

ИНДУЦИРОВАНИЕ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ В ЯДРАХ ЗАКРУЧЕННЫМИ ФОТОНАМИ

© 2024 г. П. О. Казинский^{1)*}, А. А. Соколов^{2)**}

Поступила в редакцию 13.11.2023 г.; после доработки 13.11.2023 г.; принята к публикации 23.12.2023 г.

Найдено явное выражение для вероятности поглощения закрученного фотона атомным ядром. Показано, что для фотопоглощения ядрами, лежащими около оси, вдоль которой распространяется закрученный фотон с проекцией полного углового момента m_γ , выполнено правило отбора $j \geq |m_\gamma|$, где j — мультипольность ядерного перехода. В длинноволновом пределе основной вклад в вероятность поглощения закрученного фотона дает мультипольный переход с $j = |m_\gamma|$. Найден коэффициент поглощения закрученных фотонов в мишени из многих ядер.

DOI: 10.31857/S0044002724040063, EDN: JNIIGR

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных методов изучения коллективной динамики в атомных ядрах является исследование гигантских резонансов, возбуждаемых за счет взаимодействия ядер с жесткими фотонами, электронами или другими заряженными частицами [1]. Обычно при возбуждении гигантских резонансов основной вклад вносит дипольный переход (гигантский дипольный резонанс), а переходы высших мультипольностей подавлены и слабо различимы на его фоне. В связи с этим возникает проблема подбора ядерной реакции, в которой исследуемый резонанс отчетливо себя проявляет. В данной работе предлагается использовать для этих целей закрученные гамма-кванты. Как мы покажем, при определенных условиях такие фотоны возбуждают в ядрах переходы фиксированной мультипольности j .

Закрученные фотоны — это возбуждения квантового электромагнитного поля с определенными энергией, проекцией полного углового момента на некоторую фиксированную ось, проекцией импульса на эту ось и спиральностью [2–5]. Проекция полного углового момента, m_γ , может быть, в принципе, произвольным целым числом. На данный момент имеются источники закрученных фотонов с $|m_\gamma| \gtrsim 10000$ в рентгеновском диапазоне энергий [6]. Закрученные фотоны МэВных энергий можно получать с помощью обратного комптоновского рассеяния [7–11] и при каналировании заряженных частиц в кристаллах [12, 13]. Закрученные фотоны находят применение во многих областях прикладной и фундаментальной физики. Одной из причин возросшего интереса к использованию таких фотонов является возмож-

ность управления вращательными степенями свободы квантовых объектов за счет передачи им определенного большого углового момента при фотопоглощении [14, 15]. Эта идея может быть применена для возбуждения в атомных ядрах переходов определенной мультипольности. В данной работе мы подробно исследуем такую возможность и находим явное выражение для вероятности фотопоглощения ядром закрученного фотона.

Работа организована следующим образом. В разд. 2 вводятся основные обозначения и договоренности. В разд. 3 выводится явное выражение для амплитуды фотопоглощения гамма-кванта ядром. Состояния фотона и центра масс ядра задаются в виде волновых пакетов произвольной формы. Раздел 4 посвящен выводу явного выражения для вероятности фотопоглощения ядром закрученного фотона. В частности, в этом разделе доказываются правила отбора, которым подчиняется данный процесс. В разд. 5 выводится формула Бугера для поглощения закрученного фотона в мишени из многих ядер.

Мы используем систему единиц, в которой $\hbar = c = 1$ и $e^2 = 4\pi\alpha$, где α — постоянная тонкой структуры. Метрика Минковского имеет вид

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1),$$

греческие буквы пробегают значения от 0 до 3, латинские буквы от 1 до 3.

2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

Определим оператор электромагнитного поля в представлении взаимодействия

¹⁾ Физический факультет, Томский государственный университет, Томск, Россия.

* E-mail: kpo@phys.tsu.ru

** E-mail: alexei.sokolov.a@gmail.com

$$\hat{\mathbf{A}}(t, \mathbf{x}) = \sum_{\lambda} \int \frac{V d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2k_0 V}} \left(\hat{c}_{\lambda}(\mathbf{k}) \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda} e^{-ik_0 t + i\mathbf{k}\mathbf{x}} + \hat{c}_{\lambda}^{\dagger}(\mathbf{k}) \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda}^* e^{ik_0 t - i\mathbf{k}\mathbf{x}} \right), \quad (1)$$

где $k_0 = |\mathbf{k}|$ – энергия фотона, векторы поляризации удовлетворяют условию поперечности $(\mathbf{k}, \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda}) = 0$, V – нормировочный объем, а операторы рождения и уничтожения имеют стандартные коммутационные соотношения

$$\begin{aligned} [\hat{c}_{\lambda}(\mathbf{k}), \hat{c}_{\lambda'}^{\dagger}(\mathbf{k}')] &= \frac{(2\pi)^3}{V} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{\lambda\lambda'}, \\ [\hat{c}_{\lambda}(\mathbf{k}), \hat{c}_{\lambda'}(\mathbf{k}')] &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Оператор поля (1) представлен в виде суперпозиции плоских волн с импульсом $\mathbf{k}$ и спиральностью $\lambda = \pm 1$.

