

## Sn-АНОМАЛИЯ В КУЛОНОВСКИХ ЭНЕРГИЯХ И АНАЛОГОВЫЕ РЕЗОНАНСЫ НЕЙТРОННО-ИЗБЫТОЧНЫХ ИЗОТОПОВ ОЛОВА

© 2023 г. Ю. С. Лютостанский<sup>1)\*</sup>

Поступила в редакцию 24.11.2022 г.; после доработки 21.12.2022 г.; принята к публикации 26.12.2022 г.

Определена аномалия в распределении кулоновских энергий изотопов олова (Sn-аномалия), которая проявляется в том, что в зависимости  $\Delta E_C A^{1/3}$  от  $A$  для изотопов  $^{112-132}\text{Sn}$  наблюдается линейная зависимость экспериментальных данных по  $\Delta E_C$ , близкая к Const. Разность кулоновских энергий  $\Delta E_C(A, Z)$  соседних ядер-изобар Sn–Sb аппроксимируется с помощью двухпараметрической формулы. Рассчитаны энергии изобар-аналоговых резонансов  $E_{\text{AR}}$  как с помощью полученной аппроксимации в феноменологической модели, так и в рамках микроскопической теории конечных ферми-систем для изотопов  $^{110-140}\text{Sn}$ . Проведено сравнение с экспериментальными данными по  $E_{\text{AR}}$  и с другими известными расчетами в самосогласованных подходах. Показано, что феноменологическая модель описывает энергию  $E_{\text{AR}}$  с хорошей точностью, как и новая самосогласованная релятивистская модель.

DOI: 10.31857/S0044002723030133, EDN: RLFZWC

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование кулоновских энергий атомных ядер  $E_C(A, Z)$  было стимулировано в начале 1960-х гг. открытием аналогового резонанса (AR) [1]. Появилась возможность с большой точностью в реакциях перезарядки измерять разницу кулоновских энергий соседних ядер-изобар:

$$\Delta E_C(A, Z) = E_C(A, Z + 1) - E_C(A, Z). \quad (1)$$

Оказалось, что AR имеет малую ширину и его энергия измеряется с хорошей точностью [1, 2].

Феноменологическая теория аналоговых состояний была построена Лейном [2, 3], и было введено новое квантовое число — изоспин, значение которого в основном состоянии соответствует  $T_0 = (T_0)_Z = (N - Z)/2$ . Согласно Лейну, при возбуждении AR в зарядово-обменных реакциях изоспин должен сохраняться.

Микроскопическая теория аналоговых состояний развивалась в то время в методе Хартри–Фока группой японских авторов [4, 5] и в теории конечных ферми-систем (ТКФС) [6] группой А.Б. Мигдала [7, 8].

В последние годы интерес к изобарическим состояниям резонансного типа, в том числе и к AR, возрос как в связи с развитием новых теоретических самосогласованных методов расчета [9–12]

(см. ниже), так и в связи с развитием экспериментальных возможностей [13], а также появлением новых данных по зарядово-обменным резонансам, в частности по изотопам олова [14, 15].

Действительно, наиболее полные экспериментальные исследования зарядово-обменных возбуждений в девяти изотопах олова с  $A = 112-124$  были проведены в [14], где исследовалась реакция перезарядки  $\text{Sn}({}^3\text{He}, t)\text{Sb}$  при энергии  $E({}^3\text{He}) = 200$  МэВ. Энергии возбуждения ( $E_x$ ), ширины ( $\Gamma$ ) и сечения  $d\sigma/d\Omega$  (мбн/ср) были измерены для гигантского гамов-теллеровского, аналогового и трех пигми-резонансов. Относительно недавно были проведены исследования зарядово-обменных резонансов в реакции  $^{132}\text{Sn}(p, n)^{132}\text{Sb}$  при энергии  $E(p) = 216$  МэВ на дважды магическом очень нейтронно-избыточном изотопе  $^{132}\text{Sn}$  [15]. В этом эксперименте была также получена константа локального спин-изоспинового взаимодействия Ландау–Мигдала, которая сравнивается с настоящими расчетами.

В настоящей работе исследуются кулоновская энергия и связанная с ней энергия аналоговых резонансов изотопов олова, по которым имеется наиболее полный набор экспериментальных данных. Полученные зависимости сравниваются с работой [16], в которой ранее было представлено феноменологическое описание кулоновских энергий для более чем 400 ядер. Определена аномалия в распределении кулоновских энергий изотопов олова (Sn-аномалия). В настоящей работе новая аппроксимация кулоновских энергий для цепочки изото-

