных: 1 – [62]; 2 – [54], регулярная область; 3 – [54], данные вблизи паровой линии насыщения; 4 – [54], данные вблизи жидкостной линии насыщения; 5 – [55]; 6 – [18], данные на жидкостной линии насыщения; 7 – [18], регулярная область.

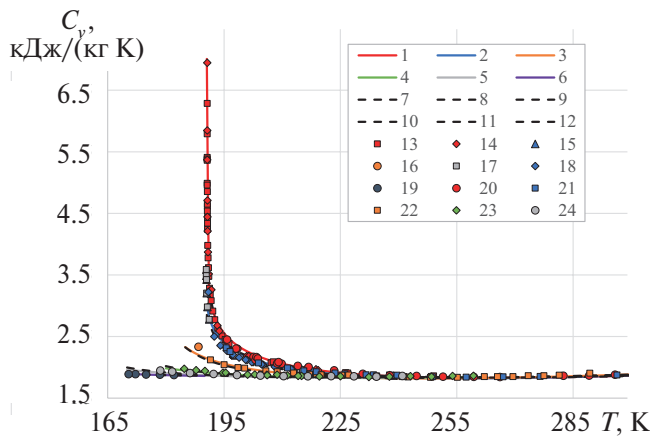


Рис. 4. Поведение изохорной теплоемкости C_v метана в околокритической области: 1–6 – расчет по ЕФУС (12), (23); 7–12 – УС [20]; 13–17 – экспериментальные данные [62]; 18, 19 – [55]; 20–24 – [18]; 1, 7, 13 – изохора 160.7 кг/м^3 ; 2, 8, 21 – 189.38 ; 3, 9, 22 – 229.91 ; 4, 10, 23 – 267.44 ; 5, 11, 24 – 289.16 ; 6, 12, 19 – 328.69 ; 14 – 164.2 ; 15 – 190 ; 16 – 226.8 ; 17 – 280.1 ; 18 – 189.31 ; 20 – 162.89 кг/м^3 .

ЕФУС (12), (23) с неопределенностью в пределах экспериментальной неопределенности этих данных, но в окрестности критической точки неопределенности существенно выше (табл. 7, рис. 3, 4). Однако данные [62] систематически завышены (рис. 3, маркеры 1) до 42%, а данные [54, 55] занижены соответственно до 18% и 30%. Об этом свидетельствует и информация, представленная на рис. 5 (линии 1 и 8, маркеры 3 и 6). Поэтому ориентироваться только на одну из групп этих данных, по-видимому, не очень корректно. Именно этим и обусловлено то обстоятельство, что параметры сингулярного члена с масштабной функцией $a_0(x)$, который и воспроизводит степенные законы (1) и (2) МТ, рассчитаны на

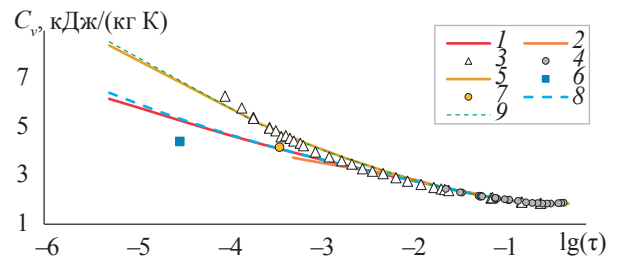


Рис. 5. Зависимости изохорной теплоемкости C_v от температуры: 1 – расчет по (12), (23), $\rho = 160.7 \text{ кг/м}^3$; 2 – CREOS97 [87], 160.7 ; 5 – KYC [5], 163.2 ; 8 – (12), (23), 163.2 ; 9 – CREOS97 [87], 163.2 ; 3 – эксперимент [62], $\rho = 160.7 \text{ кг/м}^3$; 4 – [18]; 6 – [54], 163.075 , $T = 190.57 \text{ K}$; 7 – [54], 160.752 , 190.64 ; 1–3, 5–9 – $T_c = 190.564 \text{ K}$.

основе значений критических индексов, параметра линии насыщения x_0 и соотношения подобия (21) без привлечения данных [54, 55, 62] об изохорной теплоемкости, относящихся к асимптотической окрестности критической точки.

Следует отметить, что кроссоверные уравнения [84–87] ориентированы на данные о C_v [62]. По этой причине данные [62] уравнения [84–87] воспроизводят с существенно меньшей неопределенностью, чем данные о C_v [54, 18] (на жидкостной линии насыщения). Об этом свидетельствуют и результаты расчета по программе CREOS97 [87] (рис. 5, линии 2 и 9). Судя по результатам, приведенным в [88, 5] (в [5] выполнен расчет скорости звука на основе кроссоверного уравнения [88]), рабочая область уравнения [88] меньше рабочей области уравнения Киселева [87] (реализованного в программе CREOS97), которое используется, наряду с [84], при оценке расчетных характеристик ЕФУС. Расчетные значения C_v [5, 15] хорошо согласуются с экспериментальными данными [18, 54] (рис. 5, маркеры 4, 6, 7) и значительно занижены относительно данных [62]. ЕФУС (12) передает данные о C_v в широкой окрестности критической точки $0.959 \leq T/T_c \leq 1.25$ и $0.78 \leq \rho/\rho_c \leq 1.68$ с меньшей неопределенностью ($AAD = 1.2\%$), чем кроссоверное уравнение [84] ($AAD = 1.75\%$).

Наиболее надежные экспериментальные данные о C_p [63–67] описываются с высокой точностью (табл. 8) в пределах неопределенности $\delta C_p = \pm 4\%$ (рис. 6). Исключение составляют только данные [65, 67], относящиеся к окрестности критической точки, где $|\delta C_p|$ достигает 14–15%. При этом экспериментальные данные о C_p и скорости звука для нахождения коэффициентов и параметров ЕФУС (12) не привлекались.

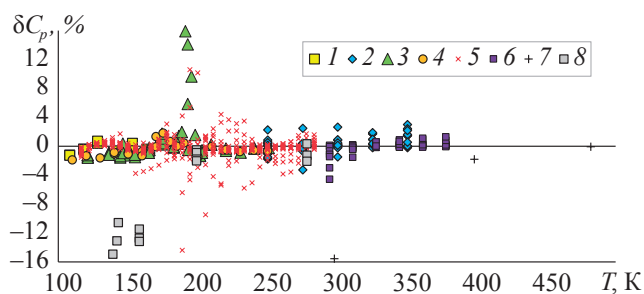


Рис. 6. Относительные отклонения изобарной теплоемкости $100 \times (C_{p,\text{exp}} - C_{p,\text{calc}}) / C_{p,\text{exp}}, \%$, рассчитанные по ЕФУС (12), от экспериментальных данных: 1 – [63], 2 – [64], 3 – [65], 4 – [66], 5 – [67], 6 – [68], 7 – [69], 8 – [70].

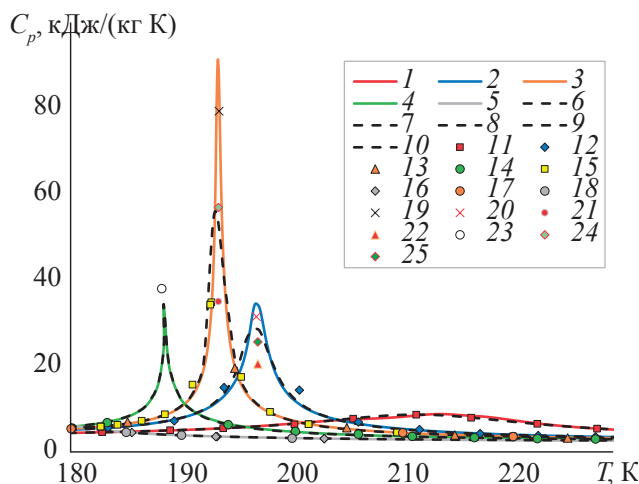


Рис. 7. Поведение изобарной теплоемкости C_p метана в широкой окрестности критической точки: 1–5 – результаты расчета по ЕФУС (12); 6–10 – УС [20]; 11–14 – экспериментальные данные [67]; 15, 16 – [65]; 17, 18 – [66]; 1, 6, 11 – изобара 8.274 МПа; 2, 7, 12 – 5.516; 3, 8, 13, 15, 17 – 5; 4, 9, 14 – 4.3; 5, 10, 16, 18 – 3.2; 19 – максимум C_p на изобаре 5 МПа, расчет по CREOS97 [87]; 21 – [5]; 24 – [86]; 20 – 5.516 МПа, CREOS97 [87]; 22 – [5]; 25 – [86]; 23 – 4.3 МПа, [5].

По всей видимости, для окрестности критической точки такие расхождения между расчетными значениями C_p и экспериментальными данными допустимы. Об этом свидетельствует информация, представленная на рис. 6. Максимумы C_p^{max} , рассчитанные по ЕФУС (12), ФУС [20], CREOS97 [87], УС [86] и КУС [5, 15] на околокритических изобарах 5.516 и 5 МПа, имеют существенно разные значения (рис. 7, маркеры 19–25). Например, на изобаре 5 МПа имеем следующие значения C_p^{max} : 91.2 кДж/(кг К), ЕФУС (12); 79.3, CREOS97 [87]; 56.9, [86]; 56.7, ФУС [20]; 35, КУС [5, 15]. На околокритической

изобаре 4.3 МПа значение $C_p^{\text{max}} = 38$ кДж/(кг К), рассчитанное по КУС [5, 15], больше, чем в случае ЕФУС (12) и ФУС [20] (рис. 7, маркер 23). Вместе с тем, как показывает анализ в настоящей работе, вне асимптотической окрестности критической точки уравнения состояния вида (12) [5, 15, 20, 85–87] практически с одинаковой точностью описывают экспериментальные данные о C_p [65–67].

Чтобы ЕФУС, удовлетворяющее требованиям МТ, с высокой точностью передавало равновесные свойства в широкой области параметров состояния, включающей область газа, оно должно в области малых плотностей и давлений переходить в уравнение состояния вириального вида [17]

$$Z = 1 + B(T)\rho + C(T)\rho^2 + \dots$$

Результаты расчетов показывают, что ЕФУС (12) с высокой точностью передает второй и третий вириальные коэффициенты и в этом отношении не уступает ФУС [20] (рис. 8, 9).

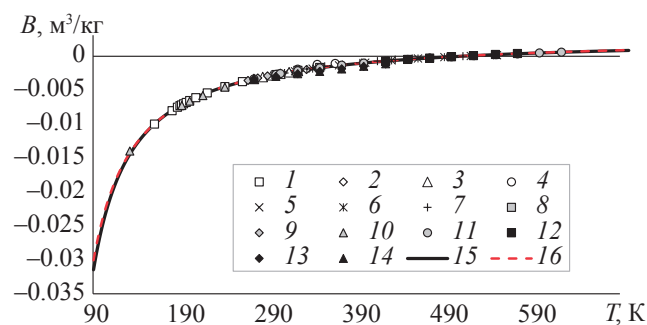


Рис. 8. Зависимости второго вириального коэффициента B от температуры: 1 – экспериментальные данные [43], 2 – [46], 3 – [47], 4 – [77], 5 – [53], 6 – [78], 7 – [79], 8 – [80], 9 – [56], 10 – [81], 11 – [57], 12 – [82], 13 – [59], 14 – [60], 15 – результаты расчета по ЕФУС (12), 16 – УС [20].

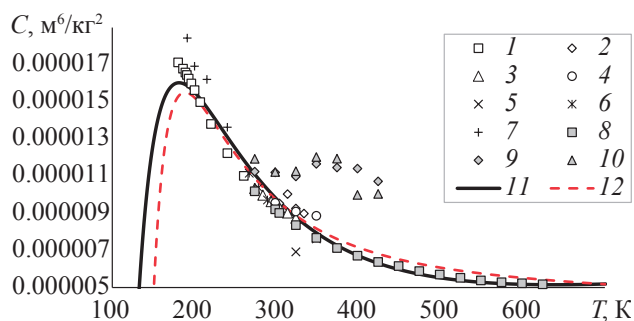


Рис. 9. Поведение третьего вириального коэффициента C в зависимости от температуры: 1 – экспериментальные данные [43], 2 – [46], 3 – [47], 4 – [53], 5 – [80], 6 – [56], 7 – [81], 8 – [57], 9 – [59], 10 – [60], 11 – результаты расчета по ЕФУС (12), 12 – ФУС [20].

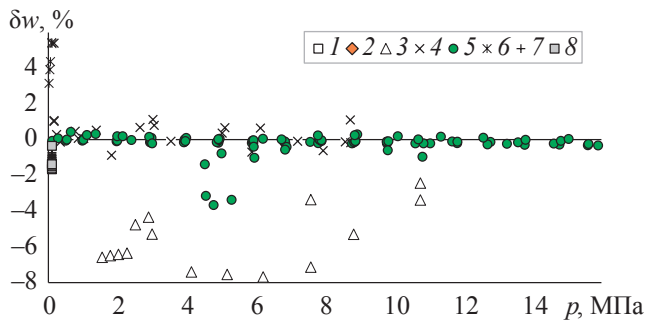


Рис. 10. Относительные отклонения скорости звука $100 \times (w_{\text{exp}} - w_{\text{calc}}) / w_{\text{exp}}, \text{ \%}$, рассчитанные по ЕФУС (12), от экспериментальных данных: 1 – [45], 2 – [51], 3 – [71], 4 – [72], 5 – [73], 6 – [74], 7 – [75], 8 – [76].

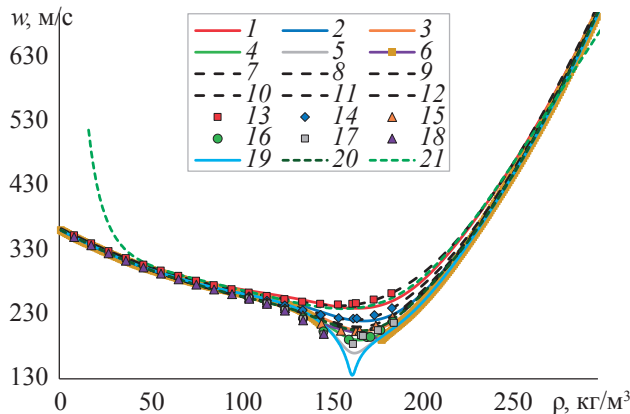


Рис. 11. Поведение скорости звука w метана в околокритической области: 1–6, 19 – результаты расчета по ЕФУС (12); 7–12, 20 – ФУС [20]; 13–18 – экспериментальные данные [54]; 21 – расчет по CREOS97 [87]; 1, 7, 13, 21 – изотерма 193.062 К; 2, 8, 14 – 191.462; 3, 9, 15 – 190.862; 4, 10, 16 – 190.642; 5, 11, 17 – 190.572; 6, 12, 18 – 190.512; 19, 20 – 190.5641.

Скорость звука, рассчитанная по ЕФУС (12), согласуется, во-первых, с экспериментальными данными о w (рис. 10) и информацией, полученной в окрестности критической точки на основе кроссоверного уравнения состояния [85, 87], учитывающего асимметрию реальной жидкости относительно критической изохоры (рис. 11, линии 1 и 21). Во-вторых, с табличными данными о w [20] (рис. 11). При этом, если кроссоверное уравнение CREOS97 [87] имеет рабочую область по плотности 50–250 кг/м³, то ЕФУС (12) согласуется с табличными данными [20] в диапазоне плотностей от идеально-газового состояния и до 535 кг/м³. При температуре $T = 190.5641$ К (рис. 11, линия 19) в рамках предложенного ЕФУС (12) наблюдается, в отличие от ФУС [20] (рис. 11, линия 20), явно выраженный минимум w .

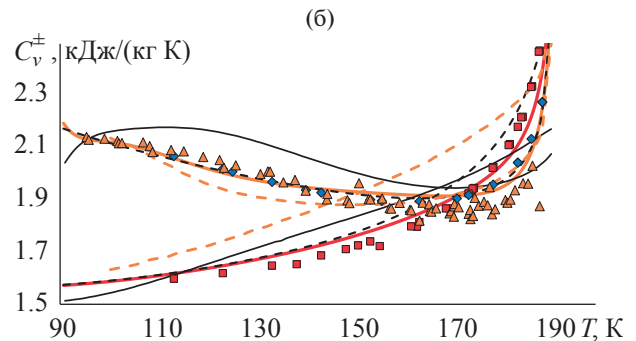
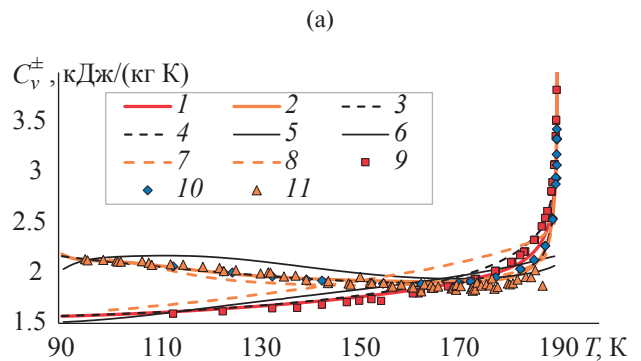


Рис. 12. Поведение изохорной теплоемкости C_v метана на линии насыщения: 1, 2 – результаты расчета по ЕФУС (12); 3, 4 – ФУС [20]; 5, 6 – [89]; 7, 8 – [5]; 9, 10 – экспериментальные данные [54]; 11 – [18]; 1, 3, 5, 7, 9 – насыщенный пар; 2, 4, 6, 8, 10, 11 – насыщенная жидкость.

На линии насыщения ЕФУС (12) передает экспериментальные данные [18, 54] об изохорной теплоемкости как на паровой C_v^- , так и жидкостной C_v^+ ветвях линии насыщения с точностью, в целом соответствующей неопределенности этих данных (рис. 12). Расчеты C_v^- , выполненные по (12), в области насыщенного пара хорошо согласуются в диапазоне от тройной точки до асимптотической окрестности критической точки включительно с данными о C_v^- , полученными авторами [54] на основе экспериментальной информации о скорости звука (рис. 12a). При использовании данных о C_v^- надо иметь в виду, что их неопределенность в работах не приведена. Вероятно, сделать это сложно, так как при расчете C_v^- на основе данных о w [54] использовались производные от давления, рассчитанные по УС. Также следует отметить, что авторы [20] не используют информацию о C_v^- [54] при построении ФУС, не считая эти данные, по видимому, достаточно надежными. Также можно отметить, что в диапазоне от тройной точки до 150 К результаты расчетов C_v^- по уравнению (12) и ФУС [20] практически совпадают, а в интервале от 150 и до 185 К результаты расчетов C_v^+

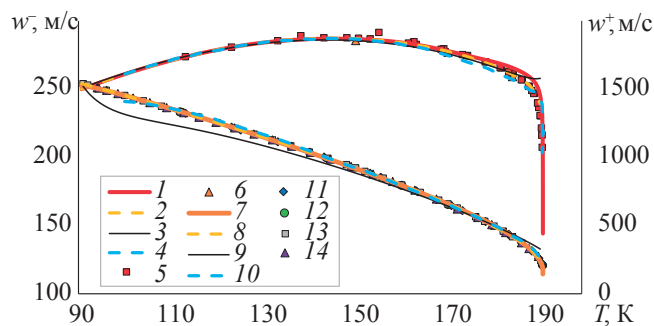


Рис. 13. Поведение скорости звука w метана на линии насыщения: 1, 7 – результаты расчета по ЕФУС (12); 2, 8 – ФУС [20]; 3, 9 – [89]; 4, 10 – [5]; 5, 11 – экспериментальные данные [54]; 6, 12 – [90]; 13 – [91]; 14 – [92]; 1–6 – насыщенный пар; 7–14 – насыщенная жидкость.

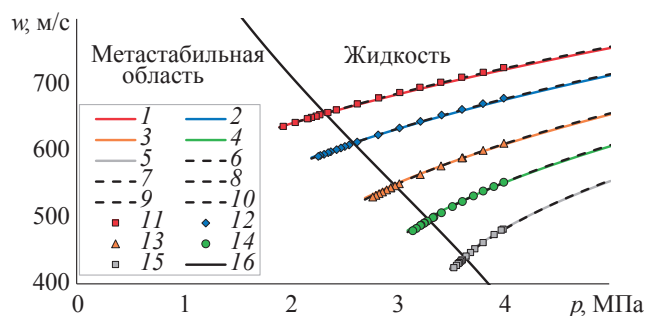


Рис. 14. Поведение скорости звука w метана в метастабильной области и в состоянии жидкости: 1–5 – результаты расчета по ЕФУС (12); 6–10 – ФУС [20]; 11–15 – экспериментальные данные [83]; 1, 6, 11 – изотерма 170.013 К; 2, 7, 12 – 173.013; 3, 8, 12 – 177.013; 4, 9, 14 – 180.012; 5, 10, 15 – 183.012; 16 – жидкостная ветвь линии насыщения.

по (12) лучше согласуются с данными [54], чем в случае ФУС [20]. На жидкостной ветви в диапазоне от тройной точки до 190 К расчетные значения C_v^+ , полученные по ФУС [20] и ЕФУС (12), практически совпадают (рис. 126). При этом данные о C_v^+ [54] описываются с существенно меньшей неопределенностью, чем экспериментальные значения C_v^+ [18] (рис. 126, маркеры 10 и 11). Уравнения состояния [5, 89] описывают данные о C_v^+ [18, 54] и C_v^- [54] со значительно большей неопределенностью, чем (12) и [20]. Следует отметить, что в УС [89] входит более чем в 2.5 раза больше коэффициентов, чем в КУС [5], и при этом УС [89], в отличие от КУС, не удовлетворяет требованиям МТ (рис. 12, линии 5 и 6). Зависимости, характеризующие поведение C_v^+ и C_v^- в рамках КУС (рис. 12), соответствуют графической информации, приведенной в работе [5].

Уравнения состояния (12) и [20] передают данные [54] о скорости звука w^+ на жидкостной ветви линии насыщения метана с неопре-

деленностью, соответствующей экспериментальной неопределенности этих данных, в диапазоне от тройной точки T_{tr} до 190 К (рис. 13). КУС описывает данные w^+ [54] в диапазоне от 100 до 190 К с существенно меньшей неопределенностью, чем УС Сычева и др. [89] (рис. 13, линии 9 и 10). Данные [54] о скорости звука w^- на паровой ветви линии насыщения метана уравнение (12) и УС работ [5, 20, 89] описывают с близкой неопределенностью в интервале до 170 К. В асимптотической окрестности критической точки ЕФУС (12) и КУС [5] передают поведение w^- и w^+ в соответствии с требованиями МТ (рис. 13). В критической точке, так как и ЕФУС, и КУС удовлетворяют предельному переходу $C_v(T \rightarrow T_c, \rho \rightarrow \rho_c) \rightarrow +\infty$, оба эти уравнения приводят к равенству $w^\pm(T = T_c, \rho = \rho_c) = 0$. О том, что ЕФУС (12) и ФУС [20] описывают экспериментальные данные о w^+ и w^- , как отмечалось, в пределах экспериментальной неопределенности этих данных, свидетельствует то, что значения СКО, с которым ЕФУС и ФУС описывают данные [54], соответственно равны: $AAD = 0.59\%$ и 0.41% (область насыщенного пара); $AAD = 0.17\%$ и 0.68% (область насыщенной жидкости). Заметим, что если данные о w^- [54] ФУС [20] описывает точнее, чем ЕФУС (12), то данные о w^+ [54] ЕФУС передает с существенно меньшей неопределенностью, чем ФУС [20].

ЕФУС (12) не только, как отмечено выше, передает в области метастабильных состояний термическую спинодаль $(\partial p / \partial \rho)_T = 0$, но и с малой неопределенностью описывает экспериментальные данные о скорости звука [83] (рис. 14).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработано ЕФУС метана, которое удовлетворительно работает в широком диапазоне давлений и температур, включая окрестности тройной точки и критической точки. Рабочий диапазон ЕФУС по температуре – до 620 К и по давлению – до 500 МПа. ЕФУС обладает следующими характеристиками:

а) свойствами вириального ряда в регулярной части термодинамической поверхности;

б) в пределах неопределенности экспериментальных данных воспроизводит второй и третий вириальные коэффициенты в диапазоне температур от 100 до 620 К, удовлетворяет в широкой окрестности критической точки требованиям МТ;

в) для определения параметров сингулярной составляющей ЕФУС, отвечающей за выполнение степенных законов МТ в асимптотической окрестности критической точки, требуется знание только критических индексов, критической сжимаемости и параметра χ_0 , который может быть установлен на основе данных о линии

насыщения, что позволяет при определении параметров и коэффициентов ЕФУС не использовать экспериментальные данные об изохорной теплоемкости в этой области параметров состояния;

г) расчетные данные о C_v , C_p и w в окрестности критической точки согласуются с результатами, полученными на основе кроссоверного уравнения состояния [86] и реализованных в компьютерной программе CREOS97 [85, 87];

д) в регулярной части термодинамической поверхности расчетные значения равновесных свойств согласуются с табличными данными ФУС [20].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rykov V.A. Method of Constructing a Single Equation of State Satisfying the Requirements of the Scaling Hypothesis // J. Eng. Phys. Thermophys. 1985. V. 48. P. 476.
2. Kozlov A.D., Lysenkov V.F., Popov P.V., Rykov V.A. Unique Nonanalytic Equation of State of the Refrigerant R218 // J. Eng. Phys. Thermophys. 1992. V. 62. P. 611.
3. Lysenkov V.F., Kozlov A.D., Popov P.V., Yakovleva M.V. Nonanalytical Unified Equation of State of R23 // J. Eng. Phys. Thermophys. 1994. V. 66. P. 286.
4. Rykov V.A., Kudryavtseva I.V., Rykov S.V., Ustyuzhanin E.E. A New Variant of a Scaling Hypothesis and a Fundamental Equation of State Based on it // J. Phys.: Conf. Ser. 2018. V. 946. P. 012118.
5. Безверхий П.П., Дутова О.С. Расчет термодинамических свойств метана до 30 МПа по новому малопараметрическому уравнению состояния с регулярной и масштабной частями // ТВТ. 2023. Т. 61. № 3. С. 358.
6. Колобаев В.А., Рыков С.В., Кудрявцева И.В., Устюжанин Е.Е., Попов П.В., Рыков В.А., Козлов А.Д. Единое фундаментальное уравнение состояния аргона: методика построения в рамках теории скейлинга и таблицы стандартных справочных данных // Измерительная техника. 2022. № 11. С. 9.
7. Рыков С.В., Свердлов А.В., Рыков В.А., Кудрявцева И.В., Устюжанин Е.Е. Метод построения уравнения состояния жидкости и газа, основанный на феноменологической теории Мигдала и гипотезе Бенедика // Вестник Международной академии холода. 2020. № 3. С. 83.
8. Ma Sh. Modern Theory of Critical Phenomena. N.Y.: Benjamin, Reading, MA, 1976. 591 p.
9. Rushbrooke G.S. On the Thermodynamics of the Critical Region for the Ising Problem // J. Chem. Phys. 1963. V. 39. P. 842.
10. Kudryavtseva I.V., Rykov V.A., Rykov S.V. The Method for Constructing the Fundamental Equation of State for SF_6 // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1385. P. 012009.
11. Колобаев В.А., Рыков С.В., Кудрявцева И.В., Устюжанин Е.Е., Попов П.В., Рыков В.А., Свердлов А.В. Методика построения уравнения состояния и термодинамических таблиц для хладагента нового поколения // Измерительная техника. 2021. № 2. С. 9.
12. Колобаев В.А., Рыков С.В., Кудрявцева И.В., Устюжанин Е.Е., Попов П.В., Рыков В.А., Козлов А.Д. Термодинамические свойства хладагента R1233zd(E): методика построения фундаментального уравнения состояния и табулированные данные // Измерительная техника. 2022. № 5. С. 22.
13. Рыков С.В., Попов П.В., Кудрявцева И.В., Рыков В.А. Термодинамические свойства хладагента транс-1,3,3,3-тетрафторпропена: методика построения уравнения состояния и табулированные данные // Измерительная техника. 2023. № 10. С. 32.
14. Безверхий П.П., Мартынец В.Г., Матизен Э.В., Мешалкин А.Б., Каплун А.Б., Попов П.В., Устюжанин Е.Е., Шишаков В.В. Шестифтористая сера. Термодинамические свойства в диапазоне температур 230–650 К и давлений 0.01–50 МПа, включая и критическую область. М.: Рос. науч.-техн. центр информации по стандартизации, метрологии и оценке соответствия, 2015. 61 с.
15. Bezverkhii P.P., Dutova O.S. Crossover Equation of Methane State for Calculation of Heat Capacity in Regular and Critical State Regions up to 30 MPa // Thermophys. Aeromech. 2023. V. 30. P. 137.
16. Rykov S.V., Rykov V.A., Kudryavtseva I.V., Ustyuzhanin E.E., Sverdlov A.V. Fundamental Equation of State of Argon, Satisfying the Scaling Hypothesis and Working in the Region of High Temperatures and Pressures // Math. Montis. 2020. V. 47. P. 124.
17. Алтунин В.В. Теплофизические свойства двуокиси углерода. М.: Изд-во стандартов, 1975. 546 с.
18. Younglove B.A. The Specific Heats, C_p , and C_v , of Compressed and Liquefied Methane // J. Res. Natl. Bur. Stand., Sect. A. 1974. V. 78A. P. 401.
19. Rykov V.A., Rykov S.V., Sverdlov A.V. Fundamental Equation of State for R1234yf // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1385. P. 012013.
20. Setzmann U., Wagner W. A New Equation of State and Tables of Thermodynamic Properties for Methane Covering the Range from the Melting Line to 625 K at Pressures up to 1000 MPa // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1991. V. 20. P. 1061.
21. Безверхий П.П., Мартынец В.Г., Матизен Э.В. Непараметрическое масштабное уравнение состояния для жидкостей // ЖФХ. 2007. Т. 81. С. 978.
22. Кудрявцева И.В., Рыков С.В. Непараметрическое уравнение состояния скейлингового вида, разработанное на основе феноменологической теории Мигдала и гипотезы Бенедика // ЖФХ. 2016. Т. 90. № 7. С. 1119.
23. Мигал А.А. Уравнение состояния вблизи критической точки // ЖЭТФ. 1972. Т. 62. № 4. С. 1559.

24. Рыков В.А. Масштабное уравнение состояния в физических переменных // ТВТ. 1986. Т. 25. № 2. С. 345.
25. Schofield P., Litster I.D., Ho I.T. Correlation between Critical Coefficients and Critical Exponents // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 23. № 19. P. 1098.
26. Рыков С.В., Свердлов А.В., Рыков В.А., Кудрявцева И.В., Устюжанин Е.Е. Метод построения уравнения состояния жидкости и газа, основанный на феноменологической теории Мигдала и гипотезе Бенедика // Вестник Международной академии холода. 2020. № 3. С. 83.
27. Benedek G.B. In polarization matie et payonnement, livre de Jubile en l'honneur du professeur A. Kastler. Paris: Presses Universitaires de Paris, 1968. P. 71.
28. Лысенков В.Ф., Рыков В.А. Связь параметров линейной модели решеточного газа и уравнения состояния реальной жидкости // ТВТ. 1991. Т. 29. № 6. С. 1236.
29. Рыков С.В. Фундаментальное уравнение состояния, учитывающее асимметрию жидкости // Научно-технический вестник Поволжья. 2014. № 1. С. 33.
30. Кудрявцева И.В., Рыков В.А., Рыков С.В. Асимметричное единое уравнение состояния R134a // Вестник Международной академии холода. 2008. № 2. С. 36.
31. Форсайт Дж., Малькольм Н., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 280 с.
32. Rykov S.V., Kudryavtseva I.V., Rykov V.A. Method for Constructing Fundamental Equation of State that Satisfies the Scaling Theory and Applicable for Substances Insufficiently Explored in the Critical Point Vicinity // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1385. № 1. 012014.
33. Рыков А.В., Кудрявцев Д.А., Рыков В.А. Метод расчета параметров масштабной функции свободной энергии // Научно-технический вестник Поволжья. 2013. № 5. С. 50.
34. Sengers J.V., Levelt-Sengers J.M.H. A Universal Representation of the Thermodynamic Properties of Fluids in the Critical Region // Int. J. Thermophys. 1984. V. 5. P. 195.
35. Безверхий П.П., Мартынец В.Г., Матизен Э.В. Не-параметрическое масштабное уравнение состояния и аппроксимация p – ρ – T -данных вблизи критической точки парообразования жидкостей // ЖЭТФ. 2004. Т. 126. С. 1146.
36. Анисимов М.А., Киселев С.Б., Костюкова И.Г., Нагаев В.Б. Уравнение состояния и методика расчета термодинамических свойств этана и метана в критической области // Теплофизические свойства веществ и материалов. 1989. Вып. 27. С. 6.
37. Мартынец В.Г., Матизен Э.В., Сартанов А.Г. Калорическое уравнение состояния жидкости в широкой окрестности критической точки // ФНТ. 1984. Т. 10. № 5. С. 503.
38. Рыков В.А. Определение «псевдоспинодальной» кривой на основе термодинамических равенств $(\partial T / \partial S)_v = 0$ и $(\partial V / \partial p)_T = 0$ // ЖФХ. 1985. Т. 59. С. 2095.
39. Рыков В.А. О гипотезе «псевдоспинодальной» кривой // ЖФХ. 1986. Т. 60. С. 789.
40. Klimeck J., Kleinrahm R., Wagner W. Measurements of the (p , ρ , T) Relation of Methane and Carbon Dioxide in the Temperature Range 240 K to 520 K at Pressures up to 30 MPa Using a New Accurate Single-sinker Densimeter // J. Chem. Thermodyn. 2001. V. 33. P. 251.
41. Nowak P., Kleinrahm R., Wagner W. Supplementary Measurements of the (p , ρ , T) Relation of Methane in the Homogeneous Region at Temperatures from 273.15 K to 323.15 K and Pressures up to 12 MPa. Lehrstuhl für Thermodynamik. Ruhr-Universität Bochum., 1998.
42. Achtermann H.J., Hong J., Wagner W., Pruss A. Refractive Index and Density Isotherms for Methane from 273 K to 373 K and at Pressures up to 34 MPa // J. Chem. Eng. Data. 1992. V. 37. P. 414.
43. Handel G., Kleinrahm R., Wagner W. Measurements of the (Pressure, Density, Temperature) Relation of Methane in the Homogeneous Gas and Liquid Regions in the Temperature Range from 100 K to 260 K and at Pressures up to 8 MPa // J. Chem. Thermodyn. 1992. V. 24. P. 685.
44. Pieperbeck N., Kleinrahm R., Wagner W., Jaeschke M. Results of (Pressure, Density, Temperature) Measurements on Methane and on Nitrogen in the Temperature Range from 273.15 K to 323.15 K at Pressures up to 12 MPa Using a New Apparatus for Accurate Gas-density Measurements // J. Chem. Thermodyn. 1991. V. 23. P. 175.
45. Kortbeek P.J., Schouten J.A. Measurements of the Compressibility and Sound Velocity in Methane up to 1 GPa, Revisited // Int. J. Thermophys. 1990. V. 11. P. 455.
46. McElroy P.J., Battino R., Dowd M.K. Compression-factor Measurements on Methane, Carbon Dioxide, and (Methane + Carbon Dioxide) Using a Weighing Method // J. Chem. Thermodyn. 1989. V. 12. P. 1287.
47. Kleinrahm R., Duschek W., Wagner W. Measurement and Correlation of the (Pressure, Density, Temperature) Relation of Methane in the Temperature Range from 273.15 K to 323.15 K at Pressures up to 8 MPa // J. Chem. Thermodyn. 1988. V. 20. P. 621.
48. Achtermann H.J., Bose T.K., Rogener H., St-Arnaud J.M. Precise Determination of the Compressibility Factor of Methane, Nitrogen, and Their Mixtures from Refractive Index Measurements // Int. J. Thermophys. 1986. V. 7. P. 709.
49. Kleinrahm R., Wagner W. Measurement and Correlation of the Equilibrium Liquid and Vapour Densities and the Vapour Pressure along the Coexistence Curve of Methane // J. Chem. Thermodyn. 1986. V. 18. P. 739.
50. Kleinrahm R., Duschek W., Wagner W. (Pressure, Density, Temperature) Measurements in the Critical Region of Methane // J. Chem. Thermodyn. 1986. V. 18. P. 1103.

51. Kortbeek P.J., Biswas S.N., Trappeniers N.J. *pVT* and Sound Velocity Measurements for CH_4 up to 10 kbar // *Physica B+C*. 1986. V. 139–140. P. 109.
52. Mollerup J. Measurement of the Volumetric Properties of Methane and Ethene at 310 K at Pressures to 70 MPa and of Propene from 270 to 345 K at Pressures to 3 MPa by the Burnett Method // *J. Chem. Thermodyn.* 1985. V. 17. P. 489.
53. Mihara Sh., Sagara H., Arai Y., Saito Sh. The Compressibility Factors of Hydrogen Methane, Hydrogen-ethane and Hydrogen-propane Gaseous Mixtures // *J. Chem. Eng. Jpn.* 1977. V. 10. P. 395.
54. Gammon B.E., Douslin D.R. The Velocity of Sound and Heat Capacity in Methane from Near-critical to Subcritical Conditions and Equation-of-state Implications // *J. Chem. Phys.* 1976. V. 64. P. 203.
55. Roder H.M. Measurements of the Specific Heats, C_p and C_v , of Dense Gaseous and Liquid Ethane // *J. Res. Natl. Bur. Stand., Sect. A*. 1976. V. 80A. P. 739.
56. McMath Jr. H.G., Edmister W.C. The Experimental Determination of the Volumetric Properties and Virial Coefficients of the Methane-ethylene System // *AIChE J.* 1969. V. 15. P. 370.
57. Douslin D.R., Harrison R.H., Moore R.T., McCullough J.P. *P–V–T* Relations for Methane // *J. Chem. Eng. Data*. 1964. V. 9. P. 358.
58. Schamp Jr. H.W., Mason E.A., Richardson A.C.B., Altman A. Compressibility and Intermolecular Forces in Gases: Methane // *Phys. Fluids*. 1958. V. 1. P. 329.
59. Michels A., Nederbragt G.W. Isotherms of Methane between 0 and 150°C for Densities up to 225 Amagat. Calculated Specific Heat, Energy and Entropy in the Same Region // *Physica*. 1936. V. 3. P. 569.
60. Michels A., Nederbragt G.W. Isotherms of Methane between 0° and 150°C and Densities 19 and 53 Amagat (Pressures between 20 and 80 Atm) // *Physica*. 1935. V. 2. P. 1000.
61. Keyes F.G., Smith L.B., Joubert D.B. The Equation of State for Methane Gas Phase // *J. Math. Phys.* 1922. V. 1. P. 191.
62. Anisimov M.A., Beketov V.G., Voronov V.P., Nagaev V.B., Smirnov V.A. Experimental Study of T , p -dependency Along the Coexistence Curve and Isochoric Thermal Capacity of Methane // *Thermophysical Properties of Substances and Materials*. Standard Publ. Moscow. 1982. Iss. 16. P. 124.
63. Syed T.H., Hughes Th.J., Marsh K.N., May E.F. Isobaric Heat Capacity Measurements of Liquid Methane, Ethane, and Propane by Differential Scanning Calorimetry at High Pressures and Low Temperatures // *J. Chem. Eng. Data*. 2012. V. 57. P. 3573.
64. Ernst G., Keil B., Wirbser H., Jaeschke M. Flow-calorimetric Results for the Massic Heat Capacity c_p and the Joule-Thomson Coefficient of CH_4 , of $(0.85 \text{ CH}_4 + 0.15 \text{ C}_2\text{H}_6)$, and of a Mixture Similar to Natural Gas // *J. Chem. Thermodyn.* 2001. V. 33. P. 601.
65. Van Kasteren P.H.G., Zeldenrust H. A Flow Calorimeter for Condensable Gases at Low Temperatures and High Pressures. 1. Design and Evaluation // *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 1979. V. 18. P. 333.
66. Van Kasteren P.H.G., Zeldenrust H. A Flow Calorimeter for Condensable Gases at Low Temperatures and High Pressures: 2. Compilation of Experimental Results and Comparison with Predictions Based on a Modified Redlich-Kwong Equation of State // *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 1979. V. 18. P. 339.
67. Jones M.L., Mage D.T., Faulkner R.C., Katz D.L. Measurement of the Thermodynamic Properties of Gases at Low Temperature and High Pressure – Methane // *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.* 1963. V. 59. № 44. P. 52.
68. Budenholzer R.A., Sage B.H., Lacey W.N. Phase Equilibria in Hydrocarbons Systems // *Ind. Eng. Chem.* 1939. V. 31. P. 369.
69. Eucken A., Luede K.V. Die spezifische Wärme der Gase bei mittleren und hohen Temperaturen: I. Die spezifische Wärme der Gase: Luft, Stickstoff, Sauerstoff, Kohlenoxyd, Kohlensäure, Stickoxydul und Methanzwischen 0° und 220°C // *Zeitschrift für Physikalische Chemie*. 1929. Bd. 5BB. S. 413.
70. Millar R.W. The Specific Heats of Polyatomic Gases at Low Temperatures // *J. Am. Chem. Soc.* 1923. V. 45. P. 874.
71. Cardamone M.J., Saito T.T., Eastman D.P.R., Rank D.H. Measurement of Hypersonic Sound Speeds in Methane at Moderate Pressures // *J. Opt. Soc. Am.* 1970. V. 60. P. 1264.
72. Singer J.R. Excess Ultrasonic Attenuation and Volume Viscosity in Liquid Methane // *J. Chem. Phys.* 1969. V. 51. P. 4729.
73. Van Itterbeek A., Thoen J., Cops A., Van Dael W. Sound Velocity Measurements in Liquid Methane as a Function of Pressure // *Physica*. 1967. V. 35. P. 162.
74. Van Itterbeek A., Verhaegen L. Measurements of the Velocity of Sound in Liquid Argon and Liquid Methane // *Proc. Phys. Soc.* 1949. V. B62. P. 800.
75. Quigley T.H. An Experimental Determination of the Velocity of Sound in Dry CO_2 -Free Air and Methane at Temperatures below the Ice Point // *Phys. Rev.* 1945. V. 67. P. 298.
76. Dixon H.B., Campbell C., Parker A. On the Velocity of Sound in Gases at High Temperatures, and the Ratio of the Specific Heats // *Proc. R. Soc. A*. 1921. V. 100. P. 1.
77. Kerl K., Häusler H. Mean Polarizabilities and Second Virial Coefficients of the Gases Ar, CH_4 , C_2H_6 , C_3H_8 and $\text{C}(\text{CH}_3)_4$ // *Ber. Bunsen-Ges. Phys. Chem.* 1984. V. 88. P. 992.
78. Bellm J., Reineke W., Schäfer K., Schramm B.I. Messungen zweiter Virial koefizienten im Temperaturbereich von 300–550 K // *Ber. Bunsen-Ges. Phys. Chem.* 1974. V. 78. P. 282.
79. Strein V.K., Lichtenthaler R.N., Schramm B., Schäfer K. Meßwerte des zweiten Virial koefizienten einiger gesättigter Kohlenwasserstoffe von 300–500 K // *Ber. Bunsen-Ges. Phys. Chem.* 1971. V. 75. P. 1308.

80. *Lee R.C., Edmister W.C.* Compressibilities and Virial Coefficients for Methane, Ethylene, and Their Mixtures // *AIChE J.* 1970. V. 16. P. 1047.
81. *Hoover A.E., Nagata I., Leland Jr. Th.W., Kobayashi R.* Virial Coefficients of Methane, Ethane, and Their Mixtures at Low Temperatures // *J. Chem. Phys.* 1968. V. 48. P. 2633.
82. *Beattie J.A., Stockmayer W.H.* The Second Virial Coefficient for Gas Mixtures // *J. Chem. Phys.* 1942. V. 10. P. 473.
83. *Baidakov V.G., Kaverin A.M., Skripov V.P.* Measurement of Ultrasonic Speed in Stable and Metastable Liquid Methane // *J. Chem. Thermodyn.* 1982. V. 14. P. 1003.
84. *Григорьев Б.А., Герасимов А.А., Григорьев Е.Б.* Фундаментальные уравнения состояния углеводородов в критической области // *Химия и химическая промышленность.* 2010. № 3. С. 52.
85. *Kiselev S.B., Friend D.G.* Revision of a Multiparameter Equation of State to Improve the Representation in the Critical Region: Application to Water // *Fluid Phase Equilib.* 1999. V. 155. P. 33.
86. *Kiselev S.B., Ely J.F.* Generalized Crossover Description of the Thermodynamic and Transport Properties in Pure Fluids // *Fluid Phase Equilib.* 2004. V. 222–223. P. 149.
87. *Kiselev S.B.* Prediction of the Thermodynamic Properties and the Phase Behavior of Binary Mixtures in the Extended Critical Region // *Fluid Phase Equilib.* 1997. V. 128(1–2). P. 1.
88. *Kurumov D.S., Olchow G.A., Sengers J.V.* Thermodynamic Properties of Methane in the Critical Region // *Int. J. Thermophys.* 1988. V. 9. № 1. P. 73.
89. *Сычев В.В., Вассерман А.А., Загорученко В.А., Козлов А.Д., Спиридонов Г.А., Цымарный В.А.* Термодинамические свойства метана. М.: Изд-во стандартов, 1979. 348 с.
90. *Straty G.C.* Hypersonic Velocities in Saturated and Compressed Fluid Methane // *Cryogenics.* 1975. V. 15. P. 729.
91. *Straty G.C.* Velocity of Sound in Dense Fluid Methane // *Cryogenics.* 1974. V. 14. P. 367.
92. *Van Dael W., Van Itterbeek A., Thoen J., Cops A.* Sound Velocity Measurements in Liquid Methane // *Physica.* 1965. V. 31. P. 1643.

УДК 537.9

ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЕ ЖИДКОГО ГАФНИЯ ПРИ ТЕМПЕРАТУРАХ ДО 5000 К ПРИ НИЗКИХ И ПОВЫШЕННЫХ ДАВЛЕНИЯХ

© 2024 г. А. И. Савватимский^{1,2,*}, С. В. Онуфриев²¹ Физический институт им. П.Н. Лебедева, Москва, Россия² Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

*E-mail: savvatimskiy.alexander@gmail.com

Поступила в редакцию 08.11.2023 г.

После доработки 02.12.2023 г.

Принята к публикации 14.02.2024 г.

Выполнены сравнительные эксперименты при быстром нагреве (5–10 мкс) фольги гафния электрическим током как в воде (низкие давления), так и между толстыми пластинами стекла ТФ-5 (повышенные давления, по оценке не более 10 кбар). Сравнительный анализ результатов показал, что под давлением электросопротивление жидкого гафния монотонно повышается с ростом температуры, в то время как при малых внешних давлениях — монотонно падает в том же диапазоне температур. Результат отличается от поведения электросопротивления жидкого углерода, которое остается константой в диапазоне температур 5000–9000 К (примерно при том же уровне давлений). Отмечено существование единых для твердой и жидкой фаз линейных зависимостей плотности гафния и циркония от удельной энергии (энтальпии) импульсного токового нагрева.

DOI: 10.31857/S0040364424030042

ВВЕДЕНИЕ

В двух научных центрах ([1, 2] в 1945 и 1963 гг. соответственно) независимо были опубликованы результаты по электросопротивлению ртути, стационарно нагреваемой в ограниченном объеме (в капиллярных трубках: из окиси бериллия [1], в кварцевой [2]). В обоих случаях фиксировалось постоянство электросопротивления жидкой ртути, нагреваемой в таких условиях, при температурах порядка 300°C.

Впоследствии в [3] были опубликованы данные о постоянстве электросопротивления жидкого углерода при ограничении объема. Тонкие пластинки графита высокой исходной плотности зажимались между двумя толстостенными (10 мм каждая) пластинами из стекла ТФ-5 (тяжелый флинт). С боков такой ячейки к торцам графита подводились электроды, которые поджимались струбциной. В таких условиях ограничения объема и быстром (5 мкс) нагреве импульсом тока было получено постоянство электросопротивления жидкого углерода в диапазоне температур 5000–9000 К. Импульсные эксперименты с жидким углеродом показали его достаточно высокую проводимость.

В связи с прикладным значением гафния в ядерной энергетике и космических технологиях исследовался жидкий гафний в условиях ограничения объема, подобно тому, как это было выполнено ранее для жидкого углерода [4].

ПОДГОТОВКА ОБРАЗЦОВ ДЛЯ ИМПУЛЬСНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследовался гафний марки ГФИ-1 в виде полосы толщиной 0.1 мм с массовыми долями контролируемых примесей:

Zr	N	Fe	Si	C	O
0.9	0.008	0.034	0.016	0.02	0.022

Измерение электросопротивления жидкого гафния при малом давлении выполнялось в воде в диапазоне температур 2000–5000 К при импульсном нагреве пластинки гафния $0.1 \times 2 \times 11$ мм³. Пластика гафния зажималась между латунными электродами, и все устройство заливалось дегазированной водой для предотвращения шунтирующего разряда вдоль образца и обеспечения невысокого давления в течение 5–10 мкс. Эксперимент с гафнием при повышенном давлении был более сложен.

На рис. 1а представлен исходный блок, состоящий из двух стекол ТФ-5 (тяжелый флинт), между которыми размещалась пластинка гафния $0.1 \times 2 \times 15 \text{ мм}^3$. На рис. 1б показана трубка, в которой зажимался стеклянный блок с образцом гафния.

На рис. 2 представлен общий вид сборки для проведения импульсного нагрева током металлического гафния. Были приняты меры по ограничению объема фольги гафния: через медные прокладки торцы образца сжимались винтовыми подводщими электродами I .

Монтаж сборки (рис. 2) во взрывной камере (с достаточно длинными подводщими медными шинами) создавал дополнительную петлю в электрической цепи. При записи напряжения V на образце возникало дополнительное индуктивное падение напряжения $\Delta V = L di/dt$ на этой петле (L — индуктивность этого участка, i — ток, t — время). Падение напряжения определялось в отдельном эксперименте (в той же геометрии и для того же напряжения) при замене образца на медную пластинку, нагревом которой под действием импульсного тока можно было пренебречь. Далее этот дополнительный начальный выброс ΔV вычитался из сигнала напряжения на образце.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИМПУЛЬСНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Импульсный нагрев током обеспечивался конденсаторной батареей емкостью 15 мкФ и зарядным напряжением 12 кВ. В качестве высоковольтного ключа применялся разрядник рязанского производства (фирма «Импульсные технологии»), который успешно запускается однократным сигналом от стандартного генератора.

Результаты импульсных экспериментов представлены на рис. 3. Пиковое значение 4.5 кВ (рис. 3а) соответствует области взрыва, т.е. резкому росту напряжения при потере проводимости жидкого расширенного металла. Область постоянного напряжения на кривой 2 (в диапазоне 3.5–6 мкс, рис. 3а) — существование жидкой фазы гафния. На рис. 3б область жидкой фазы гафния — от 4 до 8 мкс. Давление в этом эксперименте оценивалось так же, как в [4], и составляло единицы килобар. Рассчитанное по этим кривым электросопротивление жидкого гафния (от момента завершения плавления), отнесенное к исходным размерам образца, приведено на рис. 4.

Наблюдается отличие эксперимента при повышенном давлении (рис. 4б) от эксперимента при малом давлении (рис. 4а): 1) при $T_{\text{пл}} = 2504 \text{ К}$ сопротивление несколько ниже, чем на рис. 4а;

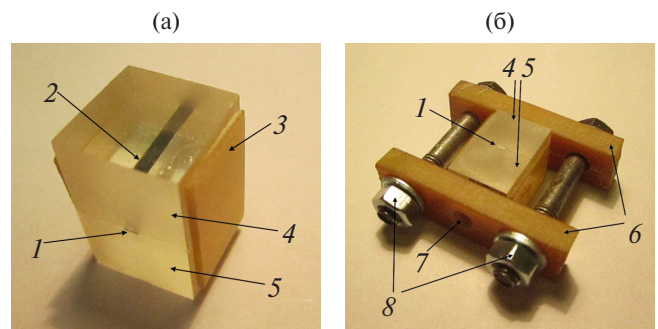


Рис. 1. Стеклянный блок с образцом гафния (а): 1 — кончик фольги гафния; 2 — образец гафния, видимый сквозь верхнее стекло; 3 — боковые наклеенные тонкие пластины стеклотекстолита; 4 — верхнее стекло (толщина — 11 мм); 5 — нижнее стекло (толщина — 11 мм); (б) — трубка, сжимающая стекла ТФ-5: 6 — пластины стеклотекстолита, 7 — отверстие для вывода излучения, 8 — болтовая стяжка.

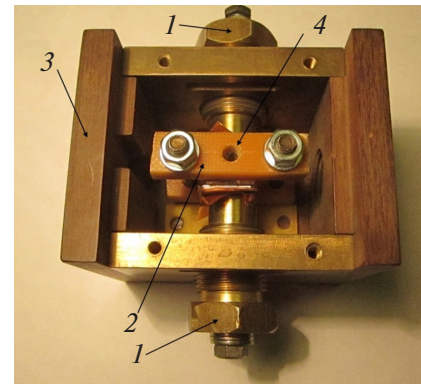


Рис. 2. Сборка (без верхней крышки с отверстием для вывода излучения): 1 — подводщие электроды (с возможностью поступательного перемещения для поджатия контактов), 2 — трубка с образцом, 3 — блок импульсного нагрева со снятой верхней крышкой, 4 — отверстие для вывода излучения для измерения температуры.

2) на рис. 4б виден слабый рост сопротивления во всем диапазоне температур в отличие от слабого падения на рис. 4а.

Для более полного анализа влияния давления представим удельное электросопротивление гафния в зависимости от введенной энергии (рис. 5). По этим рисункам можно составить более определенное суждение о влиянии ограничения объема (повышенном давлении) на электросопротивление жидкого гафния. Видны характерные изменения электросопротивления для разных условий нагрева.

Рассмотрим различия до введенных энергий 3 кДж/г, когда можно рассматривать жидкую фазу наверняка до разрушения стеклянной ячейки. Электросопротивление жидкого гафния (при нагреве в воде, т.е. при малом давлении)

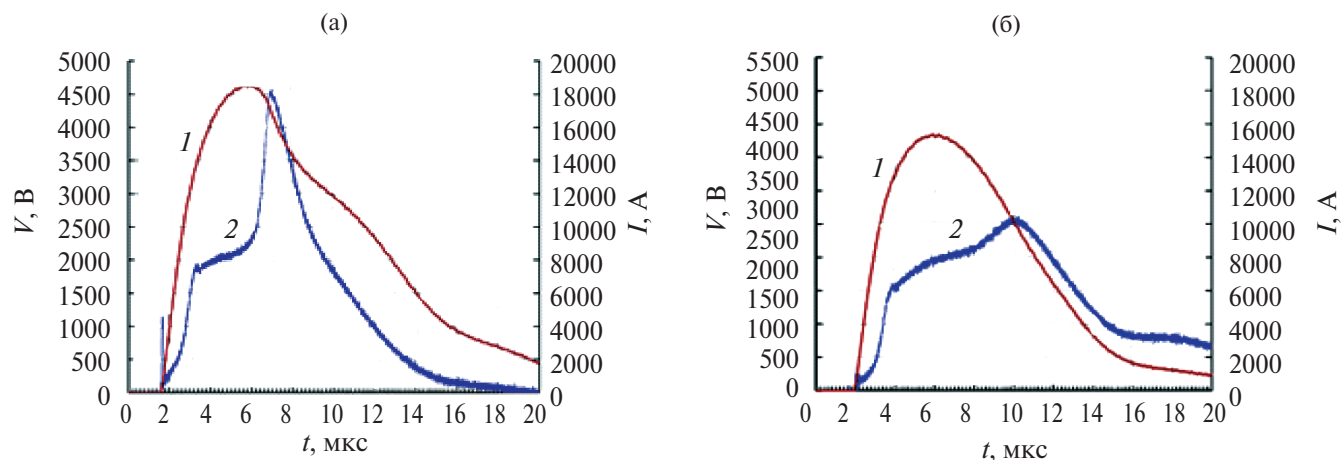


Рис. 3. Зависимости тока (I) и напряжения (2) от времени: (а) — для быстрого нагрева гафния в воде, (б) — быстрого нагрева гафния под давлением (в стекле).

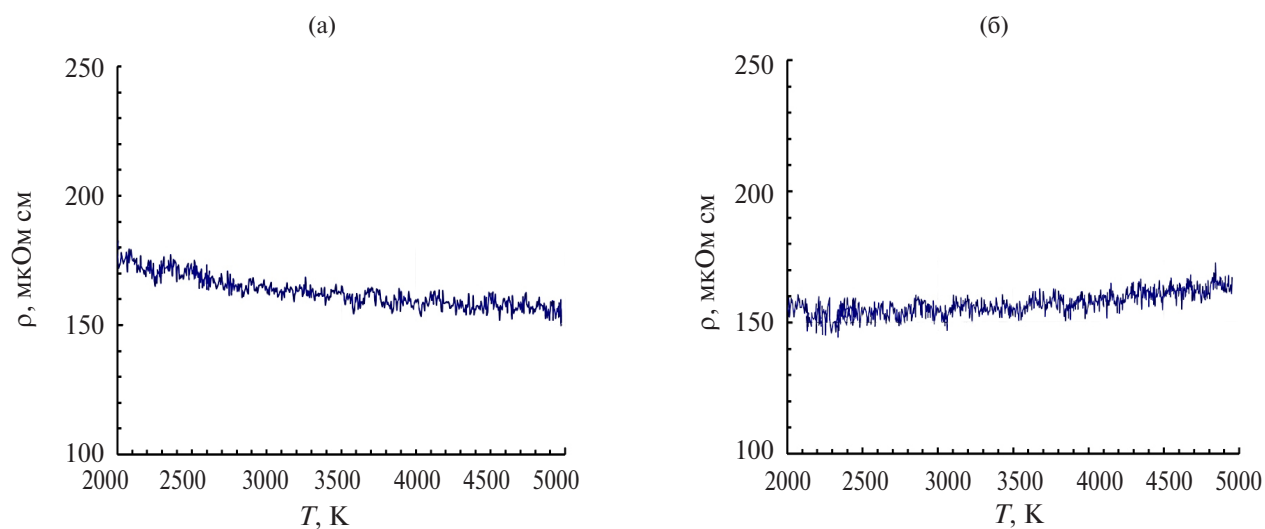


Рис. 4. Зависимости удельного электросопротивления жидкого гафния от температуры: (а) — при нагреве в воде ($T_{пл} = 2504$ К), (б) — при нагреве под давлением (в стекле).

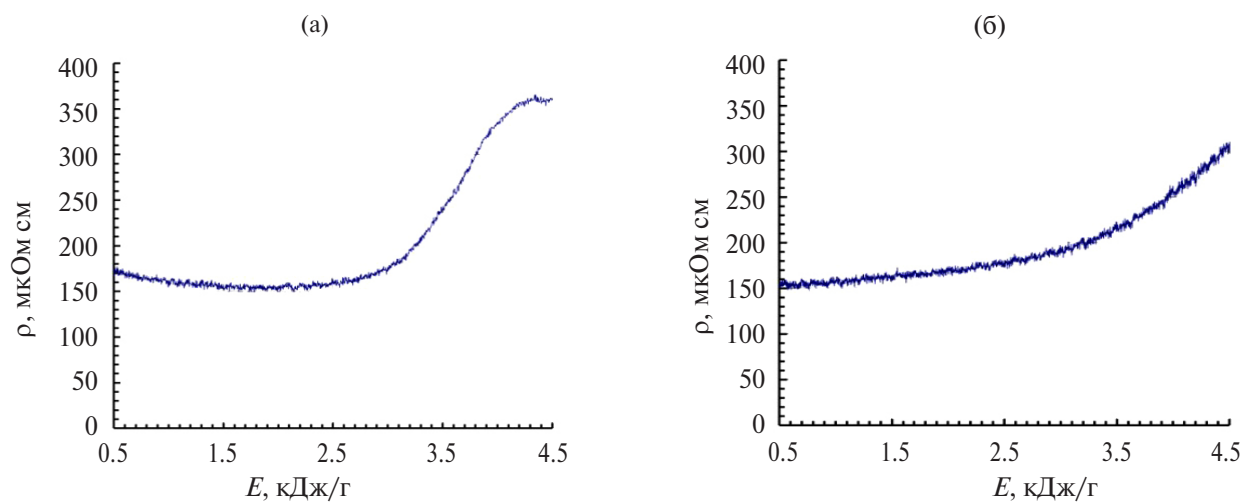


Рис. 5. Зависимости удельного электросопротивления жидкого гафния от введенной удельной энергии E при нагреве в воде (а), при нагреве в стекле (б) (повышенное давление): начало жидкого состояния — $E \approx 0.6$ кДж/г.

нии) медленно падает до величины 150 мкОм см и далее растет до 175 мкОм см (рис. 5а). При высоком давлении электросопротивление жидкого гафния слабо растет, начиная с $\rho = 150$ мкОм см вплоть до $\rho \approx 200$ мкОм см при введенной удельной энергии ~ 3 кДж/г (рис. 5б). Оценка уровня температуры при введенной энергии $E \approx 3$ кДж/г, выполненная по зависимости введенной энергии от температуры (экстраполяция), дает приблизительно 7000 К для двух случаев нагрева в воде и в стекле. При температуре 5000 К введенная энергия, определенная по тем же кривым, составляет 1.5 и 1.6 кДж/г.

В целом вся кривая сопротивления гафния на рис. 5б растет, начиная от момента плавления ($T_{\text{пл}} = 2504$ К) вплоть до ~ 7000 К. Таким образом, повышенное давление явно увеличивает электросопротивление жидкого гафния. И этим жидкий гафний отличается от жидкого углерода при сравнимом уровне давлений. Жидкий углерод (в схожих условиях эксперимента) показывает константу электросопротивления при давлениях порядка 10 кбар (но не более 20 кбар).

ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЕ ПРОВОДНИКОВ ПРИ БОЛЕЕ ВЫСОКОМ ДАВЛЕНИИ (ДО 100 КБАР)

В отличие от жидкого углерода и ртути (которые под давлением показывают постоянное электросопротивление ρ [1, 2, 4]), жидкий гафний демонстрирует слабый, но все-таки рост электросопротивления ρ с ростом давления. Подчеркнем, что речь идет о сравнительно малом уровне давлений, порядка нескольких кбар (до 10 кбар).

Более высокий уровень давлений — десятки кбар (вплоть до 100 кбар) — может быть получен при импульсном нагреве проволоочных образцов в сапфировых капиллярных трубках. Такие измерения выполнены для жидкого углерода в ограниченном объеме сапфировой трубки [5], где показано, что при высоких значениях введенной энергии (высоких давлениях) с увеличением плотности жидкого углерода его электросопротивление возрастает. Фактически это новый физический эффект, который ранее был предсказан для лития [6] и в дальнейшем был получен при давлении 600 кбар и выше (обсуждение приведено в [7]). Тот факт, что подобный эффект наблюдался для углерода при гораздо меньших давлениях (порядка 50–100 кбар [5], а не 600 кбар [7]), чем для лития, позволяет с оптимизмом ожидать получения новых результатов при исследовании ряда металлов методом быстрого нагрева импульсом тока при дав-

лениях в диапазоне 50–100 кбар. Отметим еще одну особенность в поведении жидкого углерода. Согласно [8], удельное электросопротивление жидкого углерода на линии плавления сначала линейно снижается с ростом давления от 14 до 40 кбар, а затем линейно растет при давлениях 56–94 кбар (последнее качественно согласуется с [5]), что предполагает наличие структурного перехода жидкость—жидкость при давлении 56 кбар.

О ЗАВИСИМОСТИ ПЛОТНОСТИ МЕТАЛЛОВ В ТВЕРДОМ И ЖИДКОМ СОСТОЯНИЯХ ОТ ВВЕДЕННОЙ ЭНЕРГИИ ПРИ БЫСТРОМ ИМПУЛЬСНОМ НАГРЕВЕ ТОКОМ

В экспериментальных исследованиях с помощью лазерной импульсной подсветки были получены данные о плотности гафния [9] и циркония [10] как в твердом, так и в жидком состояниях. Проволочные образцы гафния и циркония нагревались импульсом электрического тока в течение единиц микросекунд. В процессе нагрева диаметр проволок измерялся при подсветке импульсным лазером (длительность подсветки — 7 нс). Теневые фотографии расширяющейся проволоки фиксировались в различные моменты времени. Каждый импульсный нагрев сопровождался получением одной фотографии при определенной введенной энергии. Надо отметить, что при этом фиксировалось объемное расширение металла, так как торцы образцов были зажаты и расширение происходило только по радиусу образца. Таким образом, получение полной зависимости плотности γ твердого и жидкого гафния от введенной энергии потребовало выполнения девяти «выстрелов», с получением девяти точек (рис. 6а). Для получения подобной зависимости (рис. 6б) для циркония выполнено 20 «выстрелов».

Экспериментально получено (рис. 6), что плотности гафния и циркония линейно зависят от энтальпии. Причем эти зависимости разные для Hf и Zr, но одинаковы для твердой и жидкой фаз каждого металла.

В [11] без проведения эксперимента сделано предположение о более крутом уменьшении плотности жидкого циркония (пунктир на рис. 6б).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эксперименты с нагревом образцов гафния импульсом тока при давлении, близком к нормальному, и при повышенном давлении (единицы кбар) показали, что электросопротивление жидкого гафния в первом случае слабо снижа-

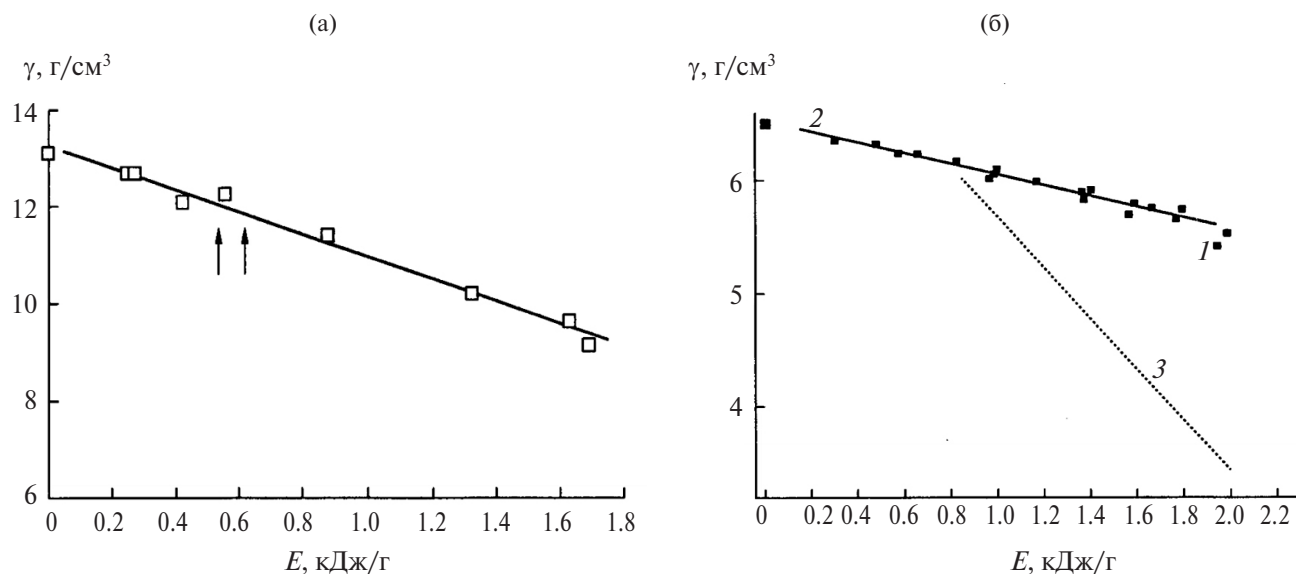


Рис. 6. Зависимости плотности твердого и жидкого гафния от удельной введенной энергии E (энтальпии) [9]: (а) — $E = 0$ и исходная плотность — 13.09 г/см³ при комнатной температуре, остальные точки — результаты импульсных экспериментов, стрелки — область плавления; (б) — плотности твердого и жидкого циркония: 1 — эксперимент, 2 — линейная аппроксимация без учета начальной точки [10], 3 — оценка для жидкого циркония [11].

ется от 175 до 150 мкОм см при росте температуры от точки плавления до 5000 К, а во втором случае слабо растет от 150 до 165 мкОм см при тех же температурах. Углерод в близких условиях нагрева ведет себя иначе: при низких давлениях электросопротивление жидкого углерода увеличивается с ростом температуры, при повышенных давлениях — остается константой.

Показана линейная зависимость плотности гафния и циркония от энтальпии. Причем эти зависимости не изменяются при переходе от твердой к жидкой фазе каждого металла.

Работа поддержана Российским научным фондом (грант № 19-79-П-30086).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gubar F., Kikoin I. The Temperature Dependence of the Resistance of Liquid Metals at Constant Volume // J. Phys. 1945. V. 9. № 1. P. 52.
2. Bradley C.C. The Resistivity and Thermoelectric Power of Liquid Gallium and Mercury at Constant Volume // Phil. Mag. 1963. V. 8. № 93. P. 1535.
3. Савватимский А.И., Онуфриев С.В. Исследование физических свойств углерода при высоких температурах (по материалам экспериментальных работ) // УФН. 2020. Т. 190. № 10. С. 1085.
4. Онуфриев С.В., Савватимский А.И. Электросопротивление жидкого углерода (до 9000 К) и жидкого гадолиния (до 6000 К) при повышенном давлении и высоких температурах // ТВТ. 2023. Т. 61. № 5. С. 685.
5. Savvatimskiy A.I. Experimental Electrical Resistivity of Liquid Carbon in the Temperature Range from 4800 to ~20000 K // Carbon. 2009. V. 47. P. 2322.
6. Neaton J.B., Ashcroft N.W. Pairing in Dense Lithium // Nature (Letters to Nature). 1999. V. 400. P. 141.
7. Максимов Е.Г., Магницкая М.В., Фортков В.Е. Непростое поведение простых металлов при высоких давлениях // УФН. 2005. Т. 175. № 8. С. 793.
8. Togaya M. Electrical Property Changes of Liquid Carbon under High Pressures // J. Phys.: Conf. Ser. 2010. V. 215. 012081.
9. Савватимский А.И., Коробенко В.Н. Плотность жидкого гафния от точки плавления до точки кипения // ТВТ. 2007. Т. 45. № 2. С. 187.
10. Korobenko V.N., Agranat M.B., Ashitkov S.I., Savvatimskiy A.I. Zirconium and Iron Densities in a Wide Range of Liquid States // Int. J. Thermophys. 2002. V. 23. № 1. P. 307.
11. Шупков Н.Н., Костиков В.И., Непрошин Е.И., Демин А.В. Рекристаллизованный графит. М.: Металлургия, 1979.

УДК 537.311

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И СИЛЫ ТОКА НА КОНТАКТНОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ГРАФИТА

© 2024 г. А. В. Костановский*, М. Г. Зеодинов**,
М. Е. Костановская, А. А. Пронкин***

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

*E-mail: kostanovskiy@gmail.com

**E-mail: mz.64@mail.ru

***E-mail: pronking.a.a@gmail.com

Поступила в редакцию 24.12.2023 г.

После доработки 10.02.2024 г.

Принята к публикации 23.04.2024 г.

Представлены результаты экспериментального исследования контактного электрического сопротивления графита марки МПГ-7 в диапазоне изменения определяющей температуры 700–1300 К. Изучен случай одной неподвижной контактной поверхности. Эксперимент реализован при пропускании постоянного электрического тока по цилиндрическому образцу, установленному вертикально. Исследования проведены в вакууме при давлении 10^{-4} Па. Экспериментальные данные представляли собой распределения действительной температуры и падения напряжения, измеренные вдоль продольной оси цилиндра на равном удалении от контактной поверхности. Впервые приведены зависимости удельного контактного электрического сопротивления, отнесенного к удельному электрическому сопротивлению графита, от силы тока и определяющей температуры в диапазоне 700–1300 К. Показано, что удельное контактное электрическое сопротивление в контактной плоскости превышает удельное электрическое сопротивление графита в 11.5 раз при температуре 700 К и в 6 раз при 1300 К.

DOI: 10.31857/S0040364424030054

ВВЕДЕНИЕ

Контактное электрическое сопротивление (КЭС), возникающее на границе соприкосновения одноименных и различных материалов при пропускании по образцу электрического тока, изучается с середины прошлого века [1]. Первоначально основное внимание исследователей было сосредоточено на характеристиках поверхности контакта (ПК), таких как шероховатость, свойства материала (удельное электрическое сопротивление, теплопроводность), вид деформации при различных внешних весовых нагрузках. При этом принято рассматривать отдельно неподвижные и подвижные контакты. Случай одной неподвижной ПК считается наиболее простым, однако до сих пор экспериментально и он изучен недостаточно. Относительно недавно стал применяться метод измерения падения напряжения на различных расстояниях от ПК и экстраполяции результатов измерения непосредственно на ПК [2–4]. Распределение темпе-

ратуры вдоль продольной оси цилиндра на равном удалении от ПК $T_i = f(l_i)$ экспериментально не измерялось. Как правило, $T_i = f(l_i)$ определялась расчетным образом [5] с применением законов Фурье и Джоуля–Ленца. Возможность использования данных законов в области, прилегающей к ПК, не изучалась.

Цель данной статьи состоит в изучении при идентичных экспериментальных условиях распределения падения напряжения и распределения температуры вдоль продольной оси образца в области влияния одной неподвижной ПК. Полученные результаты могут быть использованы в прикладных целях, например при проектировании коммутационных аппаратов [5], а также для обоснования возможности применения линейных законов термодинамики при описании КЭС.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Описание экспериментальной установки и результаты первых тестовых исследований в

подробностях приведены в [6]. Основными элементами установки являются экспериментальный образец, система электрического питания, вакуумная и диагностирующая система, включающая в себя оптический пирометр и четыре точечных поверхностных потенциальных зонда, конструкция весовой нагрузки на ПК. Экспериментальный образец представлял собой сплошной цилиндр диаметром $d = 7.84$ мм и рабочей длиной 90 мм и был вырезан из заготовки графита марки МПГ-7 перпендикулярно плоскости приложения давления при прессовании. Выбор данного варианта изготовления образца был обоснован ранее [4]. Цилиндр разрезан пополам перпендикулярно продольной оси, образованные плоскости ПК шлифовались офсетной бумагой. Шероховатость ПК до и после эксперимента измерялась на микроинтерферометре Линника МИИ-4.

Образец, собранный из двух частей, устанавливался вертикально в кварцевом тонкостенном цилиндре (контроль за соосностью частей образца при условии свободной посадки). Весовая нагрузка располагалась на верхнем торце образца. В процессе эксперимента последовательно увеличивалось давление на ПК, измерения проведены для трех значений $P = 55, 77$ и 100 кПа, однако в данной работе приведены результаты только для давления 100 кПа. По образцу пропускался постоянный электрический ток I , исследования проводились в стационарном тепловом режиме с временем выдержки заданного значения I не менее 20 мин. Измерения производились в вакууме при давлении 10^{-4} Па.

Методика измерения яркостной температуры и результаты определения распределения действительной температуры поверхности образца вдоль продольной оси $T_i = f(l_i)$ подробно представлены в [7]. Использовался оптический пирометр Raytek марки RAYMM1MHSF1L с рабочей длиной волны 1 мкм и диаметром пятна визирования 1 мм. Пирометр установлен на оптический столик, который перемещается параллельно продольной оси экспериментального образца, обеспечивая строго перпендикулярное направление оптической оси пирометра к поверхности образца. Измерения температуры проводились непосредственно на месте соединения двух частей образца — поверхности контакта — T_0 и на расстояниях с шагом 3 мм вверх и вниз от ПК: $l_i = \pm 3-12$ мм. С целью уменьшения светового отражения внутренняя поверхность камеры была экранирована графитовым экраном.

В каждом эксперименте распределение падения напряжения $U_i = f(L_i)$ определяется с помощью двух пар точечных поверхностных потенциальных зондов, равноудаленных от ПК, где

L_i — расстояние между конкретной парой зондов, индекс i соответствует конкретной паре зондов. Обработывались результаты двух экспериментов при одинаковой силе тока, что позволяло получить четыре значения КЭС для каждого режима ($i = 1-4$). В работах [4, 8] применялись зонды из нержавеющей стали, так как исследования осуществлялись в диапазоне изменения температуры $350-750$ К. Данная работа проводилась при более высоких температурах, поэтому использовались зонды из молибдена. Метод нахождения удельного КЭС приведен в [8] и базируется на предположении, что длина ПК является бесконечно малой величиной по сравнению с расстоянием, на котором размещаются зонды L_i . При заданном значении силы тока I величина удельного КЭС ρ_i^c определяется по формуле

$$\rho_i^c = \rho_i^{\text{exp}} - \rho_i^{\text{graph}}(T_{L_i}), \quad (1)$$

где ρ_i^{exp} является экспериментальным значением удельного сопротивления, которое представляет собой сумму удельного электрического сопротивления графита, соответствующего случаю, когда ПК отсутствует — $\rho_i^{\text{graph}}(T_{L_i})$, и искомого удельного КЭС ρ_i^c . Значение ρ_i^{exp} рассчитывается по формуле

$$\rho_i^{\text{exp}} = U_i S / I L_i, \quad (2)$$

где U_i — падение напряжения между двумя зондами, отстоящими от ПК на расстояние $L_i/2$; $S = \pi d^2/4$ — площадь поперечного сечения образца.

В независимом эксперименте была определена зависимость удельного электрического сопротивления графита марки МПГ-7 от температуры (ПК отсутствует), которая с достоверностью аппроксимации $R^2 = 0.92$ соответствует линейной функции

$$\rho^{\text{graph}} = f(T_{\text{онп}}) = 1.3921 \times 10^{-9} T_{\text{онп}} + 8.2066 \times 10^{-6}. \quad (3)$$

Данная зависимость была определена на изотермическом участке образца, в котором отсутствует ПК, но в экспериментах по определению КЭС распределение температуры вдоль продольной образующей в области влияния ПК не является постоянным, поэтому применялась следующая процедура. С учетом распределения действительной температуры, измеренной вдоль поверхности образца относительно ПК, находится среднее значение температуры $T_{\Delta L_i}$ на участке длины L_i и рассчитывается удельное электрическое сопротивление $\rho_i^{\text{graph}}(T_{L_i})$ по формуле (3).

Решением системы уравнений (1)–(3) получены четыре величины ρ_i^c , которые отвечают четырем значениям расстояния $L_i/2$ до ПК. По-

строен график зависимости ρ_i^c от $L_i/(2d)$. Зависимость $\rho_i^c = f(L_i/(2d))$ аппроксимировалась экспоненциальной функцией, которая экстраполировалась на значение абсциссы $L_i/(2d) = 0$, отвечающее ПК, что позволило определить максимальную величину удельного КЭС ρ_0^c . Затем рассчитывалось относительное значение $\rho_0^c/\rho^{\text{graph}}(T_{\text{опр}})$, где $T_{\text{опр}}$ — определяющая температура (однозначно зависит от силы тока I), измеренная в центре изотермического участка образца, в котором отсутствует ПК. В результате описанной обработки $\rho_0^c/\rho^{\text{graph}}(T_{\text{опр}})$ можно оценить различие максимального удельного КЭС ρ_0^c и удельного электрического сопротивления графита, которое имеет место в аналогичных условиях при отсутствии ПК.

Относительная суммарная расширенная неопределенность величины удельного КЭС $\bar{U} = \rho_0^c \approx 5.5\%$ при температуре 700 К.

РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1, 2 приведены результаты расчетов $\rho_0^c/\rho^{\text{graph}}$ в зависимости от $T_{\text{опр}}$ и силы тока I . При $T_{\text{опр}} = 700$ К удельное КЭС превышает удельное электрическое сопротивление графита в 11.5 раз, при $T_{\text{опр}} = 1300$ К — в 6 раз. Температурная зависимость удельного КЭС в исследуемом интервале температур является падающей. Отметим, что в работе [1] было высказано предположение, что температурные зависимости КЭС и удельного электрического сопротивления материала при отсутствии в образце ПК и ее наличии должны совпадать. Наши эксперименты не подтверждают данный вывод. Аналогичный падающий характер зависимости КЭС имеет место и от силы тока. Влияния направления тока на величину удельного КЭС не обнаружено, что характеризует контактное сопротивление графита как стабильную величину. Дополнительно на рис. 1 показаны значения КЭС, измеренные на воздухе при пропускании по образцу графита постоянного электрического тока [8]. Величины удельного КЭС, измеренные на воздухе и в вакууме, характеризуются падающей зависимостью от температуры. Отметим, что первые эксперименты, в которых определялось удельное КЭС графита, реализованы на воздухе. В них температура измерялась термопарой в одном сечении и на расстоянии от ПК, где отсутствовало ее влияние, поэтому во втором слагаемом справа формулы (1) не учитывалось влияние распределения температуры на участке L_i [4, 8], что приводило к занижению $\rho^{\text{graph}}(T_{\text{опр}})$ и, как следствие, к завышению $\rho_0^c/\rho^{\text{graph}}$. Из [7] известно, что температура T_0 (измерена на ПК) может превышать значение $T_{\text{опр}}$ в образце, в котором отсутствует ПК,

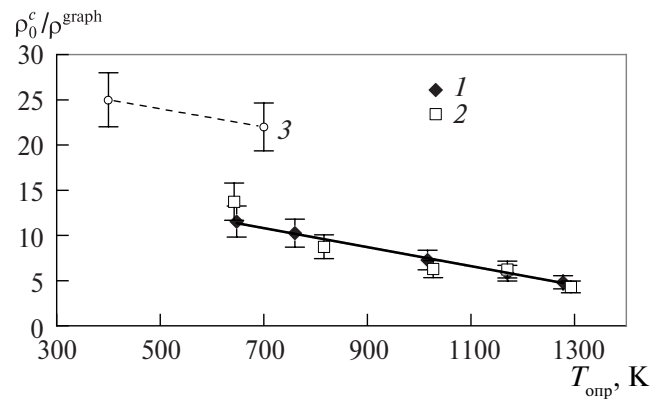


Рис. 1. Зависимости удельного КЭС, измеренного в ПК при $P = 100$ кПа и отнесенного к удельному электрическому сопротивлению графита для аналогичного образца без ПК, от определяющей температуры: 1 — источник питания находится около верхнего торца образца; 2 — нижнего торца образца; 3 — результаты [8].

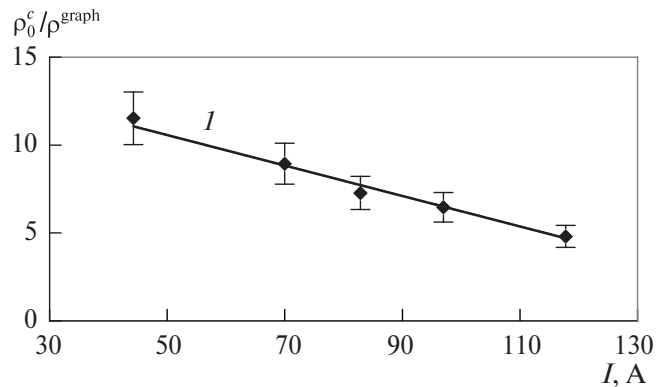


Рис. 2. Зависимость удельного КЭС при $P = 100$ кПа, измеренного в ПК и отнесенного к удельному электрическому сопротивлению графита для аналогичного образца в отсутствие ПК, от силы тока при источнике питания, находящемся около верхнего торца образца.

на десятки и даже сотни градусов, поэтому результаты расчета удельного КЭС, полученные в данной работе, можно считать выполненными более корректно, чем величины, которые были определены в [8]. Кроме того, результаты настоящей работы получены в условиях вакуума, когда конвекция и возможное окисление материала зондов отсутствуют.

Расстояния, на которых влияние КЭС перестает проявляться, определены экстраполяцией зависимости $\rho_i^c = f(L_i/(2d))$ при условии $\rho_i^c = 0$. Оказалось, что данное расстояние равно примерно $L_i/2 \approx 2d$ и слабо зависит от температуры и силы тока. Следовательно, при введении второй ПК она должна быть расположена на расстоянии $>4d$ от первой, чтобы исключить вза-

имное влияние КЭС. Условие $L_i/2 \approx 2d$ означает также, что при моделировании дополнительно термического эффекта, который возникает в окрестности ПК в результате влияния КЭС, необходимо решать двухмерную задачу теплопроводности [9].

