#### — ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ —

### О ВОЗМОЖНОСТИ БЕЗМОДЕЛЬНОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ АМПЛИТУД УПРУГОГО НУКЛОН-НУКЛОННОГО РАССЕЯНИЯ НА УСТАНОВКЕ СПАСЧАРМ НА У-70

© 2024 г. М. Б. Нурушева $^{1),*}$ , А. А. Богданов $^{1),2}$ , В. П. Ладыгин $^{3)}$ , В. В. Моисеев $^{4)}$ , В. В. Мочалов $^{1),4}$ , П. А. Семенов $^{1),4}$ 

Поступила в редакцию 13.02.2024 г.; после доработки 13.02.2024 г.; принята к публикации 13.02.2024 г.

Основной задачей эксперимента СПАСЧАРМ является систематическое исследование спиновых явлений при промежуточных энергиях. С этой целью планируется создать пучок поляризованных протонов и антипротонов. Проведение исследований предусматривает, в том числе, изучение упругого рассеяния. Часть необходимого оборудования для проведения исследований упругого рассеяния на канале поляризованных частиц планируется использовать сразу после его создания. В настоящей работе исследуется и определяется набор наблюдаемых, необходимых для безмодельного восстановления амплитуд упругого протон-протонного рассеяния.

DOI: 10.31857/S0044002724040021, EDN: JNOJAF

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение нуклон-нуклонного упругого рассеяния при высоких энергиях является предметом постоянного внимания экспериментаторов и теоретиков на протяжении многих лет. Наличие поляризованных пучков, мишеней и поляриметров позволяет измерять многочисленные поляризационные наблюдаемые, чувствительные к деталям спиновой структуры сильного взаимодействия. При высоких энергиях данные нуклон-нуклонного взаимодействия могут быть чувствительны к обменам тяжелыми мезонами, к проявлению ненуклонных степеней свободы и к вкладу высших твистов, что, несомненно, дает импульс развитию моделей сильного взаимодействия.

Одним из способов анализа деталей протонпротонного упругого рассеяния является модельнонезависимый метод прямого восстановления амплитуд рассеяния (direct reconstruction of scattering amplitudes — DRSA) [1]. Суть этого метода состоит в восстановлении амплитуд упругого протонпротонного рассеяния из измеренных угловых распределений сечений и поляризационных наблюдаемых, которые являются билинейными комбинациями амплитуд рассеяния.

Прямое восстановление амплитуд рассеяния протон-протонного упругого рассеяния было выполнено для данных, полученных при фиксированных энергиях 590 МэВ [2] в PSI, 730 МэВ [3] и 800 МэВ [4]

в LAMPF, при энергиях ниже 590 МэВ [5] в PSI, при 11 энергиях от 830 МэВ до 2.7 ГэВ [6] и при четырех энергиях от 1.8 до 2.7 ГэВ [7] в SATURNE II. Эксперимент при самой высокой энергии, при которой проводилось измерение амплитуд, был выполнен в ANL-ZGS при 5.13 ГэВ [8].

В настоящей работе представлена процедура выбора наблюдаемых DRSA для эксперимента по изучению протон-протонного и антипротон-протонного упругого рассеяния на ускорителе У-70 в рамках проекта СПАСЧАРМ [9].

#### 2. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Физическая программа эксперимента СПАСЧАРМ (СПиновые АСимметрии рождения ЧАРМония), нацеленного, прежде всего, на исследование спиновой зависимости сильного взаимодействия, подробно представлена в Концептуальном проекте эксперимента [9]. Программа эксперимента охватывает изучение спиновых эффектов в десятках инклюзивных и эксклюзивных адронных реакций. Для реализации данного эксперимента планируется создать новый канал, который даст уникальную возможность получать как поляризованные протонные, так и антипротонные пучки с интенсивностью до  $10^7$  и  $10^6$  частиц за 10-секундный цикл соответственно [10].

Анализ показал, что оптимальный импульс поляризованного пучка, при котором можно одновременно с высокой эффективностью получать поляризованные протоны и антипротоны [10] — 16 ГэВ/c (см. рис. 1), при других энергиях значителен вклад от фоновых частиц.

Поляриметрия пучка является необходимой частью эксперимента СПАСЧАРМ [9]. Метод измерения

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup> Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", Москва, Россия.

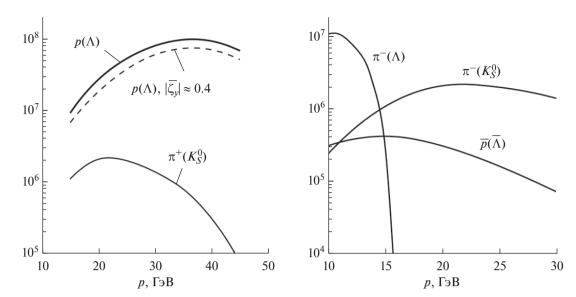
<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup> Школа Сотрудничества, Москва, Россия.