<sup>1)</sup>Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

\*E-mail: lutostansky@yandex.ru

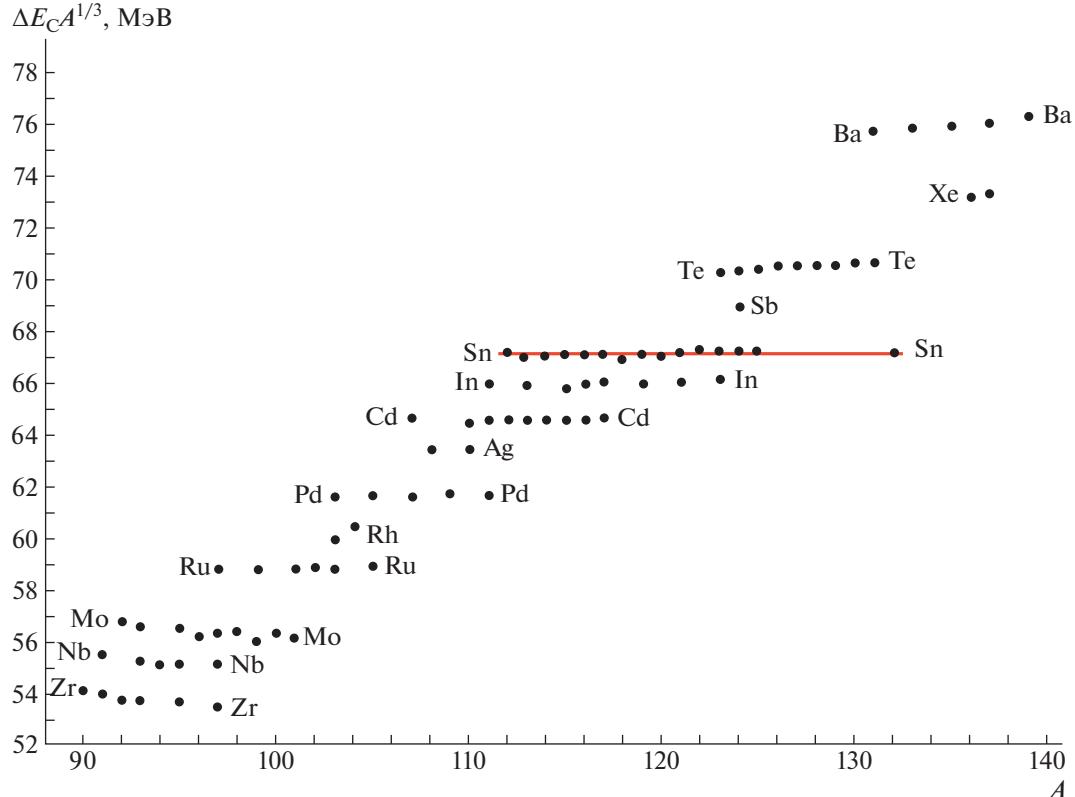


Рис. 1. Зависимость величины  $\Delta E_C A^{1/3}$  от массового числа  $A$  для ядер в диапазоне  $A = 90–140$ .

пов Sn отличается от аппроксимаций, полученных ранее, что позволило рассчитать энергию AR для большого количества изотопов олова, в том числе и короткоживущих ядер с большим нейтронным избытком.

В настоящей работе также анализируются параметры изоспин-изоспинового взаимодействия из сравнения расчетных значений с экспериментальными данными по энергиям аналоговых резонансов. Зарядово-обменные резонансы исследуются в настоящей работе в рамках микроскопической теории конечных ферми-систем [6] с параметрами взаимодействия, полученными недавно [17, 18].

## 2. КУЛОНОВСКАЯ ЭНЕРГИЯ ИЗОТОПОВ ОЛОВА

В капельной модели ядра кулоновская энергия ядра с учетом обменных эффектов имеет вид [19]:

$$E_C(A, Z) = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R_C} \left[ 1 - 5 \left( \frac{3}{16\pi Z} \right)^{2/3} \right] = \quad (2)$$

$$= a_C \frac{Z^2}{R_C} \left( 1 - 0.76 Z^{-2/3} \right),$$

где обычно полагается  $R_C = r_0 A^{1/3}$ . Если положить  $r_0 = 1.25$  фм, то  $a_C/R_C = 0.7/A^{1/3}$  как в [19]

(соотношение (2.19)). В работе [20] была предложена поправка к  $R_C$  с учетом поверхностных эффектов  $R_D = R_C(1 + \Delta)$ , где

$$\Delta = \frac{5\pi^2}{6} \frac{d^2}{r_0^2 A^{1/3}} - \frac{1}{1 + A^{1/3}/k} \frac{N - Z}{6Z}. \quad (3)$$

Здесь  $d \approx 0.55$  фм,  $3/(4\pi r_0^3) = 0.16$  фм $^{-3}$ ,  $k < 1$  [21] и для  $A > 60$ ,  $Z \geq 30$  величина  $\Delta \ll 1$ , и в дальнейшем мы ее учитывать не будем.

Соответственно для энергетической разности  $\Delta E_C(A, Z)$  получается:

$$\Delta E_C(A, Z) = \frac{a_C}{R_C} \bar{Z} \left( 1 - 0.500 Z^{-2/3} \right), \quad (4)$$