Помимо плоских волн базис модовых функций, из которых строится оператор поля, может быть образован сферическими решениями уравнений Максвелла, а именно, потенциалами мультиполей [16]:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{jm}^{\tau}(k_0, \mathbf{x}) &= \sqrt{\frac{k_0}{R_s}} \times \\ &\times \begin{cases} j_j(k_0 r) \mathbf{Y}_{jm}^j(\theta, \varphi), & \tau = M; \\ -\sqrt{\frac{j}{2j+1}} j_{j+1}(k_0 r) \mathbf{Y}_{j+1, m}^j(\theta, \varphi) + \\ + \sqrt{\frac{j+1}{2j+1}} j_{j-1}(k_0 r) \mathbf{Y}_{j-1, m}^j(\theta, \varphi), & \tau = E, \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

где $j = \overline{0, \infty}$, $m = \overline{-j, j}$, R_s – нормировочный радиус, $j_n(x)$ – сферические функции Бесселя. Шаровые векторы удовлетворяют системе уравнений на собственные значения

$$\begin{aligned} \hat{j}^2 \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi) &= j(j+1) \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi), \\ \hat{j}_3 \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi) &= m \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi), \\ \hat{L}^2 \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi) &= l(l+1) \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi), \\ \hat{S}^2 \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi) &= 2 \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi). \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, потенциалы мультиполей (3) являются состояниями с определенными значениями энергии k_0 , квадратом полного углового момента $\hat{j}^2$ с собственным значением $j(j+1)$ и его проекцией $\hat{j}_3$ с собственным значением m . Кроме того, потенциалы электрических и магнитных мультиполей различаются по четности:

$$\begin{aligned} \hat{P} \mathbf{A}_{jm}^M(k_0, \mathbf{x}) &= (-1)^{j+1} \mathbf{A}_{jm}^M(k_0, \mathbf{x}), \\ \hat{P} \mathbf{A}_{jm}^E(k_0, \mathbf{x}) &= (-1)^j \mathbf{A}_{jm}^E(k_0, \mathbf{x}). \end{aligned} \quad (5)$$

Условие нормировки имеет вид

$$\begin{aligned} \int d\mathbf{x} \mathbf{A}_{j'm'}^{\tau*}(k'_0, \mathbf{x}) \mathbf{A}_{jm}^{\tau}(k_0, \mathbf{x}) &= \\ &= \frac{1}{2k_0} \frac{\pi}{R_s} \delta(k_0 - k'_0) \delta_{\tau\tau'} \delta_{jj'} \delta_{mm'}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для исследования вкладов различной мультипольности в вероятность фотопоглощения нам понадобится известное представление плоских волн в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} &= -\sqrt{\frac{R_s}{k_0}} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=-j}^j i^j \sqrt{2\pi(2j+1)} \times \\ &\times D_{m\lambda}^j(\varphi_k, \theta_k, 0) \{ \lambda \mathbf{A}_{jm}^M(k_0, \mathbf{x}) + i \mathbf{A}_{jm}^E(k_0, \mathbf{x}) \}, \end{aligned} \quad (7)$$

где D -функции Вигнера,

$$D_{mm'}^j(\alpha, \beta, \gamma) := e^{-im\alpha} d_{mm'}^j(\beta) e^{-im'\gamma},$$

определены как в [17].

3. АМПЛИТУДА ФОТОПОГЛОЩЕНИЯ

Рассмотрим процесс поглощения фотона ядром

$$\gamma + X \rightarrow X^*, \quad (8)$$

где X и X^* – ядро в начальном и конечном состояниях соответственно. Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_{\gamma} + \hat{H}_n + \hat{H}_{\text{int}}, \quad (9)$$

где $\hat{H}_n$ – гамильтониан ядра, $\hat{H}_{\gamma}$ – гамильтониан свободного электромагнитного поля. Гамильтониан взаимодействия в калибровке Кулона в представлении взаимодействия записывается как

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{int}} &= e \int d\mathbf{x} \hat{j}^i(t, \mathbf{x}) \hat{A}_i(t, \mathbf{x}) - \\ &- \frac{e^2}{2} \int d\mathbf{x} d\mathbf{y} \hat{j}^0(t, \mathbf{x}) \Delta^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \hat{j}^0(t, \mathbf{y}), \end{aligned} \quad (10)$$

где $\Delta^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{y})$ – ядро оператора, обратного к оператору Лапласа, $\hat{j}^{\mu}(t, \mathbf{x})$ – оператор 4-вектора плотности тока ядра в представлении взаимодействия. Оператор тока в представлении взаимодействия связан с оператором в представлении Шредингера стандартным образом

$$\hat{j}^{\mu}(t, \mathbf{x}) = e^{i\hat{H}_n t} \hat{j}^{\mu}(\mathbf{x}) e^{-i\hat{H}_n t}. \quad (11)$$

