

# ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ И ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ СЕЧЕНИЙ ДЕЛЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР НУКЛОНАМИ В ОБЛАСТИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ И ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

© 2023 г. В. И. Юревич<sup>1)\*</sup>

Поступила в редакцию 24.03.2023 г.; после доработки 24.03.2023 г.; принята к публикации 01.04.2023 г.

Разработан новый метод описания и параметризации сечений деления тяжелых ядер нейтронами и протонами в области энергий выше 100 МэВ. Выражение для параметризации получено на основе феноменологического представления о различных модах распада высоковозбужденных ядер, образующихся после первой быстрой стадии нуклон-ядерного взаимодействия. Развитый метод хорошо воспроизводит энергетическую зависимость сечений деления, предсказывая их слабую зависимость от энергии и типа нуклона в области высоких энергий.

DOI: 10.31857/S0044002723050458, EDN: IFIZGU

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие современных ядерных технологий на основе ускорителей имеет ряд важных приложений, например, создание систем на основе сильноточных ускорителей для производства энергии и трансмутации радиоактивных отходов [1–4], мощных источников нейтронов расщепления [5], а также для получения пучков радиоактивных ядер для исследования ядерных структур вдали от стабильности [6, 7]. Для всех этих приложений существует большая потребность в точных ядерных данных в области промежуточных и высоких энергий, включая сечения деления тяжелых ядер нуклонами высоких энергий с погрешностью, не превышающей 10%.

Несмотря на длительную историю изучения процесса деления ядер, существует довольно ограниченный набор экспериментальных данных по сечениям деления различных тяжелых ядер, актинидов и преактинидов высокоэнергетическими нейтронами и протонами. Кроме того, в ряде случаев наблюдается значительный разброс результатов различных измерений. Это приводит к большой неопределенности величин сечений деления, значительно превышающей требуемую величину погрешности.

В последнюю четверть века значительные усилия были затрачены на создание баз экспериментальных данных в области энергий выше 20 МэВ и файлов рекомендованных данных на основе оценки

результатов, полученных в различных измерениях. В том числе были выполнены оценки данных по сечениям деления в области промежуточных энергий [8–10]. Результаты по сечениям деления протонами, полученные до 2001 г., были обобщены Прокофьевым, предложившим также метод их параметризации [11]. В то же время за последние годы был выполнен ряд новых измерений сечений деления различных тяжелых ядер. Основные результаты были получены в традиционной прямой кинематике с нейтронами в лабораториях TSL, ПИЯФ, LANL, CERN (n\_TOF) и протонами в TSL, ПИЯФ, ОИЯИ, а также в обратной кинематике с протонами в GSI. Эти эксперименты существенно расширили набор экспериментальных результатов по сечениям деления, которые представлены, например, в базе данных EXFOR [12]. В то же время следует отметить, что для многих реакций деления данных по-прежнему крайне мало, и особенно это относится к области энергий выше 1 ГэВ.

Одновременно с экспериментальным изучением деления ядер значительные успехи были достигнуты в развитии теоретических моделей и создании на их базе компьютерных кодов для расчетов сечений деления тяжелых ядер высокоэнергетическими нуклонами. Современный статус теоретических и экспериментальных работ и полученных результатов представлен в обзорах [13, 14]. Здесь важно отметить, что, несмотря на значительный прогресс в теоретическом изучении процесса деления ядер в этом диапазоне энергий, теоретические модели пока не могут обеспечить требуемой точности и необходимо их дальнейшее развитие. Основные трудности теоретических расчетов связаны со слож-

<sup>1)</sup>Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

\*E-mail: yurevich@jinr.ru

ным механизмом взаимодействий высокоэнергетических нуклонов с ядрами, приводящим к образованию высоковозбужденной ядерной системы с различными конкурирующими модами распада.

Другой альтернативный путь оценки сечений деления связан с разработкой методов описания и параметризации экспериментальных результатов с помощью аналитических выражений [11, 15–18]. Этот подход удобен для создания быстрых кодов и выполнения расчетов в различных приложениях. Однако пока не существует метода параметризации, способного воспроизвести данные по сечению деления в области промежуточных и высоких энергий с требуемой точностью.

Целью настоящей работы является разработка нового метода описания и параметризации сечений деления актинидных и преактинидных ядер в широком диапазоне энергий налетающих нуклонов выше 100 МэВ. Вывод аналитического выражения для параметризации сечений деления основан на учете различных конкурирующих процессов распада возбужденного ядерного остатка, образующегося на первой быстрой фазе нуклон-ядерного взаимодействия.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

В настоящее время набор экспериментальных данных по сечениям деления, вызванного нуклонами промежуточных и высоких энергий, остается очень ограниченным. Например, для деления нейтронами не существует измерений в области энергий выше 1 ГэВ.

В последнее десятилетие на основе имеющихся экспериментальных данных по делению нейтронами были выполнены оценки сечений деления  $^{209}\text{Bi}(n, f)$ ,  $^{235}\text{U}(n, f)$ ,  $^{238}\text{U}(n, f)$  и  $^{239}\text{Pu}(n, f)$ , которые были предложены в качестве новых нейтронных стандартов в диапазоне энергий до 200 МэВ [8], а сечения деления  $^{209}\text{Bi}(n, f)$ ,  $^{235}\text{U}(n, f)$  и  $^{238}\text{U}(n, f)$  — в качестве рекомендованных данных в интервале энергий от 200 до 1000 МэВ [9]. В настоящей работе эти данные, имеющие наименьшую погрешность, использовались для проверки предлагаемого подхода и настройки значений параметров аналитического выражения. Для других ядер актинидов  $^{232}\text{Th}$  и  $^{237}\text{Np}$  использовались результаты измерений, выполненных с использованием источников нейтронов расщепления в LANL [19, 20], ПИЯФ [21] и CERN [22, 23]. Для ядер легче висмута измерения в области энергий нейтронов выше 200 МэВ отсутствуют.

Для реакций деления протонами апробация развитого метода проводилась с использованием файла оцененных данных JENDL/HE [10], параметризации [11] в области энергий ниже 200 МэВ и

совокупности имеющихся непротиворечивых экспериментальных результатов.

Используемые в настоящей работе данные по сечениям деления нейтронами и протонами представлены в табл. 1 с разделением на три энергетические области — до 200 МэВ, от 200 до 1000 МэВ и выше 1000 МэВ.

Следует отметить, что в области высоких энергий для прецизионного измерения сечений деления на фоне ядерных фрагментов от других процессов распада важно проводить регистрацию обоих осколков в каждом акте деления. В большинстве экспериментов детектировался только один из осколков деления, что не позволяло надежно регистрировать процесс деления. Возможно, с этим связан наблюдаемый большой разброс между данными разных авторов, который превышает представленные ошибки.

В измерениях, выполненных в обратной кинематике с помощью спектрометра FRS в GSI [29, 35, 39–41], сечения деления получались путем интегрирования выходов различных изотопов деления с вычитанием фонового вклада, что первоначально, в случае регистрации только одного осколка деления, давало довольно большую методическую погрешность. В новой серии измерений на модернизированной установке с регистрацией уже обоих осколков удалось уменьшить погрешность до уровня ~6%. Необходимо отметить, что этот метод получения сечений деления является более сложным по сравнению с прямыми измерениями, выполненными в LANL, CERN и ПИЯФ. По-видимому, имеющееся расхождение результатов для сечения деления  $^{208}\text{Pb}$  протонами, полученных в ПИЯФ [36] и GSI [39–41], связано с неучтенными методическими погрешностями.

## 3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ НУКЛОНОВ С ЯДРАМИ И ВЕРОЯТНОСТЬ ДЕЛЕНИЯ

Детальное теоретическое описание сечений деления ядер актинидов в области ниже 200 МэВ было развито в работах [52, 53]. Здесь имеется два основных конкурирующих процесса — реакция деления, имеющая ассиметричную и симметричную моды, и эмиссия нейтронов, которые протекают с вероятностью  $P_f$  и  $(1 - P_f)$  соответственно. Эмиссия легких заряженных частиц понижает заряд ядра, что приводит к значительному уменьшению вероятности деления. Поэтому вклад таких каналов в деление мал. В этом диапазоне энергий взаимодействие протекает через образование составного ядра с максимальной энергией возбуждения ~200 МэВ. Каскадная эмиссия нейтронов снижает энергию возбуждения остаточного ядра, но одновременно

**Таблица 1.** Данные по сечениям деления нейтронами и протонами, использованные в настоящей работе

| Ядро                       | Область энергий                                 |                                 |                          |
|----------------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------|--------------------------|
|                            | $E < 200$ МэВ                                   | 200–1000 МэВ                    | $E > 1000$ МэВ           |
| Сечения деления нейтронами |                                                 |                                 |                          |
| $^{209}\text{Bi}$          | [8] <sup>a</sup>                                | [9] <sup>a</sup>                |                          |
| $^{232}\text{Th}$          | [19, 21, 22]                                    | [19, 22]                        |                          |
| $^{235,238}\text{U}$       | [8] <sup>a</sup>                                | [9] <sup>a</sup>                |                          |
| $^{237}\text{Np}$          | [19–21, 23]                                     | [19, 23]                        |                          |
| $^{239}\text{Pu}$          | [8] <sup>a</sup>                                |                                 |                          |
| Сечения деления протонами  |                                                 |                                 |                          |
| $^{181}\text{Ta}$          | [24, 25]                                        | [26–29]                         |                          |
| $^{197}\text{Au}$          | [24, 30–32], [11] <sup>b</sup>                  | [26, 27, 33–36]                 | [33, 34, 37, 38]         |
| $^{206–208}\text{Pb}$      | [18, 24], [10] <sup>a</sup> , [11] <sup>b</sup> | [27, 33, 36, 39–41]             | [33, 37, 42]             |
| $^{209}\text{Bi}$          | [24], [10] <sup>a</sup> , [11] <sup>b</sup>     | [26, 27, 33, 34, 43]            | [33, 34, 37, 44]         |
| $^{232}\text{Th}$          | [11] <sup>b</sup>                               | [27, 43, 45]                    | [44, 46, 47]             |
| $^{233–238}\text{U}$       | [10] <sup>a</sup> , [11] <sup>b</sup>           | [27, 33, 34, 40, 42, 43, 48–50] | [33, 34, 37, 42, 44, 47] |
| $^{237}\text{Np}$          | [10] <sup>a</sup> , [11] <sup>b</sup>           | [43, 51]                        | [44]                     |
| $^{239}\text{Pu}$          | [11] <sup>b</sup>                               | [43]                            |                          |

<sup>a</sup> — оценка экспериментальных данных.<sup>b</sup> — параметризация Прокофьева.