Отметим особенность экспериментальных результатов исследования КЭС. Приведенные выше данные о КЭС получены при последовательном повышении температуры и выдержке стационарного теплового режима во времени ~ 20 мин. На рис. 3 приведены зависимости ρ_i^{exp} от силы тока при последовательном повышении и затем понижении I . Время выдержки при двух данных режимах сохранялось. Контактное сопротивление в режиме охлаждения превышает аналогичные значения, измеряемые в режиме нагрева. Превышение тем значительнее, чем меньше расстояние до ПК.

Проанализируем причины, которые могут объяснить такое различие кривых ρ_i^{exp} . На рис. 3 также показаны кривые нагрева и охлаждения, полученные для образца, в котором отсутствует ПК. В режиме нагрева и охлаждения ρ_i^{exp} совпадают во всем диапазоне изменения силы тока. Следовательно, влияние свойств графита можно исключить. Чтобы проанализировать влияние зондов на отличие кривых $\rho_i^{\text{exp}} = f(I)$ при нагреве и охлаждении были поставлены эксперименты, которые проводились в аналогичных условиях, но при отсутствии зондов. Результаты, полученные целенаправленно и исключительно ради измерения T_0 в ПК, приведены на рис. 4. Из них следует, что имеет место отличие зависимостей $T_0 = f(I)$, измеренных при нагреве и охлаждении. При наличии ПК значения температуры T_0 в ре-

жиме охлаждения превышают T_0 в режиме нагрева, что качественно коррелирует с результатами на рис. 3: ρ_i^{exp} при охлаждении превышают значения, измеренные при нагреве. Следовательно, влияние зондов на результаты измерения ρ_i^{exp} можно исключить и полагать, что рассматриваемый эффект, возможно, определяется КЭС. Тот факт, что значения температуры T_0 в режиме охлаждения не превышают максимальное значение, полученное в режиме нагрева (в отличие от ρ_i^{exp}), можно качественно объяснить тем, что часть теплоты снимается теплопроводностью, направленной вдоль продольной оси образца к его торцам [9].

На рис. 5 приведены фотографии поверхностей образцов до и после эксперимента. В результате измерения шероховатости нижней и верхней частей образца — ПК получены следующие значения: до эксперимента — 36 мкм; после эксперимента на нижней ПК — 42 мкм, на верхней ПК — 45 мкм. До эксперимента шероховатости обеих поверхностей практически не отличались, поэтому приведены результаты только для нижней поверхности. После эксперимента оказалось, что значимого отличия в шероховатости также не наблюдается. Следовательно, свести объяснение результатов, представленных на рис. 3, 4, к поверхностным свойствам ПК, как это оказывается возможным с эффектами «асимметрии теплового потока» или «термического выпрямления», которые фиксируются при изучении контактного термического сопротивления [10], не представляется возможным.

Описанный эффект отличия кривых ρ_i^{exp} и T_0 при последовательном нагреве и охлаждении характеризуется воспроизводимостью, поэтому требует специального изучения. В настоящее

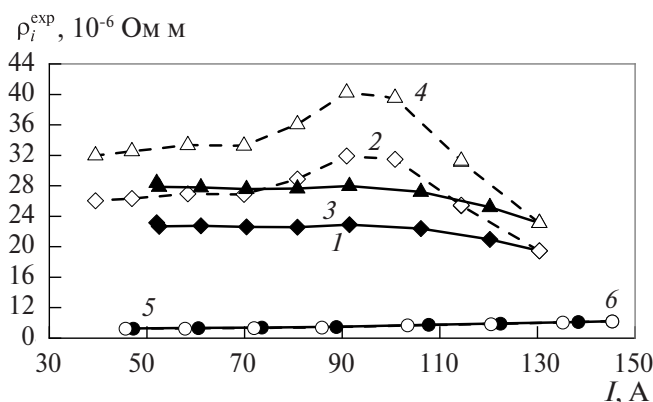


Рис. 3. Зависимости экспериментального удельного электрического сопротивления ρ_i^{exp} , измеренного при $P = 100$ кПа на различных расстояниях от ПК, от силы тока в режиме нагрева (1, 3, 5) и охлаждения (2, 4, 6): 1, 2 — $L_i/2 = 9.8$ мм; 3, 4 — 3.2; 5, 6 — образец, в котором отсутствует ПК.

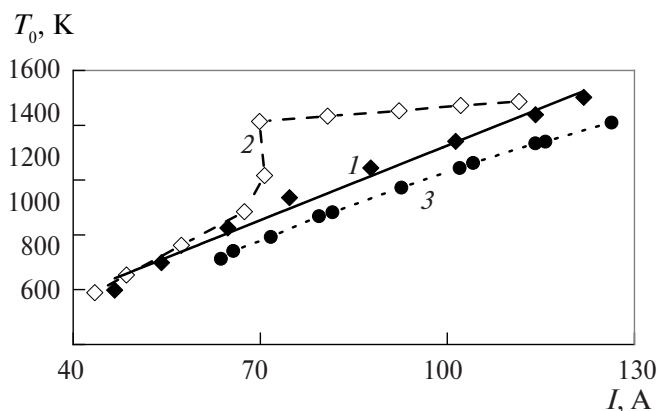


Рис. 4. Зависимости температуры, измеренной в ПК, от силы тока I в режиме нагрева (1) и охлаждения (2) с источником питания около верхнего торца образца при $P = 100$ кПа; 3 — температура в центре изотермического участка для образца, в котором отсутствует ПК.

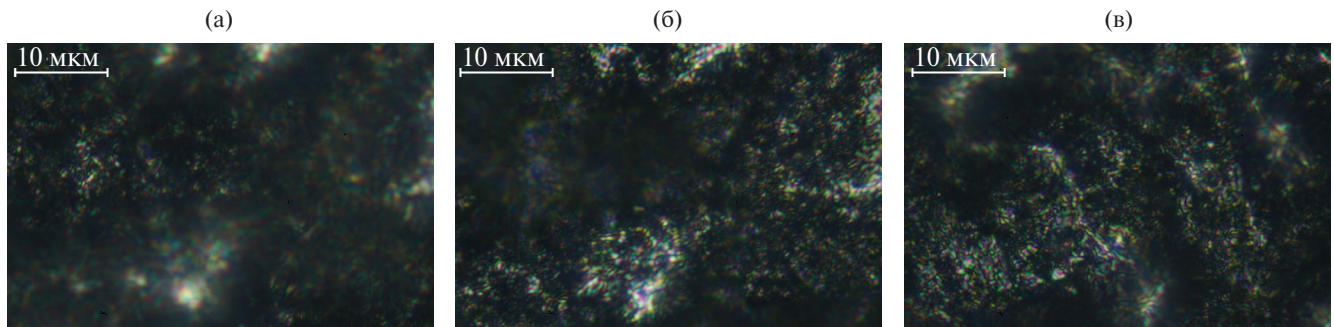


Рис. 5. Фотографии поверхности контакта: (а) — до эксперимента; (б) — после эксперимента, нижняя ПК; (в) — после эксперимента, верхняя ПК.

время можно экспериментально и только качественно фиксировать данный феномен и связывать его с влиянием КЭС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведены результаты экспериментального исследования удельного КЭС в зависимости от температуры и силы тока, полученные в режиме последовательного повышения этих параметров. Впервые показано, что при $T_{\text{опр}} = 700$ К удельное КЭС превышает удельное электрическое сопротивление графита примерно в 11.5 раз, при $T_{\text{опр}} = 1300$ К — в 6 раз. Зависимость удельного КЭС от силы тока является падающей в интервале изменения значений I от 40 до 120 А. Протяженность области влияния удельного КЭС вдоль продольной оси образца примерно в два раза превышает его диаметр.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хольм Р. Электрические контакты. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 464 с.
2. Berger H.H. Contact Resistance and Contact Resistivity // J. Electrochem. Soc. 1972. V. 119. № 4. P. 514.
3. Пахомов Е.П., Сурков Г.М., Тихонов П.А., Чернышев Г.П. Электрическое контактное сопротивление на границе с оксидной керамикой. Механический контакт хромата (III) лантана с металлом и диоксидом циркония // ТВТ. 1990. Т. 28. № 2. С. 364.
4. Зеодинов М.Г., Костановский А.В., Костановская М.Е., Пронкин А.А. Контактное электрическое сопротивление графита // ТВТ. 2022. Т. 60. № 4. С. 519.
5. Чунихин А.А. Электрические аппараты. Общий курс. М.: Энергоатомиздат, 1988. 720 с.
6. Костановский А.В., Зеодинов М.Г., Пронкин А.А., Костановская М.Е. Установка для определения контактного электрического сопротивления высокотемпературных материалов // ПТЭ. 2023. № 6. С. 181.
7. Костановский А.В., Зеодинов М.Г., Костановская М.Е., Пронкин А.А. Распределение температуры в области контактной электрической поверхности графита // ТВТ. 2024. Т. 62. № 1. С. 143.
8. Зеодинов М.Г., Костановский А.В., Костановская М.Е., Пронкин А.А. Контактное электрическое сопротивление графита марки МПГ-7 при постоянном и переменном токе // ТВТ. 2022. Т. 60. № 5. С. 789.
9. Костановский А.В., Костановская М.Е., Зеодинов М.Г., Пронкин А.А. Термический эффект при контактном электрическом сопротивлении графита // ТВТ. 2022. Т. 60. № 6. С. 946.
10. Меснянкин С.Ю., Викулов А.Г., Викулов Д.Г. Современный взгляд на проблемы теплового контактирования твердых тел // УФН. 2009. Т. 179. № 9. С. 945.

УДК 537.311

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И СИЛЫ ТОКА НА КОНТАКТНОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ГРАФИТА

© 2024 г. А. В. Костановский*, М. Г. Зеодинов**,
М. Е. Костановская, А. А. Пронкин***

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

*E-mail: kostanovskiy@gmail.com

**E-mail: mz.64@mail.ru

***E-mail: pronking.a.a@gmail.com

Поступила в редакцию 24.12.2023 г.

После доработки 10.02.2024 г.

Принята к публикации 23.04.2024 г.

Представлены результаты экспериментального исследования контактного электрического сопротивления графита марки МПГ-7 в диапазоне изменения определяющей температуры 700–1300 К. Изучен случай одной неподвижной контактной поверхности. Эксперимент реализован при пропускании постоянного электрического тока по цилиндрическому образцу, установленному вертикально. Исследования проведены в вакууме при давлении 10^{-4} Па. Экспериментальные данные представляли собой распределения действительной температуры и падения напряжения, измеренные вдоль продольной оси цилиндра на равном удалении от контактной поверхности. Впервые приведены зависимости удельного контактного электрического сопротивления, отнесенного к удельному электрическому сопротивлению графита, от силы тока и определяющей температуры в диапазоне 700–1300 К. Показано, что удельное контактное электрическое сопротивление в контактной плоскости превышает удельное электрическое сопротивление графита в 11.5 раз при температуре 700 К и в 6 раз при 1300 К.

DOI: 10.31857/S0040364424030054

ВВЕДЕНИЕ

Контактное электрическое сопротивление (КЭС), возникающее на границе соприкосновения одноименных и различных материалов при пропускании по образцу электрического тока, изучается с середины прошлого века [1]. Первоначально основное внимание исследователей было сосредоточено на характеристиках поверхности контакта (ПК), таких как шероховатость, свойства материала (удельное электрическое сопротивление, теплопроводность), вид деформации при различных внешних весовых нагрузках. При этом принято рассматривать отдельно неподвижные и подвижные контакты. Случай одной неподвижной ПК считается наиболее простым, однако до сих пор экспериментально и он изучен недостаточно. Относительно недавно стал применяться метод измерения падения напряжения на различных расстояниях от ПК и экстраполяции результатов измерения непосредственно на ПК [2–4]. Распределение темпе-

ратуры вдоль продольной оси цилиндра на равном удалении от ПК $T_i = f(l_i)$ экспериментально не измерялось. Как правило, $T_i = f(l_i)$ определялась расчетным образом [5] с применением законов Фурье и Джоуля–Ленца. Возможность использования данных законов в области, прилегающей к ПК, не изучалась.

Цель данной статьи состоит в изучении при идентичных экспериментальных условиях распределения падения напряжения и распределения температуры вдоль продольной оси образца в области влияния одной неподвижной ПК. Полученные результаты могут быть использованы в прикладных целях, например при проектировании коммутационных аппаратов [5], а также для обоснования возможности применения линейных законов термодинамики при описании КЭС.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Описание экспериментальной установки и результаты первых тестовых исследований в

подробностях приведены в [6]. Основными элементами установки являются экспериментальный образец, система электрического питания, вакуумная и диагностирующая система, включающая в себя оптический пирометр и четыре точечных поверхностных потенциальных зонда, конструкция весовой нагрузки на ПК. Экспериментальный образец представлял собой сплошной цилиндр диаметром $d = 7.84$ мм и рабочей длиной 90 мм и был вырезан из заготовки графита марки МПГ-7 перпендикулярно плоскости приложения давления при прессовании. Выбор данного варианта изготовления образца был обоснован ранее [4]. Цилиндр разрезан пополам перпендикулярно продольной оси, образованные плоскости ПК шлифовались офсетной бумагой. Шероховатость ПК до и после эксперимента измерялась на микроинтерферометре Линника МИИ-4.

Образец, собранный из двух частей, устанавливался вертикально в кварцевом тонкостенном цилиндре (контроль за соосностью частей образца при условии свободной посадки). Весовая нагрузка располагалась на верхнем торце образца. В процессе эксперимента последовательно увеличивалось давление на ПК, измерения проведены для трех значений $P = 55, 77$ и 100 кПа, однако в данной работе приведены результаты только для давления 100 кПа. По образцу пропускался постоянный электрический ток I , исследования проводились в стационарном тепловом режиме с временем выдержки заданного значения I не менее 20 мин. Измерения производились в вакууме при давлении 10^{-4} Па.

Методика измерения яркостной температуры и результаты определения распределения действительной температуры поверхности образца вдоль продольной оси $T_i = f(l_i)$ подробно представлены в [7]. Использовался оптический пирометр Raytek марки RAYMM1MHSF1L с рабочей длиной волны 1 мкм и диаметром пятна визирования 1 мм. Пирометр установлен на оптический столик, который перемещается параллельно продольной оси экспериментального образца, обеспечивая строго перпендикулярное направление оптической оси пирометра к поверхности образца. Измерения температуры проводились непосредственно на месте соединения двух частей образца – поверхности контакта – T_0 и на расстояниях с шагом 3 мм вверх и вниз от ПК: $l_i = \pm 3\text{--}12$ мм. С целью уменьшения светового отражения внутренняя поверхность камеры была экранирована графитовым экраном.

В каждом эксперименте распределение падения напряжения $U_i = f(L_i)$ определяется с помощью двух пар точечных поверхностных потенциальных зондов, равноудаленных от ПК, где

L_i – расстояние между конкретной парой зондов, индекс i соответствует конкретной паре зондов. Обработывались результаты двух экспериментов при одинаковой силе тока, что позволяло получить четыре значения КЭС для каждого режима ($i = 1\text{--}4$). В работах [4, 8] применялись зонды из нержавеющей стали, так как исследования осуществлялись в диапазоне изменения температуры $350\text{--}750$ К. Данная работа проводилась при более высоких температурах, поэтому использовались зонды из молибдена. Метод нахождения удельного КЭС приведен в [8] и базируется на предположении, что длина ПК является бесконечно малой величиной по сравнению с расстоянием, на котором размещаются зонды L_i . При заданном значении силы тока I величина удельного КЭС ρ_i^c определяется по формуле

$$\rho_i^c = \rho_i^{\text{exp}} - \rho_i^{\text{graph}}(T_{L_i}), \quad (1)$$

где ρ_i^{exp} является экспериментальным значением удельного сопротивления, которое представляет собой сумму удельного электрического сопротивления графита, соответствующего случаю, когда ПК отсутствует – $\rho_i^{\text{graph}}(T_{L_i})$, и искомого удельного КЭС ρ_i^c . Значение ρ_i^{exp} рассчитывается по формуле

$$\rho_i^{\text{exp}} = U_i S / I L_i, \quad (2)$$

где U_i – падение напряжения между двумя зондами, отстоящими от ПК на расстояние $L_i/2$; $S = \pi d^2/4$ – площадь поперечного сечения образца.

В независимом эксперименте была определена зависимость удельного электрического сопротивления графита марки МПГ-7 от температуры (ПК отсутствует), которая с достоверностью аппроксимации $R^2 = 0.92$ соответствует линейной функции

$$\rho^{\text{graph}} = f(T_{\text{онп}}) = 1.3921 \times 10^{-9} T_{\text{онп}} + 8.2066 \times 10^{-6}. \quad (3)$$

Данная зависимость была определена на изотермическом участке образца, в котором отсутствует ПК, но в экспериментах по определению КЭС распределение температуры вдоль продольной образующей в области влияния ПК не является постоянным, поэтому применялась следующая процедура. С учетом распределения действительной температуры, измеренной вдоль поверхности образца относительно ПК, находится среднее значение температуры $T_{\Delta L_i}$ на участке длины L_i и рассчитывается удельное электрическое сопротивление $\rho_i^{\text{graph}}(T_{L_i})$ по формуле (3).

Решением системы уравнений (1)–(3) получены четыре величины ρ_i^c , которые отвечают четырем значениям расстояния $L_i/2$ до ПК. По-

строен график зависимости ρ_i^c от $L_i/(2d)$. Зависимость $\rho_i^c = f(L_i/(2d))$ аппроксимировалась экспоненциальной функцией, которая экстраполировалась на значение абсциссы $L_i/(2d) = 0$, отвечающее ПК, что позволило определить максимальную величину удельного КЭС ρ_0^c . Затем рассчитывалось относительное значение $\rho_0^c/\rho^{\text{graph}}(T_{\text{опр}})$, где $T_{\text{опр}}$ — определяющая температура (однозначно зависит от силы тока I), измеренная в центре изотермического участка образца, в котором отсутствует ПК. В результате описанной обработки $\rho_0^c/\rho^{\text{graph}}(T_{\text{опр}})$ можно оценить различие максимального удельного КЭС ρ_0^c и удельного электрического сопротивления графита, которое имеет место в аналогичных условиях при отсутствии ПК.

Относительная суммарная расширенная неопределенность величины удельного КЭС $\bar{U} = \rho_0^c \approx 5.5\%$ при температуре 700 К.

РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1, 2 приведены результаты расчетов $\rho_0^c/\rho^{\text{graph}}$ в зависимости от $T_{\text{опр}}$ и силы тока I . При $T_{\text{опр}} = 700$ К удельное КЭС превышает удельное электрическое сопротивление графита в 11.5 раз, при $T_{\text{опр}} = 1300$ К — в 6 раз. Температурная зависимость удельного КЭС в исследуемом интервале температур является падающей. Отметим, что в работе [1] было высказано предположение, что температурные зависимости КЭС и удельного электрического сопротивления материала при отсутствии в образце ПК и ее наличии должны совпадать. Наши эксперименты не подтверждают данный вывод. Аналогичный падающий характер зависимости КЭС имеет место и от силы тока. Влияния направления тока на величину удельного КЭС не обнаружено, что характеризует контактное сопротивление графита как стабильную величину. Дополнительно на рис. 1 показаны значения КЭС, измеренные на воздухе при пропускании по образцу графита постоянного электрического тока [8]. Величины удельного КЭС, измеренные на воздухе и в вакууме, характеризуются падающей зависимостью от температуры. Отметим, что первые эксперименты, в которых определялось удельное КЭС графита, реализованы на воздухе. В них температура измерялась термопарой в одном сечении и на расстоянии от ПК, где отсутствовало ее влияние, поэтому во втором слагаемом справа формулы (1) не учитывалось влияние распределения температуры на участке L_i [4, 8], что приводило к занижению $\rho^{\text{graph}}(T_{\text{опр}})$ и, как следствие, к завышению $\rho_0^c/\rho^{\text{graph}}$. Из [7] известно, что температура T_0 (измерена на ПК) может превышать значение $T_{\text{опр}}$ в образце, в котором отсутствует ПК,

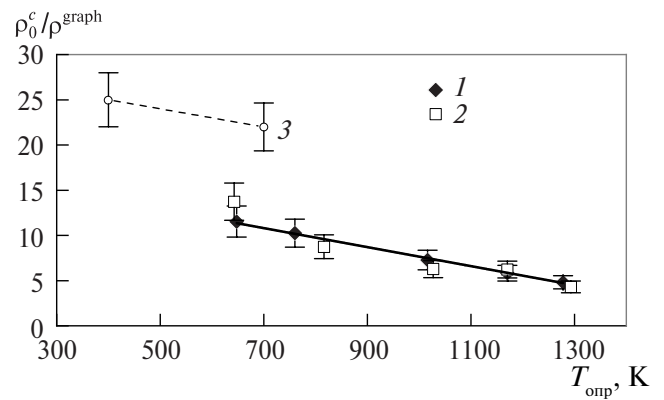


Рис. 1. Зависимости удельного КЭС, измеренного в ПК при $P = 100$ кПа и отнесенного к удельному электрическому сопротивлению графита для аналогичного образца без ПК, от определяющей температуры: 1 — источник питания находится около верхнего торца образца; 2 — нижнего торца образца; 3 — результаты [8].

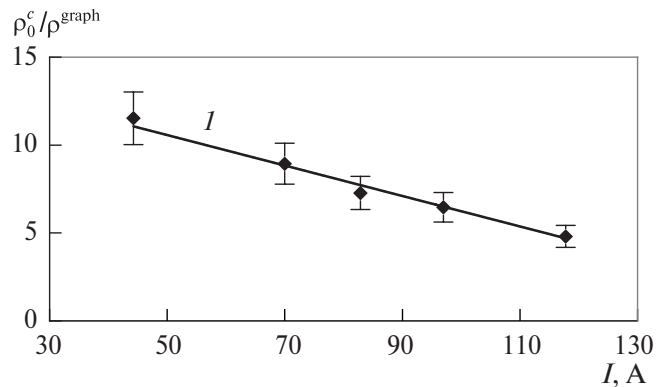


Рис. 2. Зависимость удельного КЭС при $P = 100$ кПа, измеренного в ПК и отнесенного к удельному электрическому сопротивлению графита для аналогичного образца в отсутствие ПК, от силы тока при источнике питания, находящемся около верхнего торца образца.

на десятки и даже сотни градусов, поэтому результаты расчета удельного КЭС, полученные в данной работе, можно считать выполненными более корректно, чем величины, которые были определены в [8]. Кроме того, результаты настоящей работы получены в условиях вакуума, когда конвекция и возможное окисление материала зондов отсутствуют.

Расстояния, на которых влияние КЭС перестает проявляться, определены экстраполяцией зависимости $\rho_i^c = f(L_i/(2d))$ при условии $\rho_i^c = 0$. Оказалось, что данное расстояние равно примерно $L_i/2 \approx 2d$ и слабо зависит от температуры и силы тока. Следовательно, при введении второй ПК она должна быть расположена на расстоянии $>4d$ от первой, чтобы исключить вза-

имное влияние КЭС. Условие $L_i/2 \approx 2d$ означает также, что при моделировании дополнительно термического эффекта, который возникает в окрестности ПК в результате влияния КЭС, необходимо решать двухмерную задачу теплопроводности [9].

Отметим особенность экспериментальных результатов исследования КЭС. Приведенные выше данные о КЭС получены при последовательном повышении температуры и выдержке стационарного теплового режима во времени ~ 20 мин. На рис. 3 приведены зависимости ρ_i^{exp} от силы тока при последовательном повышении и затем понижении I . Время выдержки при двух данных режимах сохранялось. Контактное сопротивление в режиме охлаждения превышает аналогичные значения, измеряемые в режиме нагрева. Превышение тем значительнее, чем меньше расстояние до ПК.

Проанализируем причины, которые могут объяснить такое различие кривых ρ_i^{exp} . На рис. 3 также показаны кривые нагрева и охлаждения, полученные для образца, в котором отсутствует ПК. В режиме нагрева и охлаждения ρ_i^{exp} совпадают во всем диапазоне изменения силы тока. Следовательно, влияние свойств графита можно исключить. Чтобы проанализировать влияние зондов на отличие кривых $\rho_i^{\text{exp}} = f(I)$ при нагреве и охлаждении были поставлены эксперименты, которые проводились в аналогичных условиях, но при отсутствии зондов. Результаты, полученные целенаправленно и исключительно ради измерения T_0 в ПК, приведены на рис. 4. Из них следует, что имеет место отличие зависимостей $T_0 = f(I)$, измеренных при нагреве и охлаждении. При наличии ПК значения температуры T_0 в ре-

жиме охлаждения превышают T_0 в режиме нагрева, что качественно коррелирует с результатами на рис. 3: ρ_i^{exp} при охлаждении превышают значения, измеренные при нагреве. Следовательно, влияние зондов на результаты измерения ρ_i^{exp} можно исключить и полагать, что рассматриваемый эффект, возможно, определяется КЭС. Тот факт, что значения температуры T_0 в режиме охлаждения не превышают максимальное значение, полученное в режиме нагрева (в отличие от ρ_i^{exp}), можно качественно объяснить тем, что часть теплоты снимается теплопроводностью, направленной вдоль продольной оси образца к его торцам [9].

На рис. 5 приведены фотографии поверхностей образцов до и после эксперимента. В результате измерения шероховатости нижней и верхней частей образца — ПК получены следующие значения: до эксперимента — 36 мкм; после эксперимента на нижней ПК — 42 мкм, на верхней ПК — 45 мкм. До эксперимента шероховатости обеих поверхностей практически не отличались, поэтому приведены результаты только для нижней поверхности. После эксперимента оказалось, что значимого отличия в шероховатости также не наблюдается. Следовательно, свести объяснение результатов, представленных на рис. 3, 4, к поверхностным свойствам ПК, как это оказывается возможным с эффектами «асимметрии теплового потока» или «термического выпрямления», которые фиксируются при изучении контактного термического сопротивления [10], не представляется возможным.

Описанный эффект отличия кривых ρ_i^{exp} и T_0 при последовательном нагреве и охлаждении характеризуется воспроизводимостью, поэтому требует специального изучения. В настоящее

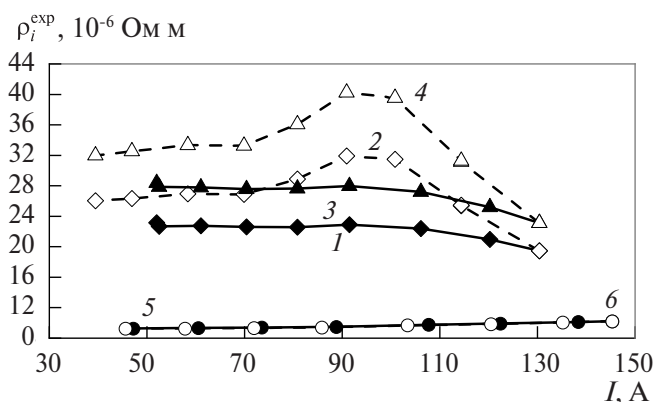


Рис. 3. Зависимости экспериментального удельного электрического сопротивления ρ_i^{exp} , измеренного при $P = 100$ кПа на различных расстояниях от ПК, от силы тока в режиме нагрева (1, 3, 5) и охлаждения (2, 4, 6): 1, 2 — $L_i/2 = 9.8$ мм; 3, 4 — 3.2; 5, 6 — образец, в котором отсутствует ПК.

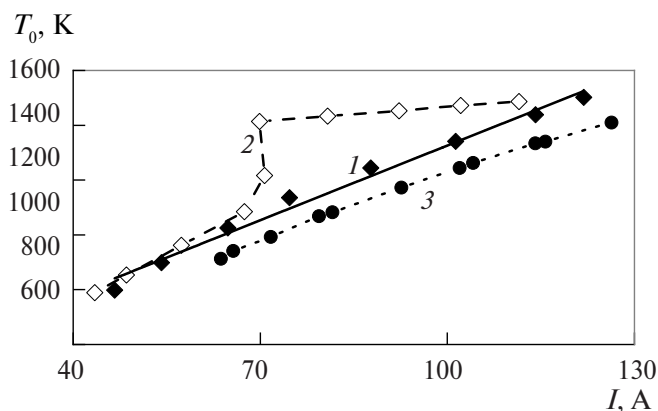


Рис. 4. Зависимости температуры, измеренной в ПК, от силы тока I в режиме нагрева (1) и охлаждения (2) с источником питания около верхнего торца образца при $P = 100$ кПа; 3 — температура в центре изотермического участка для образца, в котором отсутствует ПК.

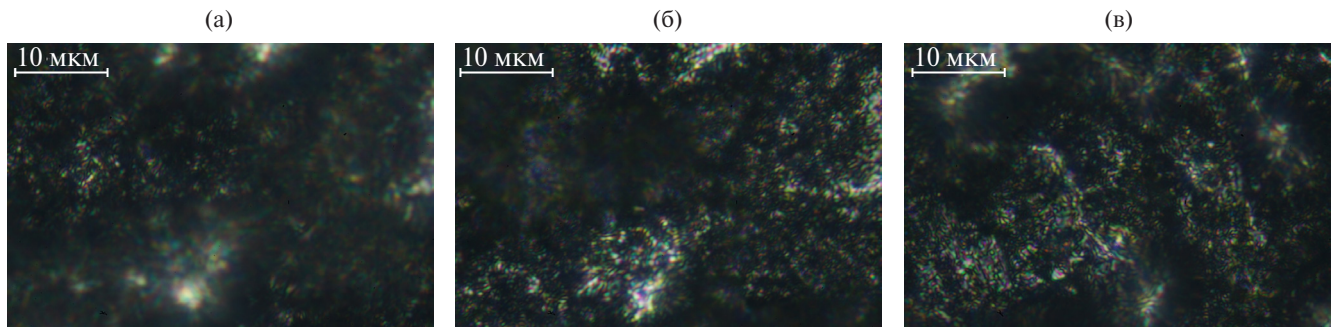


Рис. 5. Фотографии поверхности контакта: (а) — до эксперимента; (б) — после эксперимента, нижняя ПК; (в) — после эксперимента, верхняя ПК.

время можно экспериментально и только качественно фиксировать данный феномен и связывать его с влиянием КЭС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведены результаты экспериментального исследования удельного КЭС в зависимости от температуры и силы тока, полученные в режиме последовательного повышения этих параметров. Впервые показано, что при $T_{\text{опр}} = 700$ К удельное КЭС превышает удельное электрическое сопротивление графита примерно в 11.5 раз, при $T_{\text{опр}} = 1300$ К — в 6 раз. Зависимость удельного КЭС от силы тока является падающей в интервале изменения значений I от 40 до 120 А. Протяженность области влияния удельного КЭС вдоль продольной оси образца примерно в два раза превышает его диаметр.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хольм Р. Электрические контакты. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 464 с.
2. Berger H.H. Contact Resistance and Contact Resistivity // J. Electrochem. Soc. 1972. V. 119. № 4. P. 514.
3. Пахомов Е.П., Сурков Г.М., Тихонов П.А., Чернышев Г.П. Электрическое контактное сопротивление на границе с оксидной керамикой. Механический контакт хромата (III) лантана с металлом и диоксидом циркония // ТВТ. 1990. Т. 28. № 2. С. 364.
4. Зеодинов М.Г., Костановский А.В., Костановская М.Е., Пронкин А.А. Контактное электрическое сопротивление графита // ТВТ. 2022. Т. 60. № 4. С. 519.
5. Чунихин А.А. Электрические аппараты. Общий курс. М.: Энергоатомиздат, 1988. 720 с.
6. Костановский А.В., Зеодинов М.Г., Пронкин А.А., Костановская М.Е. Установка для определения контактного электрического сопротивления высокотемпературных материалов // ПТЭ. 2023. № 6. С. 181.
7. Костановский А.В., Зеодинов М.Г., Костановская М.Е., Пронкин А.А. Распределение температуры в области контактной электрической поверхности графита // ТВТ. 2024. Т. 62. № 1. С. 143.
8. Зеодинов М.Г., Костановский А.В., Костановская М.Е., Пронкин А.А. Контактное электрическое сопротивление графита марки МПГ-7 при постоянном и переменном токе // ТВТ. 2022. Т. 60. № 5. С. 789.
9. Костановский А.В., Костановская М.Е., Зеодинов М.Г., Пронкин А.А. Термический эффект при контактном электрическом сопротивлении графита // ТВТ. 2022. Т. 60. № 6. С. 946.
10. Меснянкин С.Ю., Викулов А.Г., Викулов Д.Г. Современный взгляд на проблемы теплового контактирования твердых тел // УФН. 2009. Т. 179. № 9. С. 945.

УДК 532.593

О ПЛАВЛЕНИИ ЖЕЛЕЗА ПОСЛЕ УДАРНОГО СЖАТИЯ

© 2024 г. А. Б. Медведев

РФЯЦ–ВНИИ экспериментальной физики, г. Саров, Россия

E-mail: postmaster@ifv.vniief.ru

Поступила в редакцию 29.01.2024 г.

После доработки 29.01.2024 г.

Принята к публикации 14.02.2024 г.

На основе экспериментальных данных по изэнтропической разгрузке ударно-сжатого железа в различные преграды определено значение ударного давления, вызывающего его плавление при изэнтропической разгрузке до 1 атм. Применимость использованного подхода проверена путем сопоставления результатов с имеющимися экспериментальными данными по плавлению для меди и молибдена. Полученное для железа значение 170 ± 30 ГПа в целом согласуется с более ранними данными (140 и 200 ГПа). С этим значением сопоставлены расчетные значения по полуэмпирическим уравнениям состояния.

DOI: 10.31857/S0040364424030067

ВВЕДЕНИЕ

Во многих случаях после ударного воздействия давлением P_H вещество адиабатически разгружается до конечного $P = 1$ атм $= 1.01325 \times 10^{-4}$ ГПа (или другого низкого давления). Такая разгрузка обычно (например, [1–6]) рассматривается как изэнтропическая. Далее также используется это приближение. Конечная температура T разгруженного до 1 атм вещества увеличивается с ростом P_H . Если первоначально вещество было твердым, то она может достичь температуры плавления T_m , отвечающей 1 атм, и превысить ее. Важной характеристикой исходно твердого вещества является значение ударного давления P_m , при котором его конечная температура становится равной T_m (начало плавления при изэнтропической разгрузке до 1 атм). Для ряда металлов, до ударного воздействия находившихся при нормальных условиях ($T = 298$ К, $P = 1$ атм), имеются экспериментальные значения P_m . В [1] на основе измерения зависимости конечной температуры от P_H для Си получено $P_m \approx 140$ ГПа. В [2], исходя из изменения характера отражения лазерного луча от свободной поверхности разгруженного вещества (смена зеркального отражения на диффузное), определены значения P_m для Al, Ti, Cu, Mo, равные 64 ± 3 , 86.5 ± 4 , 136 ± 5 , 252 ± 16 ГПа соответственно. Для Си результаты [1, 2] практически совпадают. Согласно [3], для Си $P_m = 150 \pm 30$ ГПа. Это

значение определено по данным об образовании центрального канала в цилиндрическом образце после воздействия на него ударной волны Маха, распространяющейся вдоль оси образца.

Большой интерес представляет величина P_m для Fe в силу его широкого применения в технике и важной роли для геофизики. Для него (точнее – для сталей, содержащих ~1% примеси к Fe) основанное на экспериментах значение P_m приводится в [4, 5]. В [4] оно получено по результатам металлографического анализа железного шара, сохраненного после воздействия на него сферически сходящейся (после отражения от центра шара – расходящейся) ударной волны. Согласно [4], $P_m \approx 200$ ГПа (точность P_m не указана). В [5] тем же способом, что и в [3] для Си, получено $P_m \approx 140$ ГПа (погрешность не приведена). Как видно, значения P_m для Fe значительно расходятся между собой. Одной из причин (наряду с другими, указанными в [6]) различия данных может быть отсутствие в экспериментах [4, 5] (как и в [3] для Си) контроля ударного давления P_H , которое, в отличие от [1, 2], определялось расчетным образом.

В настоящей работе значение P_m получено на основе имеющихся для Fe экспериментальных данных по изэнтропической разгрузке из ударно-сжатых состояний с определенными значениями P_H в преграды различной динамической жесткости. Использованный ме-

тод проверен путем сопоставления полученных на его основе результатов с данными [1, 2] для Cu и данными [2] для Mo. Определение таким способом давления P_m для Fe является первой целью настоящей работы. Вторая цель работы – сопоставление экспериментального P_m с расчетными значениями, полученными на основе ряда модельных уравнений состояния (УРС).

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УДАРНОГО ДАВЛЕНИЯ, ОТВЕЧАЮЩЕГО ПЛАВЛЕНИЮ ПРИ РАЗГРУЗКЕ

В [7–9] содержатся экспериментальные данные по ударному сжатию исходно твердых Fe, Cu и Mo из состояния $T = 298$ К, $P = 1$ атм при начальной плотности ρ_0 (таблица). Данные представлены в виде зависимостей P_H от массовой скорости вещества за фронтом ударной волны U_H . Для этих металлов также выполнены эксперименты по изэнтропической разгрузке из нескольких состояний на ударной адиабате (для каждой изэнтропы P_H и U_H фиксированы). Они описываются зависимостями $P(U)$, где U – скорость вещества на границе с преградой, реализуемая при его изэнтропической разгрузке от давления P_H до P . Функция $P(U)$ убывает с увеличением U , при $U = W$ значение $P(U) = 1$ атм. Вдоль определенной изэнтропы разгрузки имеет место следующая связь [10]:

$$(dU)^2 = -dP dV, \quad (1)$$

где $V = 1/\rho$ – удельный объем. Для внутренней энергии E вдоль изэнтропы выполняется соотношение

$$\frac{dE}{dV} = -P. \quad (2)$$

Из (1), (2) следует

$$\frac{dE}{dU} = \frac{P}{(dP/dU)},$$

откуда получаем

$$E(U) = E_H + \int_{U_H}^U \frac{P}{(dP/dU)} dU. \quad (3)$$

Здесь первое слагаемое (внутренняя энергия ударно-сжатого вещества) определяется уравнением [10]

$$E_H = E_0 + U_H^2 / 2, \quad (4)$$

где E_0 – начальная энергия вещества (ее выбор произволен). Из (3) и (4) следует, что ударная нагрузка до давления P_H и последующая изэнтропическая разгрузка до $P = 1$ атм (чему отвечает $U = W$) вызывают увеличение внутренней энергии

Характеристики Fe, Cu и Mo

Металл	ρ_0 , г/см ³	T_m , К	ΔH_m , кДж/(г К)
Fe	7.85 [9]	1811 [11]	1.05 [11]
Cu	8.93 [9]	1358 [12]	0.47 [12]
Mo	10.21 [9]	2896 [13]	0.92 [13]

$$\Delta E(P_H) = E(W) - E_0 =$$

$$= U_H^2 / 2 + \int_{U_H}^W \frac{P}{(dP/dU)} dU. \quad (5)$$

Для рассматриваемых веществ вдоль изобары $P = 1$ атм известно изменение энтальпии $\Delta H(T) = \Delta E(T) + P\Delta V(T)$ при их нагреве от $T = 298$ К до T (для Fe по данным [11], Cu – [12], Mo – [13]). В этом выражении первое слагаемое много больше второго и практически точно $\Delta H(T) = \Delta E(T)$. Температуре плавления T_m при $P = 1$ атм соответствует определенное значение ΔH_m (таблица). Из равенства ΔH_m и $\Delta E(P_H)$ (5) определяется значение $P_H = P_m$, отвечающее началу плавления (концентрация жидкой фазы равна нулю) при разгрузке до $P = 1$ атм.

На рис. 1 приведены экспериментальные данные [9] по изэнтропической разгрузке рассматриваемых металлов в преграды различной динамической жесткости (три набора данных для каждого металла). Самые верхние точки на каждой изэнтропе соответствуют ударному сжатию (расположены на ударной адиабате $P_H(U_H)$). В этих состояниях

$$P_H = \rho_0 D_H U_H, \quad (6)$$

где D_H – скорость ударной волны. Для Mo в справочнике [9] (и в первичной работе по разгрузке Mo [14]) в исходном состоянии для третьей изэнтропы приведены значения $P_H = 232.0$ ГПа, $U_H = 2.73$ км/с, $D_H = 8.55$ км/с. Они несколько рассогласованы друг относительно друга, так как использование в (6) этих скоростей и ρ_0 из таблицы дает $P_H = 238.3$ ГПа. Далее принималось это значение P_H .

Отдельные наборы (три набора для каждого металла) экспериментальных данных по изэнтропической разгрузке были аппроксимированы двумя способами. В первом варианте применялась парабола

$$P = a + bU + cU^2, \quad (7)$$

коэффициенты которой подбирались методом наименьших квадратов. Описание этими зависимостями данных [9] приведено на рис. 1. Во втором варианте использовалась функция, четыре свободные параметра которой определялись исходя из точного описания крайних экспериментальных точек на рассматриваемой изэнтропе, два – с применением аппроксимации

остальных данных на ней методом наименьших квадратов. В этом варианте описание эксперимента близко к представленному на рис. 1 с помощью (7).

При пересечении фазовых границ, например линии плавления (в частности, для Cu в случае $P_H \geq P_m \approx 140$ ГПа), расчетные по модельным УРС изэнтропические зависимости $P(U)$ претерпевают небольшие изломы. Они не видны в экспериментах на рис. 1. Использование в (5) плавных, типа (7), аппроксимаций предполагает, что в среднем они передают характер зависимостей $P(U)$, сглаживая изломы при их наличии.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

На рис. 2 показаны вычисленные по (5) с применением (7) значения $\Delta E(P_H)$ для каждой из трех изэнтроп Fe, Cu и Mo на рис. 1. Эти данные совместно с начальной точкой $\Delta E = 0$ при $P_H = 0$ ГПа (1 атм) аппроксимированы зависимостью $\Delta E(P_H)$ в виде (7). Результат для каждого вещества показан на рис. 2 сплошной линией. Плюсы на этих линиях отвечают условию $\Delta E(P_H) = \Delta H_m$ (таблица) и следующим значениям P_m : Fe – 168, Cu – 137, Mo – 290 ГПа. При применении второго (вместо (7)) варианта аппроксимации данных по разгрузке значения P_m для Cu и Mo остаются прежними, для Fe из-за некоторого изменения описания третьего набора данных по разгрузке на рис. 1 вычисленное значение $P_m = 173$ ГПа. Далее для Fe принимается среднее по двум вариантам давление $P_m = 170$ ГПа. Оно находится посередине между значениями P_m по [4, 5]. Найденное значение для Cu практически точно совпадает с вышеприведенными данными [1, 2]. Результат для Mo больше значения [2] на ~15%. При этом, если на рис. 2 для Mo не учитывать третью точку (из-за рассогласованности параметров в исходном состоянии для третьей изэнтропы на рис. 1), то расчетное P_m для него снижается. Если ориентироваться на Mo, то погрешность вычисленного здесь значения P_m для Fe можно оценить в ~15% (~30 ГПа). Полученный результат для Cu, судя по совпадению с данными [1, 2], показывает для Fe более высокую точность определения P_m .

Экспериментальные значения P_m для Fe и других металлов являются опорными данными, которые следует учитывать при построении и тестировании их полуэмпирических УРС, направленных в том числе на описание свойств металлов в твердом и жидком состояниях и их смеси (на линии плавления). Для Fe здесь вполне сопоставление полученного P_m с расчетными результатами по широкодиапазонным многофазным УРС [15, 16] и относительно локальному УРС Fe [17]. Отвечающая последнему УРС зависимость энтропии вдоль ударной адиабаты

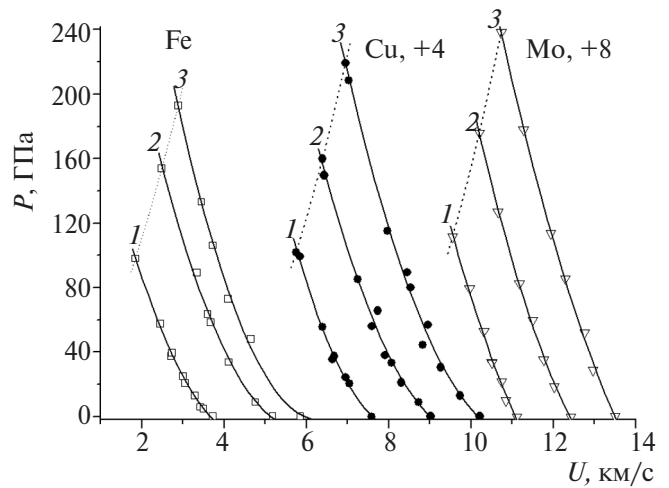


Рис. 1. Зависимости давления P от массовой скорости U при изэнтропической разгрузке из трех состояний ударного сжатия для Fe, Cu и Mo: маркеры – экспериментальные данные [9], сплошные линии – аппроксимация данных [9] зависимостью вида (7), пунктирные линии – ударные адиабаты; 1–3 – для разных P_H [9, 14]; данные для Cu и Mo сдвинуты вправо по U на 4 и 8 км/с соответственно.

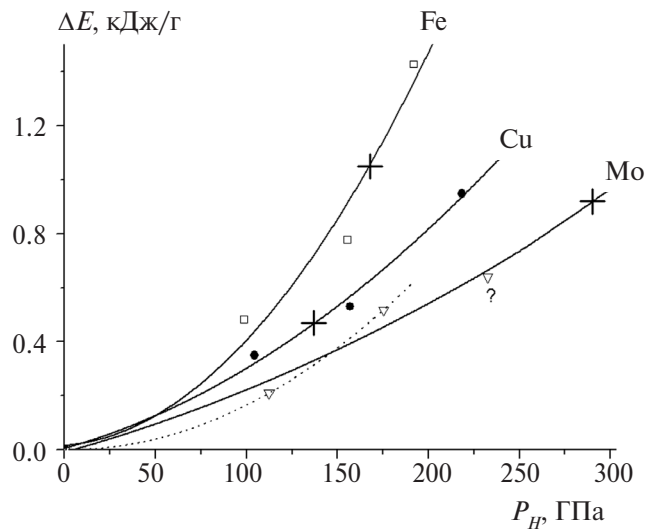


Рис. 2. Зависимости приращения энергии ΔE от ударного давления P_H для Fe, Cu и Mo: маркеры – расчетные данные, сплошные линии – аппроксимация (7); плюсы – ΔH_m (таблица); пунктирная линия – аппроксимация (7) для Mo без учета точки с максимальным значением P_H

$S_H(P_H)$ применялась в [17] при построении линии плавления Fe до ~1000 ГПа на основе выполненных в этой работе экспериментов.

Согласно УРС [15], $P_m = 200$ ГПа, что на ~15% больше определенного здесь $P_m = 170$ ГПа.

В [16] значение P_m не дано, но может быть рассчитано на основе других данных этой работы. В ней приведена соответствующая УРС [16] зависимость $S_H(P_H)$ (воспроизведена на рис. 3).

Согласно данному УРС, при $P = 1$ атм и температуре плавления $T_m = 1811$ К энтропия твердого Fe $S_{m,\text{sol}} = 1.65$ Дж/(г К) (см. рис. 2б в [16]). Она практически совпадает с $S_{m,\text{sol}}$ по [11] (откуда взята приведенная в таблице характеристика ΔH_m). Из равенства $S_H(P_H) = S_{m,\text{sol}}$ следует, согласно УРС [16], $P_m = 225$ ГПа (рис. 3), что превышает эту характеристику по УРС [15] на 10%.

Отвечающая УРС [17] зависимость $S_H(P_H)$ показана на рис. 3. В этом УРС при $P = 1$ атм значение $S_{m,\text{sol}} = 1.65$ Дж/(г К). Совместно эти две характеристики приводят к $P_m = 184$ ГПа (рис. 3), что близко к полученному здесь $P_m = 170$ ГПа.

Таким образом, среди трех рассмотренных УРС [17] по значению P_m показывает лучший результат. Это является следствием высокого (рис. 3) расположения его зависимости $S_H(P_H)$ по сравнению с аналогичными зависимостями [15, 16] в районе $P_H \approx 200$ ГПа (разница с [16] ≈ 0.15 кДж/г). Здесь, судя по небольшому различию $P_m = 184$ ГПа и $P_m = 170$ ГПа, энтропия $S_H(P_H)$ УРС [17] наиболее реалистична.

В УРС [16, 17] зависимости $S_H(P_H)$ в диапазоне $P_H \approx 200$ –500 ГПа идут практически параллельно друг другу (рис. 3). Параллельность связана с близостью свойств ударно-сжатого жидкого Fe в обоих подходах. В них также близки линии плавления и значения энтропии плавления. В итоге различие между зависимостями $S_H(P_H)$ [16, 17] при $P_H \approx 200$ –500 ГПа определяется их различием в районе $P_H \approx 200$ ГПа, от которого зависит P_m . Поскольку в УРС [17] значение $P_m = 184$ более реалистично по сравнению с $P_m = 225$ ГПа [16], то его зависимость $S_H(P_H)$ предпочтительнее, чем [16] во всем интервале P_H на рис. 3.

Различие линий $S_H(P_H)$ в моделях [16, 17] приводит к разным значениям ударного давления P_v , вызывающего испарение Fe при изэнтропической разгрузке до 1 атм, которое, как и P_m , является важной характеристикой вещества. Для Fe, согласно эксперименту [11], при $P = 1$ атм температура кипения $T_v = 3110$ К, энтропия жидкости $S_{v,\text{liq}} = 2.23$ Дж/(г К). Сопоставление (рис. 3) этого значения $S_{v,\text{liq}}$ с зависимостями $S_H(P_H)$ [16, 17] дает значения P_v , равные 467 и 383 ГПа соответственно. Второе на $\sim 20\%$ меньше первого, что согласуется с процентным различием в значениях P_m в [16, 17]. По УРС [15] $P_v = 359$ ГПа (вычислено в [18]). Модели [19, 20] (зависимости $S_H(P_H)$ для них приведены в [17]), так же как и модели [15, 17], показывают сравнительно низкие значения $P_v = 355$ и 372 ГПа соответственно. Таким образом, давление P_v [16] на ~ 20 –30% превышает результаты [17–20]. При этом следует отметить, что, согласно УРС [16], при $T_v = 3110$ К модель-

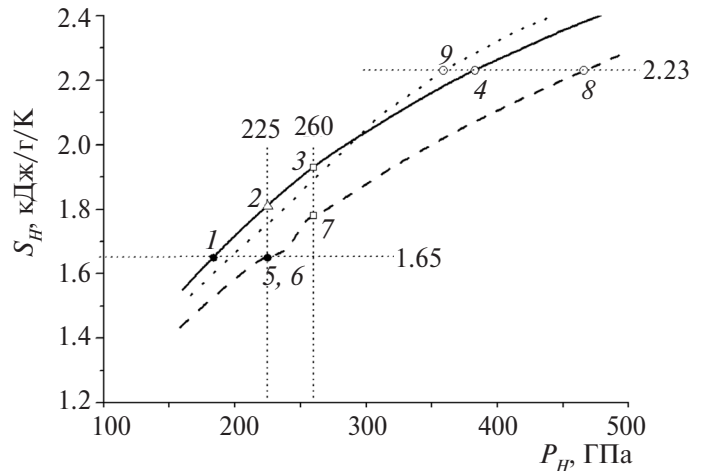


Рис. 3. Зависимости энтропии S_H от давления P_H вдоль ударной адиабаты Fe: пунктирная кривая — расчет [15], штриховая — [16], сплошная — [17]; 1, 5 — начало плавления при разгрузке до 1 атм по [17] и [16]; 2, 6 — начало плавления при ударном сжатии [17], [16]; 3, 7 — конец плавления при ударном сжатии [17], [16]; 4, 8, 9 — начало испарения при разгрузке до 1 атм [17], [16], [15].

ная энтропия $S_{v,\text{liq}}$ больше 2.23 Дж/(г К) и равна 2.38 Дж/(г К) (см. рис. 26 и 96 в [16]). Последнему значению соответствует $P_v = 550$ ГПа, т.е. различие P_v [16] с другими оценками еще больше возрастает. Можно отметить, что значение $S_{v,\text{liq}} = 2.38$ Дж/(г К) приводит также к значительному увеличению (по сравнению с приведенными в [16] данными при $S_{v,\text{liq}} = 2.23$ Дж/(г К)) расчетных значений P_v в случае двух других, рассматриваемых в [16], начальных условий для ударного сжатия Fe с пониженными значениями плотности ($\rho_0 < 7.85$ г/см³). Эти P_v больше в ~ 2 раза рассчитанных в [18] с помощью УРС [15] значений P_v (132 и 261 ГПа) для тех же двух начальных условий.

По УРС [16] в состоянии $P = 1$ атм, $T = T_m$ значения энтропии твердого и жидкого Fe составляют $S_{m,\text{sol}} = 1.65$, $S_{m,\text{liq}} = 1.8$ Дж/(г К). Согласно этому УРС, началу плавления Fe вдоль ударной адиабаты соответствует $P_{H,\text{sol}} = 225$ ГПа, полному плавлению — $P_{H,\text{liq}} = 260$ ГПа, которым отвечают $S_{H,\text{sol}} = 1.65$ Дж/(г К) и $S_{H,\text{liq}} = 1.78$ (рис. 3), т.е. в модели [16] в интервале ≈ 0 –260 ГПа вдоль линии плавления значения энтропии твердого и жидкого Fe в среднем не возрастают. Такое поведение не типично для металлов. Отсутствие роста энтропии обусловлено низким положением $S_H(P_H)$ в районе $P_H \approx 200$ ГПа (рис. 3). В УРС [17] значения $S_{m,\text{sol}}$, $S_{m,\text{liq}}$, $P_{H,\text{sol}}$, $P_{H,\text{liq}}$ равны вышеприведенным для УРС [16]. При этом $S_{H,\text{sol}} = 1.81$ Дж/(г К) и $S_{H,\text{liq}} = 1.93$ Дж/(г К) (рис. 3), т.е., согласно [17],

в диапазоне $\approx 0\text{--}260$ ГПа энтропия твердого и жидкого Fe в среднем увеличивается. То же имеет место в УРС [15].

Низкая энтропия $S_H(P_H)$ при $P_H \approx 200$ ГПа сопровождается практическим постоянством энтропии жидкого Fe в интервале $P_H \approx 200\text{--}300$ ГПа по УРС [16] вдоль линии плавления (см. рис. 15с в [16]). В УРС [15, 17] она увеличивается. Последнее лучше соответствует экспериментальным данным [21–23], что показывает следующее рассмотрение.

Вдоль линии плавления изменение S жидкости определяется уравнением

$$\left(\frac{dS}{dP}\right)_m = \frac{C_P}{T}(T'_m - T'_s), \quad (8)$$

$$T'_s = \frac{\gamma T}{\rho C^2}, \quad (9)$$

где C_P – изобарическая теплоемкость, γ – коэффициент Грюнайзена, ρ – плотность, C – скорость звука жидкости на линии плавления, $T'_m = \left(\frac{dT}{dP}\right)_m$ – наклон этой линии, $T'_s = \left(\frac{dT}{dP}\right)_s$ – наклон кривой температуры жидкости вдоль изэнтропы.

При $T'_m > 0$, что выполняется для большинства металлов, в том числе Fe, стандартным является соотношение $T'_m > T'_s$ (кривая плавления круче изэнтропы). С этим, в частности, связано плавление при изэнтропической разгрузке ударно-сжатого твердого вещества.

По формуле (8) случаю $\left(\frac{dS}{dP}\right)_m = 0$ отвечает равенство $T'_m = T'_s$. В УРС [16] оно выполняется в среднем в интервале 200–300 ГПа. Согласно этому УРС, среднее $T'_m = 10$ К/ГПа. Этот модельный наклон воспроизводит средний наклон линии плавления Fe, полученный в экспериментах [21, 22] (при этом между результатами [21, 22] имеется различие в ~ 700 К по самой температуре плавления). По данным [23], основанным на экспериментах по сжатию жидкого Fe, в интервале 200–300 ГПа среднее значение $T'_s = 7$ К/ГПа. Оно ощутимо меньше экспериментального $T'_m = 10$ К/ГПа, т.е. следующее из экспериментальных данных [21–23] соотношение m - и S -наклонов является стандартным ($T'_m > T'_s$), что не согласуется с их равенством в УРС [16]. По УРС [17] средний наклон $T'_m = 10$ К/ГПа соответствует данным [21, 22]. В этом УРС жидкость на линии плавления в состоянии $P = 260$ ГПа, $T = 5530$ К характеризуется $\gamma = 1.51$, $\rho = 12.46$ г/см³, $C = 9.5$ км/с. Подстановка этих данных в (9) дает $T'_s = 7.4$ К/ГПа, что

согласуется с S -наклоном 7 К/ГПа по [23]. Согласно УРС [15], в интервале 200–300 ГПа средние $T'_m = 10$ К/ГПа, $T'_s = 5$ К/ГПа. В других моделях жидкого Fe рассматриваемые S -наклоны составляют: 5 [24], 6 [25], 7 [26, 27], 8 К/ГПа [28]. Все они, как и S -наклоны [15, 17], меньше m -наклона 10 К/ГПа [21, 22] (стандартное соотношение).

Среди моделей [15–17] по степени близости к экспериментам [21–23] средних в интервале $P = 200\text{--}300$ ГПа значений T'_m , T'_s наиболее приемлемым является подход [17] (как и по значению P_m).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе на основе экспериментальных данных по изэнтропической разгрузке из нескольких состояний ударного сжатия в преграды различной динамической жесткости определено значение ударного давления, вызывающего плавление Fe при изэнтропической разгрузке до 1 атм. Применимость использованного подхода проверена путем сопоставления следующих из него результатов с имеющимися экспериментальными данными по плавлению при разгрузке для Cu и Mo. Полученное для Fe значение 170 ± 30 ГПа в целом согласуется с более ранними данными. Экспериментальные результаты сопоставлены с расчетными по трем УРС. Сделан вывод о лучшем соответствии эксперименту УРС [17]. Дополнительно представлены отвечающие различным моделям значения ударного давления, вызывающего испарение Fe при изэнтропической разгрузке до 1 атм.

Автор благодарит И.В. Ломоносова за расчет ударного давления, приводящего к испарению Fe при разгрузке по УРС [19].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Taylor J.W.* Residual Temperatures of Shocked Copper // J. Appl. Phys. 1963. V. 34. № 9. P. 2727.
2. *Kanel G.I., Baumung K., Rush D. et al.* Melting of Shock-compressed Metals in Release // Shock Compression of Condensed Matter-1997 / Eds. Schmidt S.C., Dandekar D.P., Forbes J.W. AIP, 1998. P. 155.
3. *Осипов Р.С., Фунтиков А.И., Цыганов В.А.* Определение термодинамических параметров ударного сжатия свинца, олова, меди и никеля по их плавлению в ампулах сохранения // ТВТ. 1998. Т. 36. № 4. С. 590.
4. *Зельдович В.И., Литвинов Б.В., Пурегин Н.П., Ринкевич О.С., Бузанов В.И., Хейфец А.Э., Хомская И.В.* Квазисферическое взрывное нагружение стали с давлением до 200 ГПа // Докл. РАН. 1995. Т. 343. № 5. С. 621.

5. Фунтиков А.И., Осипов Р.С., Цыганов В.А. Изэнтропы разгрузки железа и аустенитной стали из состояния ударного сжатия при давлении 150 ГПа // ТВТ. 1999. Т. 37. № 6. С. 887.
6. Фунтиков А.И. Фазовая диаграмма и кривая плавления железа, полученные по данным статических и ударно-волновых измерений // ТВТ. 2003. Т. 41. № 6. С. 954.
7. LASL Shock Hugoniot Data / Ed. Marsh S.P. Berkeley—Los Angeles—London: Univ. California Press, 1980.
8. Brown J.M., Fritz J.N., Hixson R.S. Hugoniot Data for Iron // J. Appl. Phys. 2000. V. 88. № 9. P. 5496.
9. Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ. Спр. / Под ред. Трунина Р.Ф. Саров: РФЯЦ–ВНИИЭФ, 2006. С. 531.
10. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматгиз, 1963. С. 688.
11. Desai P.D. Thermodynamic Properties of Iron and Silicon // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1986. V. 15. № 3. P. 967.
12. Arblaster J.W. Thermodynamic Properties of Copper // J. Phase Equilib. Diffus. 2015. V. 36. № 5. P. 422.
13. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Спр. В 4-х т. Т. 4. Кн. 2 / Под ред. Глушко В.П. М.: Наука, 1982. С. 560.
14. Жерноклетов М.В., Симаков Г.В., Сутулов Ю.Н., Трунин Р.Ф. Изэнтропы расширения алюминия, железа, молибдена, свинца и тантала // ТВТ. 1995. Т. 33. № 1. С. 40.
15. Медведев А.Б. Широкодиапазонное многофазное уравнение состояния железа // ФГВ. 2014. Т. 50. № 5. С. 91.
16. Wu C.J., Benedict L.X., Myint P.C., Hamel S., Prisbrey C.J., Leek J.R. Wide-ranged Multiphase Equation of State for Iron and Model Variations Addressing Uncertainties in High-pressure Melting // Phys. Rev. B. 2023. V. 108. 014102.
17. Kraus R.G., Hemley R.J., Ali S.J., Belof J.L., Benedict L.X., Bernier J., Braun D., Cohen R., Collins G.W., Coppari F. et al. Measuring the Melting Curve of Iron at Super-Earth Core Conditions // Science. 2022. V. 375. P. 202.
18. Медведев А.Б. Об испарении железа после ударного сжатия // ФГВ. 2022. Т. 58. № 6. С. 100.
19. Fortov V.E., Lomonosov I.V. Thermodynamics of Extreme States of Matter // J. Pure Appl. Chem. 1997. V. 69. № 4. P. 893.
20. Desjarlais M.P. First-principles Calculation of Entropy for Liquid Metals // Phys. Rev. E. 2013. V. 88. 062145.
21. Anzellini S., Dewaele A., Mezouar M., Loubeyre P., Morard G. Melting of Iron at Earth's Inner Core Boundary Based on Fast X-ray Diffraction // Science. 2013. V. 340. P. 464.
22. Sinmyo R., Hirose K., Ohishi Y. Melting Curve of Iron to 290 GPa Determined in a Resistance Heated Diamond Anvil Cell // Earth Planet. Sci. Lett. 2019. V. 510. P. 45.
23. Kuwayama Y., Morard G., Nakajima Y., Hirose K., Baron A.Q.R., Kawaguchi S.I., Tsuchiya T., Ishikawa D., Hirao N., Ohishi Y. Equation of State of Liquid Iron under Extreme Conditions // Phys. Rev. Lett. 2020. V. 124. № 16. 165701.
24. Dorogokupets P.I., Dymshits A.M., Litasov K.D., Sokolova T.S. Thermodynamics and Equations of State of Iron to 350 GPa and 6000 K // Sci. Rep. 2017. V. 7. 41863.
25. Ichikawa H., Tsuchiya T., Tange Y. The P – V – T Equation of State and Thermodynamic Properties of Liquid Iron // J. Geophys. Res.: Solid Earth. 2014. V. 119. P. 240.
26. Komabayashi T. Thermodynamics of Melting Relations in the System Fe–FeO at High Pressure: Implications for Oxygen in the Earth's Core // J. Geophys. Res.: Solid Earth. 2014. V. 119. P. 4164.
27. Wagle F., Steinle-Neumann G. Liquid Iron Equation of State to the Terapascal Regime from *ab initio* Simulations // J. Geophys. Res.: Solid Earth. 2019. V. 124. P. 3350.
28. Anderson W.W., Ahrens T.J. An Equation of State for Liquid Iron and Implication for Earth's Core // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. № B3. P. 4273.

УДК 532.526.3

ПЛАСТИНЧАТЫЙ ТЕПЛООБМЕННИК С ДИФфуЗОРНЫМИ КАНАЛАМИ С ГАЗОВЫМИ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯМИ

© 2024 г. В. Г. Лущик*, А. И. Решмин**

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
НИИ механики, Москва, Россия*

**E-mail: vgl_41@mail.ru*

***E-mail: alexreshmin@rambler.ru*

Поступила в редакцию 17.02.2024 г.

После доработки 12.04.2024 г.

Принята к публикации 23.04.2024 г.

Проведено численное моделирование течения и теплообмена в теплообменниках с диффузорными каналами с газовыми теплоносителями. Рассмотрены пластинчатые теплообменники с малыми углами расширения каналов, не вызывающими отрыв потока. За счет увеличения интенсивности теплообмена в расширяющихся каналах с ростом угла расширения мощность теплопередачи возрастает по сравнению с теплообменниками с постоянным сечением каналов. Показано, что при использовании воздуха в качестве «холодного» теплоносителя мощность теплопередачи увеличивается с ростом удельной теплоемкости «горячих» газовых теплоносителей. В расчетах использовалась трехпараметрическая RANS-модель турбулентности, дополненная уравнением переноса турбулентного теплового потока.

DOI: 10.31857/S0040364424030072

ВВЕДЕНИЕ

Теплообменные аппараты широко применяются в технике и энергетике, поэтому исследования по повышению их эффективности весьма актуальны. Для интенсификации теплообмена предложены самые разнообразные способы, описание которых можно найти в монографиях [1–3], обзорах [4, 5] и других материалах. Чаще всего для повышения интенсивности теплообмена используется турбулизация потока теплоносителя за счет установки гофров на поверхностях каналов, их оребрения, формирования различного типа лунок. Наиболее эффективным методом воздействия на структуру потока теплоносителя является организация в нем отрывных зон и вихревых структур [2]. В этом случае интенсификация теплообмена неизбежно связана с ростом гидравлического сопротивления канала и мощности, необходимой для прокачки теплоносителя.

Для повышения интенсивности теплообмена в [1] предлагается использовать волнистую теплопередающую поверхность, образующую систему диффузор-конфузор. При этом углы рас-

ширения диффузорных участков канала выбраны так, что за ними образуются отрывные вихревые зоны, наличие которых вызывает интенсификацию теплообмена. Применение в пластинчатых теплообменниках различного типа гофрированных пластин позволяет увеличить интенсивность теплообмена на 15–25% [6]. Однако коэффициенты трения при этом значительно выше, чем в теплообменниках с гладкими каналами при тех же числах Рейнольдса.

Экспериментально обнаруженное значительное повышение напряжений Рейнольдса и интенсивности турбулентных пульсаций в круглом диффузоре с углом раскрытия всего лишь 0.6 градуса [7] определило направление поисковых работ по интенсификации теплообмена. Хорошее согласие измеренных профилей турбулентных напряжений и скорости в выходном сечении диффузора с расчетами, проведенными с использованием трехпараметрической дифференциальной модели турбулентности [8], определило эту модель как основной инструмент расчета безотрывного диффузорного течения.

Модель турбулентности [8] прошла всестороннюю проверку на широком классе задач пограничного слоя, результаты которой представлены в обзорах [9, 10]. Проведенные расчеты течения в кольцевых, плоских и круглых каналах при различных числах Рейнольдса, перехода к турбулентности в пограничном слое при большом уровне внешних возмущений, в пограничном слое с вдувом и отсосом, а также при положительном и отрицательном градиентах давления, во всех случаях показали удовлетворительное согласие результатов расчетов и экспериментов.

Авторы экспериментальных исследований течения и теплообмена в расширяющемся плоском канале [11] отметили хорошее согласие полученных результатов с проведенным ранее [12] расчетом изменения числа Нуссельта по длине плоского диффузора, выполненным с использованием трехпараметрической модели [8].

Таким образом, проведенное в [9, 10] тестирование модели турбулентности и подтвержденные экспериментом результаты расчета характеристик течения в круглом диффузоре [7] и в плоском диффузоре с подводом тепла [12] дают основание для использования модели [8] в настоящей работе.

В [12–14] показана возможность реализации роста интенсивности теплообмена в диффузорном канале практически без увеличения коэффициента трения. С использованием модели турбулентности [8], обобщенной на расчет теплообменных течений [15] и дополненной уравнением для турбулентного теплового потока [16], в [12, 13] проведено расчетное исследование теплообмена в плоских диффузорах с углами раскрытия, не приводящими к отрыву потока. Сравнение характеристик теплообмена с аналогичными характеристиками в канале без расширения при одинаковых числах Рейнольдса показало, что при всех рассмотренных углах раскрытия диффузора и значениях чисел Рейнольдса и Прандтля основные параметры теплообмена — число Нуссельта и фактор аналогии Рейнольдса — в диффузоре значительно превышают соответствующие значения в канале без расширения при тех же числах Рейнольдса. Это превышение при слабой зависимости от числа Рейнольдса заметно возрастает при увеличении угла раскрытия диффузора. Среднее по длине диффузора значение коэффициента трения при этом практически не изменяется. Установлено, что рост турбулизации течения и интенсификации теплообмена происходит из-за появляющегося в диффузоре положительного градиента давления. Проведенное в [17] численное исследование пластинчатых теплообменников с жидкостными теплоносителями «вода—вода» по-

казало, в частности, возрастание мощности теплопередачи в теплообменнике с диффузорными каналами.

Настоящая работа имеет целью поиск возможности повышения интенсивности теплообмена в пластинчатых теплообменниках с газовыми теплоносителями «газ—газ», которые, согласно [6], были разработаны для применения в автомобильной и авиационной промышленности. Предлагаемое применение в пластинчатых теплообменниках гладких диффузорных каналов обеспечит минимальные гидравлические потери и, как показано в [17], повышение интенсивности теплообмена практически без увеличения потерь на трение. Это показывает принципиальное отличие предлагаемого способа интенсификации теплопередачи от других имеющихся способов, где увеличение теплопередачи достигается за счет значительного роста потерь на прокачку теплоносителя.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Расчетная схема задачи представлена на рис. 1. Расчеты проводились для элемента противоточного пластинчатого теплообменника, состоящего из двух плоских смежных диффузоров длиной l , разделенных общей передающей тепло стенкой (рис. 1а). Высота каналов $h(x)$ линейно меняется по длине в направлении движения теплоносителя. Две внешние стенки каналов полагались прямыми и теплоизолированными. Входу в расширяющийся канал предшествовал участок с постоянной высотой h_1 и длиной l_1 с теплоизолированными стенками. После выхода из диффузора также следовал участок постоянного сечения высотой h_2 и длиной l_2 с теплоизолированными стенками. Входная и выходная высоты каналов связаны соотношением $h_2 = h_1 + l \tan \beta$, где β — угол наклона теплопередающей стенки. Для сравнения (рис. 1б) также рассмотрен элемент теплообменника с плоскими каналами постоянного сечения высотой $h_0 = (h_1 + h_2)/2$, так что средние высоты и площади сечения каналов этих теплообменников оказывались одинаковыми. Длины соответствующих участков каналов теплообменников также были одинаковы.

При отображении результатов расчетов будем считать, что течение в канале с горячим теплоносителем направлено по оси x (см. рис. 1), а в канале с холодным теплоносителем направление течения противоположно.

Для расчета течения использовались уравнения движения, энергии и неразрывности, описывающие дозвуковое течение в плоском диффузоре. Расчет проводился в приближении узкого канала, использующем те же уравнения, что и приближение пограничного слоя, но в отличие

от него позволяет проводить сквозной счет в направлении поперек течения — между стенками канала. При этом продольный градиент давления находится из условия сохранения массового расхода теплоносителя в отличие от приближения пограничного слоя, где при расчете градиент давления задается.

Система уравнений течения и теплообмена в канале имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) &= 0, \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} + \rho \tau \right) \right], \\ c_p \left(\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} \right) &= \\ &= u \frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \rho q_T \right) \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь x — направление вдоль потока, y — поперечная координата, u и v — компоненты скорости вдоль осей x и y соответственно, p — давление, $\rho \tau = -\rho \langle u'v' \rangle$ — турбулентное трение, $\rho q_T = -\rho c_p \langle v'T' \rangle$ — турбулентный поток тепла, ρ — плотность, η — динамическая вязкость, c_p — изобарная теплоемкость, λ — теплопроводность.

Для вычисления τ и q_T использована трехпараметрическая дифференциальная модель турбулентности [8], обобщенная на течение с теплообменом [15], в которой записываются уравнения переноса для энергии турбулентности $E = 0.5 \sum \langle u_i'^2 \rangle$, величины напряжения сдвига $\tau = -\langle u'v' \rangle$, предложенного А.Н. Колмогоровым параметра $\omega = E/L^2$ (L — поперечный интегральный масштаб турбулентности) и для величины $q_T = -c_p \langle v'T' \rangle$ [16].

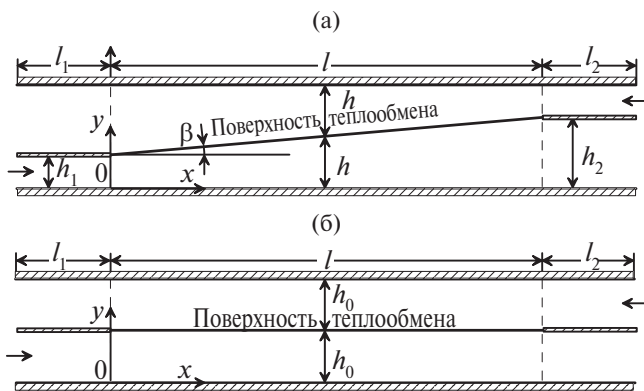


Рис. 1. Расчетная схема элемента противоточного пластинчатого теплообменника с диффузорными каналами (а) и с каналами постоянного сечения (б).

Использование трехпараметрической модели турбулентности основывается на хорошем согласии результатов расчетов для внутренних и внешних течений с продольным градиентом давления с известными экспериментальными данными (см., например, [9, 10]). При этом лучшие одно- и двухпараметрические модели турбулентности в стандартных формах (см., например, [18]) могут неадекватно учитывать замедление или ускорение потока.

Составляющие трехпараметрическую модель уравнения записываются как

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial E}{\partial x} + \rho v \frac{\partial E}{\partial y} &= -(c_p \sqrt{E} L + c_1 \eta) \frac{E}{L^2} + \\ &+ \rho \tau \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_E \frac{\partial E}{\partial y} \right), \\ \rho u \frac{\partial \tau}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \tau}{\partial y} &= -(3c_p \sqrt{E} L + 9c_1 \eta) \frac{\tau}{L^2} + \\ &+ c_2 \rho E \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_\tau \frac{\partial \tau}{\partial y} \right), \\ \rho u \frac{\partial \omega}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \omega}{\partial y} &= -(2c_p \sqrt{E} L + 1.4c_1 \eta f_\omega) \frac{\omega}{L^2} + \\ &+ \left[\frac{\tau}{E} - 2c_3 \operatorname{sign} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \rho \omega \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \right), \\ \rho u \frac{\partial q_T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial q_T}{\partial y} &= -[3c_p \sqrt{E} L + 9c_1 \eta f(\operatorname{Pr})] \frac{q_T}{L^2} + \\ &+ c_4 c_p \rho E \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_q \frac{\partial q_T}{\partial y} \right), \\ D_\phi &= a_\phi \sqrt{E} L + \alpha_\phi \eta \quad (\phi = E, \tau, \omega, q_T), \\ L &= \sqrt{E} / \omega, \end{aligned} \quad (2)$$

$$f_\omega = 1 - \frac{1}{2c_1} \left(\frac{L}{E} \frac{\partial E}{\partial y} \right)^2, \quad f(\operatorname{Pr}) = \frac{1+c_5}{2} \frac{\sqrt{\operatorname{Pr}} + 1/\sqrt{\operatorname{Pr}}}{1+c_5 \sqrt{\operatorname{Pr}}}.$$

Значения констант [14–16]: $c = 0.3$, $c_1 = 5\pi/4$, $c_2 = 0.2$, $c_3 = 0.04$, $c_4 = 0.235$, $c_5 = 0.25$, $a_E = a_\omega = 0.06$, $a_\tau = a_q = 3a_E = 0.18$, $\alpha_E = \alpha_\omega = 1$, $\alpha_\omega = 1.4$, $\alpha_{q_T} = f(\operatorname{Pr})$.

Граничные условия на входе ($x = -l_1$):

$$\begin{aligned} p &= p_1, \quad u = U_1, \quad T = T_1, \quad E = E_1, \\ \tau &= 0, \quad \omega = \omega_1, \quad q_T = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Граничные условия на разделяющей потоки теплопередающей стенке:

$$u = v = 0, \quad E = \frac{\partial \omega}{\partial y} = \tau = q_T = 0,$$

$$T_{wh} = T_{wc} = T_w, \quad -\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{wh} = -\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{wc} = q_w. \quad (4)$$

На теплоизолированных стенках каналов:

$$u = v = 0, \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0, \quad (5)$$

$$E = \frac{\partial \omega}{\partial y} = \tau = q_r = 0.$$

Температура и тепловой поток в (4) на передающей тепло стенке непрерывны. Здесь и далее индексы w , c и h относятся соответственно к параметрам на стенке, в «холодном» и «горячем» потоках, а 1 и 2 — соответственно к входным и выходным секциям каналов.

В качестве входных граничных условий (3) задавались постоянные по сечению скорости, температуры и характеристики турбулентности. Интенсивность турбулентности на входе в обоих потоках принималась равной $e_1 = \sqrt{E_1} / U = 0.04$.

Масштаб турбулентности L_1 в потоке задавался достаточно большим для того, чтобы на длине входного участка вырождение турбулентности было незначительным.

Система уравнений (1), (2) с граничными условиями (3)–(5) позволяет решить задачу и найти распределения как средних, так и турбулентных характеристик течения и теплообмена.

Поскольку теплообменник противоточный, в приближении узкого канала совместное решение системы уравнений в обоих каналах невозможно. Для решения приходится применять итерационный метод. Приведенная выше система уравнений гидродинамики и теплообмена последовательно решалась для каждого канала. При этом для уравнения теплопроводности в качестве граничного условия на теплообменной стенке в «горячем» канале задается значение температуры, взятое из расчета для «холодного» канала в предыдущей итерации. При решении же уравнений в «холодном» канале в качестве граничного условия на теплообменной стенке задается тепловой поток, взятый из расчета после очередной итерации в «горячем» канале. Теплопередающая стенка считается бесконечно тонкой, поэтому ее термическое сопротивление не учитывается, и тепловой поток и температура на обеих сторонах стенки принимаются одинаковыми. По этой же причине считаем нулевым продольный тепловой поток внутри стенки.

Для обеспечения сходимости при переходе к каждой последующей итерации новые граничные значения для температуры и теплового потока рассчитывались из предыдущей и последующей итерации с использованием коэффициентов релаксации. Начальная температура теплообменной стенки в расчете течения в «горячем» канале задавалась линейной функцией. Окончание итерационного процесса определялось зада-

нием точности достижения средних температур на выходах «горячего» и «холодного» каналов.

Отметим, что использование приближения узкого канала позволяет достаточно адекватно эксперименту описать течение на начальном участке трубы, в частности немонотонное изменение скорости и характеристик турбулентности по длине [9]. Можно надеяться, что приближение узкого канала окажется столь же продуктивным и при расчете течения и теплообмена в диффузоре с малыми углами раскрытия.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Влияние удельной теплоемкости газового теплоносителя. На рис. 2–4 представлены результаты численного исследования влияния удельной теплоемкости газового теплоносителя на тепловые и гидродинамические характеристики теплообменника, в котором в качестве «холодного» теплоносителя использован воздух с входными параметрами: $T_0 = 300$ К, $P_0 = 1$ МПа. В качестве «горячих» теплоносителей использовались газы (см. табл. 1): аргон, воздух, смесь гелий–аргон (с массовыми концентрациями 30% и 70% соответственно), гелий и водород с входными параметрами: $T_0 = 400$ К, $P_0 = 1$ МПа. Выбор этих теплоносителей характеризуется широким диапазоном значений удельной теплоемкости c_p , от которой зависят тепловые характеристики теплообменника. Значения расходов теплоносителей, приведенные в табл. 1, рассчитаны для единичной ширины каналов.

В расчетах для диффузорных каналов задавались следующие исходные параметры:

- длина диффузоров $l = 500$ мм;
- угол наклона образующей $\beta = 1^\circ$;
- длина входных участков $l_1 = 50$ мм, высота $h_1 = 4$ мм;
- длина выходных участков $l_2 = 50$ мм, высота $h_2 = h_1 + l \tan \beta = 12.7$ мм.

Для теплообменников с каналами постоянного сечения:

- длина каналов постоянного сечения $l = 500$ мм;
- длина входных и выходных участков $l_1 = l_2 = 50$ мм, высота $h_0 = (h_1 + h_2) / 2 = 8.4$ мм.

На рис. 2–4 представлены результаты расчетов для «холодного» потока с числом Рейнольдса $Re_c = 10000$, а для «горячего» — с меньшим числом Рейнольдса $Re_h = 3000$, что обеспечивает максимальное охлаждение «горячего» теплоносителя. Отметим, что в плоском диффузоре число Рейнольдса $Re = \rho U d / \eta$ ($d = 2h$ — гидравлический диаметр, U — средняя скорость) при любом угле расширения для жидкости с постоянными физическими свойствами по длине остается постоянным. Для газовых теплоносителей при не-

Таблица 1. «Горячие» теплоносители, принятые для расчетов

Газ	Аргон	Воздух	He–Ar	Гелий	Водород
c_p , Дж/(кг К)	520.3	1014	1922	5193	14380
ρ , кг/м ³	12.0	8.7	3.252	1.204	0.606
η , 10 ^{−4} Па с	0.288	0.230	0.289	0.244	0.108
U_0 , м/с	0.90	0.99	3.34	7.60	6.608
G , кг/(с м)	0.0432	0.0345	0.0434	0.0366	0.0162

Линии на рис. 2–4

Для $\beta > 0^\circ$	1	2	3	4	5
Для $\beta = 0^\circ$	1'	2'	3'	4'	5'

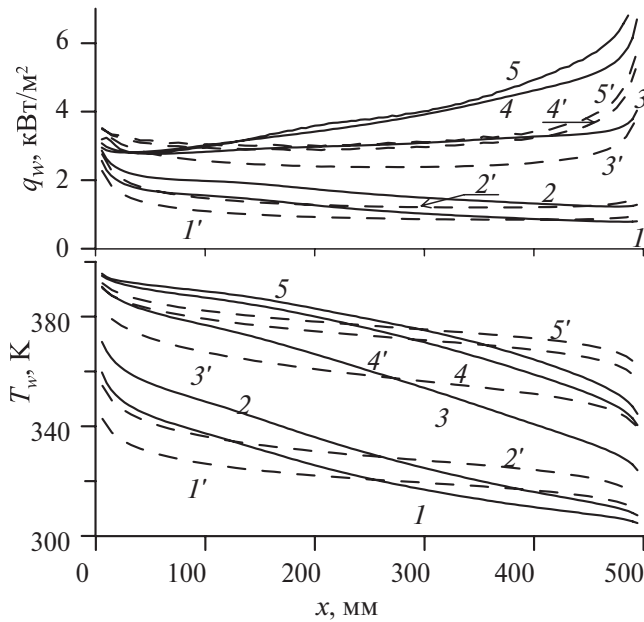


Рис. 2. Изменение температуры T_w и теплового потока q_w по длине теплопередающей стенки: линии 1–5 и 1'–5' соответствуют теплоносителям, приведенным в табл. 1, для диффузорных каналов ($\beta = 1^\circ$) и каналов постоянного сечения ($\beta = 0$).

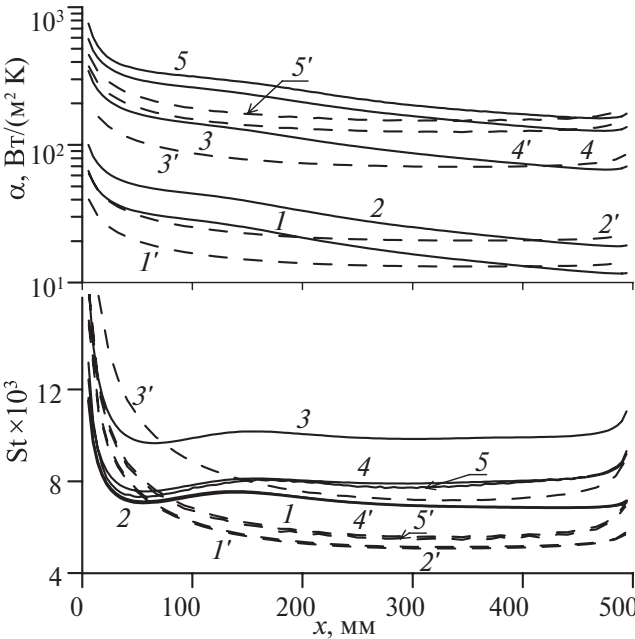


Рис. 3. Изменение числа Стантона St и коэффициента теплоотдачи α по длине стенки в «горячем» канале: 1–5, 1'–5' – см. табл. 1.