<sup>3)</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

<sup>&</sup>lt;sup>4)</sup> НИЦ "Курчатовский институт" — ИФВЭ, Протвино, Россия.

<sup>\*</sup> E-mail: mbnurusheva@mail.ru

Интенсивность частиц на 10<sup>13</sup> падающих протонов



**Рис. 1.** Интенсивность пучка поляризованных протонов (антипротонов и фоновых  $\pi^+(\pi^-)$ -мезонов в конце канала при максимальном  $\Delta p/p$ , рассчитанная на  $10^{13}$  падающих на мишень канала протонов с энергией 60 ГэВ; штриховая кривая — суммарная интенсивность протонов для двух интервалов с противоположным значением и средней поляризацией  $\xi_y = 40\%$ .

поляризации основан на использовании известных спиновых асимметрий в некоторых физических процессах [10], и упругое нуклон-нуклонное рассеяние является очень важным среди таких процессов, представляющих интерес [11]. В свою очередь, наличие поляризованных пучков, взаимодействующих с рядом различных поляризованных и неполяризованных мишеней, предоставляет инструменты для всестороннего изучения физики самого упругого рассеяния [12].

Выбор наблюдаемых для измерения существенно зависит от конкретного экспериментального оборудования, характеристик соответствующего ускорителя и его энергии. Набор наблюдаемых рассмотрен для двух случаев поляризации мишени, тогда как пучок может быть поляризован во всех трех направлениях: только при продольной и одной поперечной поляризаций мишени и в случае создания мишени нового типа, когда можно получить все три направления поляризации, на основе разработанных уже технологий [13].

# 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАБОРА НАБЛЮДАЕМЫХ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ АМПЛИТУД

Как уже отмечалось выше, набор поляризационных наблюдаемых определяется деталями эксперимента, а именно возможностями иметь различные проекции спинов пучка и мишени. На протяжении всей статьи мы используем нуклон-нуклонный (NN) формализм и четырехиндексное обозначение для наблюдаемых, приведенные в [14]. Матрица рассеяния представля-

ется в виде

$$M(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) = \frac{1}{2} \Big\{ (a+b) + (a-b)(\sigma_1, \mathbf{n})(\sigma_2, \mathbf{n}) + (c+d) \times (\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m}) + (c-d)(\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l}) + e(\sigma_1 + \sigma_2, \mathbf{n}) \Big\},$$
(1)

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i|}, \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i|}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_f \times \mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_f \times \mathbf{k}_i|}, \quad (2)$$

где a,b,c,d и e — амплитуды рассеяния,  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  — матрицы Паули размером  $2\times 2$ ,  $\mathbf{k}_f$  и  $\mathbf{k}_i$  — единичные векторы в направлениях падающих и рассеянных частиц соответственно. Индексы любого наблюдаемого  $X_{\rm srbt}$  относятся к состояниям поляризации рассеянных частиц, частиц отдачи, пучка и мишени соответственно. Поляризации падающих частиц и мишени ориентированы вдоль единичных векторов  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{l}$  в системе центра масс и  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{k}$  в лабораторной системе отсчета пучка и мишени.

Ранее было показано, что минимальный набор в системе центра масс состоит из сечения  $\sigma$  и 9 спиновых наблюдаемых  $A_{oono}$ ,  $A_{oolm}$ ,  $K_{olmo}$ ,  $K_{ollo}$ ,  $D_{olom}$ ,  $N_{olmn}$ ,  $N_{onlm}$ ,  $N_{olln}$ ,  $N_{onmm}$  [15]. Наличие поляризованного пучка с тремя направлениями поляризации и поляризованной мишени с продольной и поперечной компонентами поляризации, при условии измерения двух поперечных компонентов поляризации частицы отдачи, дает нам возможность измерить 15 наблюдаемых:

$$\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2}|a|^2 + \frac{1}{2}|b|^2 + \frac{1}{2}|c|^2 + \frac{1}{2}|d|^2 + \frac{1}{2}|e|^2, \quad (3)$$

$$A_3 = \sigma A_{oonn} = \frac{1}{2}|a|^2 - \frac{1}{2}|b|^2 - \frac{1}{2}|c|^2 + \frac{1}{2}|d|^2 + \frac{1}{2}|e|^2,$$
 (4)

