

СВЯЗЬ ДИПОЛЬНЫХ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ ЗАРЯЖЕННЫХ И НЕЙТРАЛЬНЫХ π -МЕЗОНОВ

© 2023 г. Л. В. Фильков^{1)*}

Поступила в редакцию 27.04.2023 г.; после доработки 23.05.2023 г.; принята к публикации 07.06.2023 г.

Используя факт, что вклад состояний с изоспином $I = 0$ в разность амплитуд процессов $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ очень мал, проанализированы правила сумм для разности между дипольными поляризуемостями заряженных и нейтральных пионов как функции параметров σ -мезона. Принимая во внимание значение киральной теории возмущений для $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0} = -1.9$, получено $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm} = 9.4-8.2$ для значений параметров σ -мезона в области $m_\sigma = 400-550$ МэВ, $\Gamma_\sigma = 400-600$ МэВ, $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} = 0-3$ кэВ. Оценка оптимального значения ширины распада $\sigma \rightarrow \gamma\gamma$ дала $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} \lesssim 0.7$ кэВ.

DOI: 10.31857/S0044002723060119, EDN: OTALSW

1. ВВЕДЕНИЕ

Поляризуемости пионов являются фундаментальными структурными параметрами, характеризующими поведение пиона во внешнем электромагнитном поле. Дипольные поляризуемости возникают как $O(\nu_1\nu_2)$ -члены в разложении неборновских амплитуд комптоновского рассеяния по степеням начальной и конечной энергий фотона ν_1 и ν_2 . В терминах электрической α_1 и магнитной β_1 дипольных поляризуемостей соответствующее эффективное взаимодействие имеет форму:

$$H_{\text{eff}}^{(2)} = -\frac{1}{2}4\pi (\alpha_1 \mathbf{E}^2 + \beta_1 \mathbf{H}^2). \quad (1)$$

Эти параметры даны в единицах 10^{-4} фм³.

Значения поляризуемостей пиона очень чувствительны к предсказаниям различных теоретических моделей. Поэтому аккуратное экспериментальное их определение очень важно для исследования обоснованности таких моделей.

Поляризуемость заряженных пионов была впервые экспериментально определена в работе [1] при анализе процесса рассеяния пионов с высокой энергией в кулоновском поле тяжелых ядер ($\pi^- A \rightarrow \gamma\pi^- A'$), благодаря эффекту Примакова. Этот эксперимент был проведен при энергии пионов, равной $E_{\text{beam}} = 40$ ГэВ.

Поперечное сечение этого процесса имеет кулоновский пик при $Q^2 = (p_A - p'_A)^2 = 2Q_{\text{min}}^2$ с шириной, равной $\simeq 6.8Q_{\text{min}}^2$, где $Q_{\text{min}}^2 = (s - \mu^2)^2 / (4E_{\text{beam}}^2)$, и s обозначает квадрат

полной энергии процесса $\gamma + \pi^\pm \rightarrow \gamma + \pi^\pm$. В результате было получено $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm} = 13.6 \pm 2.8 \pm 2.4$. Этот эксперимент [1] был проведен при $Q_{\text{cut}}^2 < 6 \times 10^{-4}$ (ГэВ/с)². События в области $Q^2(2-8) \times 10^{-3}$ (ГэВ/с)² были использованы для оценки фона сильных взаимодействий.

Полученный результат близок к значениям, наблюдаемым при радиационном фоторождении пионов на протонах ($\gamma p \rightarrow \gamma\pi^+ n$) [2] и равным $11.6 \pm 1.5_{\text{stat}} \pm 3.0_{\text{syst}} \pm 0.5_{\text{mod}}$.

С другой стороны, эти значения отличаются от предсказаний киральной теории возмущений ((4.7–6.7) [3]).

Эксперимент Физического института им. П. Н. Лебедева по радиационному фоторождению на протоне [4] дал $\alpha_{1\pi^+} = 20 \pm 12$. Это значение имеет большую ошибку, но тем не менее также показывает расхождение с ChPT-предсказанием.

Результат коллаборации COMPASS [5] для электрической поляризуемости заряженного пиона $\alpha_\pi = 2.0 \pm 0.6_{\text{stat}} \pm 0.7_{\text{syst}}$ был получен, также изучая рассеяние π^- -мезона в кулоновском поле тяжелых ядер, предполагая, что $\alpha_1 = -\beta_1$. Это значение противоречит результату, полученному в очень похожем эксперименте в Серпухове [1], а также результату работы [2].

COMPASS-эксперимент был проведен с энергией $E_{\text{beam}} = 190$ ГэВ. Для таких значений E_{beam} величина Q_{min}^2 (COMPASS) должна быть в 22.5 раз меньше, чем Q_{min}^2 (Serpukhov). В этом эксперименте [5] авторы рассматривали $Q^2 \lesssim 0.0015$ (ГэВ/с)².

¹⁾Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук, Москва, Россия.

*E-mail: filkovlv@lebedev.ru

В работе [6] показано, что интерференция кулоновской амплитуды с когерентной ядерной амплитудой важна для $0.0005 \leq Q \leq 0.0015$ (ГэВ/с)².