происходит увеличение параметра делимости по сравнению с параметром делимости ядра-мишени.

Взаимодействие протонов высоких энергий с тяжелыми ядрами является эффективным способом получения горячих ядер и используется в экспериментах по изучению свойств ядерной материи в экстремальных условиях [54–58]. В области энергий выше 100 МэВ длина волны нуклона уменьшается с 2.7 до 0.7 фм при 1000 МэВ, что соответствует переходу от взаимодействия с ядром как целым с образованием составного ядра к другому механизму передачи энергии ядру-мишени через внутриядерный каскад. Последний механизм передачи энергии имеет несколько стадий и начинается с первичных нуклон-нуклонных столкновений вдоль траектории налетающего нуклона с рождением барионных резонансов и мезонов (главным образом  $\Delta$ ,  $N^*$  и  $\pi$ -мезонов). При этом на быстрой стадии взаимодействия, которая длится  $\sim 30$  фм/с ( $10^{-22}$  с) [58], часть энергии налетающего нуклона уносится лидирующими частицами, другая часть покидает ядро путем эмиссии быстрых нейтронов и легких заряженных частиц (LCP), а оставшаяся доля идет на формирование высоковозбужденного ядерного остатка. Эта фаза реакции сопровождается испусканием лишь нескольких нейтронов

и заряженных частиц, что приводит к небольшой потере заряда и массы остаточного ядра.

Во второй фазе реакции происходит процесс девозбуждения ядерного остатка путем его распада по одному из нескольких возможных каналов, конкурирующих друг с другом. Эксперименты, в которых изучалось распределение выхода вторичных ядерных фрагментов, показали, что оно наиболее сильно претерпевает изменение в области промежуточных энергий с повышением энергии от 100 до 3000 МэВ [59–62]. В области энергий, где максимальная энергия возбуждения ядра превышает  $\epsilon^* \sim 1$  МэВ/нуклон, начинает постепенно нарастать вклад от процесса расщепления ядра с испусканием нейтронов и LCPs с образованием тяжелого ядерного остатка, не способного к дальнейшему распаду через деление. При дальнейшем повышении энергии увеличивается выход фрагментов промежуточной массы (IMF) с  $Z \geq 3$ , что приводит к уширению массовых и зарядовых распределений остаточных ядер. В диапазоне энергий выше нескольких ГэВ большая часть центральных нуклон-ядерных столкновений приводит к образованию горячих ядер с энергией возбуждения  $\epsilon^* > 2$  МэВ/нуклон [54, 58]. В таких событиях температура ядра-остатка перестает за-

висеть от энергии возбуждения, так как энергия расходуется на разрушение межнуклонных связей. Этот процесс обычно интерпретируют как фазовый переход “жидкость—газ” [63–65]. Образующийся высоковозбужденный ядерный остаток имеет пониженную плотность и перестает быть устойчивым к дальнейшему расширению под действием тепловой энергии и кулоновских сил [58]. И в некоторый момент (freeze-out), характеризуемый температурой  $T \approx 4.5\text{--}5$  МэВ, происходит распад системы на свободные нуклоны и ядерные фрагменты (явление мультифрагментации) [66–69]. Такой распад происходит за время  $\sim 60\text{--}80$  фм/с, что значительно меньше времени, необходимого для распада по каналу деления [70].

Таким образом, в области высоких энергий распад через деление происходит с наибольшей вероятностью в периферических нуклон-ядерных столкновениях, когда образовавшаяся после первой фазы взаимодействия ядерная система имеет плотность, близкую к плотности нормального ядра, и может эволюционировать путем снятия возбуждения через испарение нейтронов и деление. Этот вывод подтверждается результатами эксперимента [54], в котором изучалась вероятность деления ядер  $^{238}\text{U}$  в зависимости от центральности столкновений при энергиях налетающих протонов 475 МэВ и 2 ГэВ и ядер  $^3\text{He}$  с энергией 2 ГэВ. При вносимой энергии 475 МэВ вероятность деления составляет 95% для широкого диапазона центральности столкновений, а при увеличении энергии до 2 ГэВ вероятность деления уменьшается с центральностью более чем в 2 раза от  $\sim 95$  до  $\sim 42\%$ . Другим доказательством, следующим из анализа экспериментальных данных для актинидов в области энергий выше 1 ГэВ, является уменьшение вероятности деления с увеличением энергии снаряда. Например, для реакции  $p + ^{238}\text{U}$  вероятность деления падает с увеличением энергии примерно в 2 раза. Это означает, что в этой области энергий существенная доля неупругого сечения приходится на другой механизм распада, канал фрагментации. Для преактинидных ядер это приводит к замедлению возрастания вероятности деления и ее насыщению с увеличением энергии налетающих нуклонов.

В области энергий выше 10 ГэВ наблюдается насыщение передаваемой энергии ядру-остатку [68, 71]. Это соответствует переходу в режим “предельной фрагментации”, который характеризуется постоянством сечений неупругого взаимодействия и образования ядерных фрагментов, а также универсальностью массового и зарядового распределений ядерных фрагментов [72–74]. Следует отметить, что в этой области энергий средняя множественность испускаемых нейтронов также стремится к насыщению. Например, для реакции  $p + \text{Pb}$  она стремится к значению 35 нейтронов на

взаимодействие [75], которое остается неизменным даже при сверхвысоких энергиях коллайдера LHC [76–78].

Основываясь на описанной выше феноменологической картине нуклон-ядерного взаимодействия и вероятности процесса деления ядра-остатка, выражение для сечения деления можно записать как

$$\sigma_f = P_f (\sigma_{\text{in}} - \sigma_{\text{fr}}), \quad (1)$$

где  $\sigma_{\text{in}}$  и  $\sigma_{\text{fr}}$  — неупругое сечение и сечение фрагментации соответственно.

В настоящей работе эта формула используется для вывода основного аналитического выражения для параметризации сечений деления тяжелых ядер высокоэнергетическими нуклонами. При этом предполагается, что все члены этого выражения могут быть представлены в виде произведения двух величин, первая из которых зависит от параметров ядра мишени, а вторая — описывает энергетическую зависимость. При этом все функции, описывающие энергетическую зависимость, стремятся с повышением энергии к предельному значению, равному единице, что отражает насыщение величин сечений и вероятности деления в области высоких энергий.

#### 4. СЕЧЕНИЕ НЕУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Для оценки сечения деления требуется знание сечения неупругого нуклон-ядерного взаимодействия  $\sigma_{\text{in}}$ . Следует отметить, что база экспериментальных данных по сечению неупругого взаимодействия для различных тяжелых ядер весьма бедна в рассматриваемой области энергий налетающих нуклонов. В то же время имеющиеся данные свидетельствуют о малом различии значений сечения для нейтронов и протонов с одинаковой энергией [79].

В настоящее время предложено несколько различных методов параметризации сечений неупругого взаимодействия [79–85]. Сравнение предсказаний этих методов для реакции  $p + \text{Pb}$  показано на рис. 1. Хорошо видно, что существует большое расхождение между результатами в области ниже 200 МэВ, но это расхождение значительно уменьшается в области выше 1 ГэВ, где сечение имеет постоянное значение, не зависящее от энергии протонов.

В настоящей работе для обоих типов нуклонов используется выражение, предложенное Letaw et al. [80],

$$\sigma_{\text{in}} = \sigma_{\text{in}}(A_T) F_{\text{in}}(E), \quad (2)$$

$$\sigma_{\text{in}}(A_T) = 45 A_T^{0.7} [1 + 0.016 \times \sin(5.3 - 2.63 \ln A_T)], \quad (3)$$

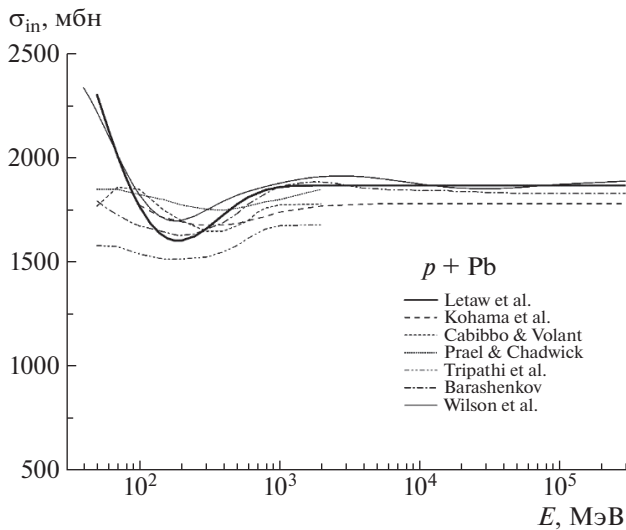


Рис. 1. Сечение неупругого взаимодействия для  $p + \text{Pb}$ , полученное с различными формулами параметризации из работ [79–85].

$$F_{\text{in}}(E) = 1 - 0.62 \exp\left(-\frac{E}{200}\right) \times \sin(10.9E^{-0.28}), \quad (4)$$

где  $E$  — кинетическая энергия налетающего нуклона в МэВ, а  $A_T$  — массовое число ядра-мишени.

Расчетные величины имеют максимальную погрешность  $\sim 10\%$  при энергии 100 МэВ.