$$K_3 = \sigma K_{onno} = \frac{1}{2}|a|^2 - \frac{1}{2}|b|^2 + \frac{1}{2}|c|^2 - \frac{1}{2}|d|^2 + \frac{1}{2}|e|^2, \tag{5}$$

$$D_3 = \sigma D_{onon} = \frac{1}{2}|a|^2 + \frac{1}{2}|b|^2 - \frac{1}{2}|c|^2 - \frac{1}{2}|d|^2 + \frac{1}{2}|e|^2, (6)$$

$$P = \sigma A_{oono} = \sigma A_{ooon} = \text{Re}(a^*e), \tag{7}$$

$$N_2 = \sigma N_{onkk} = -\text{Re}(d^*e)\cos(\theta) - \text{Im}(a^*d)\sin(\theta), \quad (8)$$

$$A_1 = \sigma A_{oosk} = -\text{Im}(d^*e)\cos(\theta) - \text{Re}(a^*d)\sin(\theta), \quad (9)$$

$$\begin{split} N_1 &= \sigma N_{onsk} = -\text{Re}(d^*e)\sin(\theta) + \\ &+ \text{Im}(a^*d)\cos(\theta) + \text{Im}(b^*c), \quad \text{(10)} \end{split}$$

$$A_2 = \sigma A_{ookk} = \operatorname{Im}(d^*e) \sin(\theta) - \operatorname{Re}(a^*d) \cos(\theta) + \operatorname{Re}(b^*c), \quad (11)$$

$$K_2 = \sigma K_{osso} = -\text{Re}(a^*c)\cos(\theta + \theta_2) + + \text{Im}(c^*e)\sin(\theta + \theta_2) - \text{Re}(b^*d)\cos(\theta_2), \quad (12)$$

$$K_1 = \sigma K_{osko} = \operatorname{Re}(a^*c)\sin(\theta + \theta_2) + + \operatorname{Im}(c^*e)\cos(\theta + \theta_2) - \operatorname{Re}(b^*d)\sin(\theta_2), \quad (13)$$

$$N_4 = \sigma N_{oskn} = -\text{Im}(a^*c)\cos(\theta + \theta_2) + + \text{Re}(c^*e)\sin(\theta + \theta_2) + \text{Im}(b^*d)\cos(\theta_2), \quad (14)$$

$$N_5 = \sigma N_{ossn} = -\operatorname{Im}(a^*c)\sin(\theta + \theta_2) - \operatorname{Re}(c^*e)\cos(\theta + \theta_2) - \operatorname{Im}(b^*d)\sin(\theta_2), \quad (15)$$

$$D_1 = \sigma D_{osok} = \operatorname{Re}(a^*b)\sin(\theta + \theta_2) - \operatorname{Re}(c^*d)\sin(\theta_2) + \operatorname{Im}(b^*e)\cos(\theta + \theta_2), \quad (16)$$

$$N_3 = \sigma N_{osnk} = -\text{Im}(a^*b)\cos(\theta + \theta_2) +$$

$$+ \text{Im}(c^*d)\cos(\theta_2) + \text{Re}(b^*e)\sin(\theta + \theta_2). \quad (17)$$

Если же использовать мишень со всеми тремя возможными направлениями поляризации, то появляются еще четыре наблюдаемых, а именно:

$$N_7 = \sigma N_{onks} = -\text{Re}(d^*e)\sin(\theta) + + \text{Im}(a^*d)\cos(\theta) - \text{Im}(b^*c), \quad (18)$$

$$A_4 = \sigma A_{ooss} = -\text{Im}(d^*e)\sin(\theta) + + \text{Re}(a^*d)\cos(\theta) + \text{Re}(b^*c), \quad (19)$$

$$D_2 = \sigma D_{osos} = -\text{Re}(a^*b)\cos(\theta + \theta_2) - \\ - \text{Re}(c^*d)\cos(\theta_2) + \text{Im}(b^*e)\sin(\theta + \theta_2), \quad (20)$$

$$N_6 = \sigma N_{osns} = -\operatorname{Im}(a^*b)\sin(\theta + \theta_2) - \\ -\operatorname{Im}(c^*d)\sin(\theta_2) - \operatorname{Re}(b^*e)\cos(\theta + \theta_2). \quad (21)$$

Таким образом, есть возможность измерить следующие отличные от нуля наблюдаемые:  $A_{oono}$ ,  $A_{oono}$  — анализирующие способности пучка и мишени;  $A_{oonn}$ ,  $A_{oosk}$ ,  $A_{oosk}$  — четыре параметра корреляции спина.