Явный вид оператора тока в шредингеровском представлении [16]:

$$\begin{aligned} \hat{j}^0(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^A \frac{1 + \tau_{zj}}{2} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j), \\ \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^A \frac{1 + \tau_{zj}}{2} \frac{\hat{\mathbf{p}}_j \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) + \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \hat{\mathbf{p}}_j}{2M} + \frac{1}{2M} \times \\ &\times \sum_{j=1}^A \left[\frac{1 + \tau_{zj}}{2} \mu_p + \frac{1 - \tau_{zj}}{2} \mu_n \right] \nabla \times \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \boldsymbol{\sigma}_j, \end{aligned} \quad (12)$$

где $(1 \pm \tau_{zj})/2$ – проекторы на протонное и нейтронное состояния. Знак плюс отвечает протонному состоянию, а знак минус – нейтронному. Магнитные

моменты протона и нейтрона обозначаются как μ_p , μ_n , $\mathbf{x}_j$ — радиус-вектор j -го нуклона, A — массовое число, M — масса нуклона, σ_j — оператор спина нуклона. В ведущем порядке теории возмущений по константе связи e вторым слагаемым в гамильтониане взаимодействия (10) можно пренебречь.

Пусть в момент времени t_1 ядро находилось в состоянии $|\mathbf{p}_i, i\rangle$, где $\mathbf{p}_i$ — импульс центра масс ядра. Квантовые числа $i := \{n_i, \mathcal{J}_i, \mathcal{M}_i\}$ описывают внутреннюю структуру ядра, где $\mathcal{J}_i$ — спин ядра, $\mathcal{M}_i$ — проекция спина. Под n_i будем понимать все остальные квантовые числа, описывающие состояние ядра. Если после поглощения фотона, приготовленного в состоянии $|\mathbf{k}, \lambda\rangle$ в момент времени t_1 , ядро регистрируется в состоянии $|\mathbf{p}_f, f\rangle$ в момент времени t_2 , то амплитуда вероятности такого процесса дается формулой

$$A(\mathbf{p}_f, f; \mathbf{p}_i, i, \mathbf{k}, \lambda) := \langle \mathbf{p}_f, f | \hat{U}_{t_2,0}^0 \hat{S}_{t_2,t_1} \hat{U}_{0,t_1}^0 | \mathbf{p}_i, i; \mathbf{k}, \lambda \rangle, \quad (13)$$

где $\hat{U}_{t_2,t_1}^0$ — оператор свободной эволюции системы, а $\hat{S}$ — оператор в ведущем нетривиальном порядке теории возмущений имеет вид

$$\hat{S}_{t_2,t_1} = 1 - ie \int d^4x \hat{j}^i(t, \mathbf{x}) \hat{A}_i(t, \mathbf{x}). \quad (14)$$

Используя стандартные соотношения для операторов рождения и уничтожения,

$$\hat{U}_{0,t}^0 \hat{c}_\alpha \hat{U}_{t,0}^0 = e^{-iE_\alpha t} \hat{c}_\alpha, \quad \hat{U}_{t_2,t_1}^0 |0\rangle = e^{-iE_0(t_2-t_1)} |0\rangle, \quad (15)$$

где E_α — энергия одночастичного состояния α , а E_0 — энергия вакуума, для амплитуды рассеяния получаем

$$A(\mathbf{p}_f, f; \mathbf{p}_i, i, \mathbf{k}, \lambda) = -ie e^{-iE_0(t_2-t_1)} e^{-iE_f t_2} e^{i(E_i+k_0)t_1} \times \int_{t_1}^{t_2} d^4x \langle \mathbf{p}_f, f | \hat{j}^i(t, \mathbf{x}) | \mathbf{p}_i, i \rangle \langle 0 | \hat{A}_i(t, \mathbf{x}) | \mathbf{k}, \lambda \rangle. \quad (16)$$

Если в момент времени t_1 состояния фотона и ядра приготовлены в виде двух произвольных волновых пакетов,

$$|\tilde{\psi}\rangle := \sqrt{\frac{V}{(2\pi)^3}} \sum_{\lambda} \int d\mathbf{k} \tilde{\psi}(\mathbf{k}, \lambda) |\mathbf{k}, \lambda\rangle, \quad (17)$$

$$|\tilde{\phi}\rangle := \sqrt{\frac{V}{(2\pi)^3}} \int d\mathbf{p}_i \tilde{\phi}(\mathbf{p}_i) |\mathbf{p}_i, i\rangle,$$

нормированных условием

$$\sum_{\lambda} \int d\mathbf{k} |\tilde{\psi}(\mathbf{k}, \lambda)|^2 = 1, \quad \int d\mathbf{p}_i |\tilde{\phi}(\mathbf{p}_i)|^2 = 1, \quad (18)$$