## 5. ВЕРОЯТНОСТЬ ДЕЛЕНИЯ

Для описания вероятности деления используется формализм жидко-капельной модели Бора–Уиллера [86], где вероятность деления  $P_f$  ядра-остатка с зарядом  $Z_R$  и массовым числом  $A_R$ , образующегося после первой быстрой фазы нуклон-ядерного взаимодействия, является функцией параметра делимости  $x_R = Z_R^2/A_R$  и его энергии возбуждения. Как было сказано выше, вероятность деления может быть представлена в виде произведения двух членов

$$P_f = P_f(x_R) F_f(E), \quad (5)$$

где для первого члена, зависящего только от характеристик делящегося ядра, используется выражение, аналогичное предложенному Перфиловым [87],

$$P_f(x_R) = \exp[C(x_R - B)], \quad (6)$$

где параметры  $C$  и  $B$  имеют значения 0.62 и 37.2 соответственно. В настоящей работе параметр делимости ядра-остатка представлен в виде функции, аргументом которой является параметр делимости ядра мишени  $x_T = Z_T^2/A_T$

$$x_R = Z_R^2/A_R = x_T + \delta(x_T), \quad (7)$$

где  $\delta$  — искомый параметр, зависящий от типа ядра-мишени.

Необходимо отметить, что величина  $\delta$  зависит от выбора значения параметра  $B$  в формуле (6), вариация которого приводит к такому же изменению значения параметра  $\delta$  и соответственно величины  $x_R$ .

Для функции  $F_f(E)$ , описывающей повышение вероятности деления выше пороговой энергии  $E_{\text{th}}$ , используется формула

$$F_f(E) = \begin{cases} \exp[-(E_0/(E/E_{\text{th}} - 1))^\alpha], & E > E_{\text{th}}, \\ 0, & E \leq E_{\text{th}}, \end{cases} \quad (8)$$

где значения параметров  $E_0$ ,  $E_{\text{th}}$  и  $\alpha$  находятся путем подгонки к экспериментальным данным по сечениям деления для конкретных ядер.

## 6. ВЕРОЯТНОСТЬ ФРАГМЕНТАЦИИ

Естественно предположить, что процесс быстрого распада высоковозбужденных ядер по каналу фрагментации имеет универсальный характер для различных тяжелых ядер и в первом приближении не зависит от типа налетающего нуклона. Анализ экспериментальных данных по энергетической зависимости выхода фрагментов [59–62, 72, 73, 74] показывает, что вклад канала фрагментации носит пороговый характер с  $E_{\text{th}} \approx A_T$  МэВ и возрастает с ростом энергии, достигая насыщения в области выше  $\sim 10$  ГэВ с предельной величиной сечения  $\sigma_{\text{fr}}(A_T)$ . Таким образом, вклад быстрого распада по каналу фрагментации можно представить в виде

$$\sigma_{\text{fr}} = \sigma_{\text{fr}}(A_T) F_{\text{fr}}(E), \quad (9)$$

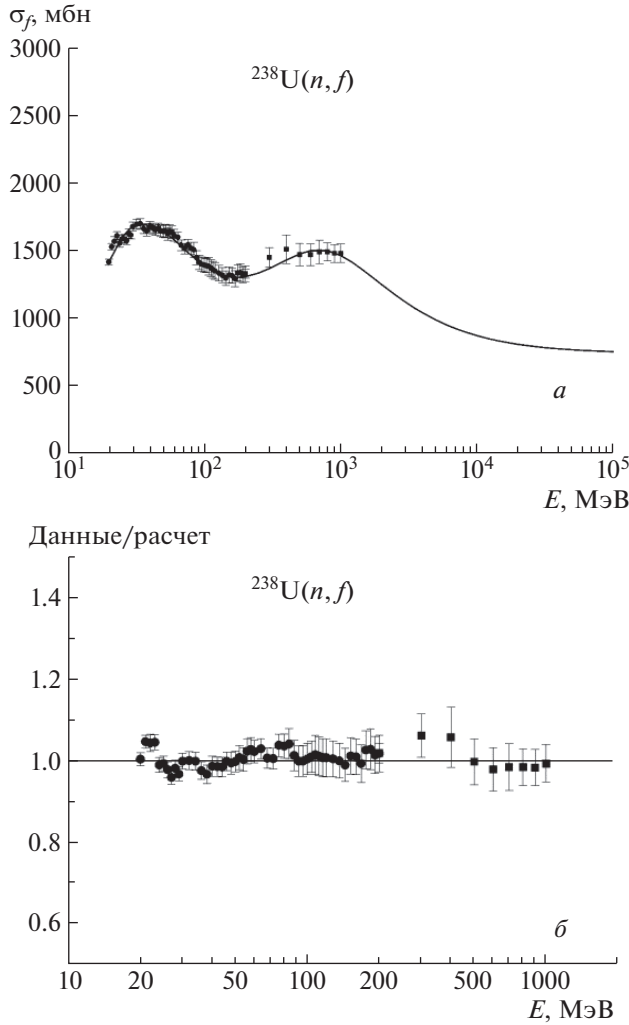
где функция  $F_{\text{fr}}(E)$  принимает значения от нуля до единицы с ростом энергии и описывается такой же формулой, как и функция  $F_f(E)$ , с соответствующими значениями параметров  $E_0$ ,  $E_{\text{th}}$  и  $\alpha$ , позволяющими получить наилучшее описание экспериментальных данных.

Здесь первый член этого выражения представлен в виде

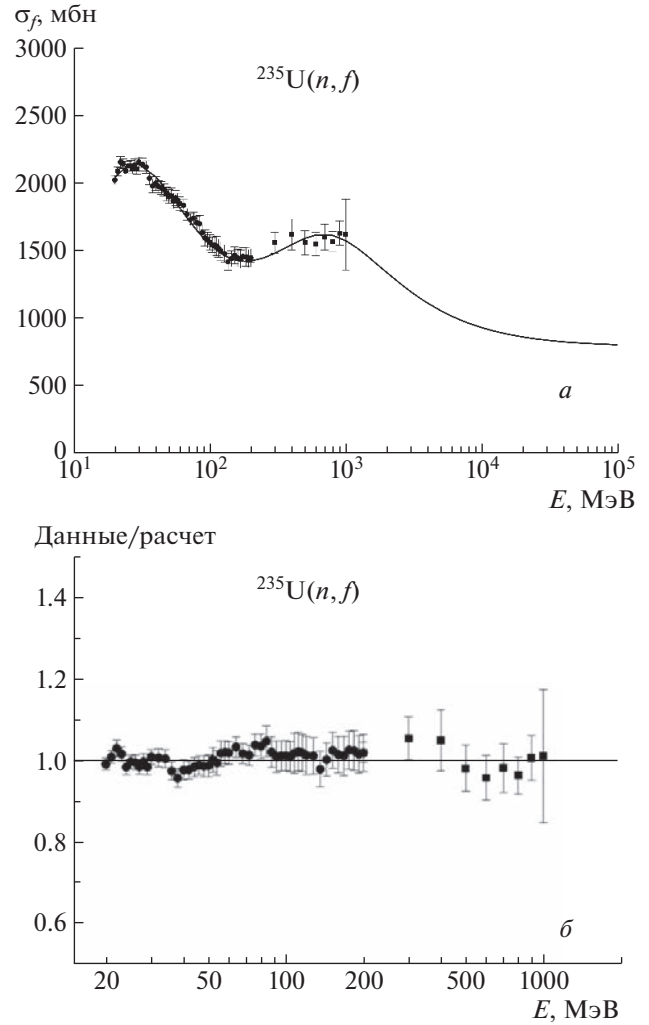
$$\sigma_{\text{fr}}(A_T) = k(A_T) \sigma_{\text{in}}(A_T). \quad (10)$$

Предполагается, что хорошим приближением для параметра  $k$ , описывающего вклад фрагментации, является отношение геометрических сечений плотной сердцевины ядра  $\sigma_{\text{core}}$  к полному  $\sigma_{\text{geom}}$ . Для оценки этого отношения в настоящей работе применяется распределение плотности ядер Вудса–Саксона с параметрами, используемыми в коде INCL [88]

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r - R}{a}\right)},$$



**Рис. 2.** Сечение деления нейтронами ядер  $^{238}\text{U}$ . *a* — Оцененные данные [8, 9] (точки), кривая получена с помощью выражения (13); *б* — отношения этих величин.



**Рис. 3.** Сечение деления нейтронами ядер  $^{238}\text{U}$ . *a* — Оцененные данные [8, 9] (точки), кривая получена с помощью выражения (13); *б* — отношения этих величин.

где

$$R = (2.745 \times 10^{-4} A_T + 1.063) A_T^{1/3} [\text{фм}], \quad (11)$$

$$a = 0.51 + 1.63 \times 10^{-4} A_T [\text{фм}].$$

Сечение  $\sigma_{\text{core}}$  рассчитывается для области максимальной плотности  $\rho > 0.9\rho_0$ , а  $\sigma_{\text{geom}}$  — для области  $\rho > 0.1\rho_0$ . Таким образом, грубая оценка значения параметра  $k$  дает значение

$$k \approx \sigma_{\text{core}}/\sigma_{\text{geom}} \approx 0.5. \quad (12)$$

## 7. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ СЕЧЕНИЯ ДЕЛЕНИЯ

Используя вышеприведенные формулы (2), (5), (9), (10), получаем из уравнения (1) основное выражение для параметризации сечений деления тяжелых ядер

$$\sigma_f = P_f (\sigma_{\text{in}} - \sigma_{\text{fr}}) = P_f(x_R) F_f(E) \times \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \times [\sigma_{\text{in}}(A_T) F_{\text{in}}(E) - \sigma_{\text{fr}}(A_T) F_{\text{fr}}(E)] = \\ & = \sigma_{\text{in}}(A_T) P_f(x_R) F_f(E) \times \\ & \times [F_{\text{in}}(E) - k(A_T) F_{\text{fr}}(E)]. \end{aligned}$$

По сравнению с ранее опубликованной работой [89], где подгонка выражения осуществлялась для каждой реакции деления независимо, в настоящей работе эта процедура проводилась одновременно для всей совокупности данных по сечениям деления, чтобы исключить возможные противоречия и необъяснимые расхождения в описании сечений деления различных ядер с помощью выражения (13). Ниже в табл. 2 приведены значения параметров функции  $F_f(E)$ ,  $\delta$  и  $k$ , полученные для сечений деления ядер актинидов и предактинидов. Для функции  $F_{\text{fr}}(E)$  значения параметров составили  $E_0 = 1700$  МэВ,  $E_{\text{th}} = A_T$  МэВ и  $\alpha = 1$ .