В работах [6–8] предполагается, что правильным описанием амплитуды сильных взаимодействий является модель Глаубера (упругое множественное рассеяние в ядре). Условия и ограничения приближения Глаубера обсуждаются в классической статье о дифракции U. Amaldi, M. Jacob и G. Matthiae [9]. При высоких энергиях фазы сильных взаимодействий становятся комплексными и приобретают дополнительную энергетически зависящую фазу.

Это означает, что при высоких энергиях, а энергия налетающего пиона COMPASS-эксперимента 180 ГэВ является высокой, фаза сильного взаимодействия становится комплексной, и суммарная амплитуда требует учета множественного рассеяния и будет комплексной, т.е. неизвестные фазы появляются.

COMPASS-эксперимент должен рассматривать интерференцию кулоновской и сильных амплитуд. Без реального фита данных невозможно оценить эффект модельной зависимости дифракционного фона [7, 10].

Поляризуемость заряженных пионов может быть так же найдена, изучая процесс $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$. Исследование процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ при низких и средних энергиях было проведено в рамках различных теоретических моделей и, в частности, в рамках дисперсионных соотношений (д.с.). В работах [11–15] мы анализировали процессы $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ и $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$, используя д.с. с вычитанием для инвариантных амплитуд M_{++} и M_{+-} без разложения на парциальные волны. Вычитательные константы однозначно определялись в этих работах через поляризуемости пионов. Значения поляризуемостей были получены из фита экспериментальных данных процессов $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ в области энергий до 2500 и 2250 МэВ соответственно. Как результат было найдено $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm} = 13.0_{1.9}^{+2.6}$ и $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0} = -1.6 \pm 2.2$. Этот результат для $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$ находится в хорошем согласии со значениями, полученными в работах [1, 2, 4], и противоречит предсказаниям киральной теории возмущений.

В работах [16–19] дипольные поляризуемости заряженных пионов были определены из анализа экспериментальных данных процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ в области полной энергии $\sqrt{t} < 700$ МэВ (где t — квадрат полной энергии в $\gamma\gamma$ с.м. системе).

Полученные в этих работах результаты близки к предсказаниям киральной теории возмущений [3, 20]. Однако значения экспериментальных поперечных сечений процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ в этой области

[21–24] очень неоднозначны и, как было показано в [15, 17], даже изменение этих полученных значений более чем на 100% является еще сравнимо с имеющимся коридором ошибок. Поэтому необходимо рассмотреть другие дополнительные возможности определения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$.

Такая информация могла бы быть получена из анализа этих параметров из дисперсионных правил сумм (д.п.с.). Однако большой вклад в д.п.с. для $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$ дает σ -мезон, который может быть очень широким, и это может приводить к дополнительным неопределенностям при вычислении д.п.с.

С другой стороны, если мы рассмотрим разницу между поляризуемостями заряженных и нейтральных пионов $\Delta((\alpha_1 - \beta_1)) = ((\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm} - (\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0})$, то вклад мезонов с изотопическим спином $I = 0$ в t -канале в эту разницу равен 0 [25, 26], когда массы заряженного и нейтральных мезонов равны друг другу. Как результат, модельная зависимость $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$ будет существенно уменьшена.

В настоящей работе мы исследуем DSR для $\Delta((\alpha_1 - \beta_1))$ как функцию параметров σ -мезона, когда массы заряженного и нейтрального пионов не равны друг другу. Как будет показано, вклад σ -мезона оказывается также мал и мы можем найти реалистическое ограничение на величину $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$.

2. ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ ДЛЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ ПИОНОВ

Мы будем рассматривать амплитуды M_{++} и M_{+-} . Эти амплитуды не имеют ни кинематических сингулярностей, ни нулей [27]. Между амплитудами процессов $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$, $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ и амплитудами с изоспинами $I = 0$ и $I = 2$ существуют следующие соотношения:

$$F_C = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(F^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} F^2 \right), \quad (2)$$

$$F_N = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(F^0 - \sqrt{2} F^2 \right).$$

Дипольные поляризуемости $(\alpha_1$ и $\beta_1)$ определяются [14, 28] в результате разложения неборновских амплитуд комптоновского рассеяния на пионе по степеням t при фиксированном $s = \mu^2$:

$$M_{++}(s = \mu^2, t) = 2\pi\mu(\alpha_1 - \beta_1) + \mathcal{O}(t), \quad (3)$$

$$M_{\pm}(s = \mu^2, t) = 2\frac{\pi}{\mu}(\alpha_1 + \beta_1) + \mathcal{O}(t),$$

где μ^2 — масса пиона (разные массы для π^0 и $\pi^\pm$), $t + s + u = 2\mu^2$.

Дисперсионные правила сумм для разности дипольных поляризуемостей были получены в работе [13], используя д.с. при фиксированном $u = \mu^2$ без вычитания для амплитуд M_{++} . В этом случае Редже-полюсная модель позволяет использовать д.с. без вычитания [27]. Такие д.с. равны:

$$\begin{aligned} (\alpha_1 - \beta_1) = & \quad (4) \\ = & \frac{1}{2\pi^2\mu} \left\{ \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\text{Im } M_{++}(t', u = \mu^2) dt'}{t'} + \right. \\ & \left. + \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\text{Im } M_{++}(s', u = \mu^2) ds'}{s' - \mu^2} \right\}. \end{aligned}$$

Как очевидно из (2), вклад изоскалярных мезонов в разность $\Delta((\alpha_1 - \beta_1))$ равен 0 (если массы заряженных и нейтральных мезонов равны). Мы будем изучать случай, когда эти массы не равны друг другу.