большом нагреве или охлаждении число Рейнольдса будет также незначительно изменяться по длине диффузора.

Показанное на рис. 2 изменение температуры разных теплоносителей по длине теплопередающей стенки $T_w(x)$ свидетельствует о том, что как в теплообменниках с диффузорными каналами (линии 1–5), так и в теплообменниках с каналами постоянного сечения (линии 1'–5') температура стенки $T_w(x)$ повышается с ростом удельной теплоемкости теплоносителя c_p . При этом на первой половине длины диффузора температура теплопередающей стенки в теплообменниках с диффузорными каналами больше, а на второй половине длины меньше температуры стенки в теплообменниках с каналами постоянного сечения. Тепловой поток в стенку $q_w(x) = -(\lambda \partial T / \partial y)_w$

(рис. 2) в теплообменниках с диффузорными каналами (линии 1–5) практически на всей длине превосходит тепловой поток в теплообменниках с каналами постоянного сечения (линии 1'–5'), особенно для теплоносителей с высокой удельной теплоемкостью (He – 4, H₂ – 5).

На рис. 3 приведено изменение по длине безразмерного коэффициента теплоотдачи (числа Стантона) со стороны «горячего» потока $St = \alpha / (\rho c_p U)$ и коэффициента теплоотдачи к стенке $\alpha = q_w / (T_w - \bar{T})$. Здесь U – среднерасходная скорость, $\bar{T}$ – среднемассовая температура потока.

Из рис. 3 видно, что число Стантона почти на всей длине меняется слабо, но для теплообменников с диффузорными каналами (линии 1–5) St существенно больше соответствующей вели-

чины (линии 1'–5') для теплообменников с каналами постоянного сечения. Коэффициент теплоотдачи α убывает по длине, при этом в теплообменниках с диффузорными каналами (линии 1–5) величина α на большей части длины превосходит соответствующую величину в каналах постоянного сечения (линии 1'–5').

В работах [12–14] установлено, что перестройка течения и появляющийся в диффузоре положительный градиент давления приводят к турбулизации течения. Это подтверждается изменением интенсивности турбулентности $e = \sqrt{E}/U$ и напряжения сдвига τ/U^2 , которые практически не зависят от удельной теплоемкости теплоносителя, но в теплообменниках с диффузорными каналами (линии 1, 3, 5 на рис. 4) существенно возрастают по сравнению с теплообменником с каналами постоянного сечения (линии 1', 3', 5'), что вызывает интенсификацию теплообмена в теплообменниках с диффузорными каналами.

Полученная в расчетах зависимость величины охлаждения «горячего» теплоносителя ΔT_h (рис. 5) от его удельной теплоемкости, приведенной в табл. 1, продемонстрировала эффективность использования в теплообменниках диффузорных каналов. В таких теплообменниках охлаждение «горячего» теплоносителя получается больше, чем в теплообменниках с каналами постоянного сечения.

В результате проведенного численного исследования установлена (рис. 5) зависимость мощности теплопередачи (на единицу ширины канала) от «горячего» теплоносителя к «холодному» $Q = Gc_p\Delta T_h$ от удельной теплоемкости «горячих» теплоносителей, приведенных в табл. 1. Как видно из рис. 5, с ростом удельной теплоемкости теплоносителя мощность теплопередачи Q в теплообменнике с диффузорными каналами возрастает. При использовании в качестве «горячего» теплоносителя гелия или водорода рост величины Q составляет ~23%.

Влияние угла наклона стенки диффузора. На рис. 6–8 представлены результаты расчета влияния угла наклона теплопередающей стенки диффузора на тепловые и гидродинамические характеристики теплообменника.

В расчетах для диффузорных каналов принимались следующие параметры:

- длина диффузоров $l = 500$ мм,
- длина входных и выходных участков $l_1 = l_2 = 50$ мм,
- высоты каналов постоянного сечения ($\beta = 0$) $h_1 = h_2 = h_0 = 10$ мм,
- входные h_1 и выходные h_2 высоты диффузорных каналов (табл. 2) удовлетворяют условиям: $h_1 + h_2 = 2h_0$, $h_2 - h_1 = l \tan \beta$.

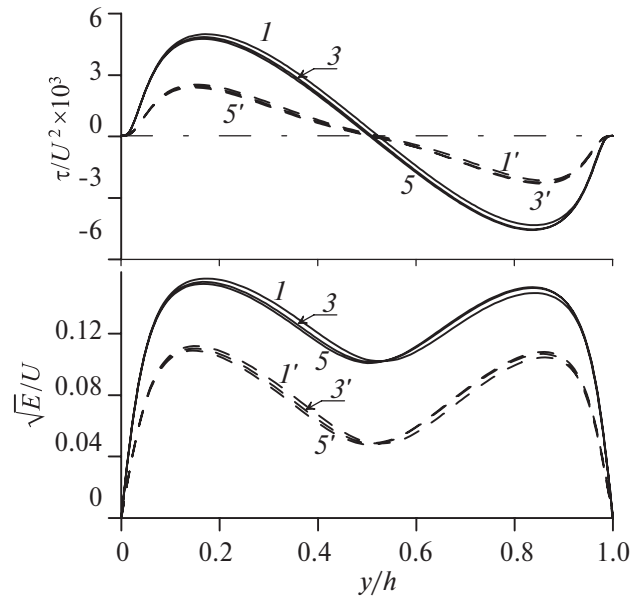


Рис. 4. Профили интенсивности турбулентности и напряжения сдвига в середине каналов ($x = 250$ мм) с «горячими» теплоносителями: 1, 3, 5 и 1', 3', 5' – см. табл. 1.

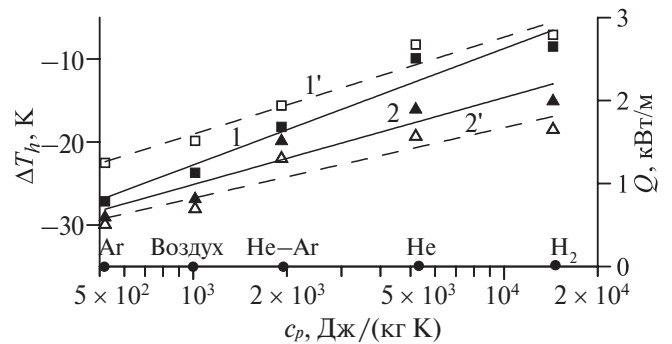


Рис. 5. Зависимости охлаждения «горячего» теплоносителя ΔT_h (линии, точки 1, 1') и мощности теплопередачи Q (линии, точки 2, 2') от удельной теплоемкости «горячих» теплоносителей для диффузорных каналов (1, 2) и каналов постоянного сечения (1', 2').

Исходные данные для теплообменников:

- «холодный» и «горячий» теплоносители – воздух, давление на входе – 1.0 МПа;
- входная температура «холодного» теплоносителя $T_{c0} = 300$ К;
- входная температура «горячего» теплоносителя $T_{h0} = 400$ К.

Представленные на рис. 6–8 результаты расчетов получены для числа Рейнольдса «холодного» теплоносителя $Re_c = 10000$ и «горячего» – $Re_h = 3000$, что обеспечивает максимальное снижение температуры «горячего» теплоносителя.

На рис. 6 показано изменение температуры теплопередающей стенки $T_w(x)$ по длине канала. Видно, что в теплообменнике с диффузорными каналами температура стенки $T_w(x)$ (линии 2–5) более круто меняется по длине, чем в теплообменнике с каналами постоянного сечения (линия 1). Аналогичным образом в теплообменнике с диффузорными каналами изменяется и поток тепла в стенку канала $q_w(x) = -(\lambda \partial T / \partial y)_w$ (рис. 6, линии 2–5), который существенно превосходит поток тепла в теплообменнике с каналами постоянного сечения (линия 1).

На рис. 7 показано изменение по длине канала безразмерного коэффициента теплоотдачи (числа Стантона) со стороны «горячего» потока $St = \alpha / (\rho c_p U)$ и коэффициента теплоотдачи к стенке $\alpha = q_w / (T_w - \bar{T})$. Видно, что в теплообменнике с диффузорными каналами число Стантона (линии 2–5) существенно больше соответствующей величины (линия 1) в теплообменнике с каналами постоянного сечения. Коэффициент теплоотдачи α при этом в теплообменнике с диффузорными каналами уменьшается по длине из-за существенно меньшего теплового потока в стенку q_w в конце канала и менее значительного уменьшения температуры стенки T_w (рис. 6) при слабом изменении средней температуры потока $\bar{T}$. В итоге число Стантона на всей длине, а коэффициент теплоотдачи на большей части длины в теплообменнике с диффузорными каналами превосходят соответствующие величины для теплообменника с каналами постоянного сечения.

Интенсивность турбулентности $e = \sqrt{E} / U$ и напряжение сдвига τ / U^2 в расширяющихся каналах с ростом угла наклона стенки диффузора, как показано и в [12–14], существенно возрастают (линии 2–5, рис. 8) по сравнению с каналами постоянного сечения (линия 1), что приводит к интенсификации теплообмена в теплообменнике с диффузорными каналами.

Полученная в расчетах зависимость величины охлаждения «горячего» потока ΔT_h (рис. 9) от угла наклона стенки диффузора β продемонстрировала более высокую эффективность теплообменников с диффузорными каналами. В них достигается большее охлаждение «горячего» потока, чем в теплообменниках с каналами постоянного сечения.

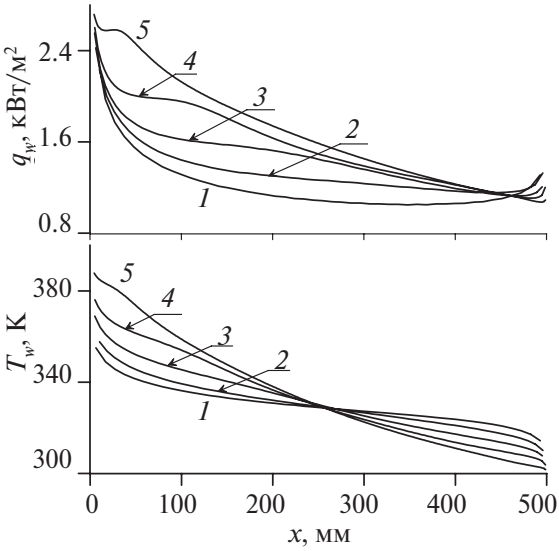


Рис. 6. Изменение температуры теплопередающей стенки T_w и теплового потока в стенку q_w по длине канала: линии 1–5 соответствуют углам наклона стенок диффузора, приведенным в табл. 2.

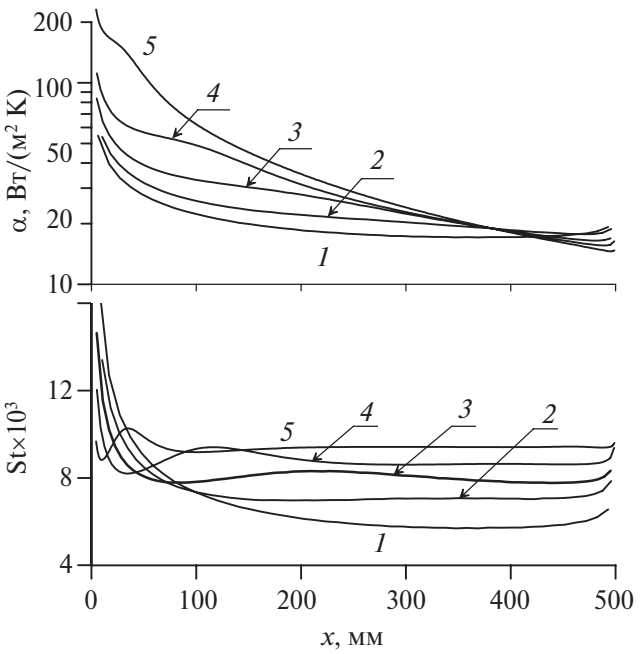


Рис. 7. Изменение по длине числа Стантона St и коэффициента теплоотдачи к стенке α в «горячем» теплоносителе: 1–5 – см. табл. 2.

Таблица 2. Углы наклонов стенок диффузоров, принятые для расчетов

β°	0	0.5	1.0	1.5	2.0
h_1 , мм	10.0	7.8	5.6	3.5	1.3
h_2 , мм	10.0	12.2	14.4	16.5	18.7
Линии на рис. 6–8	1	2	3	4	5

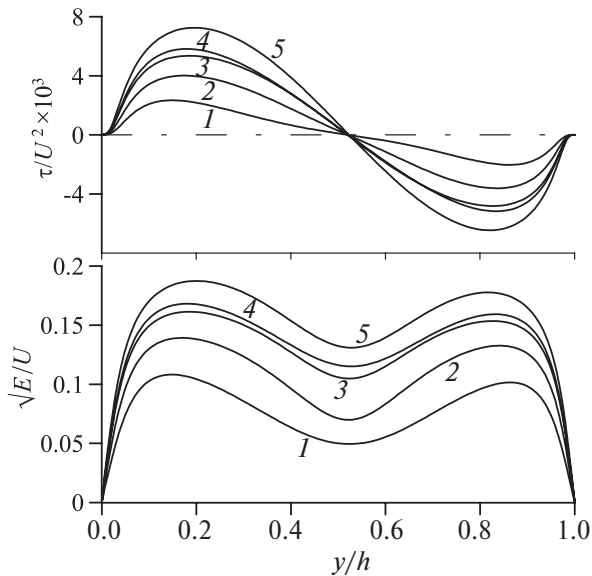


Рис. 8. Профили интенсивности турбулентности и напряжения сдвига в середине каналов ($x = 250$ мм) с «горячими» теплоносителями: 1–5 – см. табл. 2.

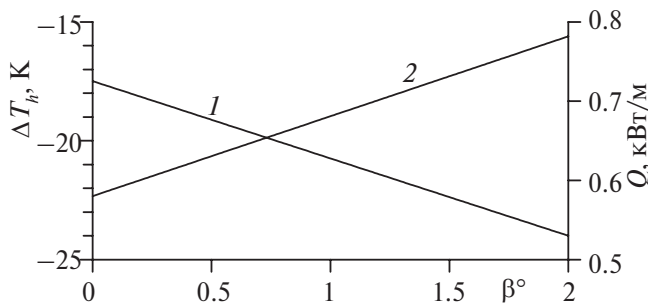


Рис. 9. Зависимости охлаждения «горячего» теплоносителя ΔT_h (1) и мощности теплопередачи Q (2) от угла наклона стенки диффузора β .

Как видно из рис. 9, мощность теплопередачи Q возрастает с увеличением угла наклона β , при $\beta = 2^\circ$ величина Q примерно на 35% превышает мощность теплопередачи в теплообменнике с каналами постоянного сечения ($\beta = 0^\circ$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С использованием трехпараметрической дифференциальной RANS-модели турбулентности, дополненной уравнением переноса для турбулентного потока тепла, в приближении узкого канала выполнено численное моделирование течения с теплообменом в противоточных пластинчатых теплообменниках с расширяющимися каналами с малыми (до 2°) углами раскрытия для ряда газовых теплоносителей в широком диапазоне значений удельной теплоемкости газа.

В результате численного исследования показано, что перестройка течения и появляющийся в диффузорном канале положительный градиент давления вызывают турбулизацию течения и интенсификацию теплообмена. Интенсивность турбулентности и напряжение сдвига, которые практически не зависят от удельной теплоемкости теплоносителя, существенно возрастают с увеличением угла наклона теплопередающей стенки диффузорного канала.

Показано, что за счет интенсификации теплообмена в теплообменниках с диффузорными каналами мощность теплопередачи возрастает по сравнению с теплообменниками с каналами постоянного сечения. Следствием этого является большее охлаждение «горячего» теплоносителя в теплообменнике с диффузорными каналами, чем в теплообменнике с каналами постоянного сечения.

Установлена зависимость мощности теплопередачи от «горячего» потока к «холодному» от удельной теплоемкости «горячего» теплоносителя и от угла наклона теплопередающей стенки диффузорного канала. Показано, что с ростом удельной теплоемкости теплоносителя и угла наклона теплопередающей стенки мощность теплопередачи в теплообменнике с диффузорными каналами возрастает. Так, при использовании в качестве «горячего» теплоносителя гелия или водорода этот рост при угле наклона теплопередающей стенки 1° составляет $\sim 23\%$, а для воздуха при угле наклона теплопередающей стенки 2° мощность теплопередачи примерно на 35% больше, чем в теплообменнике с каналами постоянного сечения.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 20-19-00404).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мигай В.К. Повышение эффективности современных теплообменников. Л.: Энергия, 1980. 144 с.
2. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Конн И.З., Мякочин А.С. Эффективные поверхности теплообмена. М.: Энергоатомиздат, 1998. 408 с.
3. Дзюбенко Б.В., Кузма-Кичта Ю.А., Леонтьев А.И. и др. Интенсификация тепло- и массообмена в макро-, микро- и наномасштабах. М.: ФГУП «ЦНИИатоминформ», 2008. 532 с.
4. Bergles A.E. Recent Developments in Enhanced Heat Transfer // Heat Mass Transfer. 2011. V. 47. № 8. P. 1001.
5. Leontiev A.I., Kiselev N.A., Burtsev S.A., Stronigin M.M., Vinogradov Yu. A. Experimental Investigation of Heat Transfer and Drag on Surfaces with Spherical Dimples // Exp. Therm. Fluid Sci. 2016. V. 79. P. 74.
6. Справочник по теплообменникам в 2-х т. Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1987.

7. Решмин А.И., Тепловодский С.Х., Трифонов В.В. Турбулентное течение в круглом безотрывном диффузоре при числах Рейнольдса, меньших 2000 // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 2. С. 121.
8. Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 3. С. 13.
9. Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Турбулентные течения. Модели и численные исследования (обзор) // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 4. С. 4.
10. Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Уравнения переноса для характеристик турбулентности: модели и результаты расчетов // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1988. Т. 22. С. 3.
11. Davletshin I.A., Dushina O.A., Mikheev N.I., Shakirov R.R. Heat Transfer and Flow Structure in a Plane Diverging Channel // Int. J. Heat Mass Transfer. 2022. V. 189. 122744.
12. Лущик В.Г., Решмин А.И. Интенсификация теплообмена в плоском безотрывном диффузоре // ТВТ. 2018. Т. 56. № 4. С. 589.
13. Лущик В.Г., Макарова М.С., Медвецкая Н.В., Решмин А.И. Численное исследование течения и теплообмена в плоских каналах переменного сечения // Тепловые процессы в технике. 2019. Т. 11. № 9. С. 386.
14. Леонтьев А.И., Лущик В.Г., Решмин А.И. Теплообмен в конических расширяющихся каналах // ТВТ. 2016. Т. 54. № 2. С. 287.
15. Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Трехпараметрическая модель турбулентности: расчет теплообмена // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 2. С. 40.
16. Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Уравнение переноса для турбулентного потока тепла. Расчет теплообмена в трубе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 42.
17. Лущик В.Г., Макарова М.С., Решмин А.И. Пластинчатый теплообменник с диффузорными каналами // ТВТ. 2020. Т. 58. № 3. С. 376.
18. Orij U.R., Karimisan S., Tucker P.G. RANS Modeling of Accelerating Boundary Layers // J. Fluids Eng. Trans. ASME. 2015. V. 137. № 1. Paper A12.

УДК 536.25

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТРАТИФИКАЦИИ ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ ГАЗА В ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

© 2024 г. А. О. Городнов

АОГНЦ РФ «Исследовательский центр им. М.В. Келдыша»

(АО ГНЦ «Центр Келдыша»), Москва, Россия

E-mail: an.ol.gorodnov@gmail.com

Поступила в редакцию 27.12.2023 г.

После доработки 25.03.2024 г.

Принята к публикации 09.07.2024 г.

В работе рассмотрена задача тепломассопереноса при естественной конвекции газа в нагреваемом замкнутом объеме с изотермической нижней границей в поле массовой силы. Предложено упрощенное уравнение для описания теплообмена в условиях температурной стратификации. Для задачи о свободно-конвективном пограничном слое сжимаемого газа на пластине в условиях внешней температурной стратификации получены аналитические зависимости для скорости и температуры в пограничном слое. Показано хорошее соответствие между аналитическими решениями для пограничного слоя, результатами расчета по уравнению стратификации и данными моделирования полных уравнений конвекции для задачи о нагреве вертикального цилиндра.

DOI: 10.31857/S0040364424030089

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важных практических приложений, связанных со свободно-конвективным тепломассопереносом, является проблема хранения криогенных веществ в емкостях различных конфигураций. Необходимо отметить, что в случае бездренажного хранения как в паре, так и в жидкости зачастую наблюдается температурная стратификация, направление которой совпадает с вектором действия массовой силы [1–3]. В случае конвекции в жидкой среде на основе приближения Буссинеска было выявлено существенно анизотропное влияние конвекции на поле температуры [4–7]. Было установлено, что конвекция приводит к выравниванию температуры в сечениях сосуда, перпендикулярных вектору силы тяжести, и слабо влияет на градиенты температуры вдоль вектора массовой силы [5].

Описание тепломассообменных процессов в паровой подушке может быть осложнено наличием значительных перепадов температуры, не позволяющих использовать хорошо апробированные подходы на основе приближения Буссинеска [8]. При этом скорости течения газа в условиях свободной конвекции остаются существенно дозвуковыми, что дает возможность применять эффективные подходы на

основе приближения малых чисел Маха [9, 10]. Большинство известных работ, посвященных свободно-конвективному тепломассопереносу в газах, направлены либо на решение стационарных задач [11, 12], либо на исследование поршневого эффекта в сверхкритических средах [13, 14]. Интересные результаты были также получены для случая одномерного нестационарного прогрева идеального газа в отсутствие конвекции [15], где получилось в рамках некоторых допущений исключить скорость из уравнений.

Некоторые результаты моделирования конвекции в газе были получены в работах [16, 17]. Аналогично работам [4–6] распределение температуры показывало наличие вертикальной стратификации в ядре потока. Однако подробного исследования характеристик теплообмена при естественной конвекции в газе, характеризующейся наличием температурной стратификации, в отечественной и зарубежной научной литературе выполнено не было. При этом в ряде работ по моделированию процессов в баках и емкостях при бездренажном хранении в паровой подушке наблюдалось существенное расхождение результатов расчета с данными эксперимента по температуре [18–20]. Изложенные выше соображения указывают на необходимость более подробной проработки проблемы тепломассопереноса при тепло-

вой конвекции газа в замкнутых емкостях в условиях наличия существенных перепадов температуры между куполом и поверхностью раздела фаз.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача о естественной конвекции газа в замкнутом объеме с изотермической нижней границей при температуре T_S и равномерном подводе тепла к неизолированным стенкам бака (рис. 1). Величина удельного теплового потока — q_w . Поле массовой силы однородно. Вектор ускорения массовой силы $\mathbf{g}$ направлен вертикально вниз параллельно оси OZ . В результате действия архимедовой силы в емкости возникают свободно-конвективные течения и формируется температурное расслоение.

ПЕРЕНОС ТЕПЛА В СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ГАЗОВОМ ОБЪЕМЕ

Для исследования процессов тепломассообмена в данной работе используется модель на основе уравнений Навье—Стокса в приближении малых чисел Маха [9, 10]. В рамках данной модели давление представляется в виде суммы однородной термодинамической части $P(t)$, учитываемой в уравнениях состояния и энергии, и динамической части $p(x, y, z, t)$, учитываемой в уравнении сохранения импульса [11]. В силу малости скоростей движения в уравнении энергии не рассматриваются эффекты, связанные с вязкой диссипацией. Введем также предположение, что рассматриваемый газ подчиняется уравнению состояния идеального газа. Тогда система уравнений для описания тепломассопереноса может быть представлена в следующем виде:

$$c_p \left(\frac{\partial \rho T}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} T) \right) = \frac{dP(t)}{dt} + \nabla \cdot (\lambda \nabla T), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = -\nabla p(t, x, y, z) + \nabla \tau + \rho \mathbf{g},$$

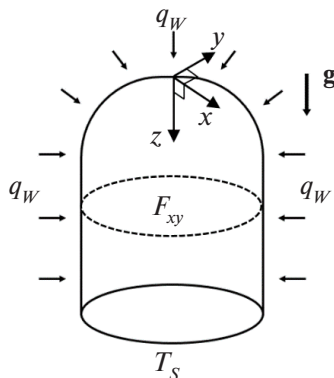


Рис. 1. Схема задачи.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0, \quad (2)$$

$$P = \rho R_V T. \quad (3)$$

Тензор вязких напряжений имеет вид

$$\tau = \mu \left(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{U}) \mathbf{I} \right),$$

$\mathbf{I}$ — единичный тензор.

Преобразуем уравнение энергии (1), используя уравнение состояния (3) и учитывая, что $\gamma = c_p/c_v$:

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{dP}{dt} + c_p \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} T) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T). \quad (4)$$

Рассмотрим теперь некоторое сечение F_{xy} емкости, нормаль $\mathbf{n}_{xy}$ к которому параллельна направлению действия массовой силы и оси OZ . Пусть начало координат располагается в самой высшей точке емкости, а ось OZ направлена вниз перпендикулярно изотермической границе и пусть w — z -компонента вектора скорости; $V(z)$ — объем, ограниченный плоскостью F_{xy} и началом координат; F_w — соответствующая площадь боковой поверхности. Проинтегрируем уравнение (4) по объему до указанного сечения, учитывая однородность термодинамического давления по пространству. Применяя теорему Гаусса, с учетом граничных условий на боковой поверхности получим следующее соотношение:

$$\frac{V(z)}{\gamma - 1} \frac{dP}{dt} + c_p \int_{F_{xy}} \rho w T dF = \int_{F_{xy}} \lambda \frac{\partial T}{\partial z} dF + \int_{F_w} q_w dF. \quad (5)$$

Представим температуру в виде суммы средней по площади сечения F_{xy} компоненты $\bar{T}$ и некоторой добавки θ :

$$T = \frac{1}{F_{xy}} \int_{F_{xy}} T dF + \theta = \bar{T}(z) + \theta(x, y, z).$$

Рассмотрим задачу в предположении о наличии вертикальной температурной стратификации, когда для любого z справедливы следующие допущения:

$$|\theta(x, y, z)| \ll \bar{T}(z), \quad \left| \frac{\partial \theta}{\partial z} \right| \ll \left| \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right|. \quad (6)$$

Тогда уравнение (5) можно существенно упростить, отбросив члены малого порядка, связанные с неоднородностью температуры и нормального теплового потока в сечении F_{xy} , в соответствующих интегралах:

$$\begin{aligned} \frac{V(z)}{\gamma - 1} \frac{dP}{dt} + c_p T(z) \int_{F_{xy}} \rho w dF = \\ = F_{xy}(z) \lambda \frac{\partial T}{\partial z} + \int_{F_w} q_w dF. \end{aligned} \quad (7)$$

Проинтегрировав уравнение неразрывности (2) по рассматриваемому объему с учетом граничных условий и допущений (6), а также отбросив член, связанный с неоднородностью температуры в сечении F_{xy} в уравнении состояния, можно легко показать, что

$$\int_0^z F_{xy} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz + \int_{F_{xy}} \rho w dF = 0. \quad (8)$$

Выразив интеграл потока массы из уравнения (8), можно исключить скорость в уравнении (9) и переписать полученное уравнение относительно плотности, используя уравнение состояния:

$$\begin{aligned} \frac{V(z)}{\gamma P} \frac{dP}{dt} \rho - \int_0^z F_{xy} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz = \\ = -\frac{\lambda F_{xy}}{c_p \rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\gamma-1}{\gamma P} \rho \int_{F_w} q_w dF. \end{aligned} \quad (9)$$

Обозначим интеграл в правой части как Q_w и продифференцируем (9) по z :

$$\begin{aligned} F_{xy} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{\gamma P} \frac{dP}{dt} \frac{\partial \rho V}{\partial z} + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\lambda F_{xy}}{c_p \rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) - \frac{\gamma-1}{\gamma P} \frac{\partial \rho Q_w}{\partial z}. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение (10) описывает изменение плотности по высоте в емкости при выполнении допущения о наличии вертикальной температурной стратификации (6). Необходимо отметить, что соотношение (10) имеет вид, аналогичный полученному в работе [15] уравнению баланса тепла при прогреве одномерного слоя газа.

СВОБОДНО-КОНВЕКТИВНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ В ГАЗЕ

Ключевым допущением, определяющим справедливость уравнения (10), является малость неоднородностей температуры в направлении, перпендикулярном вектору массовой силы. Областью течения, где данное допущение выполняется хуже всего, является пограничный слой вблизи подогреваемых стенок емкости. В случае конвекции Буссинеска в [4–6] показано, что при наличии вертикальной температурной стратификации пограничный слой может переходить в режим локальной автомодельности. В данном режиме течения профили скорости и температуры вдоль пограничного слоя зависят только от температуры и ее градиента в вертикальном направлении в ядре, а также чисел Рэлея и Прандтля.

Исследуем параметры естественной конвекции газа для случая вертикально ориентированной пластины с постоянным теплоподводом (рис. 2). Параметры на внешней границе погран-

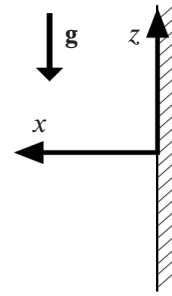


Рис. 2. Координатные оси в задаче о пограничном слое на стенке.

слоя обозначим индексом c . Отметим, что в случае, когда толщина пограничного слоя мала по сравнению с радиусом, результаты, полученные для пластины, применимы и для цилиндрического сосуда [21]. Пусть характерный размер задачи — R . Рассмотрим уравнения стационарного свободно-конвективного пограничного слоя в газе с линейной зависимостью коэффициентов переноса от температуры [22]:

$$\frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{w}}{\partial \tilde{z}} = 0, \quad (11)$$

$$\tilde{\rho} \tilde{w} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}} + \tilde{\rho} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}} = \text{Pr Ra} \tilde{\rho} \tilde{\theta} + \text{Pr} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left(\tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}} \right), \quad (12)$$

$$\tilde{\rho} \tilde{w} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{z}} + \tilde{\rho} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{x}} = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left(\tilde{\lambda} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{x}} \right) - \tilde{\rho} \tilde{w} A_c, \quad (13)$$

$$\tilde{\mu} = \tilde{\lambda} = \frac{1}{\tilde{\rho}}, \quad \tilde{P} = \tilde{\rho} (\tilde{T}_c + \tilde{\theta}) \varepsilon_c, \quad A_c = \frac{\partial \tilde{T}_c}{\partial \tilde{z}}. \quad (14)$$

Здесь уравнения (11)–(14) приведены в безразмерном виде с использованием следующих масштабов длины, скорости, температуры, плотности, термодинамического давления, а также с использованием приведенных ниже определений для чисел Рэлея и Прандтля и характерного температурного перепада:

$$\begin{aligned} (\tilde{x}, \tilde{z}) = \frac{(x, z)}{R}, \quad (\tilde{u}, \tilde{w}) = \frac{(u, w)}{a_c / R}, \\ \tilde{\theta} = \frac{T - T_c}{q_w R / \lambda_c}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_c}, \quad \tilde{P} = \frac{P}{\rho_c R_V T_c}, \\ \text{Ra}_c = \frac{g \beta_c R^4 q_w \rho_c}{a_c \lambda_c \mu_c}, \quad \text{Pr}_c = \frac{\mu_c c_p}{\lambda_c}, \\ \varepsilon_c = \frac{q_w R}{\lambda_c T_c}, \quad \beta_c = 1 / T_c, \quad a_c = \lambda_c / (\rho_c c_p). \end{aligned} \quad (15)$$

Используя преобразования А.А. Дородницына, введем новую координату и скорость поперек пограничного слоя:

$$\tilde{X} = \int_0^{\tilde{x}} \tilde{\rho} d\tilde{x}, \quad \tilde{Z} = \tilde{z}, \quad \tilde{U} = \tilde{w} \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{z}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{x}}, \quad \tilde{W} = \tilde{w}. \quad (16)$$

Тогда уравнения (11)–(14) записываются в следующем виде:

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{Z}} + \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{X}} = 0, \quad (17)$$

$$\tilde{W} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{Z}} + \tilde{U} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{X}} = \text{Pr}_c \text{Ra}_c \tilde{\theta} + \text{Pr}_c \frac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial \tilde{X}^2}, \quad (18)$$

$$\tilde{W} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{Z}} + \tilde{U} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{X}} = \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial \tilde{X}^2} - \tilde{W} A_c. \quad (19)$$

Уравнения (16)–(19) имеют вид, аналогичный уравнениям свободно-конвективного пограничного слоя жидкости в рамках приближения Буссинеска. Аналогично [5] предположим, что избыточная температура в пограничном слое меняется существенно медленнее, чем в ядре, а число Прандтля для газов порядка единицы:

$$\left| \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{Z}} \right| \ll A_c, \quad \text{Pr} \approx 1.0. \quad (20)$$

Используя результаты, полученные в [5], можно показать, что конвективные члены в левых частях уравнений (16)–(19) существенно меньше членов в правых частях. Тогда уравнения (16)–(19) можно переписать в следующем виде:

$$\text{Ra} \tilde{\theta} + \frac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial \tilde{X}^2} = 0, \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial \tilde{X}^2} - \tilde{W} A_c = 0. \quad (22)$$

Граничные условия для вертикальной компоненты скорости и температуры записываются следующим образом:

$$\tilde{W}|_{\tilde{X}=0} = \tilde{W}|_{\tilde{X}=\infty} = \tilde{\theta}|_{\tilde{X}=\infty} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{X}} \Big|_0 = -1. \quad (23)$$

Тогда система (21)–(23) имеет аналитическое решение

$$\begin{aligned} \tilde{\theta} &= C e^{-\alpha \tilde{X}} \cos(\alpha \tilde{X}), \\ \tilde{W} &= \frac{1}{2\alpha^2 \text{Ra}_c^{-1} C^{-1}} e^{-\alpha \tilde{X}} \sin(\alpha \tilde{X}), \\ C &= \frac{1}{\alpha}, \quad \alpha = (0.25 \text{Ra}_c A_c)^{0.25}. \end{aligned} \quad (24)$$

Решения (24) аналогичны полученным С.Г. Черкасовым для случая конвекции Буссинеска [5]. Основное отличие заключается во введении координаты Доронницына, зависящей

от плотности. Также в случае конвекции слабо сжимаемой среды число Рэлея слабо меняется вдоль координаты $\tilde{Z}$, а в сжимаемой среде параметры в пограничном слое зависят от температуры ядра. Аналогично [5], решения (24) можно привести к автомодельному виду, используя следующие преобразования:

$$\eta = x \frac{\alpha}{R}, \quad W_a = w \frac{2\alpha^3 R}{a_c \text{Ra}_c}, \quad \theta_a = \theta \frac{\alpha \lambda_c}{q_w R}. \quad (25)$$

Тогда уравнения (26) записываются как

$$\theta_a = e^{-\eta} \cos(\eta), \quad W_a = e^{-\eta} \sin(\eta). \quad (26)$$

Рассмотрим теперь изменение температуры вдоль пограничного слоя. Из соотношений (24) видно, что максимальное значение достигается на стенке, причем

$$\tilde{\theta}_{\max} = \frac{1}{\alpha}. \quad (27)$$

Рассмотрим случай, когда избыточная температура в пограничном слое много меньше температуры ядра

$$\tilde{\theta} \ll \tilde{T}_c. \quad (28)$$

Используя (27) как оценку сверху, можно получить следующее условие, обеспечивающее справедливость соотношения (28):

$$\frac{\varepsilon_c}{\alpha} \ll 1. \quad (29)$$

Для плотности в пограничном слое, отношения координаты Доронницына к исходной координате, коэффициента теплопроводности и вязкости выполняются следующие соотношения:

$$1 \geq \tilde{\rho} \geq \frac{1}{1 + \varepsilon_c / \alpha}, \quad 1 \geq \frac{\tilde{X}}{\tilde{x}} \geq \frac{1}{1 + \varepsilon_c / \alpha}, \quad (30)$$

$$\tilde{\lambda} = 1 + \left(\frac{\partial \tilde{\lambda}}{\partial \tilde{T}_c} \right) \tilde{\theta} + o(\tilde{\theta}), \quad \tilde{\mu} = 1 + \left(\frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{T}_c} \right) \tilde{\theta} + o(\tilde{\theta}).$$

Из соотношений (30) следует, что при выполнении условия (29), а также ограниченности и непрерывности производных теплопроводности и вязкости влиянием сжимаемости и нелинейности коэффициентов переноса на параметры пограничного слоя можно пренебречь, и задача сводится к конвекции Буссинеска с определяющими параметрами (15), зависящими от локальных характеристик стратификации в ядре потока. Также необходимо отметить, что течения с пограничным слоем, описываемым соотношениями (24) и условиями (29) и (20), удовлетворяют допущениям (6), поэтому для подобного типа задач справедливо полученное ранее уравнение стратификации (10).

ДИНАМИКА ДАВЛЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРНАЯ СТРАТИФИКАЦИЯ- ПРИ КОНВЕКЦИИ В ЦИЛИНДРЕ

Для оценки применимости предложенных в работе подходов к описанию стратификации в газе рассмотрим конвекцию паров водорода в вертикальном цилиндрическом объеме с изотермической нижней границей при равномерном подводе тепла к боковой и верхней поверхностям (рис. 3). Задача рассматривается в осесимметричной постановке [17]:

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{t}} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{r} \tilde{\rho} \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{p} \tilde{w}}{\partial \tilde{z}} = 0, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \tilde{p} \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{r} \tilde{\rho} \tilde{u} \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{p} \tilde{w} \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} = \\ & = \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \tilde{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\tilde{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \right), \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{r} \tilde{\rho} \tilde{u} \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{p} \tilde{w} \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} = \\ & = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{r}} + \text{Pr}_S \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left[\tilde{r} \tilde{\mu} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} - \frac{2}{3} \frac{\tilde{u}}{\tilde{r}} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}} \right) \right] + \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & + \text{Pr}_S \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[\tilde{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} \right) \right], \\ & \frac{\partial \tilde{p} \tilde{w}}{\partial \tilde{t}} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{r} \tilde{\rho} \tilde{u} \tilde{w}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{p} \tilde{w} \tilde{w}}{\partial \tilde{z}} = \\ & = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + \text{Pr}_S \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left[\tilde{r} \tilde{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} \right) \right] + \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & + \text{Pr}_S \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[\tilde{\mu} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} - \frac{2}{3} \frac{\tilde{u}}{\tilde{r}} \right) \right] + \\ & + (1 - \tilde{\rho}) \text{Ra}_S \text{Pr}_S, \\ & \tilde{P} = \varepsilon_S \tilde{p} \tilde{T}. \end{aligned} \quad (35)$$

В уравнениях (31)–(35) введены такие же безразмерные масштабы, как и в (15), в качестве характерного размера взят радиус цилиндра. Небольшое отличие заключается в использовании параметров на изотермической поверхности в начальный момент времени вместо параметров в ядре потока при обезразмеривании, а также введении безразмерного времени, динамического давления и высоты цилиндра:

$$\begin{aligned} \tilde{t} &= \frac{\lambda_S t}{\rho_S|_{t=0} c_P R^2}, \quad \text{Ra}_S = \frac{g \beta_S R^4 q_w \rho_S|_{t=0}}{a_S \lambda_S \mu_S}, \\ \tilde{p} &= \frac{p R^2}{\rho_S|_{t=0} a_S^2}, \quad \text{Pr}_S = \frac{\mu_S c_P}{\lambda_S}, \quad \varepsilon_S = \frac{q_w R}{\lambda_S T_S}, \quad B = \frac{H}{R}. \end{aligned}$$

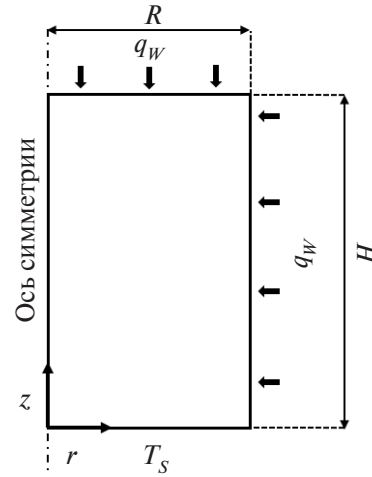


Рис. 3. Схема геометрии задачи о конвекции в вертикальном цилиндре.

Граничные и начальные условия заданы следующими:

$$-\tilde{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=0} = 0, \quad \tilde{u} \Big|_{\tilde{r}=0} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=0} = 0,$$

$$\tilde{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=1} = -1, \quad \tilde{u} \Big|_{\tilde{r}=1} = 0, \quad \tilde{w} \Big|_{\tilde{r}=1} = 0,$$

$$\tilde{T} \Big|_{\tilde{z}=0} = \frac{1}{\varepsilon_S}, \quad \tilde{u} \Big|_{\tilde{z}=0} = 0, \quad \tilde{w} \Big|_{\tilde{z}=0} = 0,$$

$$\tilde{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=B} = -1, \quad \tilde{u} \Big|_{\tilde{z}=B} = 0, \quad \tilde{w} \Big|_{\tilde{z}=B} = 0,$$

$$\tilde{T}(\tilde{r}, \tilde{z}, 0) = \frac{1}{\varepsilon_S}, \quad \tilde{P}(0) = 1.0,$$

$$\tilde{u}(\tilde{r}, \tilde{z}, 0) = \tilde{w}(\tilde{r}, \tilde{z}, 0) = 0.$$

Дискретизация уравнений выполнялась методом контрольного объема. Для решения полученной системы использовался подход, основанный на разделении на тепловую и динамическую части методе SIMPLE [23], предложенный в [16, 17]. Зависимости коэффициентов вязкости и теплопроводности от температуры взяты согласно следующим формулам, линейно аппроксимирующим табличные значения для пароводорода [24] в диапазоне температур 20–300 K:

$$\tilde{\lambda} = 1 + 1.562(\tilde{T} - \tilde{T}_S), \quad \tilde{\mu} = 1 + 1.057(\tilde{T} - \tilde{T}_S). \quad (36)$$

Для подтверждения адекватности результатов моделирования проводились исследования сеточной сходимости решения. Использовалась равномерная сетка в ядре потока с пристеночным слоем, содержащим измельченные в нормальном к стенке направлении ячейки. В качестве приме-

ра приведем результаты расчета термодинамического давления и максимума модуля скорости при $B = 1$, $Pr_S = 0.76$, $\varepsilon_S = 2.0$, $Ra_S = 10^9$, $\gamma = 1.667$ в стационарном режиме с различными сетками. Указанные данные приведены в таблице.

Отличие значений термодинамического давления и максимума модуля скорости на средней и подробной сетках не превысило 1%. Подобная картина наблюдалась и для более низких чисел Рэлея, поэтому дальнейшие расчеты проводились на сетках с параметрами ячеек, аналогичных средней. По аналогии с задачей о конвекции в пограничном слое введем θ как разницу температуры в некоторой точке на радиусе и температуры на оси симметрии

$$\tilde{\theta} = \tilde{T}(\tilde{r}, \tilde{z}) - \tilde{T}(0, \tilde{z}).$$

Для кросс-верификации также проводились расчеты аналогичной задачи в пакете программ ПП «Логос» с использованием разделенного решателя [25]. В ПП «Логос» решалась трехмер-

ная задача. Геометрия представляла собой сектор цилиндра с углом раствора 20° . Для достижения осесимметричности на боковых стенках сектора ставились симметричные граничные условия. Теплофизические свойства газа, величина перегрузки и размеры цилиндра, удельный тепловой поток задавались таким образом, чтобы воспроизводились приведенные на рис. 4 критерии подобия и зависимость (36). Использовалась конечно-объемная неструктурированная сетка размером 104000 узлов с минимальным шагом в пристеночном слое, равным 0.002 в безразмерных масштабах. Максимальный шаг сетки составил 0.01. Данные параметры также оказались достаточными для достижения сеточной независимости. Полученные результаты моделирования сравнивались с результатами расчета методом [16, 17] в установившемся режиме течения. Отличие решения методом [16, 17] от результатов расчета в ПП «Логос» не превысило 1% (рис. 4).

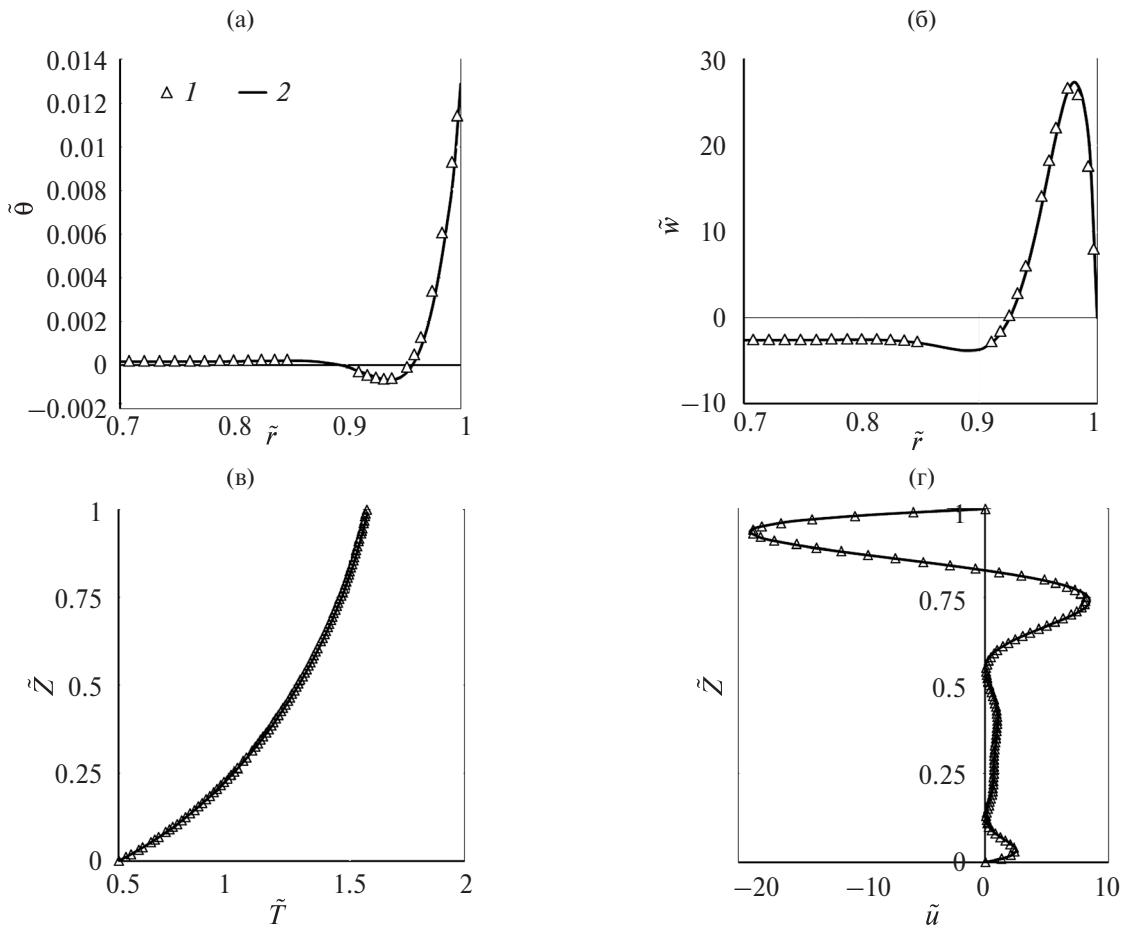


Рис. 4. Результаты кросс-верификации при $Ra_S = 10^8$, $Pr_S = 0.76$, $\varepsilon_S = 2$, $B = 1$: сравнение избыточной температуры (а) и вертикальной компоненты скорости (б) в среднем горизонтальном сечении цилиндра, сравнение вертикальных профилей температуры (в) и радиальной компоненты скорости (г) на оси симметрии: 1 – расчет в ПП «Логос», 2 – расчет методом [16, 17].

Сходимость термодинамического давления и максимума модуля скорости

Сетка	Число ячеек	Минимальный размер ячейки	Максимальный размер ячейки	Давление в стационарном режиме	Максимум модуля скорости
Грубая	1600	0.025	0.025	2.238	92.80
Средняя	4032	0.00625	0.025	2.232	86.65
Подробная	9984	0.003125	0.0125	2.232	86.12

Была выполнена серия расчетов, моделирующих установление стационарного режима в цилиндре при однородных начальных условиях. Расчеты проводились для различных значений определяющих параметров: $Ra_S = 10^4 - 10^9$, $Pr_S = 0.76$, $\varepsilon_S = 2.0$, $B = 0.5 - 3.0$. Во всех расчетах показатель адиабаты $\gamma = 1.667$.

На рис. 5 приведены результаты моделирования динамики давления и теплообмена на изотермической границе, рассчитанные с помощью уравнения стратификации (10) и с помощью метода [16, 17] при различных значениях числа Рэлея и параметра B . Тепловой поток на нижней границе задавался числом Нуссельта, определяемым следующим образом:

$$Nu_S = 2 \int_0^1 \tilde{r} \tilde{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} \bigg|_{\tilde{z}=0} d\tilde{r}.$$

Относительное отклонение решений для давления, полученных в рамках полной модели, от результатов по уравнению стратификации (10) не превысило 5%. Теплообмен в случае конвекции слабой интенсивности может несколько отличаться от описываемой уравнением (10) картины при малых числах Фурье. Максимальное отклонение среднего числа Нуссельта на изотермической поверхности от решения уравнения (10) достигало 32% при $\tilde{t}/B^2 \leq 0.05$ во всем рассматриваемом диапазоне чисел Рэлея. Малое отличие динамики давления при заметной разнице в тепло-

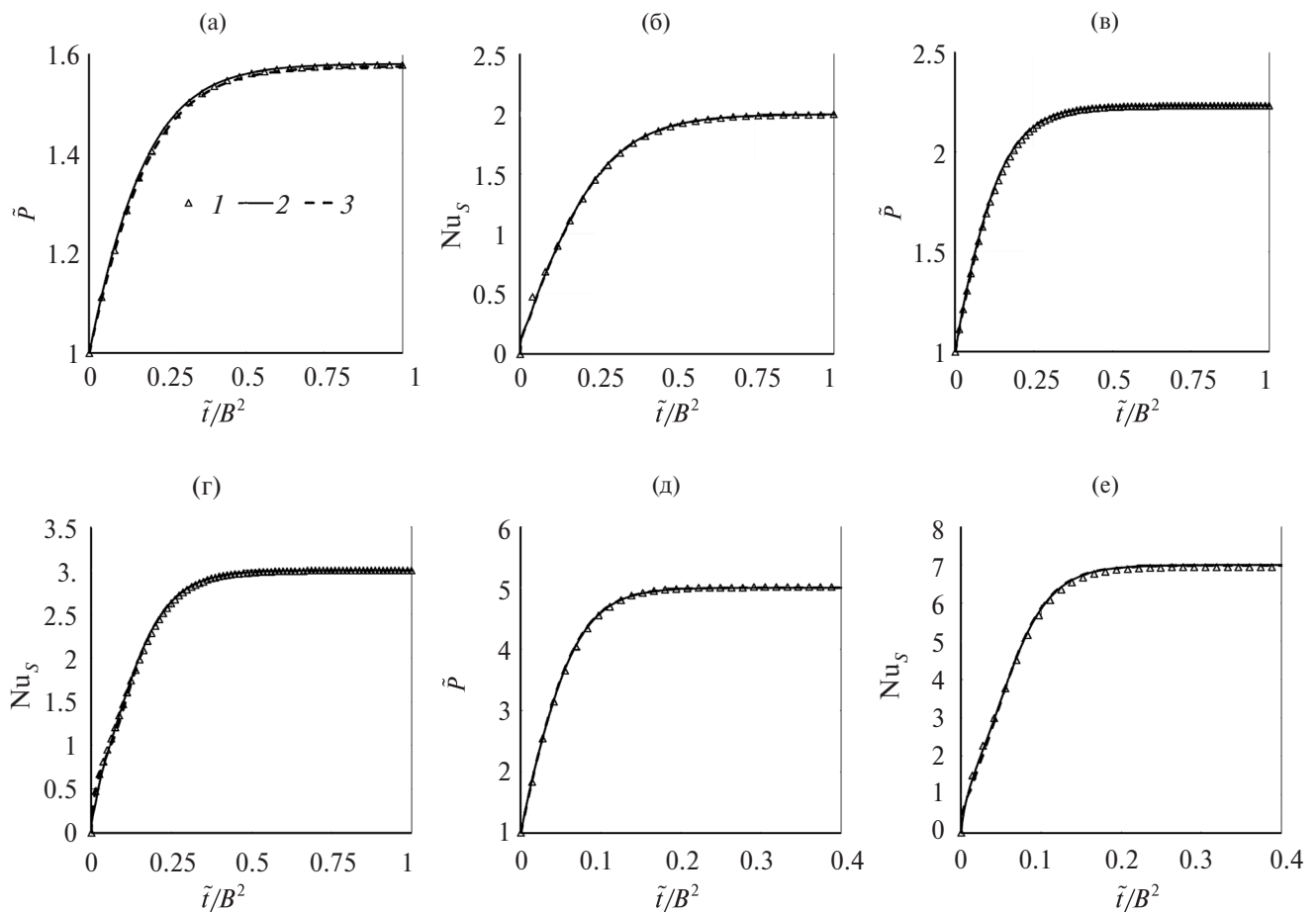


Рис. 5. Сравнение динамики давления (а), (в), (д) и теплообмена (б), (г), (е) на изотермической границе при $\varepsilon_S = 2$, $Pr_S = 0.76$: $B = 0.5$ (а), (б); 1.0 (в), (г); 3.0 (д), (е); 1 – решение уравнения (10), 2 – расчет методом [16, 17] при $Ra_S = 10^8$, 3 – 10^4 .

обмене на нижней границе можно объяснить следующим образом. Рассмотрим интегральный тепловой баланс в емкости, определяемый уравнением (5), для случая, когда нижнее сечение совпадает с изотермической границей. При развитии течения и теплообмена от однородных начальных условий тепловой поток на изотермической границе нарастает медленно даже при достаточно большой интенсивной конвекции (рис. 4). Суммарный подвод тепла через нагреваемые стенки при малых $\tilde{t}$ существенно больше, чем отвод тепла через изотермическую поверхность. Поэтому ошибка в его вычислении в несколько десятков процентов в рамках соотношения (10) не оказывает существенного влияния на скорость роста давления.

Рассмотрим изменение максимума скорости в объеме цилиндра. Введем его безразмерную величину следующим образом:

$$\tilde{U}_{\max} = \frac{\max \left(\left[\tilde{u}(\tilde{r}, \tilde{z}, \tilde{t})^2 + \tilde{w}(\tilde{r}, \tilde{z}, \tilde{t})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right) \Big|_{\tilde{r}=0,1; \tilde{z}=0,\tilde{B}}}{\max \left(\left[\tilde{u}(\tilde{r}, \tilde{z}, \tilde{t})^2 + \tilde{w}(\tilde{r}, \tilde{z}, \tilde{t})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right) \Big|_{\tilde{r}=0,1; \tilde{z}=0,\tilde{B}; \tilde{r}=0,\tilde{r}_{\max}}}$$

Из представленных на рис. 6 данных видно, что течение в области начинается сразу, в отличие от конвекции Буссинеска, где время начала движения определяется развитием конвективной неустойчивости. Данная особенность обусловлена наличием в газе поршневого эффекта [15]. При увеличении числа Рэлея максимум скорости сдвигается влево по графику. Далее следует достаточно плавное снижение скоростей течения по мере нарастания температурной стратификации, пока режим движения не придет к стационарному.

На рис. 7 представлены изолинии температуры в емкости для различных

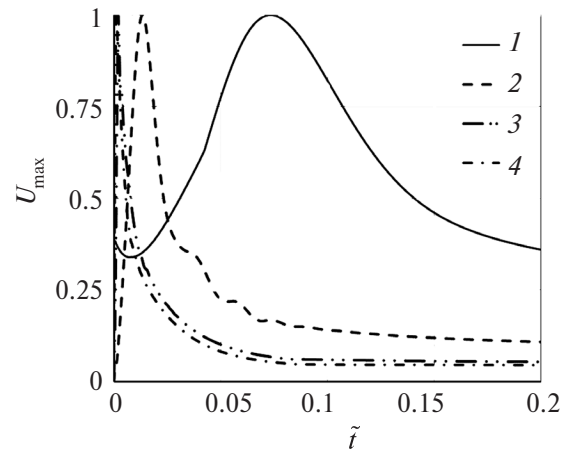


Рис. 6. Эволюция максимума скорости при малых временах нагрева и $\epsilon_S = 2$, $Pr_S = 0.76$, $B = 1$: 1 – $Ra_S = 10^4$, 2 – 10^6 , 3 – 10^8 , 4 – 10^9 .

ных моментов времени при $B = 1$. Как видно из рис. 5, в случае умеренного числа Рэлея в начале развития теплообмена картина распределения температуры и поля скорости определяется теплопроводностью и поршневым эффектом. Далее начинает развиваться конвективная неустойчивость вблизи боковой стенки, которая, однако, слабо влияет на распределение температуры по причине малости скорости. По мере нарастания интенсивности конвективных течений формируется вертикальная стратификация с существенной анизотропией поля температуры по сравнению с начальными моментами времени.

На рис. 8а приведено сопоставление результатов численного моделирования стационарной конвекции методом [16, 17] с решением уравнения (10) для двух различных моментов времени в нестационарном режиме. В случае слабой интенсивности конвекции отли-

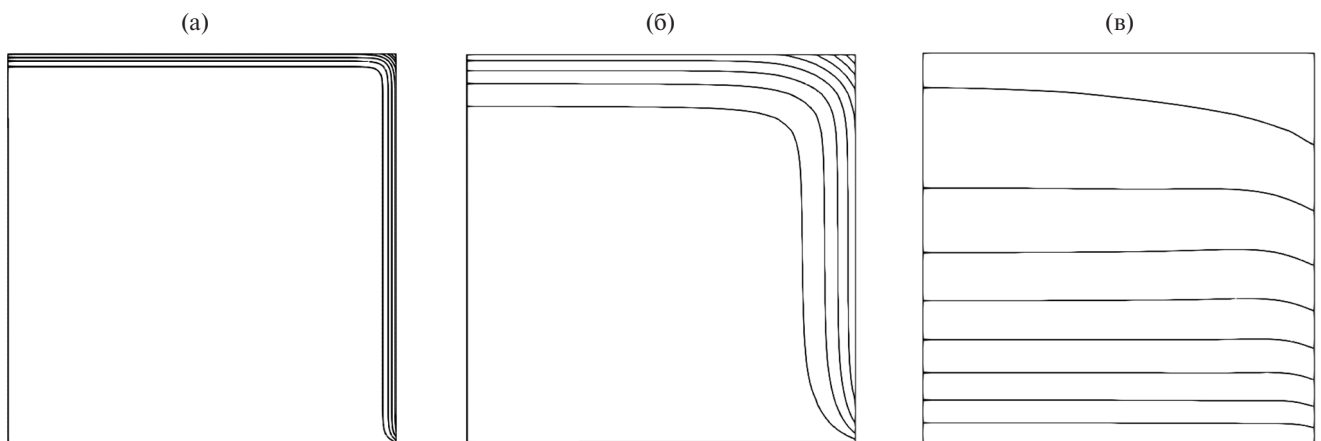


Рис. 7. Изолинии температуры в емкости при $\epsilon_S = 2$, $B = 1.0$, $Pr_S = 0.76$, $Ra_S = 10^6$: (а) – $\tilde{T}_{\min} = 0.51$, $\tilde{T}_{\max} = 0.55$, $U_{\max} = 3.51$, $\tilde{t} / B^2 = 0.0005$; (б) – 0.52, 0.65, 35.06, 0.005; (в) – 0.76, 1.53, 9.23, стационарный режим.

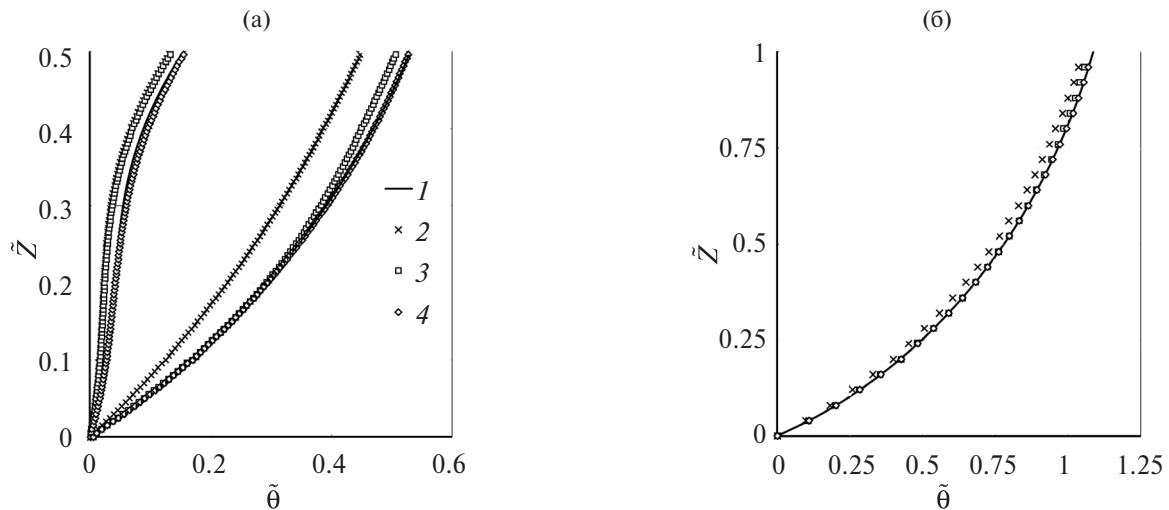


Рис. 8. Вертикальные профили избыточной температуры в цилиндре при $Pr_S = 0.76$, $\varepsilon_S = 2$: (а) — $B = 0.5$, $\tilde{t}/B^2 = 0.1, 0.4$; (б) — $B = 1.0$, стационарный режим; 1 — уравнение стратификации (10), расчет методом [16, 17]; 2 — $Ra_S = 10^4$, 3 — 10^6 , 4 — 10^9 .

чие температуры в расчете достигает 16% относительно решения уравнения стратификации. При этом уже при $Ra_S = 10^6$ совпадение значительно улучшается, а соответствующая ошибка падает до 5%. Отличие же осредненного профиля от решения уравнения стратификации для обоих моментов времени при $Ra_S = 10^9$ не превышает 2%. На рис. 8б представлены аналогичные результаты для случая стационарной конвекции. Относительное отличие избыточной температуры от значений, определяемых уравнением (10), не превысило 5%. Аналогичные результаты были получены и для других значений параметра B . В целом наибольшие отличия профиля температуры от решения уравнения (10) проявляются

при слабой конвекции и малых временах развития процесса.

На рис. 9 представлено сравнение расчетных профилей температуры и вертикальной компоненты скорости в середине емкости с автомодельными решениями, задаваемыми формулами (25), (26). Максимальный перепад температуры на стенке достаточно хорошо описывается в рамках локально-автомодельного приближения. Таким образом, хорошее соответствие по динамике давления, теплообмену на нижней границе и осредненному профилю температуры в рамках полной постановки при достаточно интенсивной конвекции ($Ra_S > 10^6$) с результатами решения уравнения (10) объясняется реализацией режима локальной автомодельности при конвекции газа.

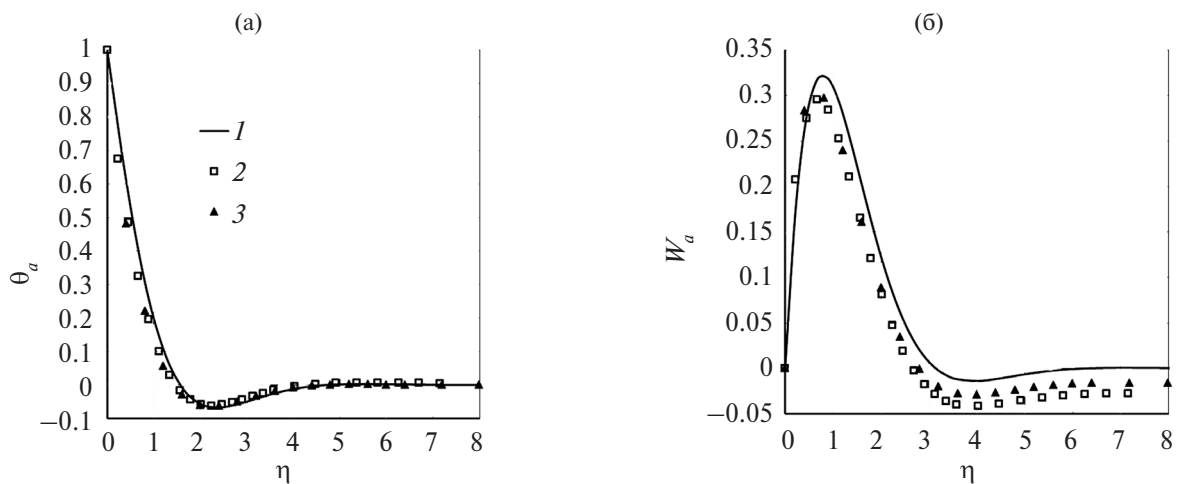


Рис. 9. Профили температуры (а) и вертикальной компоненты скорости (б) в автомодельных переменных в стационарном режиме при $\tilde{z} = 0.5$, $Pr_S = 0.76$, $\varepsilon_S = 2$, $B = 1.0$: 1 — автомодельное решение (30), 2 — расчет методом [16, 17] при $Ra_S = 10^8$, 3 — 10^9 .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнено исследование свободно-конвективного тепломассопереноса в равномерно нагреваемом замкнутом объеме в однородном поле массовой силы, заполненном сжимаемым газом. Предложено новое соотношение для описания динамики стратификации плотности и температуры, полученное путем анализа уравнений конвекции в предположении о малости горизонтальных неоднородностей температуры.

Выполнен анализ уравнений стационарного пограничного слоя для сжимаемого газа на вертикальной пластине. С помощью преобразований Дородницына показано, что случай конвекции в идеальном газе при определенных условиях сводится к конвекции Буссинеска. Получены аналитические зависимости для профилей скорости и температуры в пограничном слое при конвекции сжимаемого газа на пластине. Приведены основные условия, определяющие применимость приближения Буссинеска для описания конвекции газа в пограничном слое в зависимости от параметров температурной стратификации в ядре потока, а также локальных значений числа Рэлея. Показано, что при реализации этих условий справедливо и уравнение (10), предложенное в данной работе для случая наличия вертикальной температурной стратификации в газе.

Проведено сопоставление результатов решения уравнения стратификации с данными численного моделирования полной системы уравнений Навье—Стокса в приближении малых чисел Маха для задачи о конвекции в вертикальном цилиндре при различных значениях чисел Рэлея и соотношениях между высотой и радиусом цилиндра. Получено хорошее совпадение результатов по динамике давления, теплообмену на нижней границе и вертикальным профилям температуры.

Выполнено сопоставление результатов решения полной системы уравнений Навье—Стокса сжимаемого газа в приближении малых чисел Маха в ламинарном случае для задачи о конвекции в вертикальном цилиндре с полученными для пластины аналитическими зависимостями. Показано достаточно хорошее совпадение для вертикальной компоненты скорости и температуры в пограничном слое. Данные результаты позволяют предположить реализацию в случае сжимаемого газа режима локальной автомодельности при достаточно интенсивной конвекции в условиях наличия вертикального температурного расслоения. Реализация этого режима объясняет достаточно высокую точность предложенного уравнения стратификации в предсказании основных параметров тепломассообмена в ядре емкости.

Список обозначений. U — вектор скорости, м/с; ρ — плотность, кг/м³; T — температура, К; P — тер-

модинамическое давление, Па; p — динамическое давление, Па; R_g — газовая постоянная, Дж/(кг К); μ — динамический коэффициент вязкости, Па с; c_p — теплоемкость при постоянном давлении, Дж/(кг К); c_v — теплоемкость при постоянном объеме, Дж/(кг К); γ — показатель адиабаты; λ — коэффициент теплопроводности, Вт/(м К); τ — тензор вязких напряжений, Па; u — радиальная компонента скорости, м/с; α — коэффициент температуропроводности, м²/с; β — коэффициент теплового расширения, К⁻¹; ε — безразмерная характеристическая разность температур; B — отношение высоты цилиндра к радиусу; Nu_s — среднее число Нуссельта на изотермической границе; $U_{\max}$ — безразмерный максимум модуля скорости в области; нижние индексы s , S обозначают параметры на внешней границе пограничного слоя и на изотермической границе соответственно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Belyaev A.Yu., Ivanov A.V., Egorov S.D., Voyteshonok V.S., Mironov V.M., Rogozhinsky V.V., Sokolov B.A., Tumanin Y.N., Fyodorov V.I., Aksentov A.A. Pathways to Solve the Problem of Cryogenic Rocket Propellant Long Storage in Space // Proc. Int. Aerospace Congress. Moscow, Russia, Aug. 15–19. 1994. V. 1. P. 558.
2. Van Dresar N.T., Lin C.S., Hasan M.M. Self Pressurization of a Flightweight Liquid Hydrogen Tank: Effect of Fill Level at Low Wall Heat Flux // AIAA Paper-92-0818. 1992.
3. Barsi S., Alexander J.I.D., Kassemi M., Panzarella C.H. A Tank Self-pressurization Experiment Using a Model Fluid in Normal Gravity // 43rd AIAA Aerospace Sci. Meeting Exhibit. Reno, Nevada, 10–13 Jan. 2005.
4. Полежаев В.И., Черкасов С.Г. Нестационарная тепловая конвекция в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 148.
5. Ананьев А.В., Миронов В.В., Моисеева Л.А., Черкасов С.Г. Анизотропное влияние естественной конвекции на температурное поле в емкости при наличии устойчивой температурной стратификации // Изв. РАН. МЖГ. 2015. № 5. С. 96.
6. Черкасов С.Г., Ананьев А.В., Миронов В.В., Моисеева Л.А. Температурное расслоение в вертикальной цилиндрической емкости с турбулентным свободно-конвективным пограничным слоем // Изв. РАН. Энергетика. 2016. № 4. С. 137.
7. Черкасов С.Г., Ананьев А.В., Моисеева Л.А. Особенности пристеночной свободной конвекции в стратифицированной по температуре среде // ТВТ. 2017. Т. 55. № 3. С. 410.
8. Gray D.D., Giorgini A. The Validity of the Boussinesq Approximation for Liquids and Gases // Int. J. Heat Mass Transfer. 1976. V. 19. P. 545.
9. Paolucci S. On the Filtering of Sound from the Navier–Stokes Equations. Sandia National Laboratories Report SAND82-8257. 1982.

10. Ланин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей. М.: Наука, 1989. 368 с.
11. Черкасов С.Г., Ананьев А.В., Моисеева Л.А. Ограничение модели Буссинеска на примере ламинарной естественной конвекции газа между вертикальными изотермическими стенками // ТВТ. 2018. Т. 56. № 6. С. 902.
12. Le Quéré P., Weisman C., Paillère H., Vierendeels J., Dick E., Becker R., Braack M., Locke J. Modelling of Natural Convection Flows with Large Temperature Differences: A Benchmark Problem for Low Mach Number Solvers. Part 1. Reference Solutions // ESAIM: Math. Modell. Numer. Anal. 2005. V. 39. № 3. P. 609.
13. Соболева Е.Б. Численное моделирование динамики околокритической жидкости в твердой пористой матрице. Препринт № 817. М.: ИПМ РАН, 2006.
14. Beysens D., Chatain D., Nikolayev V.S., Ouazzani J., Garrabos Y. Possibility of Long-distance Heat Transport in Weightlessness Using Supercritical Fluids // Phys. Rev. E. 2010. V. 82. Iss. 6. 061126.
15. Агафонов Д.В., Черкасов С.Г. Влияние переменности плотности на распространение тепла в газе // ТВТ. 2002. Т. 40. № 4. С. 617.
16. Черкасов С.Г., Лантев И.В., Ананьев А.В., Городнов А.О. Рост давления при нестационарной естественной конвекции паров водорода в вертикальном цилиндрическом сосуде с постоянной температурой нижней границы // Тепловые процессы в технике. 2019. Т. 11. № 5. С. 203.
17. Городнов А.О. Математическое моделирование сопряженной естественной конвекции в паре и жидкости при бездренажном хранении криогенных компонентов топлива // Матем. моделирование и численные методы. 2020. № 3. С. 47.
18. Choi S.W., Woo I.L., Han S.K. Numerical Analysis of Convective Flow and Thermal Stratification in a Cryogenic Storage Tank // Numer. Heat Transfer, Part A. 2017. V. 71. № 4. P. 402.
19. Kartuzova O., Kassemi M., Agui J., Moder J. Self-Pressurization and Spray Cooling Simulation of the Multipurpose Hydrogen Test Bed (MHTB) Ground-Based Experiment // 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Prop. Conf., Cleveland. July 28–30. 2014.
20. Kassemi M., Kartuzova O., Hylton S. Validation of Two-phase CFD Models for Propellant Tank Self-Pressurization: Crossing Fluid Types, Scales, and Gravity Levels // Cryogenics. 2018. V. 89. P. 1.
21. Джалауря Й. Естественная конвекция. М.: Мир, 1983. 399 с.
22. Черкасов С.Г. Ламинарный свободно-конвективный пограничный слой в сжимаемом газе // Докл. РАН. 1995. Т. 343. № 5. С. 625.
23. Ouazzani J., Garrabos Y. A New Numerical Algorithm for Low Mach Number Supercritical Fluid. Preprint Elsevier, 23 Apr. 2007. 10 p.
24. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.
25. Ляшкин С.В., Козелков А.С., Мелешкина Д.П., Ялозо А.В., Тарасова Н.В. Моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости разделенным и совмещенным алгоритмом типа SIMPLE // Матем. моделирование. 2016. Т. 28. № 6. С. 64.

УДК 532.542.4, 629.039.58

РАСЧЕТ СКОРОСТИ, ТЕМПЕРАТУРЫ И ИХ ФЛУКТУАЦИЙ В Т-ОБРАЗНОМ СМЕСИТЕЛЕ ВОДЫ РАЗЛИЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВИХРЕРАЗРЕШАЮЩИХ ПОДХОДОВ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

© 2024 г. А. В. Гарбарук^{1,*}, М. С. Грицкевич²¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия²Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Россия

*E-mail: agarbaruk@cfд.spbstu.ru

Поступила в редакцию 23.11.2023 г.

После доработки 18.03.2024 г.

Принята к публикации 23.04.2024 г.

Проведено сравнительное исследование возможностей различных глобальных и зонных вихре-разрешающих подходов к моделированию турбулентности для предсказания средних и пульсационных характеристик теплообмена в трубопроводах с Т-образными соединениями. Показано, что наилучшее согласие с экспериментальными данными обеспечивает зонный RANS-IDDES-подход. Продемонстрировано, что этот метод применим для расчета более сложных конфигураций с поворотами магистральной трубы, расположенными против потока от Т-образного соединения. Проведено параметрическое исследование таких конфигураций.

DOI: 10.31857/S0040364424030094

ВВЕДЕНИЕ

Турбулентное перемешивание жидкостей разной температуры в Т-образных соединениях труб может привести к интенсивным низкочастотным колебаниям температуры на прилегающих к соединению стенках и, как следствие, к циклическим термическим напряжениям, термической усталости и последующему разрушению трубопровода (см., например, [1]). Эти явления характерны для контуров ядерных реакторов, в связи с чем изучение данного класса течений имеет большое значение для безопасности АЭС. В том случае, когда диаметр патрубка меньше диаметра магистральной трубы (типичная конфигурация), картина течения определяется несколькими важными факторами. Во-первых, из-за различия диаметров труб поток имеет особенности, характерные для струи в поперечном потоке, которые аналогичны срыву вихрей при поперечном обтекании цилиндра. Хотя из-за незначительного различия диаметров этот эффект выражен не так сильно, как в струе, он все же играет заметную роль. Во-вторых, в слое смешения, формирующемся на границе потока, втекающего из патрубка в магистраль-

ную трубу, возникает неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, приводящая к интенсификации теплопереноса. Наконец, третьим существенным фактором является образование подковообразного вихря перед вытекающей из патрубка струей. Общая картина течения определяется взаимодействием этих явлений друг с другом и с турбулентностью в набегающем потоке, структура которой может быть весьма сложной из-за наличия изгибов магистральной трубы против потока от патрубка [2–6]. Это делает точное предсказание полей скорости и температуры в окрестности Т-образного соединения весьма сложной задачей вычислительной гидродинамики (computational fluid dynamics – CFD). Так, подходы к ее решению, основанные на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье–Стокса (RANS), которые обычно используются в промышленных приложениях, не обеспечивают приемлемой точности. Более того, высокие значения турбулентной вязкости, предсказываемые RANS-моделями турбулентности в области перемешивания потоков из-за высоких локальных скоростей сдвига, зачастую приводят к подавлению нестационарных возмущений и к получению стационарного решения (см., напри-

мер, [7]). Это противоречит экспериментальным наблюдениям, согласно которым на стенках магистральной трубы по потоку от Т-образного соединения имеют место сильные пульсации температуры. Данный эффект можно описать только с помощью вихреразрешающих подходов (scale-resolving simulation—SRS) [3, 4, 8–12]. Наиболее перспективными SRS-подходами являются гибридные RANS–LES-методы, такие как detached eddy simulation (DES) [13], delayed DES (DDES) [14], improved DDES (IDDES) [15, 16] и scale-adaptive simulation (SAS) [17]. Хотя эти подходы и являются более трудоемкими, чем RANS, они требуют несопоставимо меньших вычислительных затрат, чем метод моделирования крупных вихрей (large eddy simulation – LES) и вполне могут применяться на практике уже в настоящее время. Однако для определения границ применимости и точности подобных подходов требуются дополнительные исследования.

Гибридные RANS–LES-подходы можно разделить на глобальные и зонные. К первым относятся подходы, в которых граница между областями RANS и LES определяется автоматически в процессе расчета на основе локальной информации о шагах расчетной сетки, расстоянии до ближайшей стенки и параметрах потока. К этой категории относятся вышеупомянутые методы DES, DDES, IDDES и SAS. В зонных подходах разделение на RANS- и LES-подобласти производится пользователем по тем или иным соображениям априори (до начала расчета). Следует отметить, что в LES-подобласти зонных подходов могут использоваться не только классические модели LES, но и глобальные гибридные подходы. Преимущество зонных подходов состоит в их гибкости, благодаря которой появляется возможность повысить точность описания тех или иных течений, однако для реализации этого пре-

имущества необходимы априорные представления о структуре рассматриваемого потока.

Целью настоящей работы являются определение наиболее надежного гибридного RANS–LES-подхода для рассматриваемого класса течений и исследование чувствительности гидродинамики и теплообмена в Т-образных соединениях к неоднородности потока в магистральной трубе.

1. ВАЛИДАЦИЯ РАЗЛИЧНЫХ ГИБРИДНЫХ RANS-LES-ПОДХОДОВ НА ТЕСТОВОМ ТЕЧЕНИИ VATTENFALL

1.1. Постановка задачи и метод решения. Эксперимент, проведенный в компании Vattenfall в 2009 г. [18], использовался в качестве теста OECD в [19–21]. Схема установки в [18] представлена на рис. 1. Она состоит из горизонтальной пластиковой магистральной трубы и вертикального стального патрубка с внутренними диаметрами $1.4D_0$ и D_0 соответственно. Длина основной трубы до соединения составляет более $110D_0$, а вертикального патрубка – около $20D_0$. Постоянная среднерасходная скорость воды в магистральной трубе и патрубке во всех экспериментах равна $0.76U_0$ и U_0 соответственно. Температура воды в патрубке составляла $T_0 = 309$ К, а в магистральной трубе – $T_0 - \Delta T$ ($\Delta T = 17$ К). Эти параметры соответствуют числу Рейнольдса $Re = \rho U_0 D_0 / \mu = 8 \times 10^4$ и числу Прандтля $Pr = \mu C_p / \lambda = 5$. Здесь ρ – плотность; μ – динамическая вязкость, рассчитанная по температуре воды в патрубке согласно [19]; C_p – удельная теплоемкость; λ – теплопроводность воды.

Расчеты проводились с использованием трех глобальных гибридных RANS–LES-подходов, а именно SAS [18], SST DDES [14] и SST IDDES [16], наряду с ними были выполнены расче-

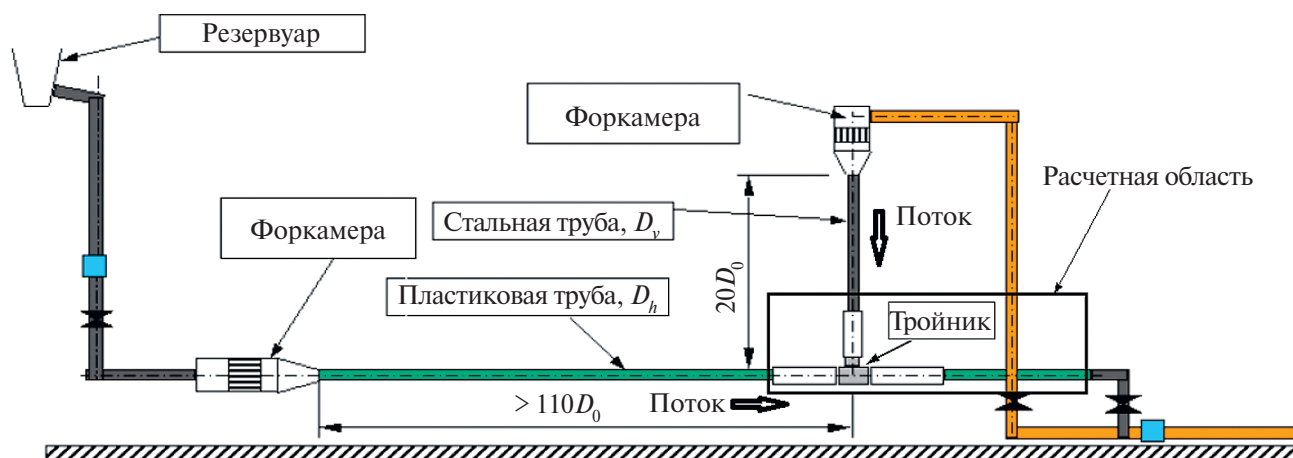


Рис. 1. Вид сбоку испытательного стенда Т-образного соединения Vattenfall [18].

ты зонным RANS–IDDES-методом. В последнем случае для активации режима wall-modeled LES (WMLES) и обеспечения быстрого перехода от полностью моделируемой турбулентности в RANS-подобласти к преимущественно разрешенной турбулентности в IDDES-подобласти в районе RANS–IDDES-интерфейса использовался генератор синтетической турбулентности STG [22].

Во всех расчетах использовалось постоянное значение турбулентного числа Прандтля, традиционно используемое в расчете пристеночных течений, а его значение в соответствии с рекомендациями [23] было выбрано равным $Pr_t = 0.85$. Такой подход справедливо критикуется во многих работах (см., например, [9]), более того, к настоящему времени для расчета турбулентного числа Прандтля предложено множество моделей различной степени сложности, однако ни одна из них не стала к настоящему времени общепринятой.

Схема расчетной области представлена на рис. 2. Входные сечения расположены на расстояниях $z/D_0 = 3.1$ для патрубка и $x/D_0 = -4.2$ для магистральной трубы, а выходное сечение – при $x/D_0 = 28.0$.