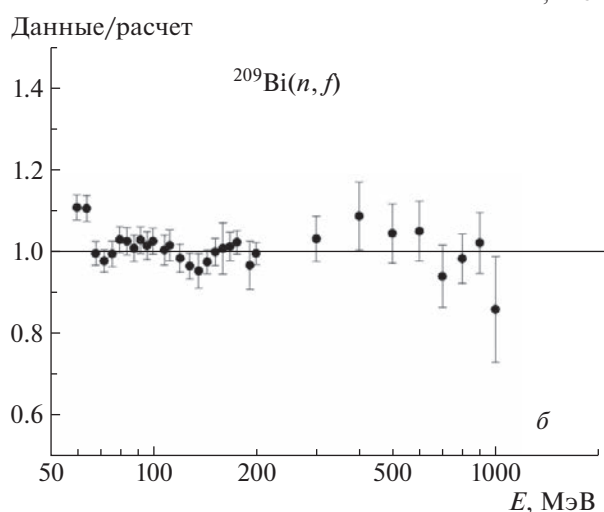
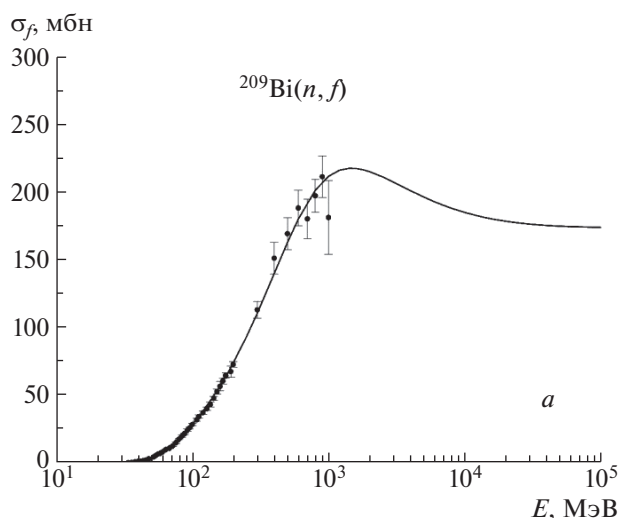


Рис. 4. Сечение деления нейтронами ядер  $^{209}\text{Bi}$ . *a* — Оцененные данные [8, 9] (точки), кривая получена с помощью выражения (13); *б* — отношения этих величин.

## 8. ОПИСАНИЕ СЕЧЕНИЙ ДЕЛЕНИЯ

Было естественно начать апробацию метода с описания энергетической зависимости сечений деления, для которых значения имеют наименьшую погрешность. В настоящее время такими реакциями являются  $^{238}\text{U}(n, f)$ ,  $^{235}\text{U}(n, f)$  и  $^{209}\text{Bi}(n, f)$  в области энергий до 1000 МэВ. На рис. 2–4 (*a*) показаны рекомендованные значения из оценок [8, 9] и кривые, полученные путем расчета по формуле (13) для этих реакций. Величина расхождения оцененных данных и вычисленных значений наиболее наглядно показана на рис. 2–4 (*б*) в виде их отношения. Хорошо видно, что с помощью выражения (13) удастся описать энергетическую зависимость сечений деления нейтронами в широкой области энергий, выше примерно 20 МэВ для ядер актинидов и выше 70 МэВ для висмута. При этом обыч-

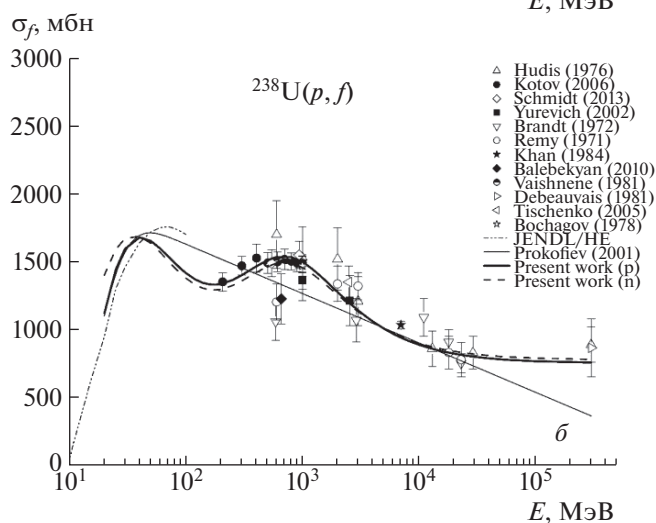
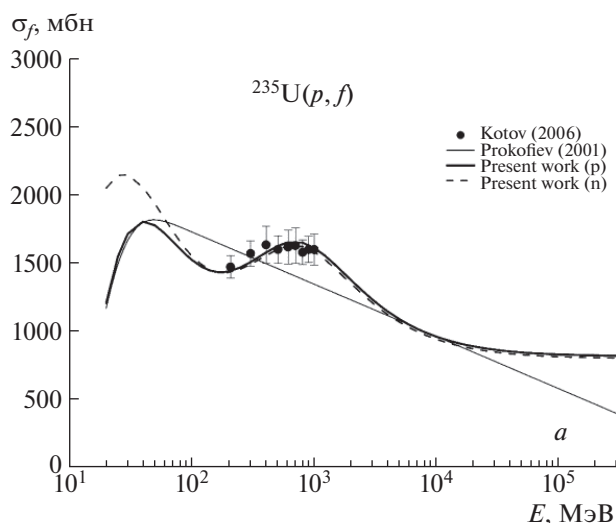


Рис. 5. Сечения деления протонами ядер изотопов урана  $^{235}\text{U}$  (*a*) и  $^{238}\text{U}$  (*б*).

ное отклонение составляет несколько процентов, а максимальное не превышает 10%.

Для изотопов урана  $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$  на рис. 5 показаны экспериментальные данные для сечений деления протонами и результат подгонки выражением (13). Там же приведены кривые, рассчитанные по формуле, предложенной в [11], а также, для сравнения, пунктиром показаны зависимости, полученные для сечений деления этих ядер нейтронами. Видно, что разработанный в настоящей работе метод позволяет получить более адекватное описание экспериментальных данных по сравнению с подходом [11], предсказывающим монотонное уменьшение сечений деления с энергией в области выше 100 МэВ.

На рис. 6–8 показаны сечения деления  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{237}\text{Np}$  и  $^{232}\text{Th}$  для налетающих нейтронов (*a*) и

**Таблица 2.** Значения параметров функции  $F_f(E)$ ,  $\delta$  и  $k$  в выражении (13)

| Реакция                 | $F_f(E)$                    |                 |          | $\delta$ | $k$  |
|-------------------------|-----------------------------|-----------------|----------|----------|------|
|                         | $E_{\text{th}}, \text{МэВ}$ | $E, \text{МэВ}$ | $\alpha$ |          |      |
| Преактиниды             |                             |                 |          |          |      |
| $^{209}\text{Bi}(n, f)$ | 21                          | 294             | 0.69     | 1.52     | 0.5  |
| $^{181}\text{Ta}(p, f)$ | 80                          | 1400            | 0.40     | 2.1      | 0.47 |
| $^{197}\text{Au}(p, f)$ | 60                          | 400             | 0.40     | 1.9      | 0.5  |
| $^{208}\text{Pb}(p, f)$ | 50                          | 230             | 0.40     | 1.7      | 0.5  |
| $^{207}\text{Pb}(p, f)$ | 50                          | 220             | 0.40     | 1.7      | 0.5  |
| $^{206}\text{Pb}(p, f)$ | 50                          | 150             | 0.40     | 1.7      | 0.5  |
| $^{209}\text{Bi}(p, f)$ | 50                          | 60              | 0.40     | 1.52     | 0.5  |
| Актиниды                |                             |                 |          |          |      |
| $^{232}\text{Th}(n, f)$ | 6                           | 18              | 1.0      | 1.3      | 0.53 |
| $^{238}\text{U}(n, f)$  | 3.5                         | 10              | 1.2      | 1.18     | 0.53 |
| $^{235}\text{U}(n, f)$  | 3.5                         | 5.2             | 1.2      | 0.87     | 0.53 |
| $^{237}\text{Np}(n, f)$ | 1.5                         | 6.0             | 1.2      | 0.48     | 0.53 |
| $^{239}\text{Pu}(n, f)$ | 1.5                         | 5.0             | 1.2      | 0.02     | 0.53 |
| $^{232}\text{Th}(p, f)$ | 9                           | 11              | 1.2      | 1.55     | 0.53 |
| $^{238}\text{U}(p, f)$  | 8                           | 10              | 1.2      | 1.23     | 0.53 |
| $^{235}\text{U}(p, f)$  | 8                           | 10              | 1.2      | 0.90     | 0.53 |
| $^{237}\text{Np}(p, f)$ | 8                           | 10              | 1.2      | 0.44     | 0.53 |
| $^{239}\text{Pu}(p, f)$ | 8                           | 10              | 1.2      | -0.04    | 0.53 |

протонов ( $b$ ). На рисунках приведены кривые, полученные с помощью выражения (13), в сравнении с результатами измерений и параметризации [11]. В случае деления нейтронами ядер  $^{239}\text{Pu}$  имеется хорошее согласие с данными оценки [8]. Для реакции  $^{237}\text{Np}(n, f)$  рассчитанные значения хорошо согласуются с результатами работ [19–21, 23] вплоть до энергии 300 МэВ. При более высоких энергиях результаты измерений п\_ТОФ коллаборации [23] идут резко вниз, в то время как настоящий метод предсказывает повышение сечения, как и для других актинидов, вплоть до энергии  $\sim 1000$  МэВ. Для  $^{232}\text{Th}$  с помощью зависимости (13) удается получить удовлетворительное описание результатов измерений в LANL [19] и ПИЯФ [21] вплоть до 200 МэВ, а при более высоких энергиях расчет хорошо согласуется с предварительными данными п\_ТОФ коллаборации [22]. Для описания сечений деления ядер актинидов протонами в целом удастся достичь достаточно хорошего согласия с имеющимися экспериментальными данными.