Дисперсионные соотношения в s -канале для заряженных пионов насыщались вкладами $\rho(770)$ -, $b_1(1235)$ -, $a_1(1260)$ - и $a_2(1320)$ -мезонов, а для π^0 -мезона вкладами ρ -, $\omega(782)$ -, ϕ -, $h_1(1170)$ - и $b_1(1235)$ -мезонов. В t -канале рассматривались вклады σ -, $f_0(980)$ -, $f'_0(1370)$ -мезонов как для заряженных, так и нейтральных пионов.

Кроме того, мы учли нерезонансный S -волновой вклад двух заряженных пионов в t -канале.

Параметры ρ -, ω -, ϕ -, b_1 - и a_2 -мезонов даны в [29]. Для $a_1(1260)$ -мезона мы взяли $m_{a_1} = 1230$ МэВ [29], $\Gamma_{a_1} = 425$ МэВ (среднее значение в [29]), $\Gamma_{a_1 \rightarrow \gamma \pi^\pm} = 0.64$ МэВ [30].

Параметры $f_0(980)$ - и $f'_0(1370)$ -мезонов взяты следующим образом:

$f_0(980)$: $m_{f_0} = 980$ МэВ [29], $\Gamma_{f_0} = 70$ МэВ (среднее значение из [29]), $\Gamma_{f_0 \rightarrow \gamma \gamma} = 0.56 \times 10^{-3}$ МэВ, $\Gamma_{f_0 \rightarrow \pi \pi} = 0.84 \Gamma_{f_0}$ [31], $\Gamma_{f_0 \rightarrow K \bar{K}} = 0.16 \Gamma_{f_0}$;

$f'_0(1370)$: $m_{f'_0(1370)} = 1430$ МэВ, $\Gamma_{f'_0(1370)} = 145$ МэВ, $\Gamma_{f'_0(1370) \rightarrow \gamma \gamma} = 0.54 \times 10^{-5}$ МэВ [32], $\Gamma_{f'_0(1370) \rightarrow \pi \pi} = 0.26 \Gamma_{f'_0(1370)}$ [33].

Масса и полная ширина распада $h_1(1170)$ -мезона взяты из [29]: $m_{h_1} = 1170$ МэВ, $\Gamma_{h_1} = 360$ МэВ. Распад $h_1 \rightarrow \gamma \pi^0$ еще не был наблюден, и мы использовали ширину распада согласно работе [19]:

$$\Gamma_{h_1 \rightarrow \gamma \pi^0} = \frac{e^2}{4\pi} C_{h_1} \frac{(m_{h_1}^2 - m_{\pi^0}^2)^3}{3m_{h_1}^3}, \quad (5)$$

где коэффициент C_{h_1} может быть оценен, используя нонет-симметрию [19, 34]:

$$C_{h_1}(1170) \simeq 9C_{b_1(1235)} \simeq 0.45. \quad (6)$$

Как результат получаем $\Gamma_{h_1 \rightarrow \gamma \pi^0} \simeq 1.6845 \pm 0.44$ МэВ.

Недавно было проведено множество работ по изучению σ -мезона (см., например, [35–39]). Средние значения параметров σ -мезона приведены в работе [39]:

$$m_\sigma = 446 \pm 6, \quad \Gamma_\sigma/2 = 276 \pm 5. \quad (7)$$

Выражения для мнимых частей резонансных амплитуд приведены в Приложении.

Кроме вклада σ -, $f(980)$ и $f'_0(1370)$ -мезонов мы учли нерезонансный вклад S -волн с изоспином $I = 0$ и 2 , согласно диаграммам на рис. 1.

Следует отметить, что вершины σ , $f(980)$ и $f'_0(1370)$ мезонных полюсов в дисперсионном приближении включают полную динамику переходов на массовой поверхности. В этом случае нет необходимости рассматривать прямой и перерассеянный механизмы в отдельности. Согласно условию унитарности мнимая часть амплитуды M_{++} для $\pi^+\pi^-$ петлевых диаграмм на рис. 1 может быть записана как

$$\text{Im } M_{++}^{(s)} = \mathcal{B} \text{Re } T_{\pi^+\pi^- \rightarrow \pi\pi}, \quad (8)$$

где $\mathcal{B} \equiv \mathcal{B}(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$ является вкладом борновской амплитуды в S -волну $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ -амплитуды и равна:

$$\mathcal{B} = \left(\frac{e^2}{4\pi} \right) \frac{m_{\pi^\pm}^2}{t^2} \ln \left(\frac{1 + q/q_0}{1 - q/q_0} \right), \quad (9)$$