Граничные условия задаются следующим образом (рис. 2). На стенках обеих труб задаются условия прилипания и непроницаемости для скорости и адиабатические условия для температуры. На выходной границе задается постоянное давление, а все остальные величины экстраполируются изнутри расчетной области. На входных границах задаются профили скорости, температуры и турбулентных характеристик, полученные на основе предварительных RANS-расчетов течения в трубе с использованием модели SST [24]. При этом течение в магистральной трубе считается полностью развитым, а толщина пограничного слоя во входном сечении патрубка соответствует экспериментальному значению $\delta_0 = 0.22D_0$.

Отметим, что на входной границе не задаются возмущения скорости и температуры, при этом

в случае использования глобальных гибридных подходов разрешенные турбулентные пульсации отсутствуют в трубах до Т-образного соединения, а в его окрестности естественным образом возникают за счет неустойчивости слоев смешения. При использовании зонного RANS–IDDES, как уже было сказано, на границах RANS-и IDDES-областей задаются турбулентные пульсации, при этом интерфейсы RANS–IDDES в магистральной трубе и патрубке расположены при $x/D_0 = -1.4$ и $z/D_0 = -1.0$ соответственно (рис. 2). Расстояние от интерфейсов до начала слоя смешения в соединении составляло не менее 1.5 локальных толщин пограничного слоя в каждой из труб, что при использовании STG достаточно для релаксации турбулентности к развитому состоянию [22] (здесь и далее полагается, что при развитом течении в трубе толщина пограничного слоя равна радиусу трубы). Предварительные расчеты с увеличенным расстоянием между интерфейсом и Т-образным соединением показали, что структура рассматриваемого течения на зависит от этого расстояния.

Что касается интерфейса IDDES–RANS, расположенного при $x/D_0 = 9.8$, то на нем никаких специальных действий не требуется, поскольку IDDES автоматически переходит в режим RANS при увеличении шага сетки, а возникающая при этом погрешность практически не влияет на течение в окрестности Т-образного соединения.

Расчетная сетка (рис. 2) содержит примерно 4.9×10^6 шестигранных ячеек и удовлетворяет требованиям к сеткам для IDDES [15]. В частности, максимальные шаги сетки в осевом и азимутальном направлениях составляют $\Delta a/D_0 = 0.036$ и $\Delta c/D_0 = 0.018$, а первый пристеночный шаг по нормали к стенкам удовлетворяет условию $\Delta y_w^+ < 1$ в большей части расчетной области. Переключение между RANS- и LES-ветвями в методе IDDES происходит на расстоянии $d \approx \Delta a$, при этом величина d^+ не превышает 140.

Шаг интегрирования по времени во всех расчетах равен $\Delta t = 0.016D_0/U_0$ и соответствует максимальному числу Куранта около 4. Время уста-

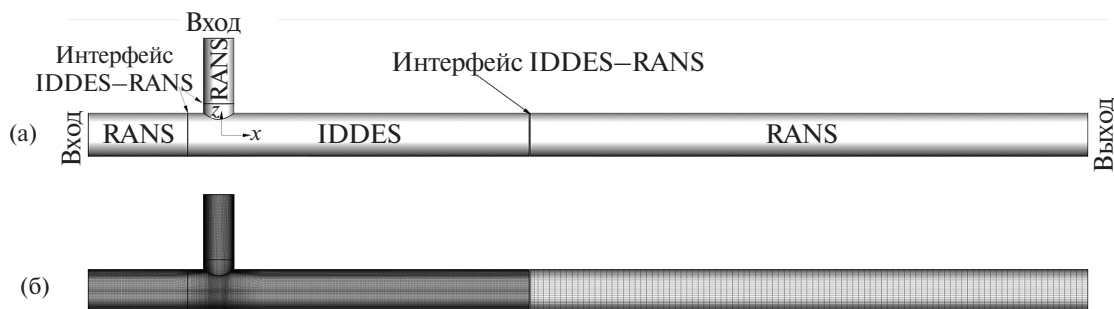


Рис. 2. Схема расчетной области, граничные условия (а) и расчетная сетка (б) для течения в Т-образном соединении труб.

новления статистически зрелого решения составляет $100D_0/U_0$, после чего для определения статистических характеристик потока проводится осреднение нестационарных полей скорости, давления и температуры в течение временного интервала $640D_0/U_0$ (40 000 временных шагов).

В CFD-коде ANSYS-FLUENTCFD [23] используется метод конечных объемов на неструктурированных сетках с хранением данных в центрах ячеек. В настоящей работе для решения исходных нестационарных уравнений движения и теплопереноса для несжимаемой жидкости применялся метод SIMPLEC. При этом для аппроксимации производных по времени использовалась трехслойная схема второго порядка. Для подавления нефизических осцилляций давления при аппроксимации невязких потоков применялась поправка Rhie–Chow [25]. Градиенты переменных рассчитывались в центрах ячеек с использованием теоремы Гаусса. Интерполяция скорости на грань ячейки осуществлялась с использованием центрально-разностной схемы второго порядка, а интерполяция давления — с помощью схемы «Standard» (взвешенная интерполяция на основе центральных коэффициентов). Наконец, для аппроксимации конвективных слагаемых в уравнении энергии и в уравнениях переноса турбулентных характеристик использовалась противопоточная схема второго порядка.

Полученные дискретные уравнения решались итерационно с использованием неявного метода Гаусса–Зейделя в сочетании с алгебраическим многосеточным подходом (использовалось 10 итераций на шаг по времени). Подробное описание методов, применяющихся в ANSYS-FLUENT, можно найти в [23].

1.2. Результаты расчетов. На рис. 3 представлена визуализация течения — изоповерхности Q -критерия ($Q = 200 \text{ с}^{-2}$)

$$Q = (1/2)(\Omega^2 - S^2),$$

где Ω и S — инварианты тензоров завихренности и скорости деформации. Окраска изоповерхностей соответствует x -компоненте скорости, полученной при расчетах, выполненных с использованием глобальных подходов (DDES, SAS и IDDES) и зонного RANS–IDDES-метода. Все глобальные подходы предсказывают сходные вихревые структуры, появляющиеся в начале зоны смешения двух потоков. Эти структуры развиваются по течению, распадаются на более мелкие хаотичные вихри и постепенно занимают все сечение трубы. Аналогичная картина наблюдается и при использовании зонного RANS–IDDES-подхода. Однако в этом случае описанные вихревые структуры затухают и превращаются в мелкомасштабную турбулентность намного быстрее за счет взаимодействия с разрешенной турбулентностью, возникающей в обеих трубах непосредственно за соответствующими RANS–IDDES-интерфейсами.

На рис. 4 приведено сравнение расчетных и экспериментальных спектров пульсаций скорости в двух точках, расположенных на оси магистральной трубы. Видно, что в соответствии с визуализацией течения эти спектры имеют протяженный инерционный интервал, удовлетворяющий закону Колмогорова « $-5/3$ », и что все рассмотренные подходы обеспечивают достаточно хорошее согласие с экспериментом в диапазоне частот до 15 Гц. Это подтверждает достаточно высокое разрешение, обеспечиваемое сеткой, и низкую диссипацию численной схемы,

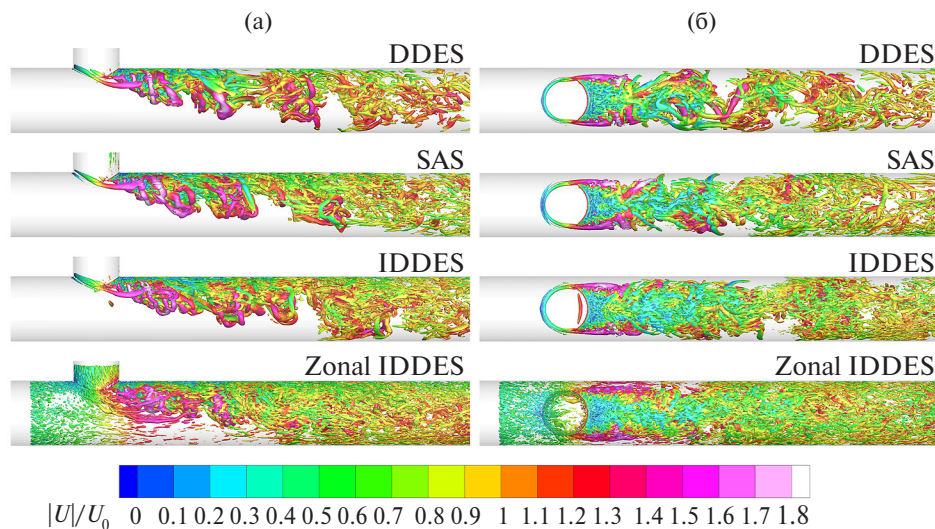


Рис. 3. Изоповерхности критерия Q ($Q = 200 \text{ с}^{-2}$), их окраска соответствует величине x -компоненты вектора скорости: (а) — вид сбоку, (б) — вид сверху.

используемой в расчетах. Кроме того, в расчетах хорошо воспроизводится наблюдаемый в эксперименте пик в спектре v -компоненты скорости вблизи $f = 4$ Гц, которая примерно соответствует первой моде неустойчивости сдвигового слоя. Отметим также, что в экспериментальных спектрах наблюдается подъем на высоких (>15 Гц) частотах, что свидетельствует о наличии в эксперименте не связанного с турбулентными пульсациями источника высокочастотных колебаний.

Наконец, из рис. 5 видно хорошее согласие расчетных и экспериментальных профилей скорости осредненного течения и ее среднеквадратичного отклонения.

Таким образом, все рассмотренные модели обеспечивают надежное предсказание как гидродинамических характеристик среднего течения, так и пульсационных.

На рис. 6 представлено сравнение профилей средней температуры стенки $T^* = (T_0 - T)/\Delta T$ и ее среднеквадратичного отклонения $T_{\text{RMS}}^* = T_{\text{RMS}}/\Delta T$ с соответствующими экспериментальными данными. Эти величины оказываются более чувствительными к используемому подходу моделирования турбулентности, чем ги-

дродинамические параметры течения, а результаты, полученные с использованием зонного RANS-IDDES-подхода, в целом заметно лучше согласуются с экспериментальными данными, чем результаты, полученные с использованием глобальных подходов. Основное различие между распределениями температуры, полученными в рамках глобальных подходов, от результатов зонного RANS-IDDES-расчета наблюдается на верхней линии, где профили, полученные с использованием DDES, SAS и IDDES, не только сильно отклоняются от профилей, полученных с помощью зонного подхода, но и имеют нефизический минимум вблизи $x/D_0 = 1$. Преимущество зонного RANS-IDDES видно и вдоль других линий, однако там оно выражено не столь явно. Такой же вывод можно сделать и в отношении среднеквадратичного отклонения температуры. Хотя все рассмотренные подходы достаточно хорошо предсказывают эту величину (рис. 6), наилучшее согласие с экспериментом достигается при использовании зонного RANS-IDDES. Следует также отметить, что, в отличие от глобальных подходов, зонный RANS-IDDES предсказывает наличие пульсаций температуры

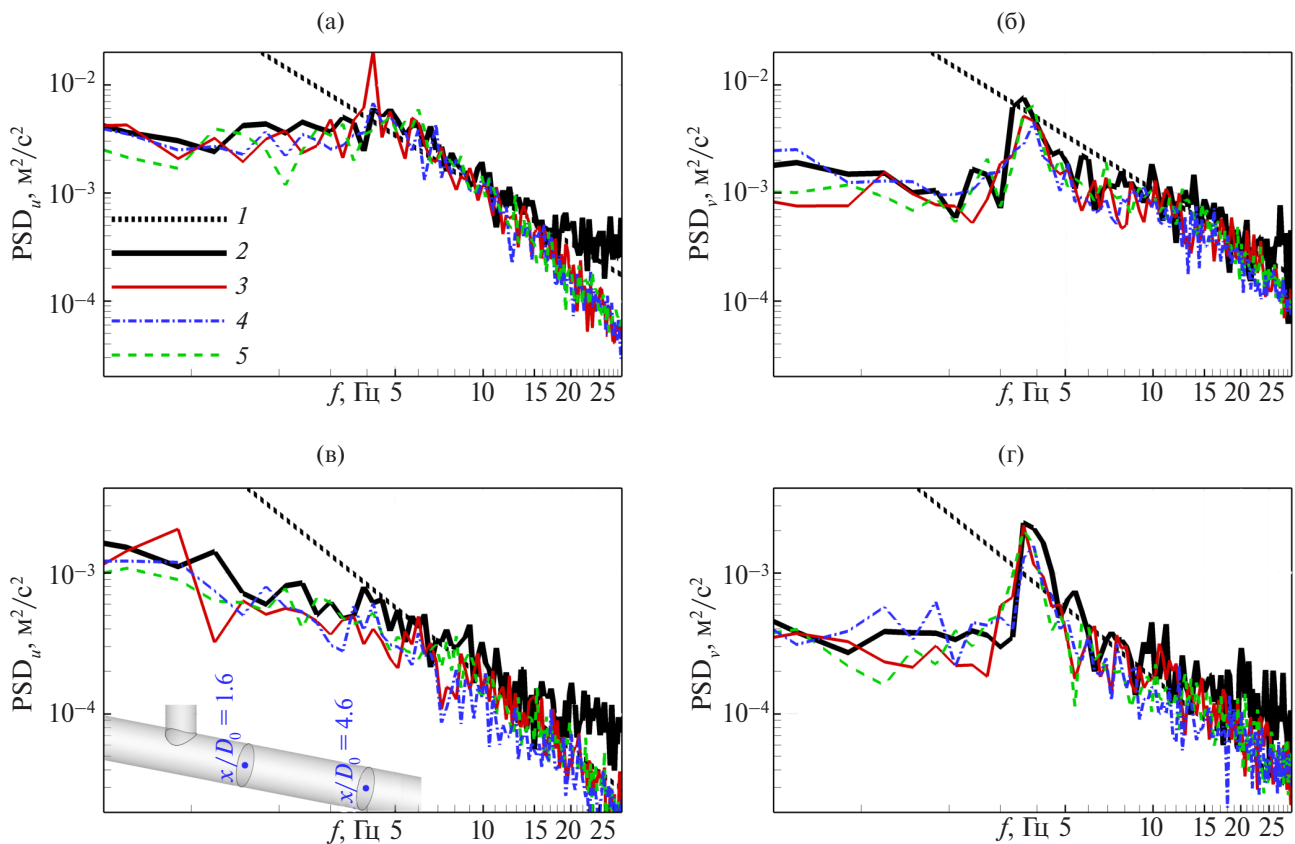


Рис. 4. Сравнение расчетных и экспериментальных узкополосных спектров пульсаций u - (а), (в) и v -компонент (б), (г) скорости с полосой пропускания 0.3 Гц в точках, показанных на вставке на части (в); (а), (б) — $x/D_0 = 1.6$; (в), (г) — 4.6; 1 — $f^{5/3}$, 2 — эксперимент, 3 — расчет по DDES, 4 — SAS, 5 — зонной IDDES.

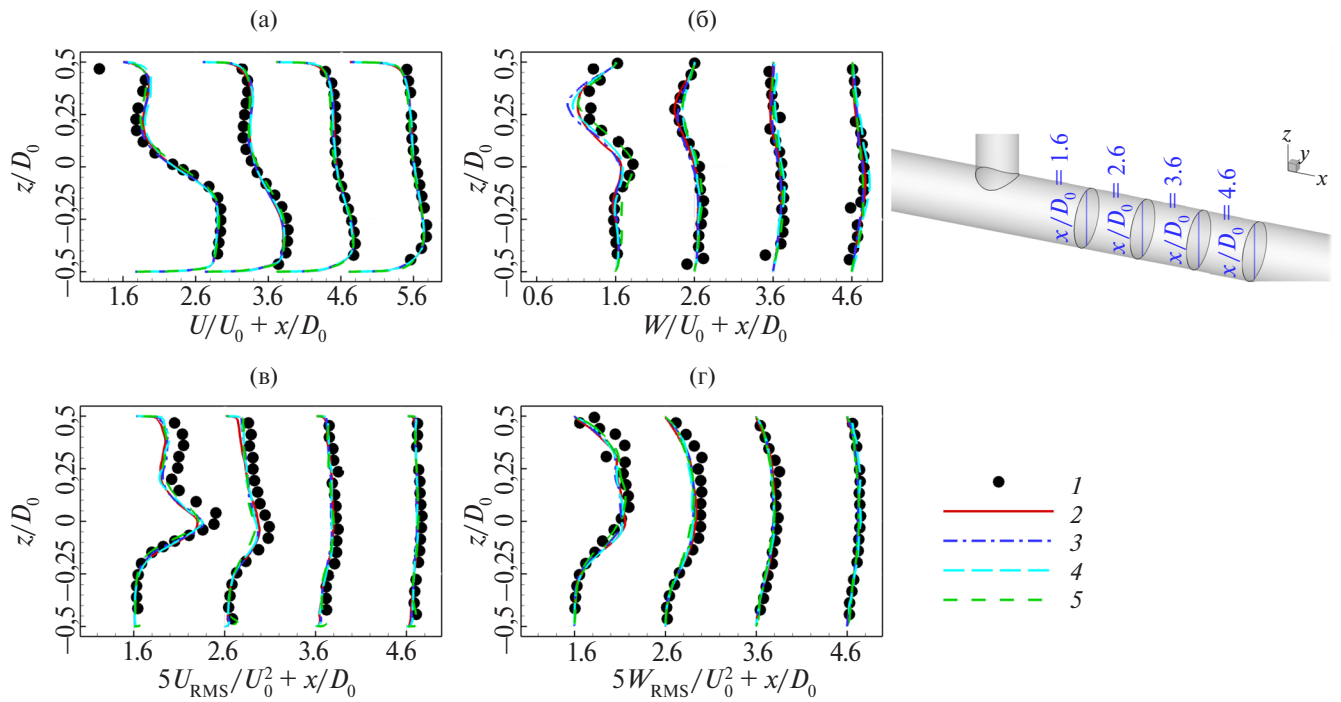


Рис. 5. Сравнение профилей средней скорости (а), (б) и ее среднеквадратичного отклонения (в), (г) вдоль вертикальных линий в плоскости симметрии xz при $x/D_0 = 1.6, 2.6, 3.6$ и 4.6 : 1 – эксперимент, 2 – расчет по DDES, 3 – SAS, 4 – IDDES, 5 – зонной IDDES.

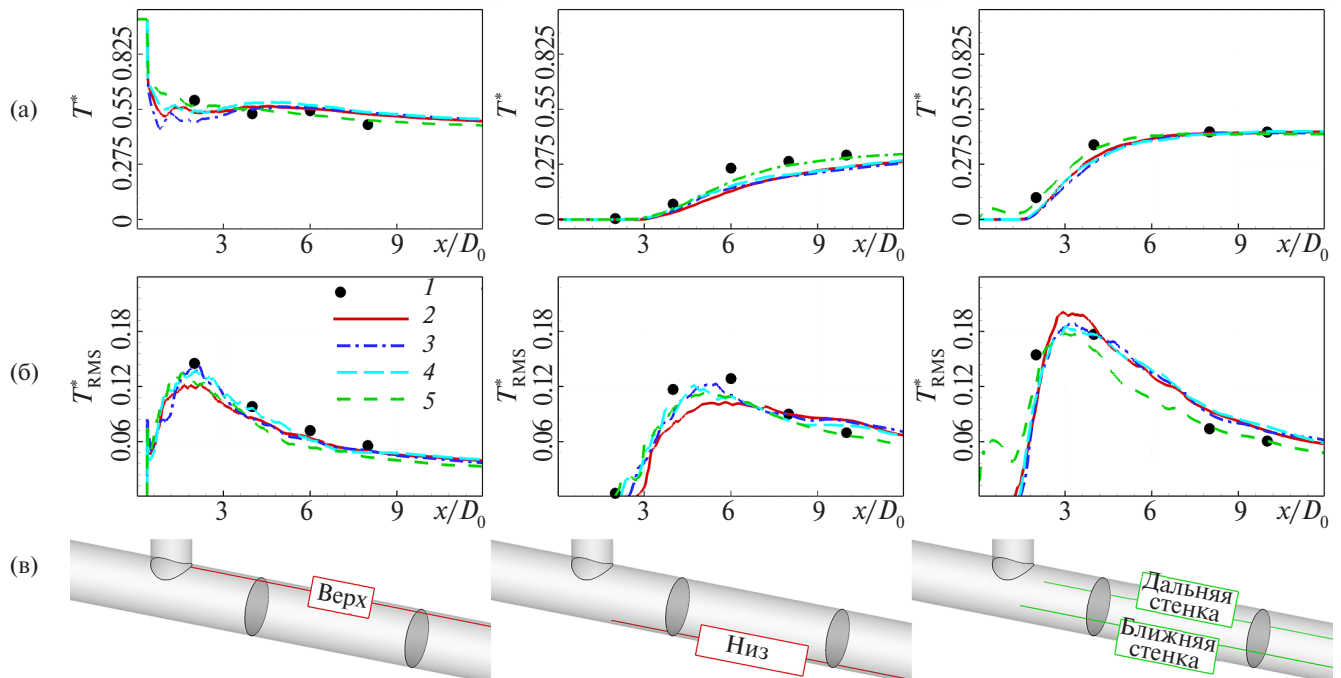


Рис. 6. Сравнение продольных распределений средней температуры (а) и ее среднеквадратичного отклонения (б) на стенке магистральной трубы (в), рассчитанных с помощью различных вихреразрешающих подходов, с экспериментальными данными: 1–5 – см. рис. 5.

на стенке, начиная с $x/D_0 = 0$, что обеспечивается благодаря присутствию разрешенной турбулентности против потока от Т-образного соединения (см. нижнюю рамку на рис. 6). Хотя экспериментальные данные по величине среднеквадратичного отклонения температуры при $x/D_0 < 1.5$ отсутствуют, ненулевой уровень T_{RMS}^* в этой области представляется физически правильным.

Подводя итог, можно заключить, что для тестового течения Vattenfall [18] все рассмотренные подходы обеспечивают приемлемую точность. Однако наилучшее согласие с экспериментальными данными достигается при использовании зонного RANS–IDDES-подхода в сочетании с генератором синтетической турбулентности STG [22]. Для того чтобы проверить, применим ли этот подход и для более сложных конфигураций, включающих, в частности, поворот магистральной трубопровода против потока от Т-образного соединения, были проведены расчеты для одной из таких конфигураций, соответствующей эксперименту [2].

2. ТЕСТИРОВАНИЕ ЗОННОГО RANS–IDDES ДЛЯ ТЕЧЕНИЯ С ПОВОРОТОМ МАГИСТРАЛЬНОЙ ТРУБЫ ВВЕРХ ПО ПОТОКУ ОТ Т-ОБРАЗНОГО СОЕДИНЕНИЯ

2.1. Постановка задачи и метод решения.

На рис. 7 представлены геометрии двух рассмотренных в эксперименте [2] конфигураций, соответствующих трубопроводам, для которых в легководном реакторе наблюдалась течь из-за термической усталости материала стенок [26]. Они включают магистральную трубу и патрубок с внутренними диаметрами D и $D/3$ соот-

ветственно. В первом случае длина магистральной трубы до Т-образного соединения составляет $2D$, а во втором магистральная труба с радиусом поворота $1.5D$ и дополнительным прямолинейным участком длиной D располагается на расстоянии $2D$ против потока от соединения. Среднерасходная скорость одинакова для обоих экспериментов, а объемная скорость поддерживается постоянной на протяжении всех экспериментов и составляет U_0 и $0.68U_0$ в магистральной трубе и патрубке соответственно. Температура воды на входе в патрубок равна T_0 , а на входе в магистральную трубу $T_0 + \Delta T$. Стенки обеих труб теплоизолированы. Соответствующее число Рейнольдса, построенное по U_0 и D , равно 390000, а число Прандтля $Pr = 3.7$.

Расчетная сетка состоит из примерно 4.4×10^6 и 6.6×10^6 шестигранных ячеек для прямой и поворотной конфигураций. Шаги сетки в продольном и азимутальном направлениях составляют 10% и 5% от толщины пограничного слоя, что соответствует рекомендациям для IDDES-расчетов [15]. Шаг по нормали к стенке изменяется от пристеночного значения, обеспечивающего выполнение условия $\Delta y_w^+ < 1$, до 5% толщины пограничного слоя в ядре течения. Шаг по времени составляет $\Delta t = 0.004D/U_0$, что обеспечивает максимальное число Куранта меньше единицы в большей части области.

Граничные условия задаются следующим образом. На стенках используются условия прилипания и непроницаемости для скорости и адiabатические условия для температуры. Граничные условия на входных границах базируются на предварительных расчетах течения в трубе до сечения, в котором толщина пограничного слоя совпадает с экспериментальной. Задаваемые на входе нестационарные профили скорости явля-

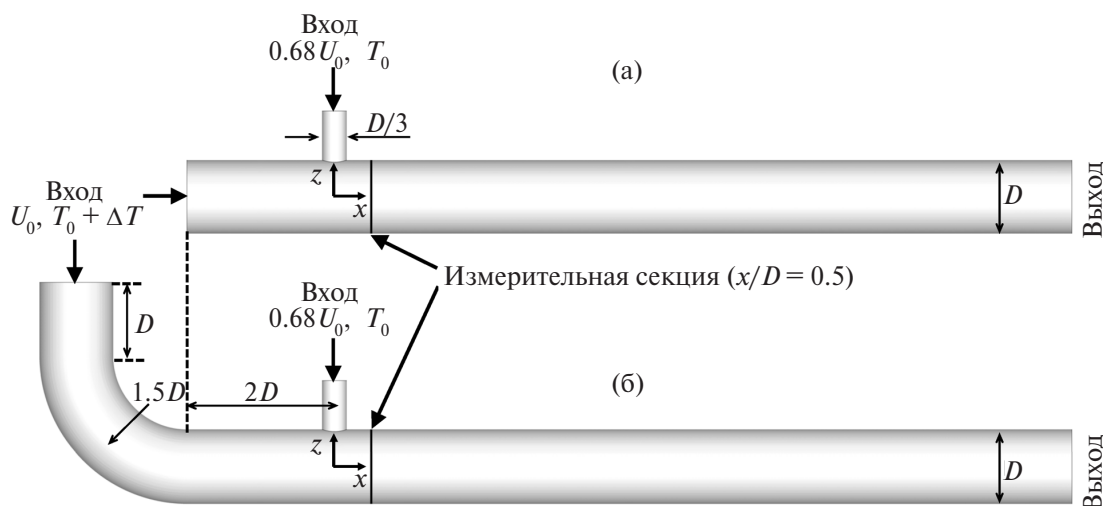


Рис. 7. Расчетная область и граничные условия для прямой (а) и поворотной (б) геометрий; начало координат находится в точке пересечения осей магистральной трубы и патрубка.

ются суммой стационарного профиля скорости и турбулентных пульсаций, рассчитанных с помощью STG [22]. Для температуры на входе задаются стационарные входные профили, извлеченные из тех же RANS-решений. Наконец, на выходе задавалось постоянное давление, а остальные величины вычислялись путем линейной экстраполяции изнутри расчетной области.

2.2. Результаты расчетов. На рис. 8 приведено сравнение расчетных и экспериментальных радиальных профилей средних скорости и температуры и их среднеквадратичных отклонений в сечении $x/D = 0.5$ (рис. 7) для прямой и поворотной конфигураций. Максимальное различие результатов расчетов и экспериментальных данных наблюдается для среднеквадратичного отклонения скорости в нижней части магистральной трубы (при $-0.5 < z/D < 0.15$), т.е. вне зоны смешения (аналогичные результаты получены с использованием LES в [4]). В то же время для обеих конфигураций как расчетные профили средней температуры, так и ее среднеквадратичного отклонения, которые являются наиболее важными величинами с точки зрения термической усталости, хорошо согласуются с соответствующими экспериментальными профилями. Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о том, что зонный RANS-IDDES-подход обеспечивает инженерную точность рас-

чета теплообмена в Т-образных соединениях как с прямой, так и с изогнутой магистральной трубой, что оправдывает его применение для параметрических исследований этого типа течений.

3. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НАПРАВЛЕНИЯ ИЗГИБА МАГИСТРАЛЬНОЙ ТРУБЫ И РАССТОЯНИЯ ОТ ИЗГИБА ДО Т-ОБРАЗНОГО СОЕДИНЕНИЯ

Для оценки этих эффектов было выбрано девять конфигураций входной части магистральной трубы, характеризующихся различными углами между коленом и патрубком в плоскости YZ ($\phi = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$) и расстояниями от колена до патрубка ($L/D = 1, 2, 4$). Конфигурация с $\phi = 0^\circ$ и $L/D = 2$ соответствует экспериментальной установке [2], представленной в предыдущем разделе. Постановки задач в этих расчетах идентичны постановке, представленной в разд. 2.1.

Анализ контуров мгновенной завихренности, наложенных на линии тока осредненного течения (рис. 9), свидетельствуют о том, что с увеличением угла – слой смешения, отрывающийся от внутренней поверхности колена, внутри магистральной трубы удаляется от патрубка и происходит заметное уменьшение размеров зоны смешения потоков за Т-образным соединени-

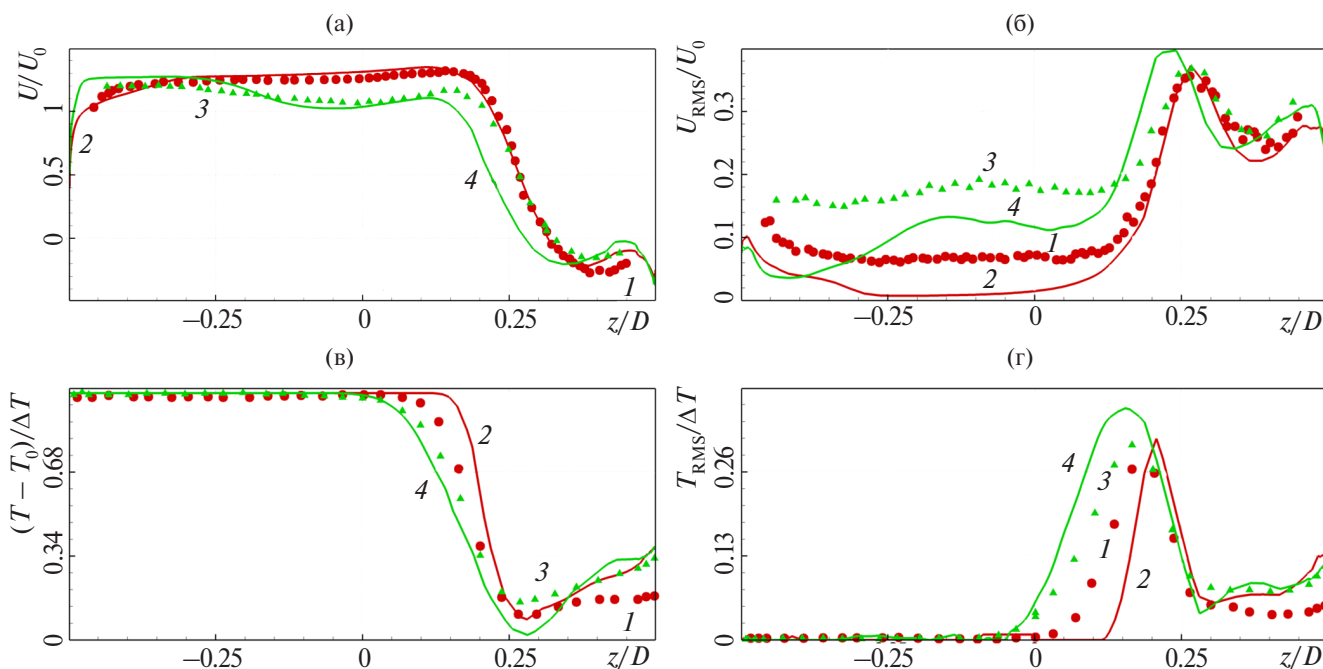


Рис. 8. Сравнение профилей средней продольной скорости (а), ее среднеквадратичного отклонения (б) и профилей средней температуры (в) и ее среднеквадратичного отклонения (г) при $x/D = 0.5$: 1 – эксперимент, прямая конфигурация; 2 – расчет по зонной IDDES, прямая; 3 – эксперимент, поворотная; 4 – расчет по зонной IDDES, поворотная.

ем. Что касается влияния параметра L/D , то его увеличение приводит к утолщению упомянутого слоя смещения и к уменьшению зоны смещения за Т-образным соединением.

Описанные выше изменения структуры течения оказывают значительное влияние на средние и мгновенные поля температуры, которое наиболее сильно проявляется в области Т-образного соединения. Как видно из продольных распределений средней температуры при $L/D = 1$ (рис. 10а), увеличение угла ϕ от 0° до 90° приводит к сильному падению температуры до уровня, соответствующего прямой магистральной трубе. При дальнейшем увеличении ϕ (от 90° до 180°) эта тенденция не меняется, но становится значительно менее выраженной (рис. 10б). Наконец, при фиксированном значении угла ϕ температура снижается с увеличением L/D и постепенно приближается к соответствующему профилю в асимптотическом случае $L/D \rightarrow \infty$ (прямая магистральная труба) — рис. 10в.

Влияние увеличения угла ϕ на среднеквадратичное отклонение температуры (рис. 10г, 10д) противоположно влиянию на температуру (среднеквадратичное отклонение увеличивается с ростом ϕ) и менее выражено. Это также верно для влияния расстояния L/D : его увеличение при-

водит к росту среднеквадратичного отклонения температуры (рис. 10е).

Представленные данные свидетельствуют о том, что конфигурации с $\phi = 180^\circ$ и малыми значениями L/D являются наиболее опасными с точки зрения термической усталости конструкции. Этот вывод наглядно иллюстрируют рис. 10ж–10и, на которых представлены азимутальные распределения максимальных средних квадратичных отклонений температуры стенки при различных значениях ϕ и L/D . Данное обстоятельство следует учитывать при проектировании трубопроводов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено сравнительное исследование возможностей различных глобальных (DDES, IDDES, SAS) и зонных (RANS–IDDES) вихреразрешающих подходов к моделированию турбулентности для предсказания средних и пульсационных характеристик теплообмена в трубопроводах с Т-образными соединениями. Результаты моделирования тестового течения Vattenfall, экспериментально изученного в [18], свидетельствуют о том, что все рассмотренные подходы обеспечивают весьма точ-

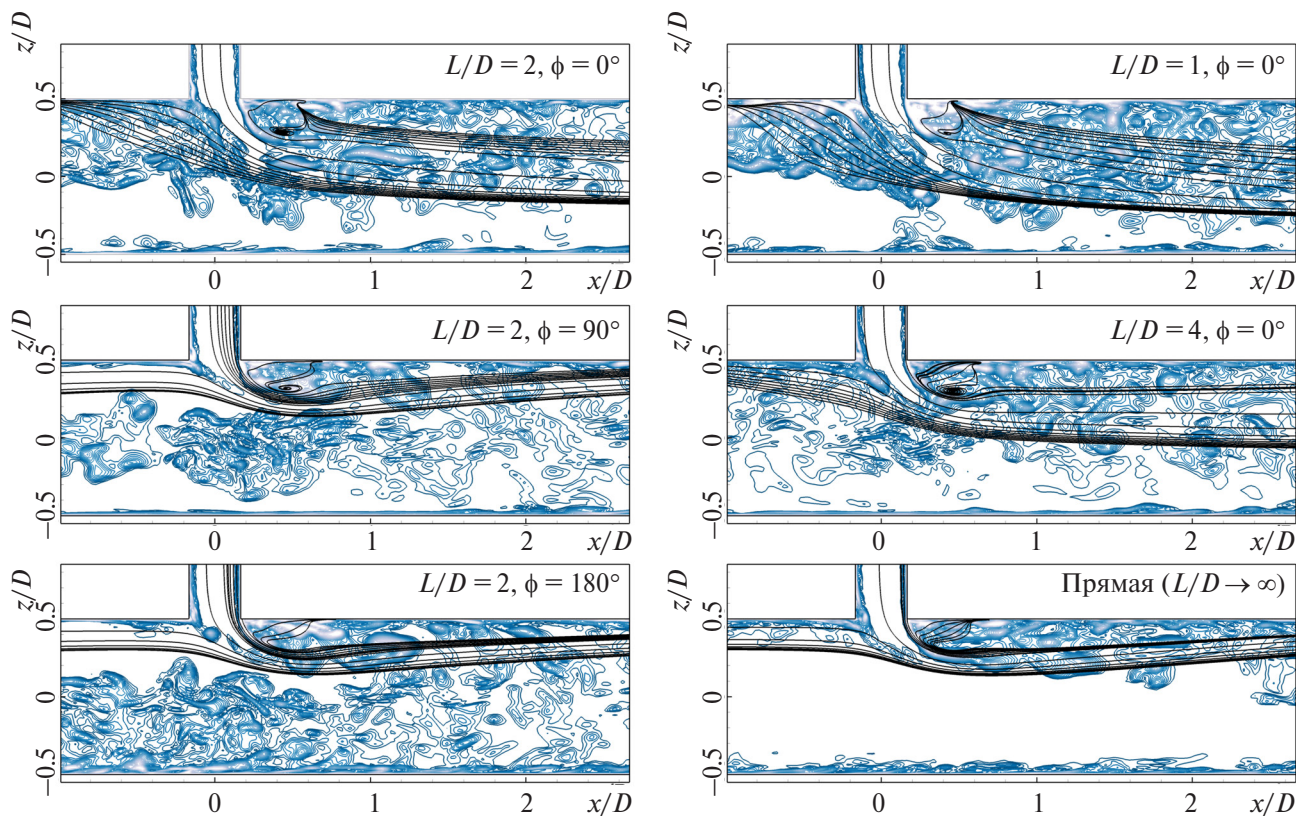


Рис. 9. Влияние угла ϕ и расстояния L/D между коленом и патрубком на контуры мгновенной завихренности и линии тока осредненного течения в плоскости $y = 0$.

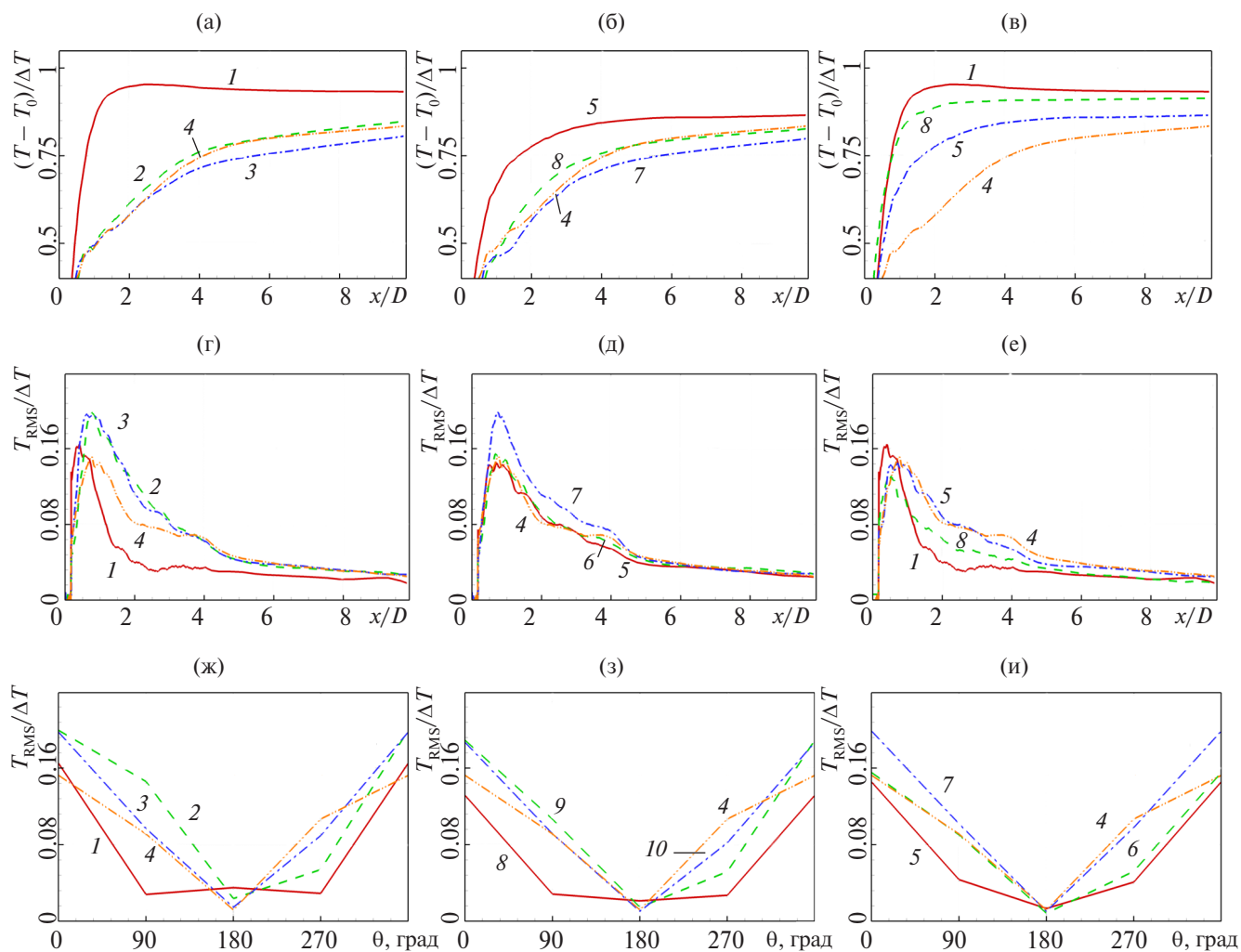


Рис. 10. Влияние параметров ϕ и L/D на распределения средней температуры (а)–(в) и ее среднеквадратичного отклонения (г)–(е) вдоль линии $z = 0.5$ в плоскости $y = 0$, а также на азимутальные распределения максимальных среднеквадратичных отклонений температуры (ж)–(и): 1 – $L/D = 1$, $\phi = 0^\circ$; 2 – 1, 90° ; 3 – 1, 180° ; 4 – прямая конфигурация; 5 – 4, 0° ; 6 – 4, 90° ; 7 – 4, 180° ; 8 – 2, 0° ; 9 – 2, 90° ; 10 – 2, 180° .

ное предсказание мгновенных и средних полей скорости и температуры за Т-образным соединением. Однако по точности предсказания среднеквадратичного отклонения температуры глобальные подходы несколько уступают зонному RANS–IDDES-подходу, обеспечивающему значительно лучшее согласие с экспериментальными данными. Этот метод также оказывается вполне применимым для расчета более сложных конфигураций, в том числе конфигураций с поворотами магистральной трубы, расположенными выше по потоку от Т-образного соединения. С использованием зонного RANS–IDDES проведено параметрическое исследование таких конфигураций. Результаты расчетов свидетельствуют о том, что азимутальный угол между патрубком и коленом магистральной трубы, расположенным

выше Т-образного соединения, сильно влияет на флуктуации температуры на стенке магистральной трубы. В частности, если патрубок и колено магистральной трубы направлены в противоположные стороны, максимум среднеквадратичного отклонения температуры на стенке магистральной трубы примерно на 40% превышает эту величину для геометрии с сонаправленными патрубком и коленом, что свидетельствует о большей опасности таких конфигураций с точки зрения термической усталости. Расстояние между коленом и патрубком оказывает относительно слабое (менее 25%) влияние на пульсации температуры на стенке, но заметно влияет на тепловое перемешивание потоков за стыком: его эффективность возрастает с увеличением расстояния между коленом и патрубком.

Расчеты проведены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра СПбПУ «Политехнический» при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Научного центра мирового уровня по направлению «Передовые цифровые технологии» СПбПУ (соглашение № 075-15-2022-311 от 20.04.2022 г.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Boley B.A., Weiner J.W. Theory of Thermal Stresses. N.Y.: John Wiley, 1960. 586 p.
2. Kimura N., Ogawa H., Kamide H. Experimental Study on Fluid Mixing Phenomena in T-pipe Junction with Upstream Elbow // Nucl. Eng. Des. 2010. V. 240. P. 3055.
3. Tunstall R., Laurence D., Prosser R., Skillen A. Large Eddy Simulation of a T-Junction with Upstream Elbow: The Role of Dean Vortices in Thermal Fatigue // Appl. Therm. Eng. 2016. V. 107. P. 672.
4. Lu T., Attinger D., Liu S.M. Large-eddy Simulations of Velocity and Temperature Fluctuations in Hot and Cold Fluids Mixing in a Tee Junction with an Upstream Straight or Elbow Main Pipe // Nucl. Eng. Des. 2013. V. 263. P. 32.
5. Харламов С.Н., Фатьянов Д.С. Моделирование пространственных течений вязких сред в системе каналов с участками соединений сложной формы // Изв. Томск. политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов. 2021. Т. 332. № 5. С. 70.
6. Курносов М.М. Разработка расчетной модели для определения локальных параметров теплоносителя в тройниковых соединениях трубопроводов реакторных установок ВВЭР. Дис. ... канд. техн. наук. Подольск: ОАО ОКБ «Гидропресс», 2014. 162 с.
7. Тупоносов Ф.В., Артемов В.И., Яньков Г.Г. и др. Моделирование процессов смешения однофазных сред в тройниковых соединениях // Теплоэнергетика. 2023. № 9. С. 45.
8. Braillard O., Jarny Y., Balmigere G. Thermal Load Determination in the Mixing Tee Impacted by a Turbulent Flow Generated by Two Fluids at Large Gap of Temperature // Proc. 13th Int. Conf. on Nuclear Engineering (ICONE13-50361). Beijing. China. 16–20 May. 2005.
9. Frank T., Lifante C., Prasser H.-M., Menter F. Simulation of Turbulent and Thermal Mixing in T-junctions Using URANS and Scale-resolving Turbulence Models in ANSYS CFX // Nucl. Eng. Des. 2010. V. 240. P. 2313.
10. Hu L.-W., Kazimi M.S. Large Eddy Simulation of Water Coolant Thermal Striping in a Mixing Tee Junction // Proc. 10th Int. Topical Meeting in Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-10). Seoul. Korea. 5–9 Oct. 2003. 10 p.
11. Igarashi M., Tanaka M., Kimura N., Kamide H. Study on Fluid Mixing Phenomena for Evaluation of Thermal Striping in a Mixing Tee // Proc. 10th Int. Topical Meeting in Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-10). Seoul. Korea. 5–9 Oct. 2003. 12 p.
12. Ohtsuka M., Kawamura T., Fukuda T., Moriya S., Shiina K., Kurosaki M., Minami Y., Madarame H. LES Analysis of Fluid Temperature Fluctuations in a Mixing Tee Pipe with the Same Diameters // Proc. 11th Int. Conf. on Nuclear Engineering (ICONE 11-36064). Tokyo. Japan. 20–23 Apr. 2003.
13. Spalart P.R., Jou W.H., Strelets M., Allmaras S.R. Comments on the Feasibility of LES for Wings, and on a Hybrid RANS/LES Approach // Proc. 1st AFOSR Int. Conf. on DND/LES. 1997. 11 p.
14. Spalart P.R., Deck S., Shur M.L., Squires K.D., Strelets M.K., Travin A. A New Version of Detached-eddy Simulation, Resistant to Ambiguous Grid Densities // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2006. V. 20. P. 181.
15. Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.Kh., Travin A.K. A Hybrid RANS-LES Approach with Delayed-DES and Wall-modeled LES Capabilities // Int. J. Heat Fluid Flow. 2008. V. 29. P. 1638.
16. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Schütze J., Menter F.R. Development of DDES and IDDES Formulations for the $k-\omega$ Shear Stress Transport Model // Flow Turbul. Combust. 2012. V. 88. P. 431.
17. Menter F.R., Egorov Y. The Scale-adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 1: Theory and Model Description // Flow Turbul. Combust. 2010. V. 85. P. 113.
18. Odemark Y., Green T.M., Angele K., Westin J., Alavayoon F., Lundström S. High-cycle Thermal Fatigue in Mixing Tees: New Large-eddy Simulations Validated Against New Data Obtained by PIV in the Vattenfall Experiment // Proc. 17th Int. Conf. on Nuclear Engineering. Brussels. Belgium. 12–16 July. 2009.
19. Mahaffy J. Synthesis of Results for the T-Junction Benchmark // Proc. CFD4NRS-3 Conf. on Experimental Validation of CFD and CMFD Codes to Nuclear Reactor Safety Issues. Washington. DC. USA. 14–16 Sept. 2010.
20. OECD/NEA T-Junction Benchmark Specifications // OECD/NEA & Vattenfall. 2009.
21. Smith B.L., Mahaffy J.H., Angele K., Westin J. Report of the OECD/NEA-Vattenfall T-Junction Benchmark Exercise. Report No. NEA/CSNI/R(2011)-5. 2011. 92 p.
22. Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M. Kh., Travin A.K. Synthetic Turbulence Generator for RANS-LES Interfaces in Zonal Simulations of Aerodynamic and Aeroacoustic Problems // Flow Turbul. Combust. 2014. V. 93(1). P. 63.
23. ANSYS Fluent Manual: Release 16.0. ANSYS Inc. Canonsburg. 2016.
24. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Experience with the SST Turbulence Model // Proc. 4th Int. Symp. on Turbulence, Heat and Mass Transfer. 2003. P. 625.
25. Rhie C.M., Chow W.L. Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation // AIAA J. 1983. V. 21. P. 1525.
26. Faidy C. Thermal Fatigue in Mixing Tees: Status and Justification of French Assessment Method // 12th Int. Conf. on Nuclear Engineering. 25–29 Apr. 2004. 8 p.

УДК 621.452.22

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ ПРИРОДНОГО ГАЗА В ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ СВЧ-РАЗРЯДОМ

© 2024 г. Д. Н. Кузьмичев¹, В. Ю. Александров¹, А. В. Рудинский^{1,2,*},
К. Ю. Арефьев^{1,2}, А. В. Кравченко¹, Е. В. Джамай¹

¹ ФАУ «Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова», Москва, Россия

² ФГБОУВО «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана», Москва, Россия

*E-mail: avrudinskiy@ciam.ru

Поступила в редакцию 15.02.2023 г.

После доработки 20.03.2024 г.

Принята к публикации 23.04.2024 г.

В работе представлены результаты экспериментальной апробации системы воспламенения природного газа в воздушном потоке посредством СВЧ-разряда. Данные получены применительно к модельному генератору высокоэнтальпийного воздушного потока. Установлены диапазоны давлений для устойчивого воспламенения смеси воздух + природный газ при соотношении компонентов топлива, близком к стехиометрическому. Полученные данные могут быть использованы при анализе характеристик систем воспламенения для генератора высокоэнтальпийного воздушного потока и энергосиловых установок.

DOI: 10.31857/S0040364424030102

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время актуальной является разработка широкодиапазонных генераторов высокоэнтальпийного воздушного потока (ГВВП) для технологических [1], энергетических [2, 3] и силовых [4, 5] установок. Практический интерес вызывают ГВВП стендовых систем для огневого подогрева воздушного потока с компенсацией кислородного баланса [6]. При этом также актуальным становится применение в качестве горючего для ГВВП природного газа (ПГ). Использование ПГ обусловлено относительно высокой теплотворной способностью (около 50 МДж/кг), экологичностью, низкой стоимостью и удовлетворительными эксплуатационными свойствами. Кроме того, для стендовых ГВВП при отсутствии жестких требований к массово-габаритным характеристикам использование ПГ является предпочтительным в связи с минимальным изменением термодинамических свойств и химического состава генерируемого воздушного потока [7].

В полной степени не решена техническая задача обеспечения стабильного и надежного многократного инициирования горения ПГ в воздушных средах при давлениях до 20 бар. Причинами этого являются узкий концентрационный диапа-

зон воспламенения ПГ, а также низкая скорость протекания химических реакций образования продуктов сгорания воздуха и ПГ. При стандартных условиях объемные концентрационные пределы распространения пламени для метана, входящего в состав ПГ, в воздушной среде составляют от 4.4% до 17%, что соответствует коэффициенту избытка окислителя от 2.27 до 0.51 соответственно. При этом температура стабильного самовоспламенения стехиометрической смеси составляет более 800 К, а период задержки воспламенения находится в диапазоне от 10^{-3} до 10^{-2} с [8, 9], что выше, чем для других применяемых газозобразных углеводородных горючих.

Известны системы воспламенения, основанные на различных физических принципах: электроискровые [10, 11], плазменные с электродуговым разрядом [12, 13], газодинамические [14–16], лазерные [17, 18], пиротехнические и химические, с самовоспламеняющимися компонентами [19]. Использование для воспламенения широко распространенных электроискровых свечей требует решения целого ряда задач. Большинство существующих и серийно изготавливаемых электроискровых свечей имеют ограничения по давлению воспламеняемой среды, что является следствием увеличения необходи-

мого напряжения на электродах в соответствии с законом Ф. Пашена [20]. Поэтому при давлениях выше ~ 10 бар существенно снижается надежность и повторяемость воспламенения ПГ в воздушном потоке посредством электроискрового разряда. Кроме того, как показала практика, работоспособность таких свечей в рассматриваемых условиях ухудшается при накоплении на электродах сажи. Это приводит к снижению ресурса работы свечи и необходимости сокращения периода между техническими обслуживаниями систем воспламенения.

Плазменные системы воспламенения основаны на локальном электродуговом разогреве до высоких температур инертного или активного вспомогательного газа, который затем инжектируется в основной поток, где он обеспечивает воспламенение компонентов топлива [12, 13]. Плазменный нагрев газа сопровождается значительными энергозатратами и требует наличия специальных устройств для создания электрической дуги. Так же как и для электроискровых устройств, с повышением давления газа выше 10 бар использование плазменных систем воспламенения становится весьма проблематичным. Плазменные системы воспламенения требуют достаточно частой замены электродов вследствие их эрозии. Вышеперечисленные причины ограничивают применение существующих конструкций плазменных систем воспламенения для ГВВП многократного срабатывания.

Газодинамические системы воспламенения основаны на использовании части кинетической энергии струи, подаваемой для нагрева газа в застойной области резонатора гартмановского типа [14]. Такие системы достаточно хорошо себя зарекомендовали для воспламенения водорода в паре с кислородом или воздухом, смесей на основе оксида азота, а также метана с кислородом [15, 21, 22]. Однако организовать стабильное воспламенение ПГ с воздухом оказывается достаточно сложно вследствие низкой скорости распространения фронта пламени в такой смеси [23]. Отметим также, что высокие тепловые и вибрационные нагрузки, воздействующие на резонатор, в некоторых случаях могут приводить к его разрушению [24].

Одним из перспективных направлений является реализация системы лазерного воспламенения топливных смесей. Анализ показал эффективность применения лазерного воспламенения для аэрокосмической техники [17]. Однако на данный момент такие системы требуют тонкой настройки работы лазера, оптико-электронных и оптических интерфейсов [17, 18]. Также лазерные системы чувствительны к условиям эксплуатации, в том числе к внешней температуре, дав-

лению, вибрациям, химической чистоте и соотношению содержаний компонентов топлива. В связи с этим на данный момент использование существующих лазерных систем многократного воспламенения для стендовых ГВВП представляется нецелесообразным.

В дополнение отметим, что использование пиротехнических систем не обеспечивает надлежащей многократности инициирования горения, а в химических системах воспламенения обычно используются токсичные компоненты топлива. В силу этого пиротехнические и химические системы воспламенения не находят широкого применения для технологических и стендовых ГВВП, а их использование ограничено специальными задачами.

Для применения в стендовых ГВВП могут быть рассмотрены системы воспламенения на основе СВЧ-разряда [25–27]. В случае надлежащего исполнения такие системы лишены большинства перечисленных недостатков, однако их внедрение требует достаточно подробного исследования и подтверждения работоспособности во всем диапазоне возможных режимов эксплуатации. В связи с этим целью настоящей работы является экспериментальное исследование системы воспламенения на основе СВЧ-разряда для инициирования горения ПГ в воздушно-кислородной смеси при условиях, характерных для эксплуатации стендовых ГВВП.

ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ И КОНСТРУКЦИЯ СВЧ-ВОСПЛАМЕНИТЕЛЯ

Устройство воспламенения с инициированием зажигания на основе СВЧ-разряда показано на рис. 1 (далее СВЧ-воспламенитель).

СВЧ-воспламенитель, схема которого изображена на рис. 2, содержит соосные внешний 3 и внутренний 4 электроды. Между электродами образуется канал 5 для транспортировки СВЧ-излучения от антенны 2 магнетрона 1 в направлении зоны воспламенения топливной смеси. В канале размещается диэлектрическая вставка 7, выполненная в форме шайбы, которая изготовлена из материала с малыми потерями на рабочей частоте генератора. Электроды СВЧ-воспламенителя выведены в камеру сгорания 8 диаметром $d_{\text{фк}}$, в которую тангенциально через камеру смещения 6 подаются окислитель (воздух) и горючее (газообразный ПГ) [28]. Камера сгорания СВЧ-воспламенителя сообщается с камерой сгорания энергосиловой установки через участок 9 с выходным отверстием диаметром $d_{\text{вых}}$ и переходит в цилиндрический канал постоянного сечения.

При включении источника СВЧ-излучения по каналу, образованному внешним и внутренним

электродами, распространяется волна электромагнитного излучения в направлении от источника к зоне воспламенения. Если мощность источника достаточна для электрического пробоя между внешним и внутренним электродами свечи, то в ее межэлектродном зазоре создается плазма, которая нагревается в результате поглощения излучения и инжектируется в камеру сгорания СВЧ-воспламенителя, куда подаются окислитель и горючее. Высокотемпературная плазма с ионизированными молекулами газа служит инициатором воспламенения. Кроме того, создаваемая плазма является источником ультрафиолетового излучения, которое может способствовать распространению фронта пламени в результате фотодиссоциации молекул реакционной смеси [29].

Преимуществами рассматриваемого СВЧ-воспламенителя являются большая длительность импульса (более 8 мс), высокий КПД преобразования энергопотребления в мощность СВЧ-разряда (около 60%), высокий ресурс работы на максимальной мощности (более нескольких часов), возможность управления работой магнетрона и соответствующей регулировки энерговклада. Относительно невысокое рабочее напряжение магнетрона (4 кВ) существенно снижает риск возникновения электрических высоковольтных пробоев и практически не создает дополнительных трудностей в обеспечении электромагнитной совместимости различных стендовых систем.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРЕНИЯ ПРИРОДНОГО ГАЗА ПРИ ВЫСОКОЙ СТЕПЕНИ ЗАКРУТКИ

Математическое моделирование рабочего процесса СВЧ-воспламенителя в вихревой камере сгорания (КС) производилось с целью пояснения и визуализации внутренней структуры течения, скрытой от наблюдения в ходе проведения эксперимента. Также моделирование выполняется для определения моделей, описывающих турбулентность и горение, при использова-

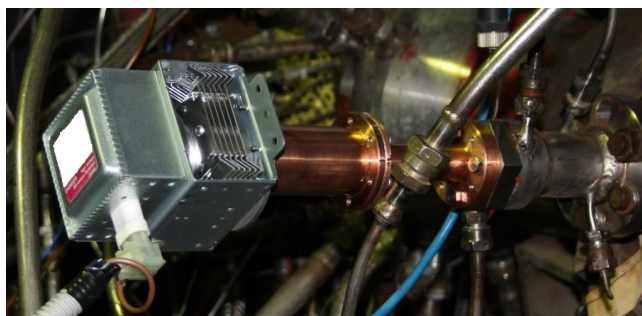


Рис. 1. Фотография СВЧ-воспламенителя с магнетроном.

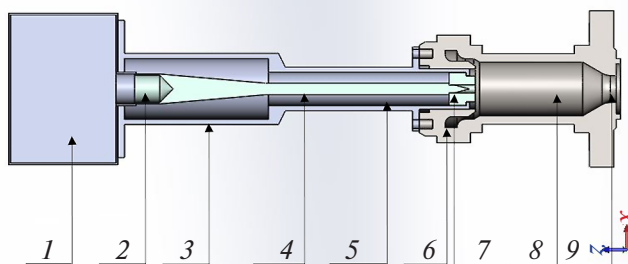


Рис. 2. Схема СВЧ-воспламенителя: 1 – магнетрон, 2 – антенна магнетрона, 3 – внешний электрод, 4 – внутренний электрод, 5 – канал для транспортировки СВЧ-излучения, 6 – камера смешения окислителя и горючего, 7 – диэлектрическая вставка, 8 – камера сгорания СВЧ-воспламенителя, 9 – канал для транспортировки горячих продуктов сгорания.

нии которых результаты расчетного исследования совпадают с результатами испытаний.

Рассмотрим далее основной объект моделирования – вихревую КС, длиной a и диаметром выхода b . Компоненты топлива (газообразный ПГ и воздух) поступают через две трубки с внутренними диаметрами d_t в камеру смешения. Трубки подвода компонентов располагаются тангенциально на расстоянии c . В полости подводов установлены жиклеры (рис. 3).

Расчет течения в вихревой камере сгорания СВЧ-воспламенителя проводился с помо-

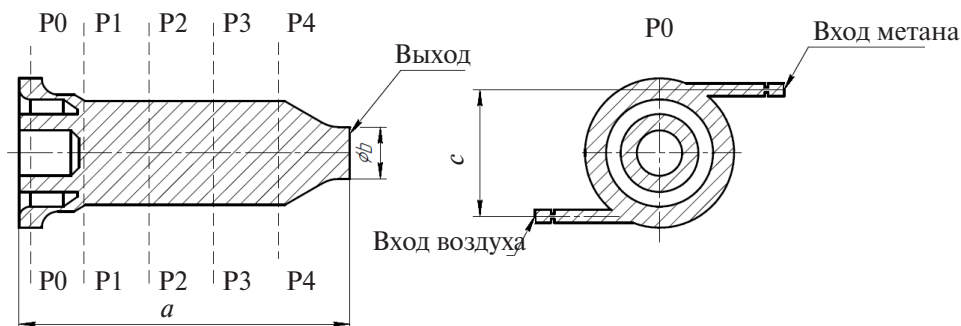


Рис. 3. Расчетная схема модельной вихревой камеры сгорания.

стью готовых коммерческих программных продуктов в две стадии: «холодный» расчет (без горения ПГ) и «горячий» расчет (с горением ПГ). «Холодный» расчет проводился для определения степени закрутки потока в характерных сечениях (рис. 3) и статического давления в характерном сечении замера вихревой камеры сгорания (сечение РЗ на рис. 3), а также для оценки гидравлических потерь и импульса, создаваемого «холодным» потоком при заданных массовых расходах компонентов топлива. Граничные условия в виде массовых расходов ПГ и воздуха задавались в соответствии с результатами экспериментов. Конечно-объемная модель вихревой камеры сгорания представлена на рис. 4. Она включала в себя 392508 элементов, тип элементов – додекаэдр.

Моделирование «холодного» течения с высокой начальной закруткой основывалось на решении системы уравнений сохранения массы, импульса и энергии, которые дополнялись уравнением состояния идеального газа и полной моделью турбулентности напряжений Рейнольдса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} &= 0, \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left(-p \delta_{ij} + \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial k}{\partial x_n} \delta_{ij} \right] \right) + \\ &+ \rho \sum_{n=1}^N (Y_n f_n)_i, \\ \rho \frac{\partial e_t}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial e_t}{\partial x_i} &= \\ &= - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \left(-p \delta_{ij} + \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial k}{\partial x_n} \delta_{ij} \right] u_i \right)}{\partial x_j} + \\ &+ \rho \sum_{n=1}^N Y_n f_{n,i} u_{i,n}, \\ \rho \frac{\partial Y_n}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial Y_n}{\partial x_i} &= - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D_n \frac{\partial Y_n}{\partial x_i} \right) + \dot{m}_n. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь i, j – индексы, принимающие последовательно значения координат; n – индекс, принимающий значение компонента смеси от 1 до N ; ρ – плотность; p – давление; u – скорость; t – время; δ_{ij} – символ Кронекера ($i=j \rightarrow \delta_{ij}=1$, $i \neq j \rightarrow \delta_{ij}=0$); Y – массовая доля компонента смеси; μ – коэффициент динамической вязкости;

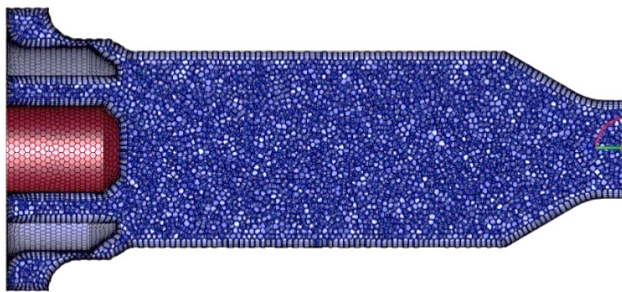
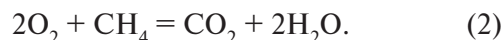


Рис. 4. Конечно-объемная модель вихревой КС.

$f_{n,i}$ – внешняя сила, действующая на единицу массы n -го компонента в направлении i ; e_t – полная энергия; $\dot{m}_n$ – скорость изменения массы n -го компонента в результате химических реакций; D – коэффициент диффузии; q – плотность теплового потока.

Система уравнений (1) дополнялась уравнением горения ПГ в кислороде воздушного потока. Горение моделировалось одной брутто-реакции



Скорость реакции определяется моделью, основанной на концепции рассеивания вихрей [30]. Скорость появления i -го вещества

$$R_i = \frac{\rho (\xi^*)^2}{\tau^* [1 - (\xi^*)^3]} (Y_i^* - Y_i),$$

где $\xi^* = C_\xi \left(\frac{\nu \epsilon}{k^2} \right)^{0.25}$ – длина тонких струй;

$\tau^* = C_\tau \left(\frac{\nu}{\epsilon} \right)^{0.5}$ – время реакции в тонких струях;

я; $C_\xi = 2.1377$ – константа объемной фракции; $C_\tau = 0.4082$ – константа масштаба времени; k – кинетическая энергия турбулентности; ϵ – скорость диссипации турбулентной энергии; ν – кинетическая вязкость; Y_i – массовая доля компонента i в ячейке; Y_i^* – массовая доля компонента i в тонких струях, рассчитанная как результат реакции, произошедшей за время τ^* в химическом реакторе с постоянным давлением, константа скорости которой определяется уравнением

$$k_r = A e^{\frac{-E_{\text{акт}}}{RT}},$$

где $A = 2.119 \times 10^{11}$ – предэкспоненциальный множитель, $E_{\text{акт}} = 2.027 \times 10^8$ – энергия активации реакции (2), Дж/моль.

Граничные условия (ГУ) применительно к геометрии вихревой КС представлены на рис. 3. На входе в трубку подачи горючего задавался массовый расход – 0.0009 кг/с, температура –

300 К. На входе в трубку подачи воздуха аналогично задавался массовый расход — 0.0160 кг/с и температура — 300 К. На выходе давление принималось равным 1 бар. Стенки камеры адиабатические.

Как было показано в работах [31, 32], начальная закрутка потоков окислителя и горючего оказывает влияние на размеры, форму и устойчивость пламени. Интенсивность закрутки потока определяется выражением [33]

$$S = \frac{G_\theta}{0.5dG_x},$$

где G_θ — поток момента импульса в осевом направлении, G_x — поток импульса в осевом направлении, d — диаметр канала в выбранном сечении, которые определялись без учета турбулентных напряжений и вклада давления при высоких степенях закрутки с помощью зависимостей

$$G_\theta = \frac{\pi}{2} \rho u_{m0} w_{m0} (0.5d)^3, \quad (3)$$

$$G_x = \frac{\pi}{2} \rho u_{m0}^2 (0.5d)^2 [1 - (0.5G)^2], \quad (4)$$

где G — отношение скоростей

$$G = \frac{w_{m0}}{u_{m0}}.$$

Здесь w_{m0} , u_{m0} — максимальные окружная и осевая скорости в выходном сечении сопла соответственно.

С учетом выражений (3) и (4) уравнение для параметра закрутки принимает следующий вид:

$$S = \frac{0.5G}{1 - 0.5G}.$$

На рис. 5 представлены результаты «холодного» расчета, выполненного при заданных ГУ. Полная температура потока не превышала 300 К при отсутствии химических реакций. Из распределения числа Маха видно, что скорость в минимальном сечении дозвуковая и соответствует числу Маха $M \approx 0.3$ – 0.4 , а у стенки достигает $M \approx 0.5$ – 0.6 (рис. 6а) за счет закрутки (окружной составляющей скорости). Среднее значение статического давления перед входом в сужающуюся часть (в сечении Р4) составило ~ 2.3 бар (рис. 6б) при отсутствии горения.

На рис. 6 представлены результаты расчета с горением ПГ в воздушном потоке. Средние температуры на стенках камеры сгорания и сопла составили 338 и 450 К соответственно при температуре в ядре потока ≈ 2140 К (рис. 6а). При локальном коэффициенте избытка окислителя $\alpha \approx 1$ температура продуктов сгорания, определенная в результате термодинамического расчета в Терра [34], составила 2371 К. После смешения

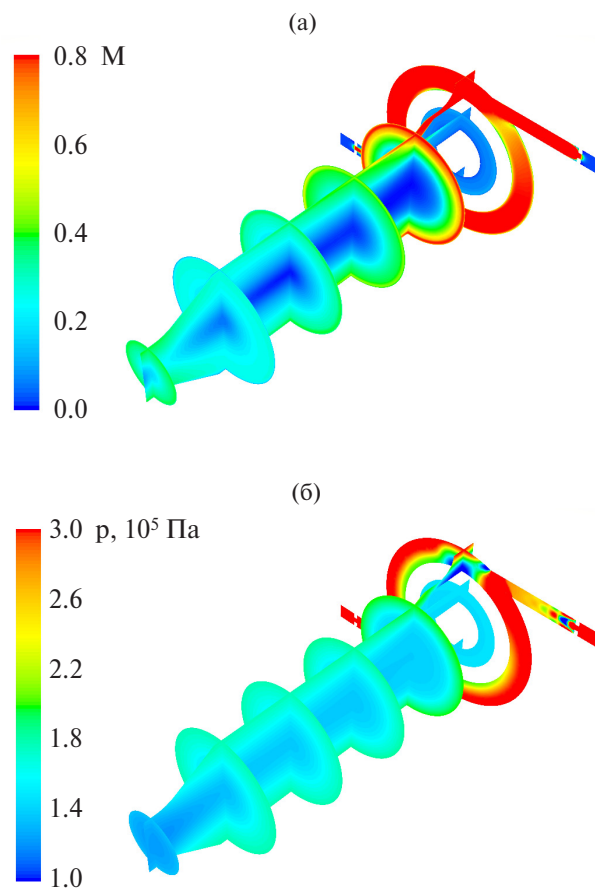


Рис. 5. Результаты расчета без горения ПГ: (а) — распределение чисел Маха, (б) — распределение статического давления.

компонентов топлива происходит горение с повышением температуры продуктов сгорания в ядре потока. В ядре потока реализуется избыток ПГ ($\alpha \approx 0.8$), обеспечивающий воспламенение и последующее стабильное горение. Параметры закрутки потока в конце камеры сгорания (сечение Р4) имели значения $G_4 = 1$ и $S_4 = 1$, при этом скорость в конце канала оставалась дозвуковой (рис. 6а). Статическое давление в КС в сечении Р4 составило ≈ 4.3 бар при горении.

Расчетные исследования позволили выбрать конфигурацию системы подвода компонентов, обеспечивающую закрутку потоков воздуха и ПГ по всей длине вихревой камеры. За счет такой закрутки потоков удалось добиться эффекта низкотемпературного пристеночного слоя у стенок канала вихревой КС. Полученный эффект достигается за счет интенсивной закрутки потока воздуха у стенок канала в сечении Р1, процесс горения у стенок КС при этом не реализуется (рис. 6б). Предпламенный процесс осуществляется в сечении Р1. Из-за высокого градиента давления вдоль

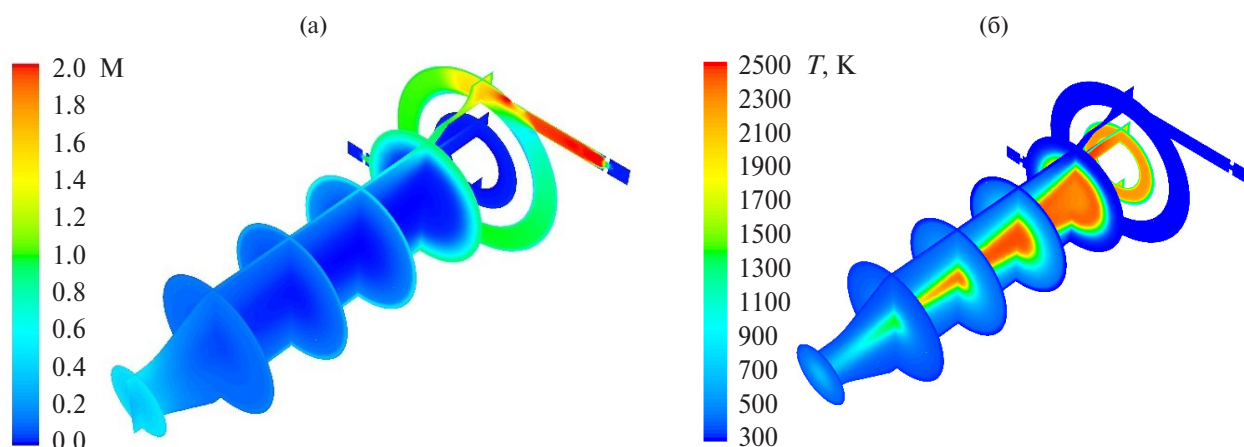


Рис. 6. Результаты расчета с горением воздух + ПГ: (а) – распределение чисел Маха, (б) – распределение статической температуры.

радиуса, реализуемого при интенсивной закрутке потока воздуха и топливоздушной смеси, массообменный процесс между приосевой зоной реакций и пристеночной «холодной» зоной на длине от сечения Р0 до сечения Р3 практически отсутствует. Это обеспечивает интенсивное охлаждение стенок цилиндрического канала при локализации предпламенного процесса горения в приосевой зоне (рис. 6б). После истечения топливоздушной смеси и продуктов неполного сгорания в сечении Р3 закрутка потока резко снижается (относительно сечений Р1 и Р2). При этом реализуется турбулентный массообмен между приосевым слоем предпламенного процесса и периферийным слоем топливоздушной смеси с интенсивным догоранием последней в сече-

нии Р4 (рис. 7). При этом интенсификация смешения при меньшей степени закрутки объясняется снижением плотностной сепарации газа, которая пропорциональна центробежным силам и квадрату окружной скорости.

Таким образом, расчеты позволили подтвердить выбранную конфигурацию систем подачи воздуха и ПГ в вихревую камеру, которые обеспечивают низкотемпературный пристеночный слой. Это дало возможность отказаться от организации системы водяного охлаждения вихревой камеры сгорания и упростило конструкцию объекта исследования. При этом в ядре потока соотношение компонентов и уровень температур соответствует условиям воспламенения и стабильного горения.

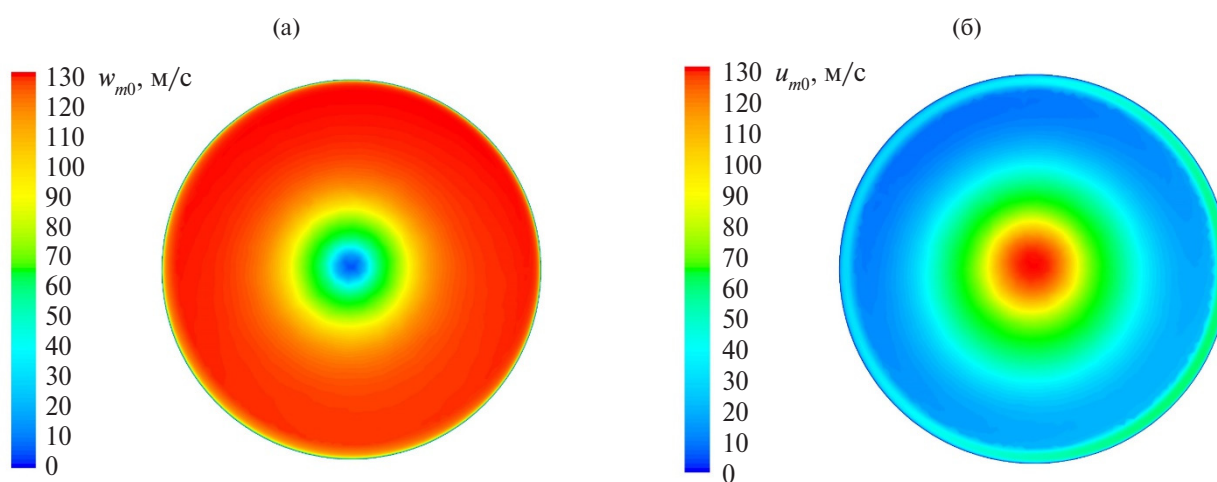


Рис. 7. Распределения скоростей потока в сечении Р4 вихревой КС: (а) – окружная скорость w_{m0} , (б) – осевая скорость u_{m0} .

РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ СВЧ-ВОСПЛАМЕНИТЕЛЯ С ВИХРЕВОЙ КС

Задачей автономной отработки СВЧ-воспламенителя являлись подтверждение возникновения устойчивого плазменного «факела» и оценка его характеристик. В работе использована СВЧ-свеча с рабочей частотой магнетрона 2.45 ГГц. Под СВЧ-свечой понимается конструкция (рис. 2), состоящая из: магнетрона 1, антенны магнетрона 2, внешнего электрода 3, внутреннего электрода 4, канала для транспортировки СВЧ-излучения 5. Поскольку время релаксации плазмы от каждого электромагнитного воздействия превышает период времени наступления следующего импульса на несколько порядков, происходит накопление плазменного облака, которое вытесняется из разрядного промежутка в окружающее пространство в виде факела. Время существования факела определяется длительностью импульса. Видимый факел плазмы имеет протяженность около 60 мм и диаметр ~25 мм (рис. 8). Регистрация формирования разряда и распространения плазмы осуществлялась высокоскоростной видеосъемкой с помощью видеокамеры Evercam с объективом F50 Fastcam и объективом F35 (светосила обоих объективов – 1.2), разрешение – 320×256 , экспозиция – $1/10000$, 2000 кадр/с.

Длительность существования плазмы определяется длительностью импульса модуляции, которую можно изменять в пределах от 8 до 200 мс. Энерговклад при этом зависит от длительности импульса. При автономных испытаниях была выбрана длительность рабочего импульса 70 мс, длительность периода – 350 мс. Потребляемая мощность от сети составляет 200 Вт, напряжение питания СВЧ-свечи – 4 кВ. При подаче переменного напряжения от сети 220 В на агрегат зажигания через 4–5 с на головной части СВЧ-свечи

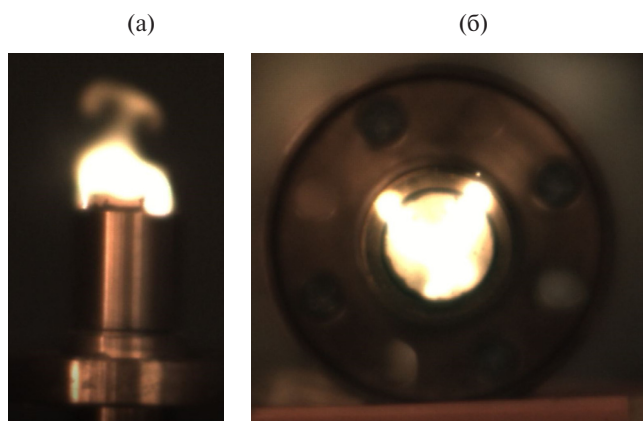


Рис. 8. Фотографии плазменного факела СВЧ-воспламенителя: (а) – вид сбоку, (б) – вид сверху.

появляются факелы плазмы (рис. 9а). Предварительно при отработке работоспособности СВЧ-свечи в составе с воспламенителем проводились автономные испытания воспламенителя. Последовательность запуска воспламенителя следующая: 1) в камеру сгорания СВЧ-воспламенителя тангенциально подаются раздельно воздух и ПГ в соотношении, близком к стехиометрическому; 2) через секунду включается СВЧ-свеча; 3) воспламенитель запускается и работает в заданном режиме; 4) выключается СВЧ-свеча; 5) прекращается подача воздуха и ПГ в камеру сгорания СВЧ-воспламенителя. При визуальном контроле при первом включении СВЧ-свечи наблюдался факел светящихся продуктов сгорания, истекающих из канала воспламенителя. При выключении свечи факел воспламенителя продолжал гореть в устойчивом режиме (рис. 9б). Включение СВЧ-свечи при работающем воспламенителе заметно увеличивало светимость факела (рис. 9в). Это обусловлено дополнительным энергоподводом и смещением граничных пределов горения топливовоздушной смеси, неоднородной по про-

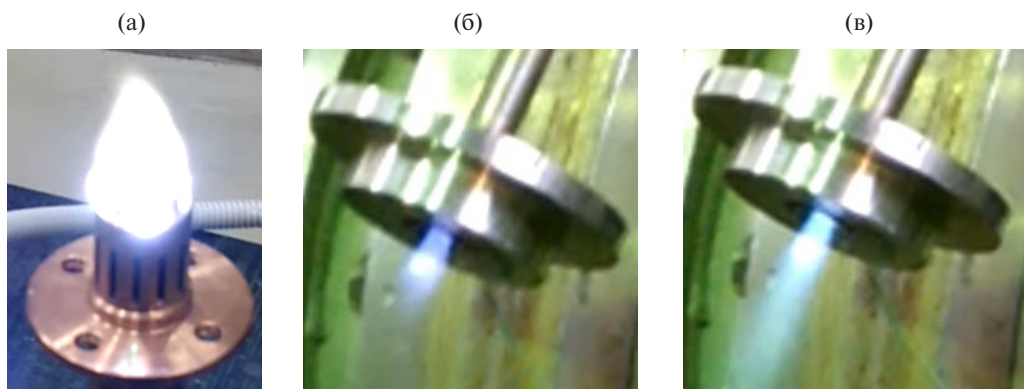


Рис. 9. Результаты автономных испытаний СВЧ-воспламенителя: (а) – появление факелов плазмы, (б) – горение при выключенной свече, (в) – горение при включенной свече.

Результаты испытаний

m_0 , кг/с	m_r , кг/с	K_m	α	p_{k1} , бар	p_{k2} , бар
0.01604	0.00092	17.48	1.01	2.4	4.5
0.02424	0.00145	16.74	0.97	3.5	5.4
0.01025	0.00059	17.44	1.01	2.2	4.0
0.01918	0.00118	16.31	0.95	4.3	7.8
0.03606	0.00211	17.11	0.99	5.8	10.3
0.03425	0.00146	23.42	1.36	7.5	12.4
0.06043	0.00358	16.86	0.98	10.1	14.6

Примечание. m_0 — массовый расход воздуха, m_r — массовый расход метана, K_m — соотношение компонентов, α — коэффициент избытка окислителя, p_{k1} — давление в камере сгорания СВЧ-воспламенителя до воспламенения, p_{k2} — давление в камере сгорания СВЧ-воспламенителя после воспламенения.

центному содержанию топлива вследствие повышенной ионизации.

Результаты испытаний в составе с модельным ГВВП приведены в таблице. Для подтверждения возможности стабильного и безаварийного иницирования рабочего процесса с горением топливовоздушной смеси в КС с помощью СВЧ-разряда использовался модельный ГВВП с двумя установленными воспламенителями.

Измерение давления в камере сгорания СВЧ-воспламенителя до и после СВЧ-воздействия показало, что давление повышается в среднем в 1.7 раза, что в свою очередь свидетельствует об иницировании процесса горения.

Результаты испытаний также подтвердили возможность стабильного иницирования горения СВЧ-воспламенителем при $\alpha = 0.95$ –1.36 в камере сгорания в условиях протекания рабочего процесса в модельном ГВВП. Экспериментально подтверждено, что свеча на основе СВЧ-разряда обеспечивает стабильный подвод энергии к топливовоздушной смеси. По результатам испытаний можно отметить стабильное и систематически повторяющееся иницирование горения ПГ в воздушном потоке в диапазоне изменения давления в вихревой КС воспламенителя от 2.4 до 10.1 бар при коэффициентах избытка окислителя α от 0.95 до 1.36.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследована конфигурация СВЧ-воспламенителя с высокой степенью закрутки ($S \approx 1$) компонентов топлива (воздуха и ПГ), которая позволила достичь образования низкотемпературного пристеночного слоя по всей длине камеры сгорания СВЧ-воспламенителя при температуре в «ядре» потока до 2300 К, что обеспечило устойчивую работу СВЧ-воспламенителя без дополнительного водяного охлаждения.