Поляризация рассеянной частицы, совпадающую с анализирующей способностью:

$$P_{onoo} = A_{oono} = A_{ooon} = P$$

Дополнительно при перерассеянии могут быть измерены следующие наблюдаемые:  $K_{onno}$ ,  $K_{osso}$ ,  $K_{osko}$  — три коэффициента передачи поляризации от пучка к частице отдачи;  $D_{onon}$ ,  $D_{osok}$ ,  $D_{osos}$  — три коэффициента деполяризации для мишени;  $N_{onkk}$ ,  $N_{onsk}$ ,  $N_{onks}$ ,  $N_{osns}$ ,  $N_{osnk}$ ,  $N_{osn}$  — семь поляризаций частицы отдачи.

Таким образом, всего 19 различных наблюдаемых могут быть измерены на ускорителе У-70.

Определяем e как действительную и положительную, вводим стандартные обозначения для действительной и мнимой частей каждой комплексной амплитуды:  $\operatorname{Re} e = e$  и  $\operatorname{Im} e = 0$ ,  $a = a_1 + ia_2$ ,  $b = b_1 + ib_2$ ,  $c = c_1 + ic_2$ ,  $d = d_1 + id_2$ .

Используя (7), находим  $a_1$ :

$$a_1 = \frac{P}{e}. (22)$$

Из уравнений (3)-(6) находим:

$$\sigma + A_3 + D_3 + K_3 = 2|a|^2 + 2|e|^2.$$
 (23)

Используя два последних выражения, находим  $a_2$ :

$$a_2 = \left[ \left( e^2 (\sigma + A_3 + D_3 + K_3) - 2e^4 - 2P^2 \right) / 2e^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$
 (24)

Используя уравнения (8)—(11), находим:

$$A_1^2 + A_2^2 + N_1^2 + N_2^2 = |d|^2 (|a|^2 + |e|^2) - |b|^2 |c|^2 + 2A_2 \operatorname{Re}(b^* c) + 2N_1 \operatorname{Im}(b^* c),$$

выражая квадраты амплитуд из (3)–(6), получим:

$$A_2 \operatorname{Re}(b^*c) + N_1 \operatorname{Im}(b^*c) =$$

$$= \frac{A_1^2 + A_2^2 + N_1^2 + N_2^2 - \sigma A_3 + D_3 K_3}{2}. \quad (25)$$

Используя также (8)—(13), находим, что

$$A_1N_1 + A_2N_2 = |d|^2P + N_2\operatorname{Re}(b^*c) + A_1\operatorname{Im}(b^*c),$$
 (26)

$$N_2 \operatorname{Re}(b^*c) + A_1 \operatorname{Im}(b^*c) =$$

$$= \frac{2(A_1 N_1 + A_2 N_2) - P(\sigma + A_3 - D_3 - K_3)}{2}. \quad (27)$$

Из (25) и (27) найдем  $\operatorname{Re}(b^*c)$ . Для этого умножим выражение (25) на  $A_1$ , а (27) — на  $N_1$  и вычтем из первого второе:

$$\operatorname{Re}(b^*c) = \left[ -2N_1(A_1N_1 + A_2N_2) + PN_1(\sigma + A_3 - D_3 - K_3) + A_1(A_1^2 + A_2^2 + N_1^2 + N_2^2 - \sigma A_3 + D_3N_3) \right] / 2(A_1A_2 - N_1N_2).$$
 (28)

Аналогично найдем  ${\rm Im}(b^*c)$ . Для этого умножим выражение (25) на  $N_2$ , а (27) — на  $A_2$  и вычтем из первого второе:

$$\operatorname{Im}(b^*c) = \left[ -2A_2(A_1N_1 + A_2N_2) + PA_2(\sigma + A_3 - D_3 - K_3) + N_2(A_1^2 + A_2^2 + N_1^2 + N_2^2 - \sigma A_3 + D_3N_3) \right] / 2(N_1N_2 - A_1A_2).$$
 (29)

Выразим  $d_1$  и  $d_2$  через e из (8)—(11), умножив (8) и (9) на  $\cos(\theta)$ , а (10) и (11) на  $\sin(\theta)$ , после преобразований  $N_1\sin(\theta)+N_2\cos(\theta)$  и  $A_2\sin(\theta)-A_1\cos(\theta)$  получим:

$$d_1 e = \operatorname{Im}(b^* c) \sin(\theta) - N_1 \sin(\theta) - N_2 \cos(\theta),$$
  

$$d_2 e = \operatorname{Re}(b^* c) \sin(\theta) - A_2 \sin(\theta) + A_1 \cos(\theta),$$
(30)

$$d_1 = \frac{(textIm(b^*c) - N_1)\sin(\theta) - N_2\cos(\theta)}{e}, \quad (31)$$

$$d_2 = \frac{(textRe(b^*c) - A_2)\sin(\theta) + A_1\cos(\theta)}{e}$$
 (32)