то амплитуда рассеяния такого процесса выражается

через амплитуду (16) как

$$A(\mathbf{p}_f, f; \tilde{\phi}, i, \tilde{\psi}) := -ie \frac{V}{(2\pi^3)} e^{-iE_0(t_2-t_1)} e^{-iE_f t_2} \times \sum_{\lambda} \int d\mathbf{k} e^{ik_0 t_1} \tilde{\psi}(\mathbf{k}, \lambda) \int d\mathbf{p}_i e^{iE_i t_1} \tilde{\phi}(\mathbf{p}_i) \times \int_{t_1}^{t_2} d^4x \langle \mathbf{p}_f, f | \hat{j}^i(x) | \mathbf{p}_i, i \rangle \langle 0 | \hat{A}_i(x) | \mathbf{k}, \lambda \rangle. \quad (19)$$

Удобно задавать вид волновых функций фотона и ядра в момент времени $t = 0$,

$$\psi(\mathbf{k}, \lambda) := e^{ik_0 t_1} \tilde{\psi}(\mathbf{k}, \lambda), \quad \phi(\mathbf{p}_i) = e^{iE_i t_1} \tilde{\phi}(\mathbf{p}_i), \quad (20)$$

считая, что они свободно эволюционируют от $t = t_1$ до $t = 0$. Тогда функции $\tilde{\psi}(\mathbf{k}, \lambda)$, $\tilde{\phi}(\mathbf{p}_i)$ определяются из равенств (20). Заметим, что функции $\psi(\mathbf{k}, \lambda)$, $\phi(\mathbf{p}_i)$ нормированы тем же условием (18).

Можно перейти к пределу $t_1 \rightarrow -\infty$, $t_2 \rightarrow \infty$ в (19). Отбрасывая несущественные фазовые множители, имеем

$$A(\mathbf{p}_f, f; \phi, i, \psi) = \frac{eV}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} \int d\mathbf{k} d\mathbf{p}_i \psi(\mathbf{k}, \lambda) \phi(\mathbf{p}_i) \times \int d^4x \langle \mathbf{p}_f, f | \hat{j}^i(x) | \mathbf{p}_i, i \rangle \langle 0 | \hat{A}_i(x) | \mathbf{k}, \lambda \rangle. \quad (21)$$

Теперь подставим матричный элемент электромагнитного поля,

$$\langle 0 | \hat{A}(x) | \mathbf{k}, \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2k_0 V}} \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda} e^{-ik_0 t + i\mathbf{k}\mathbf{x}}, \quad (22)$$

перейдем к представлению Шредингера (11) и снимем интеграл по времени t :

$$A(\mathbf{p}_f, f; \phi, i, \psi) = \frac{eV}{(2\pi)^2} \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{p}_i}{\sqrt{2k_0 V}} \psi(\mathbf{k}, \lambda) \phi(\mathbf{p}_i) \times \times \delta(E_f - E_i - k_0) \int d\mathbf{x} \langle \mathbf{p}_f, f | \hat{j}_i(\mathbf{x}) | \mathbf{p}_i, i \rangle e_{\mathbf{k}, \lambda}^i e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}. \quad (23)$$

Для вычисления матричного элемента оператора тока ядра (12) удобно перейти к относительным координатам и импульсам, делая замену

$$\mathbf{x}'_j = \mathbf{x}_j - \mathbf{R}, \quad \mathbf{p}'_j = \mathbf{p}_j - \frac{1}{A} \mathbf{p}, \quad (24)$$

где $\mathbf{R}$ и $\mathbf{p}$ — радиус-вектор и импульс центра масс ядра. После такой замены координат состояние ядра факторизуется

$$|\mathbf{p}_i, i\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{p}_i \mathbf{R}} |i\rangle, \quad |\mathbf{p}_f, f\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{p}_f \mathbf{R}} |f\rangle. \quad (25)$$

Далее необходимо сдвинуть переменную интегрирования $\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{R}$ и сделать замену в операторе тока

$$\hat{j}(\mathbf{x}) \rightarrow \hat{j}(\mathbf{x}') + \frac{\hat{\mathbf{p}} \hat{j}^0(\mathbf{x}') + \hat{j}^0(\mathbf{x}') \hat{\mathbf{p}}}{2AM}. \quad (26)$$

Тогда амплитуда (23) запишется как

$$A(\mathbf{p}_f, f; \phi, \psi) = 2\pi e \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{p}_i}{\sqrt{2k_0 V}} \psi(\mathbf{k}, \lambda) \phi(\mathbf{p}_i) \times \\ \times \delta(E_f - E_i - k_0) \delta(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i - \mathbf{k}) \left[\int d\mathbf{x}' \langle f | \hat{j}_i(\mathbf{x}') | i \rangle \times \right. \\ \times e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}'} + \int d\mathbf{x}' \langle f | j^0(\mathbf{x}') | i \rangle \frac{(\mathbf{p}_f + \mathbf{p}_i, \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda})}{2AM} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}'} \left. \right]. \quad (27)$$

Записывая второе слагаемое в виде

$$\langle f | j^0(\mathbf{x}') | i \rangle \frac{(\mathbf{p}_f + \mathbf{p}_i, \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda})}{2AM} = \langle f | j^0(\mathbf{x}') | i \rangle \frac{(\mathbf{p}_i, \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda})}{AM}, \quad (28)$$