Выполненная параметризация сечений деления

для ядер актинидов показывает, что в области энергий ниже 100 МэВ сечение деления нейтронами превышает сечение деления протонами для ядер с большим значением параметра делимости  $^{235}\text{U}$ ,  $^{237}\text{Np}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ , а для ядра  $^{238}\text{U}$  с более низким значением параметра делимости это различие пропадает. Для всех этих нуклидов в области энергий выше 200 МэВ значения сечений деления слабо зависят от типа налетающего нуклона. Ситуация с параметризацией сечений деления для ядер  $^{232}\text{Th}$  несколько противоречит последнему заключению, так как полученная зависимость для сечения деления нейтронами лежит ниже значений, полученных с протонами во всей области энергий. При этом для более легких ядер  $^{209}\text{Bi}$  также имеет место хорошее согласие сечений деления нейтронами и протонами в области энергий выше 1 ГэВ, как это показано на рис. 9а. Там же на рис. 9б показаны результаты параметризации сечения деления протонами ядер  $^{208}\text{Pb}$ . Сечения деления ядер  $^{197}\text{Au}$  и  $^{181}\text{Ta}$  протонами представлены на следующем рис. 10. Найденные зависимости имеют хорошее согласие



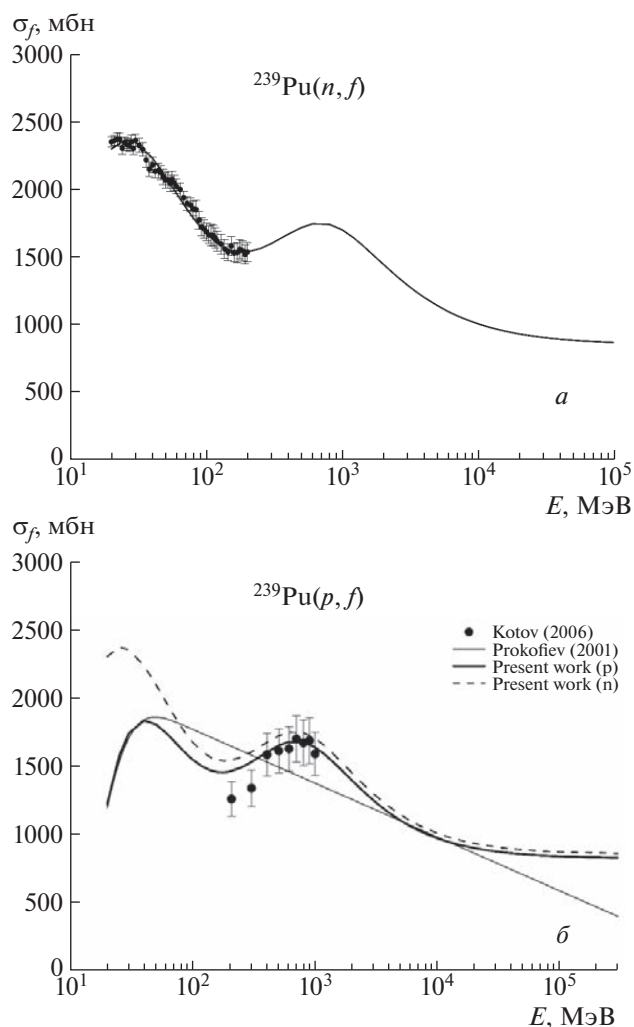


Рис. 6. Сечение деления ядер  $^{239}\text{Pu}$  нейтронами (а) и протонами (б).

с экспериментальными данными, но идут выше предложенной Прокофьевым параметризации [11] в области высоких энергий для ядер  $^{209}\text{Bi}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{197}\text{Au}$  и ниже ее для ядер  $^{181}\text{Ta}$ .

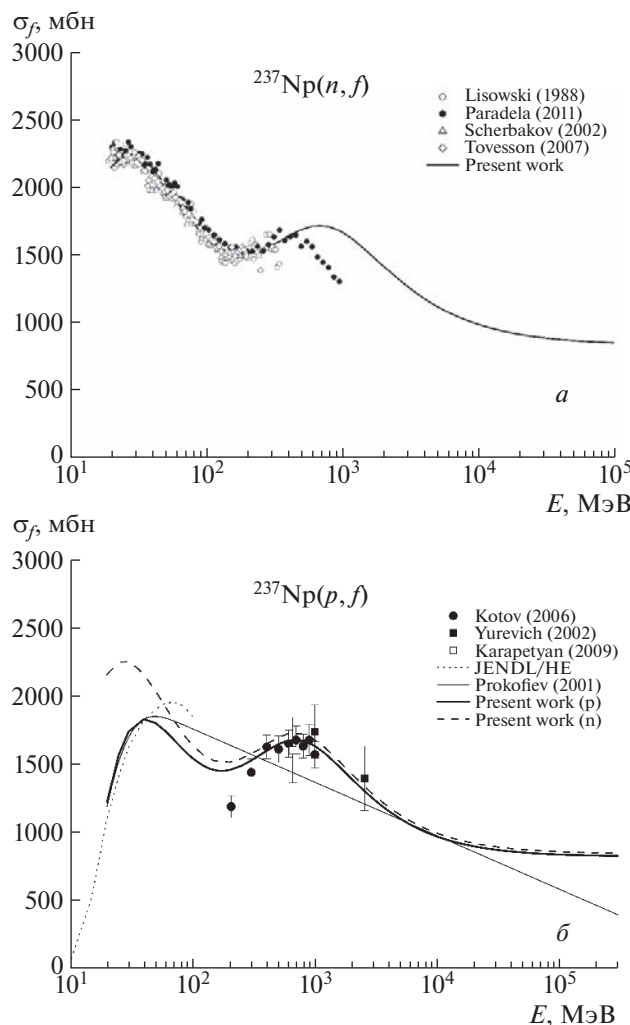
## 9. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Разработанный метод описания энергетической зависимости сечений деления актинидных и предактинидных ядер в области энергий налетающих нуклонов выше 100 МэВ хорошо воспроизводит большинство экспериментальных результатов, использованных в данной работе. В то же время следует отметить, что из-за бедного набора экспериментальных данных найденные значения параметров могут рассматриваться как первое приближение. Появление новых результатов измерений, как сечений деления, так и сечений неупругого взаимодействия, может привести к некоторым изменениям в значениях параметров.

Развитый подход позволяет выявить некоторые особенности в поведении сечений деления. Для актинидных ядер зависимость сечений деления от энергии нуклонов имеет двугорбый вид. Первый горб находится в области энергий ниже 100 МэВ, а второй имеет широкий максимум между 600 и 1000 МэВ. Долина между ними является следствием изменения сечения неупругого взаимодействия с энергией, а уменьшение сечений деления при дальнейшем повышении энергии нуклонов объясняется возрастанием вклада альтернативной моды быстрого распада путем фрагментации. Переход от тория к висмуту сопровождается значительным увеличением пороговой энергии деления и резким изменением вида энергетической зависимости, которая имеет только один максимум в области энергий 1–2 ГэВ. При переходе от висмута к более легким ядрам этот максимум уменьшается и затем полностью исчезает в сечении деления тантала. В области выше 10 ГэВ сечения деления слабо зависят от энергии налетающих нуклонов, стремясь к постоянным значениям. Сравнение сечений деления нейтронами и протонами показывает, что они стремятся к близким значениям с увеличением энергии. При этом для ядер  $^{238}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{237}\text{Np}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  это происходит при энергиях ниже 200 МэВ, в то время как для ядер висмута расхождение между сечениями становится малым только в области энергий выше 2 ГэВ. Как было отмечено выше, имеющиеся экспериментальные данные по делению  $^{232}\text{Th}$  нейтронами и протонами показывают постоянное превышение величины сечения деления протонами над величинами, полученными с нейтронами таких же энергий, что находится в противоречии с поведением сечений деления для других ядер. По-видимому, имеется неучтенная погрешность в измерениях для тория, и требуются новые эксперименты для прояснения этой ситуации.

Подгонка к экспериментальным данным для сечений деления показала слабую зависимость значений параметра  $\delta$  от типа налетающего нуклона, как это показано в табл. 2. Это равносильно близким значениям для среднего параметра делимости  $\langle x_R \rangle$  остаточных ядер, распадающихся путем деления. Этот вывод согласуется с гипотезой о том, что с увеличением энергии сечения деления начинают слабо зависеть от типа налетающих нуклонов. Хорошо видно, что значение  $\delta$  уменьшается с повышением параметра делимости ядра-мишени. Для оценки величины  $\delta$  можно воспользоваться приближенной формулой, которая найдена путем аппроксимации значений, полученных для ядер от  $^{181}\text{Ta}$  до  $^{239}\text{Pu}$

$$\delta = \langle x_R \rangle - x_T = \quad (14)$$


 Рис. 7. Сечение деления ядер  $^{237}\text{Np}$  нейтронами (а) и протонами (б).

$$= \begin{cases} -277.3695 + 16.1847x_T - \\ -0.23484x_T^2 & (\text{Th} - \text{Pu}), \\ -39.142 + 2.8291x_T - \\ -0.0484x_T^2 & (\text{Ta} - \text{Bi}). \end{cases}$$

Используя найденные величины  $\langle x_R \rangle$ , можно грубо оценить средние значения заряда  $\langle Z_R \rangle$  и массы  $\langle A_R \rangle$  делящихся ядер, средние потери заряда  $\langle \Delta Z \rangle$  и массы  $\langle \Delta A \rangle$  ядром-мишенью, а также среднюю множественность испущенных перед делением нейтронов  $\langle M_n \rangle$ . Полученные значения приведены в табл. 3.

Из приведенных в таблице значений следует, что в среднем делению предшествует испускание нескольких протонов и 12–16 нейтронов. Причем средняя потеря заряда возрастает с повышением параметра делимости.