Амплитуду находим из (31) и (32), подставляя их в выражение  $\sigma + A_3 - D_3 - K_3 = 2|d|^2$ :

$$e^{2} = 2 \left[ \left( \frac{(\sigma - A_{3})^{2} - (D_{3} - K_{3})^{2}}{4} + N_{1}^{2} + A_{2}^{2} - 2N_{1} \text{Im}(b^{*}c) - 2A_{2} \text{Re}(b^{*}c) \right) \sin^{2}(\theta) + \left( A_{1}^{2} + N_{2}^{2} \right) \cos^{2}(\theta) + \left( A_{1} \text{Re}(b^{*}c) - N_{2} \text{Im}(b^{*}c) \right) \sin(2\theta) \right] / (\sigma + A_{3} - D_{3} - K_{3}).$$
 (33)

Для определения  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $c_1$  и  $c_2$  необходимо добавить еще две наблюдаемые  $K_2$  и  $K_1$  из (12) и (13) для решения линейных уравнений относительно искомых амплитуд с использованием (25)—(27).

Введем обозначения и выразим  $c_1$  и  $c_2$  через  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $L_1$  и  $L_2$ :

$$L_{1} = b_{1}c_{1} + b_{2}C_{2} = \operatorname{Re}(b^{*}c), L_{2} = b_{1}c_{2} - b_{2}C_{1} = \operatorname{Im}(b^{*}c),$$

$$c_{1} = \frac{L_{1}b_{1} - L_{2}b_{2}}{|b|^{2}}, \quad c_{2} = \frac{L_{1}b_{2} + L_{2}b_{1}}{|b|^{2}}.$$
(35)

Полученные уравнения имеют вид

$$K_1|b|^2 = \left\{ (a_1L_1 + a_2L_2)\sin(\theta + \theta_2) - |b|^2 d_1\sin(\theta_2) - eL_2\cos(\theta + \theta_2) \right\} b_1 + \left\{ (a_2L_1 - a_1L_2)\sin(\theta + \theta_2) - |b|^2 d_2\sin(\theta_2) - eL_1\cos(\theta + \theta_2) \right\} b_2, \quad (36)$$

$$K_{2}|b|^{2} = \left\{ (a_{2}L_{2} - a_{1}L_{1})\cos(\theta + \theta_{2}) - |b|^{2}d_{1}\cos(\theta_{2}) - eL_{2}\sin(\theta + \theta_{2}) \right\} b_{1} + \left\{ (a_{1}L_{2} + a_{2}L_{1})\cos(\theta + \theta_{2}) - |b|^{2}d_{2}\cos(\theta_{2}) - eL_{1}\sin(\theta + \theta_{2}) \right\} b_{2}, \quad (37)$$

Таким образом, для DRSA в лабораторной системе достаточно использовать сечение  $\sigma$  и 10 поляризационных наблюдаемых:  $P,\ A_{oonn},\ A_{ookk},\ A_{oosk},\ K_{onno},\ K_{osko},\ K_{osso},\ D_{onon},\ N_{onsk},\ N_{onkk}.$ 

Предполагая, что все 19 экспериментальных наблюдаемых из уравнений (3)—(21) могут быть измерены с достаточной точностью, мы можем выбрать из них любой полный набор.

Сначала выделим набор из 11 наиболее удобных для восстановления наблюдаемых:

$$\{\sigma, P, A_3, D_3, K_3, A_1, A_2, A_4, N_1, N_2, N_7\}.$$
 (38)

 $a_1$  и  $a_2$  определены выше (22), (24). Суммируя (11) и (19), получаем:

$$Re(b^*c) = \frac{A_4 + A_2}{2}. (39)$$

Вычитая из (10) выражение (18), получаем:

$$Im(b^*c) = \frac{N_1 - N_7}{2}. (40)$$

Теперь можно выразить  $d_1$  через e, умножив на  $\sin(\theta)$  сумму выражений (10) и (18), и сложив с умноженным на  $2\cos(\theta)$  уравнением (8):

$$d_1 = \frac{-(N_1 + N_7)\sin(\theta) - 2N_2\cos(\theta)}{2e}.$$
 (41)

Выражаем  $d_2$  через e, умножив на  $\sin(\theta)$  разность выражений (19) и (11), и сложив с умноженным на  $2\cos(\theta)$  уравнением (9):

$$d_2 = \frac{(A_4 - A_2)\sin(\theta) + 2A_1\cos(\theta)}{2e}.$$
 (42)