где $q(q_0)$ есть импульс (энергия) π -мезона. Борновская амплитуда может быть выражена в терминах амплитуд с изоспином $I = 0$ и $I = 2$ как

$$\mathcal{B} = \sqrt{2/3} B^{(I=0)} + \sqrt{1/3} B^{(I=2)}. \quad (10)$$

Принимая во внимание, что

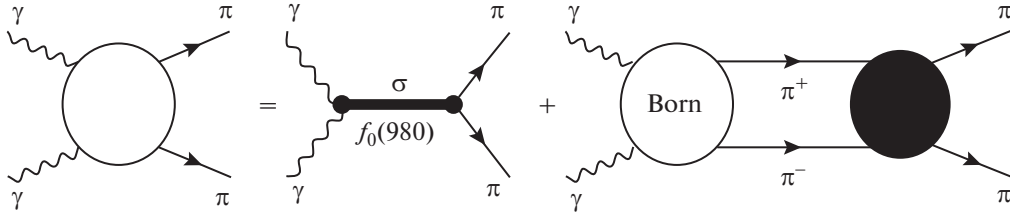
$$\begin{aligned} \mathcal{B}(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0) &= \sqrt{2/3} B^{(I=0)} - \\ &- 2/\sqrt{3} B^{(I=2)} = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

получаем [40]

$$B^{(I=0)} = \sqrt{2/3} \mathcal{B}, \quad B^{(I=2)} = \sqrt{1/3} \mathcal{B}. \quad (12)$$

Амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния выражаются через амплитуды в изотопическом пространстве $T^{(I=0)}$ и $T^{(2)}$ следующим образом:

$$\begin{aligned} T_{\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-} &= \frac{2}{3} \left(T^{(0)} + \frac{1}{2} T^{(2)} \right), \\ T_{\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0} &= -\frac{2}{3} \left(T^{(0)} - T^{(2)} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Рис. 1. S -волновые вклады.

Согласно соотношениям (10) и (13) мнимые части $\pi\pi$ -петель дают вклад в S -волны амплитуды M_{++} как

$$\text{Im } M_{++}^{(s)}(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0) = \frac{4}{9} \mathcal{B} \text{Re} \left(T^{(0)} - \frac{1}{2} T^{(2)} \right), \quad (14)$$

$$\text{Im } M_{++}^{(s)}(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{1}{9} \mathcal{B} \text{Re} \left(4T^{(0)} + T^{(2)} \right). \quad (15)$$

Амплитуды $T^{(0)}$ и $T^{(2)}$ могут быть представлены как

$$\text{Re } T^{(I)} = \frac{q_0}{q} \eta_I \cos \delta_0^I(t) \sin \delta_0^I(t), \quad (16)$$

где $\delta_0^I(t)$ — фазовый сдвиг S -волны π -рассеяния с изоспином I и η_I — неупругость.

Выражение для сдвига фаз $\delta_0(t)$ определено, используя параметризацию работы [41]. При низких энергиях $t \lesssim 4m_k^2$ имеем

$$\text{ctg } \delta_0^0(t) = \frac{\sqrt{t}}{2q} \frac{\mu^2}{(t - \frac{1}{2}\mu^2)} \times \quad (17)$$

$$\times \left\{ \frac{\mu}{\sqrt{t}} + B_0 + B_1 w(t) + B_2 w(t)^2 + B_3 w(t)^3 \right\},$$

где

$$w(t) = \frac{\sqrt{t} - \sqrt{4m_k^2 - t}}{\sqrt{t} + \sqrt{4m_k^2 - t}}$$

и η_0^0 равны 1.

Для энергий $4m_k^2 < t < (1.42 \text{ ГэВ})^2$ мы используем [41]

$$\delta_0^0(t) = d_0 + B \frac{q_k^2}{m_k^2} + C \frac{q_k^4}{m_k^4} + D \theta(t - 4m_\eta^2) \frac{q_\eta^2}{m_\eta^2}, \quad (18)$$

$$\eta_0^0(t) = \exp \left[\frac{-q_k}{\sqrt{t}} \left(\epsilon_1 + \epsilon_2 \frac{q_k}{\sqrt{t}} + \epsilon_3 \frac{q_k^2}{t} \right)^2 - \right. \quad (19)$$

$$\left. - \epsilon_4 \theta(t - 4m_\eta^2) \frac{q_\eta}{\sqrt{t}} \right],$$

где $q_k = \sqrt{t/4 - m_k^2}$ и $q_\eta = \sqrt{t/4 - m_\eta^2}$; m_k и m_η являются массами K и η -мезонов соответственно.

Параметры в уравнениях (17)–(19) представлены в табл. 1.

Чтобы описать фазовый сдвиг $\delta_0^2(t)$, мы используем параметризацию [42] в области энергий до 1.5 ГэВ, предполагая $\eta_0^2(t) = 1$ [43]

$$\tan \delta_0^2 = \frac{q}{q_0} \{ A_0^2 + B_0^2 q^2 + C_0^2 q^4 + D_0^2 q^6 \} \times \left(\frac{4\mu^2 - s_0^2}{t - s_0^2} \right), \quad (20)$$

где

$$A_0^2 = -0.044, \quad B_0^2 = -0.0855/\mu^2,$$

$$C_0^2 = -0.00754/\mu^4,$$

$$D_0^2 = 0.000199/\mu^6, \quad s_0^2 = -11.9/\mu^2.$$

Следует заметить, что вклад петлевой диаграммы $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow \pi\pi$ в $\Delta((\alpha_1 - \beta_1))$ очень мал и мы не рассматриваем его здесь.

Результаты вычисления вкладов мезонов и $\pi\pi$ -петель (кроме вклада σ -мезона) в д.п.с. (4) для заряженных и нейтральных пионов представлены в табл. 2.