Изучение распределений осколков деления во взаимодействии  $^{238}\text{U} + p$  при энергии 1 А ГэВ

[90] показало, что для осколков деления средние значения заряда  $\langle Z \rangle$  и числа нейтронов  $\langle N \rangle$  составляют 45 и 63 соответственно. Это соответствует среднему первичному делящемуся ядру  $^{221}\text{Th}$  для доминирующей симметричной моды с добавлением шести нейтронов, испущенных возбужденными осколками деления. Оцененные средние потери заряда и массы составляют  $\langle \Delta Z \rangle = 2$  и  $\langle \Delta A \rangle = 17$ , что хорошо согласуется со значениями, приведенными для  $^{238}\text{U}$  в табл. 3.

Вышеприведенные оценки относятся к области энергий, где функция  $P_f$  выходит на насыщение и перестает зависеть от энергии налетающих нуклонов. Это условие выполняется для ядер актинидов в области энергий выше нескольких сотен МэВ, а для ядер преактинидов — только в области энергий выше нескольких ГэВ. Так как значения функций  $F_{in}(E)$ ,  $F_f(E)$  и  $F_{fr}(E)$  стремятся к единице с повышением энергии, то в области энергий выше 10 ГэВ сечения деления стремятся к предельным

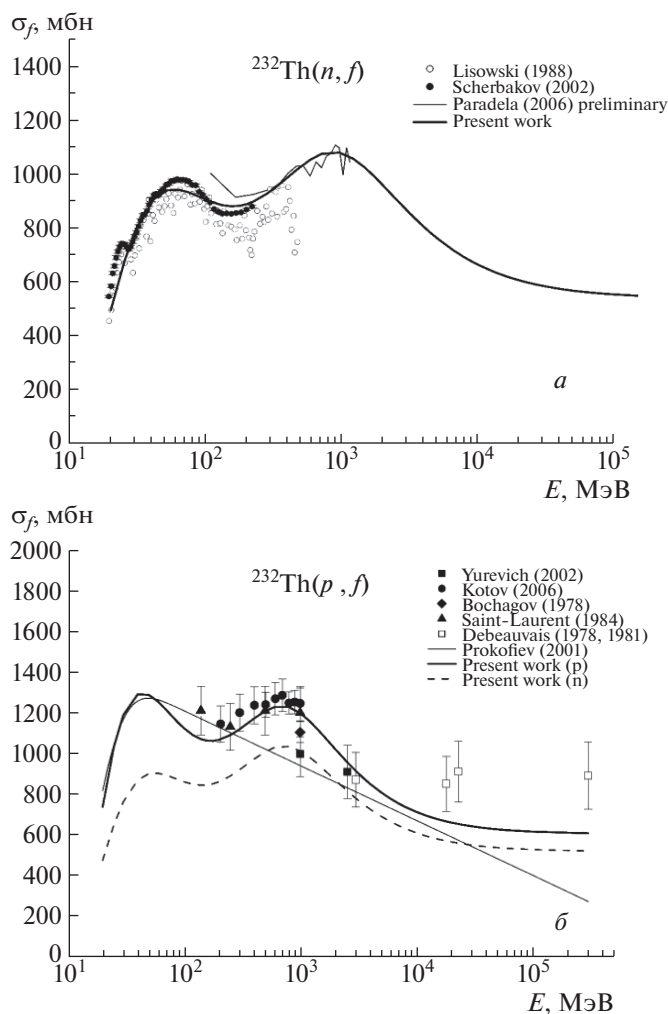


Рис. 8. Сечение деления ядер  $^{232}\text{Th}$  нейтронами (а) и протонами (б).

постоянным значениям и, согласно выражению (13), они могут быть вычислены с помощью формулы

$$\sigma_f^{\text{HE}} = \sigma_{\text{in}}(A_T) P_f(x_R) [1 - k(A_T)]. \quad (15)$$

Полученные значения  $\sigma_f^{\text{HE}}$  для различных ядер от  $^{181}\text{Ta}$  до  $^{239}\text{Pu}$  приведены в табл. 4.

## 10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлен новый феноменологический подход к параметризации сечений деления, индуцированного нуклонами с энергией выше 100 МэВ. Он основан на учете конкуренции процесса деления и других мод девозбуждения и распада высоковозбужденных ядер, образующихся после первой быстрой фазы взаимодействия. Возрастающая вероятность быстрого распада за счет процесса фрагментации является причиной наблюдаемого уменьшения сечения деления выше энергии 1 ГэВ, а их насыщение при высоких

энергиях связано с выходом на режим “предельной фрагментации” ядер.

Разработанный метод был апробирован путем описания имеющихся экспериментальных и оцененных данных по сечениям деления ядер от  $^{181}\text{Ta}$  до  $^{239}\text{Pu}$ . Сравнение вычисленных значений с этими данными показало, что предложенная параметризация дает хорошее описание как нейтронных, так и протонных сечений деления в исследуемой области энергий. Также было показано, что для деления протонами разработанный метод лучше воспроизводит наблюдаемую энергетическую зависимость сечений деления ядер актиноидов и предактиноидов, чем формула параметризации, предложенная в работе [11].

Данный подход также предсказывает следующие тенденции — значения сечений деления ( $n, f$ ) и ( $p, f$ ) сближаются с энергией, для актиноидов это происходит выше 200 МэВ, а для предактиноидов — выше 1 ГэВ. Необъяснимое исключение представляют данные для  $^{232}\text{Th}$ , для которого сечение де-

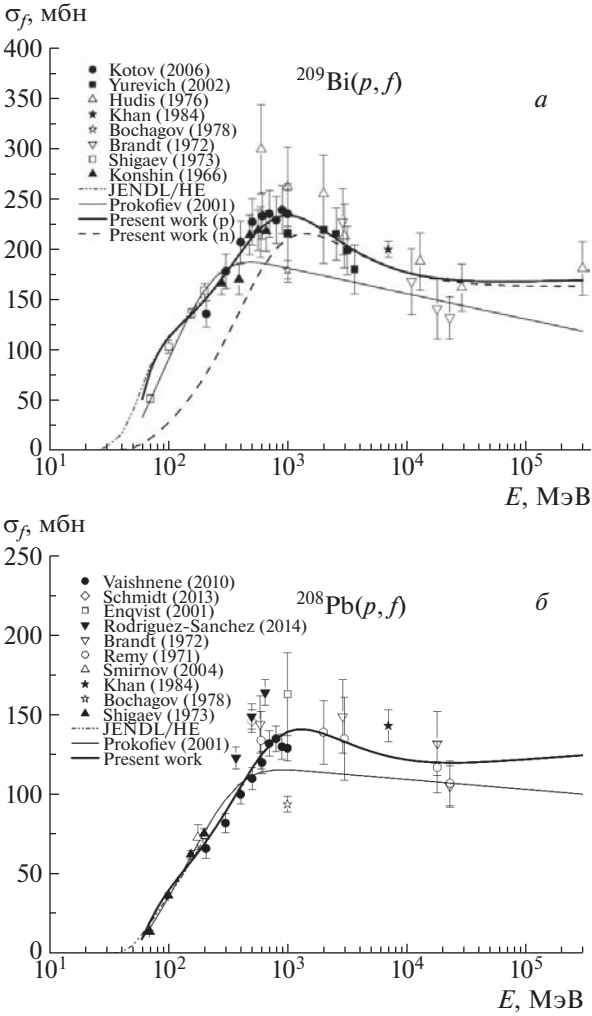


Рис. 9. Сечения деления протонами ядер  $^{209}\text{Bi}$  (а) и  $^{208}\text{Pb}$  (б).

Таблица 3. Оценка величин  $\langle Z_R \rangle$ ,  $\langle A_R \rangle$ ,  $\langle \Delta Z \rangle$ ,  $\langle \Delta A \rangle$  и  $\langle M_n \rangle$  для первичных делящихся ядер

| Ядро              | Нуклон | $x_T$ | $\langle x_R \rangle$ | $\langle Z_R \rangle$ | $\langle A_R \rangle$ | $\langle \Delta Z \rangle$ | $\langle \Delta A \rangle$ | $\langle M_n \rangle$ |
|-------------------|--------|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------|
| $^{181}\text{Ta}$ | $p$    | 29.44 | 31.54                 | 72.0                  | 164                   | 1.0                        | 17                         | 16.0                  |
| $^{197}\text{Au}$ | $p$    | 31.68 | 33.58                 | 77.7                  | 180                   | 1.3                        | 17                         | 15.7                  |
| $^{208}\text{Pb}$ | $p$    | 32.33 | 34.03                 | 80.4                  | 190                   | 1.6                        | 18                         | 16.4                  |
| $^{209}\text{Bi}$ | $p, n$ | 32.96 | 34.48                 | 81.4                  | 192                   | 1.6                        | 17                         | 15.4                  |
| $^{232}\text{Th}$ | $p, n$ | 34.91 | 36.34                 | 88.2                  | 214                   | 1.8                        | 18                         | 16.2                  |
| $^{238}\text{U}$  | $p, n$ | 35.56 | 36.76                 | 90.0                  | 220                   | 2.0                        | 18                         | 16.0                  |
| $^{235}\text{U}$  | $p, n$ | 36.02 | 36.89                 | 90.0                  | 220                   | 2.0                        | 15                         | 13.0                  |
| $^{237}\text{Np}$ | $p, n$ | 36.49 | 36.96                 | 90.5                  | 222                   | 2.5                        | 15                         | 12.5                  |
| $^{239}\text{Pu}$ | $p, n$ | 36.97 | 36.97                 | 91.0                  | 224                   | 3.0                        | 15                         | 12.0                  |

ления протонами превышает сечение деления нейтронами, и в области высоких энергий их различие составляет около 18%.

боте значения параметров выражения (13) могут потребовать коррекции с появлением новых экспериментальных результатов.