Теперь находим e из (41) и (42), подставляя их в выражение  $\sigma + A_3 + D_3 + K_3 = 2|d|^2$ :

$$e = \left[ (\sigma + A_3 + D_3 + K_3) \left( \left( 4(A_1^2 + N_2^2) - (A_4 - A_2)^2 - (N_1 + N_7)^2 \right) \cos(2\theta) + \left( 4A_1(A_4 - A_2) + 4N_2(N_1 + N_7) \right) \sin(2\theta) + 4(A_1^2 + N_2^2) + (A_4 - A_2)^2 + (N_1 + N_7)^2 \right] / 2(\sigma + A_3 - D_3 - K_3).$$
 (43)

К множеству (38) добавим еще две наблюдаемые,  $K_1$  и  $D_1$  из (13) и (16), чтобы определить амплитуды  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $c_1$  и  $c_2$  путем решения линейных уравнений с использованием (39) и (40):

$$\{\sigma, P, A_3, D_3, D_1, K_3, K_1, A_1, A_2, A_4, N_1, N_2, N_7\}.$$
(44)

Введем обозначения  $L_1$  и  $L_2$  и выразим  $c_1$  и  $c_2$  через  $b_1,\,b_2,\,L_1$  и  $L_2$ :

$$L_1 = b_1 c_1 + b_2 C_2 = \frac{A_2 + A_4}{2},$$

$$L_2 = b_1 c_2 - b_2 C_1 = \frac{N_1 - N_7}{2}.$$
(45)

Мы получаем систему линейных уравнений для  $b_1$  и  $b_2$ , подставляя в уравнения (13) и (16) выражения (45) и (35):

$$K_1|b|^2 = \left\{ (a_1L_1 + a_2L_2)\sin(\theta + \theta_2) - |b|^2 d_1\sin(\theta_2) - eL_2\cos(\theta + \theta_2) \right\} b_1 + \left\{ (a_2L_1 - a_1L_2)\sin(\theta + \theta_2) - |b|^2 d_2\sin(\theta_2) - eL_1\cos(\theta + \theta_2) \right\} b_2, \quad (46)$$

$$D_{1}|b|^{2} = \left\{ |b|^{2} a_{1} \sin(\theta + \theta_{2}) - (d_{1}L_{1} + d_{2}L_{2}) \times \right.$$

$$\times \sin(\theta_{2}) \left. \right\} b_{1} + \left\{ |b|^{2} \left( a_{2} \sin(\theta + \theta_{2}) - e \cos(\theta + \theta_{2}) \right) + \right.$$

$$\left. + \left( d_{1}L_{1} + d_{2}L_{2} \right) \sin(\theta_{2}) \right\} b_{2}. \tag{47}$$

Обозначим коэффициенты при  $b_1$  и  $b_2$  как Q, R, S и T и решим систему уравнений:

$$Q = (a_1 L_1 + a_2 L_2) \sin(\theta + \theta_2) - -|b|^2 d_1 \sin(\theta_2) - eL_2 \cos(\theta + \theta_2), \quad (48)$$

$$R = (a_2 L_1 - a_1 L_2) \sin(\theta + \theta_2) - -|b|^2 d_2 \sin(\theta_2) - eL_1 \cos(\theta + \theta_2), \quad (49)$$

$$S = |b|^2 a_1 \sin(\theta + \theta_2) - (d_1 L_1 + d_2 L_2) \sin(\theta_2), \quad (50)$$

$$T = |b|^{2} (a_{2} \sin(\theta + \theta_{2}) - e \cos(\theta + \theta_{2})) + (d_{1}L_{2} + d_{2}L_{1}) \sin(\theta_{2}), \quad (51)$$

$$\begin{cases} Qb_1 + Rb_2 = K_1|b|^2 \\ Sb_1 + Tb_2 = D_1|b|^2 \end{cases},$$
 (52)

$$b_1 = \frac{|b|^2 (D_1 R - K_1 T)}{SR - TQ}, \quad b_2 = \frac{|b|^2 (D_1 Q - K_1 S)}{TQ - SR}.$$
 (53)

В заключение выразим коэффициенты через наблюдаемые и амплитуду e, считая, что  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ , e нам известны, а  $|b|^2$  определен выражением  $\sigma + A_3 + D_3 + K_3 = 2|b|^2$ :

$$Q = \left\{ P(A_2 + A_4) + (N_1 - N_7) \left[ \left( e^2 (\sigma + A_3 + D_3 + K_3) - 2e^4 - 2P^2 \right) / 2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \frac{\sin(\theta + \theta_2)}{2e} + (\sigma + A_3 + D_3 + K_3) \times \frac{(N_1 + N_7) \sin(\theta) + 2N_2 \cos(\theta)}{4e} \sin(\theta_2) + \frac{e(N_7 - N_1)}{2} \cos(\theta + \theta_2), \quad (54)$$