Параметры q_0 и q_2 являются вкладами $\pi\pi$ -петель с изоспинами $I = 0$ и $I = 2$ соответственно.

3. ВЫЧИСЛЕНИЯ $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$

Значения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0}$ были определены при исследовании процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ в работах [13, 18, 19]: -1.6 ± 2.2 , -0.6 ± 1.8 , $-1.25 \pm 0.08 \pm 0.15$.

Эти значения находятся в согласии с предсказанием киральной теории возмущений [44] $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0}^{\text{ChPT}} = -1.9 \pm 0.2$. Поэтому для того чтобы определить $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$, мы добавили значение $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0}^{\text{ChPT}}$ к результатам вычислений $\Delta((\alpha_1 - \beta_1))$ с помощью д.п.с. при различных значениях ширины распада $\sigma \rightarrow \gamma\gamma$, когда масса и

Таблица 1. Значения коэффициентов в выражениях (17), (19) [41]

B_0	7.26 ± 0.23	d_0	$(227.1 \pm 1.3)^\circ$	ϵ_1	4.7 ± 0.2
B_1	-25.3 ± 0.5	B	$(94.0 \pm 2.3)^\circ$	ϵ_2	-15.0 ± 0.8
B_2	-33.1 ± 1.2	C	$(40.4 \pm 2.9)^\circ$	ϵ_3	4.7 ± 2.6
B_3	-26.6 ± 2.3	D	$(-86.9 \pm 4.0)^\circ$	ϵ_4	0.38 ± 0.34

Таблица 2. Вклады мезонов и $\pi\pi$ -петель в дисперсионные правила сумм (4) для заряженных и нейтральных пионов

	ρ	b_1	a_1	a_2	f_0	f'_0	q_0	q_2
$\pi^\pm$	-1.14	0.93	1.92	1.98	0.80	0.08	-4.27	0.34
	ρ	ω	ϕ	f_0	f'_0	h_1	q_0	q_2
π^0	-1.42	-11.61	-0.04	0.69	0.08	5.32	-4.26	-1.36

полная ширина распада σ -мезона брались в интервалах $m_\sigma = 400\text{--}550$ МэВ, $\Gamma_\sigma = 400\text{--}600$ МэВ.

Результаты вычислений представлены на рис. 2. Кривая 1 соответствует вычислениям с $\sqrt{t_\sigma} = m_\sigma - i1/2\Gamma_\sigma = 446 - i276$. Кривые 2 и 3 соответствуют $m_\sigma = 400$ МэВ, $\Gamma_\sigma = 600$ МэВ и $m_\sigma = 550$ МэВ, $\Gamma_\sigma = 400$ МэВ соответственно. Как очевидно из этого рисунка, полученные значения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$ слабо зависят от массы и полной ширины распада σ -мезона в рассматриваемой области. Полученные значения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$ находятся в пределах 9.5–8.0.

Кривая 4 на рис. 2 является результатом вычисления дисперсионных правил сумм (4) для $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$ при $m_\sigma = 446$ МэВ и $\Gamma_\sigma = 552$ МэВ, в случае когда не учитывается величина $\Delta((\alpha_1 - \beta_1))$. Полученные результаты сильно зависят от ширины распада $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma}$ и указывают, что реалистические значения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$ могут быть получены в рассматриваемом подходе, если $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} \lesssim 0.7$ кэВ.

Влияние верхнего предела интегрирования (Λ) в дисперсионных правилах сумм (4) на результат вычислений было изучено. Показано, что результаты практически не меняются, если Λ больше $(6 \text{ ГэВ})^2$. В настоящей работе мы проводили интегрирование до $(20 \text{ ГэВ})^2$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Используя факт, что вклад состояний с изоспином $I = 0$ в разность $\Delta((\alpha_1 - \beta_1)) = (\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm} - (\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0}$ равен 0, когда массы заряженных и нейтральных π -мезонов равны друг другу, мы проанализировали дисперсионные правила сумм для этой разницы для реальных значений

масс пионов. Эти правила сумм вычислялись для параметров σ -мезона в интервалах: $m_\sigma = 400\text{--}550$ МэВ, $\Gamma_\sigma = 400\text{--}600$, $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} = 0\text{--}3$ кэВ. Для того чтобы определить $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$, мы добавили $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0}^{\text{ChPT}} = -1.9$ к $\Delta((\alpha_1 - \beta_1))$. Полученные значения $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$ слабо зависят от параметров σ -мезона и находятся в пределах $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm} = 9.4\text{--}8.2$. Этот результат согласуется с экспериментальными значениями, полученными в работах [1, 2], и противоречит вычислениям в рамках киральной теории возмущений [3].

Кроме того, анализ дисперсионных правил сумм показал, что значения $((\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm} < 15)$ могут быть получены, если ширина распада $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} \lesssim 0.7$ кэВ. Значения $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} \lesssim 1$ кэВ были ранее также получены в работах [13, 14, 45, 46]. Результаты с $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} > 1$ кэВ приведены в [37, 47].

Автор благодарит Т. Валчера, В. Л. Кашеварова и А. И. Львова за полезные обсуждения.