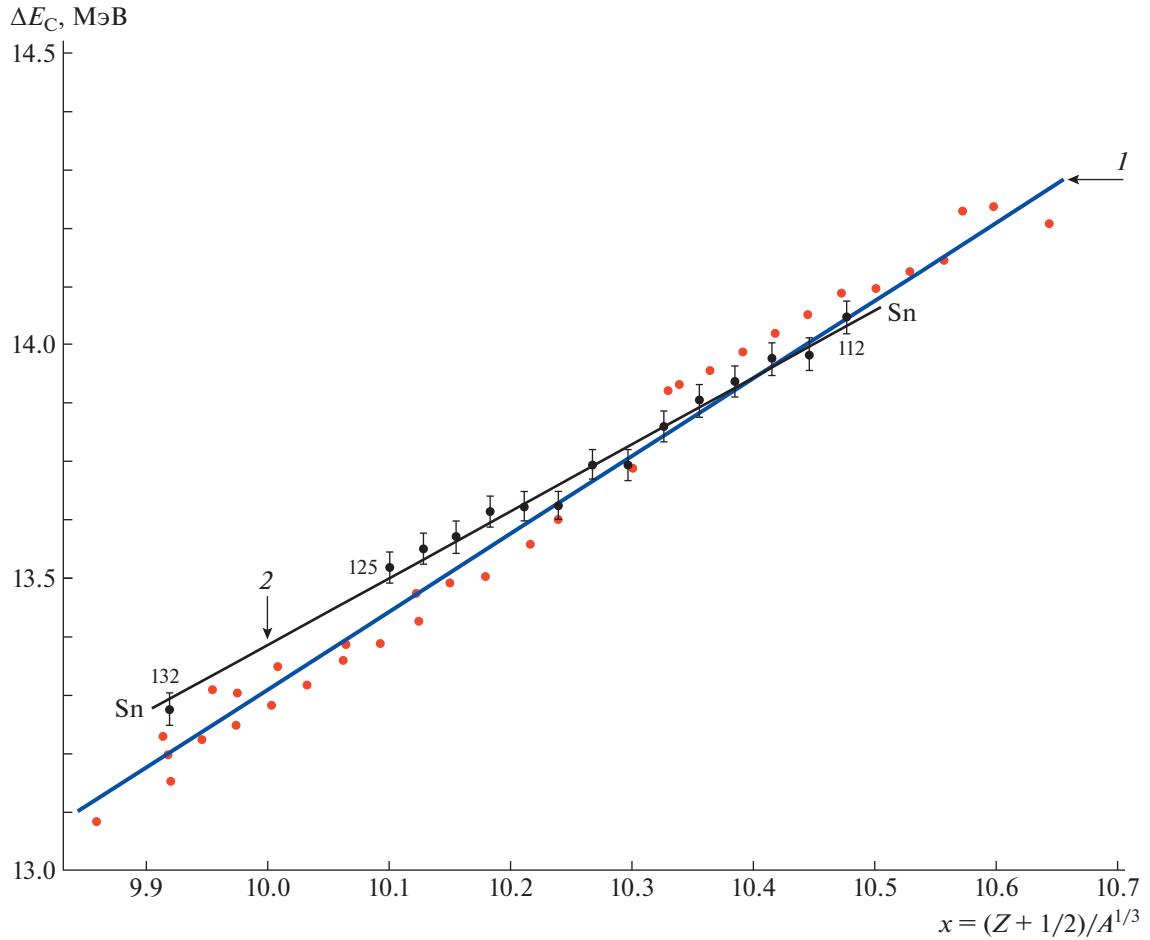
$$\text{где } \bar{Z} = Z + 1/2.$$

Слагаемое с  $0.50 Z^{-2/3}$  соответствует обменному члену в кулоновской энергии (2) и мало в тяжелых ядрах. Так, для изотопов Sn с  $Z = 50$  — это будет  $0.5/50^{2/3} \approx 0.037 \ll 1$ , и, следовательно, имеем:

$$\Delta E_C(A, Z = 50) R_C = r_0 \Delta E_C A^{1/3} = \quad (5)$$

$$= a_C (Z + 1/2) = \text{Const.}$$

Это хорошо видно на графике рис. 1, где линейная зависимость  $\Delta E_C A^{1/3}$  от  $A$  наблюдается для всех представленных изотопических цепочек в



**Рис. 2.** Зависимость разности кулоновских энергий  $\Delta E_C$  от параметра  $x = (Z + 1/2)A^{1/3}$ . Кривые (см. формулу (6)): 1 — для  $A = 5\text{--}244$  [16], где  $a = 1.425$  МэВ и  $b = -0.969$  МэВ, 2 — для изотопов  $^{112}\text{--}^{132}\text{Sn}$ , где  $a = 1.2262$  МэВ и  $b = 1.1540$  МэВ.

диапазоне  $90 < A < 140$ , а для всех изотопов Sn наблюдается линейная аномалия, близкая к Const (Sn-аномалия). Расчеты для Sn с экспериментальными данными по  $\Delta E_C$  дают:  $\Delta E_C A^{1/3} = 67.606 \pm 0.124$  МэВ, т.е. отклонения от Const составляют  $<0.20\%$ . Такое исключительное поведение изотопов олова позволяет использовать в дальнейших расчетах упрощенный феноменологический подход.

Известна простая двухпараметрическая аппроксимационная формула для энергии  $\Delta E_C$ :

$$\Delta E_C(A, Z) = axf(A) + b \text{ [МэВ]}, \quad (6)$$

где  $x = (Z + 1/2)A^{1/3}$  и  $f(A)$  — функция коррекции радиуса, в данном случае связанная с деформацией. Для  $f(A) = 1$  соотношение (6) переходит в известную формулу J. Jänecke [22], впервые параметризованную в [23]. Для более чем 400 ядер (точнее 413) в интервале массовых чисел  $A = 5\text{--}244$  в работе [16] было получено, что  $a = 1.425$  МэВ и  $b = -0.969$  МэВ со среднеквадратичным отклонением  $\Delta E_C$  от экспериментальных значений 102 кэВ.

Если взять экспериментальные данные по  $\Delta E_C$  [24] только для изотопов Sn, то получим:

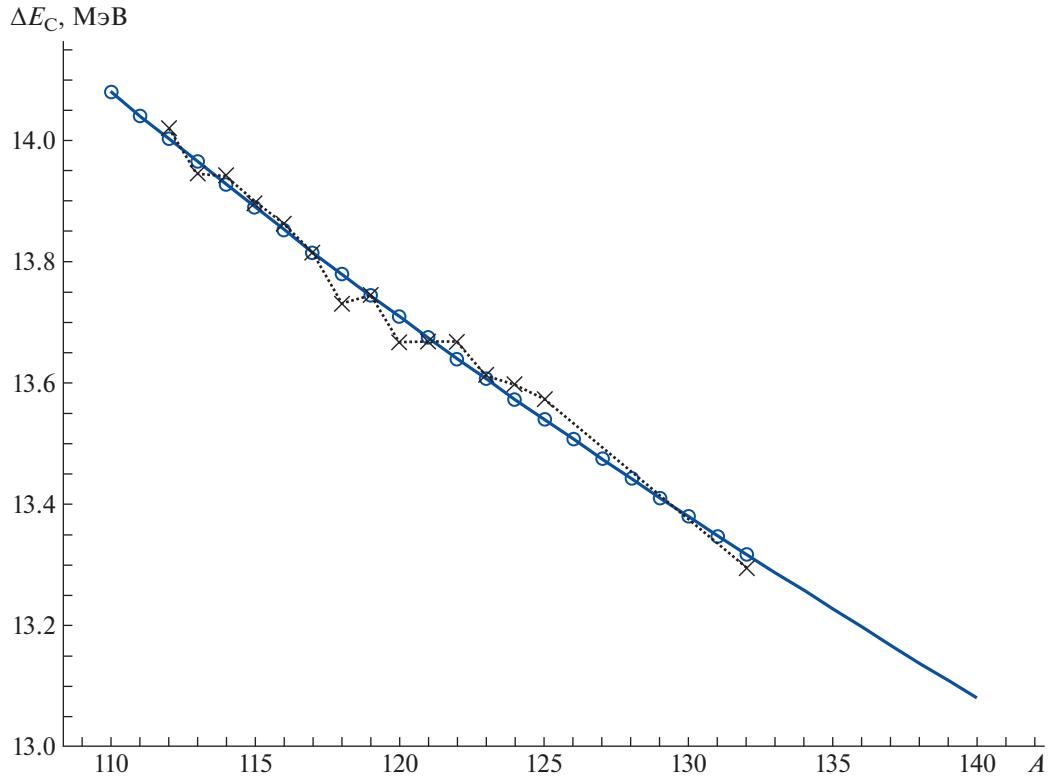
$$\Delta E_C(A, Z = 50) = 1.2262x + 1.1540 \text{ [МэВ]}, \quad (7)$$

что отличается от общей зависимости в силу Sn-аномалии (см. рис. 2). Среднеквадратичное отклонение полученных из этой зависимости величин  $\Delta E_C$  от экспериментальных значений составляет  $\delta(\Delta E_C) = 0.024$  МэВ, т.е.  $<0.2\%$  от минимального значения  $\Delta E_C$  для  $^{132}\text{Sn}$  из рассматриваемой цепочки изотопов.