$$R = \left\{ (A_2 + A_4) \left[ \left( e^2 (\sigma + A_3 + D_3 + K_3) - \frac{1}{2} - P(N_1 - N_7) \right) \right] \frac{\sin(\theta + \theta_2)}{2e} - \left( (\sigma + A_3 + D_3 + K_3) \frac{(A_4 - A_2)\sin(\theta) + 2A_1\cos(\theta)}{4e} \times \sin(\theta_2) - \frac{e(A_2 + A_4)}{2}\cos(\theta + \theta_2), \quad (55)$$

$$S = \left\{ 4(\sigma + A_3 + D_3 + K_3) P \sin(\theta + \theta_2) - \left[ ((N_1 + N_7) \times \sin(\theta) + 2N_2 \cos(\theta)) (A_2 + A_4) + ((A_4 - A_2) \sin(\theta) + 2A_1 \cos(\theta)) (N_1 - N_7) \right] \sin(\theta_2) \right\} / 4e, \quad (56)$$

$$T = \left( \left[ \left( e^{2} (\sigma + A_{3} + D_{3} + K_{3}) - 2e^{4} - 2P^{2} \right) / 2e^{2} \right]^{\frac{1}{2}} \times \right.$$

$$\times \sin(\theta + \theta_{2}) - e \cos(\theta + \theta_{2}) \left. \right) (\sigma + A_{3} + D_{3} + K_{3}) +$$

$$+ \left\{ \left[ \left( \left( N_{7}^{2} - N_{1}^{2} \right) + \left( A_{4}^{2} - A_{2}^{2} \right) \right) \sin(\theta) + 2 \left( N_{2} (N_{7} - N_{1}) + A_{1} (A_{2} + A_{4}) \right) \cos(\theta) \right] \sin(\theta_{2}) \right\} / 4e. \quad (57)$$

Остается найти  $b_1$  и  $b_2$ , подставляя Q, R, S и T в выражение (52). А затем определить  $c_1$  и  $c_2$  из уравнения (35).

Таким образом, мы получаем модельно независимо все девять амплитуд из 12 спиновых наблюдаемых P,  $A_{oonn},\,A_{ookk},\,A_{oosk},\,A_{ooss},\,K_{onno},\,K_{osko},\,D_{osok},\,D_{onon},\,N_{onsk},\,N_{onks}$  и сечения  $\sigma$  без каких-либо неоднозначностей.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Определены наборы спиновых наблюдаемых для безмодельного восстановления амплитуд протонпротонного упругого рассеяния для двух конфигураций экспериментальной установки. Наиболее удобный с точки зрения математического аппарата набор состоит из 13 спиновых наблюдаемых.

Этот набор включает дифференциальное сечение, анализирующую способность, спиновые корреляции, а также наблюдаемые, требующие измерения поляризации протона отдачи.

Наборы этих наблюдаемых могут быть использованы для прямого восстановления амплитуд нуклоннуклонного упругого рассеяния не только на ускорителе У-70, но и в других экспериментах по изучению спиновых эффектов на фиксированной мишени. Однако необходима дополнительная оценка точности измерений, требуемой для анализа спиновых наблюдаемых в каждом конкретном эксперименте, с учетом параметров пучка, мишени и поляриметра.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в НИЦ КИ-ИФВЭ при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-12-00164).

Работа поддержана и частично профинансирована Министерством науки и высшего образования РФ, проект "Новые явления в физике элементарных частиц и ранней Вселенной" № FSWU-2023-0073.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы декларируют отсутствие конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. C. Lechanoine-Leluc and F. Lehar, Rev. Mod. Phys. **65**, 47 (1993), doi: 10.1103/RevModPhys.65.47
- E. Aprile, C. Eisenegger, R. Hausammann,
   E. Heer, R. Hess, C. Lechanoine-Leluc, W. R. Leo,
   S. Morenzoni, Y. Onel, D. Rapin, and S. Mango,
   Phys. Rev. Lett. 46, 1047 (1981).
- 3. M. W. McNaughton, S. Penttila, K. H. McNaughton, P. J. Riley, D. L. Adams, B J. Bystricky, E. Gulmez, and A. G. Ling, Phys. Rev. C 41, 2809 (1990), doi: 10.1103/PhysRevC.41.2809
- F. Arash, M. J. Moravcsik, and G. Goldstein, Phys. Rev. D 32, 74 (1985), doi: 10.1103/PhysRevD.32.74
- 5. R. Hausammann, E. Heer, R. Hess, C. Lechanoine-Leluc, W. R. Leo, Y. Onel, and D. Rapin, Phys. Rev. D 40, 22 (1989), doi: 10.1103/PhysRevD.40.22
- 6. C. D. Lac, J. Ball, J. Bystricky, J. Deregel, F. Lehar, A. de Lesquen, L. van Rossum, J. M. Fontaine,