Приложение 1

Вклады векторных и псевдовекторных мезонов $(\rho, \omega, \phi, a_1 \text{ и } b_1)$ в $\text{Im } M_{++}(s, u = \mu^2)$ вычисляются с помощью выражения

$$\text{Im } M_{++}^{(V)}(s, u = \mu^2) = \mp 4g_V^2 s \frac{\Gamma_0}{(m_V^2 - s)^2 + \Gamma_0^2}, \quad (\text{П.1})$$

где m_V — масса мезона, знак “+” соответствует вкладу a_1 - и b_1 -мезонов и

$$g_V^2 = 6\pi \sqrt{\frac{m_V^2}{s}} \left(\frac{m_V}{m_V^2 - \mu^2} \right)^3 \times \quad (\text{П.2})$$

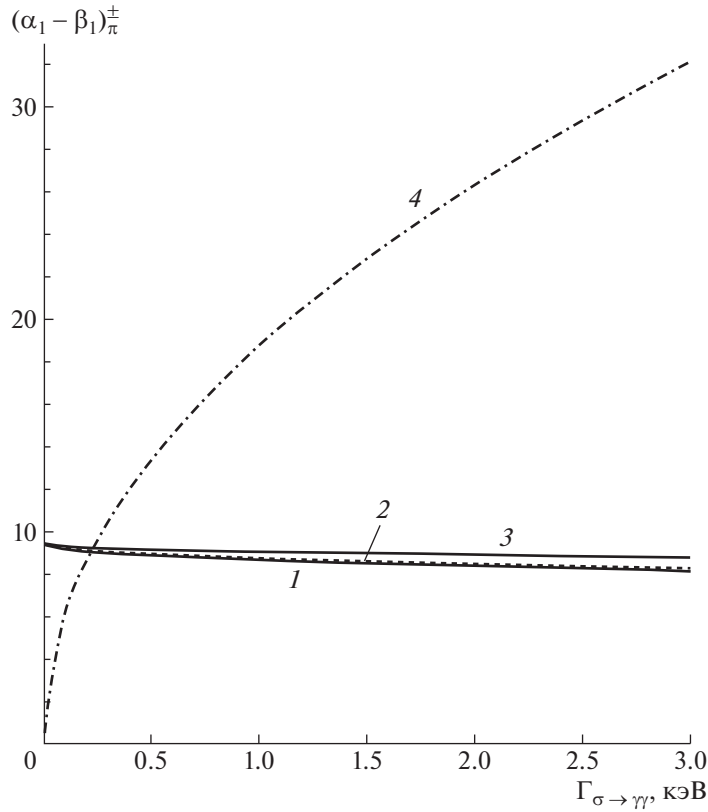


Рис. 2. Зависимость $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$ от $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma}$. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют вычислению $\Delta((\alpha_1 - \beta_1))$ при $\sqrt{t}_\sigma = 446 - i276$, $400 - i300$ и $550 - i200$ МэВ соответственно. Кривая 4 является результатом вычисления дисперсионных правил сумм (4) только для $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm}$ при $\sqrt{t}_\sigma = 446 - i276$.

$$\begin{aligned} & \times \Gamma_{V \rightarrow \gamma\pi} D_1(m_V^2) / D_1(s), \\ \Gamma_0 &= \left(\frac{q_i^2(s)}{q_i^2(m_V^2)} \right)^{3/2} \frac{m_V^2}{\sqrt{s}} \times \\ & \times D_1(m_V^2) / D_1(s) \Gamma_V. \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

D_1 в этих уравнениях связан с центробежным потенциалом и равен $D_1 = 1 + (q_i r)^2$ [48], $r = 1$ фм — эффективный радиус взаимодействия, Γ_V и $\Gamma_{V \rightarrow \gamma\pi}$ — полная ширина и ширина распада этих мезонов на $\gamma\pi$. Импульсы q_i^2 для $(\rho, \omega, \phi, a_1 \text{ и } b_1)$ -мезонов равны $(s - 4\mu^2)/4$, $(s - 9\mu^2)/4$, $(s - 4m_k^2)/4$, $(s - (m_\rho + \mu)^2)/4$ и $(s - 16\mu^2)/4$ соответственно.

Приложение 2

Амплитуда вклада скалярного мезона в процесс $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ может быть записана как

$$T = \frac{g_s}{\sqrt{t} - M_s - i\frac{1}{2}\Gamma_s}. \quad (\text{П.4})$$

Тогда легко показать, что мнимая часть амплитуды $\text{Im } M_{++}^\sigma(t)$ вкладов σ -мезона в рассматриваемый процесс может быть представлена как

$$\text{Im } M_{++}^\sigma(t) = \frac{g_\sigma (\sqrt{t} + M_\sigma) \Gamma_0^\sigma(t)}{(t - M_\sigma^2)^2 + (\Gamma_0^\sigma(t))^2}, \quad (\text{П.5})$$

где

$$g_\sigma = \frac{8\pi}{t} \left[\frac{2}{3} \frac{M_\sigma \Gamma_{\gamma\gamma} \Gamma_\sigma}{\sqrt{M_\sigma^2 - 4\mu^2}} \right]^{1/2}, \quad (\text{П.6})$$

$$\Gamma_0^\sigma = \frac{M_\sigma (\sqrt{t} + M_\sigma)}{2\sqrt{t}} \left(\frac{t - 4\mu^2}{M_\sigma^2 - 4\mu^2} \right)^{1/2} \Gamma_\sigma. \quad (\text{П.7})$$

Эти выражения (П.5)–(П.7) могут быть очень полезными для описания скалярных мезонов с большими ширинами распада.