Экспериментальные исследования иницирования горения ПГ в воздушном потоке в диа-

пазоне изменения давления в вихревой КС воспламенителя от 2.4 до 10.1 бар при коэффициентах избытка окислителя α от 0.95 до 1.36 показали устойчивое воспламенение компонентов топлива при энергоподводе до 200 Вт с частотой магнетрона 2.45 ГГц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ягодников Д.А. Актуальные проблемы ракетного двигателестроения. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 196 с.
2. Григорьева О.К., Боруш О.В. Общая энергетика. Энергетические установки. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. 96 с.
3. Koytsoumpa E.I., Bergins C., Buddenberg T., Wu S., Sigurbjörnsson O., Tran K., Kakaras E. The Challenge of Energy Storage in Europe: Focus on Power to Fuel // J. Energy Res. Technol. 2016. V. 138. № 4. 042002.
4. Дегтярь В.Г., Сон Э.Е. Гиперзвуковые летательные аппараты. Т. 1. М.: Янус-К, 2018. 984 с.
5. Кулагин В.В., Бочкарев С.К., Горюнов И.М. Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок. М.: Машиностроение, 2005. 464 с.
6. Александров В.Ю., Мосеев Д.С. Сравнение способов имитации условий полета на стендах с огнем подогревом // ФГВ. 2014. № 2. С. 24.
7. Александров В.Ю., Арефьев К.Ю., Ильченко М.А., Ананян М.В. Исследование эффективности рабочего процесса в малогабаритных генераторах высокоэнтальпийного воздушного потока // Электр. науч. изд. «Наука и образование». 2015. № 8. С. 75.
8. Тропин Д.А., Федоров А.В., Пенязьков О.Г., Лещевич В.В. Время задержки воспламенения метано-воздушной смеси в присутствии частиц железа // ФГВ. 2014. № 6. С. 11.
9. Трошин К.Я., Никитин А.В., Борисов А.А., Арутюнов В.С. Определение задержек самовоспламенения метановоздушных смесей с добавками алканов C_2 – C_5 // Горение и взрыв. 2016. Т. 9. № 2. С. 23.

10. Гизатуллин Ф.А. К теории искрового воспламенения топливовоздушных смесей в ГТД // *Авиационная промышленность*. 2000. № 1. С. 67.
11. Гизатуллин Ф.А., Валиуллина З.Г. Моделирование разрядных процессов в емкостной системе зажигания с однополярным импульсом // *Вестн. УГАТУ*. 2009. № 2. С. 126.
12. Фирсов А.А., Долгов Е.В., Леонов С.Б. Оптимизация плазменной системы воспламенения этилена в сверхзвуковом потоке // *Вестн. ОИВТ РАН*. 2018. Т. 1. № 1. С. 13.
13. Перегудов В.С. Оптимизация процесса плазменного воспламенения углей // *ТВТ*. 2009. Т. 47. № 2. С. 200.
14. Сергиенко А.А., Семенов В.В. Газодинамический воспламенитель // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2000. № 2. С. 44.
15. Александров В.Ю., Арефьев К.Ю., Ильченко М.А. Расчетно-экспериментальные исследования пульсационных процессов в малогабаритных генераторах высокоэнтальпийного потока с газодинамической системой воспламенения // *Изв. РАН. Энергетика*. 2014. № 6. С. 96.
16. Гидаснов В.Ю., Кононов Д.С., Северина Н.С. Моделирование воспламенения и детонации метано-воздушных смесей за отраженной ударной волной // *ТВТ*. 2020. Т. 58. № 6. С. 909.
17. Ребров С.Г., Голубев В.А., Голиков А.Н. Лазерное зажигание кислородно-углеводородных топлив в ракетных двигателях // *Изв. вузов. Машиностроение*. 2018. № 7. С. 77.
18. Цейтлин Д.А., Ребров С.Г., Болотин Н.Б. Устройство для лазерного воспламенения топлива в камере сгорания жидкостного ракетного двигателя. Патент на изобретение РФ № 2533262. Кл. МПК: F02K 9/95. 2014.
19. Нигодюк В.Е., Сулинов А.В. Исследование особенностей рабочего процесса жидкостных ракетных двигателей малой тяги на самовоспламеняющихся компонентах топлива тягой менее 1 Н // *Вестн. Самарск. ун-та. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*. 2016. Т. 15. № 4. С. 114.
20. Энциклопедия низкотемпературной плазмы / Под ред. Фортова В.Е. М.: Наука, 2000. 576 с.
21. Арефьев К.Ю., Воронцов А.В., Ильченко М.А. Исследование динамических характеристик резонансной газодинамической системы воспламенения топливной смеси // *ФГВ*. 2013. № 6. С. 41.
22. Воронцов А.В., Арефьев К.Ю., Ильченко М.А. Экспериментальные исследования характеристик газодинамической системы воспламенения топливной смеси применительно к ЖРД малой тяги // *Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*. 2012. № 7. С. 4.
23. Антонов А.Н., Купцов В.М., Комаров В.В. Пульсации давления при струйных и отрывных течениях. М.: Машиностроение, 1990. 272 с.
24. Александров В.Ю., Арефьев К.Ю., Ильченко М.А. Экспериментальное исследование влияния не прогнозируемого изменения формы передней кромки резонатора на работоспособность газодинамической системы воспламенения // *Изв. вузов. Машиностроение*. 2017. № 3. С. 56.
25. Егоров Ю.М., Лагутин В.Г., Маевский В.А., Смилга В.И. Свеча зажигания на основе СВЧ-разряда. Патент на полезную модель РФ № 153582. Кл. МПК: F02P 23/00 (2006.01). 2015.
26. Ikeda Yu. Development of 2.45 ghz Semiconductor Microwave System for Combustion Ignition Enhancement and Failure Analysis // *Materials*. 2022. V. 1. № 6. 2042.
27. Ikeda Yu., Ofosu J.A. Schlieren Imaging and Spectroscopic Approximation of the Rotational-Vibrational Temperatures of a Microwave Discharge Igniter with a Resonating Cavity // *Appl. Opt.* 2022. V. 6. № 36. 10707.
28. Свердлов Е.Д., Марков Ф.Г., Лошенко Н.С. Способ сжигания топлива и устройство для его реализации. Патент на изобретение РФ № 2193139. Кл. МПК: F 23 C 11/00. F 23 L 7/00. 2002.
29. Беликов А.К., Максименко А.В., Никитин И.С., Бегишев И.Р. Воспламенение и распространение пламени в смесях хлористого этила с хлором под действием ультрафиолетового излучения // *Технологии технической безопасности*. 2009. № 5. С. 1.
30. Magnussen B.F., Hjertager B.H. On Mathematical Models of Turbulent Combustion with Special Emphasis on Soot Formation and Combustion // *Symposium on Combustion*. 1977. V. 16. P. 719.
31. Shynkarenko O., Simone D. Oxygen-Methane Torch Ignition System for Aerospace Applications // *Aerospace*. 2020. V. 7. № 8. P. 114.
32. Shi B., Chu Q., Chen R. Effects of Damköhler Number on Methane/Oxygen Tubular Combustion Diluted by N₂ and CO₂ // *J. Energy Res. Technol.* 2016. V. 139. № 1. 012206.
33. Гунта А. Закрученные потоки. М.: Мир, 1987. 588 с.
34. Трусков Б.Г. Программная система моделирования фазовых и химических равновесий при высоких температурах // *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2012. № 1. С. 21.

УДК 544.452, 53.097

АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ СТЕХИОМЕТРИЧЕСКОЙ ТОПЛИВНО-ВОЗДУШНОЙ СМЕСИ¹

© 2024 г. В. А. Битюрин*, А. Н. Бочаров, А. С. Добровольская,
П. П. Иванов, Т. Н. Кузнецова, Е. А. Филимонова

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

*E-mail: valentin.bityurin@gmail.com

Поступила в редакцию 08.12.2023 г.

После доработки 27.03.2024 г.

Принята к публикации 14.02.2024 г.

В работе проведено сравнение различных механизмов активации стехиометрической смеси метана и воздуха в адиабатической элементарной ячейке постоянного объема в нуль-мерном приближении. Эволюция состава смеси от начального состояния описывается соответствующими уравнениями химической кинетики в рамках схемы с 224 реакциями для 32 компонентов, которая включает ионизованные компоненты окислителя и их зависимости от приведенного поля. В качестве базового механизма рассматривается активация треугольным импульсом тока длительностью 50 нс с амплитудами, обеспечивающими актуальный энерговыход для воспламенения смеси при начальных атмосферных условиях, т.е. порядка 1–2 МДж/м³. В качестве вариантов для сравнения рассмотрены идеализированные случаи процесса воспламенения, инициированные либо предварительным нагревом, либо частичной диссоциацией молекулярных компонентов окислителя. Отмечается определяющая роль как суммарного энерговыхода, так и характерной мощности активации.

DOI: 10.31857/S0040364424030118

ВВЕДЕНИЕ

Устойчивое воспламенение топливно-воздушных смесей (рабочих тел) является важнейшим технологическим требованием для всех силовых установок, работающих на энергии топлива. Как правило, в термодинамическом цикле должен присутствовать элемент активации исходной топливно-воздушной смеси, который предопределяет переход смеси из исходного состояния в равновесное высокотемпературное, в котором рабочее тело может совершать полезную работу. Кроме того, важен и временной интервал этапа активации. Естественное требование эффективности активации подразумевает оценку необходимых энергетических затрат. В практических устройствах протекание термодинамического цикла извлечения полезной работы элементарного «заряда» топливно-воздушной смеси происходит в сложных пространственно-

временных условиях. В этом случае процесс воспламенения не синхронизирован по различным точкам рабочего объема. Поэтому для количественного описания требуется привлечение сложных пространственно-временных моделей, которые и обеспечивают каждый раз необходимые характеристики для конкретных граничных и начальных условий.

Ключевыми элементами технологии использования топливно-воздушных смесей являются воспламенение и стабилизация горения. Для достижения первого часто применяются те или иные виды электрического разряда, например искровой разряд в свече зажигания двигателя внутреннего сгорания. Можно выделить три пути влияния разрядной плазмы на горение [1]: тепловой, кинетический и транспортный. В первом случае реакции горения ускоряются при нагреве смеси, во втором — высокоэнергетические электроны и ионы приводят к появлению активных радикалов, которые меняют кинетический механизм горения (например, ускоряют низкотемпературную стадию горения), и в третьем — меняется скорость диффузии топлива

¹ По материалам XXII Международного совещания по магнитоплазменной аэродинамике, Москва, 25–27 апреля 2023 г.

при разложении крупных молекул. Несмотря на большое количество исследований плазменно-стимулированного горения, количественное или даже полное качественное понимание механизмов влияния плазмы на трансформацию топливно-воздушной смеси не достигнуто. Таким образом, постановка экспериментов, в том числе численных, позволяющих прояснить механизмы воздействия плазмы на горение, очень важна для понимания фундаментальных свойств плазменно-стимулированного горения.

В последние годы для решения технологических задач ускорения воспламенения и стабилизации горения стали рассматриваться и импульсные разряды наносекундного диапазона. Анализ физико-химических характеристик таких разрядов в топливно-воздушных смесях посвящено большое количество исследований (см., например, [2–6] и ссылки в них). В работе [2] представлен анализ статических состояний топливно-воздушной смеси в зависимости от приведенного электрического поля, а также распределений вкладываемой энергии по степеням свободы.

Влияние наносекундного импульсно-периодического коронного разряда на воспламенение с учетом кинетических особенностей смеси представлено в [7, 8], а на распространение волны горения в цилиндре двигателя внутреннего сгорания — в [9]. В данных работах было показано значительное влияние высокочастотного коронного разряда на воспламенение и режим распространения волны горения в компрессионном двигателе, которое объясняется стимуляцией кинетического механизма окисления при низких и промежуточных температурах и зависит от удельного энерговклада в стримерный канал и момента инициации разряда относительно верхней мертвой точки.

В [8] представлены результаты моделирования, которые показывают чувствительность процесса воспламенения, инициированного высокочастотным коронным разрядом в камере сгорания, к наличию химически активных частиц, температуре подогрева газа во входном тракте и к коэффициенту избытка топлива. Приведено сравнение равновесного воздействия разряда, когда предполагается, что вся энергия разряда идет на нагрев газа, с неравновесным воздействием разряда, когда такая же энергия идет на наработку химически активных частиц электронным ударом и дополнительный нагрев газа. Воздействие разряда описывается опосредованно через формализм фактора G , вычисляемого независимо во внешней задаче для того или иного типа разряда в смеси. Фактор G определяет эффективность наработки химически активных частиц электрон-

ным ударом при фиксированном значении приведенного электрического поля.

Данная работа, примыкающая к [7–9], представляет первый этап исследования процессов воспламенения топливно-воздушных смесей электрическими разрядами разных типов. Основной особенностью этого цикла исследований является использование самосогласованных моделей формирования плазмы в конкретных химически реагирующих смесях, процессов конвективного и диффузионно-дрейфового переноса в различных начальных и граничных условиях. Первый опыт решения подобной многофакторной задачи активации окислителя комбинированным наносекундным разрядом в конфигурации острие — острие [10] показал целесообразность проведения предварительного анализа в локально нульмерной постановке для определения основных особенностей воздействия собственно электрического разряда на воспламенение топливно-воздушной смеси. Основной особенностью этого этапа является использование в рамках общей постановки задачи специальных граничных и начальных условий для обеспечения нульмерного характера детально разрешенного во времени процесса эволюции химического состава топливно-воздушной смеси от начала активации до достижения стационарного состояния продуктов сгорания. В определенном смысле, этот этап концептуально близок к подходу работы [2]. Нульмерный характер постановки существенно упрощает проведение широкомасштабного параметрического исследования на примере практически значимой метан-воздушной смеси.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве основного механизма активации топливно-воздушной смеси рассматривается импульсный электрический разряд, мощности и интегрального энерговклада которого достаточно для инициации интенсивных химических реакций для перехода исходной смеси химически неравновесного состава в продукты сгорания равновесного состава. Как правило, в качестве начального объекта исследования приводится топливно-воздушная смесь при атмосферных условиях (300 К и 100 кПа). После того или иного шага активации процесс протекает в постоянном адиабатическом объеме. Все стадии перехода из начального состояния при атмосферных условиях в конечное равновесное состояние продуктов сгорания описываются в рамках пакета PlasmAero [11] и системы реакций химической кинетики окисления углеводородов в воздухе [7], редуцированной до 121 ре-

акции для 24 компонентов, которая дополнена несколькими «полевыми» реакциями с участием заряженных компонентов с прямой функциональной зависимостью от приведенного электрического поля (см., например, [12–14]). Полная система включает 224 реакции для 32 компонентов. Возникающая газоразрядная плазма в силу принятых предположений строго нейтральна. Этот подход был использован ранее в [10, 11].

В целях упрощения анализа роли различных локальных механизмов воспламенения в данной работе рассматривается термохимическая эволюция однородной стехиометрической смеси топлива (метана и воздуха) при нормальных начальных условиях в элементарном постоянном адиабатическом объеме, схематически представленном на рис. 1.

Основным фактором воздействия является треугольный импульс тока с линейным нарастанием электрического тока от нуля до амплитудного значения и мгновенным отключением после максимума. Длительность импульса и его амплитуда — суть управляющие параметры, которые определяют максимальную мощность и суммарный энерговыход. В данной постановке какие-либо приэлектродные эффекты, волны ионизации, фотоионизация и прочие сторонние факторы воздействия не рассматриваются. Для начала прохождения тока задается малая начальная концентрация электронов (и ионов) на уровне 10^6 м^{-3} .

В качестве механизмов активации рассматриваются три типа воздействия: 1) обработка однородным треугольным импульсом тока, 2) создание частичной сверхравновесной диссоциации кислорода и/или азота, 3) предварительный нагрев (или сжатие). Электрический разряд в различных конфигурациях давно используется в разнообразных технологических процессах воспламенения и горения и, строго говоря, включает в себя в той или иной комбинации как прямой нагрев по механизму джоулевой диссипации, так и вклад энергии во «внутренние» непоступательные степени свободы рабочего тела



Рис. 1. Схема области решения и внешних воздействий.

(диссоциация при этом является одной из многих возможностей). Предположение об однородности рассматриваемого объема является важнейшим элементом используемой физико-химической модели, поскольку в этом случае исчезает необходимость включать эффекты объемного электрического заряда, возникновение которых неизбежно при рассмотрении импульсных электрических разрядов нано- и микросекундных диапазонов. Интегральный энерговыход в электроразрядном процессе определялся интегрированием мощности энерговыхода по времени действия, во втором, «химическом», — суммарной энергией диссоциации молекул (или суммарной начальной энтальпией образования атомарных компонентов N или O), в третьем, тепловом, — по изменению суммарной энтальпии.

При анализе полученных результатов также применялись термодинамические расчеты равновесных состояний [15, 16] с использованием полной базы данных ИВТАНТЕРМО [17].

РЕЗУЛЬТАТЫ

Активация окислителя импульсным электрическим разрядом. Рассматривается эволюция топливно-воздушной смеси от начального состояния при атмосферных температуре и давлении в постоянном адиабатическом объеме $1 \times 1 \times 1000 \text{ мм}^3$ под воздействием треугольного импульса тока длительностью 10, 50 нс и 50 мкс. Амплитуда импульса варьировалась для каждой длительности в интервалах, обеспечивающих актуальный диапазон интегрального энерговыхода $\sim 1 \text{ МДж/м}^3$, при котором достигается фаза воспламенения на временах, меньших 1 с. Для импульса длительностью 50 нс, например, этот интервал лежит между 5 и 30 кА/м. Далее в качестве начального состава топливно-воздушной смеси, как правило, рассматривается смесь со следующими концентрациями: $Z_{\text{N}_2} = 0.79$, $Z_{\text{O}_2} = 0.21$, $Z_{\text{CH}_4} = 0.105$. Для обеспечения начального «подхвата» тока вводятся начальные концентрации электронов $Z_e = 5 \times 10^{-18}$ и соответствующих ионов $Z_{\text{N}^{2+}} = Z_{\text{N}^+} = Z_{\text{O}^{2+}} = Z_{\text{O}^+} = Z_{\text{NO}^+} = 10^{-18}$. На рис. 2 приведена структура импульса в линейной и логарифмической шкалах по времени (использование логарифмической шкалы обусловлено широким диапазоном изменения величин и их важностью на границах интервала).

На рис. 3 для того же импульса представлен типичный случай «стадийной» эволюции основных компонентов топливно-воздушной смеси во всем рассматриваемом временном интервале от начального момента 10^{-13} с до достижения практически равновесного состава продуктов сгорания. Видно, что на первой стадии — ста-

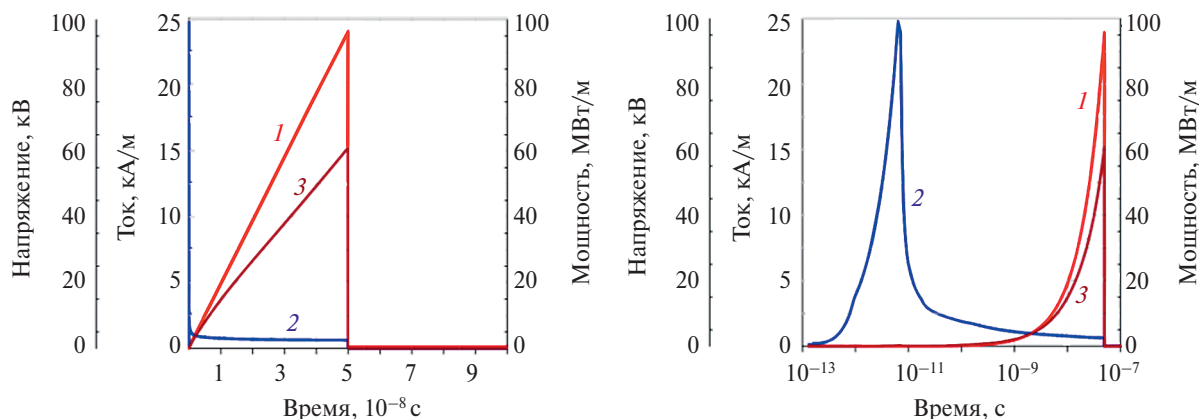


Рис. 2. Структура треугольного импульса разряда длительностью 50 нс: 1 – суммарный ток, 2 – напряжение на промежутке размером 1 мм, 3 – суммарная мощность.

дии активации — мольные доли основных активных компонентов — атомарных азота и кислорода — достигают максимальных значений как раз в конце действия электрического разряда при $t = 50$ нс. При этом температура рабочего тела приближается к значениям из диапазона термической активации рассматриваемого состава топливно-воздушной смеси в окрестности 900–1200 К лишь в самом конце периода энерговысвобождения. На последующих стадиях полная энергия (в этой постановке и энтальпия) остается неизменной. При достаточном уровне энерговысвобождения (и только при этом условии!), который всегда характеризуется суммарным вкладом энергии и длительностью действия, система проходит три последовательные стадии: I — частичной термализации наиболее высоких энергетических состояний в поступательные степени свободы, II — близкой к изотермической химической конверсии промежуточных углеводородов, которая затем обеспечивает III — практически мгновенный (в масштабе всех прочих стадий) скачок параметров к значениям, характеризующим равновесное состояние продуктов сгорания (горение). Длительность стадии конверсии (углеводородов) определяется, как это видно, например, из рис. 3, уровнем температуры, достигнутым на предыдущих стадиях. В качестве количественного критерия эффективности активации обычно используется время индукции, которое здесь определяется как время задержки воспламенения по отношению к моменту завершения активирующего энерговысвобождения. Для коротких, наносекундных, интервалов активации можно с хорошей точностью оценивать время индукции по моменту воспламенения, отсчитываемому от начала процесса.

Воздействие электрического разряда на среду в данной постановке определяется двумя па-

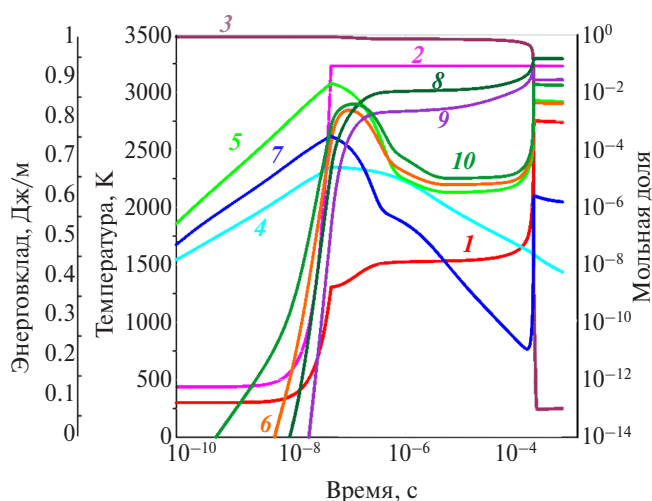


Рис. 3. Эволюция температуры (1), вложенной энергии (2) и состава метано-воздушной смеси, активированной треугольным импульсом (50 нс, 24 кА/м), в логарифмических координатах: 3 – мольная доля CH_4 , 4 – H_2 , 5 – O , 6 – H , 7 – N , 8 – H_2O , 9 – CO , 10 – OH .

раметрами: вложенной энергией и мощностью. Нетрудно видеть, что вложенная энергия определяет на этапе активации поступательную температуру, в то время как мощность, которая тесно связана с мгновенным значением электрического поля, определяет заселенность неравновесных высокоэнергетических состояний (ионизация, возбуждение, диссоциация и т.д.). В использованной здесь кинетической схеме степень возбуждения практически учитывается лишь опосредованно через температурные зависимости теплоемкостей от поступательной температуры. Правомочность такого приближения требует специального анализа. В то же время кривые атомарных распределений неплохо коррелируют имен-

но с мощностью на начальных участках активации, а их релаксация (рекомбинация) на этапе термализации дает заметный вклад в повышение температуры перед стадией конверсии.

Химическая активация. Для более точной оценки роли неравновесных атомарных состояний рассмотрим умозрительные случаи «химической» активации путем изменения начального элементного состава заменой части молекулярного состава окислителя эквивалентным атомарным без нарушения общего соотношения топлива и окислителя. На рис. 4 представлено сравнение изменения мольных долей атомарных состояний азота, кислорода и водорода на временном интервале от начального неравновесного состояния при атмосферных условиях вплоть до достижения стационарного состояния при полном сгорании метана для двух случаев: частичной диссоциации кислорода (кривые 1, 3, 6, 8) либо азота (кривые 2, 4, 5, 7) с практически одинаковыми энергетическими возмущениями начального состояния, которые определялись здесь как разность энтальпий исходной смеси (стехиометрической топливно-воздушной) и активированной привнесенной диссоциацией молекулярного азота либо кислорода. Видно, во-первых, что характер изменения мольных долей и температуры идентичен и, во-вторых, кривые эволюции температуры практически совпадают с графической точностью. На основании этого можно сделать вывод о приоритетном влиянии собственно

энергии, а не ее носителя, при том что химическая активность этих носителей принципиально различна. Последнее обстоятельство подтверждается поведением атомарных компонентов азота и кислорода: вне зависимости от начальных значений атомарный азот исчезает в реакциях рекомбинации и образования NO и диссоциации молекулярного кислорода, и уже атомарный кислород участвует в сложном процессе термализации, конверсии и в горении. По этой причине эволюция температуры для двух типов химической активации практически одинакова.

Термическая активация. Под термической активацией подразумевается некоторый умозрительный процесс подвода энергии, который обеспечивает необходимые начальные условия. При этом энергетическая цена такой активации характеризуется разностью начальных энтальпий активированного и стандартного состояний при атмосферном давлении, температуре и, что важно, при том же значении плотности. На рис. 5 представлены графики изменения температуры стехиометрической метано-воздушной смеси совместно с аналогичными графиками для случая химической активации. Начальная температура термической активации подбиралась из условия приблизительно полного совпадения моментов воспламенения (положение на временной оси рис. 3) — практически вертикальных участков быстрого (< 1 мкс) почти полного выгорания метана и продуктов его кон-

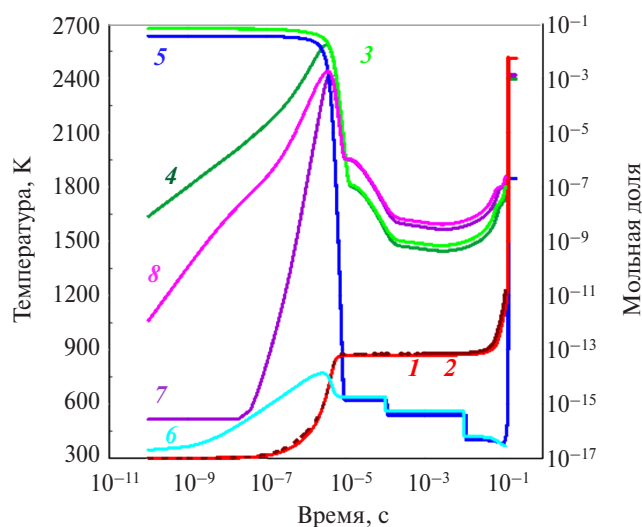


Рис. 4. Эволюция температуры и концентраций основных компонентов метано-воздушной смеси после химической активации путем частичной диссоциации азота или кислорода при равных затратах энергии: 1, 2 — температура; 3, 6, 8 — мольные доли атомарных кислорода, азота, водорода (при O-активации); 4, 5, 7 — при N-активации.

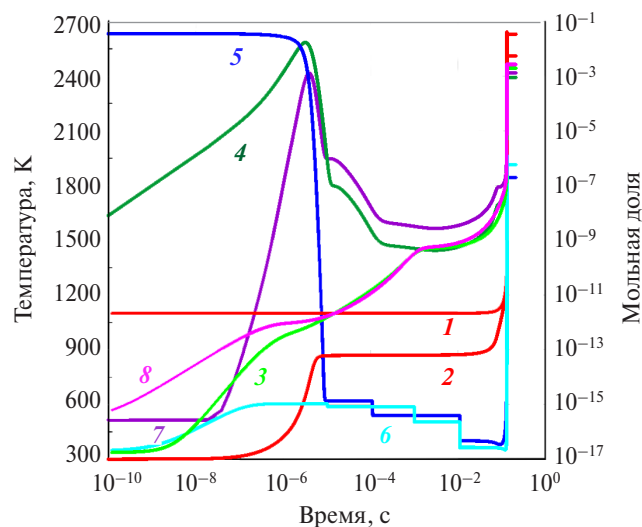


Рис. 5. Эволюция температуры и концентраций основных компонентов состава метано-воздушной смеси после температурной и химической активаций путем частичной диссоциации азота: 1, 2 — температура; 3, 6, 8 — мольные доли атомарных кислорода, азота, водорода (при термической активации); 2, 4, 5, 7 — при N-активации.

версии для случаев тепловой (кривая 1) и химической активаций путем сверхравновесной диссоциации азота (кривая 2). Отметим, что характерная температура практически изотермических участков химической конверсии, выбранная для обеспечения близости моментов времени воспламенения «химической» и тепловой активаций, для последней значительно выше, что находит затем отражение и в уровнях температуры квазистационарных состояний продуктов сгорания.

ОБСУЖДЕНИЕ

Как видно из рис. 3–6, актуальные для задач энергетики значения суммарного энерговысвобождения (и, соответственно, температуры) для всех рассмотренных механизмов активации метано-воздушной смеси при начальных атмосферных условиях в адиабатическом постоянном объеме лежат в интервале от десятых долей до нескольких единиц МДж/м³. При меньших значениях суммарного энерговысвобождения задержка воспламенения становится значительно больше секунды, а при больших (как видно на рис. 6) — характер перехода в равновесное высокотемпературное состояние теряет специфику горения и соответствует, скорее всего, импульсному нагреву до высокотемпературного сильно диссоциированного состояния. Практическое применение такого рабочего тела лежит вне интересов традиционной энергетики.

В энергетическом же диапазоне процесс получения высокотемпературного рабочего тела при повышенном давлении, как отмечалось выше, имеет устойчивую «стадийную» структуру, что иллюстрирует представленное на рис. 6 семейство кривых эволюции температуры рабочего тела, активированного треугольным импульсом тока (50 нс) в качестве основного параметра активации. На логарифмической шкале времени эволюции температуры смеси можно выделить три участка с практически постоянной температурой: два участка с быстрым, близким к скачкообразному, ростом температуры и еще два, менее выраженных, и сравнительно плавного температурного перехода между соседними изотермами. Стадийность воспламенения рассмотрим на примере стехиометрической топливно-воздушной смеси, активированной треугольным импульсом тока (50 нс) с амплитудой 24 кА/м.

Первая стадия (совпадающая, как правило, с длительностью импульса тока) протекает в основном при постоянной температуре. Энергия разряда расходуется на заполнение высоких энергетических состояний (возбуждение, диссоциация, ионизация и т.п. [2]) и лишь в кон-

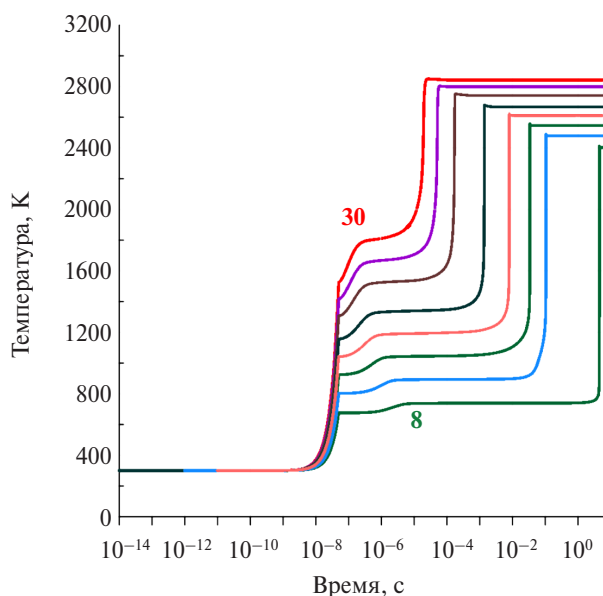


Рис. 6. Эволюция температуры смеси при активации треугольными импульсами тока (50 нс) сверху вниз: 30, 27, 24, 20, 17, 14, 11, 8 кА/м.

це интервала при достижении максимума мощности происходит быстрое повышение поступательной температуры до некоторого промежуточного уровня. Для этого механизма активации промежуточный уровень является монотонной, практически линейной функцией энерговысвобождения. По завершении работы разряда степень неравновесности заполнения высоких энергетических состояний достигает максимума и наступает стадия термализации (на временах, немного меньших 0.5 мкс) — продолжения передачи части вложенной энергии в поступательные степени свободы, но уже в отсутствии внешнего электрического поля. Основные параметры этой стадии — длительность и приращение поступательной температуры — являются функциями интегрального энерговысвобождения и уровня поступательной температуры, достигнутого к моменту отключения разряда. Это хорошо видно из рис. 7, на котором представлены изменения во времени наиболее «неравновесных» компонентов состава из используемой здесь 32-компонентной кинетической схемы, а именно, электроны, однократные ионы и атомы. Температура по завершении стадии термализации определяет длительность следующей стадии — стадии конверсии промежуточных углеводородов. На этой стадии помимо представленного на рис. 8 многокомпонентного процесса образования углеводородов идет и практически изотермический процесс образования конечных окислов (рис. 9). Эта стадия завершается формированием начальных усло-

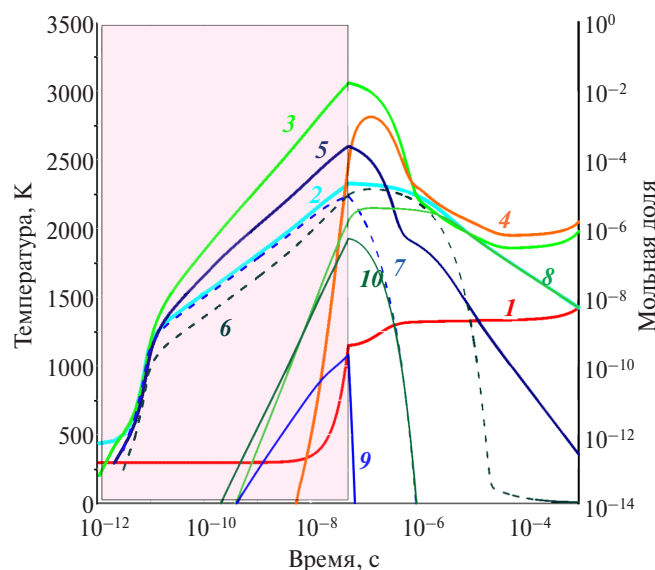


Рис. 7. Изменение мольных долей заряженных и атомарных компонентов стехиометрической метано-воздушной смеси, активированной импульсом тока (50 нс, 24 кА): 1 – температура, 2 – концентрация электронов, 3 – атомов O, 4 – атомов H, 5 – атомов N, 6 – ионов O_2^+ , 7 – N_2^+ , 8 – NO^+ , 9 – N^+ , 10 – O^+ ; закрашенный прямоугольник – интервал действия разряда.

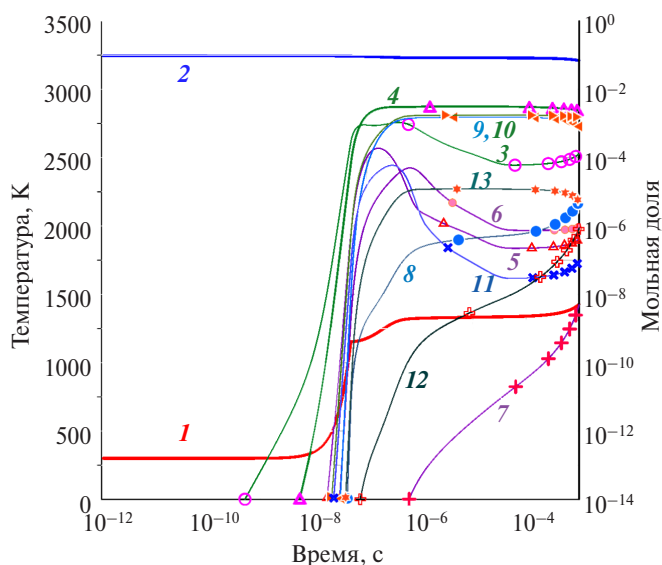


Рис. 8. Изменение мольных долей углеводородов в стехиометрической метано-воздушной смеси, активированной импульсом тока (50 нс, 20 кА/м): 1 – температура, 2 – концентрация CH_4 , 3 – CH_3 , 4 – CH_2O , 5 – CHO , 6 – CH_3O , 7 – C_2H_2 , 8 – C_2H_4 , 9 – CH_3CHO , 10 – CH_3OH , 11 – CH_2OH , 12 – C_3H_6 , 13 – C_2H_5OH .

вий для перехода к стадии «горение» – практически мгновенного повышения температуры от уровня конверсии до практически равновесной температуры продуктов сгорания топливно-воздушной смеси заданного состава. Этот состав и характеризует последнюю стадию квазиравновесного высокотемпературного рабочего тела высокого давления, используемого затем в тех или иных технологиях преобразования тепловой энергии в механическую.

Описанный процесс воспламенения топливно-воздушной смеси удобно показать в виде групповой характеристики (рис. 10). Здесь каждая группа представляет собой суммарную мольную долю соответствующих компонентов и адекватно описывает процесс воспламенения в значительно более компактной форме.

Иногда полезно представить весь описанный выше процесс в несколько иных координатах, когда в качестве аргумента используется не время, а температура (при условии, конечно, что поступательная температура сохраняет монотонность во времени на всем рассматриваемом интервале). Пример такого представления стадийности воспламенения топливно-воздушной смеси, активированной импульсом тока (50 нс) в 20 кА/м, приведен на рис. 11.

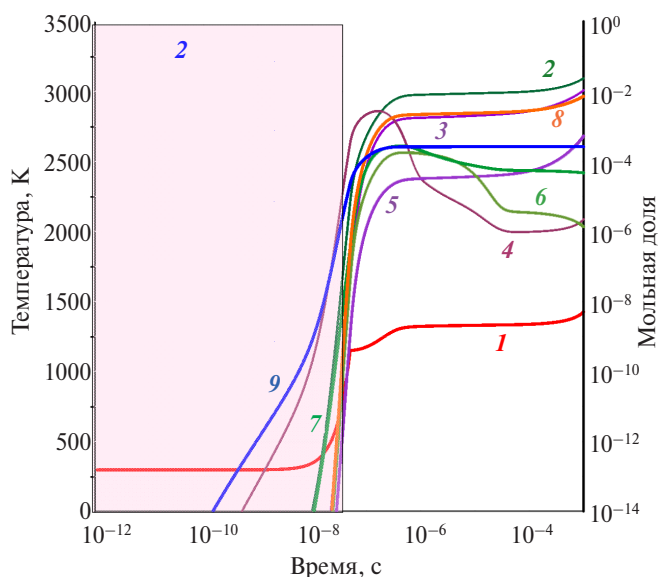


Рис. 9. Изменение мольных долей окислов и радикалов в стехиометрической метано-воздушной смеси, активированной импульсом тока (50 нс, 20 кА/м): 1 – температура, 2 – концентрация H_2O , 3 – CO , 4 – OH , 5 – CO_2 , 6 – H_2O_2 , 7 – NO_2 , 8 – H_2 , 9 – NO ; закрашенный прямоугольник – интервал действия разряда.

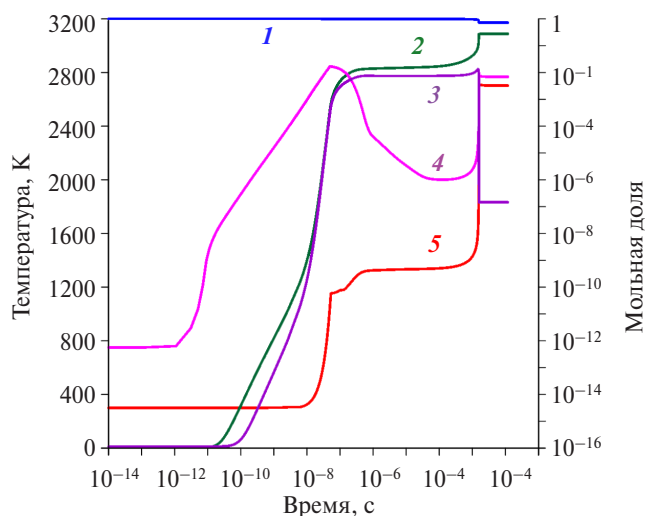


Рис. 10. Эволюция температуры и состава метано-воздушной смеси, активированной импульсом тока (50 нс, 20 кА/м) в групповом представлении: 1 — начальный состав и концентрация молекулярного водорода, 2 — концентрации окислов и радикалов, 3 — промежуточных углеводородов, 4 — ионов, электронов и атомов, 5 — температура.

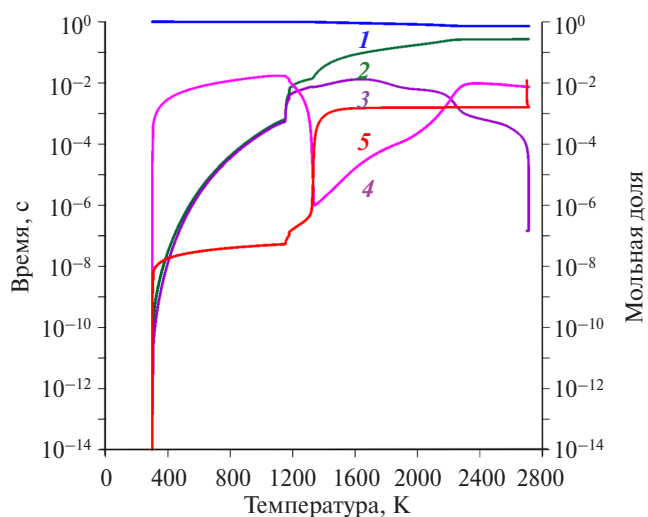


Рис. 11. Температурные стадии состава метано-воздушной смеси, активированной импульсом тока (50 нс, 20 кА/м) в групповом представлении: 1 — начальный состав и концентрация молекулярного водорода, 2 — окислов и радикалов, 3 — промежуточных углеводородов, 4 — ионов, электронов и атомов, 5 — время.

При моделировании эффектов активации путем предварительной диссоциации первая стадия не рассматривается, а принимается, что ее воздействие сводится лишь к модификации начального состава, когда определенная часть молекулярных компонентов замещается атомарными без нарушения элементного состава исходной смеси. Подобный подход используется и при формализации термической активации, когда неявный процесс термической активации отражается лишь в повышении начальной температуры и давления в начальных условиях при расчетах кинетики воспламенения. И в том, и в другом случаях энергетическая цена активации определяется по изменению энтальпии топливно-воздушной смеси.

Основной результат данного этапа работы — зависимость задержки воспламенения топливно-воздушной смеси в адиабатической ячейке постоянного объема от суммарного энерговклада, мощности и механизма активации — представлен на рис. 12. Показаны зависимости для трех вариантов активации треугольным импульсом тока длительностью 10, 50 нс и 50 мкс, двух вариантов предварительного подогрева той же полной массы топливно-воздушной смеси, а также для случая предварительной диссоциации азота.

Данные, приведенные на рис. 12, отражают, во-первых, принципиально важную зависимость времени задержки воспламенения от ин-

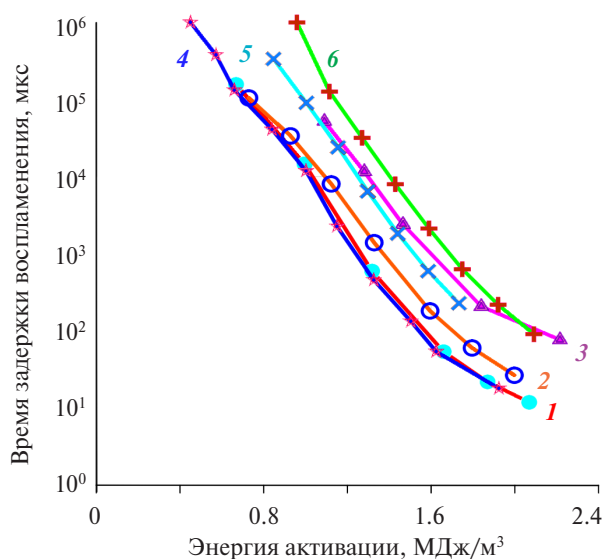


Рис. 12. Время задержки воспламенения при различных механизмах активации: 1 — активация импульсом тока длительностью 10 нс, 2 — 50 нс, 3 — 50 мкс, 4 — N-активация, 5 — термоактивация, 6 — термоактивация (обедненная смесь).

тегрального энерговклада для всех рассмотренных здесь вариантов активации и, во-вторых, демонстрируют зависимость времени задержки воспламенения от существа того или иного механизма активации. В качестве второго существенного фактора можно рассматривать мощ-

ность энерговклада, причем при использовании электрического разряда это может быть та или иная действительная величина (средняя, максимальная) в конкретном процессе. Для диссоциативных процессов можно говорить об очень большой мощности, а для термических, напротив, как об очень малой. Это соответствует последовательности в целом подобных кривых зависимости времени задержки воспламенения от левой, самой «быстрой» для N-активации, через 10, 50 нс и 50 мкс с падением средней мощности обратно пропорционально длительности импульса.

С учетом принятого в настоящем исследовании акцента на энергетический фактор в анализе механизмов управления воспламенением топливно-воздушной смеси целесообразно сопоставить результаты расчетов конечных равновесных состояний используемой здесь редуцированной кинетической схемы с результатами стандартного термодинамического расчета, используемого при анализе характеристик рабочих циклов различных энергетических устройств. В качестве тестового примера рассмотрен переход в равновесное высокотемпературное состояние изначально атомарного состава стехиометрической метано-воздушной смеси (в связи с отсутствием в тестируемой редуцированной схеме атомарного углерода вместо него включено необходимое количество оксида углерода). Таким образом, есть начальные условия: температура – 300 К, давление – 0.1 МПа, $Z_N = 6.54 \times 10^{-1}$, $Z_H = 1.73 \times 10^{-1}$, $Z_O = 1.30 \times 10^{-1}$, $Z_{CO} = 4.32 \times 10^{-2}$. Результаты кинетического и термодинамического расчетов установления равновесия в адиабатном изохорном процессе для системы, заданной этими условиями, приведены в табл. 1, соответствующие составы в конечном состоянии – в табл. 2.

В термодинамическом расчете температура и давление получаются ниже, чем в кинетическом. Для согласования расчетных значений

давления, полученного по термодинамической схеме и по кинетической, энергия диссоциации азота была формально увеличена в 1.0856 раз (последний столбец табл. 1), что, однако, не решает проблему, так как переносит рассогласования на другие характеристики. По-видимому, основная причина лежит в значительном отличии компонентного состава в кинетической и термодинамических моделях. При этом соответствие по составу основных компонентов можно признать приемлемым при анализе качественных эффектов.

Представленные выше процессы протекают в условиях, далеких от реальных особенно в отношении пространственной однородности электрического разряда и его временных характеристик. Вклад требуемой для воспламенения энергии определяется при прочих равных условиях предысторией воздействий, обуславливающих энергетическое состояние перед очередным электрическим импульсом. Для (быстрого) воспламенения из начального состояния требуется энерговклад того же порядка величины, что и теплотворная способность смеси (топливо + окислитель). Для смягчения требований к источнику часто используется многоимпульсная технология с накоплением как тепловых, так и композиционных эффектов активации, последние так или иначе деградируют, приближая состояние термической активации, на фоне которой эффективность электроразрядной активации растет практически экспоненциально, как это и можно заключить из данных на рис. 12. Определенную замедляющую роль могут оказывать процессы затраты энергии на работу расширения рабочего объема и/или, по-видимому, в меньшей степени также процессы диффузии и теплопроводности, что однако полезно для повышения активности объемов, не подвергаемых прямому воздействию разряда. Более детальный анализ эволюции горючих газозафазных смесей с учетом пространственных эффектов

Таблица 1. Начальное и конечное состояния мольного состава в адиабатическом изохорном процессе установления равновесия, полученные в результате кинетического и термодинамического расчетов

Характеристика	Кинетический расчет		Термодинамический расчет		Скорректированный термодинамический расчет	
	начало	конец	начало	конец	начало	конец
Плотность, 10^{-1} кг/м ³	5.06	5.06	5.06	5.04	5.06	5.04
Давление, 10^5 Па	1.00	23.50	1.00	21.8	1.00	23.4
Температура, К	300	8609.91	300	8046	300	8610
Энтальпия, 10^7 Дж/кг	2.97	3.05	3.00	3.00	3.21	3.21
Молекулярный вес, 10^{-2} кг/моль	1.26	1.54	1.26	1.54	1.26	1.54

Таблица 2. Молекулярный состав смеси в конце адиабатического изохорного процесса установления равновесия как результат кинетического и термодинамического расчетов (мольные доли меньше 1 ppm опущены)

Компоненты смеси	Кинетический расчет	Термодинамический расчет
e	6.73×10^{-4}	8.46×10^{-4}
N	3.60×10^{-1}	3.17×10^{-1}
N_2	2.17×10^{-1}	2.36×10^{-1}
H	2.10×10^{-1}	2.09×10^{-1}
O	1.52×10^{-1}	1.75×10^{-1}
CO	5.29×10^{-2}	4.96×10^{-2}
NO	5.45×10^{-3}	5.87×10^{-3}
NO^+	3.89×10^{-4}	3.35×10^{-4}
H_2	3.54×10^{-4}	3.36×10^{-4}
OH	3.42×10^{-4}	5.39×10^{-4}
N^+	1.14×10^{-4}	3.10×10^{-5}
O^+	1.13×10^{-4}	4.83×10^{-5}
O_2	8.69×10^{-5}	1.23×10^{-4}
N^{2+}	5.61×10^{-5}	3.10×10^{-5}
CHO	2.95×10^{-6}	—
CO^+	—	2.12×10^{-5}
O^{2+}	7.68×10^{-7}	—

предполагается провести в рамках аналогичного подхода на следующем этапе работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ процессов активации метано-воздушной смеси одноимпульсным разрядом большой мощности показал, что воздействие разряда с точки зрения обеспечения необходимых значений времени задержки воспламенения эквивалентно некоторой комбинации химической и тепловой активации, включая их отдельное использование. Этот вывод аналогичен выводу в [8] при активации смеси высокочастотным коронным разрядом в камере сгорания компрессионного двигателя с гомогенной смесью при использовании формализма G -фактора. При этом ключевыми параметрами являются как суммарный удельный энерговклад, так и некоторая характерная (средняя или максимальная) мощность. В рассматриваемой постановке для наиболее эффективной химической активации не имеет значение, какой (или какие) компонент является носителем активирующего энерговклада. В этой связи наличие или отсутствие заряженных частиц само по себе не является важным. В рамках исполь-

зованной кинетической модели все рассмотренные механизмы представляются аддитивными.

Предложенная групповая интерпретация стадийного характера процесса воспламенения является полезной, по крайней мере, на этапе качественных оценок. Правомерность использования такого подхода для оптимизации вычислительных процедур требует специальной проверки.

Количественные характеристики кинетики воспламенения возможно потребуют верификации на более полных схемах. Представленные результаты ориентированы в первую очередь на качественный анализ в идеализированной постановке. На последующих этапах этих исследований предполагается представить результаты аналогичного анализа с учетом пространственных эффектов и дополнительную верификацию редуцированной кинетики на базе расширенной кинетической схемы.

Работа поддержана Министерством науки и образования РФ (госзадание № 075-01129-23-00). Часть работы выполнена в рамках Программы-10 НЦФМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ju Y., Sun W. Plasma Assisted Combustion: Dynamics and Chemistry // Prog. Energy Combust. Sci. 2015. V. 48. P. 21.
2. Starikovskiy A., Aleksandrov N. Plasma-assisted Ignition and Combustion // Prog. Energy Combust. Sci. 2013. V. 39. № 1. P. 61.
3. Анохин Е.М., Киндышева С.В., Александров Н.Л. Воспламенение углеводород-кислородных смесей с помощью наносекундного поверхностного диэлектрического барьерного разряда // Физика плазмы. 2018. Т. 44. № 11. С. 927.
4. Discepoli G., Cruccolini V., Ricci F., Giuseppe A. Di., Papi S., Grimaldi C.N. Experimental Characterisation of the Thermal Energy Released by a Radio Frequency Corona Igniter in Nitrogen and Air // Appl. Energy. 2020. V. 263. P. 114617.
5. Boumehdi M.A., Stepanyan S.A., Desgroux P., Vanhove G., Starikovskaia S.M. Ignition of Methane- and n -butane-containing Mixtures at High Pressures by Pulsed Nanosecond Discharge // Combust. Flame. 2015. V. 162. P. 1336.
6. Cathey C.D., Tang T., Shiraishi T., Urushihara T., Kuthi A., Gundersen M.A. Nanosecond Plasma Ignition for Improved Performance of an Internal Combustion Engine // IEEE Trans. Plasma Sci. 2007. V. 35. P. 1664.
7. Filimonova E.A. Discharge Effect on the Negative Temperature Coefficient Behaviour and Multistage Ignition in C_3H_8 -Air Mixture // J. Phys. D: Appl. Phys. 2015. V. 48. P. 015201.
8. Filimonova E., Bocharov A., Bityurin V. Influence of a Non-equilibrium Discharge Impact on the Low Tem-

- perature Combustion Stage in the HCCI Engine // Fuel. 2018. V. 228. P. 309.
9. *Filimonova E.A., Dobrovolskaya A.S., Bocharov A.N., Bityurin V.A., Naidis G.V.* Formation of Combustion Wave in Lean Propane-air Mixture with a Non-uniform Chemical Reactivity Initiated by Nanosecond Streamer Discharges in the HCCI Engine // Combust. Flame. 2020. V. 215. P. 401.
 10. *Bityurin V.A., Bocharov A.N., Dobrovolskaya A.S., Kuznetsova T.N., Popov N.A., Filimonova E.A.* Numerical Modeling of Pulse-Periodic Nanosecond Discharges // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 2100. № 1. P. 012032.
 11. *Битюрин В.А., Бочаров А.Н.* Магнитогидродинамическое взаимодействие при обтекании затупленного тела гиперзвуковым воздушным потоком // МЖГ. 2006. № 5. С. 188.
 12. *Aleksandrov N.L., Kindusheva S.V., Nudnova M.M., Starikovskii A.Yu.* Mechanism of Ultra-fast Heating in a Non-equilibrium Weakly Ionized Air Discharge Plasma in High Electric Fields // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V. 43. P. 255201.
 13. *Popov N.A.* Fast Gas Heating in a Nitrogen-Oxygen Discharge Plasma: I. Kinetic Mechanism // J. Phys. D: Appl. Phys. 2011. V. 44. P. 285201.
 14. *Popov N.A., Starikovskaia S.M.* Relaxation of Electronic Excitation in Nitrogen/Oxygen and Fuel/Air Mixtures: Fast Gas Heating in Plasma-assisted Ignition and Flame Stabilization // Prog. Energy Combust. Sci. 2022. V. 89. 100928.
 15. *Белов Г.В., Иорин В.С., Юнгман В.С.* Моделирование равновесных состояний термодинамических систем с использованием ИВТАНТЕРМО для Windows // ТВТ. 2000. Т. 38. № 2. С. 209.
 16. *Битюрин В.А., Иванов П.П., Корягина Г.М., Любимов Г.А., Медин С.А., Морозов Г.Н., Прокон А.С.* Численное моделирование работы МГД-генератора на переменных режимах в составе МГДЭС // ТВТ. 1982. Т. 20. № 4. С. 347.
 17. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Электр. спр. М.: Наука, 1978–2004. <http://twi.mpei.ac.ru/tthb/2/oivt/IVTANTermo/Rus/index.htm>

УДК 544.452.2

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОДОРОДНО-ВОЗДУШНОГО ПЛАМЕНИ В ПЛОСКОМ ЗАЗОРЕ МЕТОДОМ ИНФРАКРАСНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ

© 2024 г. В. В. Володин, В. В. Голуб*, А. Е. Ельянов

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

*E-mail: golub@ihed.ras.ru

Поступила в редакцию 19.12.2023 г.

После доработки 22.01.2024 г.

Принята к публикации 14.02.2024 г.

В статье представлено экспериментальное исследование распространения водородно-воздушного пламени в плоском зазоре с центральным воспламенением. Впервые применена высокоскоростная инфракрасная визуализация, которая позволила детально рассмотреть начальную стадию формирования пламени в плоском зазоре и определить структуры, образующиеся в процессе сгорания смеси. При сгорании бедных водородно-воздушных смесей обнаружен распад дефлаграционного фронта пламени, приводящий к образованию отдельных очагов, распространяющихся радиально. Отмечено, что данный эффект наблюдается только при толщине зазора не более 5 мм и объемном содержании водорода в смеси не более 10%. Проанализирована интенсивность излучения продуктов сгорания в зависимости от состава смеси и толщины плоского зазора. Актуальность работы обусловлена требованиями безопасности водородной энергетики, в частности взрывобезопасности водородных топливных ячеек.

DOI: 10.31857/S0040364424030123

ВВЕДЕНИЕ

Спектральные характеристики излучения газового пламени сильно зависят от состава горящей смеси и геометрических характеристик объема, в котором происходит сгорание. Ультрафиолетовое излучение пламени связано с колебательными переходами двухатомных радикалов OH, CH и CN [1]. Излучение в видимом спектре обычно вызвано радикалом CN и непрерывным спектром излучения частиц углерода [2, 3]. Инфракрасное излучение пламени обусловлено колебательными переходами в конечных продуктах сгорания, таких как H_2O и CO_2 [4]. Особенностью бедного водородно-воздушного пламени является практически полное отсутствие излучения в видимой области спектра.

В пионерских работах, например [5], использовался метод спектрографии для определения излучения пламени. Развитие микроэлектроники привело к созданию многодетекторных инфракрасных матриц [6]. Одной из первых работ по визуализации водородно-воздушного пламени с помощью высокоскоростной инфракрасной (ИК) камеры можно считать работу Т. Моги [7].

Однако приведенные в [7] ИК-изображения водородно-воздушного пламени сделаны с большим временем экспозиции и не позволяют получить дополнительную информацию об излучении продуктов сгорания за фронтом пламени, т.е. часть потенциально полезной информации теряется. При правильном выборе времени экспозиции инфракрасная визуализация фронта пламени позволяет получить полутоновое изображение, интенсивность в каждой точке которого зависит от распределения интенсивности излучения по объему и от формы фронта пламени.

Интенсивность излучения зависит от различных факторов, однако основной определяющей величиной является температура на фронте водородно-воздушного пламени. Она исследуется как экспериментально [8], так и с помощью численных методов [9, 10].

Для дальнейшего анализа требуются дополнительные предположения. Например, в работе [11] в предположении постоянных температуры и состава газа за фронтом глобально сферического пламени получена структура фронта. Предполагая осесимметричность фронта пламени, мож-

но получить распределение интенсивности свечения вдоль радиуса. Для этого потребуются использовать преобразования, основанные на решении сингулярного интегрального уравнения Абеля [12]. Требование осесимметричности невыполнимо при свободном горении бедных смесей с содержанием водорода менее 30 об. % из-за неустойчивости фронта пламени [13].

ИК-визуализация фронта пламени, распространяющегося в плоском зазоре, позволяет уйти от необходимости использования математических преобразований и дает возможность исследовать бедные смеси с содержанием водорода менее 30 об. %. При центральном воспламенении в плоском зазоре фронт пламени движется по плоскости вдоль радиуса с центром в точке инициирования. Расположенная перпендикулярно плоскости инфракрасная камера регистрирует движущийся фронт пламени и интенсивность излучения продуктов сгорания за ним. После прохождения фронтом пламени расстояния больше, чем высота зазора, фронт пламени касается стенок и из сферического постепенно становится цилиндрическим. Таким образом, между объективом камеры и продуктами сгорания отсутствует зона реакции.

При этом ИК-камера регистрирует вдоль направления распространения фронта пламени излучение продуктов сгорания, т.е. паров воды, зону реакции и излучение негоревшей смеси.

В последние годы наблюдается повышенный интерес к экологически чистым технологиям производства и потребления тепловой и электрической энергии. Так, в работе [14] рассматривается распространение пламени в плоских зазорах для решения задач безопасного использования топливных ячеек и блоков аккумуляторных батарей.

В [15–19] проведены эксперименты по изучению различных аспектов горения водорода с воздухом в плоских зазорах с использованием схожих экспериментальных установок. Исследовались как динамика, так и структура фронта пламени. Основным применявшимся методом визуализации является теневой метод. В [15] использовался плоский зазор прямоугольной формы с внутренним покрытием из металлической сетки и было выявлено, что без препятствий не происходит перехода горения в детонацию. В канале с сеткой была замечена конденсация пара, свидетельствующая о значительном отводе тепла из зоны реакции, что приводило к гашению пламени. В [16] с аналогичной установкой, но расположенной вертикально, было обнаружено распространение пламени в ультрабедных смесях, противоречащее бытующему мнению о невозможности самоподдерживающегося горения бедных смесей. В рабо-

те [17], посвященной изучению поведения водородного пламени в двумерной геометрии, выявлена ячеистая структура и рассчитан коэффициент складчатости, значение которого соотносится с теоретически предсказанным [20]. В [18] исследованы термоакустические колебания, выявлен переход между режимами в зависимости от коэффициента избытка горючего и ширины канала. В [19] представлены обобщенные данные о распространении водородно-воздушного пламени, выявлен переход неустойчивого фронта пламени в пальцеобразный, что связано с гидродинамической неустойчивостью Дарье–Ландау. Работа [21] обобщает морфологические признаки распространения бедных водородно-воздушных пламен. В [21] приводится классификация типов горения бедных пламен в плоском зазоре. Она включает в себя четыре типа пламен, общей характеристикой которых выступает пальцеобразное распространение пламени, свойственное в первую очередь пламенам, распространяющимся в каналах и трубах [22].

В [23] представлены результаты исследования распространения пламени в предварительно приготовленной пропано-воздушной смеси в каналах шириной от 2.5 до 4.4 мм. Визуализация осуществлялась в видимом спектре. Выявлено влияние ширины зазора на видимую скорость пламени и продемонстрирована общая эволюция ячеек на протяжении всего процесса распространения. Для анализа ячеистой структуры пламени использовался метод наложения последовательных изображений фронта пламени друг на друга.

Аналогичный экспериментальный метод лег в основу работы [24]. Одним из результатов этой работы является предложение нового метода классификации бедных пламен, распространяющихся в плоском зазоре. Развито понятие «дрейфующего шарового пламени». Важно отметить, что в [24] отсутствует анализ начальной стадии распространения пламени, отмечается, что для подобного анализа необходимо использование высокоскоростной инфракрасной съемки.

Изучение плоского пламени также проводится и с водородно-кислородными [25], и с углеводородно-воздушными [26] смесями. В [26] обнаружено, что скорость пламени зависит от размера зазора, а увеличение зазора может приводить к более нестабильному распространению пламени. В экспериментальной установке плоский зазор моделировался между стальной и стеклянной пластинами. Авторы [27] провели экспериментальное и численное исследование предварительно смешанных пламен в узких зазорах. Целью исследования было изучение механизмов распространения пламени и зависимости его скорости от расстояния между пластинами. В резуль-

тате исследования было обнаружено, что уменьшение расстояния между пластинами приводит к увеличению скорости пламени, что может ускорить режимы горения и детонации.

Обзор литературы показывает, что практический интерес представляют пламена, распространяющиеся в бедных водородно-воздушных смесях в зазорах до 10 мм. В настоящей работе эксперименты проводились с водородно-воздушными смесями с содержанием водорода 10, 15 и 20 об. %. Фронт пламени распространялся в плоском зазоре толщиной от 3 до 10 мм. Зазоры толщиной менее 3 мм не рассматривались по причине превалирования теплопотерь [27], которые препятствуют воспламенению.

ДЕТАЛИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Плоский зазор заполнялся предварительно перемешанной водородно-воздушной смесью. Для создания необходимой водородно-воздушной смеси с объемным содержанием водорода от 10 до 20 об. % использовался газовый пульт, оснащенный вакуумным насосом, воздушным компрессором с системой очистки воздуха и необходимыми манометрами.

Водородно-воздушная смесь приготавливалась в емкости для смешения газов объемом 10 л. Предварительно с помощью вакуумного насоса из емкости откачивались остатки газа до предельного разрежения, контролируемого вакуумметром. Далее емкость соединялась с атмосферой до полного выравнивания давлений, после чего полагалось, что емкость заполнена воздухом до абсолютного давления, равного 1 атм. После в емкость подавался водород до давления, равного парциальному давлению водорода исследуемой смеси. В конце емкость заполнялась воздухом из компрессора через систему двухступенчатой очистки до избыточного давления 5 атм согласно манометрам. Смесь выдерживалась не менее 24 ч перед проведением экспериментов.

Плоский зазор формировался между круглым стеклом марки КИ диаметром 120 мм и пластиной, изготовленной методом 3D-печати. Толщиной пластины задается и таким образом варьируется толщина плоского зазора.

Экспериментальная установка подключалась через штуцер (6 на рис. 1) к баллону с газовой смесью. Искровой разрядник 5 подключался к импульсному источнику высокого напряжения. Визуализация осуществлялась инфракрасной камерой Infratec ImageIR 8300 9, расположенной над экспериментальной сборкой, со скоростью до 400 кадр/с, время экспозиции составляло от 5 до 100 мкс в зависимости от исследуемой газовой смеси, разрешение матрицы ка-

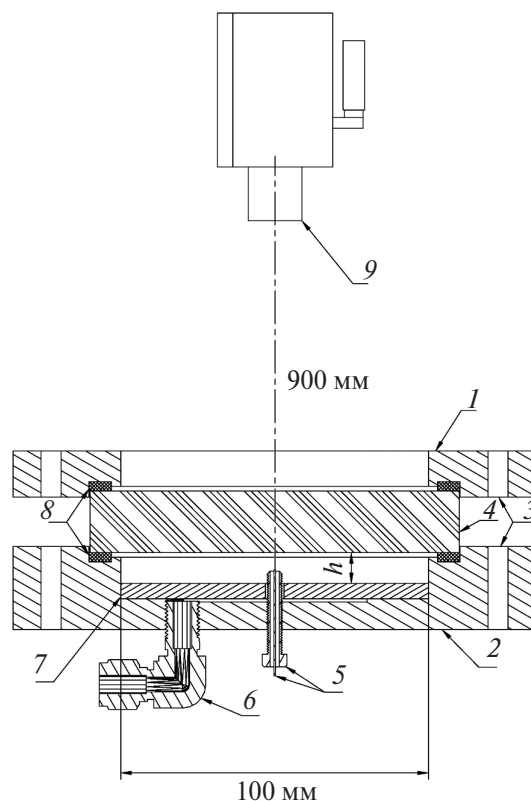


Рис. 1. Экспериментальная установка: 1 – прижимной фланец; 2 – нижний фланец (основание); 3 – отверстия крепления фланцев между собой; 4 – стекло КИ; 5 – искровой воспламенитель; 6 – газовый штуцер; 7 – пластина, формирующая исследуемый зазор h ; 8 – резиновые уплотнители; 9 – инфракрасная камера.

меры – 640 × 512 пкс в формате полного кадра. Экспериментальная установка предварительно вакуумировалась с помощью вакуумного насоса на многофункциональном газовом пульте, разрежение и герметичность контролировались вакуумметром на том же пульте. После вакуумирования сборка заполнялась газовой смесью до необходимого давления, также контролируемого вакуумметром и манометрами с пульта. Все эксперименты проводились при абсолютном давлении смеси 0.5 атм. Для начала эксперимента включалась запись ИК-камеры и осуществлялся поджиг смеси.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Эксперименты проводились с водородно-воздушными смесями с содержанием водорода 10, 15 и 20 об. %. Толщина зазора h в ходе работы составляла 3, 5, 7 и 10 мм. В экспериментах с 10 об. % водорода в смеси при толщинах зазора 3 и 5 мм фронт пламени представлял собой разрозненные очаги, движущиеся от центра иници-

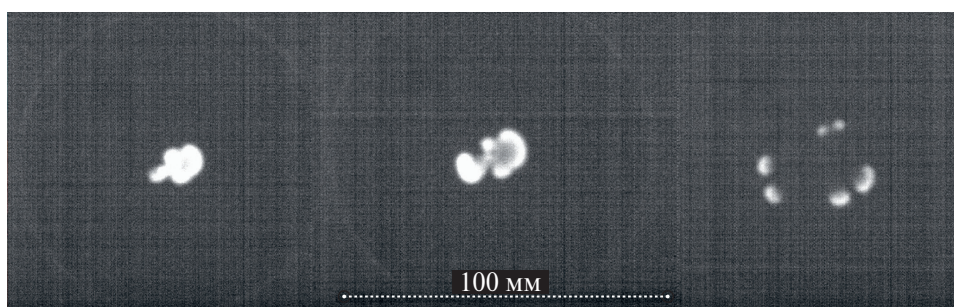


Рис. 2. Инфракрасные изображения распространяющегося фронта водородно-воздушного пламени с 10 об. % водорода и толщиной зазора 5 мм в моменты времени 5.4, 13.5 и 40.5 мс (слева направо).

ирования к краю. На рис. 2 показана серия инфракрасных изображений пламени с содержанием водорода 10 об. %, распространяющегося в зазоре толщиной 5 мм.

На начальной стадии в моменты времени от инициирования до 5.4 мс фронт пламени может быть охарактеризован как неустойчивый дефлаграционный. В последующие моменты времени фронт пламени испытывает сильную неустойчивость, но сохраняет связность до момента времени 13.5 мс. После этого фронт пламени преобразуется в отдельные очаги, распространяющиеся радиально. Стоит отметить, что минимальный размер очагов, обнаруженных в эксперименте, соответствует толщине зазора, равной 5 мм. Светимость продуктов сгорания обнаружена только в области, близкой к зоне реакции, что соответствует именно очаговому распространению пламени, в отличие от пальцевого режима распространения пламени в канале, когда зона реакции также существует на «юбке» [22]. В [21] бедные пламена, распространяющиеся в плоском зазоре, визуализировались тeneвым методом и характеризовались как пальцеобразное горение. Teneвая визуализация регистрирует разницу плотностей, и поэтому становится затруднительно отличить очаг пламени от пальцевого горения. Отмеченные в [21] многопальцевые структуры фронта пламени представляли собой очаг и след за ним, который мог возникать как из-за нагрева, так и от конденсации паров воды. В [24] бедные пламена, распространявшиеся в плоском зазоре, регистрировались в отраженном видимом свете в виде сконденсированных паров воды на прозрачных стенках за очагом. В [24] предложен метод композиции последовательно инвертированных показов проекций видеозаписей экспериментов, фиксирующих конденсационные следы фронта пламени на прозрачной стенке камеры. Показаны три характерных морфотипа следов горения ультрабедного водородно-воздушного пламени в горизонтальном цилиндрическом плоском зазоре с центральным зажиганием. В настоящей ра-

боте анализ интенсивности излучения проводился в экспериментах с более богатыми смесями и дефлаграционным фронтом пламени. На рис. 3 в качестве примера представлены инфракрасные изображения дефлаграционного фронта пламени с различными концентрациями водорода при различной толщине зазора.

Использование ИК-камеры позволяет представить данные изображения в виде матрицы интенсивности излучения в Вт/м². С помощью компьютерной программы, написанной в среде MatLab, получены графики распределения интенсивности излучения вдоль радиуса. Из точки инициирования по лучу выделялись полосы интенсивности излучения со смещением по углу. Полученные данные осреднялись по всем полу-

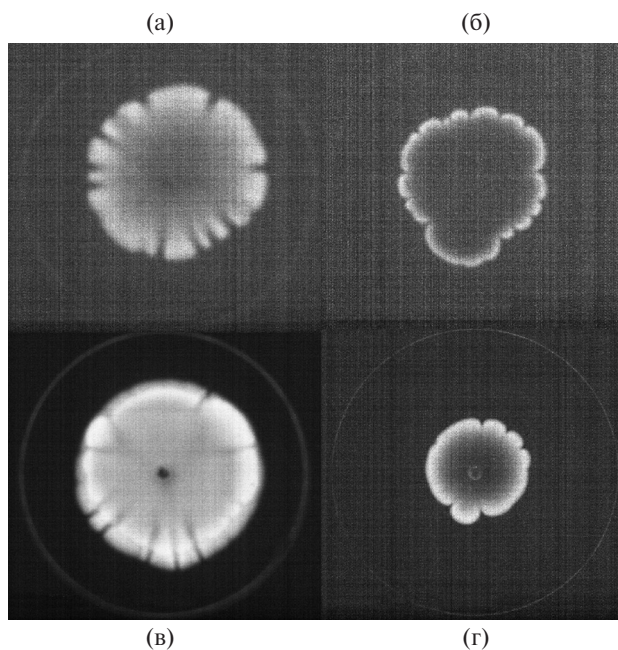


Рис. 3. Инфракрасные изображения фронта водородно-воздушного пламени: (а) — 10 об. % водорода в смеси, толщина зазора — 10 мм, момент времени — 40.5 мс; (б) — 15 об. %, 3 мм, 13.5 мс; (в) — 15 об. %, 10 мм, 13.5 мс; (г) — 20 об. %, 3 мм, 5.4 мс.

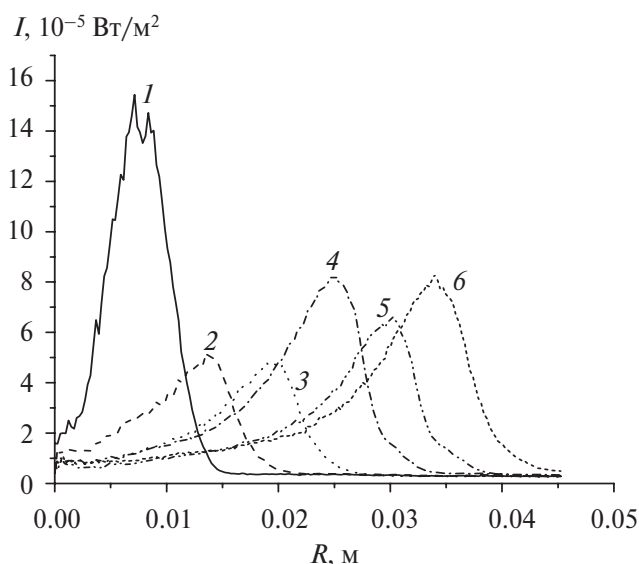


Рис. 4. График распределения интенсивности излучения вдоль радиуса для различных моментов времени распространения водородно-воздушного фронта пламени с содержанием водорода 10 об. % в зазоре толщиной 10 мм: 1 – 5.4 мс, 2 – 16.2, 3 – 27, 4 – 37.8, 5 – 48.6, 6 – 59.5.

ченным лучам, что в итоге позволило построить зависимость интенсивности излучения от радиуса для каждого момента времени.

На рис. 4 показан график распределения интенсивности излучения вдоль радиуса для различных моментов времени распространения водородно-воздушного фронта пламени с содержанием водорода 10 об. % в зазоре толщиной 10 мм. Пики интенсивности излучения соответствуют излучению продуктов сгорания в области, близкой к зоне реакции. Из графика можно сделать вывод о существенном остывании продуктов сгорания, расположенных ближе к точке инициирования. Высокие значения интенсивности излучения на начальной стадии (5.4 мс) соответствуют моменту инициирования, когда фронт пламени еще являлся полусферическим, так как точка инициирования в данной постановке эксперимента находится на нижней стенке ячейки.

На рис. 5 показаны графики распределения интенсивности излучения вдоль радиуса для различных моментов времени распространения водородно-воздушного фронта пламени с содержанием водорода 15 об. % в зазорах толщиной 5, 7 и 10 мм.

Видно, что с увеличением толщины плоско-го зазора пики интенсивности излучения продуктов сгорания расширяются в сторону точки инициирования. Это свидетельствует о том, что остывание продуктов сгорания происходит медленнее. Более того, из-за адиабатическо-

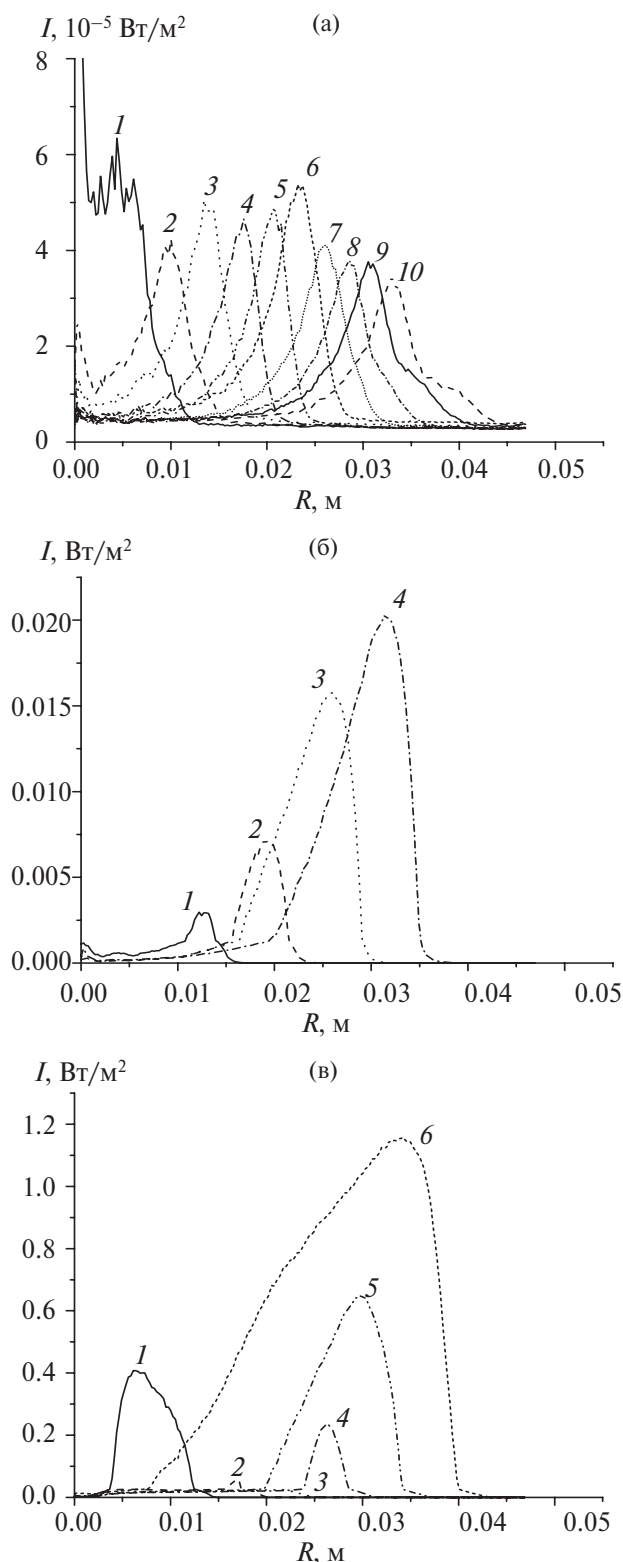


Рис. 5. Графики распределения интенсивности излучения вдоль радиуса для различных моментов времени распространения водородно-воздушного фронта пламени с содержанием водорода 15 об. % в зазоре различной толщины: (а) – 5 мм, (б) – 7, (в) – 10; 1 – 5.4 мс, 2 – 8.1, 3 – 10.8, 4 – 13.5, 5 – 16.2, 6 – 18.9, 7 – 21.6, 8 – 24.3, 9 – 27, 10 – 29.7.

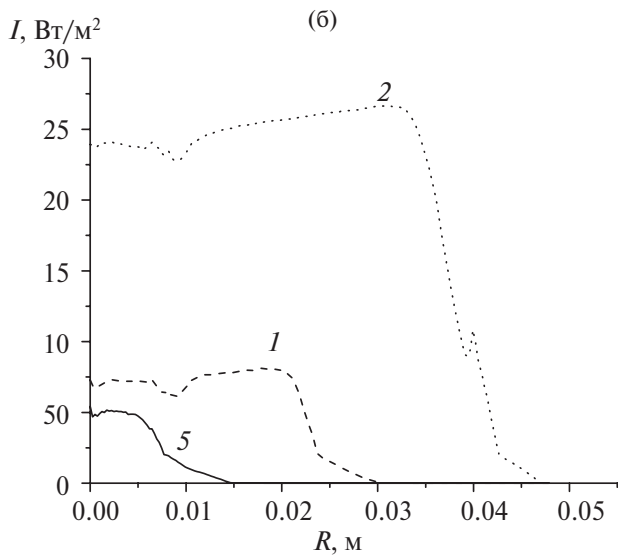
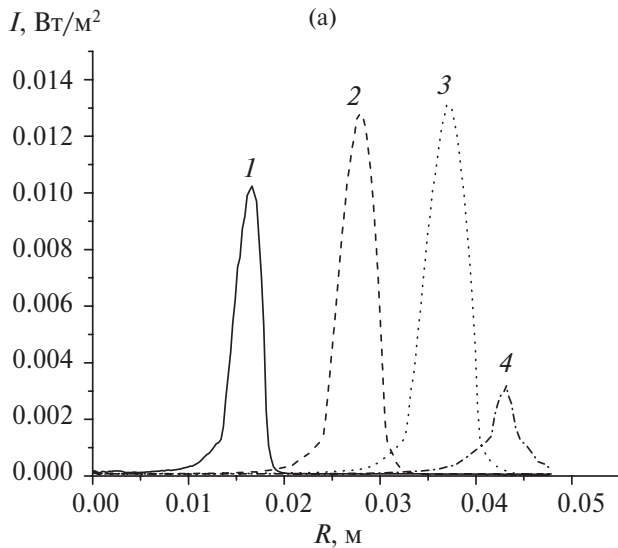


Рис. 6. Графики распределения интенсивности излучения вдоль радиуса для различных моментов времени распространения водородно-воздушного фронта пламени с содержанием водорода 20 об. % в зазоре толщиной 3 (а) и 10 мм (б); 1 – 5.4 мс, 2 – 8.1, 3 – 10.8, 4 – 13.5, 5 – 2.7.

го сжатия интенсивность излучения продуктов сгорания смеси с 15 об. % водорода в зазоре толщиной 10 мм на радиусе 30 мм в момент времени 16.2 мс ниже, чем интенсивность излучения в момент времени 18.9 мс на том же радиусе. Рост давления в совокупности с возросшим тепловыделением приводит к большему нагреву продуктов сгорания. Аналогичный эффект отмечается и при сгорании смеси с 20 об. % водорода (рис. 6).

Важно отметить также и рост скорости распространения фронта пламени в зависимости от толщины плоского зазора. На рис. 7 представ-

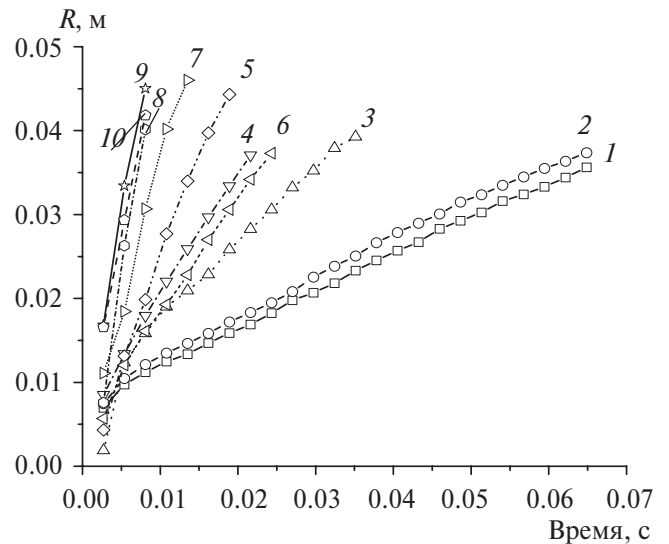


Рис. 7. График зависимости среднего радиуса от времени при различных условиях: 1 – 10 об. % водорода в смеси, толщина зазора – 7 мм; 2 – 10, 10; 3 – 15, 3; 4 – 15, 5; 5 – 15, 7; 6 – 15, 10; 7 – 20, 3; 8 – 20, 5; 9 – 20, 7; 10 – 20, 10.