Рассчитанные согласно (7) энергии  $\Delta E_C$  для 31 изотопа олова  $^{110}\text{--}^{140}\text{Sn}$  представлены на рис. 3 в зависимости от массовых чисел  $A$ . Получена зависимость

$$\Delta E_C(A, Z = 50) = 17.70 - 0.033A. \quad (8)$$

Видно хорошее согласие с экспериментальными данными и линейный характер полученной зависимости, что связано с Sn-аномалией.



**Рис. 3.** Зависимость разности кулоновских энергий  $\Delta E_C$  от массового числа  $A$  для изотопов олова. Кружки — расчет  $\Delta E_C$  по формуле (7); сплошная синяя линия — фильтрование (8), штриховая кривая (крестики) — экспериментальные данные.

### 3. АНАЛОГОВЫЕ РЕЗОНАНСЫ ИЗОТОПОВ ОЛОВА

Энергии изобарических аналоговых состояний  $E_{IAS}$  нейтронно-избыточных материнских ядер  $A(N, Z)$ , наблюдаемые в дочерних ядрах-изобарах  $A(N - 1, Z + 1)$ , связаны с энергией  $\Delta E_C$  известным соотношением [23]:

$$E_{IAS} = \Delta E_C + M(A, Z) - M(A, Z + 1) + M(H) - M(n), \quad (9)$$

которое для короткоживущих нейтронно-избыточных изотопов олова имеет вид:

$$E_{IAS} = \Delta E_C(\text{Sn}) + Q_{\beta^-}(\text{Sn}) - \Delta_{np}, \quad (10)$$

$$\Delta_{np} = M_n - M_H = 0.782 \text{ МэВ},$$

где  $Q_{\beta^-}(\text{Sn})$  — энергия  $\beta^-$ -распада материнского изотопа олова [25]. Таким образом, зная энергию  $\Delta E_C$ , например, из феноменологического подхода и энергию  $Q_{\beta^-}$  [25], можно определять энергию  $E_{AR} = E_{IAS}$ . В рамках развитой феноменологической модели (FM) рассчитаны энергии изобар-аналоговых резонансов  $E_{AR}$  для Sn-изотопов с  $A = 110\text{--}140$ , наблюдавшихся в зарядово-обменных реакциях (см., например, [14]) как для четных значений  $A$ , так и для нечетных. Полученные таким

образом энергии  $E_{AR}$  для изотопов олова с  $N > Z$  представлены ниже в табл. 1, 2.

В микроскопической теории изобарические — зарядово-обменные возбуждения — рассчитывались в теории конечных ферми-систем [6] и первые предсказания энергий аналоговых резонансов для 72 ядер были получены 50 лет тому назад в работе автора [8].

В микроскопической ТКФС зарядово-обменные возбуждения описываются системой уравнений для эффективного поля [6]:

$$V_{pn} = e_q V_{pn}^\omega + \sum_{p'n'} F_{np,n'p'}^\omega \rho_{p'n'}, \quad (11)$$

$$V_{pn}^h = \sum_{p'n'} F_{np,n'p'}^h \rho_{p'n'}^h,$$

где  $V_{pn}$  и  $V_{pn}^h$  — эффективные поля квазичастиц и дырок в ядре,  $V_{pn}^\omega$  — внешнее зарядово-обменное поле. Энергии возбужденных состояний дочернего ядра определялись системой секулярных уравнений ТКФС для эффективного поля [6]. Расчеты проводились в координатном представлении с учетом спаривания в одночастичном базисе, как в [17]. Пренебрегалось эффектами изменения спаривающей щели во внешнем поле, т.е. полагалось

**Таблица 1.** Энергии аналоговых резонансов изотопов Sn, отсчитываемые в МэВ от основного состояния дочернего ядра Sb (приведены экспериментальные данные [14, 15] и результаты различных расчетов)

Ядро нач./конечн.	$E_{\text{AR}}$ , Эксп. [14, 15]	Расчет [8], 1972 г.	Расчет ТКФС	Расчет FM	Расчет DF3-f [9]	Расчет DF3-f [31]
$^{110}\text{Sn}-^{110}\text{Sb}$			5.09	4.904	5.13	5.21
$^{112}\text{Sn}-^{112}\text{Sb}$	6.16		6.26	6.163	6.27	6.31
$^{114}\text{Sn}-^{114}\text{Sb}$	7.28	6.91	7.12	7.080	7.15	7.16
$^{116}\text{Sn}-^{116}\text{Sb}$	8.36	8.47	8.45	8.365	8.56	8.39
$^{117}\text{Sn}-^{117}\text{Sb}$	11.27		11.34	11.275		
$^{118}\text{Sn}-^{118}\text{Sb}$	9.33	9.23	9.28	9.340	9.60	9.46
$^{119}\text{Sn}-^{119}\text{Sb}$	12.36		12.42	12.373		
$^{120}\text{Sn}-^{120}\text{Sb}$	10.24	10.20	10.20	10.246	10.49	10.34
$^{122}\text{Sn}-^{122}\text{Sb}$	11.24	11.17	11.17	11.252	11.41	11.31
$^{124}\text{Sn}-^{124}\text{Sb}$	12.19	12.05	12.15	12.178	12.16	12.30
$^{126}\text{Sn}-^{126}\text{Sb}$			13.12	13.102	13.08	13.03
$^{128}\text{Sn}-^{128}\text{Sb}$			13.83	13.927	13.94	13.94
$^{130}\text{Sn}-^{130}\text{Sb}$			14.82	14.749	14.87	14.77
$^{132}\text{Sn}-^{132}\text{Sb}$	15.6		15.71	15.623	15.6	15.61

$d_{pn}^1 = d_{pn}^2 = 0$ , что оправдано для внешних полей с нулевыми диагональными элементами (см. [6], с. 200).