- F. Perrot, and P. Winternitz, J. Phys. France **51**, 2689 (1990).
- 7. J. Bystricky, C. Lechanoine-Leluc, and F. Lehar, Eur. Phys. J. C 4, 607 (1998), doi: 10.1007/s100520050231
- 8. M. Matsuda, H. Suemitsu, and M. Yonezawa, Phys. Rev. D **33**, 2563 (1986), doi: 10.1103/PhysRevD.33.2563
- 9. V. V. Abramov, I. L. Azhgirey, A. A. Borisov, S. I. Bukreeva, A. N. Vasiliev, V. I. Garkusha. Yu. M. Goncharenko. A. M. Gorin. A. A. Derevshchikov. V. N. Zapolsky. A. N. Isaev, N. K. Kalugin, V. A. Kachanov, A. S. Kozhin, A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, et al., Phys. Part. Nucl. 54, 69 (2023), doi: 10.1134/S1063779623010021
- P. A. Semenov, A. A. Bogdanov, S. I. Bukreeva, M. A. Chetvertkov, V. A. Chetvertkova, V. I. Garkusha, A. P. Meshchanin, V. V. Mochalov, S. B. Nurushev, M. B. Nurusheva, M. F. Runtso, A. V. Ridiger, V. L. Rykov, S. V. Ryzhikov, M. N. Strikhanov, A. N. Vasiliev, et al., Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser. 40, 1660086 (2016), doi: 10.1142/S2010194516600867
- A. A. Bogdanov, M. A. Chetvertkov, V. A. Chetvertkova, V. I Garkusha, A. P. Meschanin, V. V. Mochalov, M. B. Nurusheva, S. B. Nurushev, A. V. Ridiger, V. L. Rykov, P. A. Semenov, M. N. Strikhanov, A. N. Vasiliev, and V. N. Zapolsky, J. Phys.: Conf. Ser. 678, 012034 (2016), doi: 10.1088/1742-6596/678/1/012034
- V. V. Abramov, A. A. Bogdanov, M. A. Chetvertkov, V. A. Chetvertkova, V. V. Mochalov, V. V. Moiseev, K. D. Novikov, S. B. Nurushev, M. B. Nurusheva, V. A. Okorokov, P. A. Semenov, M. N. Strikhanov, and A. N. Vasiliev, J. Phys.: Conf. Ser. 938, 012006 (2017), doi: 10.1088/1742-6596/938/1/012006
- 13. M. Biroth, P. Achenbach, E. Downie, and A. Thomas (for the A2 Collab.), PoS (PSTP2015) 005 (2016), doi: 10.22323/1.243.0005
- J. Bystricky, F. Lehar, and P. Winternitz,
   J. Phys. France 39, 1 (1978), doi: 10.1051/jphys:019780039010100
- A. A. Bogdanov, V. A. Chetvertkova, A. V. Kozelov,
   V. P. Ladygin, V. Mochalov, M. B. Nurusheva,
   V. A. Okorokov, M. F. Runtso, and A. N. Vasiliev,
   J. Phys.: Conf. Ser. 1435, 012044 (2020), doi: 10.1088/1742-6596/1435/1/012044

## FEASIBILITY OF MODEL-INDEPENDENT RECONSTRUCTION OF THE AMPLITUDES OF THE pp ELASTIC SCATTERING MATRIX AT THE SPASCHARM FACILITY AT U-70

M. B. Nurusheva<sup>1)</sup>, A. A. Bogdanov<sup>1),2)</sup>, V. P. Ladygin<sup>3)</sup>, V. V. Mochalov<sup>1),4)</sup>, V. V. Moiseev<sup>4)</sup>, P. A. Semenov<sup>1),4)</sup>

<sup>1)</sup> National Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, Russia
<sup>2)</sup> School of Cooperation, Moscow, Russia
<sup>3)</sup> Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia
<sup>4)</sup> NRC "Kurchatov institute" — IHEP, Protvino, Russia

The main goal of the SPASCHARM experiment is the systematic study of spin phenomena at intermediate energies. For this purpose, it is planned to create a beam of polarized protons and antiprotons. The research includes, among other things, the study of elastic scattering. Some of the required equipment for polarimetry is planned to be used to study also elastic scattering immediately after the creation of such a channel. In this work, a set of observables necessary for model-free reconstruction of elastic proton-proton scattering amplitudes is investigated and determined.