лен график зависимости среднего радиуса фронта пламени от времени при горении смесей с 10, 15 и 20 об. % водорода в зазорах толщиной 3, 5, 7 и 10 мм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью инфракрасной визуализации в плоских щелях с бедными водородно-воздушными смесями впервые установлено формирование очагов пламени из дефлаграционного фронта на начальном этапе. Получены инфракрасные изображения, которые позволяют охарактеризовать данный режим горения как очаговый, так как излучение продуктов сгорания происходит лишь в малой области вблизи зоны реакции.

Выявлено, что интенсивность излучения продуктов сгорания, а как следствие, и их температура зависят как от состава смеси, так и от толщины зазора. Во всех режимах эксперимента теплопоглощение стенками остается неизменным, так как оно зависит лишь от физических свойств материала стенок. Увеличение концентрации горючего или толщины зазора приводит к увеличению среднего тепловыделения при сгорании. При уменьшении толщины зазора отмечается остывание продуктов сгорания за фронтом реакции.

Следует отметить и зависимость скорости распространения фронта пламени от толщины зазора. При увеличении толщины зазора скорость распространения фронта пламени увеличивается до двух раз.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (госзадание № 075-00270-24-00).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gaydon A.G. The Spectroscopy of Flames. Chapman and Hall Ltd., 1974. 411 p.
2. Попов Ю.А. О влиянии пульсаций температуры на излучение пламени и методе обращения спектральных линий // ТВТ. 1980. Т. 18. № 2. С. 383.
3. Луизова Л.А., Смирнов Б.М., Хахаев А.Д., Чугин В.П. Излучательные свойства пламени свечи // ТВТ. 1990. Т. 28. № 5. С. 897.
4. Руднев Б.И., Повалихина О.В. Анализ особенностей излучения пламени в камере сгорания дизельных двигателей // Науч. тр. Дальрыбвтуза. 2007. № 19. С. 80.
5. Burrows M.C. Radiation Processes Related to Oxygen-Hydrogen Combustion at High Pressures // Proc. Combust. Inst. 1965. V. 10. № 1. P. 207.
6. Ferrari M., Quaresima V. A Brief Review on the History of Human Functional Near-infrared Spectroscopy (fNIRS) Development and Fields of Application // Neuroimage. 2012. V. 63. № 2. P. 921.
7. Kim W.K., Mogi T., Dobashi R. Flame Acceleration in Unconfined Hydrogen/Air Deflagrations Using Infrared Photography // J. Loss Prev. Process Ind. 2013. V. 26. № 6. P. 1501.
8. Pitz R.W., Cattolica R., Robben F., Talbot L. Temperature and Density in a Hydrogen-Air Flame from Rayleigh Scattering // Combust. Flame. 1976. V. 27. P. 313.
9. Bykov V., Kiverin A., Koksharov A., Yakovenko I. Analysis of Transient Combustion with the Use of Contemporary CFD Techniques // Comput. Fluids. 2019. V. 194. P. 104310.
10. Яковенко И.С., Котельников А.Л., Киверин А.Д. Влияние дисперсных капель воды на ускорение пламени и переход к детонации // Вестник ОИВТ. 2022. Т. 8. С. 48.
11. Bivol G., Gavrikov A., Golub V., Elyanov A., Volodin V. 3D Surface of an Unstable Hydrogen-Air Flame // Exp. Therm. Fluid Sci. 2021. V. 121. P. 110265.
12. Sizikov V.S., Evseev V., Fateev A., Clausen S. Direct and Inverse Problems of Infrared Tomography // Appl. Opt. 2016. V. 55. № 1. P. 208.
13. Elyanov A.E., Gavrikov A.I., Golub V.V., Mikushkin A.Yu., Volodin V.V. Propagation Dynamics Uncertainty Analysis of a Premixed Laminar Unstable Hydrogen-Air Flame // Process Saf. Environ. Prot. 2022. V. 164. P. 50.
14. Аминов Р.З., Егоров А.Н., Рыжков А.А. Исследование горения топливной смеси $H_2-O_2-H_2O$ в камере сгорания водородного парогенератора // ТВТ. 2022. Т. 60. № 4. С. 557.
15. Kuznetsov M., Grune J. Experiments on Combustion Regimes for Hydrogen/Air Mixtures in a Thin Layer Geometry // Int. J. Hydrogen Energy. 2019. V. 44. № 17. P. 8727.
16. Veiga-López F., Kuznetsov M., Martínez-Ruiz D., Fernández-Tarrazo E., Grune J., Sánchez-Sanz M. Unexpected Propagation of Ultra-lean Hydrogen Flames in Narrow Gaps // Phys. Rev. Lett. 2020. V. 124. № 17. 174501.
17. Kuznetsov M., Grune J., Tengah S., Yanez J. Experimental Study of 2D-instabilities of Hydrogen Flames in Flat Layers // Proc. 25th ICDERS. 2–7 August. 2015. Leeds, UK, 2015. P. 313.
18. Veiga-López F., Kuznetsov M., Yanez J., Grune J., Sánchez-Sanz M. Flame Propagation Near the Limiting Conditions in a Thin Layer Geometry // Proc. 8th ICHS. Adelaide, Australia, 2019. P. 193.
19. Veiga-López F., Martínez-Ruiz D., Sánchez-Sanz M., Kuznetsov M. Thermoacoustic Analysis of Kean H_2 -Air Premixed Flames in Thin Layers // Proc. 27th ICDERS. 28 July–2 August. 2019. V. 28. 169.
20. Michelson D.M., Sivashinsky G.I. Nonlinear Analysis of Hydrodynamic Instability in Laminar Flames—II. Numerical Experiments // Acta Astronaut. 1977. V. 4. № 11–12. P. 1207.
21. Escanciano J.Y., Kuznetsov M., Veiga-López F. Characterization of Unconventional Hydrogen Flame Propagation in Narrow Gaps // Phys. Rev. E. 2021. V. 103. № 3. 033101.
22. Bychkov V., Akkerman V., Fru G., Petchenko A., Eriksson L.-E. Flame Acceleration in the Early Stages of Burning in Tubes // Combust. Flame. 2007. V. 150. № 4. P. 263.
23. Alexeev M.M., Semenov O.Y., Yakush S.E. Experimental Study on Cellular Premixed Propane Flames in a Narrow Gap between Parallel Plates // Combust. Sci. Technol. 2018. V. 191. № 7. P. 1256.
24. Москалев П.В., Денисенко В.П., Кириллов И.А. Классификация и динамика ультрабыстрых водородо-воздушных пламен в горизонтальных цилиндрических ячейках Хеле-Шоу // ЖЭТФ. 2023. Т. 164. № 1. С. 117.
25. Fernández-Galisteo D., Kurdyumov V.N., Ronney P.D. Analysis of Premixed Flame Propagation between Two Closely-spaced Parallel Plates // Combust. Flame. 2018. V. 190. P. 133.
26. Jang H.J., Jang G.M., Kim N.I. Unsteady Propagation of Premixed Methane/Propane Flames in a Mesoscale Disk Burner of Variable-gaps // Proc. Combust. Inst. 2019. V. 37. № 2. P. 1861.
27. Guo Zh., Wu F., Diao Sh., Wen X. Unstable Combustion Behavior of Syngas/Air Mixture with Different Components in a Narrow Gap Disk Reactor // Int. J. Hydrogen Energy. 2024. V. 54. P. 1357.

УДК 537.2, 536.2

МЕТОД ОТРАЖЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПЛОСКОСЛОИСТЫХ СРЕД, СОСТОЯЩИХ ИЗ ТРЕХ ПЛЕНОК

© 2024 г. А. Б. Петрин

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

E-mail: petrin@ihed.ras.ru, a_petrin@mail.ru

Поступила в редакцию 09.11.2023 г.

После доработки 09.11.2023 г.

Принята к публикации 14.02.2024 г.

Представлен метод зеркальных отражений электростатики для точечного заряда, расположенного рядом с плоскостойкой средой, состоящей из трех пленок на диэлектрическом полупространстве. Метод обобщается на случай произвольной системы зарядов и применяется к решению математически аналогичных задач электростатики и стационарной теплопроводности плоскостойких сред. В качестве примера применения метода рассматривается задача нахождения распределений электростатического потенциала вокруг проводящей заряженной сферы. Обсуждаются решения аналогичных задач нахождения распределения температур равномерно нагретых тел, расположенных вблизи теплопроводящей плоскостойкой структуры из трех теплопроводящих пленок на теплопроводящем полупространстве.

DOI: 10.31857/S0040364424030132

ВВЕДЕНИЕ

Нахождение электромагнитных и тепловых полей в плоскостойких структурах является важной частью проектирования устройств микроэлектроники, электротехники, акустики и теплофизики. Для решения таких задач, как правило, используются фурье-преобразования по двум координатам в плоскости структуры и затем с учетом граничных условий приводятся различные матричные методы, которые успешно применяются к решению задач излучения и распространения электромагнитных волн [1–4], акустики [5], теплопроводности [6–9] плоскостойких сред. В работе [10] предложен оригинальный вариант строгой электромагнитной теории излучения элементарного диполя, расположенного на границе или внутри плоскостойкой структуры, который является развитием работ [11, 12]. В частности, в [10] предложен метод аналитического упрощения решения. Обобщение метода для случая произвольного количества пленок в плоскостойкой структуре позволило приве-

сти формулы для излучаемых полей к одномерным интегралам, что существенно упростило анализ задачи и ускорило численные расчеты. Так, в [13, 14] развитые математические подходы были применены к нахождению трехмерного фундаментального решения электростатики (квазиэлектростатики) в плоскостойких средах, т.е. к нахождению поля точечного заряда в плоскостойких средах, а также в соответствующих задачах стационарной теплопроводности. На основе полученных результатов была предложена формулировка обобщенного метода зеркальных отражений для точечного заряда, расположенного рядом с плоскостойкой структурой. Этот результат был обобщен на случай произвольного распределения зарядов вблизи плоскостойкой структуры и произвольного количества пленок [15, 16]. Однако в развитом в [15, 16] обобщенном методе зеркальных отражений приходилось проводить двойное интегрирование, что ограничивало скорость вычислений с использованием этого метода. В [17] обобщенный метод зеркальных отражений был модифицирован приме-

нительно к важной частной задаче о точечном заряде, расположенном рядом с плоскостойкой структурой, состоящей из одной пленки, на диэлектрическом полупространстве. Модифицированная формулировка метода отражений позволила исключить интегрирование, заменив интегралы суммами. Это существенно упростило и ускорило расчеты.

Данная работа является продолжением и обобщением работ [13–16]. Метод зеркальных отражений работы [17] для одной пленки обобщен на случай плоскостойкой структуры, состоящей из трех пленок. При этом, так же как в [17], двойное интегрирование удалось заменить суммированием по виртуальным зарядам. На основе предложенного метода, в качестве примера, решена задача нахождения распределения электростатического потенциала вблизи проводящей сферы, расположенной рядом с плоскостойкой структурой, состоящей из трех диэлектрических пленок и лежащей на диэлектрическом полупространстве. На основе аналогии электростатики и стационарной теплопроводности кратко обсуждаются аналогичные задачи нахождения распределения температурных полей.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА, РАСПОЛОЖЕННОГО В ПЛОСКОСЛОИСТОЙ СТРУКТУРЕ

Рассмотрим задачу нахождения электростатического потенциала от точечного заряда q , расположенного внутри плоскостойкой структуры. В предыдущих работах был развит матричный метод решения таких задач, поэтому применим его, опуская детали, в терминах и обозначениях работ [14, 15, 17].

Пусть общее число пленок плоскостойкой структуры N_f , толщина m -й пленки d_m и полная толщина слоистой структуры $d_{\text{tot}} = \sum_{m=1}^{N_f} d_m$. Общее число пленок $N = N_f + 1$. Пронумеруем области пространства $j = 1, \dots, (N + 1)$. На рис. 1 показана для примера задача с тремя пленками, $N_f = 3$ и $N = 4$. Предположим, что пленки имеют абсолютные диэлектрические проницаемости, равные ϵ_j , а перед и за слоистой структурой находятся однородные полупространства с проницаемостями ϵ_1 и ϵ_{N+1} соответственно. Обозначим также через z_j координаты N границ пленок по оси Z следующим образом: $z_j = z_1 + \sum_{m=1}^{j-1} d_m$ при $j = 2, \dots, N$.

Электрический потенциал ϕ_j в каждой области удовлетворяет уравнению Пуассона $\Delta\phi_j = -\rho/\epsilon_j$,

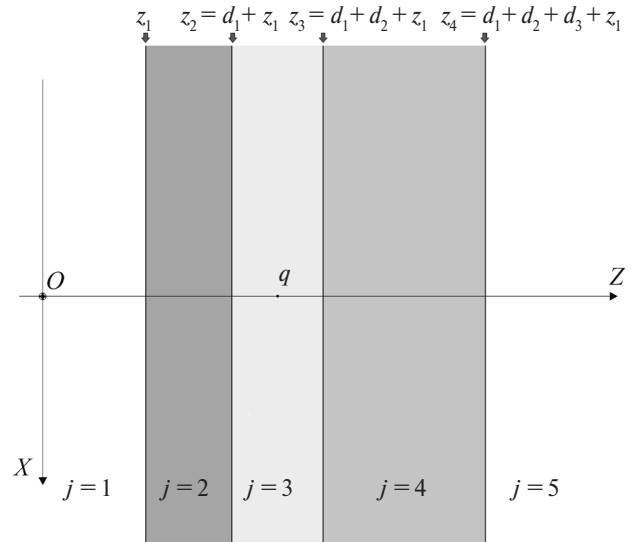


Рис. 1. Геометрия плоскостойкой структуры, состоящей из трех пленок.

где Δ – оператор Лапласа, ρ – объемная плотность заряда, ϵ_j – абсолютная диэлектрическая проницаемость j -й области. Потенциал в j -й области представим в виде фурье-разложения:

$$\phi_j(x, y, z) = (2\pi)^{-2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\xi x + i\eta y} \tilde{\phi}_j(\xi, \eta, z) d\xi d\eta.$$

Было показано, что потенциал в j -й области задачи можно представить в виде

$$\begin{aligned} \phi_j(x, y, z) = \\ = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\hat{\phi}_j^+ e^{-\gamma(z-z_{j-1})} + \hat{\phi}_j^- e^{\gamma(z-z_j)} \right) e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta, \end{aligned}$$

где $\gamma = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$, а $\hat{\phi}_j^+$ и $\hat{\phi}_j^-$ являются функциями только ξ и η и объединяются в вектор-столбец фурье-образов потенциала $\hat{\mathcal{T}}_j = \hat{\mathcal{T}}_j(\xi, \eta) = (\hat{\phi}_j^+; \hat{\phi}_j^-)^T$. Общее решение для электрического потенциала в области $j = 1$ (в интервале $(-\infty, z_1]$) и в области $j = N + 1$ (в интервале $[z_N, +\infty)$) запишем в виде

$$\begin{aligned} \phi_1(x, y, z) &= (2\pi)^{-2} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\hat{\phi}_1^+ e^{-\gamma(z-z_1)} + \hat{\phi}_1^- e^{\gamma(z-z_1)} \right) e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta, \\ \phi_{N+1}(x, y, z) &= (2\pi)^{-2} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\hat{\phi}_{N+1}^+ e^{-\gamma(z-z_N)} + \hat{\phi}_{N+1}^- e^{\gamma(z-z_N)} \right) e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta. \end{aligned}$$

Учет граничных условий (непрерывности на границе фурье-образов потенциала и нормальной компоненты электрической индукции, т.е. вектора $(\tilde{\varphi}_j, -\epsilon_j \partial \tilde{\varphi}_j / \partial z)^T$) позволяет связать вектор-столбцы $\hat{\mathcal{F}}_1$ и $\hat{\mathcal{F}}_{N+1}$ в первой и последней областях задачи (т.е. в полупространствах) уравнением

$$\hat{\mathcal{F}}_1 = \left(\mathbf{T}_1 \times \prod_{m=2}^N \mathbf{T}_m \times \mathbf{T}_{N+1} \right) \times \hat{\mathcal{F}}_{N+1},$$

где матрицы пленок и полупространств записываются в виде

$$\mathbf{T}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \epsilon_1 \gamma & -\epsilon_1 \gamma \end{pmatrix}^{-1},$$

$$\mathbf{T}_m = \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma d_{m-1}} \\ \epsilon_m \gamma & -\epsilon_m \gamma e^{-\gamma d_{m-1}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} e^{-\gamma d_{m-1}} & 1 \\ \epsilon_m \gamma e^{-\gamma d_{m-1}} & -\epsilon_m \gamma \end{pmatrix}^{-1},$$

$$\mathbf{T}_{N+1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \epsilon_{N+1} \gamma & -\epsilon_{N+1} \gamma \end{pmatrix}.$$

Если точечный заряд находится внутри плоскостной структуры, то связь между $\hat{\mathcal{F}}_1$ и $\hat{\mathcal{F}}_{N+1}$ определяется уравнением

$$\mathbf{H}_R \times \hat{\mathcal{F}}_{N+1} = \mathbf{H}_L \times \hat{\mathcal{F}}_1 + \mathbf{V}, \quad (1)$$

где $\mathbf{V} = (0, q)^T$ – вектор-столбец, характеризующий возбуждающее воздействие на плоскостную систему точечного заряда q , а матрицы $\mathbf{H}_R$ и $\mathbf{H}_L$ характеризуют отклик на внешнее возбуждение слоистой структуры справа и слева от заряда и выражаются произведениями матриц слоев справа и слева от заряда: $\mathbf{H}_R = \mathbf{T}_R \dots \times \mathbf{T}_{N+1}$, $\mathbf{H}_L = (\mathbf{T}_1 \times \dots \times \mathbf{T}_L)^{-1}$. Так как точечный заряд (источник полей) находится исключительно внутри плоскостной структуры, то в столбцах $\hat{\mathcal{F}}_1$ и $\hat{\mathcal{F}}_{N+1}$ есть только компоненты $\hat{\varphi}_1^-$ и $\hat{\varphi}_{N+1}^+$, определяющие поля, убывающие при удалении от плоскостной структуры. Чтобы найти эти компоненты, разобьем матрицы $\mathbf{H}_R$ и $\mathbf{H}_L$ на элементы $H_{RA}, H_{RB}, H_{RC}, H_{RD}$ и $H_{LA}, H_{LB}, H_{LC}, H_{LD}$, тогда уравнение (1) примет вид

$$\begin{pmatrix} H_{RA} & H_{RB} \\ H_{RC} & H_{RD} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \hat{\varphi}_{N+1}^+ \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{LA} & H_{LB} \\ H_{LC} & H_{LD} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\varphi}_1^- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ q \end{pmatrix}.$$

Это уравнение можно представить системой из двух уравнений $H_{RA} \hat{\varphi}_{N+1}^+ = H_{LB} \hat{\varphi}_1^-$, $H_{RC} \hat{\varphi}_{N+1}^+ = H_{LD} \hat{\varphi}_1^- + q$, которые можно снова объединить в одно матричное 2×2 уравнение:

$$\begin{pmatrix} -H_{LB} & H_{RA} \\ -H_{LD} & H_{RC} \end{pmatrix} \hat{\mathcal{F}}_{\text{out}} = \begin{pmatrix} 0 \\ q \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где введен вектор-столбец $\hat{\mathcal{F}}_{\text{out}} = (\hat{\varphi}_1^-, \hat{\varphi}_{N+1}^+)^T$. Из (2) можно найти $\hat{\varphi}_1^-$ и $\hat{\varphi}_{N+1}^+$, а значит, потенциалы в полупространствах:

$$\begin{aligned} \varphi_1(x, y, z) &= \\ &= (2\pi)^{-2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\varphi}_1^- e^{\gamma(z-z_1)} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta, \\ \varphi_{N+1}(x, y, z) &= \\ &= (2\pi)^{-2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\varphi}_{N+1}^+ e^{-\gamma(z-z_N)} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta. \end{aligned}$$

Наконец, зная $\hat{\mathcal{F}}_1$ и $\hat{\mathcal{F}}_{N+1}$, получаем вектор-столбцы потенциалов $\hat{\mathcal{F}}_j$ и сами потенциалы в любой внутренней области с номером j .

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА, РАСПОЛОЖЕННОГО НА НЕКОТОРОМ РАССТОЯНИИ ОТ ГРАНИЦЫ ПЛОСКОСЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ТРЕХ ПЛЕНОК

Применим вышеизложенную теорию и рассмотрим задачу нахождения электрического потенциала от точечного заряда q , распо-

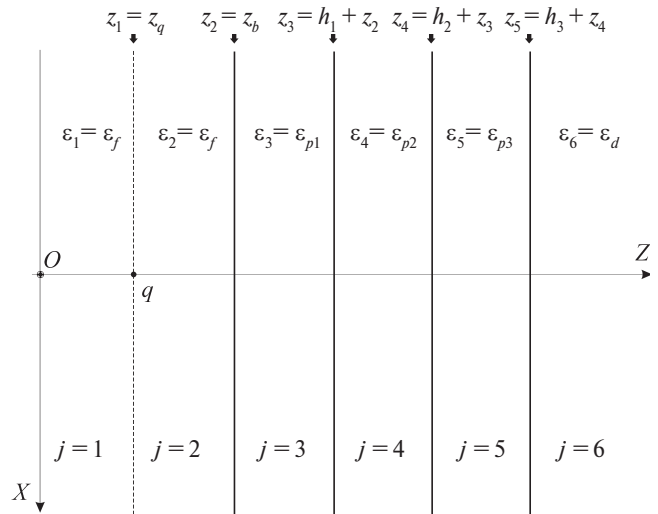


Рис. 2. Точечный заряд q , расположенный в свободном пространстве с диэлектрической проницаемостью ϵ_f в точке с координатой z_q на расстоянии $(z_b - z_q)$ от плоскостной структуры из трех пленок с толщинами h_1, h_2, h_3 и диэлектрическими проницаемостями $\epsilon_{p1}, \epsilon_{p2}, \epsilon_{p3}$, расположенной на границе полупространства с диэлектрической проницаемостью ϵ_d .

женного в полупространстве с диэлектрической проницаемостью ϵ_f (см. рис. 2). Заряд находится на некотором расстоянии от трех пленок с проницаемостями ϵ_{p1} , ϵ_{p2} , ϵ_{p3} и толщинами h_1 , h_2 , h_3 , нанесенных на полупространство с проницаемостью ϵ_d . В введенной системе координат заряд располагается в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}_q = (0, 0, z_q)$, на расстоянии $d = (z_b - z_q)$ вдоль оси Z от первой пленки. Эту задачу можно рассмотреть как задачу нахождения потенциала от точечного заряда, расположенного на поверхности вспомогательной пленки толщины $d = (z_b - z_q)$, причем проницаемости этой вспомогательной пленки и полупространства слева одинаковы и равны ϵ_f .

В такой постановке имеется шесть областей. Введем их нумерацию: индекс $j = 1$ соответствует полупространству с ϵ_f , $j = 2$ – вспомогательной пленке с $\epsilon_2 = \epsilon_f$ и толщиной d , $j = 3$ – реальной пленке с $\epsilon_3 = \epsilon_{p1}$ и толщиной h_1 , $j = 4$ – реальной пленке с $\epsilon_4 = \epsilon_{p2}$ и толщиной h_2 , $j = 5$ – реальной пленке с $\epsilon_5 = \epsilon_{p3}$ и толщиной h_3 , а индекс $j = 6$ соответствует полупространству с $\epsilon_6 = \epsilon_d$ (см. рис. 2). Тогда $N = 5$, $z_1 = z_q$, $z_2 = z_b$, $z_3 = h_1 + z_2$, $z_4 = h_2 + z_3$, $z_5 = h_3 + z_4$, $\mathbf{H}_R = \mathbf{T}_2 \times \mathbf{T}_3 \times \mathbf{T}_4 \times \mathbf{T}_5 \times \mathbf{T}_6$, $\mathbf{H}_L = (\mathbf{T}_1)^{-1}$ и уравнение примет вид

$$(\mathbf{T}_2 \times \mathbf{T}_3 \times \mathbf{T}_4 \times \mathbf{T}_5 \times \mathbf{T}_6) \times \hat{\mathcal{F}}_6 = (\mathbf{T}_1)^{-1} \times \hat{\mathcal{F}}_1 + \mathbf{V},$$

где матрицы выражаются следующими формулами:

$$\mathbf{T}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \epsilon_f \gamma & -\epsilon_f \gamma \end{pmatrix}^{-1},$$

$$\mathbf{T}_2 = \mathbf{L}_2 \times (\mathbf{R}_2)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma d} \\ \epsilon_f \gamma & -\epsilon_f \gamma e^{-\gamma d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma d} & 1 \\ \epsilon_f \gamma e^{-\gamma d} & -\epsilon_f \gamma \end{pmatrix}^{-1},$$

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{L}_3 \times (\mathbf{R}_3)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma h_1} \\ \epsilon_{p1} \gamma & -\epsilon_{p1} \gamma e^{-\gamma h_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma h_1} & 1 \\ \epsilon_{p1} \gamma e^{-\gamma h_1} & -\epsilon_{p1} \gamma \end{pmatrix}^{-1},$$

$$\mathbf{T}_4 = \mathbf{L}_4 \times (\mathbf{R}_4)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma h_2} \\ \epsilon_{p2} \gamma & -\epsilon_{p2} \gamma e^{-\gamma h_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma h_2} & 1 \\ \epsilon_{p2} \gamma e^{-\gamma h_2} & -\epsilon_{p2} \gamma \end{pmatrix}^{-1},$$

$$\mathbf{T}_5 = \mathbf{L}_5 \times (\mathbf{R}_5)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma h_3} \\ \epsilon_{p3} \gamma & -\epsilon_{p3} \gamma e^{-\gamma h_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma h_3} & 1 \\ \epsilon_{p3} \gamma e^{-\gamma h_3} & -\epsilon_{p3} \gamma \end{pmatrix}^{-1},$$

$$\mathbf{T}_6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \epsilon_d \gamma & -\epsilon_d \gamma \end{pmatrix},$$

а вектор-столбец точечного заряда равен $\mathbf{V} = (0; q)^T$. Тогда

$$\mathbf{H}_L = (\mathbf{T}_1)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \epsilon_f \gamma & -\epsilon_f \gamma \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{H}_R = \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma d} \\ \epsilon_f \gamma & -\epsilon_f \gamma e^{-\gamma d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma d} & 1 \\ \epsilon_f \gamma e^{-\gamma d} & -\epsilon_f \gamma \end{pmatrix}^{-1} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma h_1} \\ \epsilon_{p1} \gamma & -\epsilon_{p1} \gamma e^{-\gamma h_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma h_1} & 1 \\ \epsilon_{p1} \gamma e^{-\gamma h_1} & -\epsilon_{p1} \gamma \end{pmatrix}^{-1} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma h_2} \\ \epsilon_{p2} \gamma & -\epsilon_{p2} \gamma e^{-\gamma h_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma h_2} & 1 \\ \epsilon_{p2} \gamma e^{-\gamma h_2} & -\epsilon_{p2} \gamma \end{pmatrix}^{-1} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma h_3} \\ \epsilon_{p3} \gamma & -\epsilon_{p3} \gamma e^{-\gamma h_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma h_3} & 1 \\ \epsilon_{p3} \gamma e^{-\gamma h_3} & -\epsilon_{p3} \gamma \end{pmatrix}^{-1} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \epsilon_d \gamma & -\epsilon_d \gamma \end{pmatrix}.$$

Вводя вектор-столбец $\hat{\mathcal{F}}_{\text{out}} = (\hat{\phi}_1^-, \hat{\phi}_6^+)^T$, преобразуем уравнение (2) для данной задачи как

$$\begin{pmatrix} -1 & H_{RA} \\ \epsilon_f \gamma & H_{RC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\phi}_1^- \\ \hat{\phi}_6^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ q \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Решение (3) можно представить в виде

$$\hat{\phi}_1^- = q H_{RA} / (H_{RC} + \epsilon_f \gamma H_{RA}),$$

$$\hat{\phi}_6^+ = q / (H_{RC} + \epsilon_f \gamma H_{RA}).$$

Для рассматриваемой задачи в полупространстве ($j = 1$) при $z \leq z_q$ функцию $\hat{\phi}_1^-$ после весьма громоздких аналитических преобразований запишем в виде

$$\hat{\phi}_1^- = \frac{q}{2\gamma \epsilon_f} + \frac{q}{2\gamma \epsilon_f} e^{-2\gamma(z_b - z_q)} \mathfrak{R}(\gamma, h), \quad (4)$$

$$\mathfrak{R}(\gamma) = \frac{\epsilon_f - \epsilon_{p1}}{\epsilon_f + \epsilon_{p1}} + \chi(\gamma),$$

$$\chi(\gamma) = \frac{4\varepsilon_f \varepsilon_{p1} (\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2}) e^{-2\gamma h_1}}{(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})^2 (\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})} \times$$

$$\times \frac{(1 + a_1 e^{-2\gamma h_2} + a_2 e^{-2\gamma h_3} + a_3 e^{-2\gamma(h_2+h_3)})}{(1 - b_1 e^{-2\gamma h_1} - b_2 e^{-2\gamma h_2} - b_3 e^{-2\gamma h_3} - b_4 e^{-2\gamma(h_1+h_2)} - b_5 e^{-2\gamma(h_1+h_3)} - b_6 e^{-2\gamma(h_2+h_3)} - b_7 e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)})},$$

$$a_1 = \frac{(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})}{(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p1})},$$

$$a_2 = \frac{(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d)(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})}{(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)},$$

$$a_3 = \frac{(\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_d - \varepsilon_{p3})}{(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p1})(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)},$$

$$b_1 = \frac{(\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p1} - \varepsilon_f)}{(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})(\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})},$$

$$b_2 = \frac{(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p1})(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})}{(\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3})},$$

$$b_3 = \frac{(\varepsilon_d - \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})}{(\varepsilon_d + \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3})},$$

$$b_4 = \frac{(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p1} - \varepsilon_f)}{(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3})(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})},$$

$$b_5 = \frac{(\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p1} - \varepsilon_f)(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d)}{(\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3})(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)},$$

$$b_6 = \frac{(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d)(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p1})}{(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p1})},$$

$$b_7 = \frac{(\varepsilon_{p1} - \varepsilon_f)(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d)}{(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)}.$$

В полупространстве ($j = 6$) при $z > z_5$ функцию $\hat{\varphi}_6^+$ представим как

$$\hat{\varphi}_6^+ = \frac{q}{2\gamma\varepsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q)} \vartheta(\gamma), \quad (6)$$

где

$$\vartheta(\gamma) = \frac{16\varepsilon_f \varepsilon_{p1} \varepsilon_{p2} \varepsilon_{p3}}{(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})(\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)} \times$$

$$\times \frac{e^{-\gamma(h_1+h_2+h_3)}}{(1 - b_1 e^{-2\gamma h_1} - b_2 e^{-2\gamma h_2} - b_3 e^{-2\gamma h_3} - b_4 e^{-2\gamma(h_1+h_2)} - b_5 e^{-2\gamma(h_1+h_3)} - b_6 e^{-2\gamma(h_2+h_3)} - b_7 e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)})}.$$

Вводя обозначение $z_{\text{ref}} = 2z_b - z_q$, из (4) получаем выражение для потенциала в первой области

$$\varphi_1(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{q}{2\gamma\varepsilon_f} e^{\gamma(z-z_q)} + \frac{q}{2\gamma\varepsilon_f} e^{\gamma(z-z_{\text{ref}})} \Re(\gamma, h) \right) \times$$

$$\times e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta. \quad (7)$$

Далее воспользуемся математическим тождеством [18]

$$\frac{q}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{\xi^2 + \eta^2} |z - z_q|}}{2\varepsilon_f \sqrt{\xi^2 + \eta^2}} e^{i(\xi(x-x_q) + \eta(y-y_q))} d\xi d\eta =$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_f \sqrt{(x-x_q)^2 + (y-y_q)^2 + (z-z_q)^2}}. \quad (8)$$

Тогда (7) можно переписать в виде

$$\varphi_1(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_f \sqrt{x^2 + y^2 + (z-z_q)^2}} +$$

$$+ \frac{\varepsilon_f - \varepsilon_{p1}}{\varepsilon_f + \varepsilon_{p1}} \frac{q}{4\pi\varepsilon_f \sqrt{x^2 + y^2 + (z-z_{\text{ref}})^2}} +$$

$$+ \frac{q}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\chi(\gamma) e^{\gamma(z-z_{\text{ref}})}}{2\gamma\varepsilon_f} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta. \quad (9)$$

Учитывая (6), потенциал φ_6 в полупространстве ($j = 6$) при $z \geq h_1 + h_2 + h_3 + z_b$ примет вид

$$\varphi_6(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(z-(z_q+h_1+h_2+h_3))} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta. \quad (10)$$

Далее найдем потенциал φ_5 в слое $j = 5$ при $h_1 + h_2 + z_b \leq z \leq h_1 + h_2 + h_3 + z_b$ (в третьей пленке). Для этого запишем граничные условия [14, 15, 17] на плоскости $z = z_5 = h_1 + h_2 + h_3 + z_b$:

$$\begin{pmatrix} e^{-\gamma h_3} & 1 \\ \epsilon_{p3}\gamma e^{-\gamma h_3} & -\epsilon_{p3}\gamma \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \hat{\varphi}_5^+ \\ \hat{\varphi}_5^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \epsilon_d\gamma & -\epsilon_d\gamma \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \hat{\varphi}_6^+ \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Решая это уравнение с учетом (6), получаем

$$\hat{\varphi}_5^+ = \frac{\epsilon_{p3} + \epsilon_d}{2\epsilon_{p3}} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q - h_3)} \vartheta(\gamma),$$

$$\hat{\varphi}_5^- = \frac{\epsilon_{p3} - \epsilon_d}{2\epsilon_{p3}} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q)} \vartheta(\gamma).$$

Полный потенциал поля внутри слоя $j = 5$ выражается формулой

$$\begin{aligned} \varphi_5(x, y, z) = & (2\pi)^{-2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\hat{\varphi}_5^+ e^{-\gamma(z-(z_b+h_1+h_2))} + \hat{\varphi}_5^- e^{\gamma(z-(z_b+h_1+h_2+h_3))} \right) \times \\ & \times e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta. \end{aligned}$$

Подставляя выражения для $\hat{\varphi}_5^+$ и $\hat{\varphi}_5^-$, получим

$$\begin{aligned} \varphi_5(x, y, z) = & \frac{\epsilon_{p3} + \epsilon_d}{2\epsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(z-(z_q+h_1+h_2+h_3))} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\ & + \frac{\epsilon_{p3} - \epsilon_d}{2\epsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{\gamma(z-(2z_b-z_q+h_1+h_2+h_3))} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (11)$$

Найдем теперь потенциал в слое $j = 4$ при $z_b + h_1 \leq z \leq z_b + h_1 + h_2$ (во второй пленке). Граничные условия на плоскости $z = z_4 = z_b + h_1 + h_2$ можно записать в виде

$$\begin{pmatrix} e^{-\gamma h_2} & 1 \\ \epsilon_{p2}\gamma e^{-\gamma h_2} & -\epsilon_{p2}\gamma \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \hat{\varphi}_4^+ \\ \hat{\varphi}_4^- \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma h_3} \\ \epsilon_{p3}\gamma & -\epsilon_{p3}\gamma e^{-\gamma h_3} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \hat{\varphi}_5^+ \\ \hat{\varphi}_5^- \end{pmatrix}.$$

Решая это уравнение, находим $\hat{\varphi}_4^+$ и $\hat{\varphi}_4^-$:

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_4^+ = & \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_d)(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q - h_2 - h_3)} \vartheta(\gamma) + \\ & + \frac{(\epsilon_d - \epsilon_{p3})(\epsilon_{p3} - \epsilon_{p2})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q - h_2 + h_3)} \vartheta(\gamma), \\ \hat{\varphi}_4^- = & \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_d)(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p3})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q - h_3)} \vartheta(\gamma) + \\ & + \frac{(\epsilon_{p3} - \epsilon_d)(\epsilon_{p2} + \epsilon_{p3})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q + h_3)} \vartheta(\gamma). \end{aligned}$$

Полный потенциал поля внутри слоя $j = 4$ выражается формулой

$$\begin{aligned} \varphi_4(x, y, z) = & (2\pi)^{-2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\hat{\varphi}_4^+ e^{-\gamma(z-(z_b+h_1))} + \hat{\varphi}_4^- e^{\gamma(z-(z_b+h_1+h_2))} \right) e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \varphi_4(x, y, z) = & \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_d)(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(z-(z_q-(h_1+h_2+h_3)))} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\ & + \frac{(\epsilon_d - \epsilon_{p3})(\epsilon_{p3} - \epsilon_{p2})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(z-(z_q-(h_1+h_2-h_3)))} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\ & + \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_d)(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p3})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{\gamma(z-(2z_b-z_q+h_1+h_2-h_3))} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\ & + \frac{(\epsilon_{p3} - \epsilon_d)(\epsilon_{p2} + \epsilon_{p3})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{\gamma(z-(2z_b-z_q+h_1+h_2+h_3))} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (12)$$

Найдем теперь потенциал в первой пленке (в слое $j = 3$) при $z_b \leq z \leq z_b + h_1$. Граничные условия на плоскости $z = z_3 = z_b + h_1$ можно записать в виде

$$\begin{pmatrix} e^{-\gamma h_1} & 1 \\ \varepsilon_{p1} \gamma e^{-\gamma h_1} & -\varepsilon_{p1} \gamma \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \hat{\varphi}_3^+ \\ \hat{\varphi}_3^- \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma h_2} \\ \varepsilon_{p2} \gamma & -\varepsilon_{p2} \gamma e^{-\gamma h_2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \hat{\varphi}_4^+ \\ \hat{\varphi}_4^- \end{pmatrix}.$$

После несложных вычислений получаем

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_3^+ = & \frac{(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_d - \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \times \\ & \times \frac{\vartheta(\gamma)}{2\gamma\varepsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q - h_1 - h_2 + h_3)} + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p1})(\varepsilon_d - \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \times \\ & \times \frac{\vartheta(\gamma)}{2\gamma\varepsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q - h_1 + h_2 + h_3)} + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p1})(\varepsilon_d + \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \times \\ & \times \frac{\vartheta(\gamma)}{2\gamma\varepsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q - h_1 - h_2 - h_3)} + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p1})(\varepsilon_d + \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \times \\ & \times \frac{\vartheta(\gamma)}{2\gamma\varepsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q - h_1 + h_2 - h_3)}, \\ \hat{\varphi}_3^- = & \frac{(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \times \\ & \times \frac{\vartheta(\gamma)}{2\gamma\varepsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q + h_2 - h_3)} + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p1})(\varepsilon_d - \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \times \\ & \times \frac{\vartheta(\gamma)}{2\gamma\varepsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q - h_2 + h_3)} + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2})(\varepsilon_d + \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{\vartheta(\gamma)}{2\gamma\varepsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q - h_2 - h_3)} + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p1})(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d)}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \times \\ & \times \frac{\vartheta(\gamma)}{2\gamma\varepsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q + h_2 + h_3)}. \end{aligned}$$

Тогда полный потенциал в слое $j = 3$ выражается формулой

$$\begin{aligned} \varphi_3(x, y, z) = & (2\pi)^{-2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\hat{\varphi}_3^+ e^{-\gamma(z - z_b)} + \hat{\varphi}_3^- e^{\gamma(z - (z_b + h_1))} \right) e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta = \\ & = \frac{(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_d - \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\varepsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(z - z_q - h_1 - h_2 + h_3)} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p1})(\varepsilon_d - \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\varepsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(z - z_q - h_1 + h_2 + h_3)} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p1})(\varepsilon_d + \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\varepsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(z - z_q - h_1 - h_2 - h_3)} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p1})(\varepsilon_d + \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\varepsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(z - z_q - h_1 + h_2 - h_3)} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\varepsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(z - z_q + h_2 - h_3)} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p1})(\varepsilon_d - \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\varepsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(z - z_q - h_2 + h_3)} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\ & + \frac{(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2})(\varepsilon_d + \varepsilon_{p3})}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
& \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(2z_b - z_q - z + h_1 - h_2 + h_3)} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\
& + \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p1} - \epsilon_{p2})(\epsilon_d + \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\
& \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(2z_b - z_q - z + h_1 - h_2 - h_3)} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\
& + \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p2} + \epsilon_{p1})(\epsilon_{p3} - \epsilon_d)}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\
& \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} \vartheta(\gamma) e^{-\gamma(2z_b - z_q - z + h_1 + h_2 + h_3)} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta.
\end{aligned}$$

Отметим, что выражения для $\hat{\phi}_2^+$ и $\hat{\phi}_2^-$ можно также получить из $\hat{\phi}_1^-$ и граничного условия на плоскости $z = z_1 = z_b$ при учете наличия на границе заряда:

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} 1 & e^{-\gamma(z_b - z_q)} \\ \epsilon_f \gamma & -\epsilon_f \gamma e^{-\gamma(z_b - z_q)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\phi}_2^+ \\ \hat{\phi}_2^- \end{pmatrix} = \\
& = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \epsilon_f \gamma & -\epsilon_f \gamma \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\phi}_1^- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ q \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
\hat{\phi}_2^+ &= \frac{q}{2\gamma\epsilon_f}, \\
\hat{\phi}_2^- &= \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q)} \Re(\gamma) = \\
&= \frac{\epsilon_f - \epsilon_{p1}}{\epsilon_f + \epsilon_{p1}} \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q)} + \chi(\gamma) \frac{q}{2\gamma\epsilon_f} e^{-\gamma(z_b - z_q)}.
\end{aligned}$$

Полный потенциал поля внутри слоя $j = 2$ выражается формулой

$$\begin{aligned}
\phi_2(x, y, z) &= (2\pi)^{-2} \times \\
& \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\hat{\phi}_2^+ e^{-\gamma(z - z_q)} + \hat{\phi}_2^- e^{\gamma(z - z_b)} \right) e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta.
\end{aligned}$$

Подставляя сюда $\hat{\phi}_2^+$ и $\hat{\phi}_2^-$, с учетом $z_{\text{ref}} = 2z_b - z_q$ находим

$$\begin{aligned}
\phi_2(x, y, z) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{qe^{-\gamma(z - z_q)}}{2\gamma\epsilon_f} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\
& + \frac{\epsilon_f - \epsilon_{p1}}{\epsilon_f + \epsilon_{p1}} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{qe^{\gamma(z - z_{\text{ref}})}}{2\gamma\epsilon_f} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \\
& + \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(\gamma) \frac{qe^{\gamma(z - z_{\text{ref}})}}{2\gamma\epsilon_f} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta.
\end{aligned}$$

Или, используя тождество (8), получим

$$\begin{aligned}
\phi_2(x, y, z) &= q \left(4\pi\epsilon_f \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_q)^2} \right)^{-1} + \\
& + \frac{\epsilon_f - \epsilon_{p1}}{\epsilon_f + \epsilon_{p1}} q \left(4\pi\epsilon_f \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_{\text{ref}})^2} \right)^{-1} + \\
& + \frac{q}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(\gamma) \frac{e^{\gamma(z - z_{\text{ref}})}}{2\gamma\epsilon_f} e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta.
\end{aligned} \quad (14)$$

Заметим, что правая часть (14) полностью совпадает с (9), поэтому $\phi_1(x, y, z) = \phi_2(x, y, z)$.

ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА ЗЕРКАЛЬНЫХ ОТРАЖЕНИЙ НА СЛУЧАЙ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА, РАСПОЛОЖЕННОГО ВБЛИЗИ ПЛОСКОСЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ТРЕХ ПЛЕНОК

Впервые метод зеркальных отражений на случай точечного заряда, расположенного вблизи плоскостойкой среды, применительно к частному случаю одной пленки был предложен в [18]. Дальнейшее обобщение метода для плоскостойкой структуры, состоящей из одной пленки, дано в [17]. Ниже рассмотрено дальнейшее развитие метода [17] на случай плоскостойкой структуры, состоящей из трех пленок.

Введем функцию

$$U(x, y, z) = q / 4\pi\epsilon_f \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

определяющую потенциал точечного заряда q , расположенного в начале координат в пространстве с проницаемостью ϵ_f . Тогда потенциалы ϕ_1 и ϕ_2 от точечного заряда q , расположенного в произвольной точке полупространства $\mathbf{r}_q = (x_q, y_q, z_q)$ можно записать в виде

$$\begin{aligned}
\phi_1(x, y, z) &= \phi_2(x, y, z) = \\
&= \frac{q}{4\pi\epsilon_f \sqrt{(x - x_q)^2 + (y - y_q)^2 + (z - z_q)^2}} + \\
&+ \frac{\epsilon_f - \epsilon_{p1}}{\epsilon_f + \epsilon_{p1}} \frac{q}{4\pi\epsilon_f \sqrt{(x - x_q)^2 + (y - y_q)^2 + (z - z_{\text{ref}})^2}} + \\
&+ \frac{q}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\chi(\gamma) e^{\gamma(z - z_{\text{ref}})}}{2\gamma\epsilon_f} e^{i(\xi(x - x_q) + \eta(y - y_q))} d\xi d\eta,
\end{aligned} \quad (15)$$

где $z_{\text{ref}} = 2z_b - z_q$, а $\chi(\gamma)$ выражается формулой (5).

Представим выражение (5) для $\chi(\gamma)$ сходящимся рядом по степеням экспонент. Сначала запишем $\chi(\gamma)$ в виде

$$\chi(\gamma) = \left\{ \frac{4\varepsilon_f \varepsilon_{p1} (\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2}) e^{-2\gamma h_1}}{(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})^2 (\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})} + \frac{4\varepsilon_f \varepsilon_{p1} (\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})}{(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3}) (\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})^2} e^{-2\gamma(h_1+h_2)} + \right. \\ \left. + \frac{4\varepsilon_f \varepsilon_{p1} (\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2}) (\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3}) (\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d)}{(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})^2 (\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2}) (\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3}) (\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)} e^{-2\gamma(h_1+h_3)} + \frac{4\varepsilon_f \varepsilon_{p1} (\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d)}{(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})^2 (\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)} e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)} \right\} \times \\ \times \wp(b_1 e^{-2\gamma h_1}, b_2 e^{-2\gamma h_2}, b_3 e^{-2\gamma h_3}, b_4 e^{-2\gamma(h_1+h_2)}, b_5 e^{-2\gamma(h_1+h_3)}, b_6 e^{-2\gamma(h_2+h_3)}, b_7 e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)}), \quad (16)$$

где $\wp(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = [1 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7)]^{-1}$. Разложим функцию семи переменных $\wp(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$ по степеням этих переменных:

$$\wp(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} ((x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7))^n = \\ = \sum_{n=0}^{\infty} ((x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7))^n = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k_1=0}^n C_n^{k_1} x_1^{n-k_1} (x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7)^{k_1} = \\ = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k_1=0}^n C_n^{k_1} x_1^{n-k_1} \sum_{k_2=0}^{k_1} C_{k_1}^{k_2} x_2^{k_1-k_2} (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7)^{k_2} = \dots \\ \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^{k_1} \sum_{k_3=0}^{k_2} \sum_{k_4=0}^{k_3} \sum_{k_5=0}^{k_4} \sum_{k_6=0}^{k_5} C_n^{k_1} C_{k_1}^{k_2} C_{k_2}^{k_3} C_{k_3}^{k_4} C_{k_4}^{k_5} C_{k_5}^{k_6} x_1^{n-k_1} x_2^{k_1-k_2} x_3^{k_2-k_3} x_4^{k_3-k_4} x_5^{k_4-k_5} x_6^{k_5-k_6} x_7^{k_6},$$

где $C_n^k = n! / k!(n-k)!$ — число сочетаний из n по k . Введем для краткости условное обозначение $\mathbf{n} = (n, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6)$. Тогда

$$\wp(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = \sum_{\mathbf{n}} C_n^{k_1} C_{k_1}^{k_2} C_{k_2}^{k_3} C_{k_3}^{k_4} C_{k_4}^{k_5} C_{k_5}^{k_6} x_1^{n-k_1} x_2^{k_1-k_2} x_3^{k_2-k_3} x_4^{k_3-k_4} x_5^{k_4-k_5} x_6^{k_5-k_6} x_7^{k_6}. \quad (17)$$

Подставляя разложение (17) в (16), находим

$$\chi(\gamma) = w_1 e^{-2\gamma h_1} \wp(b_1 e^{-2\gamma h_1}, b_2 e^{-2\gamma h_2}, b_3 e^{-2\gamma h_3}, b_4 e^{-2\gamma(h_1+h_2)}, b_5 e^{-2\gamma(h_1+h_3)}, b_6 e^{-2\gamma(h_2+h_3)}, b_7 e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)}) + \\ + w_2 e^{-2\gamma(h_1+h_2)} \wp(b_1 e^{-2\gamma h_1}, b_2 e^{-2\gamma h_2}, b_3 e^{-2\gamma h_3}, b_4 e^{-2\gamma(h_1+h_2)}, b_5 e^{-2\gamma(h_1+h_3)}, b_6 e^{-2\gamma(h_2+h_3)}, b_7 e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)}) + \\ + w_3 e^{-2\gamma(h_1+h_3)} \wp(b_1 e^{-2\gamma h_1}, b_2 e^{-2\gamma h_2}, b_3 e^{-2\gamma h_3}, b_4 e^{-2\gamma(h_1+h_2)}, b_5 e^{-2\gamma(h_1+h_3)}, b_6 e^{-2\gamma(h_2+h_3)}, b_7 e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)}) + \\ + w_4 e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)} \wp(b_1 e^{-2\gamma h_1}, b_2 e^{-2\gamma h_2}, b_3 e^{-2\gamma h_3}, b_4 e^{-2\gamma(h_1+h_2)}, b_5 e^{-2\gamma(h_1+h_3)}, b_6 e^{-2\gamma(h_2+h_3)}, b_7 e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)}).$$

Подставляя сюда выражение

$$\wp(b_1 e^{-2\gamma h_1}, b_2 e^{-2\gamma h_2}, b_3 e^{-2\gamma h_3}, b_4 e^{-2\gamma(h_1+h_2)}, b_5 e^{-2\gamma(h_1+h_3)}, b_6 e^{-2\gamma(h_2+h_3)}, b_7 e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)}) = \\ = \sum_{\mathbf{n}} S(\mathbf{n}) e^{-2\gamma[(n-k_1)h_1 + (k_1-k_2)h_2 + (k_2-k_3)h_3 + (k_3-k_4)(h_1+h_2) + (k_4-k_5)(h_1+h_3) + (k_5-k_6)(h_2+h_3) + k_6(h_1+h_2+h_3)]}, \quad (18)$$

где $S(\mathbf{n}) = C_n^{k_1} C_{k_1}^{k_2} C_{k_2}^{k_3} C_{k_3}^{k_4} C_{k_4}^{k_5} C_{k_5}^{k_6} b_1^{n-k_1} b_2^{k_1-k_2} b_3^{k_2-k_3} b_4^{k_3-k_4} b_5^{k_4-k_5} b_6^{k_5-k_6} b_7^{k_6}$, $\mathbf{n} = (n, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6)$,

получим

$$\begin{aligned}\chi(\gamma) = & \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_1(\mathbf{n}) e^{-2\gamma[(n-k_1+k_3-k_5+k_6+1)h_1 + (k_1-k_2+k_3-k_4+k_5)h_2 + (k_2-k_3+k_4)h_3]} + \\ & + \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_2(\mathbf{n}) e^{-2\gamma[(n-k_1+k_3-k_5+k_6+1)h_1 + (k_1-k_2+k_3-k_4+k_5+1)h_2 + (k_2-k_3+k_4)h_3]} + \\ & + \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_3(\mathbf{n}) e^{-2\gamma[(n-k_1+k_3-k_5+k_6+1)h_1 + (k_1-k_2+k_3-k_4+k_5)h_2 + (k_2-k_3+k_4+1)h_3]} + \\ & + \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_4(\mathbf{n}) e^{-2\gamma[(n-k_1+k_3-k_5+k_6+1)h_1 + (k_1-k_2+k_3-k_4+k_5+1)h_2 + (k_2-k_3+k_4+1)h_3]}.\end{aligned}$$

Здесь $\mathfrak{A}_i(\mathbf{n}) = w_i S(\mathbf{n})$, $i = 1, 2, 3, 4$,

$$\begin{aligned}w_1 &= \frac{4\varepsilon_f \varepsilon_{p1} (\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2})}{(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})^2 (\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2})}, \\ w_2 &= \frac{4\varepsilon_f \varepsilon_{p1} (\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})}{(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3}) (\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})^2}, \\ w_3 &= \frac{4\varepsilon_f \varepsilon_{p1} (\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2}) (\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3}) (\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d)}{(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})^2 (\varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2}) (\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3}) (\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)}, \\ w_4 &= \frac{4\varepsilon_f \varepsilon_{p1} (\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d)}{(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})^2 (\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)}.\end{aligned}$$

Тогда выражение (15) можно переписать в виде

$$\begin{aligned}\varphi_1(x, y, z) = & \varphi_2(x, y, z) = U(x - x_q, y - y_q, z - z_q) + \\ & + \frac{\varepsilon_f - \varepsilon_{p1}}{\varepsilon_f + \varepsilon_{p1}} U(x - x_q, y - y_q, z - z_{\text{ref}}) + \\ & + \sum_{\mathbf{n}} \frac{q \mathfrak{A}_1(\mathbf{n})}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{\gamma(z+z_q-Z_{1,1})} e^{i(\xi(x-x_q)+\eta(y-y_q))}}{2\varepsilon_f \gamma} d\xi d\eta + \\ & + \sum_{\mathbf{n}} \frac{q \mathfrak{A}_2(\mathbf{n})}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{\gamma(z+z_q-Z_{1,2})} e^{i(\xi(x-x_q)+\eta(y-y_q))}}{2\varepsilon_f \gamma} d\xi d\eta + \\ & + \sum_{\mathbf{n}} \frac{q \mathfrak{A}_3(\mathbf{n})}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{\gamma(z+z_q-Z_{1,3})} e^{i(\xi(x-x_q)+\eta(y-y_q))}}{2\varepsilon_f \gamma} d\xi d\eta + \\ & + \sum_{\mathbf{n}} \frac{q \mathfrak{A}_4(\mathbf{n})}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{\gamma(z+z_q-Z_{1,4})} e^{i(\xi(x-x_q)+\eta(y-y_q))}}{2\varepsilon_f \gamma} d\xi d\eta,\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}Z_{1,1} &= 2z_b + 2[(n-k_1+k_3-k_5+k_6+1)h_1 + \\ & + (k_1-k_2+k_3-k_4+k_5)h_2 + (k_2-k_3+k_4)h_3], \\ Z_{1,2} &= 2z_b + 2[(n-k_1+k_3-k_5+k_6+1)h_1 +\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& + (k_1-k_2+k_3-k_4+k_5+1)h_2 + (k_2-k_3+k_4)h_3], \\ Z_{1,3} &= 2z_b + 2[(n-k_1+k_3-k_5+k_6+1)h_1 + \\ & + (k_1-k_2+k_3-k_4+k_5)h_2 + (k_2-k_3+k_4+1)h_3], \\ Z_{1,4} &= 2z_b + 2[(n-k_1+k_3-k_5+k_6+1)h_1 + \\ & + (k_1-k_2+k_3-k_4+k_5+1)h_2 + (k_2-k_3+k_4+1)h_3].\end{aligned}$$

Учитывая математическое тождество (8) и теорему о свертке, получим

$$\begin{aligned}\varphi_1(x, y, z) = & \varphi_2(x, y, z) = \\ & = U(x - x_q, y - y_q, z - z_q) + \\ & + \frac{\varepsilon_f - \varepsilon_{p1}}{\varepsilon_f + \varepsilon_{p1}} U(x - x_q, y - y_q, z - z_{\text{ref}}) + \\ & + \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_1(\mathbf{n}) U(x - x_q, y - y_q, z + z_q - Z_{1,1}) + \\ & + \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_2(\mathbf{n}) U(x - x_q, y - y_q, z + z_q - Z_{1,2}) + \\ & + \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_3(\mathbf{n}) U(x - x_q, y - y_q, z + z_q - Z_{1,3}) + \\ & + \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_4(\mathbf{n}) U(x - x_q, y - y_q, z + z_q - Z_{1,4}).\end{aligned}\quad (19)$$

Таким образом, можно сформулировать обобщенный метод отражений следующим образом. Если точечный заряд q расположен в полупространстве рядом с плоскостойкой структурой из трех пленок с толщинами h_1 , h_2 и h_3 , расположенной на границе другого полупространства, то потенциал в полупространстве, в котором расположен заряд, есть сумма потенциалов зарядов, которые можно разбить на шесть групп:

1) потенциал исходного точечного заряда q (источника поля), расположенного в точке z_q ;

2) потенциал виртуального точечного заряда величины $q(\varepsilon_f - \varepsilon_{p1})/(\varepsilon_f + \varepsilon_{p1})$, расположенного в точке $z_{\text{ref}} = 2z_b - z_q$, зеркально относительно ближайшей границы первой пленки $z = z_b$;

3) потенциал бесконечной суммы $\sum_n$ по семи индексам потенциалов виртуальных точечных зарядов величины $q\mathcal{A}_1(\mathbf{n}) = qw_1 b_1^{n-k_1} b_2^{k_1-k_2} b_3^{k_2-k_3} b_4^{k_3-k_4} b_5^{k_4-k_5} b_6^{k_5-k_6} b_7^{k_6} S(\mathbf{n})$, расположенных в точках $z = z_{\text{ref}} + 2[(n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6 + 1)h_1 + (k_1 - k_3 + k_3 - k_4 + k_5)h_2 + (k_2 - k_3 + k_4)h_3]$;

4) потенциал бесконечной суммы $\sum_n$ по семи индексам потенциалов виртуальных точечных зарядов величины $q\mathcal{A}_2(\mathbf{n}) = qw_2 b_1^{n-k_1} b_2^{k_1-k_2} b_3^{k_2-k_3} b_4^{k_3-k_4} b_5^{k_4-k_5} b_6^{k_5-k_6} b_7^{k_6} S(\mathbf{n})$, расположенных в точках $z = z_{\text{ref}} + 2[(n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6 + 1)h_1 + (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5 + 1)h_2 + (k_2 - k_3 + k_4)h_3]$;

5) потенциал бесконечной суммы $\sum_n$ по семи индексам потенциалов виртуальных точечных зарядов величины $q\mathcal{A}_3(\mathbf{n}) = qw_3 b_1^{n-k_1} b_2^{k_1-k_2} b_3^{k_2-k_3} b_4^{k_3-k_4} b_5^{k_4-k_5} b_6^{k_5-k_6} b_7^{k_6} S(\mathbf{n})$, расположенных в точках $z = z_{\text{ref}} + 2[(n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6 + 1)h_1 + (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5)h_2 + (k_2 - k_3 + k_4 + 1)h_3]$;

6) потенциал бесконечной суммы $\sum_n$ по семи индексам потенциалов виртуальных точечных зарядов величины $q\mathcal{A}_4(\mathbf{n}) = qw_4 b_1^{n-k_1} b_2^{k_1-k_2} b_3^{k_2-k_3} b_4^{k_3-k_4} b_5^{k_4-k_5} b_6^{k_5-k_6} b_7^{k_6} S(\mathbf{n})$, расположенных в точках $z = z_{\text{ref}} + 2[(n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6 + 1)h_1 + (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5 + 1)h_2 + (k_2 - k_3 + k_4 + 1)h_3]$.

Таким образом, в выражениях для потенциала $\varphi_1 = (x, y, z)$ можно избавиться от двойного интегрирования обратного преобразования Фурье и заменить его суммированием достаточно быстро сходящегося ряда по виртуальным точечным зарядам.

Аналогично представим $\vartheta(\gamma)$ в виде

$$\vartheta(\gamma) = g e^{-\gamma(h_1+h_2+h_3)} \wp(b_1 e^{-2\gamma h_1}, b_2 e^{-2\gamma h_2}, b_3 e^{-2\gamma h_3}, b_4 e^{-2\gamma(h_1+h_2)}, b_5 e^{-2\gamma(h_1+h_3)}, b_6 e^{-2\gamma(h_2+h_3)}, b_7 e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)}),$$

$$16\epsilon_f \epsilon_{p1} \epsilon_{p2} \epsilon_{p3}$$

$$\text{где } g = \frac{16\epsilon_f \epsilon_{p1} \epsilon_{p2} \epsilon_{p3}}{\left[(\epsilon_f + \epsilon_{p1})(\epsilon_{p1} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p2} + \epsilon_{p3})(\epsilon_{p3} + \epsilon_d) \right]}.$$

Используя выражение (18), можно представить функцию $\vartheta(\gamma)$ в виде ряда

$$\vartheta(\gamma) = \sum_n v(\mathbf{n}) e^{-\gamma[(2n-2k_1+2k_3-2k_5+2k_6+1)h_1 + (2k_1-2k_2+2k_3-2k_4+2k_5+1)h_2 + (2k_2-2k_3+2k_4+1)h_3]}, \quad (20)$$

где введена функция $v(\mathbf{n}) = gS(\mathbf{n})$. Тогда по аналогии можно найти потенциалы в пленках и в свободном полупространстве. Подставляя (20) в выражение (13) для потенциала φ_3 в первой пленке, для заряда q в произвольной точке $\mathbf{r}_q = (x_q, y_q, z_q)$ первого полупространства, учитывая математическое тождество (8) и теорему о свертке, после несложных преобразований получим (для компактности записи обозначено $\bar{x} = x - x_q$, $\bar{y} = y - y_q$)

$$\varphi_3(x, y, z) = \frac{(\epsilon_{p3} - \epsilon_{p2})(\epsilon_{p1} + \epsilon_{p2})(\epsilon_d - \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times$$

$$\times \sum_n v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, z - z_q + Z_{3,1}) +$$

$$+ \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p1})(\epsilon_d - \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times$$

$$\times \sum_n v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, z - z_q + Z_{3,2}) +$$

$$+ \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p2} + \epsilon_{p1})(\epsilon_d + \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times$$

$$\times \sum_n v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, z - z_q + Z_{3,3}) +$$

$$+ \frac{(\epsilon_{p3} - \epsilon_{p2})(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p1})(\epsilon_d + \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times$$

$$\times \sum_n v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, z - z_q + Z_{3,4}) +$$

$$+ \frac{(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p3})(\epsilon_{p1} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p3} + \epsilon_d)}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times$$

$$\times \sum_n v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, Z_{3,5} - z_q - z) +$$

$$+ \frac{(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p3})(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p1})(\epsilon_d - \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times$$

$$\times \sum_n v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, Z_{3,6} - z_q - z) +$$

$$+ \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p1} - \epsilon_{p2})(\epsilon_d + \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times$$

$$\times \sum_n v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, Z_{3,7} - z_q - z) +$$

$$(21)$$

$$+ \frac{(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_{p2})(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p1})(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d)}{8\varepsilon_{p1}\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \times \\ \times \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, Z_{3,8} - z_q - z),$$

где

$$\begin{aligned} Z_{3,1} &= (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5)2h_2 + (k_2 - k_3 + k_4 + 1)2h_3, \\ Z_{3,2} &= (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5 + 1)2h_2 + (k_2 - k_3 + k_4 + 1)2h_3, \\ Z_{3,3} &= (2n - 2k_1 + 2k_3 - 2k_5 + 2k_6)h_1 + \\ &+ (2k_1 - 2k_2 + 2k_3 - 2k_4 + 2k_5)h_2 + (2k_2 - 2k_3 + 2k_4)h_3, \\ Z_{3,4} &= (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5 + 1)2h_2 + (k_2 - k_3 + k_4)2h_3, \\ Z_{3,5} &= 2z_b + (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6 + 1)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5 + 1)2h_2 + (k_2 - k_3 + k_4)2h_3, \\ Z_{3,6} &= 2z_b + (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6 + 1)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5)2h_2 + (k_2 - k_3 + k_4 + 1)2h_3, \\ Z_{3,7} &= 2z_b + (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6 + 1)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5)2h_2 + (k_2 - k_3 + k_4)2h_3, \\ Z_{3,8} &= 2z_b + (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6 + 1)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5 + 1)2h_2 + (k_2 - k_3 + k_4 + 1)2h_3. \end{aligned}$$

Аналогично из (12) для потенциала Φ_4 во второй пленке, подставляя (20) и учитывая (8) и теорему о свертке, получим

$$\begin{aligned} \Phi_4(x, y, z) &= \\ &= \frac{(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_{p2})}{4\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, z - z_q + Z_{4,1}) + \\ &+ \frac{(\varepsilon_d - \varepsilon_{p3})(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_{p2})}{4\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, z - z_q + Z_{4,2}) + \\ &+ \frac{(\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d)(\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})}{4\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, Z_{4,3} - z_q - z) + \\ &+ \frac{(\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d)(\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{p3})}{4\varepsilon_{p2}\varepsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) U(\bar{x}, \bar{y}, Z_{4,4} - z_q - z), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{4,1} &= (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5)2h_2 + \end{aligned}$$

$$+ (k_2 - k_3 + k_4)2h_3,$$

$$\begin{aligned} Z_{4,2} &= (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5)2h_2 + \\ &+ (k_2 - k_3 + k_4 + 1)2h_3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{4,3} &= 2z_b + (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6 + 1)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5 + 1)2h_2 + \\ &+ (k_2 - k_3 + k_4)2h_3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{4,4} &= 2z_b + (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6 + 1)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5 + 1)2h_2 + \\ &+ (k_2 - k_3 + k_4 + 1)2h_3. \end{aligned}$$

В третьей пленке, подставляя (20) в (11), получаем потенциал Φ_5 и, учитывая (8) и теорему о свертке, находим

$$\begin{aligned} \Phi_5(x, y, z) &= \\ &= \frac{\varepsilon_{p3} + \varepsilon_d}{2\varepsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) U(x - x_q, y - y_q, z - z_q + Z_{5,1}) + \\ &+ \frac{\varepsilon_{p3} - \varepsilon_d}{2\varepsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) U(x - x_q, y - y_q, Z_{5,2} - z_q - z), \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{5,1} &= (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5)2h_2 + \\ &+ (k_2 - k_3 + k_4)2h_3, \\ Z_{5,2} &= 2z_b + (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6 + 1)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5 + 1)2h_2 + \\ &+ (k_2 - k_3 + k_4 + 1)2h_3. \end{aligned}$$

Наконец, из (10) для потенциала Φ_6 в полу-пространстве $j = 6$ получим

$$\begin{aligned} \Phi_6(x, y, z) &= \\ &= \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) U(x - x_q, y - y_q, z - z_q + Z_{6,1}), \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{6,1} &= (n - k_1 + k_3 - k_5 + k_6)2h_1 + \\ &+ (k_1 - k_2 + k_3 - k_4 + k_5)2h_2 + \\ &+ (k_2 - k_3 + k_4)2h_3. \end{aligned}$$

Аналитические выражения (19)–(24) были проверены численно. Их точность подтвержда-лась также сравнением с другими численными решениями данной задачи [15].

ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА ЗЕРКАЛЬНЫХ ОТРАЖЕНИЙ НА СЛУЧАЙ СИСТЕМЫ ЗАРЯДОВ

Обобщим теперь полученный метод зеркальных отражений на потенциал полного поля $\Phi_{\text{tot}}(x, y, z)$ в области $z < z_b$ перед плоскостной структурой, состоящей из трех пленок (рис. 3), произвольной компактной системы N_q зарядов-источников q_k , расположенных в точках с радиус-векторами $\mathbf{r}_{q,k} = (x_{q,k}; y_{q,k}; z_{q,k})$, где $k = 1, 2, \dots, N_q$.

Если бы не было плоскостной структуры, то потенциал этой системы зарядов-источников представлялся бы формулой

$$\Phi_s(x, y, z) = \sum_{k=1}^{N_q} q_k / 4\pi\epsilon_f \sqrt{(x-x_{q,k})^2 + (y-y_{q,k})^2 + (z-z_{q,k})^2}.$$

Заметим, что для произвольной константы Ω имеют место следующие очевидные тождества:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{N_q} \frac{q_k}{4\pi\epsilon_f \sqrt{(x-x_{q,k})^2 + (y-y_{q,k})^2 + (z-z_{q,k} + \Omega)^2}} &= \\ = \sum_{k=1}^{N_q} \frac{q_k}{4\pi\epsilon_f \sqrt{(x-x_{q,k})^2 + (y-y_{q,k})^2 + ((z+\Omega)-z_{q,k})^2}} &= \\ = \Phi_s(x, y, z+\Omega), \end{aligned} \quad (25)$$

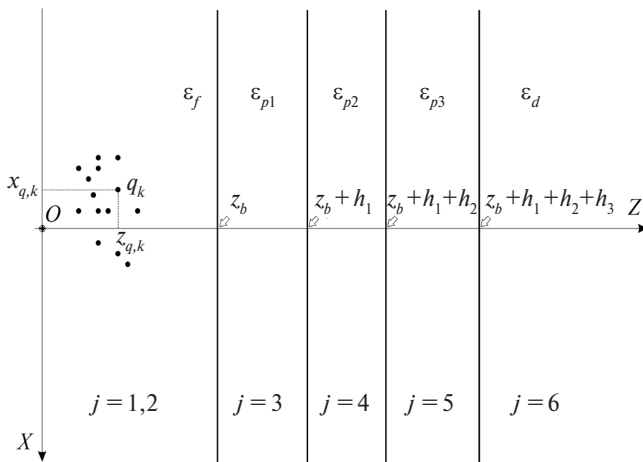


Рис. 3. Система точечных зарядов q_k рядом с плоскостной структурой из трех пленок, расположенной на границе полупространства.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{N_q} \frac{q_k}{4\pi\epsilon_f \sqrt{(x-x_{q,k})^2 + (y-y_{q,k})^2 + (z-(\Omega-z_{q,k}))^2}} &= \\ = \sum_{k=1}^{N_q} \frac{q_k}{4\pi\epsilon_f \sqrt{(x-x_{q,k})^2 + (y-y_{q,k})^2 + ((\Omega-z)-z_{q,k})^2}} &= \\ = \Phi_s(x, y, \Omega-z). \end{aligned} \quad (26)$$

Суммируя выражения (19) по всем зарядам q_k , получим обобщение метода зеркальных отражений для произвольных распределений зарядов в полупространстве перед плоскостной структурой, состоящей из трех пленок, в виде

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{tot}}(x, y, z) &= \Phi_s(x, y, z) + \\ &+ \frac{(\epsilon_f - \epsilon_{p1})}{(\epsilon_{p1} + \epsilon_f)} \Phi_s(x, y, 2z_b - z) + \\ &+ \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_1(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, Z_{1,1} - z) + \\ &+ \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_2(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, Z_{1,2} - z) + \\ &+ \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_3(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, Z_{1,3} - z) + \\ &+ \sum_{\mathbf{n}} \mathfrak{A}_4(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, Z_{1,4} - z). \end{aligned} \quad (27)$$

Потенциал индуцированных зарядов Φ_{ind} , который порождается потенциалом Φ_s , представляется формулой $\Phi_{\text{ind}}(x, y, z) = \Phi_{\text{tot}}(x, y, z) - \Phi_s(x, y, z)$.

Аналогично получим из (21) с учетом (25) и (26) выражение для потенциала Φ_3 системы зарядов в первой пленке при $z_b \leq z \leq (z_b + h_1)$

$$\begin{aligned} \Phi_3(x, y, z) &= \\ &= \frac{(\epsilon_{p3} - \epsilon_{p2})(\epsilon_{p1} + \epsilon_{p2})(\epsilon_d - \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times \\ &\times \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, z + Z_{3,1}) + \\ &+ \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p1})(\epsilon_d - \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times \\ &\times \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, z + Z_{3,2}) + \\ &+ \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p2} + \epsilon_{p1})(\epsilon_d + \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, z + Z_{3,3}) + \\
& + \frac{(\epsilon_{p3} - \epsilon_{p2})(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p1})(\epsilon_d + \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times \\
& \times \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, z + Z_{3,4}) + \\
& + \frac{(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p3})(\epsilon_{p1} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p3} + \epsilon_d)}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times \\
& \times \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, Z_{3,5} - z) + \\
& + \frac{(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p3})(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p1})(\epsilon_d - \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times \\
& \times \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, Z_{3,6} - z) + \\
& + \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p1} - \epsilon_{p2})(\epsilon_d + \epsilon_{p3})}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times \\
& \times \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, Z_{3,7} - z) + \\
& + \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})(\epsilon_{p2} + \epsilon_{p1})(\epsilon_{p3} - \epsilon_d)}{8\epsilon_{p1}\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \times \\
& \times \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, Z_{3,8} - z).
\end{aligned}$$

(28)

С учетом (22), (25) и (26) потенциал Φ_4 системы зарядов во второй пленке ($j=4$) при $z_b + h_1 \leq z \leq z_b + h_1 + h_2$ представляется в виде

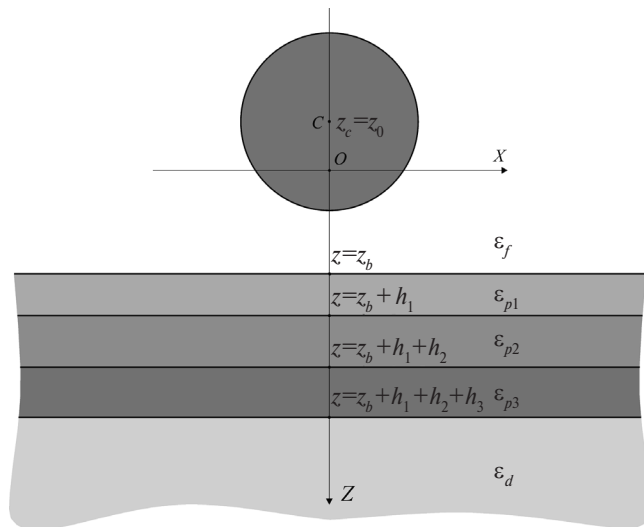


Рис. 4. Металлическая сфера около плоскостойкой структуры из трех пленок, расположенной на границе полупространства; геометрия задачи.

$$\begin{aligned}
\Phi_4(x, y, z) = & \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_d)(\epsilon_{p3} + \epsilon_{p2})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, z + Z_{4,1}) + \\
& + \frac{(\epsilon_d - \epsilon_{p3})(\epsilon_{p3} - \epsilon_{p2})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, z + Z_{4,2}) + \\
& + \frac{(\epsilon_{p3} + \epsilon_d)(\epsilon_{p2} - \epsilon_{p3})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, Z_{4,3} - z) + \\
& + \frac{(\epsilon_{p3} - \epsilon_d)(\epsilon_{p2} + \epsilon_{p3})}{4\epsilon_{p2}\epsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, Z_{4,4} - z).
\end{aligned}$$

(29)

Из (23), (25) и (27) потенциал Φ_5 в третьей пленке при $(z_b + h_1 + h_2) \leq z \leq (z_b + h_1 + h_2 + h_3)$ ($j=5$) имеет вид

$$\begin{aligned}
\Phi_5(x, y, z) = & \frac{\epsilon_{p3} + \epsilon_d}{2\epsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, z + Z_{5,1}) + \\
& + \frac{\epsilon_{p3} - \epsilon_d}{2\epsilon_{p3}} \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, Z_{5,2} - z).
\end{aligned}$$

(30)

Наконец, учитывая (24), в полупространстве при $z \geq (z_b + h_1 + h_2 + h_3)$ ($j=6$) потенциал Φ_6 можно записать как

$$\Phi_6(x, y, z) = \sum_{\mathbf{n}} v(\mathbf{n}) \Phi_s(x, y, z + Z_{6,1}). \quad (31)$$

ПОТЕНЦИАЛ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ТЕЛА, РАСПОЛОЖЕННОГО ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ПЛОСКОСЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ТРЕХ ПЛЕНОК

Рассмотрим металлическое тело, для определенности пусть это будет сфера с радиусом R . Поверхность сферы представим формулой $x^2 + y^2 + (z - z_0)^2 = R^2$, где R – радиус сферы, а координаты центра $x_c = 0$, $y_c = 0$ и $z_c = z_0$ (см. рис. 4). Пусть вблизи сферы находится три пленки с толщинами h_1 , h_2 и h_3 , причем их границы определяются уравнениями $z = z_1 = z_b$, $z = z_2 = z_b + h_1$, $z = z_3 = z_b + h_1 + h_2$ и $z = z_4 = z_b + h_1 + h_2 + h_3$. Диэлектрические проницаемости внешней однородной среды, первой, второй и третьей пленок и полубесконечной среды за пленкой обозначим ϵ_f , ϵ_{p1} , ϵ_{p2} , ϵ_{p3} и ϵ_d соответственно.

Рассмотрим распределение электрического потенциала, которое установится в пространстве вокруг металлического тела. Как известно, потенциал электростатического поля Φ удовлетворяет в однородном веществе, без сторон-

них зарядов, уравнению Лапласа $\Delta\Phi = 0$. На границе металлического тела (в рассматриваемом случае — сферы) потенциал будет постоянный (обозначим его U_s). Кроме того, на плоских границах пленок непрерывны тангенциальные составляющие электрического поля и нормальные составляющие электрической индукции. Тогда граничные условия можно записать следующим образом:

- на поверхности тела: $\Phi = U$;
- на границе пленки $z = z_b$:
 $\varepsilon_{p1}E_{3,n} = \varepsilon_f E_{f,n}$ и $E_{3,\tau} = E_{f,\tau}$;
- на границе пленки $z = z_b + h_1$:
 $\varepsilon_{p2}E_{4,n} = \varepsilon_{p1}E_{3,n}$ и $E_{4,\tau} = E_{3,\tau}$;
- на границе пленки $z = z_b + h_1 + h_2$:
 $\varepsilon_{p3}E_{5,n} = \varepsilon_{p2}E_{4,n}$ и $E_{5,\tau} = E_{4,\tau}$;
- на границе пленки $z = z_b + h_1 + h_2 + h_3$:
 $\varepsilon_d E_{6,n} = \varepsilon_{p3}E_{5,n}$ и $E_{6,\tau} = E_{5,\tau}$.

Данная задача имеет осевую симметрию относительно оси Z . Поэтому и решение уравнения Лапласа будет иметь такую же симметрию. Пусть потенциал зарядов, находящихся на эквипотенциальном металлическом теле в пространстве с проницаемостью ε_f описывается функцией $\Phi_s(x, y, z)$.

Тогда полный потенциал $\Phi_{\text{tot}}(x, y, z)$ в области, заполненной диэлектриком с ε_f , можно выразить через $\Phi_s(x, y, z)$ по формуле (27), а полный потенциал в пленках и в диэлектрическом пространстве за ней — по формулам (28)–(31). При этом приведенные условия на границах пленок, а также условие стремления решения к нулю на бесконечности будут выполнены автоматически.

Таким образом, задача определения потенциала во всем пространстве состоит в нахождении такого потенциала $\Phi_s(x, y, z)$, чтобы полный потенциал $\Phi_{\text{tot}}(x, y, z)$ удовлетворял на поверхности тела граничному условию $\Phi_{\text{tot}} = U_s$. Это можно сделать, разложив потенциал $\Phi_s(x, y, z)$ по подходящим гармоническим функциям, а коэффициенты разложения определив из условия $\Phi_{\text{tot}} = U_s$ на границе металла.

Имея в виду общность дальнейшего изложения, рассматривая сферическое тело, перейдем к безразмерным координатам: $\tilde{x} = x/R$, $\tilde{y} = y/R$, $\tilde{z} = z/R$, где R — радиус сферы. Уравнение Лапласа в безразмерных координатах не изменится. Кроме того, нормируем потенциал на его значение U_s на поверхности сферы, т.е. перейдем к безразмерному потенциалу $\tilde{\Phi}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \Phi/U_s$ в безразмерных координатах. Тогда граничное условие на сфере запишется в виде $\tilde{\Phi}_{\text{tot}} = 1$.

В рассматриваемом осесимметричном случае для выполнения граничного условия на поверхности сферы достаточно удовлетворить его на линии пересечения поверхности сферы с любой плоскостью симметрии, проходящей через ось Z . В качестве такой плоскости выберем плоскость $(\tilde{x}, \tilde{z})$ при $\tilde{y} = 0$. Более конкретно, достаточно удовлетворить условию $\tilde{\Phi}_{\text{tot}}(\tilde{x}, 0, \tilde{z}) = 1$ только на границе пересечения полуплоскости $\tilde{y} = 0$ при $\tilde{x} \geq 0$ и поверхности сферы. В безразмерных координатах это будет кривая $\tilde{x}^2 + (\tilde{z} - \tilde{z}_0)^2 = 1$, при $\tilde{y} = 0$ и $\tilde{x} \geq 0$.

Будем искать решение, предполагая, что потенциал снаружи сферы Φ_s представляется в виде следующего разложения по гармоническим функциям:

$$\tilde{\Phi}_s = \sum_{j=1}^N A_j P_{j-1}(\cos\theta)/\tilde{r}^j, \quad (32)$$

где A_j — постоянные коэффициенты разложения, $P_j(\cos\theta)$ — полиномы Лежандра степени j , угол θ отсчитывается от оси Z из центра сферы, $\tilde{r}$ — безразмерный радиус-вектор точки наблюдения, проведенный из центра сферы. В координатах $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ выражение (32) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_s(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) &= \sum_{j=1}^N A_j \tilde{\mathfrak{F}}_j(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}), \\ \text{где} \quad \tilde{\mathfrak{F}}_j(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) &= \\ &= \frac{P_{j-1}\left((\tilde{z} - \tilde{z}_0)/\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + (\tilde{z} - \tilde{z}_0)^2}\right)}{\left(\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + (\tilde{z} - \tilde{z}_0)^2}\right)^j}. \end{aligned}$$

Отметим, что выбор функциональных зависимостей (32) из общего решения уравнения Лапласа обусловлен тем, что снаружи сферы потенциал поля должен стремиться к нулю при удалении от ее поверхности, а на поверхности сферы полиномы Лежандра образуют полную систему функций.

Тогда полный потенциал $\tilde{\Phi}_{\text{tot}}$ в среде с ε_f (в пространстве между сферой и первой пленкой) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{\text{tot}}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) &= \sum_{j=1}^N A_j \left\{ \tilde{\mathfrak{F}}_j(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\varepsilon_f - \varepsilon_{p1})}{(\varepsilon_{p1} + \varepsilon_f)} \tilde{\mathfrak{F}}_j(\tilde{x}, \tilde{y}, 2\tilde{z}_b - \tilde{z}) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_n \mathfrak{A}_1(\mathbf{n}) \mathfrak{F}_j(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{Z}_{1,1} - \tilde{z}) + \\
& + \sum_n \mathfrak{A}_2(\mathbf{n}) \mathfrak{F}_j(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{Z}_{1,2} - \tilde{z}) + \\
& + \sum_n \mathfrak{A}_3(\mathbf{n}) \mathfrak{F}_j(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{Z}_{1,3} - \tilde{z}) + \\
& + \sum_n \mathfrak{A}_4(\mathbf{n}) \mathfrak{F}_j(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{Z}_{1,4} - \tilde{z}) \Big\}.
\end{aligned} \quad (33)$$

Граничное условие на сфере $\tilde{\Phi}_{\text{tot}}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = 1$ в данной работе удовлетворялось приближенно, методом коллокаций [19]. Указанные уравнения записывались в равномерно распределенных N точках полукруга $\tilde{x}^2 + (\tilde{z} - \tilde{z}_0)^2 = 1$ при $\tilde{y} = 0$ и $\tilde{x} > 0$ на поверхности сферы. С учетом полученных N линейных алгебраических уравнений с N неизвестными находились A_j и по формулам (33) распределения полного потенциала в области между сферой и передней поверхностью первой пленки.