Система секулярных уравнений (11) решалась для разрешенных переходов с локальным нуклон-нуклонным взаимодействием  $F^\omega$  в форме Ландау–Мигдала:

$$F^\omega = C_0 (f'_0 + g'_0 (\sigma_1 \sigma_2)) (\tau_1 \tau_2) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (12)$$

где  $C_0 = (d\rho/d\varepsilon_F)^{-1} = 300$  МэВ фм<sup>3</sup> ( $\rho$  — средняя плотность ядерной материи),  $f'_0$  и  $g'_0$  — параметры соответственно изоспин-изоспинового и спин-изоспинового взаимодействий квазичастиц. Эти константы взаимодействия являются феноменологическими параметрами и подбираются из сравнения с экспериментальными данными (см., например, [17]).

Энергия аналогового резонанса  $E_{\text{AR}}$  линейно зависит от параметра изоспин-изоспинового взаимодействия  $f'_0$  (11), определяющего наклон в зависимости

$$E_{\text{AR}} = f'_0 \Delta E_F = f'_0 \frac{4}{3} \varepsilon_F \frac{N - Z}{A}, \quad (13)$$

$$\varepsilon_F \approx 40 \text{ МэВ.}$$

Такая линейная зависимость  $E_{\text{AR}}$  от изотопического параметра  $(N - Z)/A$  получается в расчетах с использованием ТКФС [17], и такая же зависимость наблюдается в эксперименте, как видно из

рис. 4 для четных изотопов олова. Как видно из рис. 4, недавно измеренный экстремальный изотоп  $^{132}\text{Sn}$  [15] хорошо ложится на эту зависимость, но для изотопов  $^{112,114}\text{Sn}$  наблюдается небольшое отклонение, связанное с их деформацией [26] (см. ниже). В настоящих расчетах использовалось значение  $f'_0 = 1.351 \pm 0.027$ , полученное недавно [17], мало отличающееся от значения  $f'_0 = 1.35$ , полученного ранее [8, 27].

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В настоящей работе энергии аналоговых резонансов рассчитывались в рамках ТКФС для изотопов  $^{112-132}\text{Sn}$  с известными экспериментальными значениями  $E_{\text{AR}}$ , а также для четно-четных изотопов Sn с  $A = 110-132$ , которые рассчитывались ранее в работе [9]. Результаты наших расчетов по  $E_{\text{AR}}$  представлены на рис. 5 вместе с расчетами по феноменологической модели и с экспериментальными данными. Как видно из рис. 5, значения энергий  $E_{\text{AR}}$  в зависимости от массового числа  $A$  аппроксимируются линейно для четных и нечетных значений  $A$ , что является следствием Sn-аномалии и наличием энергий  $Q_\beta$  для соседних ядер-изобар.

Энергии аналоговых резонансов изотопов  $^{110-132}\text{Sn}$  представлены в табл. 1, где приведены экспериментальные данные [14, 15] и результаты различных расчетов, в том числе предсказания

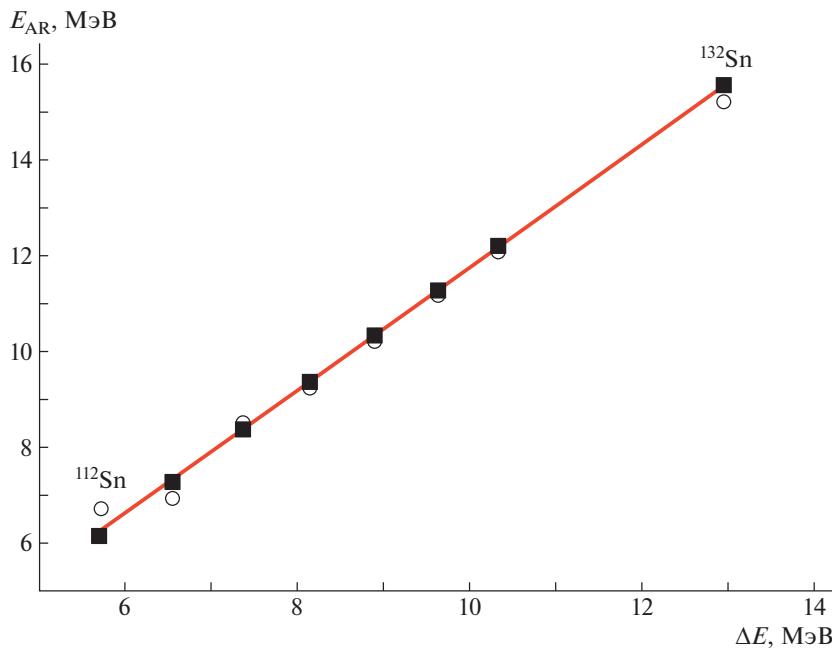


Рис. 4. Зависимость энергии аналогового резонанса от параметра  $\Delta E = (4/3)\varepsilon_F(N - Z)/A$ ,  $\varepsilon_F \approx 40$  МэВ для четно-четных изотопов олова. Квадраты — экспериментальные данные, кружки — расчеты по ТКФС.