где мы учли поперечность векторов поляризации $(\mathbf{k}, \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda}) = 0$, становится очевидно, что это слагаемое описывает ток перехода ядра как целого. Первое слагаемое в амплитуде (27) описывает ток перехода между состояниями внутри ядра. Данный матричный элемент может быть найден только при выборе конкретной модели взаимодействия составляющих ядра. Если среднеквадратичное отклонение импульсов в волновом пакете центра масс ядра, σ , много меньше, чем средний импульс нуклонов в ядре, $\langle p_n \rangle$,

$$\frac{\sigma}{A\langle p_n \rangle} \ll 1, \quad (29)$$

то вторым слагаемым в амплитуде (27) можно пренебречь. Напомним, что для гауссовых волновых пакетов $1/\sigma$ порядка размера волнового пакета центра масс ядра в координатном пространстве. Поэтому условие (29), как правило, выполнено.

Подставляя разложение плоской волны по мультиполям (7) в амплитуду (27), получим

$$A(\mathbf{p}_f, f; \phi, \psi) = 2\pi e \sqrt{\frac{R_s}{2V}} \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k}}{k_0} d\mathbf{p}_i \psi(\mathbf{k}, \lambda) \phi(\mathbf{p}_i) \times \\ \times \delta(E_f - E_i - k_0) \delta(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i - \mathbf{k}) f_{\lambda}(\mathbf{k}), \quad (30)$$

где для сокращения записи была определена функция

$$f_{\lambda}(\mathbf{k}) := \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=-j}^j i^j \sqrt{2\pi(2j+1)} D_{m\lambda}^j(\varphi_k, \theta_k, 0) \times \\ \times \{ \lambda M_{jm}^M(k_0) + i M_{jm}^E(k_0) \}, \quad (31)$$

и введено стандартное обозначение для матричных элементов мультипольных ядерных переходов

$$M_{jm}^{\tau}(k_0) := \int d\mathbf{x}' \langle f | \mathbf{j}(\mathbf{x}') | i \rangle \mathbf{A}_{jm}^{\tau}(k_0, \mathbf{x}'). \quad (32)$$

Упростим амплитуду (30). Для начала перепишем аргумент первой дельта-функции, выделяя явно энергию возбуждения ядра ε :

$$E_f - E_i - k_0 = \frac{\mathbf{p}_f^2}{2AM} + \varepsilon - \frac{\mathbf{p}_i^2}{2AM} - k_0 = 0. \quad (33)$$

Откуда

$$k_0 = \varepsilon - \frac{(\mathbf{p}_i, \mathbf{k})}{AM} - \frac{\mathbf{k}^2}{2AM}. \quad (34)$$

Слагаемое $(\mathbf{p}_i, \mathbf{k})/(AM)$ описывает эффект Доплера, связанный с движением центра масс ядра. Вклад $\mathbf{k}^2/(2AM)$ ответственен за квантовую отдачу.

Эффектом Доплера можно пренебречь, если отклонение импульсов в волновом пакете центра масс ядра много меньше массы ядра

$$\frac{\sigma}{AM} \ll 1. \quad (35)$$

Эффект отдачи пренебрежимо мал, если энергия фотона много меньше массы ядра

$$\frac{k_0}{AM} \ll 1. \quad (36)$$

Поэтому будем считать, что $k_0 \approx \varepsilon$. Тогда можно снять интеграл по k_3 в (30), учитывая, что

$$\frac{\delta(\varepsilon - k_0)}{k_0} = \frac{\delta(k_3 - \tilde{k}_3(k_{\perp}))}{\tilde{k}_3}, \quad \tilde{k}_3(k_{\perp}) := \sqrt{\varepsilon^2 - k_{\perp}^2}. \quad (37)$$

Дельта-функция, выражающая закон сохранения импульса в (30), позволяет снять интеграл по импульсу $\mathbf{p}_i$. В результате получим

$$A(\mathbf{p}_f, f; \phi, i, \psi) = 2\pi e \sqrt{\frac{R_s}{2V}} \times \\ \times \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k}_{\perp}}{k_3} \psi(\mathbf{k}, \lambda) \phi(\mathbf{p}_f - \mathbf{k}) f_{\lambda}(\mathbf{k})|_{k_3 = \tilde{k}_3(k_{\perp})}. \quad (38)$$

4. ВЕРОЯТНОСТЬ ФОТОПОГЛОЩЕНИЯ

Рассмотрим вероятность фотопоглощения с переходом ядра из состояния i в состояние f :

$$P(i \rightarrow f) = \int \frac{V d\mathbf{p}_f}{(2\pi)^3} |A(\mathbf{p}_f, f; \phi, i, \psi)|^2. \quad (39)$$

Амплитуда (38) получена в общей форме для произвольных волновых пакетов, удовлетворяющих условиям (29), (35) и (36). Чтобы вычислять явно оставшиеся интегралы в амплитуде (38), надо задать конкретный вид волновых пакетов. Для фотона выберем закрученное состояние,

$$\Psi_{k_{\perp}^0 k_3^0 m_{\gamma} \lambda_0}(\mathbf{k}, \lambda) = \\ = C_{\gamma} k_{\perp}^{|m_{\gamma}|} e^{-\frac{[k_{\perp}^2 - (k_3^0)^2]^2}{4\sigma_{\perp}^4}} e^{-\frac{(k_3 - k_3^0)^2}{4\sigma_3^2}} e^{im_{\gamma}\varphi_k} \delta_{\lambda\lambda_0}, \quad (40)$$