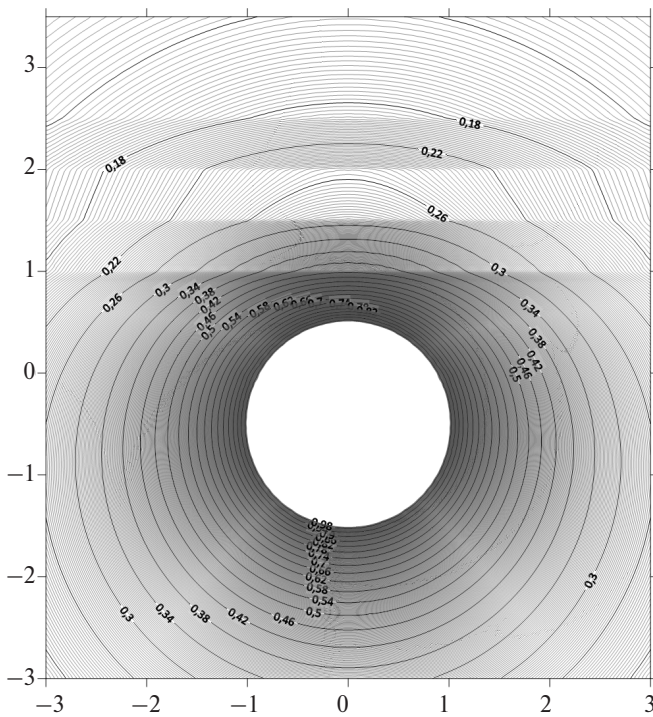


Рис. 5. Распределение в нормированных координатах $(\tilde{x}, \tilde{z})$ нормированного потенциала вокруг металлической заряженной сферы; диэлектрические проницаемости: $\epsilon_f = 1$, $\epsilon_{p1} = 2$, $\epsilon_{p2} = 6$, $\epsilon_{p3} = 1.5$, $\epsilon_d = 3$; толщина пленок $\tilde{h}_1 = \tilde{h}_2 = \tilde{h}_3 = 0.5$; их границы $\tilde{z} = 1$, $\tilde{z} = 1.5$, $\tilde{z} = 2$ и $\tilde{z} = 2.5$; расстояние между сферой и первой пленкой $\Delta\tilde{z} = 0.5$.

По известным значениям A_j распределения потенциала в пленках и в полупространстве за ними с учетом (28)–(31) определяются аналогичными формулами. Выпишем, ради экономии места, выражения только для потенциалов в третьей пленке $\tilde{\Phi}_5$ и в полупространстве за ней $\tilde{\Phi}_6$

$$\begin{aligned}
& \tilde{\Phi}_5(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \\
& = \sum_{j=1}^N A_j \left(\frac{\epsilon_{p3} + \epsilon_d}{2\epsilon_{p3}} \sum_n v(\mathbf{n}) \mathfrak{F}_j(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} + \tilde{Z}_{5,1}) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{\epsilon_{p3} - \epsilon_d}{2\epsilon_{p3}} \sum_n v(\mathbf{n}) \mathfrak{F}_j(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{Z}_{5,2} - \tilde{z}) \right), \\
& \tilde{\Phi}_6(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \sum_{j=1}^N A_j \left(\sum_n v(\mathbf{n}) \mathfrak{F}_j(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} + \tilde{Z}_{6,1}) \right).
\end{aligned}$$

Таким образом, задача нахождения нормированного потенциала в нормированных координатах во всем пространстве снаружи сферы является полностью решенной.

Важное свойство полученных решений — они зависят только от отношений диэлектрических проницаемостей, т.е. если увеличить все диэлектрические проницаемости в k раз, то распределение нормированного потенциала не изменится.

ПОТЕНЦИАЛ ЗАРЯЖЕННОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СФЕРЫ, РАСПОЛОЖЕННОЙ РЯДОМ С ПЛОСКОСЛОИСТОЙ СТРУКТУРОЙ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ТРЕХ ПЛЕНОК

В качестве примера применения изложенной теории были проведены численные расчеты распределения нормированного потенциала металлической заряженной сферы, находящейся вблизи плоскостойкой структуры, состоящей из трех пленок. Сфера с центром в точке $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0, \tilde{z}_0) = (0, 0, -0.5)$ находилась в вакууме с $\epsilon_f = 1$, рядом с пленками толщиной $\tilde{h}_1 = \tilde{h}_2 = \tilde{h}_3 = 0.5$ (в нормированных на радиус кривизны сферы единицах). Диэлектрические проницаемости пленок были выбраны $\epsilon_{p1} = 2$, $\epsilon_{p2} = 6$ и $\epsilon_{p3} = 1.5$. Полупространство за пленкой имело диэлектрическую проницаемость $\epsilon_d = 3$. Границы пленки определялись уравнениями $\tilde{z} = \tilde{z}_b = 1$, $\tilde{z} = \tilde{z}_b + \tilde{h}_1 = 1.5$, $\tilde{z} = \tilde{z}_b + \tilde{h}_1 + \tilde{h}_2 = 2$ и $\tilde{z} = \tilde{z}_b + \tilde{h}_1 + \tilde{h}_2 + \tilde{h}_3 = 2.5$. Кратчайшее расстояние от сферы до первой пленки было равно $\Delta\tilde{z} = 0.5$.

На рис. 5 показано распределение нормированного потенциала в плоскости $(\tilde{x}, \tilde{z})$ при указанных параметрах. Видна естественная экранировка электрического поля в диэлектриче-

ских пленках и полупространстве за ними. Чем больше диэлектрическая проницаемость, тем сильнее экранировка. Важное свойство полученного распределения потенциала — оно одинаково для всех подобных геометрий и одинаковых соотношений диэлектрических проницаемостей.

Аналогичные задачи можно решить и для металлических заряженных тел более сложной формы. Отлично зарекомендовал себя метод представления $\tilde{\Phi}_s$ для тел сложной формы, который подробно изложен в работе [15].

Наконец, несколько замечаний о сходимости ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^{k_1} \sum_{k_3=0}^{k_2} \sum_{k_4=0}^{k_3} \sum_{k_5=0}^{k_4} \sum_{k_6=0}^{k_5} C_n^{k_1} C_{k_1}^{k_2} C_{k_2}^{k_3} C_{k_3}^{k_4} C_{k_4}^{k_5} C_{k_5}^{k_6} x_1^{n-k_1} x_2^{k_1-k_2} x_3^{k_2-k_3} x_4^{k_3-k_4} x_5^{k_4-k_5} x_6^{k_5-k_6} x_7^{k_6}$$

к функции

$$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = \left(1 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7)\right)^{-1}.$$

Ряд заведомо сходится, когда

$$|x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7| < 1.$$

В рассматриваемой задаче из него получается неравенство

$$\left| b_1 e^{-2\gamma h_1} + b_2 e^{-2\gamma h_2} + b_3 e^{-2\gamma h_3} + b_4 e^{-2\gamma(h_1+h_2)} + b_5 e^{-2\gamma(h_1+h_3)} + b_6 e^{-2\gamma(h_2+h_3)} + b_7 e^{-2\gamma(h_1+h_2+h_3)} \right| < 1, \quad (34)$$

где b_i определяются по диэлектрическим проницаемостям задачи формулами (5).

Численное исследование этого неравенства показывает, что, по крайней мере, если диэлектрические проницаемости находятся в интервалах $1 \leq \varepsilon_f \leq 30$, $1 \leq \varepsilon_{p1} \leq 30$, $1 \leq \varepsilon_{p2} \leq 30$, $1 \leq \varepsilon_{p3} \leq 30$ и $1 \leq \varepsilon_d \leq 30$, неравенство (34) выполняется и ряд сходится при всех γ . При решении предложенным методом задач с диэлектрическими проницаемостями вне этих интервалов следует для каждого набора параметров проверять выполнение неравенства (34). Если окажется (например, это может быть в квазистатике), что существует интегрируемая особенность $\chi(\gamma)$, то для решения задачи следует применить метод с двойным интегрированием [15]. А если особенность будет неинтегрируемая, то возможно, что квазистатика не подходит для описания таких резонансов и требуется электродинамическое рассмотрение задачи (возможно, что при условии возбуждения поверхностной волны в плоскостойкой структуре представление индуцированных зарядов рядом точечных зарядов не является адекватным). Этот вопрос требует дополнительного исследования.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ К ЗАДАЧАМ СТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПЛОСКОСЛОИСТЫХ СРЕД

Как известно, существует аналогия между задачами электростатики и стационарными задачами теплопроводности [20] (гл. 12). Аналогичны не только соответствующие уравнения, но и граничные условия [14, 21, 22]. Если в задачах, рассмотренных в предыдущих разделах, заменить одновременно: 1) потенциал φ — на температуру $T - T_0$, где T_0 — температура на бесконечности; 2) диэлектрическую проницаемость ε — на коэффициент теплопроводности K ; 3) вектор электрической индукции $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = -\varepsilon \nabla \varphi$ — на плотность потока тепла $\mathbf{h} = -K \nabla T$; 4) точечный заряд q — на мощность тепловыделения точечного источника Q_h , то можно решить аналогичные задачи тем же методом.

Например, чтобы решить задачу нахождения распределения температуры вокруг тела, нагретого до постоянной температуры T_m , можно сначала решить соответствующую электростатическую задачу распределения потенциала в окрестности тела с постоянным потенциалом поверхности. Нормированное решение электростатической задачи будет также решением аналогичной нормированной задачи теплопроводности в нормированных координатах (при указанной замене величин и обозначений). Распределение температуры (точнее превышения температуры над внешней температурой T_0 , выраженное в единицах $T_m - T_0$) в задаче о нагретой сфере будет идентично распределению рис. 5.

Нормированные температурные распределения так же, как и в случае распределений нормированных электростатических потенциалов, обладают следующим свойством. Распределения зависят от отношений коэффициен-

тов теплопроводности областей, т.е. если увеличить все коэффициенты в k раз, то нормированное распределение температуры не изменится в нормированных координатах. Таким образом, на рис. 5 показаны нормированные температурные распределения при значениях коэффициентов теплопроводности $K_f = k$, $K_{p1} = 2k$, $K_{p2} = 6k$, $K_{p3} = 1.5k$ и $K_d = 3k$, где k — произвольное число.

Особо отметим, что аналогия между электростатической и теплопроводной задачами не означает, что распределение электрического потенциала в вакууме аналогично распределению температуры в вакууме. В рассмотренном случае аналог вакуума — среда с некоторым конечным коэффициентом теплопроводности K_f , а коэффициенты K_{p1} , K_{p2} , K_{p3} и K_d соотносятся с K_f так же, как диэлектрические проницаемости аналогичной электростатической задачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отметим значение проделанной аналитической работы для практического применения разработанного метода отражений. В первую очередь было важно найти аналитические выражения для функций $\chi(\gamma)$ и $\vartheta(\gamma)$, что дало значительное ускорение численных расчетов. Кроме того, зная эти аналитические функции, разлагая их в ряд, удалось открыть и строго обосновать метод отражения для плоскостойкой структуры, состоящей из трех пленок. Это позволило заменить двойное интегрирование обратного преобразования Фурье — суммированием, что привело к значительному ускорению численных расчетов и в конечном итоге дало возможность решать более сложные задачи.

Наконец, анализ структуры решения позволяет предсказать метод отражений для плоскостойкой структуры из четырех пленок. В этом случае в знаменателе соответствующих выражений для $\chi(\gamma)$ и $\vartheta(\gamma)$ ожидается 15 коэффициентов b_p , а в их разложении — 15 последовательных сумм.

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ (госзадание № 075-00270-24-00).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зоммерфельд А. Электродинамика. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
2. Sommerfeld A. Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie // Ann. Phys. (Leipzig). 1926. Bd. 81. S. 1135.
3. Wait J.R. The Ancient and Modern History of EM Ground-wave Propagation // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 1998. V. 40. № 5. P. 7.
4. Chew W.C. Waves and Fields in Inhomogeneous Media. N.Y.: IEEE Press, 1995.
5. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. 2-е изд., доп. и испр. М.: Наука, 1973.
6. Pollack H.N. Steady State Heat Conduction in Layered Mediums: The Half-space and Sphere // J. Geophys. Res. 1965. V. 70. № 22. P. 5645.
7. Negi J.G., Singh R.N. A Matrix Method for Heat Conduction in Multi-Layered Media // Pure Appl. Geophys. 1969. V. 73. № 1. P. 143.
8. Negi J.G., Singh R.N. Heat Transfer in Multi-Layered Media with Temperature Dependent Sources // Pure Appl. Geophys. 1968. V. 69. № 1. P. 110.
9. Matysiak S.J., Perkowski D.M. Temperature Distributions in a Periodically Stratified Layer with Slant Lamination // Heat Mass Transfer. 2014. V. 50. № 1. P. 75.
10. Петрин А.Б. Элементарный излучатель на границе плоскостойкой структуры // ЖЭТФ. 2021. Т. 159. № 1. С. 35.
11. Кинг Р., Смит Г. Антенны в материальных средах. В 2-х кн. Пер. с англ. М.: Мир, 1984.
12. King R.W.P. The Propagation of Signals Along a Three-layered Region // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1988. V. 36. № 6. P. 1080.
13. Петрин А.Б. Фокусировка поверхностной плазменной волны на нановершине сканирующего металлического микроострия у плоскостойкой структуры // Опт. и спектр. 2022. Т. 130. № 9. С. 1436.
14. Петрин А.Б. О фундаментальном решении задач электростатики и теплопроводности для плоскостойких сред // ТВТ. 2022. Т. 60. № 5. С. 740.
15. Петрин А.Б. Развитие методов решения задач электростатики и теплопроводности плоскостойких сред // Успехи прикладной физики. 2023. Т. 11. № 1. С. 3.
16. Петрин А.Б. Развитие методов решения задач нестационарной теплопроводности плоскостойких сред // Успехи прикладной физики. 2023. Т. 11. № 2. С. 93.
17. Петрин А.Б. Развитие и обобщение метода отражений в задачах электростатики и теплопроводности плоскостойких сред // ЖТФ. 2023. Т. 93. № 3. С. 318.
18. Петрин А.Б. О нанофокусировке света на вершине металлического микроострия, расположенного над плоскостойкой структурой // Успехи прикладной физики. 2016. Т. 4. № 4. С. 326.
19. Численные методы теории дифракции (Математика. Новое в зарубежной науке. Вып. 29). Сб. ст. Пер. с англ. М.: Мир, 1982.
20. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 5. Электричество и магнетизм. М.: Мир, 1965.
21. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
22. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 2001.

УДК 544.032.65;57.017.642

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ ИНФРАКРАСНЫХ ПИКОСЕКУНДНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ ДЛЯ МИКРОДИССЕКЦИИ БЛЕСТЯЩЕЙ ОБОЛОЧКИ ЭМБРИОНА МЫШИ

© 2024 г. Д. С. Ситников*, Д. Е. Мухдина, М. А. Овчинников

ФГБУН Объединенный институт высоких температур РАН (ОИВТ РАН), Москва, Россия

*E-mail: Sitnik.ds@gmail.com

Поступила в редакцию 29.02.2024 г.

После доработки 26.04.2024 г.

Принята к публикации 23.04.2024 г.

В работе диссекция оболочки эмбриона мыши осуществлялась с использованием пикосекундных лазерных импульсов инфракрасного диапазона спектра (длина волны излучения — 1028 нм, длительность — 25 ± 5 пс, частота следования импульсов — 2.5 кГц). С помощью оптической микроскопии исследовалась зависимость ширины надреза D , формируемого лазерным излучением на блестящей оболочке эмбриона, от энергии E лазерных импульсов и скорости v перемещения луча. Выполнено сравнение полученных значений с результатами микрохирургии импульсами фемтосекундной длительности (1028 нм, 280 фс). Показано, что применение как фемто-, так и пикосекундных лазерных импульсов для микрохирургии блестящей оболочки эмбриона позволяет получить надрез, ширина которого меньше геометрического размера сфокусированных лазерных пучков. При этом диссекция пикосекундными импульсами возможна лишь при существенно меньшей скорости перемещения лазерного пучка (в 20 и более раз), что увеличивает время, затрачиваемое на процедуру. Применение пикосекундных лазерных импульсов не выявило каких-либо преимуществ перед фемтосекундными.

DOI: 10.31857/S0040364424030141

ВВЕДЕНИЕ

История применения пикосекундных лазеров в биологии и медицине насчитывает несколько десятилетий. Примером успешного применения рассматриваемых лазерных источников на тканевом уровне является косметология. Взаимодействие лазерного излучения с тканями включает ряд процессов, таких как фотомеханический (фотоакустический) и фотохимический эффекты, а также фотобиомодуляцию (биостимуляцию) [1]. Первый обусловлен сверхбыстрым повышением температуры и давления в результате поглощения излучения хромофором ткани, что приводит к созданию мощной акустической ударной волны и возникновению растягивающих напряжений, превышающих порог разрушения ткани [2]. Фотохимический эффект обуславливается запуском химических реакций, приводящих к разрыву химических связей между молекулами и разрушению ткани. Фотобиомодуляция [3] нацелена

на доставку энергии к митохондриям, изменение проницаемости клеточных мембран, стимулирование фибробластов к синтезу большего количества коллагена и эластина или на регулирование путей передачи клеточного сигнала для повышения или понижения экспрессии определенных генов. Преимущество пикосекундных импульсов заключается в способности индуцировать фотоакустическое разрушение [4, 5] (в отличие от наносекундного фототермолиза) и отсутствии термического повреждения окружающих тканей [5]. Детальный обзор и описание современных подходов в косметической дерматологии можно найти в [1, 2, 6, 7].

На клеточном уровне ситуация меняется кардинальным образом. Несмотря на наличие успешных примеров применения пикосекундных лазерных импульсов, количество исследований с их использованием на порядки меньше. Использование пикосекундных лазерных источников для оптопорации клеток растений [8] яви-

лось результатом эволюции лазерных источников и послужило переходным методом от ультрафиолетового наносекундного [9, 10] воздействия для перфорации плазматической мембраны клеток. Однако количество публикаций, выданных по запросу «фемтосекундный» и «оптопорация» системами PubMed и Google Scholar, свидетельствует о безоговорочной победе фемтосекундных лазеров при решении указанной задачи. Больших результатов удалось достичь в области микрохирургии клетки, например, в задачах пикосекундной абляции микротрубочек митотического веретена [11], а также энуклеации клеточных ядер [12, 13]. Сводную таблицу лазерных источников, успешно примененных для микрохирургии клеток, можно найти в работе [14] (гл. 8, табл. 2). Попытка применения пикосекундных импульсов в такой области, как биология развития, увенчалась успехом при решении задачи слияния бластомеров в эмбрионах мыши на преимплантационной стадии [15]. Авторы добились слияния двух и даже трех бластомеров в четырехклеточном эмбрионе мыши без нарушения его целостности и жизнеспособности.

Совокупность рассмотренных выше работ является прекрасной демонстрацией деликатности пикосекундного лазерного воздействия и возможности решения задач микрохирургии на клеточном и субклеточном уровнях. Вместе с тем авторам не удалось найти исследований по применению пикосекундных импульсов для воздействия на блестящую оболочку самого эмбриона, например, для ее диссекции. Важнейшим этапом развития, необходимым для имплантации эмбриона в эндометрий матки, является его хетчинг (от англ. *hatching* – вылупление), т.е. высвобождение эмбриона из блестящей оболочки (*zona pellucida*, ZP). В клиниках репродуктивной медицины применяется технология вспомогательного хетчинга, когда целостность оболочки эмбриона нарушается искусственным образом (либо химически, либо механически, либо с помощью лазерного излучения). В последние годы наиболее распространенным и успешным методом микрохирургии ZP стал вспомогательный лазерный хетчинг (ВЛХ), предложенный более 30 лет назад [16], с использованием инфракрасных лазерных диссекторов миллисекундной длительности. Альтернативой им могут выступать фемтосекундные диссекторы, неприменяемые пока в клинической практике, но продемонстрировавшие ряд преимуществ в научных исследованиях. Фемтосекундные импульсы [17], в отличие от миллисекундных [18], не приводят к нагреву в области воздействия до нескольких сотен градусов при микрохирургии блестящей оболочки, а также позволяют достичь ши-

рины надреза $ZP \leq 1$ мкм [19] при бесконтактной фемтосекундной лазерной маркировке эмбрионов [20].

Как отмечено выше, пикосекундные лазерные импульсы для диссекции блестящей оболочки эмбриона ранее не применялись и исследование данной возможности представляет интерес как с научной, так и с практической точек зрения. Длительность пикосекундных импульсов достаточно коротка для реализации нелинейных механизмов поглощения излучения (например, многофотонного поглощения и лавинной ионизации) в водной среде [21, 22], что открывает перспективы локализации области взаимодействия в пределах геометрических размеров сфокусированного лазерного пучка. Целью настоящего исследования является проверка применимости пикосекундных импульсов для диссекции блестящей оболочки эмбриона млекопитающих на примере эмбриона мыши в рамках вспомогательных репродуктивных технологий. Рассмотрена возможность повторения успеха пикосекундных лазеров, достигнутого в области эстетических услуг, при решении задач репродуктивной медицины.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Микрохирургия эмбрионов выполнялась на установке «фемтосекундный лазерный скальпель – оптический пинцет», представленной на рис. 1 [23, 24]. В качестве лазерного скальпеля использовалось излучение фемтосекундного лазера ТЕТА (ООО «Авеста Проект»). Данный лазерный источник построен по принципу усиления чирпированных импульсов. Согласно этому принципу, широкополосный импульс растягивается по времени в дисперсионной оптической системе (узел стретчера) перед процессом усиления (узел регенеративного усилителя) с последующим сжатием импульса оптической системой с обратной дисперсией (узел временного компрессора). Импульсы излучения длительностью 25 ± 5 пс (по данным производителя) были выведены из корпуса лазера в обход блока временного компрессора. Центральная длина волны излучения составила $\lambda = 1028$ нм, частота следования импульсов $f \leq 2.5$ кГц, энергия $E \leq 400$ мкДж. Другое отличие от установки, использованной в предыдущих исследованиях [23–25], состояло в использовании излучения на основной частоте против второй гармоники ($\lambda = 514$ нм). В остальном схема установки [26] изменений не претерпела. Узел поляризационного ослабителя, состоящий из полуволновой пластинки и призменного поляризатора, служил для регулировки энергии лазерных импульсов, контролируемой с помощью фотодиода DET36A2

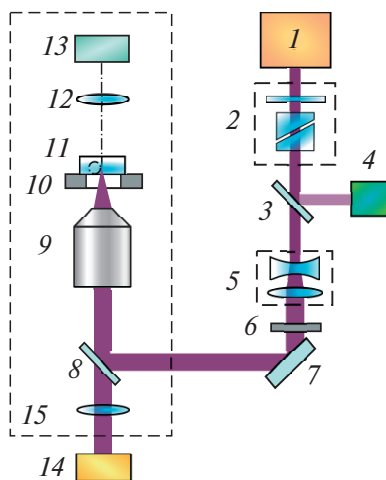


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 — пикосекундный лазер; 2 — узел ослабления лазерного излучения; 3 — стеклянная пластина; 4 — фотодиод; 5 — узел телескопа; 6 — механический прерыватель лазерного излучения; 7, 8 — зеркала на длину волны лазерного излучения; 9 — микрообъектив; 10 — моторизованный предметный столик; 11 — чашка Петри с эмбрионами; 12 — конденсор микроскопа; 13 — осветитель; 14 — видеокамера; 15 — инвертированный микроскоп.

(Thorlabs Inc.). Лазерное излучение заводилось в правый боковой порт инвертированного микроскопа Olympus IX-71 и фокусировалось микрообъективом 20×UPlanFL (Olympus) с числовой апертурой $NA = 0.5$. Узел телескопа, установленный на пути лазерного излучения до заведения в микроскоп, служил для согласования диаметра лазерного пучка с апертурой микрообъектива. Вторая функция телескопа заключалась в регулировке расходимости лазерного излучения за счет изменения расстояния между линзами. Для калибровки амплитуды сигнала фотодиода на предметный столик микроскопа SCAN IM 120×80 (Märzhäuser Wetzlar) устанавливался измеритель мощности, регистрирующий лазерное излучение на выходе микрообъектива. Измеритель состоял из фотодиодного детектора S120VC и консоли PM100D (Thorlabs Inc.).

Для микрохирургии эмбрионов использовались специальные чашки Петри со стеклянным дном (кат. № 200350, SPL Lifesciences). Капля питательной среды с эмбрионами на дне чашки была покрыта слоем минерального масла, препятствовавшего испарению. Сфокусированный лазерный луч оставался неподвижен, диссекция эмбрионов осуществлялась посредством их перемещения с помощью моторизованного предметного столика по заданной траектории. Плоскость перетяжки лазерного пучка совмещалась

с «экваториальной» плоскостью — плоскостью максимального сечения эмбриона. Изображение эмбриона регистрировалось КМОП-камерой (КМОП — комплементарная структура на транзисторах металл-оксид-полупроводник) DFK 72AUC02 (The Imaging Source).

Для автоматизации процедуры микрохирургии использовалось программное обеспечение, написанное в среде LabView (National Instruments), позволявшее оператору управлять такими параметрами, как энергия, частота следования импульсов и расходимость лазерного излучения, а также задавать траекторию движения лазерного луча поверх изображения эмбриона, регистрируемого КМОП-камерой. Включение/выключение лазерного излучения, синхронизированное с движением моторизованного предметного столика, управлялось программным обеспечением.

ОЦЕНКА РАЗМЕРА ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА

Пространственное распределение плотности энергии лазерного импульса в плоскости перетяжки сфокусированного пучка определяется функцией Гаусса

$$F(r) = \frac{E}{\pi r_0^2} e^{-(r/r_0)^2}, \quad (1)$$

где E — энергия лазерного импульса, r_0 — радиус перетяжки лазерного пучка по уровню $1/e$, r — радиальная координата. Когда плотность энергии F превышает пороговое значение абляции материала F_{abl} , происходит унос материала мишени с последующим формированием кратера радиусом r_{abl} . Квадрат радиуса кратера абляции r_{abl}^2 связан с энергией лазерного импульса уравнением линейной регрессии по переменной $\ln(E)$ [27]:

$$r_{abl}^2(E) = r_0^2 \ln E - \ln(\pi r_0^2 F_{abl}).$$

Значение r_0 и пороговую плотность энергии абляции материала мишени F_{abl} можно определить, измерив размеры кратеров r_{abl} для серии лазерных импульсов с различной энергией E и вычислив коэффициенты регрессии $\alpha_1 = r_{abl}^2$ и $\alpha_2 = \ln(\pi r_0^2 F_{abl})$. В отличие от исследования с использованием инфракрасных фемтосекундных лазерных импульсов [26], в настоящей работе вместо образца монокристаллического арсенида галлия в качестве мишени была взята тонкопленочная мишень меди на стеклянной подложке. Порог абляции F_{abl} меди выше, что позволило выполнить измерения размера кратера при больших значениях энергии лазерных импульсов и меньшем превышении плотности энергии лазерного импульса $F_0 = E/(\pi r_0^2)$ порога абля-

ции F_{abl} (оптимальным считается соотношение $F_0/F_{abl} \leq 10$).

Микрохирургия блестящей оболочки эмбриона осуществлялась в культуральной среде на водной основе. Поэтому значение r_0 лазерного пучка также было определено в водной среде. Медная мишень, установленная на дне чашки Петри (рис. 2а) на проставки-спейсеры толщиной ~ 100 мкм, была покрыта дистиллированной водой, показатель преломления которой слабо отличался от показателя культуральной среды для эмбрионов (1.333 против 1.336). Далее осуществлялась настройка микрообъектива для достижения резкого изображения поверхности мишени на экране персонального компьютера.

Полученная зависимость размера кратера абляции от энергии лазерных импульсов вида $r_{abl}^2 = f(\ln(E))$ представлена на рис. 2б. Размер лазерного пучка, вычисленный на основе коэффициентов регрессии, составил $r_0 = 2.1$ мкм. Начиная с определенного значения энергии $E > 560$ нДж, наклон зависимостей увеличивался. На практике это означает следующее. Чем больше энергия лазерного импульса, тем на большем расстоянии от оптической оси происходит превышение плотности энергии порога абляции материала мишени и тем шире формируется кратер на поверхности мишени согласно уравнению (1). Изменение угла наклона на рис. 2б (заштрихованная область) свидетельствует о том, что пространственное распределение энергии на периферии пучка подчиняется другому закону с новым значением параметра $r_0^* = 5.4$ мкм. Наличие подобного распределения на периферии лазерного пучка (в данном случае при $r > 3.5$ мкм) является следствием aberrаций лазерного луча, однако доля энергии в периферийной области не превышала 4% от энергии импульса (рис. 2в).

ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Объектом исследования в настоящей работе являлись эмбрионы мыши, остановившиеся в развитии (от четырехклеточной стадии до морулы) и оказавшиеся непригодными для исследований [28] на стадии бластоцисты (отбраковка). Процесс подготовки эмбрионов был стандартным, подробности можно найти в работе [29]. Морфология эмбрионов обеспечивала достаточно большое расстояние (около 10–15 мкм) между клетками эмбриона и его оболочкой, облегчая проведение микрохирургических процедур.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

По аналогии с работой [26] диссекция блестящей оболочки осуществлялась с применением последовательности лазерных импульсов при

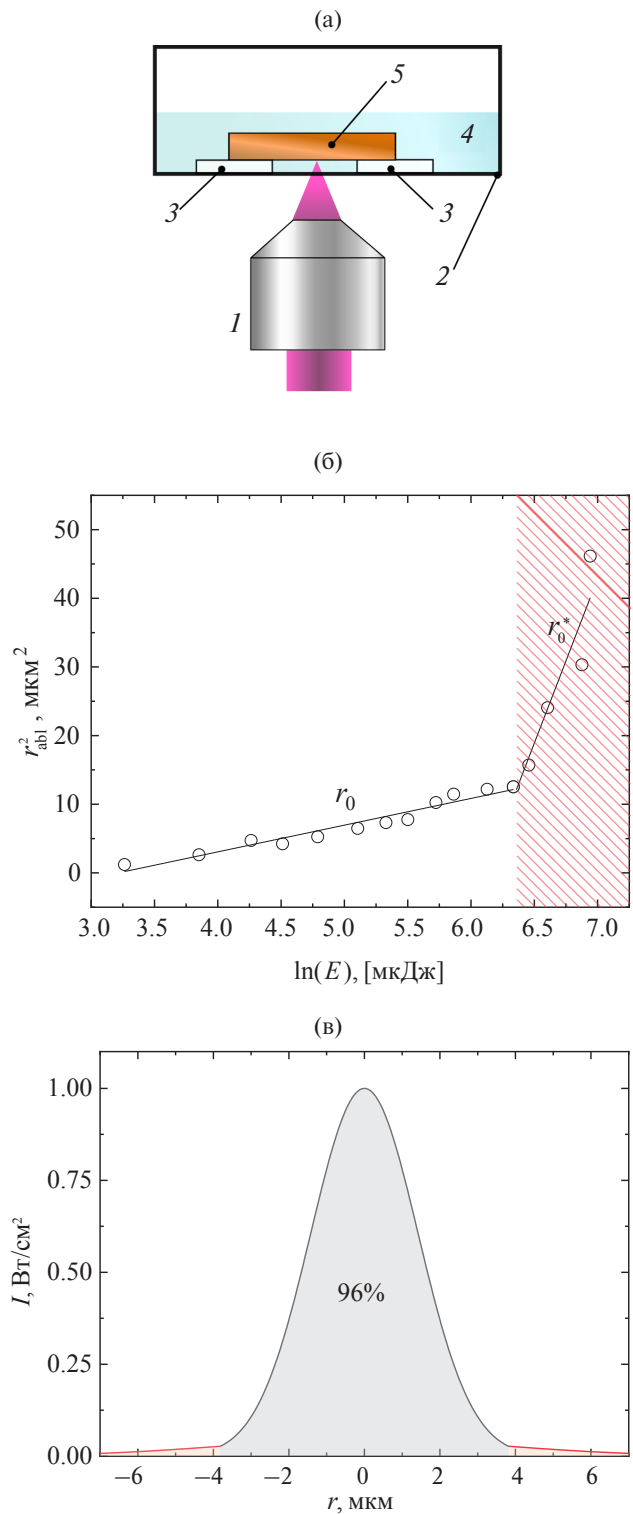


Рис. 2. Измерение размера лазерного пятна: (а) — мишенный узел: 1 — микрообъектив, 2 — чашка Петри со стеклянным дном, 3 — проставки, 4 — вода, 5 — мишень из Cu; (б) — зависимость квадрата размера кратера r_{abl}^2 от логарифма энергии $\ln(E)$: маркеры — экспериментальные данные, прямые — линейная аппроксимация; (в) — пространственное распределение интенсивности излучения.

линейном перемещении эмбриона относительно лазерного луча с заданной скоростью v в радиальном направлении от внешней границы блестящей оболочки эмбриона к внутренней. В опубликованных ранее работах по микрохирургии блестящей оболочки эмбриона с использованием импульсов фемтосекундной длительности [19, 20, 29] значение скорости $v = 0.01$ мм/с было выбрано с учетом следующих соображений: минимизация времени, затрачиваемого на процедуру, и отсутствие больших ускорений при перемещении эмбриона. При исследовании зависимости ширины надреза от энергии инфракрасных лазерных импульсов [26] номинальное значение $v = 0.01$ мм/с было дополнено измерениями как при меньших ($v = 0.0025$ мм/с), так и больших ($v = 0.05$ мм/с) значениях скорости.

Применение пикосекундного лазерного источника для задач микрохирургии имело свои особенности. Так, обнаружено, что при выбранном ранее номинальном значении скорости перемещения луча $v = 0.01$ мм/с формирования надреза на блестящей оболочке эмбриона не происходило даже при максимальной энергии лазерных импульсов. Максимально допустимой в эксперименте считалась энергия, не вызывающая оптического пробоя среды ($E < 1.2$ мкДж). Лазерно-индуцированный оптический пробой представляет собой процесс нелинейного поглощения, приводящий к формированию плазмы [30]. Последний сопровождается генерацией ударной волны и кавитацией, что в ряде случаев способствует достижению желаемого эффекта, например, при лазерной литотрипсии или процедурах, направленных на омоложение кожи [31].

Интенсивность в перетяжке лазерного луча $I_{th} = 0.36 \pm 0.08$ ТВт/см², при которой в среде наблюдался оптический пробой при микрохирургии эмбрионов, коррелирует со значением 0.4 ТВт/см² (оценено по приведенным значениям параметра импульса: $\lambda = 1064$ нм, $\tau = 30$ пс, $r_0 = 5.8$ мкм по уровню $1/e^2$, $E = 7$ мкДж) [32], а также с 0.45 ± 0.11 ТВт/см² — экспериментальным значением в дистиллированной воде, осредненным для различных размеров r_0 лазерного луча [33]. Согласно оценкам [32], скорость движения фронта ударной волны при пробое может достигать нескольких км/с, а давление — единиц ГПа. Если в ходе эксперимента пробой происходил на границе эмбрион/водная среда, ударная волна отбрасывала эмбрион в сторону на расстояние ~ 50 мкм. При пробое в толще блестящей оболочки происходило разрушение мембраны клеток эмбриона, прилегающих к оболочке изнутри, и их вытекание (рис. 3а), что свидетельствовало о непригодности выбранных параметров воздействия. Для определения ширины надреза строился профиль сечения его изображения (перпендикулярно надрезу), который представлял собой зависимость яркости от пространственной координаты. Методика оценки ширины надреза подробно изложена в работе [26]. При определении ширины выполненного надреза D осуществлялось осреднение измерений по 50 сечениям, обозначенным прямоугольником на рис. 3б.

В результате проведения серии пробных экспериментов установлено, что при энергии лазерных импульсов $E = 1.17$ мкДж формирование надрезов возможно для значений скоро-

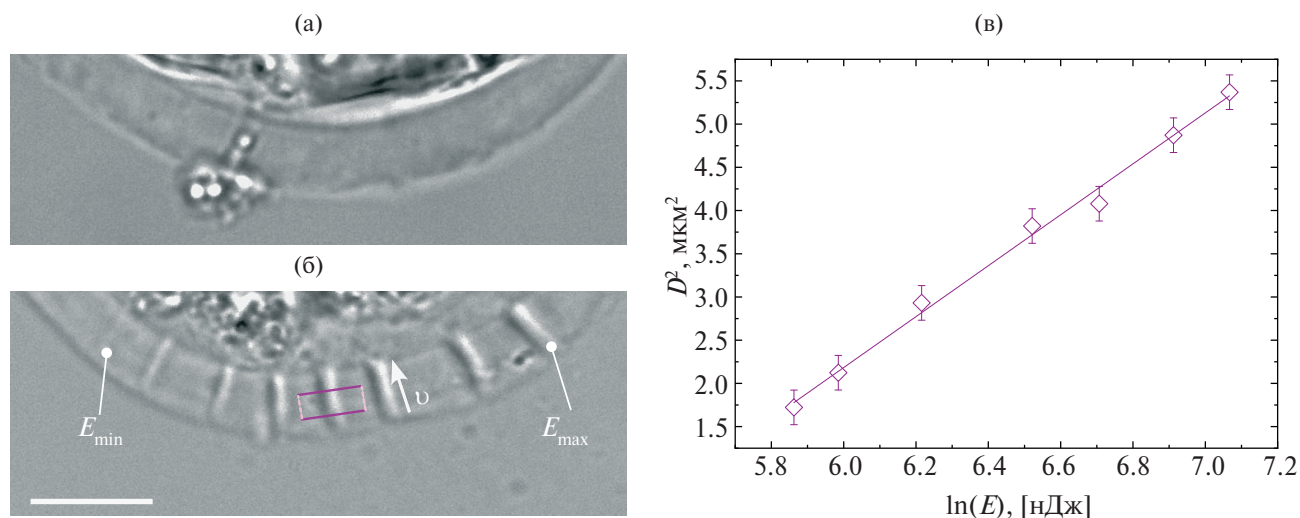


Рис. 3. Микрофотографии эмбриона после оптического пробоя в ЗР (а) и фрагмента блестящей оболочки эмбриона (б) после выполнения микрохирургии ($v = 0.0005$ мм/с, $f = 2.5$ кГц); $E_{min} = 0.3$ мкДж, $E_{max} = 1.17$ мкДж, масштаб — 25 мкм, прямоугольником отмечена область для построения профилей сечения; (в) — зависимость (2) квадрата ширины надреза D^2 от логарифма энергии пикосекундных лазерных импульсов $\ln(E)$.

сти $v \leq 0.001$ мм/с. Зависимость ширины надреза от энергии лазерных импульсов $D(E)$ исследовалась при скорости $v = 0.0005$ мм/с. Как и для фемтосекундных импульсов, экспериментальные значения хорошо аппроксимировались зависимостью вида (рис. 3в)

$$D^2(E) = \alpha_1 - \alpha_2 \ln(E), \quad (2)$$

где значения коэффициентов при $v = 0.0005$ мм/с составили $\alpha_1 = -15.5$, $\alpha_2 = 2.95$.

Надрезы на блестящей оболочке становились видимыми при достижении энергией лазерных импульсов определенного значения $E_{\min}$, которое тем меньше, чем ниже скорость перемещения луча v . Максимально допустимые значения $E_{\max}$ определялись интенсивностью лазерных импульсов, вызывающих оптический пробой водной среды. В предыдущих исследованиях было отмечено, что для фемтосекундных импульсов видимого диапазона ($\lambda = 514$ нм) соотношение $E_{\max}/E_{\min}$ составляло ~ 3 [20], а для инфракрасных импульсов ($\lambda = 1028$ нм) — $E_{\max}/E_{\min} \approx 1.5$ [26] при одинаковой скорости $v = 0.01$ мм/с, что объяснялось меньшей энергией кванта излучения на длине волны 1028 нм. При снижении скорости в пять раз (до $v = 0.002$ мм/с) диапазон энергий ИК-импульсов расширялся до $E_{\max}/E_{\min} \approx 2$ [26]. В настоящей работе для инфракрасных импульсов пикосекундной длительности диапазон значений составил $E_{\max}/E_{\min} \approx 3.3$, что, вероятно, обусловлено меньшей скоростью перемещения ($v = 0.0005$ мм/с), при которой оценивалась зависимость $D(E)$.

Ширина надреза определяется совокупностью параметров, включающих скорость v перемещения лазерного пучка, радиус его перетяжки r_0 , а также частоту следования импульсов f , определяющих их пространственное перекрытие при перемещении лазерного пучка по траектории $D \sim Er_0 f/v$. Для определения диапазона значений параметров пикосекундных лазерных импульсов, пригодных для диссекции блестящей оболочки эмбриона, проведена серия экспериментов при различных v , фиксированной частоте импульсов $f = 2.5$ кГц и заданной энергии $E = 1.17$ мкДж. Зависимость ширины надреза от скорости перемещения $D(v)$ исследовалась в диапазоне $0.0001 \leq v \leq 0.001$ мм/с (закрашенные маркеры на рис. 4). Значения $D(v)$ и $D(E_{ps})$ демонстрируют согласие с точностью ~ 0.2 мкм (индекс ps на рис. 4 относится к энергиям импульсов пикосекундной длительности, fs — фемтосекундной). Пунктирная линия — аппроксимация экспериментальных значений $D(v)$ уравнением линейной регрессии по переменной $\lg(v)$:

$$D(v) = \beta_1 - \beta_2 \lg(v).$$

Значения коэффициентов составили $\beta_1 = -3.35$ и $\beta_2 = -1.67$.

Анализ ширины формируемого надреза с использованием пикосекундных лазерных импульсов ($\lambda = 1028$ нм, $\tau = 25 \pm 5$ пс, $r_0 = 2.1$ мкм) удобно проводить в сравнении с результатами диссекции блестящей оболочки импульсами фемтосекундной длительности ($\lambda = 1028$ нм, $\tau = 280$ фс, $r_0 = 1.6$ мкм) [26], также представленными на рис. 4. Минимальная ширина надреза D при воздействии лазерного излучения составляет ~ 1 мкм для пикосекундных и ~ 0.8 мкм для фемтосекундных импульсов. Различия в минимальных значениях D предположительно обусловлены разницей в размере перетяжки сфокусированных пучков r_0 . Можно сделать вывод, что применение как фемто-, так и пикосекундных лазерных импульсов для микрохирургии блестящей оболочки эмбриона позволяет получить надрез шириной меньше геометрического размера самих лазерных пучков.

Существенное различие в оказываемом воздействии импульсов рассматриваемых длительностей заключается в допустимой скорости перемещения лазерного пучка. Значения $v > 0.002$ мм/с оказались непригодными для микрохирургии пикосекундными импульсами: для диссекции блестящей оболочки эмбриона требовалось перемещать лазерный пучок со скоростью примерно в 20 раз медленнее, чем при использовании фемтосекундных импульсов. Максимальная скорость $v = 0.002$ мм/с оказывалась достижимой только при значениях энергии лазерных импульсов, близких к порогу оптического пробоя, что увеличивало риск повреждения эмбриона.

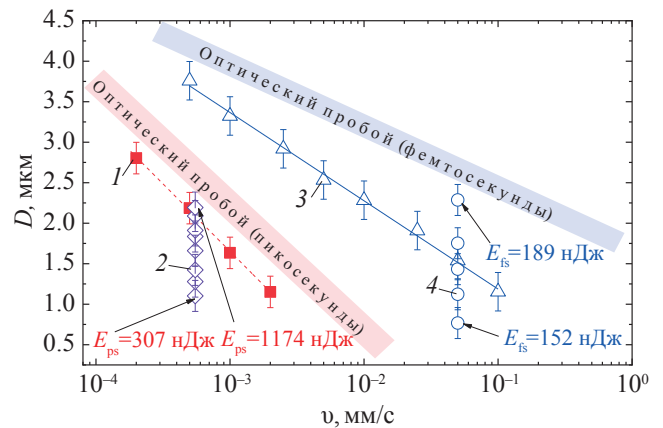


Рис. 4. Зависимость ширины надреза блестящей оболочки от скорости лазерного пучка $D(v)$ при $f = 2.5$ кГц: 1 — $D(v)$, воздействие при $E_{ps} = 1174$ нДж; 2 — $D(E_{ps}^*)$ при $v = 0.0005$ мм/с, $E_{ps}^* = 307, 353, 390, 501, 680, 819, 1005, 1174$ нДж; 3 — $D(v)$, $E_{fs} = 174$ нДж, данные [26], 4 — $D(E_{fs}^{**})$ при $v = 0.01$ мм/с, $E_{fs}^{**} = 152, 159, 167, 174, 189$ нДж [26].

Реализация процедуры вспомогательного лазерного хетчинга на установке «фемтосекундный лазерный скальпель – оптический пинцет» предполагает свободное расположение эмбриона на дне чашки Петри без необходимости использования микроманипуляторов с пипетками-присосками. Обратной стороной практикуемого бесконтактного подхода является возможность дрейфа эмбриона, в отдельных случаях со скоростью до 0.002 мм/с. При использовании пикосекундных лазерных импульсов эти значения сопоставимы со скоростью движения лазерного луча. Данное обстоятельство делает невозможным микрохирургию оболочки без закрепления эмбриона в чашке Петри.

В заключение необходимо отметить еще один фактор – общее время, затрачиваемое на процедуру ВЛХ пикосекундными импульсами, увеличивается более чем на порядок по сравнению с фемтосекундными и может достигать 30–60 с. Совокупность перечисленных особенностей делает применение лазерных импульсов пикосекундной длительности более время- и трудозатратным и позволяет сделать вывод об отсутствии каких-либо преимуществ перед фемтосекундными лазерными импульсами, доказавшими свою эффективность в предыдущих исследованиях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе были впервые проведены экспериментальные исследования влияния параметров лазерного воздействия на ширину надреза, формируемого в блестящей оболочке при выполнении микрохирургии ЗР эмбриона мыши инфракрасными лазерными импульсами пикосекундной длительности ($\lambda = 1028$ нм, $\tau = 25 \pm 5$ пс). Исследована зависимость ширины надреза как от энергии лазерных импульсов (308–1174 нДж) при заданной скорости перемещения лазерного луча $v = 0.0005$ мм/с, так и от скорости (0.0001–0.002 мм/с) при максимально допустимой энергии лазерных импульсов $E = 1174$ нДж. Проведено сравнение полученных значений с результатами микрохирургии инфракрасными фемтосекундными импульсами ($\lambda = 1028$ нм, $\tau = 280$ фс). Показано, что пикосекундные импульсы не имеют явных преимуществ перед фемтосекундными, и их применение для микрохирургии блестящей оболочки представляется нецелесообразным.

Авторы выражают благодарность коллегам из Института биологии гена Российской академии наук М.А. Филатову и Ю.Ю. Силаевой и УНУ Трансгенбанк за предоставленный объект исследования.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и нау-

ки РФ в рамках госзадания № 075-00270-24-00 на оборудовании УНУ «Лазерный тераваттный фемтосекундный комплекс», входящем в состав ЦКП «Лазерный фемтосекундный комплекс» ОИВТ РАН.

Соблюдение этических стандартов. Исследование одобрено этическим комитетом ИБГ РАН (протокол № 1 от 26 сентября 2023 г.) и проведено в строгом соответствии с положениями Директивы 2010/63/EU Европейского Парламента и Совета Европейского Союза от 22 сентября 2010 г. по охране животных, используемых в научных целях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zhou Y., Hamblin M.R., Wen X. An Update on Fractional Picosecond Laser Treatment: Histology and Clinical Applications // *Lasers Med. Sci.* 2023. V. 38. № 1. P. 45.
2. Wu D.C., Goldman M.P., Wat H., Chan H.H.L. A Systematic Review of Picosecond Laser in Dermatology: Evidence and Recommendations // *Lasers Surg. Med.* 2021. V. 53. № 1. P. 9.
3. Малиновская С.Л., Другова О.В., Борзиков В.В., Баврина А.П. Фотобиомодуляция как альтернативный подход к коррекции физиологически измененных состояний живой ткани // *Медицинский альманах*. 2019. Т. 4. № 69. С. 6.
4. Kasai K. Picosecond Laser Treatment for Tattoos and Benign Cutaneous Pigmented Lesions (Secondary publication) // *Laser Ther.* 2017. V. 26. № 4. P. 274.
5. Dong W., Wang N., Yuan X., Zhang W. Treatment of Pigmentary Disorders Using Picosecond Laser in Asian Patients: A Meta-analysis and Systematic Review // *Dermatol. Ther.* 2021. V. 34. P. e14709.
6. Haykal D., Cartier H., Maire C., Mordon S. Picosecond Lasers in Cosmetic Dermatology: Where Are We Now? An Overview of Types and Indications // *Lasers Med. Sci.* 2023. V. 39. № 1. P. 8.
7. Серая И.В., Мураков С.В. Применение лазерных аппаратов в эстетической косметологии и дерматологии // *Клиническая дерматология и венерология*. 2024. Т. 23. № 2. С. 206.
8. Schinkel H., Jacobs P., Schillberg S., Wehner M. Infra-red Picosecond Laser for Perforation of Single Plant Cells // *Biotechnol. Bioeng.* 2008. V. 99. № 1. P. 244.
9. Guo Y., Liang H., Berns M. W. Laser-Mediated Gene Transfer in Rice // *Physiol. Plant.* 1995. V. 93. № 1. P. 19.
10. Badr Y.A., Kereim M.A., Yehia M.A., Fouad O.O., Bahieldin A. Production of Fertile Transgenic Wheat Plants by Laser Micropuncture // *Photochem. Photobiol. Sci.* 2005. V. 4. № 10. P. 803.
11. Botvinick E.L., Venugopalan V., Shah J.V., Liaw L.H., Berns M.W. Controlled Ablation of Microtubules Using a Picosecond Laser // *Biophys. J.* Elsevier, 2004. V. 87. № 6. P. 4203.
12. Raabe I., Vogel S.K., Peychl J., Tolić-Nørrelykke I.M. Intracellular Nanosurgery and Cell Enucleation Using a Picosecond Laser // *J. Microsc.* 2009. V. 234. № 1. P. 1.

13. *Karmenyan A.V., Shakhbazyan A.K., Sviridova-Chailakhyan T.A., Krivokharchenko A.S., Chiou A.E., Chailakhyan L.M.* Use of Picosecond Infrared Laser for Micromanipulation of Early Mammalian Embryos // *Mol. Reprod. Dev.* 2009. V. 76. № 10. P. 975.
14. *Vegesna N. V. G., Ronchi P., Durdu S., Terjung S., Peeperkok R.* Targeted Ablation Using Laser Nanosurgery. In: *Light Microscopy: Methods and Protocols, Methods in Molecular Biology* / Eds. Markaki Y., Harz H. N.Y. : Springer, 2017. V. 1563. P. 107.
15. *Krivokharchenko A., Karmenyan A., Sarkisov O., Bader M., Chiou A., Shakhbazyan A.* Laser Fusion of Mouse Embryonic Cells and Intra-Embryonic Fusion of Blastomeres without Affecting the Embryo Integrity // *PLoS One.* 2012. V. 7. № 12. P. e50029.
16. *Tadir Y., Wright W.H., Vafa O., Liaw L.H., Asch R., Berns M.W.* Micromanipulation of Gametes Using Laser Microbeams // *Hum. Reprod.* 1991. V. 6. № 7. P. 1011.
17. *Ситников Д.С., Ильина И.В., Пронкин А.А.* Оценка теплового воздействия лазерных импульсов фемто- и миллисекундной длительности при выполнении микрохирургических процедур на эмбрионах млекопитающих // *Квантовая электроника.* 2022. Т. 52. № 5. С. 482.
18. *Douglas-Hamilton D.H., Conia J.* Thermal Effects in Laser-assisted Pre-embryo Zona Drilling // *J. Biomed. Opt.* 2001. V. 6. № 2. P. 205.
19. *Ilina I.V., Khramova Y.V., Filatov M.A., Sitnikov D.S.* Femtosecond Laser is Effective Tool for Zona Pellucida Engraving and Tagging of Preimplantation Mammalian Embryos // *J. Assist. Reprod. Genet.* 2019. V. 36. № 6. P. 1251.
20. *Ilina I.V., Khramova Y.V., Filatov M.A., Sitnikov D.S.* Application of Femtosecond Laser Microsurgery in Assisted Reproductive Technologies for Preimplantation Embryo Tagging // *Biomed. Opt. Express.* 2019. V. 10. № 6. P. 2985.
21. *Vogel A., Venugopalan V.* Mechanisms of Pulsed Laser Ablation of Biological Tissues // *Chem. Rev.* 2003. V. 103. № 2. P. 577.
22. *Vogel A., Noack J., Hüttman G., Paltauf G.* Mechanisms of Femtosecond Laser Nanosurgery of Cells and Tissues // *Appl. Phys. B.* 2005. V. 81. № 8. P. 1015.
23. *Ilina I.V., Ovchinnikov A.V., Sitnikov D.S., Rakityanskiy M.M., Agranat M.B., Khramova Y.V., Semenova M.L.* Application of Femtosecond Laser Pulses in Biomedical Cell Technologies // *High Temp.* 2013. V. 51. № 2. P. 173.
24. *Sitnikov D.S., Ovchinnikov A.V., Ilina I.V., Chefonov O.V., Agranat M.B.* Laser Microsurgery of Cells by Femtosecond Laser Scalpel and Optical Tweezers // *High Temp.* 2014. V. 52. № 6. P. 803.
25. *Ситников Д.С., Ильина И.В., Филатов М.А., Силаева Ю.Ю.* Исследование влияния микродиссекции блестящей оболочки эмбрионов млекопитающих на ее толщину // *Вестн. РГМУ.* 2023. Т. 1. № 1. С. 41.
26. *Ситников Д.С., Мухдина Д.Е., Филатова М.А., Силаева Ю.Ю.* Определение оптимальных параметров воздействия при микродиссекции блестящей оболочки эмбриона с помощью инфракрасных фемтосекундных лазерных импульсов // *ТВТ.* 2024. Т. 62. № 1. С. 121.
27. *Liu J. M.* Simple Technique for Measurements of Pulsed Gaussian-beam Spot Sizes // *Opt. Lett.* 1982. V. 7. № 5. P. 196.
28. *Кубекина М.В., Филатов М.А., Силаева Ю.Ю., Ситников Д.С.* Исследование теплового воздействия фемтосекундных лазерных импульсов на эмбрионы мыши в рамках процедуры вспомогательного хетчинга // *Вестн. РГМУ.* 2023. № 6. С. 76.
29. *Ilina I.V., Khramova Y.V., Ivanova A.D., Filatov M.A., Silaeva Y.Y., Deykin A.V., Sitnikov D.S.* Controlled Hatching at the Prescribed Site Using Femtosecond Laser for Zona Pellucida Drilling at the Early Blastocyst Stage // *J. Assist. Reprod. Genet.* 2021. V. 38. № 2. P. 517.
30. *Noack J., Vogel A.* Laser-induced Plasma Formation in Water at Nanosecond to Femtosecond Time Scales: Calculation of Thresholds, Absorption Coefficients, and Energy Density // *IEEE J. Quantum Electron.* 1999. V. 35. № 8. P. 1156.
31. *Habbema L., Verhagen R., Van Hal R., Liu Y., Varghese B.* Efficacy of Minimally Invasive Nonthermal Laser-induced Optical Breakdown Technology for Skin Rejuvenation // *Lasers Med. Sci.* 2013. V. 28. № 3. P. 935.
32. *Vogel A., Busch S., Parltitz U.* Shock Wave Emission and Cavitation Bubble Generation by Picosecond and Nanosecond Optical Breakdown in Water // *J. Acoust. Soc. Am.* 1996. V. 100. № 1. P. 148.
33. *Vogel A., Nahen K., Theisen D., Noack J.* Plasma Formation in Water by Picosecond and Nanosecond Nd:YAG Laser Pulses - Part I: Optical Breakdown at Threshold and Superthreshold Irradiance // *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* 1996. V. 2. № 4. P. 847.

УДК 532.529

МЕЖЧАСТИЧНЫЕ СТОЛКНОВЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКАХ

© 2024 г. А. Ю. Вараксин

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

E-mail: varaksin_a@mail.ru

Поступил в редакцию 19.03.2024 г.

После доработки 07.05.2024 г.

Принят к публикации 09.07.2024 г.

Рассмотрены проблемы и особенности учета столкновений твердых частиц между собой при исследовании двухфазных потоков. Кратко описаны основы теории межчастичных столкновений. Описаны и проанализированы развитые на сегодняшний день аналитические методы расчета ядер столкновений монодисперсных и бидисперсных частиц в однородной изотропной турбулентности, градиентном турбулентном потоке, а также при совместном действии турбулентности и силы тяжести. Большое внимание уделено описанию методов численного моделирования двухфазных течений, описывающих на различном иерархическом уровне межфазную границу, межфазные взаимодействия и турбулентность несущей сплошной среды.

DOI: 10.31857/S0040364424030156

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение

1. Некоторые характеристики межчастичных столкновений
2. Основы теории межчастичных столкновений
 - 2.1. Понятие о цилиндре столкновений
 - 2.2. Понятие о сфере столкновений
 - 2.3. Столкновения хаотически движущихся молекул (частиц)
 - 2.4. Столкновения частиц при гравитационном осаждении
3. Аналитическое моделирование межчастичных столкновений
 - 3.1. Монодисперсные частицы в однородной изотропной турбулентности
 - 3.2. Монодисперсные частицы в градиентном турбулентном потоке
 - 3.3. Бидисперсные частицы в однородной изотропной турбулентности
 - 3.4. Бидисперсные частицы в однородной изотропной турбулентности при наличии осредненной относительной скорости
4. Численное моделирование межчастичных столкновений
 - 4.1. Классификация методов численного моделирования
 - 4.2. Метод крупных вихрей (LES)
 - 4.3. Прямое численное моделирование (DNS)

Заключение

Список литературы

ВВЕДЕНИЕ

Потоки сплошной среды, несущие твердые частицы, имеют место в целом ряде природных явлений [1–5]: песчаные бури, воздушные смерчи, извержения вулканов, лесные пожары, выпадение осадков в виде града, снега и т.п. Примерами технических устройств, в которых используются двухфазные течения, являются: тракты твердотопливных реактивных двигателей, устройства термоподготовки угля в схемах энерготехнологического использования топлива, теплообменники с двухфазными рабочими телами, устройства песко- и дробеструйной обработки различных поверхностей, пневмотранспортеры сыпучих материалов, пылеуловители различных типов и многие другие.

Двухфазные турбулентные течения (о которых преимущественно и пойдет речь в настоящем обзоре) являются крайне сложным предметом для изучения. Во-первых, на сегодняшний день теория однофазных турбулентных течений далека от завершения. Во-вторых, введение в турбулентный поток твердых частиц сильно осложняет картину течения. Это связано с большим разнообразием свойств вводимых частиц (прежде

всего, инерционности и концентрации), а также разнообразием пространственно-временных масштабов несущего газа (в осредненном движении, в крупномасштабном пульсационном движении и др.). Сказанное приводит к реализации многочисленных режимов (классов) двухфазных потоков [6–8].

Изучение характеристик движения частиц в турбулентном потоке и их обратного влияния на параметры течения несущего газа являются двумя из фундаментальных проблем механики двухфазных сред. Межчастичные столкновения могут играть существенную роль в формировании статистических характеристик движения частиц, а следовательно, и оказывать влияние на характеристики несущего их потока газа. Вследствие этого изучение роли межчастичных взаимодействий в контексте решения двух основных задач изучения двухфазных потоков представляется чрезвычайно актуальным.

Столкновение двух сферических частиц происходит при сближении их на расстояние, равное сумме их радиусов. Такое сближение возможно только в том случае, когда различны их скорости и (или) направления движения. Физические механизмы, приводящие к столкновениям частиц между собой, могут быть самыми различными. Среди них: броуновское движение, различие в осредненных скоростях частиц из-за разницы в размерах, из-за градиента осредненной скорости несущего газа, различие в пульсационных скоростях из-за турбулентных пульсаций скорости газа и многое другое.

В настоящем обзоре описаны и проанализированы развитые на сегодняшний день аналитические методы расчета ядер столкновений монодисперсных и бидисперсных частиц в однородной изотропной турбулентности, градиентном турбулентном потоке, а также при совместном действии турбулентности и силы тяжести. Значительное внимание уделено описанию методов численного моделирования двухфазных течений, описывающих на различном иерархическом уровне межфазную границу, межфазные взаимодействия и турбулентность несущей сплошной среды.

1. НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕЖЧАСТИЧНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ

Здесь кратко описаны лишь некоторые характеристики процесса межчастичных столкновений: частота и ядро столкновений, время между столкновениями, длина свободного пробега, столкновительное число Стокса.

Частота столкновений рассматриваемой i -й частицы со всеми другими частицами f_i при большом количестве частиц в двухфазной систе-

ме пропорциональна числовой концентрации (среднему числу частиц в единице объема) N

$$f_i = \beta N,$$

где β — ядро столкновений. Эта величина получила указанное название, поскольку присутствует в качестве подынтегральной функции (ядра) в уравнении для изменения (эволюции) размера частиц вследствие коагуляции.

Число столкновений частиц, принадлежащих к разным сортам, в единице объема в единицу времени определяется как $F = f_{ij}N = f_{ji}N = \beta N_i N_j$. Здесь f_{ij}, f_{ji} — частоты столкновений соответственно частицы сорта i с частицами сорта j и частицы сорта j с частицами сорта i ; N_i, N_j — средние числовые концентрации частиц сортов i и j соответственно.

Важной характеристикой движения частиц является среднее время между соударениями τ_i , определяемое как $\tau_i = 1/f_i$. Времена между соударениями частиц, принадлежащих к разным сортам, определяются как $\tau_{ij} = 1/f_{ij}$ и $\tau_{ji} = 1/f_{ji}$, где τ_{ij}, τ_{ji} — времена между последовательными столкновениями соответственно частицы сорта i с частицами сорта j и частицы сорта j с частицами сорта i .

Одним из ключевых понятий молекулярной физики является понятие средней длины свободного пробега молекулы, т.е. среднего расстояния, которое пролетает молекула от одного столкновения до следующего. По аналогии с этим понятием в теории двухфазных потоков широко используется термин длина «свободного пробега» частиц. Если известно значение средней скорости частиц, то легко определить среднюю длину свободного пробега частиц сортов i и j между последовательными столкновениями как $l_{ij} = |\mathbf{v}_i| \tau_{ij}$ и $l_{ji} = |\mathbf{v}_j| \tau_{ji}$.

Процесс релаксации скоростей сталкивающихся частиц (капель) может быть охарактеризован столкновительным числом Стокса [9, 10], которое запишем в следующем виде:

$$\text{Stk}_c = \frac{\tau_p}{\tau_i},$$

где τ_p — время динамической релаксации частиц; τ_i — характерное время между последовательными соударениями. Время динамической релаксации является комплексной характеристикой инерционности дисперсной фазы и представляется как $\tau_p = \tau_{p0} / C(\text{Re}_p) = \rho_p d_p^2 / (18\mu C(\text{Re}_p))$. Здесь τ_{p0} — время релаксации стоксовой частицы, ρ_p и d_p — плотность материала частицы и ее диаметр соответственно. Корректировочная функция $C(\text{Re}_p)$ учитывает влияние сил инерции на время релаксации нестоксовой частицы. Число Рейнольдса частицы вычисляется по относитель-

ной скорости между фазами и диаметру дисперсной примеси, т.е. $Re_p = |\mathbf{w}| d_p / \nu = |\mathbf{u} - \mathbf{v}| d_p / \nu$.

Столкновительное число Стокса определяет степень влияния соударений на движение частиц [11]. Схематичные распределения скорости сталкивающейся частицы от времени для различных диапазонов изменения столкновительного числа Стокса приведены на рис. 1. Имеют место два предельных случая. Если время динамической релаксации дисперсных включений пренебрежимо мало по сравнению со временем между последовательными столкновениями, т.е. $Stk_c \rightarrow 0$, то частицы быстро восстанавливают свою первоначальную скорость. В этом слу-

чае соударения практически не оказывают влияния на динамику частиц. В другом предельном случае время между столкновениями намного меньше времени динамической релаксации частиц, т.е. $Stk_c \rightarrow \infty$, и их движение в значительной степени определяется процессами межчастичных столкновений.

2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕЖЧАСТИЧНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ

Целью теоретического анализа процесса столкновений частиц является нахождение ядра их столкновений. Эта характеристика напрямую связана с частотой соударений частиц — одной из ключевых характеристик процесса межчастичных столкновений (см. разд. 1). В данном разделе будут рассмотрены два возможных подхода (формулировки) к определению ядра столкновений частиц.

2.1. Понятие о цилиндре столкновений

Рассмотрим столкновения частиц сортов i и j с радиусами r_{pi} и r_{pj} . Согласно данному подходу, вводится понятие о «цилиндре столкновений». Центр частицы радиусом r_{pi} находится на оси цилиндра с радиусом, равным сумме радиусов соударяющихся частиц, т.е. $\sigma = r_{pi} + r_{pj}$. В момент столкновения центр частицы сорта j находится на поверхности «цилиндра столкновений» (рис. 2).

В рамках цилиндрической формулировки ядро столкновений β связывается с полной относительной скоростью двух частиц $|\overline{\mathbf{w}}|$ и радиусом столкновений σ , равным для одинаковых частиц их диаметру d_p , следующим образом:

$$\beta = \pi \sigma^2 |\overline{\mathbf{w}}|. \quad (1)$$

Из (1) видно, что ядро столкновений равно объему цилиндра с площадью поперечного сечения $\pi \sigma^2$ и высотой, численно равной средней относительной скорости частиц различных сортов $|\overline{\mathbf{w}}|$.

Отметим, что целый ряд развитых аналитических моделей столкновений частиц (например, [12–15]) основан на широко распространенной в статистической механике цилиндрической формулировке задачи. Заметим, что в случае столкновения жидких частиц (капель), когда процесс столкновения осложняется, возможен переход частиц из одного сорта в другой (например, вследствие коагуляции капель).

2.2. Понятие о сфере столкновений

Аналогично тому, как это делалось выше, рассмотрим столкновения частиц сортов i и j с радиусами r_{pi} и r_{pj} . Согласно рассматриваемому подходу,

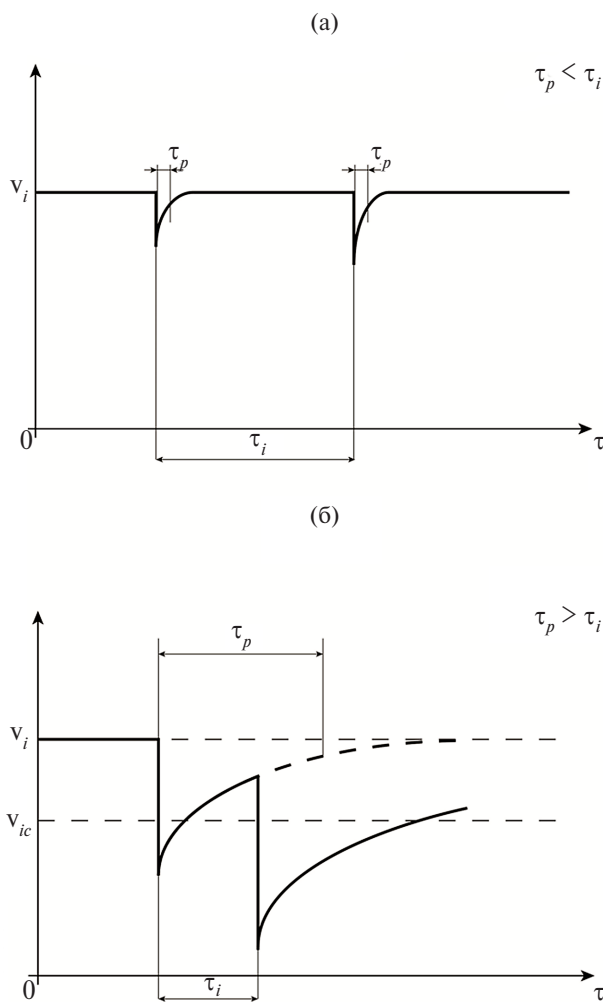


Рис. 1. Схематическое представление распределения скорости сталкивающейся частицы от времени (различные случаи): (а) — межчастичные столкновения практически не оказывают влияния на скорость частицы ($Stk_c < 1$), (б) — оказывают значительное влияние на скорость частицы ($Stk_c > 1$); v_i — исходное значение скорости частицы, v_{ic} — скорость частицы с учетом столкновений.

вводится понятие о «сфере столкновений». Центр данной сферы находится в центре частицы радиусом r_{pi} , а радиус сферы равен сумме радиусов соударяющихся частиц, $\sigma = r_{pi} + r_{pj}$. В момент столкновения центр частицы сорта j находится на поверхности «сферы столкновений» (рис. 3).

В рамках сферической формулировки задачи ядро столкновений β выражается через осредненную радиальную компоненту относительной скорости $|\overline{w_r}|$ и радиус столкновений σ , равный для одинаковых частиц их диаметру d_p , при помощи соотношения

$$\beta = 2\pi\sigma^2 |\overline{w_r}|, \quad (2)$$

где $w_r = \mathbf{w} \cdot \mathbf{r}$ — радиальная компонента их относительной скорости $\mathbf{w} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j$; $\mathbf{r}$ — единичный вектор, направленный по линии удара от центра частицы i к центру частицы j .

Из (2) видно, что ядро столкновений определяется как среднее значение объема газа, входящего в «сферу столкновений» за единицу времени. Так как внутри «сферы столкновений» нет источников (стоков), то объемы входящего и выходящего из нее газа должны быть равны между собой. Вследствие этого ядро столкновений, определяемое (2) как среднее значение входящего объема газа, находится как произведение половины поверхности «сферы столкновений» $2\pi\sigma^2$ и осредненного значения радиальной компоненты относительной скорости $|\overline{w_r}|$.

Разница этих формулировок для малых частиц связана с отличием продольной и поперечной структурных функций при малых расстояниях между двумя точками [16]. Проще говоря, эта разница определяется неравенством интенсивностей пульсаций относительных скоростей сталкивающихся частиц в разных направлениях. В пионерской работе [17] делается вывод о том, что вид функции плотности вероятности (ФПВ) относительной скорости частиц, используемый при анализе, во многом определяет применимость той или иной формулировки. Однако, как показано в [18, 19], более корректной для ряда задач, например для определения частоты столкновений малоинерционных частиц в турбулентном потоке, является сферическая формулировка. Сделан вывод, что сферическое рассмотрение задачи является более общим, а цилиндрическая постановка приводит к сходным результатам только в некоторых частных случаях. Рассмотрим эти частные случаи ниже.

Проанализируем процессы столкновений частиц при их хаотическом движении и осаждении под действием силы тяжести с использованием обоих описанных выше подходов (формулировок) [20].

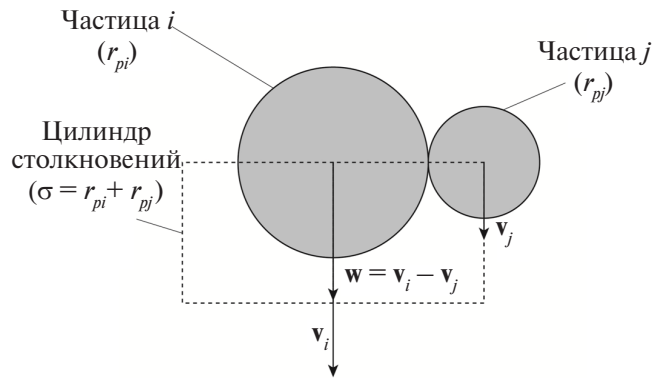


Рис. 2. Иллюстрация одного из подходов в теории столкновений частиц, основанного на понятии о цилиндре столкновений.

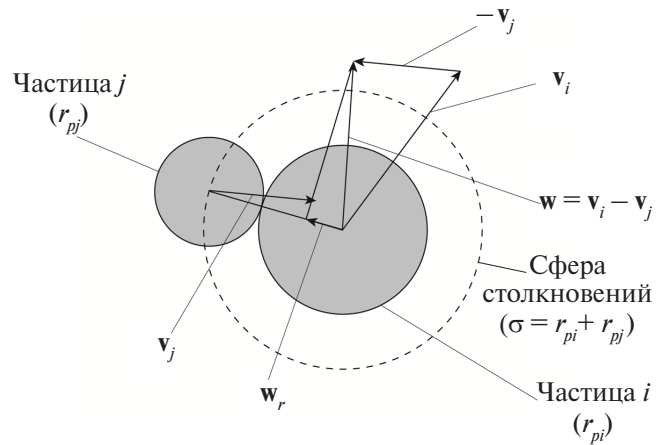


Рис. 3. Иллюстрация одного из подходов в теории столкновений частиц, основанного на понятии о сфере столкновений.

2.3. Столкновения

хаотически движущихся молекул (частиц)

В этом случае отсутствует пространственная корреляция скоростей частиц, т.е.

$$\overline{w_x^2} = \overline{w_y^2} = \overline{w_z^2} = \lambda^2.$$

Запишем выражение для ФПВ относительной скорости частиц $\mathbf{w}$ как

$$p(\mathbf{w}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\lambda)^3} \exp\left(-\frac{\mathbf{w} \cdot \mathbf{w}}{2\lambda^2}\right). \quad (3)$$

Используя (3), найдем величину осредненного значения относительной скорости частиц как

$$|\overline{\mathbf{w}}| = \int_0^\infty w p(\mathbf{w}) 4\pi w^2 dw = 2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \lambda = 2 |\overline{w_r}|, \quad (4)$$

где $w = |\mathbf{w}|$. Из (4) получаем выражения для осредненных значений радиальной компоненты относительной скорости и вектора относительной скорости

$$|\overline{w}_r| = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \lambda \text{ и } |\overline{w}| = 2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \lambda. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (2) и (1) соответственно, приходим к одному и тому же соотношению для ядра столкновений [17]

$$\beta = \sqrt{8\pi} \sigma^2 \lambda.$$

Из этого следует вывод, что обе формулировки (сферическая и цилиндрическая) равнозначны при анализе столкновений хаотически движущихся частиц.

2.4. Столкновения частиц при гравитационном осаждении

В этом случае относительная скорость частиц $\mathbf{w} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j$ (относительная скорость витания частиц) постоянна и равна $\mathbf{w} = (|\mathbf{w}|, 0, 0)$. Используя цилиндрическую постановку задачи, из (1) имеем

$$\beta = \pi \sigma^2 |\mathbf{w}|. \quad (6)$$

Для сферической формулировки можно получить [17]

$$\beta = \pi \sigma^2 \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^\pi \sin \varphi |\mathbf{w} \cos \varphi| d\varphi = \pi \sigma^2 |\mathbf{w}|. \quad (7)$$

Здесь ψ — азимутальный угол между вектором $\mathbf{r}$, соединяющим центры сталкивающихся частиц, и осью $\mathbf{z}$, направленной вертикально вверх; φ — полярный угол в плоскости (x, y) .

Сравнивая полученные выражения (6) и (7), приходим к выводу о равнозначности обеих формулировок для случая гравитационного осаждения частиц.

Можно сделать заключение, когда имеется пространственная корреляция скоростей частиц (отсутствует преимущественное направление движения), использование сферической формулировки является более корректным.

3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕЖЧАСТИЧНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ

В этом разделе описываются развитые аналитические подходы по нахождению ядер столкновений частиц в турбулентных потоках. Необходимо отметить, что турбулентность — один из механизмов, приводящих к столкновениям частиц друг с другом. Определение частоты столкновений частиц в турбулентных потоках представляет большой интерес для анализа целого ряда промышленных и метеорологических [21–24] процессов.

Для вычисления частоты столкновений частиц и соответствующих «столкновительных членов» в уравнениях для характеристик дисперсной фазы обычно используются два основных допущения: 1) учитываются только парные

столкновения; 2) процесс столкновений является марковским, т.е. не зависящим от предыдущих столкновений.

Определение ФПВ распределения скоростей двух частиц с учетом описанных допущений может быть сделано двумя способами [16]. В первом способе делается дополнительное допущение о некоррелированности (независимости) движения сталкивающихся частиц по аналогии с процессом столкновений молекул в кинетической теории газов [25–27]. В этом случае двухчастичная ФПВ находится как произведение одночастичных ФПВ. Однако такой способ может использоваться для описания столкновений лишь относительно инерционных частиц, время релаксации которых много больше характерного времени взаимодействия с турбулентными вихрями, т.е. $\tau_p \gg T_{pL}$. Движение таких частиц не коррелировано и аналогично хаотическому движению молекул. Вторым способом является моделирование процесса столкновений двух частиц с учетом коррелированности их пульсационного движения из-за взаимодействия с турбулентными вихрями несущего потока. Коррелированность движения частиц должна учитываться в случае, если $\tau_p / T_{pL} \leq 1$.

3.1. Монодисперсные частицы в однородной изотропной турбулентности

Относительно простые аналитические решения задачи о нахождении ядра столкновений частиц в турбулентных потоках могут быть получены в рамках приближения однородной изотропной турбулентности (homogeneous isotropic turbulence, HIT).

Взаимодействие инерционных частиц с турбулентными вихрями приводит к двум основным явлениям, дающим вклад в ядро столкновений [16]: 1) появление относительной скорости между соседними частицами (турбулентный транспортный эффект); 2) возникновение неоднородного распределения частиц в пространстве (эффект кластеризации). Эффект кластеризации или аккумуляирования проявляет себя как тенденция к росту концентрации частиц в областях малой завихренности вследствие действия центробежной силы [28–30]. Указанная сила возникает при движении частиц в турбулентных вихрях различных масштабов.

В пионерской работе [17] получено аналитическое решение задачи в предельном случае безынерционных частиц. Теория [17] справедлива для частиц, у которых $\tau_p < \tau_K$ (τ_K — колмогоровский временной масштаб турбулентности). Такие частицы отслеживают все турбулентные пульсации скорости несущего газа и вовлекаются в движение самих мелких вихрей.

В другой, более поздней, но также ставшей классической, работе [31] получено аналитическое решение задачи в другом предельном случае высокоинерционных частиц. Теория [31] справедлива для частиц, у которых $\tau_p \gg T_L$ (T_L – лагранжев временной макромасштаб турбулентности). Для таких частиц достаточно учитывать их взаимодействие с энергосодержащими вихрями, а вкладом взаимодействия с мелкомасштабной турбулентностью в ядро столкновений можно пренебречь.

Максимальная сложность в определении ядра столкновений возникает в случае наличия в потоке частиц средней инерционности ($\tau_k \leq \tau_p \leq T_L$), когда необходимо учитывать взаимодействие частиц со всем спектром турбулентных вихрей. Статистическая модель турбулентных столкновений, справедливая во всем диапазоне инерционности частиц, была развита в [32–34].

Кратко опишем основные положения модели [32–34]. Для определения $|\overline{w_r}|$, необходимой для нахождения ядра столкновений (4), плотность вероятности пульсационной составляющей радиальной относительной скорости $p(w_r)$ задается распределением Гаусса. Интенсивность пульсаций радиальной скорости двух частиц при соударении принималась равной $\overline{w_r'^2} = 2v'^2(1 - \zeta_{12})$. Здесь v'^2 – интенсивность пульсаций скоростей частиц, $\zeta_{12} = \xi^2 F(\sigma)$ – коэффициент корреляции скоростей двух соударяющихся частиц из-за их взаимодействия с турбулентными вихрями несущего газа (ξ – коэффициент корреляции скоростей несущего газа и частицы, $F(\sigma)$ – продольная компонента эйлеровой двухточечной корреляционной функции пульсаций скоростей).

Итоговое соотношение для определения ядра столкновений имеет вид

$$\beta = 4\pi^{1/2} \sigma^2 v' [1 - f_u F(\sigma)]^{1/2}, \quad (8)$$

где

$$f_u = \xi^2, \quad F(\sigma) = 1 - \frac{\overline{\sigma^2}}{60^{1/2} \text{Re}_\lambda},$$

$$\overline{\sigma} = \frac{\sigma}{\eta}, \quad \text{Re}_\lambda = \left(\frac{15u'^4}{\varepsilon \nu} \right)^{1/2}.$$

Здесь f_u – коэффициент вовлечения частиц в турбулентное движение несущего газа, Re_λ – число Рейнольдса, определяемое с использованием тейлоровского масштаба турбулентности, $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ – колмогоровский пространственный микромасштаб, ν – кинематическая вязкость, ε – скорость диссипации энергии турбулентности, u'^2 – интенсивность пульсаций скоростей несущего газа.

Некоторые предельные случаи. Рассмотрим некоторые предельные случаи, вытекающие из (8). Для безынерционных частиц ($\tau_p = 0, f_u = 1, v' = u'$) выражение (8) преобразуется к классическому выражению [17]

$$\beta_{ST} = \left(\frac{8\pi\varepsilon}{15\nu} \right)^{1/2} \sigma^3. \quad (9)$$

Для инерционного интервала изменения времени релаксации частиц ($\tau_k \ll \tau_p \ll T_L$) в пределе больших чисел Рейнольдса ($\text{Re}_\lambda \rightarrow \infty$) в соответствии с колмогоровской теорией локального подобия [35] в инерционном интервале структурная функция представляется известным образом, что приводит к следующим соотношениям [16] для лагранжевой корреляционной функции $\Psi_L(\tau)$ и коэффициента вовлечения частиц f_u

$$\Psi_L(\tau) = 1 - \frac{C_{0\infty} \varepsilon \tau}{2u'^2}, \quad f_u = 1 - \frac{C_{0\infty} \varepsilon \tau_p}{2u'^2}, \quad (10)$$

где $C_{0\infty}$ – константа, τ – время.

Подстановка (10) в (8) для ядра столкновений в инерционном интервале приводит к соотношению

$$\beta = b_1 (\varepsilon \tau_p)^{1/2} \sigma^2, \quad b_1 = (8\pi C_{0\infty})^{1/2}.$$

В предельном случае высокоинерционных частиц ($\tau_p \rightarrow \infty, f_u \rightarrow 0$) формула (8) переходит к виду [31]

$$\beta_A = 4\pi^{1/2} v' \sigma^2. \quad (11)$$

3.2. Монодисперсные частицы в градиентном турбулентном потоке

Ниже описаны результаты [36], где анализируется процесс столкновений частиц, обусловленный совместным влиянием турбулентных пульсаций несущего газа и осредненной составляющей скорости одной частицы относительно другой. В этом случае для определения средней радиальной компоненты относительной скорости $|\overline{w_r}|$ необходимо выполнить осреднение по случайному распределению w_r и телесному углу, который характеризует пространственную ориентацию вектора скорости $\mathbf{w}$ относительно вектора $\mathbf{r}$, соединяющего центры сталкивающихся частиц

$$|\overline{w_r}| = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_{-\infty}^\infty |w_r| p(w_r) \sin\varphi \, d\psi \, d\varphi \, dw_r, \quad (12)$$

где ψ – азимутальный угол между вектором $\mathbf{r}$ и осью $\mathbf{z}$, направленной вертикально вверх; φ – полярный угол в плоскости (x, y) .

Далее в [36] выполнено интегрирование (12) по w_r при допущении, что плотность вероятности пульсационной составляющей радиальной

относительной скорости $p(w_r)$ задается распределением Гаусса. В результате интегрирования было получено

$$\begin{aligned} |\bar{w}_r| = & \\ = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi & \left[\left(\frac{2w_r'^2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left(-\frac{W_r'^2}{2w_r'^2} \right) + W_r' \operatorname{erf} \frac{W_r'}{2w_r'^2} \right] \times \\ & \times \sin \varphi d\psi d\varphi, \end{aligned} \quad (13)$$

где $w_r = W_r + w_r'$ (W_r и w_r' – осредненная и пульсационная компоненты радиальной составляющей относительной скорости), а $w_r'^2$ – средний квадрат w_r' . В частном случае, когда отсутствует осредненная относительная скорость $W_r = 0$ соотношение (13) переходит в $|\bar{w}_r| = (2w_r'^2/\pi)^{1/2}$ для случая, рассмотренного в разд. 3.1.

Обычно поле осредненной скорости газа задается в виде однородного сдвига $\mathbf{U} = (sz, 0, 0)$. Примем допущение о том, что частицы полностью отслеживают осредненное движение несущей фазы, т.е. $\mathbf{V} = \mathbf{U}$. В этом случае радиальная компонента относительной скорости w_r , обусловленная сдвигом скорости и действием силы тяжести, будет иметь следующий вид:

$$W_r = s\sigma \cos \psi \sin \varphi \cos \varphi, \quad (14)$$

где σ – радиус сферы столкновений ($\sigma = r_{pi} + r_{pj}$).