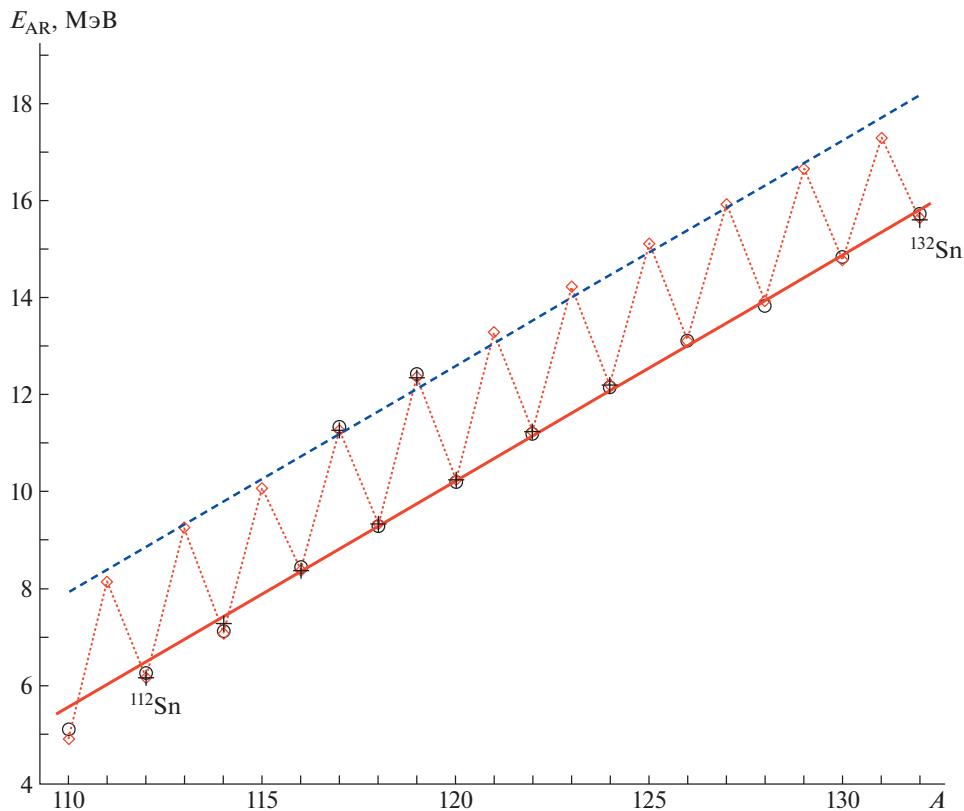
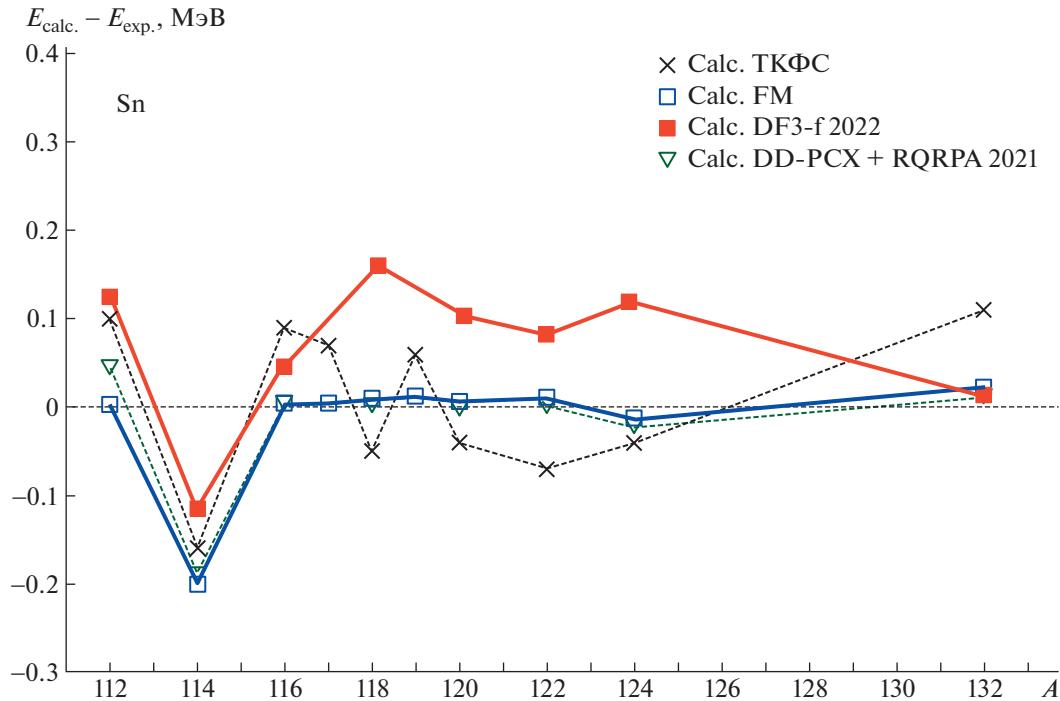


Рис. 5. Зависимость энергии аналогового резонанса  $E_{AR}$  от массового числа  $A$  для изотопов олова с  $A = 110\text{--}132$ . Кривые: сплошная красная — четные изотопы Sn, штриховая синяя — нечетные изотопы Sn. Точки: крестики — экспериментальные данные, кружки — расчеты по ТКФС (см. табл. 1), красные ромбик — расчеты по FM (см. табл. 1).

автора 50-летней давности [8]. Результаты настоящих расчетов по ТКФС и FM также представлены на рис. 5. В табл. 1 приведены результаты расчетов

из работы [9], проведенные в рамках развивающегося И.Н. Борзовым и С.В. Толоконниковым самосогласованного подхода со спариванием, использу-



**Рис. 6.** Разности рассчитываемых и экспериментальных [14, 15] энергий аналоговых резонансов. Представлены расчеты по ТКФС, по FM, в самосогласованном DF3-f [9, 31] подходе и расчеты в релятивистской модели DD-PCX + RQRPA [11, 12].

зующего квазичастичное приближение случайных фаз с учетом континуума. Этот подход основан на новой модификации энергетического функционала плотности, предложенного ранее С.А. Фаянсом [28–30]. Также представлены результаты последних расчетов в этом подходе с уточненными параметрами теории [31].