с определенной проекцией полного углового момента m_{γ} и спиральностью λ_0 [18]. В пределе $\sigma_{\perp} \rightarrow 0$, $\sigma_3 \rightarrow 0$ это состояние переходит в стандартное бесслево состояние [19–21]. Волновой пакет центра масс ядра выберем в виде гауссоиды

$$\phi(\mathbf{p}) = C_n e^{-\frac{\mathbf{p}^2}{4\sigma^2}} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{b}_{\perp}}. \quad (41)$$

Нормировочные константы C_γ , C_n определяются из условий нормировки (18). Вектор $\mathbf{b}_\perp := \{b_x, b_y, 0\}$ играет роль прицельного параметра между осью, вдоль которой движется закрученный фотон, и центром масс ядра.

В вероятность фотопоглощения (39) входит выражение вида

$$\phi(\mathbf{p}_f - \mathbf{k})\phi^*(\mathbf{p}_f - \mathbf{k}') = C_n^2 e^{-\frac{(\mathbf{p}_f - \mathbf{k})^2 + (\mathbf{p}_f - \mathbf{k}')^2}{4\sigma^2}} e^{-i\Delta\mathbf{k}\mathbf{b}_\perp}, \quad (42)$$

где $\Delta\mathbf{k} := \mathbf{k}' - \mathbf{k}$. Выделяя полный квадрат в показателе экспоненты, можно проинтегрировать по импульсу $\mathbf{p}_f$:

$$\int d\mathbf{p}_f \phi(\mathbf{p}_f - \mathbf{k})\phi^*(\mathbf{p}_f - \mathbf{k}') = \int d\mathbf{p}_f C_n^2 e^{-\frac{(\mathbf{p}_f + \frac{\Delta\mathbf{k}}{2})^2}{2\sigma^2}} \times \\ \times e^{-\frac{\Delta\mathbf{k}^2}{8\sigma^2}} e^{-i\Delta\mathbf{k}\mathbf{b}} = e^{-\frac{\Delta\mathbf{k}^2}{8\sigma^2}} e^{-i\Delta\mathbf{k}\mathbf{b}_\perp}. \quad (43)$$

Тогда вероятность фотопоглощения (39) принимает вид

$$P(i \rightarrow f) = \alpha R_s \sum_{\lambda, \lambda'} \int \frac{d\mathbf{k}_\perp}{k_3} \frac{d\mathbf{k}'_\perp}{k'_3} \psi(\mathbf{k}, \lambda) \psi^*(\mathbf{k}', \lambda') \times \\ \times e^{-\frac{\Delta\mathbf{k}^2}{8\sigma^2}} e^{-i\Delta\mathbf{k}\mathbf{b}_\perp} f_\lambda(\mathbf{k}) f_{\lambda'}^*(\mathbf{k}') \Big|_{\substack{k_3 = \tilde{k}_3(k_\perp) \\ k'_3 = \tilde{k}_3(k'_\perp)}}. \quad (44)$$

Интегралы по $k_\perp$ вычислим с помощью теории возмущений по малому параметру $\sigma_\perp$. При этом для упрощения получающихся выражений будем считать, что

$$k_3^0 = \tilde{k}_3(k_\perp^0) = \sqrt{\varepsilon^2 - (k_\perp^0)^2}. \quad (45)$$

Для применимости теории возмущений по $\sigma_\perp$ необходимо потребовать выполнения следующих условий на параметры волновых пакетов:

$$\frac{k_\perp^0 \sigma_\perp}{(k_3^0)^2} \ll 1, \quad \frac{(2|m_\gamma| + 1)\sigma_\perp}{k_\perp^0} \ll 1, \quad \frac{k_\perp^0 \sigma_\perp}{\sigma^2} \ll 1, \\ \frac{\sigma_3 k_\perp^0 \sigma_\perp}{k_3^0 \sigma^2} \ll 1, \quad \sigma_\perp b_\perp \ll 1, \quad \frac{(\mathcal{J}_f + \mathcal{J}_i + 1)\sigma_\perp}{k_\perp^0} \ll 1. \quad (46)$$

Таким образом, снимая интегрирование по $k_\perp$, $k'_\perp$, в ведущем порядке получим

$$P(i \rightarrow f) = \pi \alpha R_s |C_\gamma|^2 \sigma_\perp^4 \frac{(k_\perp^0)^{2|m_\gamma|}}{(k_3^0)^2} \int_0^{2\pi} d\varphi_k d\varphi'_k \times \\ \times e^{im_\gamma(\varphi_k - \varphi'_k)} e^{-\frac{\Delta\mathbf{k}^2}{8\sigma^2}} e^{-i\Delta\mathbf{k}_\perp \mathbf{b}_\perp} f_{\lambda_0}(\mathbf{k}) f_{\lambda'_0}^*(\mathbf{k}'), \quad (47)$$