Так как K -мезоны дают большой вклад в ширину распада $f_0(980)$ -мезона и порог реакции $\gamma\gamma \rightarrow K\bar{K}$ очень близок к массе $f_0(980)$ -мезона, мы рассматриваем выражение Флэтта [49] для вклада $f_0(980)$ -мезона в процесс $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$.

Для $t > 4m_k^2$:

$$\text{Im } M_{++}^{f_0} = g_{f_0} \frac{\Gamma_{0f_0}}{(m_{f_0}^2 - t)^2 + \Gamma_{0f_0}^2}, \quad (\text{П.8})$$

где

$$\Gamma_{0f_0} = \left[\Gamma_{f_0 \rightarrow \pi\pi} \left(\frac{t - 4\mu^2}{m_{f_0}^2 - 4\mu^2} \right)^{1/2} + \Gamma_{f_0 \rightarrow kk} \left(\frac{t - 4m_k^2}{4m_k^2 - m_{f_0}^2} \right)^{1/2} \right] m_{f_0}. \quad (\text{П.9})$$

Для $t < 4m_k^2$:

$$\text{Im } M_{++} = g_{f_0} \Gamma_{0f_0} \left(\left[m_{f_0}^2 - t - \left(\frac{4m_k^2 - t}{4m_k^2 - m_{f_0}^2} \right)^{1/2} m_{f_0} \Gamma_{f_0 \rightarrow kk} \right]^2 + \Gamma_{0f_0}^2 \right)^{-1}, \quad (\text{П.10})$$

$$\Gamma_{0f_0} = \Gamma_{f_0 \rightarrow \pi\pi} m_{f_0} \left(\frac{t - 4\mu^2}{m_{f_0}^2 - 4\mu^2} \right)^{1/2}. \quad (\text{П.11})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yu. M. Antipov, V. A. Batarin, V. A. Bessubov, N. P. Budanov, Yu. P. Gorin, S. P. Denisov, I. V. Kotov, A. A. Lebedev, A. I. Petrukhnin, S. A. Polovnikov, V. N. Roinishvili, D. A. Stoyanova, P. A. Kulinich, G. V. Mecel'macher, A. G. Ol'shevski, *et al.*, Phys. Lett. B **121**, 445 (1983); Yu. M. Antipov, V. A. Batarin, V. A. Bessubov, N. P. Budanov, Yu. P. Gorin, S. P. Denisov, I. V. Kotov, A. A. Lebedev, A. I. Petrukhnin, S. A. Polovnikov, V. N. Roinishvili, D. A. Stoyanova, P. A. Kulinich, G. V. Mecel'macher, A. G. Ol'shevski, *et al.*, Z. Phys. C **26**, 495 (1985).
2. J. Ahrens, V. M. Alexeev, J. R. M. Annand, H. J. Arends, R. Beck, G. Caselotti, S. N. Cherepnaya, D. Drechsel, L. V. Fil'kov, K. Föhl, I. Giller, P. Grabmayr, T. Hehl, D. Hornidge, V. L. Kashevarov, M. Kotulla, *et al.*, Eur. Phys. J. A **23**, 113 (2005).
3. J. Gasser, M. A. Ivanov, and M. E. Sainio, Nucl. Phys. B **745**, 84 (2006).
4. T. A. Aibergenov, P. S. Baranov, O. D. Beznisko, S. N. Cherepnija, L. V. Fil'kov, A. A. Nafikov, A. I. Osadchiy, V. G. Raevskiy, L. N. Shtarkov, and E. I. Tamm, Czech. J. Phys. B **36**, 948 (1986).
5. A. Guskov (COMPASS Collab.), Fizika B **17**, 313 (2008).
6. G. Fäldt and U. Tengblad, Phys. Rev. C **76**, 064607 (2007).
7. G. Fäldt and U. Tengblad, Phys. Rev. C **79**, 014607 (2009); C **87**, 029903(E) (2013).
8. T. Walcher, Prog. Part. Nucl. Phys. **61**, 106 (2008).
9. U. Amaldi, M. Jacob, and G. Matthiae, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **26**, 385 (1976).
10. L. V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, Phys. Part. Nucl. **48**, 117 (2017).
11. L. V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, in *Proceedings of the "NSTAR 2007", Bonn, Germany, 05–08 September 2007*, p. 179; arXiv:0802.0965 [nucl-th].
12. L. V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, in *Proceedings of the 6th Workshop on Chiral Dynamics, 06–10 July 2009, Bern, Switzerland*, PoS (CD09) 036; arXiv:0909.4849 [hep-ph].
13. L. V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, Eur. Phys. J. A **5**, 285 (1999).
14. L. V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, Phys. Rev. C **72**, 035211 (2005).
15. L. V. Fil'kov and V. L. Kashevarov, Phys. Rev. C **73**, 035210 (2006).
16. D. Babusci, S. Bellucci, G. Giordano, G. Matone, A. M. Sandorfi, and M. A. Moinester, Phys. Lett. B **277**, 158 (1992).
17. J. F. Donoghue and B. R. Holstein, Phys. Rev. D **48**, 137 (1993).
18. A. E. Kaloshin and V. V. Serebryakov, Z. Phys. C **64**, 689 (1994).
19. R. Garcia-Martin and B. Moussallam, Eur. Phys. J. C **70**, 155 (2010).
20. U. Bürgi, Nucl. Phys. B **479**, 392 (1997).
21. C. Berger *et al.* (PLUTO Collab.), Z. Phys. C **26**, 199 (1984).
22. A. Courau *et al.* (DM1 Collab.), Nucl. Phys. B **271**, 1 (1986).
23. Z. Ajaltoni *et al.* (DM2 Collab.), Phys. Lett. B **194**, 573 (1987).
24. J. Boyer *et al.* (Mark II Collab.), Phys. Rev. D **42**, 1350 (1990).
25. A. I. L'vov and V. A. Petrun'kin, Preprint of P.N. Lebedev Physical Institute, No. 170 (1977).
26. L. V. Fil'kov, I. Guiaşu, and E. E. Radescu, Phys. Rev. D **26**, 3146 (1982).
27. H. A. Abarbanel and M. L. Goldberger, Phys. Rev. **165**, 1594 (1968).
28. I. Guiaşu and E. E. Radescu, Ann. Phys. (N.Y.) **122**, 436 (1979).
29. J. Beringer *et al.* (PDG Collab.), Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012).
30. M. Zielinski, D. Berg, C. Chandlee, S. Cihangir, T. Ferbel, J. Huston, T. Jensen, F. Lobkowicz, T. Ohshima, P. Slattery, P. Thompson, B. Collick, S. Heppelmann, M. Marshak, E. Peterson, K. Ruddick, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **52**, 1195 (1984).
31. V. V. Anisovich, V. A. Nikonov, and A. V. Sarantsev, Phys. At. Nucl. **65**, 1545 (2002).
32. D. Morgan and M. R. Pennington, Z. Phys. C **48**, 623 (1990).
33. D. V. Bugg, A. V. Sarantsev, and B. S. Zou, Nucl. Phys. B **471**, 59 (1990).
34. A. I. L'vov and V. A. Petrun'kin, Sov. Physics-Lebedev Inst. Reports, No 12 (1985).
35. I. Caprini, G. Colangelo, and H. Leutwyler, Phys. Rev. Lett. **96**, 132001 (2006); hep-ph/0512364.
36. I. Caprini, Phys. Rev. D **77**, 114019 (2008); arXiv:0804.3504.