Далее из (2) и (13) с учетом (14) в [36] получено выражение для β , учитывающее влияние сдвига скорости, в виде ряда. Не будем здесь приводить конечное соотношение для β из-за его громоздкости. При $(sR)^2/w_r'^2 \rightarrow \infty$ найденный ряд сводится к классическому решению [37]

$$\beta_s = \frac{4}{3} s \sigma^3. \quad (15)$$

Также в [36] предложена следующая простая аппроксимация полученного громоздкого выражения

$$\beta = (\beta_t + \beta_s)^{1/2},$$

где β_t – турбулентная составляющая суммарного ядра столкновений, β_s – составляющая ядра столкновений за счет сдвига скорости (определяется по соотношению (15)).

3.3. Бидисперсные частицы

в однородной изотропной турбулентности

Рассмотрим столкновения в бидисперсной системе частиц, состоящей из частиц двух сортов. Все величины, относящиеся к частицам первого сорта, будем обозначать нижним индексом 1, а к частицам второго сорта – нижним индексом 2. Рассмотрение такой системы имеет большое практическое значение, так как отно-

сительно легко обобщается на общий случай полидисперсной системы частиц [11]. Ниже приводятся основные положения обобщения аналитической модели для турбулентного ядра столкновений монодисперсных частиц, рассмотренной в разд. 3.1, на бидисперсную систему [38–40].

Необходимо отметить, что описываемая модель справедлива во всем диапазоне инерционности частиц, так как учитывает взаимодействие частиц с турбулентными вихрями всех масштабов. Основные допущения модели: 1) одноточечная ФПВ скоростей газа и частицы представляется в виде нормального распределения; 2) двухточечная ФПВ скорости газа предполагается гауссовой; 3) ФПВ скоростей двух частиц определяется путем введения совместной двухточечной ФПВ скоростей жидкости и частиц в соответствии с подходом [32].

Интегрированием двухчастичной ФПВ по нормальным к вектору скорости, соединяющему центры частиц, компонентам скоростей в [16] получена ФПВ для распределения радиальных компонент скоростей частиц. Двухчастичная ФПВ приводит к следующему выражению для радиальной компоненты относительной скорости пары частиц с интенсивностью пульсаций радиальной скорости двух частиц при контакте [16]

$$\overline{w_r'^2} = v_1'^2 + v_2'^2 - 2\zeta_{12} v_1' v_2', \quad (16)$$

где $\zeta_{12} = (f_{u1} f_{u2})^{1/2} F(\sigma)$ – коэффициент корреляции радиальных компонент скоростей сталкивающихся частиц.

Из (16) видно, что коэффициент корреляции скоростей частиц при контакте (столкновении) равен произведению среднегеометрического из коэффициентов вовлечения частиц в турбулентное движение и корреляционной функции, принимающей во внимание пространственную коррелированность скорости жидкости на расстоянии радиуса столкновений σ .

С учетом $|\bar{w}_r| = (2w_r'^2/\pi)^{1/2}$ и (16) радиальная относительная скорость сталкивающихся частиц равна [16]

$$|\bar{w}_r| = \left[\frac{2}{\pi} (f_{u1} + f_{u2} - 2f_{u1}f_{u2}F(\sigma)) \right]^{1/2} u'. \quad (17)$$

Для малоинерционных частиц ($d_p < \eta$) подстановка $F(\sigma)$ из (8) и (17) в (2) дает следующее выражение для ядра столкновений:

$$\begin{aligned} \beta = & (8\pi \overline{w_r'^2})^{1/2} = (8\pi)^{1/2} \sigma^2 u' \times \\ & \times \left[f_{u1} + f_{u2} - 2f_{u1}f_{u2} \left(1 - \frac{\bar{\sigma}^2}{60^{1/2} \operatorname{Re}_\lambda} \right) \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (18)$$

В случае монодисперсных частиц (18) переходит в (8).

Некоторые предельные случаи. Рассмотрим некоторые частные случаи, вытекающие из (18). Для безынерционных частиц сорта 2 ($\tau_{p2} = 0, f_{u2} = 1$) выражение (18) приобретает следующий вид:

$$\beta = (8\pi)^{1/2} \sigma^2 u' \left(1 - f_{u1} + \frac{f_{u1} \sigma^{-2}}{15^{1/2} \text{Re}_\lambda} \right)^{1/2}.$$

Если частицы группы 1 также безынерционны ($\tau_{p1} = 0, f_{u1} = 1$), то выражение (18) переходит в полученную в [17] классическую формулу (9).

Для инерционного интервала изменения времен динамической релаксации частиц ($\tau_K \ll \tau_{pa} \ll T_L$) при больших числах Рейнольдса ($\text{Re}_\lambda \rightarrow \infty$) с учетом соотношения (10) ядро столкновений (18) записывается как

$$\beta = 2\sigma^2 \left[\pi C_{0\infty} \varepsilon (\tau_{p1} + \tau_{p2}) \right]^{1/2}.$$

В предельном случае высокоинерционных частиц их движение оказывается полностью некоррелированным ($\zeta_{12} \rightarrow 0$) и выражение (18) приводит к ядру столкновений [31]

$$\beta_A = (8\pi)^{1/2} \sigma^2 (v_1'^2 + v_2'^2)^{1/2},$$

являющемуся аналогом (11) для случая бидисперсных частиц.

3.4. Бидисперсные частицы в однородной изотропной турбулентности при наличии осредненной относительной скорости

В [16] найдено ядро столкновений частиц в результате одновременного действия двух эффектов — турбулентности и средней относительной скорости между частицами различных групп. В качестве причины возникновения осредненной скорости рассмотрено действие силы тяжести. Для нахождения $|\bar{w}_r|$ поступим аналогичным образом (см. разд. 3.2). С этой целью необходимо выполнить осреднение по случайному распределению w_r и телесному углу, который характеризует пространственную ориентацию вектора скорости $\mathbf{w}$ относительно вектора $\mathbf{r}$, соединяющего центры сталкивающихся частиц согласно (12). В результате интегрирования с учетом гауссова распределения для пульсационной составляющей радиальной компоненты относительной скорости получим выражение (13).

Обусловленная силой тяжести радиальная компонента осредненной относительной скорости двух частиц определяется как $W_r = W_g \cos \varphi$, где $W_g = |\tau_{p2} - \tau_{p1}| g$ — разность скоростей седиментации (осаждения) двух частиц, g — ускоре-

ние силы тяжести. С учетом этого интегрирование (13) и последующая подстановка в (2) приводят к следующему выражению для ядра столкновений, учитывающему суммарное влияние турбулентности и силы тяжести:

$$\beta = (8\pi \bar{w}_r'^2)^{1/2} \sigma^2 \times \left[\frac{\exp(-\Omega^2)}{2} + \frac{\pi^{1/2}}{2} \left(\Omega + \frac{1}{2\Omega} \right) \text{erf } \Omega \right], \quad (19)$$

где $\Omega = W_g / (2\bar{w}_r'^2)^{1/2}$ — параметр, учитывающий отношение эффектов влияния гравитации и турбулентности на ядро столкновений.

При малых значениях Ω из (19) следует соотношение для ядра столкновений, совпадающее с решением [17] при слабом влиянии гравитации

$$\beta = \beta_t (1 + \Omega^2 / 3),$$

где β_t — турбулентная составляющая ядра столкновений (18).

В другом предельном случае ($\Omega \rightarrow \infty$) выражение (19) переходит в известное соотношение [11, 16] для ядра столкновений частиц под действием силы тяжести

$$\beta_g = \pi \sigma^2 W_g.$$

В [24] отмечается, что соотношение (19) справедливо для учета эффекта осредненной относительной скорости на ядро столкновений в изотропной турбулентности не только силы тяжести, но и любой другой внешней силы, вызывающей относительное движение частиц. Выражение (19) впервые было получено в [31] и затем воспроизведено в [36, 40, 41].

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕЖЧАСТИЧНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ

В последние десятилетия наблюдается колоссальный рост интереса многочисленных групп исследователей к математическому моделированию двухфазных течений различных классов (газ—твердые частицы, газ—капли, жидкость—твердые частицы, жидкость—пузыри). На сегодняшний день развиты десятки подходов математического моделирования двухфазных потоков.

На рис. 4 предпринята попытка представления лишь основных концепций моделирования двухфазных течений, в основу которых положены различные иерархические уровни описания турбулентности несущей фазы, межфазной границы и межфазных взаимодействий.

4.1. Классификация методов численного моделирования

Математические модели могут иметь различный уровень описания турбулентности несущего газа [8, 42] от осредненных по Рейнольд-

дсу уравнений Навье–Стокса (Reynolds-averaged Navier–Stokes equations (RANS)), когда расчету подлежат только поля осредненных характеристик турбулентности, до метода крупных вихрей (large-eddy simulation (LES)) и прямого численного моделирования (direct numerical simulation (DNS)), когда разрешаются только крупные вихри и вихри всех масштабов (вплоть до колмогоровского) соответственно (рис. 4).

Математические модели могут иметь различный уровень разрешения межфазной границы (см. рис. 4). Лагранжевы методы (particle-point (PP-methods)) описания являются самыми старыми методами описания движения частиц. Эти методы можно использовать для расчетов движения миллионов частиц. Условием применимости лагранжевых подходов является малость размера частиц по сравнению с колмогоровским пространственным масштабом. В этом случае частицы могут рассматриваться как точечные. Методы с разрешением межфазной границы (particle-resolved (PR-methods)), при которых разрешается обтекание каждой частицы. При этом поведение каждой частицы определяется как внешними действующими силами, так и силой аэродинамического сопротивления со стороны несущего газа, определяемой в процессе расчета. Данный метод применим также к расчету более сложных двухфазных течений, несущих капли или пузыри, когда межфазная поверхность может деформироваться. Эта деформация рассчитывается с использованием аэродинамической силы, вычисляемой в процессе расчета. Хорошо известным ограничением этого метода является следующее обстоятельство. Рассчитать движение газа вокруг каждой частицы возможно в том случае, когда шаг расчетной сетки мал по сравнению с размером частицы. При-

менение этого метода осложняется, когда размер частиц превышает размер наиболее мелких турбулентных вихрей (колмогоровский микро-масштаб) и количество частиц велико.

Величина объемной концентрации частиц Φ (безразмерная величина) предопределяет необходимый уровень описания межфазного взаимодействия [6, 7] (рис. 4): 1) режим движения одиночных частиц ($\Phi \leq 10^{-6}$), когда их присутствие не оказывает обратного влияния на характеристики несущего газа («one-way coupling», OWC); 2) режим слабозапыленного течения (dilute two-phase flows) ($10^{-6} \leq \Phi \leq 10^{-3}$) с обратным влиянием частиц («two-way coupling», TWC); 3) режим сильнозапыленного течения (dense two-phase flows) ($\Phi > 10^{-3}$), когда существенную роль играют столкновения частиц между собой («four-way coupling», FWC).

Предметом настоящего обзора являются двухфазные течения, несущие дисперсную примесь в виде твердых частиц, при наличии межчастичных столкновений FWC. Исторически сложилось так, что первые работы, связанные с моделированием двухфазных газовых потоков с твердыми частицами, были посвящены OWC. Это понятно, так как такие расчеты являются наиболее простыми. Цель этих расчетов – получить характеристики движения частиц в известном (или предварительно рассчитанном) поле скоростей (температур) несущего газа. С ростом концентрации частиц они начинают оказывать обратное влияние на характеристики течения несущего газа, т.е. необходимо проведение TWC.

Отметим, что в большинстве ранних работ характеристики газа рассчитывались на основе подхода, основанного на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье–Стокса (RANS) (например, [43, 44]).

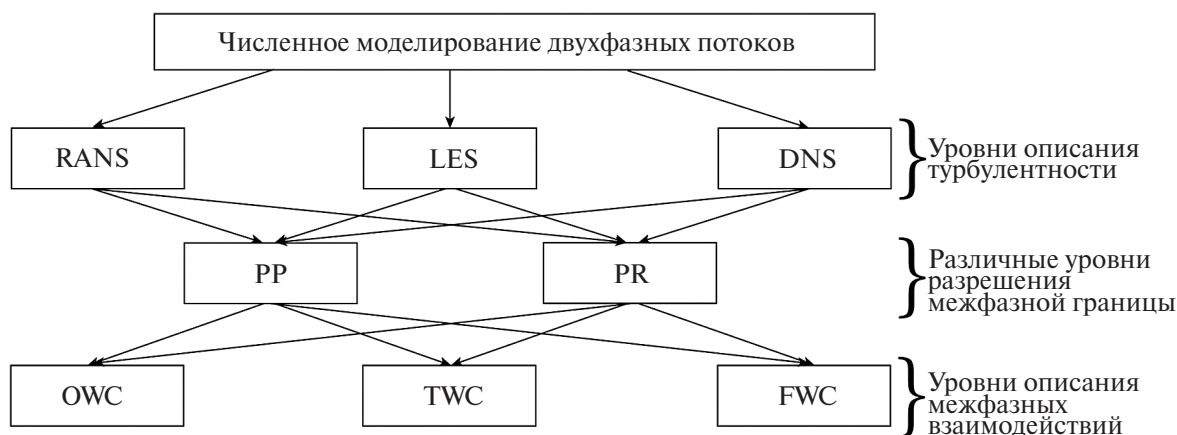


Рис. 4. Классификация методов численного моделирования двухфазных потоков, основанная на различных иерархических уровнях описания турбулентности несущей фазы, межфазной границы и межфазных взаимодействий.

4.2. Метод крупных вихрей (LES)

С развитием быстродействующих компьютеров пришло время метода крупных вихрей (LES) и прямого численного моделирования (DNS) для описания турбулентного течения несущего газа.

Метод LES похож на метод DNS, но используемая расчетная сетка намного крупнее. Мелкие вихри аппроксимируют подсеточными моделями турбулентности, среди которых динамическая модель вихревой вязкости Смагоринского [45] и многие другие [46–48]. Развитие моделей LES тоже происходило от простого (OWC) к сложному (TWC). Так, примерами расчетов PP–OWC–LES являются работы [49–51], в которых изучалась дисперсия частиц в турбулентных потоках. Обратное влияние частиц на характеристики течения газа с использованием подхода PP–TWC–LES изучено в работе [52] для случая вынужденной однородной изотропной турбулентности (FHIT).

Приведем описание и краткий анализ работ, в которых учитывались межчастичные столкновения.

Метод PP–FWC–LES использован для учета столкновений частиц в [10] при исследовании двухфазного потока в вертикальном канале при $Re_\tau = 644$ и значении объемной концентрации вплоть до $\Phi = 1.4 \times 10^{-4}$. Учитывалось влияние силы сопротивления, силы тяжести, а также подъемных сил (вследствие наличия сдвига скорости газа и вращения частиц) на поведение частиц. Для учета столкновений частиц использовалась детерминистская модель. Сделан вывод о существенном влиянии межчастичных столкновений на статистические характеристики движения частиц, включая величину концентрации.

В [53] методом PP–FWC–LES выполнены расчеты двухфазного потока в канале при очень высокой объемной концентрации частиц $\Phi = 1.3 \times 10^{-2}$. Среди всего многообразия сил во внимание принимались только сила сопротивления и сила тяжести. Расчеты показали, что частицы оказывают колоссальный эффект на турбулентность, приводя к утончению пограничного слоя, увеличению пульсаций скорости газа в продольном направлении и, наоборот, к снижению пульсаций газа в двух других направлениях.

В [54] рассчитаны параметры двухфазного потока в канале при объемной концентрации частиц $\Phi = 4.8 \times 10^{-4}$ и расходном числе Рейнольдса $Re = 42000$, построенном по высоте канала. Авторы рассмотрели отдельно эффекты обратного влияния частиц на газ и межчастичные столкновения (PP–TWC–LES и PP–FWC–LES). Также был сделан акцент на использовании различных моделей столкновений частиц (модель твердых

и мягких сфер), различного состояния стенки (гладкая и шероховатая) и различных моделей подсеточной вязкости (модель Смагоринского и динамическая модель). Результаты расчетов показали, что различия при использовании разных столкновительных и подсеточных моделей незначительны. В то же время учет столкновений частиц и шероховатости стенки приводит к лучшему совпадению с имеющимися экспериментальными данными.

В [55] выполнено PP–FWC–LES для двухфазного потока с частицами при объемной концентрации последних $\Phi = 7.3 \times 10^{-5}$ и расходном числе Рейнольдса $Re = 11900$, построенном по полувысоте канала. Авторами была использована подсеточная модель, развитая ранее в [56], в уравнении движения для частиц, а также детерминистская модель для расчета межчастичных столкновений. Показано, что при такой незначительной объемной концентрации частиц их влияние на турбулентность газа пренебрежимо мало. В то же время обнаружено, что влияние столкновений частиц играет значительную роль. Найдено хорошее соответствие результатов с данными DNS, описанными в [57], а также с экспериментальными данными.

Авторы [56] позже выполнили PP–FWC–LES–расчеты двухфазного потока [58] в горизонтальной трубе при числе Рейнольдса $Re = 120000$, построенном по диаметру трубы. Особенностью этого исследования был учет полидисперсности частиц и их вращения, а также учета помимо силы сопротивления подъемной силы Сэфмена и силы Магнуса. Шероховатость стенки моделировалась посредством введения коэффициентов восстановления нормальной и тангенциальной скоростей, отличных от единицы, а также путем учета так называемого теневого эффекта при малых углах соударения со стенкой.

В [59] выполнено PP–FWC–LES двухфазного потока в канале при наличии эффектов агломерации частиц. Основной прием, позволяющий учитывать появление в потоке агломератов частиц после их соударения, заключается во введении силы Ван-дер-Ваальса, отвечающей за явление когезии.

4.3. Прямое численное моделирование (DNS)

К настоящему времени имеется значительное количество работ, в которых исследователи изучали различные проблемы физики двухфазных потоков с использованием метода DNS и описанием на различных уровнях межфазных взаимодействий и межфазной границы.

Работа [60] — одно из первых исследований поведения точечных частиц (PP–OWC–DNS) в затухающей однородной изотропной турбулент-

ности (DHIT). Изучалось движение относительно небольшого числа частиц (432 частицы) при очень небольшом числе Рейнольдса ($Re_\lambda < 35$). В уравнениях движения частиц учитывалось лишь линейное аэродинамическое сопротивление. В более поздних исследованиях [61, 62], посвященных изучению движения частиц, как в вынужденной однородной изотропной турбулентности (FHIT), так и в затухающей однородной изотропной турбулентности (DHIT) акцент делался на изучение возможностей различных методов интерполяции (линейная интерполяция, интерполяция Лагранжа высокого порядка, эрмитова интерполяция) скорости газа в месте расположения частицы.

Более сложный случай турбулентного двухфазного потока — турбулентное течение в канале — рассмотрен в работах [63, 64], где помимо силы аэродинамического сопротивления учитывалась также сила Сэфмена [63], а для интерполяции скорости газа в месте нахождения частицы использован более совершенный псевдоспектральный метод интерполяции Фурье—Чебышева [64]. К настоящему времени имеются многочисленные исследования двухфазных потоков методом PP—OWC—DNS в каналах и трубах [65–68], FHIT [28, 69] и DHIT [70].

С ростом концентрации частиц они начинают оказывать обратное влияние на характеристики течения несущего газа (см. разд. 4.1), т.е. необходимо проведение TWC—DNS. Это привносит дополнительные сложности при математическом моделировании. Во-первых, в уравнении движения частицы должна присутствовать не начальная (присущая однофазному потоку) скорость газа, а «новая» скорость возмущенного присутствием частиц потока. В работе [71] высказано предположение, что различие между этими скоростями мало, если диаметр частиц меньше размера вычислительной сетки, т.е. $d_p < L$. Это условие в случае PP—DNS практически всегда удовлетворяется. Во-вторых, необходимо вводить источниковый член в уравнениях движения газа [72]. Если частица меньше колмогоровского масштаба ($d_p < \eta_K$), то особых проблем не возникает. В противном случае ($d_p > \eta_K$) встает вопрос о применимости допущения точечных частиц. В работах [73, 74] проведены расчеты двухфазного потока, содержащего большое количество очень мелких частиц при $\Phi = O(10^{-4})$, которое было соизмеримо с количеством ячеек расчетной сетки.

Примерами исследований, в которых выполнено моделирование PP—TWC—DNS, являются работы [75–77]. В [75] изучено турбулентное течение в канале. Объемная концентрация частиц равнялась $\Phi \approx 10^{-4}$. Предполагалось, что части-

цы являются стоксовыми (линейный закон сопротивления). Найдено, что в случае мелких частиц ($d_p < \eta_K$) их присутствие подавляло турбулентность, а присутствие относительно крупных частиц ($d_p > \eta_K$), наоборот, вызывало интенсификацию турбулентности. В [76, 77] выполнено моделирование двухфазного потока в канале при $Re_\tau = 180$, построенного по полувысоте канала. Выявлено, что присутствие частиц снижает сопротивление и приводит к росту продольных пульсаций скорости газа. В то же время наличие частиц вызывало снижение пульсаций скорости газа в двух других направлениях и существенно снижало напряжения Рейнольдса. В [78] проведено моделирование двухфазного турбулентного потока в канале при таком же числе Рейнольдса ($Re_\tau = 180$) при учете нелинейности в законе сопротивления частиц (нестоксовы частицы). Найдено, что частицы, имеющие малые значения числа Стокса, увеличивали интенсивность турбулентности, напряжения Рейнольдса и вязкую диссипацию. В то же время частицы, имеющие большие значения числа Стокса, приводили к снижению интенсивности турбулентности.

В [79] путем PP—TWC—DNS изучено влияние монодисперсных субколмогоровских ($d_p < \eta_K$) стоксовых ($Re_p \ll 1$) частиц на затухание однородной изотропной турбулентности (HIT). В статье делался акцент на влияние числовой концентрации частиц. При проведении расчетов варьировались независимо число Стокса ($Stk_K = 0.3–4.8$), массовая концентрация частиц ($M = 0.001–0.3$) и число частиц в колмогоровском вихре ($N_\eta = 0.07–17$). Числовая концентрация частиц N_0 и число частиц в колмогоровском вихре N_η связаны как $N_\eta = N_0 \eta^3$. Выполненные расчеты позволили четко выделить два режима. При $Stk_K < 1$ присутствие частиц ведет к снижению затухания турбулентной энергии (первый режим). При $Stk_K > 1$ частицы ускоряют затухание турбулентности (второй режим).

К настоящему времени разработаны различные численные методы и алгоритмы для реализации PR—DNS. В одном из них используется сферическая расчетная сетка, располагаемая вокруг частиц и вложенная в декартову сетку для всей расчетной области. В [80] этот метод был использован для расчета силы, действующей на одиночную неподвижную частицу в затухающей однородной изотропной турбулентности (DHIT). Эффективными методами реализации PR—DNS являются метод погруженных границ [81], в котором во всей расчетной области используется декартова сетка, и метод решеточных уравнений Больцмана [82], где также используется невыравненная по форме частицы декартова сетка. Еще одним методом является Physalis [83], в котором

используется локальное аналитическое решение для течения вокруг каждой частицы.

В работе [84] приводятся результаты PR–TWC–DNS прямого турбулентного двухфазного восходящего потока в вертикальном канале. Изучено влияние числа Рейнольдса частицы ($Re_p < 227$), размера частиц, объемного числа Рейнольдса, отношения плотностей фаз ($\rho_p/\rho = 2\text{--}100$), отношения радиуса частиц к полуширине канала ($2r_p/H = 0.05\text{--}0.15$), объемной концентрации частиц ($\Phi = 3 \times 10^{-3}\text{--}2.36 \times 10^{-2}$) на интенсивность пульсационной скорости несущей фазы. Результаты расчетов показали, что при малых значениях Re_p интенсивность турбулентности снижается по всему сечению канала. При средних Re_p интенсивность турбулентности увеличивается в центральной области канала и снижается в пристенной области. При высоких значениях Re_p интенсивность турбулентности возрастает по всему поперечному сечению канала. Критическое значение Re_p увеличивается с ростом объемного числа Рейнольдса, размера частиц и отношения плотностей фаз, а также увеличивается с уменьшением объемной концентрации частиц.

Дальнейший рост концентрации частиц приводит к необходимости учета межчастичных столкновений (см. разд. 4.1), т.е. необходимо проведение FWC–DNS. Интенсивные столкновения частиц между собой оказывают влияние на статистику движения частиц и, следовательно, на величину их обратного влияния на течение газа. Сказанное сильно осложняет математическое моделирование. На сегодняшний день развито несколько стохастических подходов для того, чтобы уйти от простого детерминистского расчета парных столкновений частиц, требующего колоссальных затрат компьютерного времени.

Примерами исследований, в которых проведено моделирование PP–FWC–DNS, являются работы [85, 86]. В [85] выполнено математическое моделирование турбулентного двухфазного течения в вертикальной трубе в присутствии маленьких тяжелых частиц в широком диапазоне изменения массовой концентрации ($M = 0.1\text{--}30$) последних. При проведении расчетов использовались различные приемы моделирования реальной шероховатости стенки с целью лучшего совпадения результатов с имеющимися экспериментальными данными. Найдено, что результаты расчетов сильнее зависят от используемой модели шероховатости, чем от варьирования параметров, характеризующих процесс межчастичных столкновений. Также расчеты выявили снижение интенсивности турбулентности с ростом массовой концентрации частиц. В [86] выполнено моделирование тур-

булентного двухфазного нисходящего течения в канале при $Re_\tau = 642$ и массовой концентрации частиц $M = 0.8$. Расчеты проводились для гладкой и шероховатых стенок, где шероховатость моделировалась расположением на стенке фиксированных крошечных частиц. Обнаружено, что шероховатые стенки усиливают подавление турбулентности, вызываемой присутствием в потоке частиц.

В [87] прямым численным моделированием (DNS) исследуется взаимодействие между стационарным однородным изотропным турбулентным (HIT) потоком и инерционными частицами с учетом межчастичных столкновений (PP–FWC–DNS). Вычисления выполнялись для 128^3 ячеек периодической кубической области и двух значений тейлоровского числа Рейнольдса $Re_\lambda = 35.4$ и 58 при варьировании объемной концентрации частиц от $\Phi = 1.37 \times 10^{-5}$ до 8.22×10^{-5} и числах Стокса $Stk_K = 0.19\text{--}12.7$. В качестве дисперсной фазы выступали упругие сферические частицы диаметром $d_p = 67.6$ мкм, что соответствует $d_p/\eta_K = 0.1$. Изменение числа Стокса производилось варьированием плотности частиц в очень широком диапазоне: $\rho_p = 150\text{--}18000$ кг/м³. Результаты [87] показали, что диссипация уменьшается до 32% с увеличением числа Стокса и объемной концентрации частиц. Показано, что указанное значение максимального снижения диссипации является завышенным на 7% в случае учета межчастичных столкновений. Спектральный анализ выявил перенос энергии частицами от больших масштабов к малым, что и объясняет разницу в диссипации.

В работе [88] на основе эйлерово-лагранжевого подхода изучены особенности магнитно-архимедовой сепарации сферических частиц, имеющих почти нейтральную плавучесть и движущихся в потоке парамагнитной жидкости. Этот метод обычно используется для разделения различных типов пластмасс при магнитно-плотностном разделении. В работе выполнено PP–FWC–DNS-моделирование с целью учета всех возможных взаимодействий между внешним магнитным полем, магнитной жидкостью и частицами. Взаимодействие частиц между собой моделировалось с использованием модели твердых сфер. Показано, что учет межчастичных столкновений существенно влияет на динамику левитации частиц и отрицательно влияет на эффективность разделения.

В работе [89] выполнено PP–FWC–DNS-моделирование процесса столкновений частиц в однородной изотропной турбулентности. Отметим, что была реализована упрощенная геометрическая модель столкновений, при кото-

рой частицы могут перекрываться, но при этом не происходит их явного контакта. Произведен анализ учета обратного влияния частиц (TWC) на такие характеристики процесса столкновений частиц, как радиальные относительные скорости, функции радиального распределения, ядра столкновений и скорости осаждения частиц.

В заключение сформулируем перспективные направления для дальнейшего прогресса в области математического моделирования двухфазных потоков с твердыми частицами при наличии столкновений:

1) развитие методов математического моделирования двухфазных потоков, содержащих частицы разных размеров (полидисперсные частицы). Именно такие потоки интересуют инженеров-практиков. Частицы разных размеров будут иметь разные скорости и различным образом влиять на течение газа, а также будут иметь тенденцию к столкновениям между собой при более низких значениях концентрации;

2) развитие методов математического моделирования двухфазных потоков с крупными частицами, за которыми формируются турбулентные следы. С ростом концентрации частиц эти турбулентные следы будут интерферировать между собой, а частицы претерпевать столкновения;

3) развитие методов математического моделирования двухфазных потоков с частицами, осложненных наличием фазовых переходов (плавление и дальнейшее испарение) и протеканием химических реакций (прежде всего, реакции горения).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описаны проблемы, возникающие при учете столкновений частиц между собой при исследовании двухфазных потоков. Приведены аналитические методы расчета ядер столкновений монодисперсных и бидисперсных частиц в однородной изотропной турбулентности, градиентном турбулентном потоке, а также при совместном действии турбулентности и силы тяжести. Значительное внимание уделено описанию работ, в которых используются методы численного моделирования двухфазных течений, описывающих на различном иерархическом уровне межфазную границу, межфазные взаимодействия и турбулентность несущей сплошной среды.

Рассмотренные в настоящем обзоре аналитические методы и подходы численного моделирования могут быть напрямую или с некоторыми модификациями использованы для изучения движения пузырьков в пузырьковых слоях и кластерах [90, 91], процессов формирования фа-

келов распыла [92], коагуляции аэрозолей при формировании вихревых течений [93], интенсификации осаждения газовзвесей и аэрозолей в акустических полях [94, 95], формирования льда в условиях атмосферного облака из переохлажденных капель [96].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Crowe C., Sommerfeld M., Tsuji Y. (Eds.) *Multiphase Flows with Droplets and Particles*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 1998. 471 p.
2. Varaksin A.Y. *Turbulent Particle-laden Gas Flows*. N.Y.: Springer, 2007. 210 p.
3. Michaelides E.E., Crowe C.T., Schwarzkopf J.D. (Eds.) *Multiphase Flow Handbook*, 2nd ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2017. 1396 p.
4. Вараксин А.Ю. Воздушные торнадоподобные вихри: математическое моделирование // ТБТ. 2017. Т. 55. № 2. С. 291.
5. Varaksin A.Y., Ryzhkov S.V. Mathematical Modeling of Structure and Dynamics of Concentrated Tornado-like Vortices: A Review // *Mathematics*. 2023. V. 11. 3293.
6. Elghobashi S. Particle-laden Turbulent Flows: Direct Simulation and Closure Models // *Appl. Sci. Res.* 1991. V. 48. P. 301.
7. Elghobashi S. On Predicting Particle-laden Turbulent Flows // *Appl. Sci. Res.* 1994. V. 52. P. 309.
8. Varaksin A.Y., Ryzhkov S.V. Mathematical Modeling of Gas–Solid Two-phase Flows: Problems, Achievements and Perspectives (A Review) // *Mathematics*. 2023. V. 11. 3290.
9. Tanaka T., Tsuji Y. Numerical Simulation of Gas–Solid Two-phase Flow in a Vertical Pipe: on the Effect of Inter-particle Collision // *Proc. 4th Int. Symp. Gas–Solid Flows*. ASME FED. 1991. V. 121. P. 123.
10. Yamamoto Y., Potthoff M., Tanaka T., Kajishima T., Tsuji Y. Large-eddy Simulation of Turbulent Gas–Particle Flow in a Vertical Channel: Effect of Considering Inter-particle Collisions // *J. Fluid Mech.* 2001. V. 442. P. 303.
11. Varaksin A. Yu. *Collisions in Particle-laden Gas Flows*. N.Y.: Begell House, 2013. 370 p.
12. Williams J.J.E., Crane R.I. Particle Collision Rate in Turbulent Flow // *Int. J. Multiphase Flow*. 1983. V. 9. P. 421.
13. Yuu S. Collision Rate of Small Particles in a Homogeneous and Isotropic Turbulence // *AIChE J.* 1984. V. 30. P. 802.
14. Kruis F.E., Kusters K.A. The Collision Rate of Particles in Turbulent Media // *J. Aerosol Sci.* 1996. V. 27. Suppl. 1. P. S263.
15. Derevich I.V. Particle Collisions in a Turbulent Flow // *Fluid Dyn.* 1996. V. 31. P. 249.
16. Зайчик Л.И., Алипченков В.М. Статистические модели движения частиц в турбулентной жидкости. М.: Физматлит, 2007. 312 с.

17. *Saffman P.G., Turner J.S.* On the Collision of Drops in Turbulent Cloud // *J. Fluid Mech.* 1956. V. 1. P. 16.
18. *Wang L.-P., Wexler A.S., Zhou Y.* On the Collision Rate of Small Particles in Isotropic Turbulence. I. Zero-inertia Case // *Phys. Fluids.* 1998. V. 10. P. 266.
19. *Wang L.-P., Wexler A.S., Zhou Y.* Statistical Mechanical Description and Modelling of Turbulent Collision of Inertial Particles // *J. Fluid Mech.* 2000. V. 415. P. 117.
20. *Вараксин А.Ю.* Столкновения частиц и капель в турбулентных двухфазных потоках // *TBT.* 2019. Т. 57. С. 588.
21. *Varaksin A.Y., Romash M.E., Kopeitsev V.N.* Tornado-like Gas-Solid Flow // *The 6th Int. Symp. on Multiphase Flow, Heat Mass Transfer and Energy Conversion.* AIP Conf. Proc. 2010. V. 1207. P. 342.
22. *Вараксин А.Ю., Ромаш М.Э., Копейцев В.Н.* К вопросу управления поведением воздушных смерчей // *TBT.* 2009. Т. 47. № 6. С. 870.
23. *Вараксин А.Ю., Ромаш М.Э., Копейцев В.Н.* О возможности воздействия на вихревые атмосферные образования // *TBT.* 2010. Т. 48. № 3. С. 433.
24. *Вараксин А.Ю., Ромаш М.Э., Копейцев В.Н., Горбачев М.А.* Моделирование свободных тепловых вихрей: генерация, устойчивость, управление // *TBT.* 2010. Т. 48. № 6. С. 965.
25. *Chapman S., Cowling T.G.* The Mathematical Theory of Non-uniform Gases. Cambridge University Press, 1970. 423 p.
26. *Lun C.K.K., Savage S.B., Jeffrey D.J., Chepurniy N.* Kinetic Theories for Granular Flow: Inelastic Particles in Couette Flow a Slightly Inelastic Particles in a General Flow Field // *J. Fluid Mech.* 1984. V. 140. P. 223.
27. *Ding J., Gidaspow D.* A Bubbling Fluidization Model Using Kinetic Theory of Granular Flow // *AIChE J.* 1990. V. 36. P. 523.
28. *Squires K.D., Eaton J.K.* Preferential Concentration of Particles by Turbulence // *Phys. Fluids A.* 1991. V. 3. № 5. P. 1169.
29. *Вараксин А.Ю.* Кластеризация частиц в турбулентных и вихревых двухфазных потоках // *TBT.* 2014. Т. 52. № 5. С. 777.
30. *Varaksin A.Y., Ryzhkov S.V.* Vortex Flows with Particles and Droplets (A Review) // *Symmetry.* 2022. V. 11. 2016.
31. *Abrahamson J.* Collision Rate of Small Particles in a Vigorously Turbulent Fluid // *Chem. Eng. Sci.* 1975. V. 30. P. 1371.
32. *Lavieville J., Deutsch E., Simonin O.* Large Eddy Simulation of Interactions between Colliding Particles and a Homogeneous Isotropic Turbulence Field // *Proc. 6th Int. Symp. on Gas-Particle Flows.* ASME FED. 1995. V. 228. P. 347.
33. *Lavieville J., Simonin O., Berlemont A., Chang Z.* Validation of Inter-particle Collision Models Based on Large Eddy Simulation in Gas-solid Turbulent Homogeneous Shear Flow // *Proc. 7th Int. Symp. on Gas-particle Flows,* ASME Fluids Eng. Division Summer Meeting. 1997. FEDSM97-3623.
34. *Zaichik L.I., Simonin O., Alipchenkov V.M.* Two Statistical Models for Predicting Collision Rates of Inertial Particles in Homogeneous Isotropic Turbulence // *Phys. Fluids.* 2003. V. 15. № 10. P. 2995.
35. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967. 720 с.
36. *Алипченков В.М., Зайчик Л.И.* Частота столкновений частиц в турбулентном потоке // *Изв. РАН. МЖГ.* 2001. № 4. С. 93.
37. *Smoluchowski M.V.* Versuch Einer Matematischen Theorie der Koagulationskinetik Kolloider Losungen // *Zeit. Phys. Chem.* 1917. V. 92. P. 129.
38. *Fede P., Simonin O.* Modelling of Kinetic Energy Transfer by Collision of a Non-Settling Binary Mixture of Particles Suspended in a Turbulent Homogeneous Isotropic Flow // *Proc. 4th ASME-JSME Joint Fluids Eng. Conf.* 2003. FEDSM2003-45735.
39. *Зайчик Л.И., Симонин О., Алипченков В.М.* Столкновения бидисперсных частиц в условиях изотропной турбулентности // *TBT.* 2005. Т. 43 № 3. С. 408.
40. *Gourdel C., Simonin O., Brunier E.* Two-maxwellian Equilibrium Distribution Function for the Modeling of a Binary Mixture of Particles // *Proc. 6th Int. Conf. on Circulating Fluidized Beds.* 1999. P. 205.
41. *Dodin Z., Elperin T.* On the Collision Rate in Turbulent Flow with Gravity // *Phys. Fluids.* 2002. V. 14. № 8. P. 2921.
42. *Вараксин А.Ю.* Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков с твердыми частицами, каплями и пузырями // *TBT.* 2023. Т. 61. № 6. С. 926.
43. *Pakhomov M.A., Protasov M.V., Terekhov V.I., Varaksin A.Yu.* Experimental and Numerical Investigation of Downward Gas-dispersed Turbulent Pipe Flow // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2007. V. 50. P. 2107.
44. *Pakhomov M.A., Terekhov V.I.* RANS Modeling of Flow Structure and Turbulent Heat Transfer in Pulsed Gas-Droplet Mist Jet Impingement // *Int. J. Thermal Sci.* 2016. V. 100. P. 284.
45. *Smagorinsky J.* General Circulation Experiments with the Primitive Equations // *Mon. Weather Rev.* 1963. V. 91. P. 99.
46. *Bardina J., Ferziger J.H., Reynolds W.C.* Improved Turbulence Models Based on LES of Homogeneous Incompressible Turbulent Flows // *Tech. Rep. Report No. TF-19.* Stanford, Depart. Mech. Eng. 1984.
47. *Clark R.A., Ferziger J.H., Reynolds W.C.* Evaluation of Subgrid-scale Models Using an Accurately Simulated Turbulent Flow // *J. Fluid Mech.* 1979. V. 91. P. 1.
48. *Stolz S., Adams N.A., Kleiser L.* An Approximate Deconvolution Model for Large-eddy Simulation with Application to Incompressible Wall-bounded Flows // *Phys. Fluids.* 2001. V. 13. P. 997.
49. *Deardorff J.W., Peskin R.L.* Lagrangian Statistics from Numerically Integrated Turbulent Shear Flow // *Phys. Fluids.* 1970. V. 13. P. 584.

50. *Uijtewaal W.S.J., Oliemans R.V.A.* Particle Dispersion and Deposition in Direct Numerical and Large Eddy Simulation of Vertical Pipe Flows // *Phys. Fluids*. 1996. V. 8. P. 2590.
51. *Wang Q., Squires K.D.* Large Eddy Simulation of Particle Deposition in a Vertical Turbulent Channel Flow // *Int. J. Multiphase Flow*. 1996. V. 22. P. 667.
52. *Boivin M., Simonin O., Squires K.D.* On the Prediction of Gas–Solid Flows with Two-way Coupling Using Large Eddy Simulation // *Phys. Fluids*. 2000. V. 12. P. 2080.
53. *Vreman A.W., Geurts B.J., Deen N.G., Kuipers J.A.M., Kuerten J.G.M.* Two- and Four-way Coupled Euler–Lagrangian Large-eddy Simulation of Turbulent Particle-laden Channel Flow // *Flow Turbul. Combust.* 2009. V. 82. P. 47.
54. *Mallouppas G., van Wachem B.* Large Eddy Simulations of Turbulent Particle-laden Channel Flow // *Int. J. Multiphase Flow*. 2013. V. 54. P. 65.
55. *Breuer M., Alletto M.* Efficient Simulation of Particle-laden Turbulent Flows with High Mass Loadings Using LES // *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2012. V. 35. P. 2.
56. *Pozorski J., Apte S.V.* Filtered Particle Tracking in Isotropic Turbulence and Stochastic Modeling of Subgrid-scale Dispersion // *Int. J. Multiphase Flow*. 2009. V. 35. P. 118.
57. *Kuerten J.G.M., Vreman A.W.* Effect of Droplet Interaction on Droplet-laden Turbulent Channel Flow // *Phys. Fluids*. 2015. V. 27. 053304.
58. *Alletto M., Breuer M.* Prediction of Turbulent Particle-laden Flow in Horizontal Smooth and Rough Pipes Inducing Secondary Flow // *Int. J. Multiphase Flow*. 2013. V. 55. P. 80.
59. *Breuer M., Almohammed N.* Modeling and Simulation of Particle Agglomeration in Turbulent Flows Using a Hard-sphere Model with Deterministic Collision Detection and Enhanced Structure Models // *Int. J. Multiphase Flow*. 2015. V. 73. P. 171.
60. *Riley J.J., Patterson Jr. G.S.* Diffusion Experiments with Numerically Integrated Isotropic Turbulence // *Phys. Fluids*. 1974. V. 17. P. 292.
61. *Yeung P.K., Pope S.B.* An Algorithm for Tracking Fluid Particles in Numerical Simulation of Homogeneous Turbulence // *J. Comput. Phys.* 1988. V. 79. P. 373.
62. *Balachandar S., Maxey M.R.* Methods for Evaluating Fluid Velocities in Spectral Simulations of Turbulence // *J. Comput. Phys.* 1989. V. 83. P. 96.
63. *McLaughlin J.B.* Aerosol Particle Deposition in Numerically Simulated Channel Flow // *Phys. Fluids A*. 1989. V. 1. P. 1211.
64. *Kontomaris K., Hanratty T.J., McLaughlin J.B.* An Algorithm for Tracking Fluid Particles in a Spectral Simulation of Turbulent Channel Flow // *J. Comput. Phys.* 1992. V. 103. P. 231.
65. *Marchioli C., Soldati A., Kuerten J.G.M., Arcen B., Taniere A., Goldensoph G., Squires K.D., Cargnelutti M.F., Portela L.M.* Statistics of Particle Dispersion in Direct Numerical Simulations of Wallbounded Turbulence: Results of an International Collaborative Benchmark Test // *Int. J. Multiphase Flow*. 2008. V. 34. P. 879.
66. *Marchioli C., Giusti A., Salvetti M.V., Soldati A.* Direct Numerical Simulation of Particle Wall Transfer and Deposition in Upward Turbulent Pipe Flow // *Int. J. Multiphase Flow*. 2003. V. 29. P. 1017.
67. *Van Esch B.P.M., Kuerten J.G.M.* Direct Numerical Simulation of the Motion of Particles in Rotating Pipe Flow // *J. Turbulence*. 2008. V. 9. P. 1.
68. *Picano F., Sardina G., Casciola C.M.* Spatial Development of Particle-laden Turbulent Pipe Flow // *Phys. Fluids*. 2009. V. 21. 093305.
69. *Squires K.D., Eaton J.K.* Particle Response and Turbulence Modification in Isotropic Turbulence // *Phys. Fluids A*. 1990. V. 2. P. 1191.
70. *Elghobashi S., Truesdell G.C.* Direct Simulation of Particle Dispersion in a Decaying Isotropic Turbulence // *J. Fluid Mech.* 1992. V. 242. P. 655.
71. *Boivin M., Simonin O., Squires K.D.* Direct Numerical Simulation of Turbulence Modulation by Particles in Homogeneous Turbulence // *J. Fluid Mech.* 1998. V. 375. P. 235.
72. *Eaton J.K.* Two-way Coupled Turbulence Simulations of Gas–Particle Flows Using Point–Particle Tracking // *Int. J. Multiphase Flow*. 2009. V. 35. P. 792.
73. *Kuerten J.G.M., Vreman A.W.* Effect of Droplet Interaction on Droplet-laden Turbulent Channel Flow // *Phys. Fluids*. 2015. V. 27. 053304.
74. *Russo E., Kuerten J.G.M., van der Geld C.W.M., Geurts B.J.* Water Droplet Condensation and Evaporation in Turbulent Channel Flow // *J. Fluid Mech.* 2014. V. 749. P. 666.
75. *Pan Y., Banerjee S.* Numerical Simulation of Particle Interactions with Wall Turbulence // *Phys. Fluids*. 1996. V. 8. P. 2733.
76. *Zhao L.H., Andersson H.I., Gillissen J.J.J.* Turbulence Modulation and Drag Reduction by Spherical Particles // *Phys. Fluids*. 2010. V. 22. 081702.
77. *Zhao L.H., Andersson H.I., Gillissen J.J.J.* Interphasial Energy Transfer and Particle Dissipation in Particle-laden Wall Turbulence // *J. Fluid Mech.* 2013. V. 715. P. 32.
78. *Lee J., Lee C.* Modification of Particle-laden Near-wall Turbulence; Effect of Stokes Number // *Phys. Fluids*. 2015. V. 27. 023303.
79. *Letournel R., Laurent F., Massot M., Vie A.* Modulation of Homogeneous and Isotropic Turbulence by Sub-Kolmogorov Particles: Impact of Particle Field Heterogeneity // *Int. J. Multiphase Flow*. 2020. V. 125. 103233.
80. *Burton T.M., Eaton J.* Fully Resolved Simulations of Particle–Turbulence Interaction // *J. Fluid Mech.* 2005. V. 545. P. 67.
81. *Picano F., Breugem W.P., Brandt L.* Turbulent Channel Flow of Dense Suspensions of Neutrally-buoyant Spheres // *J. Fluid Mech.* 2015. V. 764. P. 463.
82. *Ten Cate A., Derksen J.J., Portela L.M., van den Akker H.E.A.* Fully Resolved Simulations of Collid-

- ing Monodisperse Spheres in Forced Isotropic Turbulence // *J. Fluid Mech.* 2004. V. 539. P. 233.
83. *Takagi S., Oguz H.N., Zhang Z., Prosperetti A.* Physalis: A New Method for Particle Simulation. Part II: Two-dimensional Navier-Stokes Flow Around Cylinders // *J. Comput. Phys.* 2003. V. 187. P. 371.
84. *Yu Z., Xia Y., Lin J.* Modulation of Turbulence Intensity by Heavy Finite-size Particles in Upward Channel Flow // *J. Fluid Mech.* 2021. V. 913. A3.
85. *Vreman A.W.* Turbulence Characteristics of Particle-laden Pipe Flow // *J. Fluid Mech.* 2007. V. 584. P. 235.
86. *Vreman A.W.* Turbulence Attenuation in Particle-laden Flow in Smooth and Rough Channels // *J. Fluid Mech.* 2015. V. 773. P. 103.
87. *Mallouppas G., George W.K., van Wachem B.G.M.* Dissipation and Inter-scale Transfer in Fully Coupled Particle and Fluid Motions in Homogeneous Isotropic Forced Turbulence // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2017. V. 67. P. 74.
88. *Tajfirooz S., Meijer J.G., Dellaert R.A., Meulenbroek A.M., Zeegers J.C.H., Kuerten J.G.M.* Direct Numerical Simulation of Magneto-Archimedes Separation of Spherical Particles // *J. Fluid Mech.* 2021. V. 910. A52.
89. *Rosa B., Copec S., Ababaei A., Pozorski J.* Collision Statistics and Settling Velocity of Inertial Particles in Homogeneous Turbulence from High-resolution DNS under Two-way Momentum Coupling // *Int. J. Multiphase Flow.* 2022. V. 48. 103906.
90. *Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Аганин И.А., Давлетшин А.И.* Динамика пузырьков в сферическом кластере при повышении давления жидкости // *ТВТ.* 2023. Т. 61. № 5. С. 744.
91. *Шагапов В.Ш., Булатова З.А., Шаяхметов Г.Ф.* Особенности отражения импульсных сигналов от слоя с парогазовыми пузырьками перед жесткой стенкой в воде // *ТВТ.* 2023. Т. 61. № 5. С. 760.
92. *Комов А.Т., Захаренков А.В., Толмачев В.В., Штелинг В.С.* Процессы в факеле распыла теплоносителя // *ТВТ.* 2023. Т. 61. № 3. С. 410.
93. *Хмелев В.Н., Шалунов А.В., Нестеров В.А.* Экспериментальное исследование коагуляции аэрозолей при формировании вихревых течений в неоднородном ультразвуковом поле // *ТВТ.* 2024. Т. 62. № 2. С. 279.
94. *Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Ткаченко Л.А., Шайдуллин Л.Р., Фадеев С.А.* Осаждение полидисперсного аэрозоля в узкой закрытой трубе при резонансном режиме колебаний // *ТВТ.* 2023. Т. 61. № 6. С. 953.
95. *Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Р.* Акустические волны в смеси воздуха с полидисперсными частицами алюминия // *ТВТ.* 2024. Т. 62. № 1. С. 147.
96. *Бендерский Л.А., Горячев А.В., Горячев П.А., Горячев Д.А., Любимов Д.А., Студенников Е.С.* Особенности моделирования тепломассообменных процессов при формировании льда в условиях атмосферного облака, состоящего из переохлажденных капель // *ТВТ.* 2024. Т. 62. № 2. С. 250.

УДК 537.525

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ РАЗРЯДЫ В ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПУЗЫРЬКОВОЙ СРЕДЕ РАСТВОРА СУЛЬФАТА АММОНИЯ В ВОДОПРОВОДНОЙ ВОДЕ ПРИ АТМОСФЕРНОМ ДАВЛЕНИИ

© 2024 г. Л. Н. Багаутдинова¹, Э. Р. Бельгибаев¹,
Ал. Ф. Гайсин², Ф. М. Гайсин¹, Аз. Ф. Гайсин³, М. Н. Семенов³,
А. И. Купутдинова¹, И. Т. Фахрутдинова^{1,*}

¹ Казанский национальный исследовательский технический университет
им.А.Н. Туполева — КАИ, г. Казань, Россия

² Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

³ Казанский государственный энергетический университет, г. Казань, Россия

*E-mail: itfakhrutdinova@kai.ru

Поступило в редакцию 20.02.2024 г.

После доработки 18.04.2024 г.

Принято к публикации 09.07.2024 г.

Разработана экспериментальная установка для исследования электрического разряда вдоль стальной иглы в электролитно-пузырьковой среде раствора сульфата аммония в водопроводной воде, которая имеет практическое значение для очистки и полировки медицинских изделий. Изучены вольт-амперные характеристики электрического разряда в рассматриваемых условиях. Установлен механизм развития процессов очистки и полировки медицинских игл из нержавеющей стали с погружением в раствор сульфата аммония в водопроводной воде. Выявлено, что электрические разряды при больших концентрациях электролита приводят к порче острого конца иглы.

DOI: 10.31857/S0040364424030162

ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные и теоретические исследования электрических разрядов в электролитно-пузырьковой среде имеют большое практическое значение [1]. Эти разряды используются в электролитно-плазменной технологии [2, 3], например, для очистки и полировки металлических изделий с погружением или без погружения в электролит. В [4–7] рассмотрены аспекты практического использования электрических разрядов в электролитно-пузырьковой среде для обеззараживания воды. В обзорных работах [8, 9] исследования посвящены электрическому разряду в жидкости, а также рассмотрено влияние газовой фазы на разряд. Установлено горение многоканального разряда внутри пузырьков в [10, 11]. В [12, 13] изучены особенности горения и развития разряда между струйным анодом и металлическим катодом в электролитно-пузырьковой

среде. В [14, 15] приведены результаты экспериментального исследования разряда переменного тока в электролите хлорида натрия при атмосферном и пониженном давлениях в пузырьковой среде внутри полиэтиленовой трубки.

Целью данной работы являются экспериментальные исследования характеристик электрического разряда в электролитно-пузырьковой среде раствора сульфата аммония в водопроводной воде, а также изучение механизма очистки и полировки медицинской иглы из нержавеющей стали.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Разработана и создана установка для экспериментального исследования электрического разряда вдоль стальной иглы в электролитно-пузырьковой среде раствора сульфата аммо-

ния в водопроводной воде при атмосферном давлении. Исследования проведены в диапазонах напряжения $U = 20\text{--}160\text{ В}$, тока $I = 5\text{--}40\text{ А}$ при концентрациях электролита сульфата аммония 1–10%, межэлектродном расстоянии между креплением иглы и поверхностью электролита $l_1 = 1\text{--}5\text{ мм}$ и глубиной погружения иглы в электролит $l_2 = 35\text{--}39\text{ мм}$.

На рис. 1 представлена экспериментальная установка для исследования электрического разряда в электролитно-пузырьковой среде раствора сульфата аммония в водопроводной воде при атмосферном давлении. Отличие источника питания постоянного тока состоит в использовании тиристорного стабилизатора. Газо-жидкостная пузырьковая среда в электролите образуется после зажигания электрического разряда.

На рис. 2 приведена осредненная вольт-амперная характеристика (ВАХ) электрического разряда постоянного тока в электролитно-пузырьковой среде при атмосферном давлении, $l_1 = 5\text{ мм}$ и $l_2 = 35\text{ мм}$. Для измерения напряжения использован вольтметр с классом точности 1.5%, а для измерения силы тока – амперметр с классом точности 1.5%. Межэлектродное расстояние определялось с помощью штангенциркуля с точностью 0.05 мм. В качестве электролита взят 1%-ный раствор сульфата аммония. Как видно из рис. 2, ВАХ электрического разряда имеет почти линейно возрастающий характер.

На поверхности необработанной стальной иглы из нержавеющей стали наблюдаются шероховатости (рис. 3а). На рис. 3б приведена фотография полированной поверхности медицинской иглы. Обработка производилась электрическим разрядом постоянного тока в электролитно-пузырьковой среде раствора сульфата аммония в водопроводной воде при атмосферном давлении, $l_1 = 5\text{ мм}$ и концентрации электролита 1.5%. Очистка и полировка поверхности происходит за время от 5 до 10 с. При этом конец иглы притупляется в зависимости от концентрации и состава электролита. Полировка поверхности происходит благодаря электрическому разряду, который образуется вдоль стальной иглы. В процессе полировки на поверхности иглы образуется плазменно-пузырьковая оболочка (ППО), как показано на рис. 3в и 3г. Между иглой и ППО горят микро-разряды. Аналогичные микро-разряды наблюдаются также в процессе обработки, когда торец электрода находится вне электролита. Фотографии поверхностей иглы до и после полировки сделаны через оптический микроскоп.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучены ВАХ электрических разрядов постоянного тока в электролитно-пузырьковой

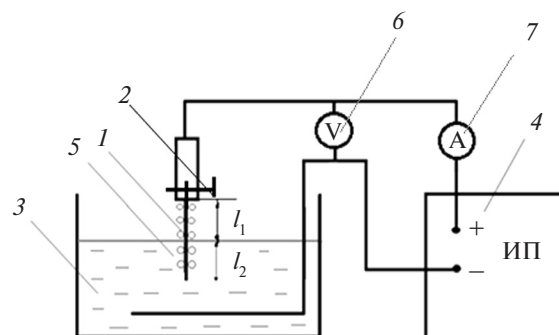


Рис. 1. Экспериментальная установка: 1 – медицинская игла, 2 – медное крепление, 3 – электролит, 4 – источник питания, 5 – пузырьковая среда в электролите в процессе горения электрического разряда, 6 – вольтметр, 7 – амперметр.

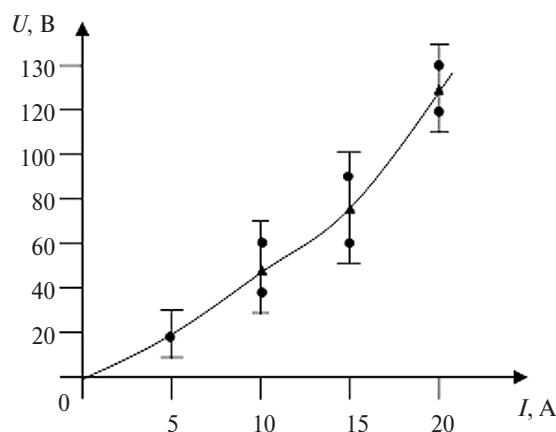


Рис. 2. Осредненная ВАХ электрического разряда постоянного тока в электролитно-пузырьковой среде при атмосферном давлении, $l_1 = 5\text{ мм}$, $l_2 = 35\text{ мм}$.

среде вдоль стальной иглы. Обнаружено, что в процессе полировки на поверхности иглы образуется ППО, внутри которой горят микро-разряды. Установлено, что электрический пробой происходит между острым концом медного крепления и электролитом при малых межэлектродных расстояниях ($l_1 < 5\text{ мм}$). Выявлено, что большие токи и концентрации электролита порядка 10% раствора сульфата аммония в водопроводной воде приводят к порче острого конца иглы.

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ № 21-79-30062.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гайсин Ал.Ф., Гайсин Аз.Ф., Гайсин Ф.М. Парогазовые разряды с непроточными и проточными электролитическими электродами и их практические применения. Казань: КНИТУ-КАИ, 2017. 356 с.

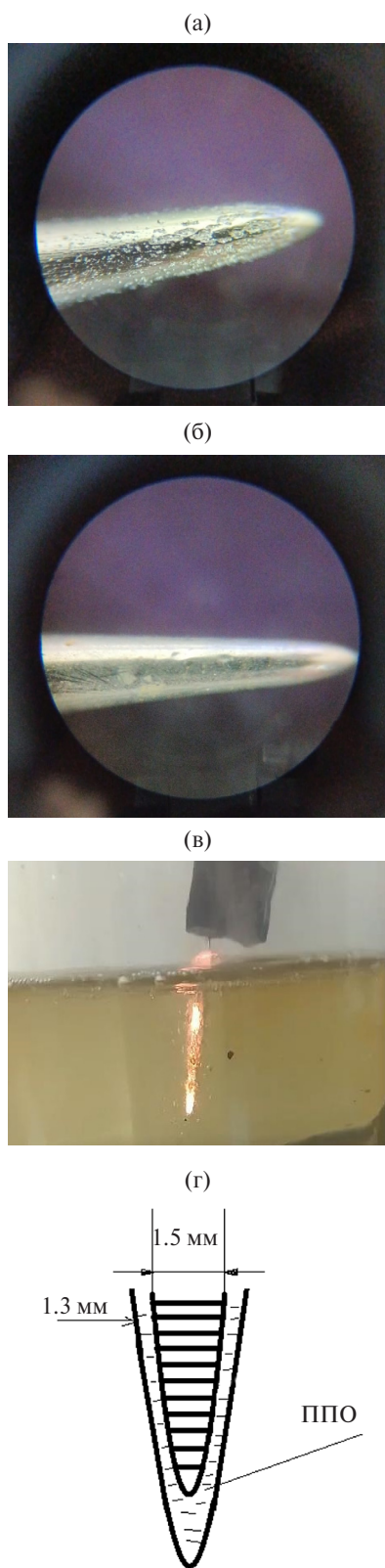


Рис. 3. Фотографии неполированной (а) и полированной (б) медицинских игл из нержавеющей стали; (в) — процесс полировки вдоль стальной иглы; (г) — схема образования ППО вдоль иглы.

2. Гайсин Ф.М., Залялов Н.Г. Способ получения высоковольтного разряда. Патент № 1445545. СССР. 1988.
3. Гайсин Ф.М. Способ полировки и придания блеска медицинским иглам. Патент РФ № 2787664. Б.И. № 2.2023.
4. Смирнов Б.М., Бабаева Н.Ю., Найдис Г.В., Панов В.А., Сон Э.Е., Терешонок Д.В. Пузырьковый метод очистки воды // ТВТ. 2019. Т. 57. № 2. С. 316.
5. Гайсин А.Ф., Насибуллин Р.Т. Об особенностях электрического разряда между электролитическим катодом и металлическим анодом // Физика плазмы. 2011. Т. 37. № 10. С. 959.
6. Сон Э.Е., Суворов И.Ф., Какауров С.В., Гайсин А.Ф., Самитова Г.Т., Соловьева Т.Л., Юдин А.С., Рахлецова Т.В. Электрические разряды с жидкими электродами и их применение для обеззараживания вод // ТВТ. 2014. Т. 52. № 4. С. 512.
7. Акишев Ю.С., Грушин М.Е., Каральник В.Б., Монич А.Е., Панькин М.В., Трушкин Н.И., Холоденко В.П. и др. Создание неравновесной плазмы в гетерофазных средах газ-жидкость при атмосферном давлении и демонстрация ее возможностей для стерилизации // Физика плазмы. 2006. Т. 32. № 12. С. 1142.
8. Bruggeman P., Degroote J., Vierendeels Y., Leys C. DC-excited Discharges in Vapour Bubbles in Capillaries // Plasma Sources Sci. Technol. 2008. V. 17. P. 025008.
9. Vanraes P., Bogaerts A. Plasma Physics of Liquids – A Focused Review // Appl. Phys. Rev. 2018. V. 5. 031103.
10. Самитова Г.Т., Гайсин Аз.Ф., Мустафин Т.Б., Гайсин Ал.Ф., Сон Э.Е., Весельев Д.А., Гайсин Ф.М. Некоторые особенности многоканального разряда в трубке при атмосферном давлении // ТВТ. 2011. Т. 49. № 5. С. 788.
11. Самитова Г.Т. Электрические разряды постоянного тока в движущихся пузырьках воздуха в электролите с образованием плазменной струи вне диэлектрической трубки. Дис. ... канд. техн. наук. Казань: Казанск. нац. иссл. технол. ун-т, 2013.
12. Фахрутдинова И.Т., Гайсин А.Ф., Сон Э.Е., Галимзянов И.И., Гайсин Ф.М., Мирханов Д.Н. Об особенностях электрического разряда между струйным анодом и металлическим катодом // ТВТ. 2017. Т. 55. № 6. С. 775.
13. Галимзянов И.И., Гайсин А.Ф., Фахрутдинова И.Т., Шакирова Э.Ф., Ахатов М.Ф., Каюмов Р.Р. Некоторые особенности развития электрического разряда между струйным анодом и жидким катодом // ТВТ. 2018. Т. 56. № 2. С. 306.
14. Валиев Р.И., Хафизов А.А., Багаутдинова Л.Н., Гайсин Ф.М., Басыров Р.Ш., Гайсин Аз.Ф., Гайсин Ал.Ф. Электрические разряды переменного тока в газожидкостной среде раствора хлорида натрия при атмосферном давлении // ТВТ. 2021. Т. 59. № 4. С. 634.
15. Хафизов А.А., Валиев Р.И., Багаутдинова Л.Н., Гайсин Аз.Ф., Гайсин Ал.Ф., Гайсин Ф.М., Сон Э.Е., Фахрутдинова И.Т. Электрический разряд переменного тока в однопроцентном растворе хлорида натрия в дистиллированной воде при пониженных давлениях // ТВТ. 2022. Т. 60. № 4. С. 625.

УДК 536.331

ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО И РЕЗИСТИВНОГО НАГРЕВА НЕФТЕМАТЕРИНСКОЙ ПОРОДЫ

© 2024 г. Р. Р. Зиннатуллин*, И. В. Гайсин, Б. А. Усманов

Уфимский университет науки и технологий, г. Уфа, Башкортостан, Россия

**E-mail: rasulz@yandex.ru*

Поступило в редакцию 02.02.2024 г.

После доработки 02.02.2024 г.

Принято к публикации 23.04.2024 г.

В работе приведены результаты лабораторных исследований электромагнитного и резистивного нагрева нефтематеринской породы при одностороннем облучении до температур начала пиролиза керогена. Сравнение двух методов нагрева показало, что сверхвысокочастотный электромагнитный нагрев является более предпочтительным по сравнению с резистивным нагревом. Исследования по электромагнитному нагреву проведены при частоте излучения 2.45 ГГц. Представленные результаты показывают, что интенсивность электромагнитного нагрева нефтематеринской породы носит нелинейный характер и зависит от изменения диэлектрических свойств породы при нагреве и разупрочнения микроструктуры образца из-за неравномерного нагрева породы.

DOI: 10.31857/S0040364424030179

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность данного исследования обусловлена растущим интересом к разработке нефтематеринских пород с вовлечением запасов твердого органического вещества в виде керогена. Кероген является полимерным органическим материалом, способным превращаться в нефть и природный газ при нагреве до температур пиролиза — 300–350°C [1]. Такие температуры в пласте могут быть достигнуты при внутрипластовом горении, закачке сверхкритической воды, а также при разогреве породы пласта при помощи электричества (скважинные или кабельные нагреватели и электромагнитное воздействие). Скважинные или кабельные, в том числе индукционные, нагреватели являются наиболее простыми в техническом исполнении и не требуют сложных модификаций внутрискважинного оборудования. Степень нагрева породы и распространения температуры от источника зависит от теплофизических свойств породы. Для технологий электромагнитного воздействия требуется изготовление генераторов, антенн и согласующих устройств. На сегодняшний день воздей-

ствие высокочастотным электромагнитным излучением на пласт можно осуществить, передавая энергию от наземного генератора через скважину или радиочастотный кабель на забойную антенну. В этом случае потери зависят от глубины залегания пласта. В качестве генераторов сверхвысокочастотного (СВЧ) электромагнитного излучения можно использовать промышленные магнетроны с мощностью до 100 кВт и частотой излучения 2.45 ГГц или 915 МГц, размеры которых могут быть соизмеримы с размерами скважин, благодаря чему генератор вместе с антенной может быть доставлен до уровня продуктивного пласта. В этом случае СВЧ электромагнитный нагрев пласта может быть реализован посредством распространения электромагнитного излучения от забойного излучателя вглубь пласта с минимальными потерями энергии между генератором и излучателем [2]. При этом интенсивность электромагнитного нагрева породы и глубина проникновения электромагнитной волны в породу зависят в основном от диэлектрических свойств породы (диэлектрическая проницаемость, тангенс угла диэлектрических потерь) [3, 4]. Результаты исследований диэлектрических свойств образцов не-

фтематеринских пород показали, что они зависят от температуры породы [5–7]. Следовательно, в процессе нагрева породы интенсивность электромагнитного нагрева и глубина проникновения электромагнитной волны изменяются.

В работе [8] приведены результаты экспериментальных исследований распределения температуры в образце нефтематеринской породы при одностороннем микроволновом облучении при частоте 2.45 ГГц до 115°C, которые были использованы для валидации математической модели. Там же выполнены прогнозные расчеты интенсивности диэлектрического нагрева нефтематеринской породы до температур пиролиза керогена. Расчеты проводились при допущении, что коэффициент поглощения электромагнитной волны в породе является постоянной величиной, определенной по экспериментальным данным в диапазоне до 115°C. В [9] определена и учтена в расчетах зависимость коэффициента поглощения электромагнитной волны от температуры, но также лишь в диапазоне до 115°C. Для дальнейшего усовершенствования расчетной модели необходимо провести экспериментальные исследования электромагнитного нагрева образца нефтематеринской породы до температур пиролиза керогена.

Целью данной работы являются экспериментальное исследование особенностей изменения температуры в керогеносодержащей нефтематеринской породе при СВЧ электромагнитном и резистивном режимах нагрева до температур пиролиза керогена (выше 300°C) и сравнительный анализ динамики нагрева образца данными методами.

ОБЪЕКТЫ И МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

В качестве объекта исследования был выбран образец горной породы баженовской свиты цилиндрической формы длиной 12 см и диаметром 10 см. В случае СВЧ электромагнитного нагрева использовался магнетрон частотой 2.45 ГГц и выходной мощностью до 800 Вт, установленный на одном из торцов образца через волновод. В случае резистивного нагрева в торце образца устанавливался нагревательный элемент диаметром 14 см. В обоих случаях образец был теплоизолирован минеральной ватой. Замер температуры по длине проводился при помощи системы термодатчиков, помещенных на поверхность образца, и регистратора температуры. Начальная температура образца составляла 23°C. Температура замерялась по длине образца от излучателя с шагом 2 см с интервалом времени 2 мин.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

На рис. 1 представлены результаты сравнительного анализа СВЧ электромагнитного и резистивного режимов нагрева нефтематеринской породы. Анализ результатов двух методов показал, что СВЧ-нагрев носит объемный и равномерный характер при равных потребляемых мощностях нагревателей 1000 Вт. При СВЧ-нагреве температура образца на расстоянии 10 см от излучателя на 122°C выше, чем при резистивном нагреве. Однако на расстоянии 2 см образец нагрелся сильнее на 15°C при резистивном нагреве. Это объясняется различием физики процессов, на которых основаны рассматриваемые методы нагрева. При резистивном нагреве тепло передается от нагревательного элемента к образцу, а по длине образца оно распространяется исключительно за счет теплопроводности. Интенсивность этого процесса зависит от теплофизических свойств образца, которые незначительно меняются в рассматриваемом диапазоне температур. В этом случае большая часть энергии расходуется на нагрев самого нагревателя и промежуточных объектов и сред, например жидкости в скважине. При электромагнитном нагреве волна распространяется вглубь нефтематеринской породы, создавая локальные источники тепла, величина которых зависит в основном от диэлектрических параметров породы. Соответственно, до глубин, на которых волна теряет большую часть своей энергии, повышение температуры обусловлено в основном именно нагревом, а не теплопроводностью, что делает электромагнитный нагрев более эффективным и контролируемым.

На рис. 2 представлено распределение температуры по длине образца в разные моменты времени при электромагнитном нагреве, на кото-

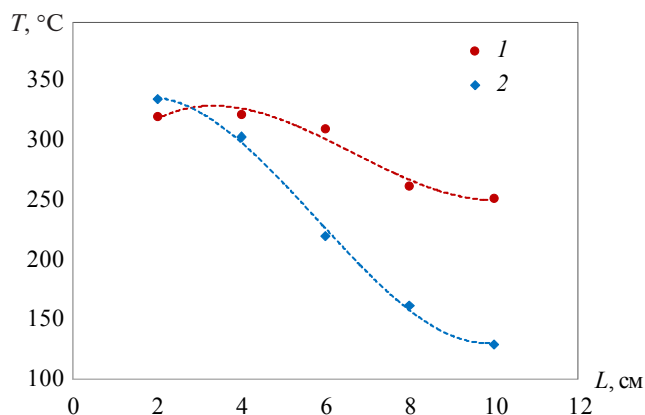


Рис. 1. Распределение температуры по длине образца на 20-й минуте нагрева: 1 – при СВЧ-нагреве, 2 – резистивном нагреве.

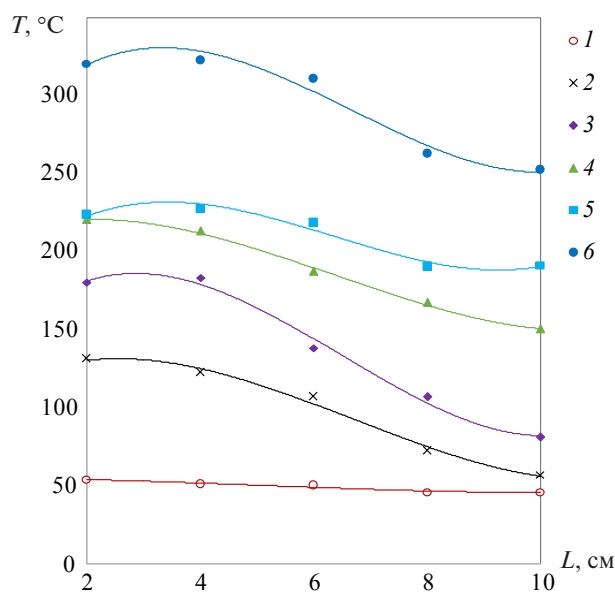


Рис. 2. Распределение температуры по длине образца в разные моменты времени при СВЧ-нагреве: 1 – 2 мин, 2 – 3, 3 – 5, 4 – 9, 5 – 13, 6 – 19.

ром видно, что до 50°C образец нагревается равномерно в пределах погрешности. Этот факт говорит о том, что в диапазоне температур 23–50°C диэлектрические свойства породы меняются незначительно. В диапазоне температур 50–180°C интенсивнее нагревается зона образца до 4 см, приближенная к излучателю, т.е. в этой зоне произошло повышение коэффициента поглощения электромагнитной энергии. За счет этого происходит интенсивный нагрев ближней зоны и ослабление нагрева дальней зоны. В диапазоне температур 180–220°C интенсивность нагрева ближней зоны снижается, интенсивнее начинает нагреваться отдаленная от излучателя зона. Выше 220°C наблюдается повышение интенсивности прогрева средней зоны образца (4–6 см от излучателя). Такое поведение кривых объясняется уменьшением коэффициента поглощения электромагнитной энергии при данных температурах за счет фазовых превращений в керогене и разупрочнения структуры образца с образованием микротрещин. На рис. 3 показаны кривые динамики температуры в фиксированных точках образца при электромагнитном нагреве, на которых видны впадины, обусловленные образованием трещин вблизи точек замера температуры. После образования трещин происходит испарение нефти, содержащейся в породе, из-за чего понижается температура в зоне трещины. В зоне 2–4 см от излучателя трещины образуются одновременно при температурах 213–220°C на девятой минуте нагрева. Вблизи пятой точки трещина образовалась при температуре 218°C на

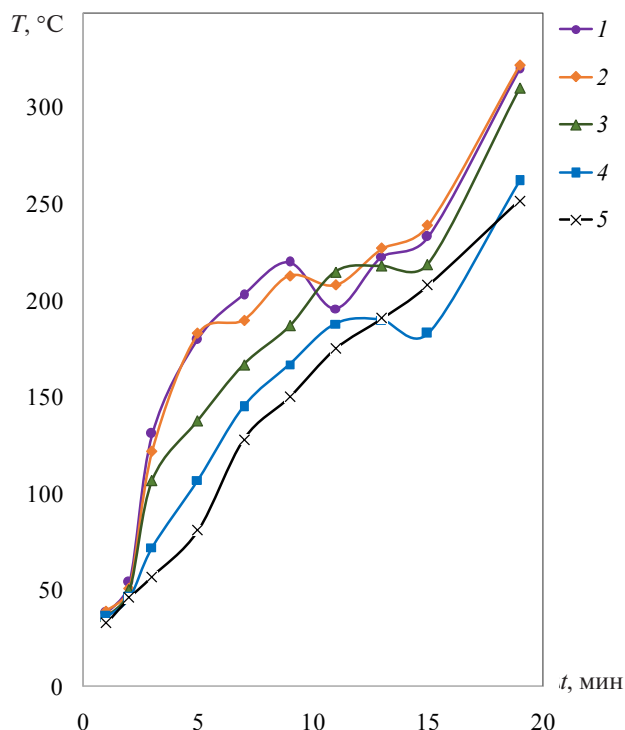


Рис. 3. Изменение температуры во времени в фиксированных точках образца при СВЧ-нагреве: 1 – 2 см, 2 – 4, 3 – 6, 4 – 8, 5 – 10.

13-й минуте нагрева, которая распространилась до восьмой точки, что характеризуется скачком температуры в этой точке. Анализ образца после нагрева показал, что основные трещины образовались на участке от 2 до 4 см и на месте замера температуры на расстоянии 8 см. Ширина трещин составляла не более 2 мм. Направление трещин носило в основном продольный характер вдоль слоев напластования, хотя наблюдались и поперечные трещины. Длина трещин достигала 10 см. Образование трещин происходило из-за неравномерного расширения отдельных областей образца ввиду неравномерного нагрева, вызванного разной интенсивностью нагрева отдельных минералов, составляющих горную породу, которые имеют различные диэлектрические и магнитные свойства.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований показано, что СВЧ электромагнитный нагрев более предпочтителен по сравнению с резистивным нагревом с использованием электронагревателя. Электромагнитный нагрев является объемным и равномерным в определенных температурных диапазонах при незначительных изменениях диэлектрических свойств породы. Диэлектрический нагрев образца нефте-

материнской породы носит нелинейный характер, обусловленный изменением диэлектрических свойств породы в процессе нагрева и разрушением микроструктуры образца из-за неравномерного нагрева элементов породы и образования трещин в ней. При образовании трещин наблюдается резкое снижение температуры образца в зоне трещины. При этом значения диэлектрических параметров снижаются, что способствует более глубокому распространению излучения вглубь образца породы и ее прогреву.

Полученные результаты будут применены при усовершенствовании и тестировании метода определения зависимости диэлектрических свойств от температуры: если ранее определялся только интегральный параметр — коэффициент поглощения электромагнитной волны, то в новой версии метода будут определяться диэлектрическая проницаемость и тангенс угла диэлектрических потерь. Это позволит применять более точные модели электромагнитного нагрева при моделировании. Помимо этого, расширенный диапазон экспериментальных данных о температуре даст возможность определения температурной зависимости диэлектрических свойств вплоть до значений, когда происходит пиролиз. Это позволит использовать модели электромагнитного нагрева, учитывающие эту зависимость, для прогнозных расчетов распространения электромагнитной энергии в масштабах реальных объектов и для определения времени достижения температур пиролиза керогена на определенных участках пласта.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-11-20042.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ванденбрук М., Ларго С.* Происхождение, эволюция и структура керогена // *Органическая геохимия*. 2007. Т. 38. № 5. С. 719.
2. *Ковалева Л.А., Зиннатуллин Р.Р., Мусин А.А., Благодичнов В.Н., Валиев Ш.М., Муллаянов А.И.* Способ разработки обводненных залежей нефти СВЧ электромагнитным воздействием (варианты). Патент на изобретение №2555731. Кл. МПК-E21B 43/24.10.07.2015. Бюл. № 19.
3. *Lovás M., Znamenáčková I., Zubrik A., Kováčová M., Dolinská S.* The Application of Microwave Energy in Mineral Processing—A Review // *Acta Montanistica Slovaca*. 2011. V. 16. № 2. P. 137.
4. *Like Q., Jun D., Pengfei T.* Study on the Effect of Microwave Irradiation on Rock Strength // *J. Eng. Sci. Technol. Rev.* 2015. V. 8. № 4. P. 91.
5. *Мартемьянов С.М.* Моделирование подземного нагрева горючих сланцев. Дис. ... канд. техн. наук. Томск: Томск. политех. ун-т, 2013. 95 с.
6. *Zinnatullin R.R., Sultanguzhin R.F.* Studying Dielectric Properties of Oil Shale // *J. Phys.: Conf. Ser. IOP Publ.* 2020. V. 1675. № 1. 012102.
7. *Лопатин А.В., Мартемьянов С.М.* Исследование диэлектрических свойств горючих сланцев // *Изв. вузов. Физика*. 2012. Т. 55. № 5. С. 35.
8. *Зиннатуллин Р.Р., Мусин А.А., Гайсин И.В., Усманов Б.А.* Физическое и математическое моделирование распределения температуры по длине нефтематеринской породы при микроволновом облучении // *ТВТ*. 2023. Т. 61. № 1. С. 149.
9. *Усманов Б.А., Зиннатуллин Р.Р., Мусин А.А.* Численное моделирование динамики температуры и диэлектрических параметров нефтематеринской породы при СВЧ-нагреве // *Журн. Сиб. фед.ун-та. Техника и технологии*. 2023. Т. 16. № 6. С. 700.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации
№ 0110203 от 4 февраля 1993 г. выдано Министерством печати и информации Российской Федерации

Подписано к печати

Дата выхода в свет

Формат 60 × 88 ¹/₈

Усл. печ. л.

Уч.-изд. л.

Тираж экз. Зак.

Цена договорная

Учредители: Российская академия наук,
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Объединенный институт высоких температур Российской академии наук

Издатель: Российская академия наук, 119991 Москва, Ленинский просп., 14

Отпечатано в типографии ООО «Печатный салон ШАНС»
г. Москва, 127412, ул. Ижорская, д. 13, стр. 2

Журналы РАН, выходящие в свет на русском языке

Автоматика и телемеханика
 Агрохимия
 Азия и Африка сегодня
 Акустический журнал
 Астрономический вестник. Исследования солнечной системы
 Астрономический журнал
 Биологические мембраны
 Биология внутренних вод
 Биология моря
 Биоорганическая химия
 Биофизика
 Биохимия
 Ботанический журнал
 Вестник Дальневосточного отделения Российской академии наук
 Вестник древней истории
 Вестник Российской академии наук
 Вестник российской сельскохозяйственной науки
 Водные ресурсы
 Вопросы истории естествознания и техники
 Вопросы ихтиологии
 Вопросы языкознания
 Вулканология и сейсмология
 Высокомолекулярные соединения. Серия А
 Высокомолекулярные соединения. Серия Б
 Высокомолекулярные соединения. Серия С
 Генетика
 Геология рудных месторождений
 Геомагнетизм и аэрономия
 Геоморфология и палеогеография
 Геотектоника
 Геохимия
 Геоэкология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геокриология
 Государство и право
 Дефектоскопия
 Дифференциальные уравнения
 Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления
 Доклады Российской академии наук. Науки о жизни
 Доклады Российской академии наук. Науки о Земле
 Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки
 Доклады Российской академии наук. Химия, науки о материалах
 Журнал аналитической химии
 Журнал высшей нервной деятельности им. И.П. Павлова
 Журнал вычислительной математики и математической физики
 Журнал неорганической химии
 Журнал общей биологии
 Журнал общей химии
 Журнал органической химии
 Журнал прикладной химии
 Журнал физической химии
 Журнал эволюционной биохимии и физиологии
 Журнал экспериментальной и теоретической физики
 Записки Российского минералогического общества
 Зоологический журнал
 Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа
 Известия Российской академии наук. Механика твердого тела
 Известия Российской академии наук. Серия биологическая
 Известия Российской академии наук. Серия географическая
 Известия Российской академии наук. Серия литературы и языка
 Известия Российской академии наук. Серия физическая
 Известия Российской академии наук. Теория и системы управления
 Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана
 Известия Российской академии наук. Энергетика
 Известия Русского географического общества
 Исследование Земли из Космоса
 Кинетика и катализ
 Коллоидный журнал
 Координационная химия
 Космические исследования
 Кристаллография
 Латинская Америка
 Лёд и Снег
 Лесоведение
 Литология и полезные ископаемые
 Мембраны и мембранные технологии
 Металлы
 Микология и фитопатология
 Микробиология
 Микроэлектроника
 Молекулярная биология
 Нейрохимия
 Неорганические материалы
 Нефтехимия
 Новая и новейшая история
 Общественные науки и современность
 Общество и экономика
 Океанология
 Онтогенез
 Палеонтологический журнал
 Паразитология
 Петрология
 Письма в Астрономический журнал
 Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики
 Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования
 Почвоведение
 Приборы и техника эксперимента
 Прикладная биохимия и микробиология
 Прикладная математика и механика
 Проблемы Дальнего Востока
 Проблемы машиностроения и надежности машин
 Проблемы передачи информации
 Программирование
 Психологический журнал
 Радиационная биология. Радиозэкология
 Радиотехника и электроника
 Радиохимия
 Расплавы
 Растительные ресурсы
 Российская археология
 Российская история
 Российская сельскохозяйственная наука
 Российский физиологический журнал им. И.М. Сеченова
 Русская литература
 Русская речь
 Сенсорные системы
 Славяноведение
 Современная Европа
 Социологические исследования
 Стратиграфия. Геологическая корреляция
 США & Канада: экономика, политика, культура
 Теоретические основы химической технологии
 Теплофизика высоких температур
 Успехи современной биологии
 Успехи физиологических наук
 Физика Земли
 Физика и химия стекла
 Физика металлов и металловедение
 Физика плазмы
 Физикохимия поверхности и защита материалов
 Физиология растений
 Физиология человека
 Химическая физика
 Химия высоких энергий
 Химия твердого топлива
 Цитология
 Человек
 Экология
 Экономика и математические методы
 Электрохимия
 Энтомологическое обозрение
 Этнографическое обозрение
 Ядерная физика