Необходимо отметить, что приведенные в ра-

Разработанная параметризация представляет

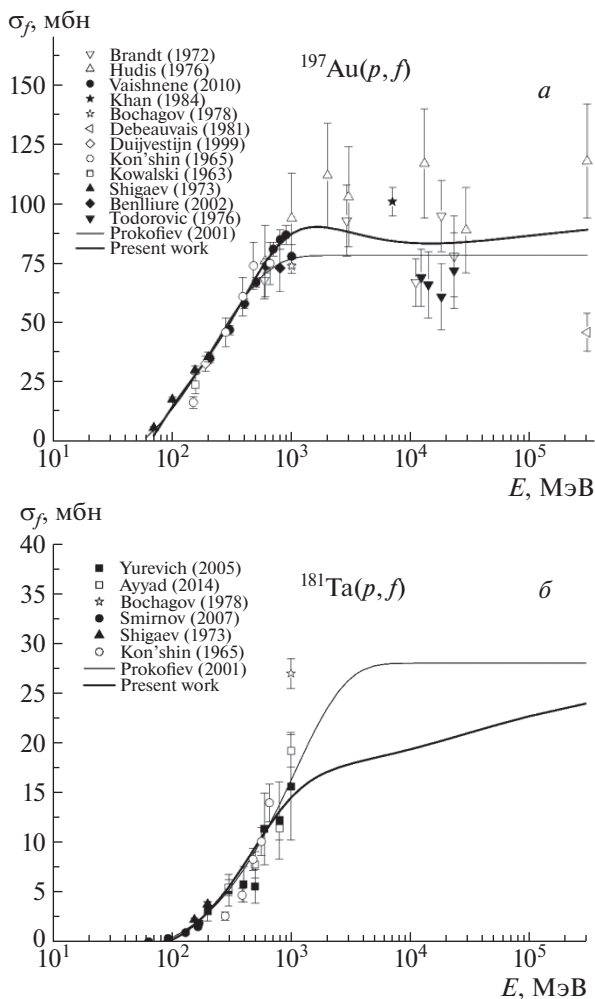


Рис. 10. Сечения деления протонами ядер  $^{197}\text{Au}$  (а) и  $^{181}\text{Ta}$  (б).

Таблица 4. Значения вычисленных предельных сечений деления  $\sigma_f^{\text{HE}}$  в области высоких энергий для различных тяжелых ядер

| Ядро                         | $^{181}\text{Ta}$ | $^{197}\text{Au}$ | $^{208}\text{Pb}$ | $^{209}\text{Bi}$ | $^{232}\text{Th}$ | $^{238}\text{U}$ | $^{235}\text{U}$ | $^{237}\text{Np}$ | $^{239}\text{Pu}$ |
|------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| $x_T$                        | 29.44             | 31.68             | 32.33             | 32.96             | 34.91             | 35.56            | 36.02            | 36.49             | 36.97             |
| $\sigma_f^{\text{HE}}$ , мбн | 28.53             | 95.13             | 131.1             | 173.8             | 556.3             | 739.5            | 796.1            | 830.0             | 838.9             |

собой эффективный метод для быстрого расчета сечений деления тяжелых ядер нуклонами в области энергий выше 100 МэВ и может найти широкое применение в различных приложениях, где нуклоны высоких энергий взаимодействуют с тяжелыми материалами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. W. Maschek, X. Chen, F. Delage, A. Fernandez-Carretero, D. Haas, C. Matzerath-Bocaccini, A. Rineiski, P. Smith, V. Sobolev, R. Thetford, and J. Wallenius, Prog. Nucl. Energy **50**, 333 (2008).
2. C. D. Bowman, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **320**, 336 (1992).
3. F. Carminati *et al.*, Tech. Report CERN/AT/93-47.
4. N. Colonna, F. Belloni, E. Berthoumieux, M. Calviani, C. Domingo-Pardo, C. Guerrero, D. Karadimos, C. Lederer, C. Massimi, C. Paradela, R. Plag, J. Praenam, and R. Sarmenton, Energy Environ. Sci. **3**, 1910 (2010).
5. European Spallation Source, [www.europeanspallationsource.se](http://www.europeanspallationsource.se)
6. G. Münzenberg and H. Geissel, J. Phys.: Conf. Ser. **413**, 012006 (2013).

7. J. L. Rodríguez-Sánchez, *The GSI and FAIR Facilities: Recent Results and Future Perspectives, The 2nd Workshop on XSCRC Cross Sections for Cosmic Rays*, CERN, 2019.
8. A. D. Carlson, V. G. Pronyaev, R. Capote, G. M. Hale, Z.-P. Chen, I. Duran, F.-J. Hambsch, S. Kunieda, W. Mannhart, B. Marcinkevicius, R. O. Nelson, D. Neudecker, G. Noguere, M. Paris, S. P. Simakov, P. Schillebeeckx, *et al.*, Nucl. Data Sheets **148**, 143 (2018).
9. B. Marcinkevicius, S. Simakov, and V. Pronyaev, INDC(NDS)-0681 (IAEA, 2015).
10. Y. Watanabe, K. Kosako, S. Kunieda, S. Chiba, R. Fujimoto, H. Harada, M. Kawai, F. Maekawa, T. Murata, H. Nakashima, K. Niita, N. Shigyo, S. Shimakawa, N. Yamano, and T. Fukahori, J. Korean Phys. Soc. **59**, 1040 (2011).
11. A. V. Prokofiev, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **463**, 557 (2001).
12. Experimental Nuclear Reaction Data (EXFOR), <https://www-nds.iaea.org/exfor/>
13. J. Benlliure and J. L. Rodríguez-Sánchez, Eur. Phys. J. Plus **132**, 120 (2017).
14. S. Lo Meo, D. Mancusi, C. Massimi, G. Vannini, and A. Ventura, Nucl. Phys. A **933**, 43 (2015).
15. M. H. Simbel, Z. Phys. A **333**, 177 (1989).
16. Ю. А. Честнов, ЯФ **71**, 2052 (2008) [Yu. A. Chestnov, Phys. At. Nucl. **71**, 2018 (2008)].
17. T. Fukahori and S. Kunieda, J. Korean Phys. Soc. **59**, 975 (2011).
18. A. N. Smirnov, V. P. Eismont, N. P. Filatov, J. Blomgren, H. Condé, A. V. Prokofiev, P.-U. Renberg, and N. Olsson, Phys. Rev. C **70**, 054603 (2004).
19. P. W. Lisowski *et al.*, in *Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, 1988* (MITO, JAERI, 1988), p. 97.
20. F. Tovesson and T. S. Hill, Phys. Rev. C **75**, 034610 (2007).
21. O. Shcherbakov, A. Donets, A. Evdokimov, A. Fomichev, T. Fukahori, A. Hasegawa, A. Laptev, V. Maslov, G. Petrov, S. Soloviev, Y. Tuboltsev, and A. Vorobyev, J. Nucl. Sci. Technology **39**, Suppl. 2, 230 (2002).
22. C. Paradela *et al.*, in *Proceedings of the International Conference on Advances in Nuclear Analysis and Simulations, 2006* (Vancouver, Canada, 2006), p. B076.
23. C. Paradela *et al.*, J. Korean Phys. Soc. **59**, 1908 (2011).
24. О. Е. Шигаев и др., Сообщение РИ-17 (Радиевый институт, Ленинград, 1973).
25. A. N. Smirnov *et al.*, in *Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology (ND2007)* (Nice, France, 2007), Vol. 2, p. 1095.
26. В. А. Коньшин, Е. С. Матусевич, В. И. Регушевский, ЯФ **2**, 682 (1965) [V. A. Kon'shin, E. S. Matusevich, and V. I. Regushevskiy, Sov. J. Nucl. Phys. **2**, 489 (1966)].
27. Б. А. Бочагов и др., ЯФ **28**, 572 (1978) [B. A. Bochagov *et al.*, Sov. J. Nucl. Phys. **28**, 291 (1978)].
28. V. I. Yurevich *et al.*, Письма в ЭЧАЯ **2**, 49 (2005) [V. I. Yurevich *et al.*, Phys. Part. Nucl. Lett. **2**, 49 (2005)].
29. Y. Ayyad, J. Benlliure, E. Casarejos, H. Álvarez-Pol, A. Bacquias, A. Boudard, M. Caamaño, T. Enqvist, V. Föhr, A. Kelić-Heil, K. Kezzar, S. Leray, D. Mancusi, C. Paradela, D. Pérez-Loureiro, R. Pleskač, *et al.*, Phys. Rev. C **89**, 054610 (2014).
30. В. С. Бычков и др., ЯФ **17**, 947 (1973) [V. S. Bychenkov *et al.*, Sov. J. Nucl. Phys. **17**, 496 (1973)].
31. M. C. Duijvestijn, A. J. Koning, J. P. M. Beijers, A. Ferrari, M. Gastal, J. van Klinken, and R. W. Ostendorf, Phys. Rev. C **59**, 776 (1999).
32. L. Kowalski and C. Stephan, J. Phys. (Paris) **24**, 901 (1963).
33. R. Brandt *et al.*, Rev. Phys. Appl. **7**, 243 (1972).
34. J. Hudis and S. Katcoff, Phys. Rev. C **13**, 1961 (1976).
35. J. Benlliure, P. Armbruster, M. Bernas, A. Boudard, T. Enqvist, R. Legrain, S. Leray, F. Rejmund, K.-H. Schmidt, C. Stéphan, L. Tassan-Got, and C. Volant, Nucl. Phys. A **700**, 469 (2002).
36. Л. А. Вайшнене, В. Г. Вовченко, Ю. А. Гавриков, А. А. Котов, В. И. Мурзин, В. В. Поляков, М. Г. Тверской, О. Я. Федоров, Ю. А. Честнов, А. В. Шведчиков, А. И. Щетковский, Изв. РАН. Сер. физ. **74**, 529 (2010); L. A. Vaishnene, V. G. Vovchenko, Yu. A. Gavrikov, A. A. Kotov, V. I. Murzin, V. V. Polyakov, M. G. Tverskoi, O. Ya. Fedorov, Yu. A. Chestnov, A. V. Shvedchikov, A. I. Shchetkovskii, Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **74**, 496 (2010).
37. H. A. Khan and N. A. Khan, Phys. Rev. C **29**, 2199 (1984).
38. Z. Todorovic and R. Antanasijevic, Nuovo Cimento A **33**, 546 (1976).
39. T. Enqvist, W. Wlazole, P. Armbruster, J. Benlliure, M. Bernas, A. Boudard, S. Czajkowski, R. Legrain, S. Leray, B. Mustapha, M. Pravikoff, F. Rejmund, K.-H. Schmidt, C. Stéphan, J. Taieb, L. Tassan-Got, and C. Volant, Nucl. Phys. A **686**, 481 (2001).
40. K.-H. Schmidt, B. Jurado, R. Pleskač, M. V. Ricciardi, J. Benlliure, A. Boudard, E. Casarejos, T. Enqvist, F. Farget, A. Bacquias, M. Fernandez, L. Giot, V. Henzl, D. Henzlova, A. Kelić-Heil, T. Kurtukian, *et al.*, Phys. Rev. C **87**, 034601 (2013).
41. J. L. Rodríguez-Sánchez, J. Benlliure, J. Taieb, H. Álvarez-Pol, L. Audouin, Y. Ayyad, G. Bélier, G. Boutoux, E. Casarejos, A. Chatillon, D. Cortina-Gil, T. Gorbienet, A. Heinz, A. Kelić-Heil, B. Laurent, J.-F. Martin, *et al.*, Phys. Rev. C **91**, 064616 (2015).
42. G. Remy *et al.*, Nucl. Phys. A **163**, 583 (1971).
43. А. А. Котов, Л. А. Вайшнене, В. Г. Вовченко, Ю. А. Гавриков, В. В. Поляков, М. Г. Тверской, О. Я. Федоров, Ю. А. Честнов, А. И. Шчетковский, А. В. Шведчиков, А. Ю. Дорошенко, and T. Fukahori, Phys. Rev. C **74**, 034605 (2006).