37. B. Moussallam, Eur. Phys. J. C **71**, 1814 (2011).
38. R. Kamiński, R. Garcia-Martin, J. R. Peláez, and J. Ruiz de Elvira, Nucl. Phys. Proc. Suppl. B **234**, 253 (2012); arXiv: 1211.2617 [hep-ph].
39. J. R. Peláez, J. Nebreda, G. Rios, and J. Ruiz de Elvira, Acta Phys. Polon. Supp. **6**, 735 (2013); arXiv: 1304.5121 [hep-ph].
40. M. Boggione and M. R. Pennington, Eur. Phys. J. C **9**, 11 (1999).
41. R. Garcia-Martin, R. Kamiński, J. R. Peláez, J. Ruiz de Elvira, and F. J. Ynduráin, Phys. Rev. D **83**, 074004 (2011).
42. A. Schenk, Nucl. Phys. B **363**, 97 (1991).
43. B. Ananthanarayan, G. Colangelo, J. Gasser, and H. Leutwyler, Phys. Rep. **353**, 207 (2001).
44. S. Bellucci, J. Gasser, and M. E. Sainio, Nucl. Phys. B **423**, 80 (1994).
45. S. Dubničková, A. Z. Dubničková, and M. Sečanský, Acta Phys. Slov. **55**, 25 (2005).
46. N. N. Achasov and G. N. Shestakov, JETP Lett. **88**, 295 (2008).
47. M. Hoferichter, D. R. Philips, and C. Schat, Eur. Phys. J. C **71**, 1743 (2011).
48. J. M. Blatt and V. F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics* (Springer-Verlag, New York, 1979), pp. 359–365, 386–389.
49. S. M. Flatté, Phys. Lett. B **63**, 228 (1976).

CONNECTION OF THE DIPOLE POLARIZABILITIES OF CHARGED AND NEUTRAL π -MESONS

L. V. Fil'kov¹⁾

¹⁾*P. N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Using the fact that the contribution of the states with isospin $I = 0$ in the difference of the amplitudes of the processes $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ and $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ is very small, the dispersion sum rules for the difference between the dipole polarizabilities of the charged and neutral pions have been analyzed as a function of the σ -meson parameters. Then taking into account the current chiral perturbation value of $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^0} = -1.9$, the value $(\alpha_1 - \beta_1)_{\pi^\pm} = 9.4-8.2$ has been found for the σ -meson parameter within the region: $m_\sigma = 400-550$ MeV, $\Gamma_\sigma = 400-600$ MeV, $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} = 0-3$ keV. Estimation of the optimal value of the decay width $\sigma \rightarrow \gamma\gamma$ has given $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} \lesssim 0.7$ keV.