где полагается $k_3 = k'_3 = k_3^0$, $k_\perp = k'_\perp = k_\perp^0$. Кроме того, в ведущем порядке по $\sigma_\perp$ нормировочный множитель имеет вид

$$|C_\gamma|^2 = \frac{1}{2\pi^2 \sigma_3 \sigma_\perp^2 (k_\perp^0)^{2|m_\gamma|}} + O(\sigma_\perp^2). \quad (48)$$

Учитывая, что

$$\Delta\mathbf{k}_\perp^2 = (\mathbf{k}'_\perp - \mathbf{k}_\perp)^2 = 2(k_\perp^0)^2 - 2(k_\perp^0)^2 \cos(\varphi'_k - \varphi_k), \\ \Delta\mathbf{k}_\perp \mathbf{b} = k_\perp^0 b_\perp (\cos(\varphi'_k - \varphi_b) - \cos(\varphi_k - \varphi_b)), \quad (49)$$

выпишем явно оставшиеся интегралы, содержащие углы φ_k , φ'_k ,

$$\int_0^{2\pi} d\varphi_k d\varphi'_k e^{ik_\perp^0 b_\perp \cos(\varphi_k - \varphi_b) - i(m - m_\gamma)\varphi_k} \times \\ \times e^{\frac{(k_\perp^0)^2}{4\sigma^2} \cos(\varphi_k - \varphi'_k)} e^{-ik_\perp^0 b_\perp \cos(\varphi'_k - \varphi_b) + i(m' - m_\gamma)\varphi'_k}. \quad (50)$$

Чтобы привести этот интеграл к произведению двух независимых интегралов, воспользуемся формулой Якоби–Ангера,

$$e^{z \cos \varphi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\varphi} I_n(z), \quad (51)$$

где $I_n(z)$ – функция Бесселя мнимого аргумента порядка n . Тогда, используя интегральное представление функции Бесселя,

$$J_m(z) = i^{-m} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{-im\varphi + iz \cos \varphi}, \quad m \in \mathbb{Z}, \quad (52)$$

окончательно получим

$$P(i \rightarrow f) = 4\pi^2 \frac{\alpha R_s \sigma_\perp^2}{\sigma_3 (k_3^0)^2} e^{-\frac{(k_\perp^0)^2}{4\sigma^2}} \sum_{j, j'} \sum_{m, m'} i^{j+m-j'-m'} \times \\ \times e^{i(m'-m)\varphi_b} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} d_{m\lambda_0}^j(\theta_k^0) d_{m'\lambda'_0}^{j'}(\theta_{k'}^0) \times \\ \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n\left(\frac{(k_\perp^0)^2}{4\sigma^2}\right) J_{m-m_\gamma-n}(k_\perp^0 b_\perp) J_{m'-m_\gamma-n}(k_\perp^0 b_\perp) \times \\ \times \{\lambda_0 M_{jm}^M(\varepsilon) + i M_{jm}^E(\varepsilon)\} \{\lambda_0 M_{j'm'}^{M*}(\varepsilon) - i M_{j'm'}^{E*}(\varepsilon)\}, \quad (53)$$

где $\theta_k^0 := \arctg(k_\perp^0/k_3^0)$. Отметим, что данное выражение не зависит от нормировочного радиуса R_s , поскольку матричные элементы мультипольных переходов (32) содержат множитель $1/\sqrt{R_s}$.

Обычно начальное состояние ядра является смешанным по проекциям спина $\mathcal{M}_i$, причем состояния с различными $\mathcal{M}_i$ реализуются равновероятно, а проекция конечного спина ядра, $\mathcal{M}_f$, не регистрируется. Поэтому будем рассматривать вероятность перехода ядра из состояния со спином $\mathcal{J}_i$ в состояние со спином $\mathcal{J}_f$, просуммируем вероятность фотопоглощения (53) по проекциям конечного спина $\mathcal{M}_f$ и усредним по начальным $\mathcal{M}_i$:

$$P(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) := \frac{1}{2\mathcal{J}_i + 1} \sum_{\mathcal{M}_i = -\mathcal{J}_i}^{\mathcal{J}_i} \sum_{\mathcal{M}_f = -\mathcal{J}_f}^{\mathcal{J}_f} P(i \rightarrow f). \quad (54)$$

Суммы по проекциям спина ядра можно вычислить явно. Действительно, так как матрицы $M_{jm}^{\tau}(\epsilon)$ являются неприводимыми тензорами, к ним применима теорема Вигнера–Эккарта

$$M_{jm}^{\tau}(\epsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\mathcal{J}_f + 1}} C_{\mathcal{J}_i \mathcal{M}_i j m}^{\mathcal{J}_f \mathcal{M}_f} M_j^{\tau}(\epsilon), \quad (55)$$