Сравнение экспериментальных данных по  $E_{\text{AR}}$  с различными расчетами, представленными в табл. 1, показывает неплохую точность предсказаний 1972 г. и хорошую точность расчетов по FM. Результаты сравнения нескольких расчетов с экспериментальными данными представлены на рис. 6. Дополнительно к табл. 1 на рис. 6 представлены расчеты [11, 12], использующие релятивистскую модель, зависящую от плотности со спариванием DD-PCX + RQRPA. Как видно из рис. 6 два расчета: по FM и расчеты DD-PCX + RQRPA [11, 12] имеют примерно одинаковую рекордную точность со средними отклонениями от эксперимента, меньшими 50 кэВ, а ТКФС и самосогласованные DF3-f расчеты [9, 31] имеют большие расхождения с экспериментом. Отметим расхождения для изотопов  $^{112}\text{Sn}$  и особенно для  $^{114}\text{Sn}$ , которые, скорее всего, связаны с их деформацией [26].

Расчеты для более тяжелых короткоживущих нейтронно-избыточных изотопов олова  $^{132-140}\text{Sn}$

представлены в табл. 2. Для этих изотопов характерны большие энергии бета-распадов  $Q_{\beta^-}$ , что определяет и большие энергии AR, измеряемые в соседнем ядре-изобаре Sb. Так, для изотопов  $^{133-140}\text{Sn}$   $E_{\text{AR}}$  превышает 20 МэВ, хотя кулоновские энергии  $\Delta E_C$  изменяются для этих тяжелых изотопов не сильно (см. также рис. 3). Отметим и резкое уменьшение периодов полураспада при переходе от  $^{132}\text{Sn}$  к  $^{133}\text{Sn}$  [32], что объясняется увеличением энергии  $Q_{\beta^-}$  при переходе на новую одночастичную оболочку в структуре  $^{133}\text{Sn}$ . Более того, в новой оболочке возможны сильные деформации, которые в микроскопической теории пока не учитываются.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе определена аномалия в распределении кулоновских энергий  $\Delta E_C$  изотопов олова, которая проявляется в том, что в зависимости  $\Delta E_C A^{1/3}$  от  $A$  для изотопов  $^{112-132}\text{Sn}$  наблюдается линейная зависимость экспериментальных данных по  $\Delta E_C$ , близкая к  $\text{Const}$  ( $\text{Sn-аномалия}$ ). Такое упрощение позволило с хорошей точностью аппроксимировать разность кулоновских энергий  $\Delta E_C(A, Z)$  соседних ядер-изobar Sn–Sb с помощью двухпараметрической формулы. Рассчитываются разность кулоновских энергий  $\Delta E_C$  соседних ядер-изobar Sn–Sb и связанная с ней энергия

**Таблица 2.** Энергии кулоновских энергий и аналоговых резонансов короткоживущих нейтронно-избыточных изотопов  $^{132-140}\text{Sn}$

Ядро нач./конечн.	$T_{1/2}$ , с [32]	$Q_{\beta^-}$ , МэВ $\pm$ кэВ [25]	$\Delta E_C$ Расчет FM	$E_{\text{AR}}$ Расчет FM
$^{132}\text{Sn}-^{132}\text{Sb}$	39.7	$3.0890 \pm 3$	13.316	15.623
$^{133}\text{Sn}-^{133}\text{Sb}$	1.46	$8.054 \pm 4$	13.285	20.553
$^{134}\text{Sn}-^{134}\text{Sb}$	1.070	$7.585 \pm 4$	13.255	20.058
$^{135}\text{Sn}-^{135}\text{Sb}$	0.510	$9.058 \pm 4$	13.225	21.501
$^{136}\text{Sn}-^{136}\text{Sb}$	0.369	$8.340 \pm 200$	13.196	20.754
$^{137}\text{Sn}-^{137}\text{Sb}$	0.204	$9.910 \pm 300$	13.166	22.294
$^{138}\text{Sn}-^{138}\text{Sb}$	0.158	$9.140 \pm 500$	13.137	21.495
$^{139}\text{Sn}-^{139}\text{Sb}$	0.114	$10.740 \pm 570$	13.108	23.066
$^{140}\text{Sn}-^{140}\text{Sb}$	—	$9.900 \pm 670$	13.080	22.198

аналоговых резонансов  $E_{\text{AR}}$  изотопов олова, по которым имеется наиболее полный набор экспериментальных данных. Расчеты  $E_{\text{AR}}$  проводились как с помощью полученной аппроксимации в феноменологической модели, так и в рамках микроскопической теории конечных ферми-систем для изотопов  $^{110-140}\text{Sn}$ . Проведено сравнение с экспериментальными данными по  $E_{\text{AR}}$  и с другими известными расчетами в самосогласованных подходах. Показано, что феноменологическая модель описывает энергию  $E_{\text{AR}}$  с хорошей точностью, как и новая самосогласованная релятивистская модель [11, 12] со средними отклонениями от эксперимента, меньшими 50 кэВ, а ТКФС и самосогласованные DF3-f расчеты [9, 31] имеют большие расхождения с экспериментом.

В настоящей работе также анализируются параметры ТКФС — изоспин-изоспинового взаимодействия  $f'_0$ , и из сравнения расчетных значений  $E_{\text{AR}}$  с экспериментальными данными по энергиям аналоговых резонансов для изотопов олова показано, что практически нет расхождений со значениями параметра  $f'_0$ , полученными ранее [8, 27] и недавно [17].

Разработанная методика в рамках феноменологической модели позволяет также рассчитывать энергию гамов-теллеровского [27, 33] и пигми-резонансов [34] с хорошей точностью и не только для изотопов олова.