44. В. И. Юревич и др., ЯФ **65**, 1417 (2002) [V. I. Yurevich *et al.*, Phys. At. Nucl. **65**, 1383 (2002)].
45. F. Saint-Laurent *et al.*, Nucl. Phys. A **422**, 307 (1984).
46. M. Debeauvais *et al.*, in *Proceedings of the 9th International Conference on Solid State Nuclear Track Detectors, 1978* (Neuherburg/Munich, 1978), Vol. 2, p. 1179.
47. M. Debeauvais *et al.*, Phys. Rev. C **23**, 1624 (1981).
48. L. A. Vaishnene *et al.*, Z. Phys. A **302**, 143 (1981).
49. A. R. Balabekyan, G. S. Karapetyan, N. A. Demekhina, J. Adam, and K. Katovsky, Phys. At. Nucl. **73**, 1814 (2010).
50. V. Tishchenko, C.-M. Herbach, D. Hilscher, U. Jahnke, J. Galin, F. Goldenbaum, A. Letourneau, and W.-U. Schröder, Phys. Rev. Lett. **95**, 162701 (2005).
51. Г. С. Карапетян, А. Р. Балабекян, Н. А. Демёхина, И. Адам, ЯФ **72**, 955 (2009) [G. S. Karapetyan, A. R. Balabekyan, N. A. Demekhina, and J. Adam, Phys. At. Nucl. **72**, 911 (2009)].
52. V. M. Maslov, Phys. Lett. B **581**, 56 (2004).
53. V. M. Maslov, J. Korean Phys. Soc. **59**, 863 (2011).
54. X. Ledoux, H. G. Bohlen, J. Cugnon, H. Fuchs, J. Galin, B. Gatty, B. Gebauer, D. Guerreau, D. Hilscher, D. Jacquet, U. Jahnke, M. Josset, S. Leray, B. Lott, M. Morjean, B. M. Quednau, *et al.*, Phys. Rev. C **57**, 2375 (1998).
55. L. Beaulieu *et al.*, Phys. Rev. C **64**, 064604 (2001).
56. C.-M. Herbach, D. Hilscher, U. Jahnke, V. Tishchenko, W. Bohne, J. Galin, A. Letourneau, B. Lott, A. Pèghaire, F. Goldenbaum, and L. Pienkowski, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **508**, 315 (2003); C.-M. Herbach, D. Hilscher, U. Jahnke, V. G. Tishchenko, J. Galin, A. Letourneau, A. Pèghaire, D. Filges, F. Goldenbaum, L. Pienkowski, W. U. Schröder, and J. Töke, Nucl. Phys. A **765**, 426 (2006).
57. A. Bubak *et al.* (PISA Collab.), Phys. Rev. C **76**, 014618 (2007).
58. V. E. Viola, K. Kwiatkowski, L. Beaulieu, D. S. Bracken, H. Breuer, J. Brzychczyk, R. T. de Souza, D. S. Ginger, W.-C. Hsi, R. G. Korteling, T. Lefort, W. G. Lynch, K. B. Morley, R. Legrain, L. Pienkowski, E. C. Pollacco, *et al.*, Phys. Rep. **434**, 1 (2006).
59. R. Michel, R. Bodemann, H. Busemann, R. Daunke, M. Gloris, H.-J. Lange, B. Klug, A. Krins, I. Leya, M. Lüpke, S. Neumann, H. Reinhardt, M. Schnatz-Büttgen, U. Herpers, Th. Schiek, F. Sudbrock, *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B **129**, 153 (1997).
60. R. Michel, M. Gloris, J. Protoschill, U. Herpers, J. Kuhnenn, F. Sudbrock, P. Malmberg, and P. Kubik, J. Nucl. Sci. Technology **39**, Suppl. 2, 242 (2002).
61. R. Michel, *Experimental Cross Sections for the Production of Residual Nuclides at Medium Energies, The Joint ICTP-IAEA Advanced Workshop on Model Codes for Spallation Reactions, 2008 ICTP, Trieste, Italy, 1930-1*.
62. Yu. E. Titarenko *et al.*, in *Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, 2007* (CEA, 2008), p. 1099.
63. J. Pochodzalla *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75**, 1040 (1995).
64. J. Richert and P. Wagner, Phys. Rep. **350**, 1 (2001).
65. P. Chomaz, M. Colonna, and J. Randrup, Phys. Rep. **389**, 263 (2004).
66. J. Randrup and S. E. Koonin, Nucl. Phys. A **356**, 223 (1981).
67. J. Bondorf, R. Donangelo, I. N. Mishustin, and H. Schulz, Nucl. Phys. A **444**, 460 (1985).
68. J. P. Bondorf, A. S. Botvina, A. S. Iljinov, I. N. Mishustin, and K. Sneppen, Phys. Rep. **257**, 133 (1995).
69. D. H. E. Gross, Phys. Rep. **279**, 119 (1997).
70. D. Jacquet and M. Morjean, Prog. Part. Nucl. Phys. **63**, 155 (2009).
71. V. D. Toneev, N. S. Amelin, K. K. Gudima, and S. Yu. Sivoklokov, Nucl. Phys. A **519**, 463 (1990).
72. T. C. Sangster, A. T. Bujak, D. D. Carmony, Y. H. Chung, L. J. Gutay, A. S. Hirsch, M. Mahi, G. L. Paderewski, N. T. Porile, R. P. Scharenberg, and B. C. Stringfellow, Phys. Lett. B **188**, 29 (1987).
73. W. G. Lynch, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **37**, 493 (1987).
74. L. Sihver, K. Aleklett, W. Loveland, P. L. McGaughey, D. H. E. Gross, and H. R. Jaqaman, Nucl. Phys. A **543**, 703 (1992).
75. В. И. Юревич, Р. М. Яковлев, В. Г. Ляпин, ЯФ **74**, 271 (2011) [V. I. Yurevich, R. M. Yakovlev, and V. G. Lyapin, Phys. At. Nucl. **74**, 253 (2011)].
76. C. Oppedisano, Nucl. Phys. A **932**, 399 (2014).
77. J. Adam *et al.* (ALICE Collab.), Phys. Rev. C **91**, 064905 (2015).
78. O. Surányi (the CMS Collab.), Universe **5**, 210 (2019).
79. В. С. Барашенков, *Сечения взаимодействия частиц и ядер с ядрами* (ОИЯИ, Дубна, 1993) [V. S. Barashenkov, *Cross Sections of Interaction of Particles and Nuclei with Nuclei* (JINR, Dubna 1993)].
80. J. R. Letaw, R. Silberberg, and C. H. Tsao, Astrophys. J. Suppl. Ser. **51**, 271 (1983).
81. R. E. Prael and M. B. Chadwick, in *Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, Trieste, Italy, 1997* (Physical Society, Bologna, 1997), Vol. 59, Part 2, p. 1449.
82. R. K. Tripathi, F. A. Cucinotta, and J. W. Wilson, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B **117**, 347 (1996).
83. M. Cabibbo and C. Volant, *Total Reaction Cross Sections in Deuteron and Proton Induced Reactions*, Rapport interne DPhN/00-39 (2000).

84. J. W. Wilson, L. W. Townsend, W. W. Buck, S. Y. Chun, B. S. Hong, and S. L. Lamkin, *Nucleon-Nucleus Interaction Data Base: Total Nuclear and Absorption Cross Sections*, NASA Technical Memorandum 4053 (1988).
85. A. Kohama, K. Iida, and K. Oyamatsu, J. Phys. Soc. Jpn. **85**, 094201 (2016).
86. N. Bohr and J. Wheeler, Phys. Rev. **56**, 426 (1939).
87. Н. А. Перфилов, ЖЭТФ **41**, 871 (1961).
88. A. Boudard, J. Cugnon, S. Leray, and C. Volant, Phys. Rev. C **66**, 044615 (2002).
89. V. I. Yurevich, JINR Report E1-2022-29, JINR (Dubna, 2022).
90. M. Bernas, P. Armbruster, J. Benlliure, A. Boudard, E. Casarejos, S. Czajkowski, T. Enqvist, R. Legrain, S. Leray, B. Mustapha, P. Napolitani, *et al.*, Nucl. Phys. A **725**, 213 (2003).

## PHENOMENOLOGICAL DESCRIPTION AND PARAMETERIZATION OF NUCLEON-INDUCED FISSION CROSS SECTIONS OF HEAVY NUCLEI IN INTERMEDIATE AND HIGH ENERGY REGION

V. I. Yurevich<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>*Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia*

A new method has been developed for describing and parameterizing the cross sections for the fission of heavy nuclei by neutrons and protons in energy range above 100 MeV. The expression for parameterization of the cross sections was obtained on the basis of phenomenological concept of decay modes of highly excited nuclei formed after the first fast stage of the nucleon — nucleus interaction. The developed method reproduces well the energy dependence of the fission cross sections predicting their weak dependence on the energy and type of the nucleon in the high energy region.