Автор благодарен И.Н. Борзову, А.Н. Фазлиахметову, Г.А. Коротееву, В.Н. Тихонову и С.В. Толоконникову за дискуссии и помошь в работе.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта НИЦ “Курчатовский институт” (приказ № 2767 от 28.10.2021).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J. D. Anderson, C. Wong, and J. W. McClure, Phys. Rev. **126**, 2170 (1962).
2. A. M. Lane and J. M. Soper, Nucl. Phys. **37**, 663 (1962).
3. A. M. Lane, Nucl. Phys. **35**, 676 (1962).
4. J. I. Fujita and K. Ikeda, Nucl. Phys. **67**, 145 (1965).
5. J. I. Fujita, S. Fujii, and K. Ikeda, Phys. Rev. **133**, B549 (1964).
6. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, Москва, 1983) [A. B. Migdal, *Theory of Finite Fermi Systems and Applications to Atomic Nuclei* (Nauka, Moscow, 1983, 2nd ed.; Interscience, New York, 1967, transl. 1st ed.)].
7. Д. Ф. Зарецкий, М. Г. Урин, ЖЭТФ **53**, 324 (1967).
8. Ю. В. Гапонов, Ю. С. Лютоостанский, ЯФ **16**, 484 (1972) [Sov. J. Nucl. Phys. **16**, 270 (1972)].
9. И. Н. Борзов, С. В. Толоконников, ЯФ **82**, 471 (2019) [Phys. At. Nucl. **82**, 560 (2019)].
10. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **79**, 703 (2016) [Phys. At. Nucl. **79**, 1030 (2016)].
11. N. Paar, T. Nikšić, D. Vretenar, and P. Ring, Phys. Rev. **69**, 054303 (2004).
12. D. Vale, Y. F. Niu, and N. Paar, Phys. Rev. C **103**, 064307 (2021); arXiv: 2012.11977 v2 [nucl-th] (2021).
13. P. N. Huan, N. L. Anh, B. M. Loc, and I. Vidaña, Phys. Rev. C **103**, 024601 (2021).
14. K. Pham, J. Jänecke, D. A. Roberts, M. N. Harakeh, G. P. A. Berg, S. Chang, J. Liu, E. J. Stephenson, B. F. Davis, H. Akimune, and M. Fujiwara, Phys. Rev. C **51**, 526 (1995).
15. J. Yasuda, M. Sasano, R. G. T. Zegers, et al., Phys. Rev. Lett. **121**, 132501 (2018).
16. Ю. С. Лютоостанский, В. Н. Тихонов, Изв. РАН. Сер. физ. **79**, 466 (2015) [Bull. Acad. Sci.: Phys. **79**, 425 (2015)].

17. Ю. С. Лютостанский, ЯФ **83**, 34 (2020) [Phys. At. Nucl. **83**, 33 (2020)].
18. Yu. S. Lutostansky, EPJ Web Conf. **194**, 02009 (2018).
19. О. Бор, Б. Моттельсон, *Структура атомного ядра* (Мир, Москва, 1971), т. 1 [A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* (W. A. Benjamin, New York, 1969), Vol. 1].
20. P. Danielewicz, Nucl. Phys. A **727**, 233 (2003).
21. J. Dong, H. Zhang, L. Wang, and W. Zuo, Phys. Rev. C **88**, 014302 (2013).
22. J. Jänecke, Z. Phys. **160**, 171 (1960); J. Jänecke, F. D. Beccetti, A. M. van Berg, G. P. A. Berg, G. Brouwer, M. B. Greenfield, M. N. Harakeh, M. A. Hofstee, A. Nadasen, D. A. Roberts, R. Sawafta, J. M. Schippers, E. J. Steohenson, D. P. Stewart, and S. Y. van der Werf, Nucl. Phys. A **526**, 1 (1991).
23. J. D. Anderson, C. Wong, and J. W. McClure, Phys. Rev. B **138**, 615 (1965).
24. M. S. Antony, A. Pape, and J. Britz, At. Data Nucl. Data Tables **66**, 1 (1997).
25. M. Wang, W. J. Huang, F. G. Kondev, G. Audi, and S. Naimi, Chin. Phys. C **45**, 030003 (2021).
26. J. Kvasil, V. O. Nesterenko, W. Kleinig, D. Božík, and P.-G. Reinhard, Int. J. Mod. Phys. E **20**, 281 (2011).
27. Ю. С. Лютостанский, ЯФ **74**, 1207 (2011) [Phys. At. Nucl. **74**, 1176 (2011)].
28. I. N. Borzov, S. A. Fayans, E. Krömer, and D. Zawischa, Z. Phys. A **355**, 117 (1996).
29. S. A. Fayans, S. V. Tolokonnikov, E. L. Trykov, and D. Zawischa, Nucl. Phys. A **676**, 49 (2000).
30. С. А. Фаянс, Письма в ЖЭТФ **68**, 161 (1998) [JETP Lett. **68**, 169 (1998)].
31. И. Н. Борзов, С. В. Толоконников (2022), частное сообщение.
32. J. Wu, S. Nishimura, P. Möller, M. R. Mumpower, R. Lozeva, C. B. Moon, A. Odahara, H. Baba, F. Browne, R. Daido, P. Doornenbal, Y. F. Fang, M. Haroon, T. Isobe, H. S. Jung, G. Lorusso, *et al.*, arXiv: 2004.00119v1 [nucl-ex] (2020).
33. Ю. В. Гапонов, Ю. С. Лютостанский, ЯФ **19**, 62 (1974) [Sov. J. Nucl. Phys. **19**, 33 (1974)].
34. Ю. С. Лютостанский, Письма в ЖЭТФ **106**, 9 (2017) [JETP Lett. **106**, 7 (2017)].

## Sn-ANOMALY IN COULOMB ENERGIES AND ANALOG RESONANCES OF THE NEUTRON-RICH TIN ISOTOPES

Yu. S. Lutostansky<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia

An anomaly in the distribution of Coulomb energies of tin isotopes (Sn-anomaly) is determined, which consists in the fact that in the dependence of  $\Delta E_C A^{1/3}$  on  $A$  for  $^{112-132}\text{Sn}$  isotopes, a linear dependence is observed for experimental data on  $\Delta E_C$  close to Const. The difference between the Coulomb energies  $\Delta E_C(A, Z)$  of neighboring Sn–Sb isobar nuclei is approximated using a two-parameter formula. The energies of isobar-analog resonances  $E_{\text{AR}}$  are calculated both using the obtained approximation in the phenomenological model and in the framework of the microscopic theory of finite Fermi systems for  $^{110-140}\text{Sn}$  isotopes. A comparison is made with the experimental data on the  $E_{\text{AR}}$  and with other well-known calculations in self-consistent approaches. It is shown that the phenomenological model describes the  $E_{\text{AR}}$  energies with good accuracy, as well as the new self-consistent relativistic model.