где $C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j_3 m_3}$ – коэффициенты Клебша–Гордана, $M_j^{\tau}(\epsilon) := \langle n_f, \mathcal{J}_f | \hat{M}_j^{\tau}(\epsilon) | n_i, \mathcal{J}_i \rangle$ – приведенные матричные элементы, не зависящие от проекции спина. Подставляя (55) в (53), (54) и используя свойство коэффициентов Клебша–Гордана,

$$\begin{aligned} \sum_{\mathcal{M}_i = -\mathcal{J}_i}^{\mathcal{J}_i} \sum_{\mathcal{M}_f = -\mathcal{J}_f}^{\mathcal{J}_f} C_{\mathcal{J}_i \mathcal{M}_i j m}^{\mathcal{J}_f \mathcal{M}_f} C_{\mathcal{J}_i \mathcal{M}_i j' m'}^{\mathcal{J}_f \mathcal{M}_f} = \\ = \frac{2\mathcal{J}_f + 1}{2j + 1} \delta_{jj'} \delta_{mm'}, \end{aligned} \quad (56)$$

получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\mathcal{J}_i + 1} \sum_{\mathcal{M}_i = -\mathcal{J}_i}^{\mathcal{J}_i} \sum_{\mathcal{M}_f = -\mathcal{J}_f}^{\mathcal{J}_f} \{ \lambda_0 M_{jm}^M + i M_{jm}^E \} \{ \lambda_0 M_{jm}^{M*} - \\ - i M_{jm}^{E*} \} = \frac{\delta_{jj'} \delta_{mm'}}{(2\mathcal{J}_i + 1)(2j + 1)} | \lambda_0 M_j^M + i M_j^E |^2. \end{aligned} \quad (57)$$

Произведение четностей ядра в начальном и конечном состояниях π_i и π_f должно быть равно четности π_j^{τ} мультипольного оператора типа τ . Так как четности электрических и магнитных операторов при фиксированном j различны, то произведение $M_j^M(\epsilon) M_j^E(\epsilon)$ равняется нулю. Тогда можно раскрыть квадрат модуля в последнем выражении, и мы приходим к

$$\begin{aligned} P(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_{\perp}^2}{\sigma_3 (k_3^0)^2} e^{-\frac{(k_{\perp}^0)^2}{4\sigma^2}} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=-j}^j \times \\ \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \left(\frac{(k_{\perp}^0)^2}{4\sigma^2} \right) J_{m-m_{\gamma}-n}^2(k_{\perp}^0 b_{\perp}) \left[d_{m\lambda_0}^j(\theta_k^0) \right]^2 \times \\ \times \sum_{\tau=E,M} |M_j^{\tau}(\epsilon)|^2. \end{aligned} \quad (58)$$

Если центр масс ядра находится близко к оси движения закрученного фотона и выполняются условия

$$k_0 b_{\perp} \ll 1, \quad \frac{k_0}{\sigma} \ll 1, \quad (59)$$

то функции Бесселя можно заменить дельта-символами

$$I_n(0) = \delta_{n0}, \quad J_{m-m_{\gamma}-n}(0) = \delta_{m-m_{\gamma}, n}. \quad (60)$$

Для закрученного фотона с энергией порядка $k_0 \approx 1$ кэВ условия (59) выполняются при

$$b_{\perp} \ll 1 \text{ нм}, \quad \sigma \gg 1 \text{ кэВ}. \quad (61)$$

Таких параметров можно добиться, например, используя ловушки Пауля [22] для удержания ядер и источник жестких закрученных фотонов, создаваемых при обратном комптоновском рассеянии [7–11] или каналировании [12, 13]. Тогда вероятность фотопоглощения запишется как

$$\begin{aligned} P(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_{\perp}^2}{\sigma_3 (k_3^0)^2} \times \\ \times \sum_{j \geq \max(|m_{\gamma}|, 1)} \left[d_{m_{\gamma}\lambda_0}^j(\theta_k^0) \right]^2 \sum_{\tau=E,M} |M_j^{\tau}(\epsilon)|^2. \end{aligned} \quad (62)$$

Из этой формулы видно, что если $|m_{\gamma}| > 1$, то в вероятность фотопоглощения дают вклады только мультипольные переходы с $j \geq |m_{\gamma}|$. Вклады меньшей мультипольности появляются в следующих порядках разложения по $k_0 b_{\perp}$, но будут сильно подавлены. Более того, если выполняется условие длинноволнового приближения, когда $\epsilon R \ll 1$, то ведущий вклад дают слагаемые с минимально возможной мультипольностью $j = |m_{\gamma}|$, если они не запрещены другими правилами отбора.

При $m_{\gamma} = \lambda_0$ и $\theta_k^0 \rightarrow 0$ формула (62) воспроизводит известный результат для фотопоглощения плоского фотона [16], обобщенный на случай, когда начальное состояние фотона задается в виде гауссова волнового пакета. В этом случае

$$P(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_{\perp}^2}{\sigma_3 (k_3^0)^2} \sum_{j \geq 1} \sum_{\tau=E,M} |M_j^{\tau}(\epsilon)|^2. \quad (63)$$

Сравнивая (62) с (63), мы видим, что отношение вероятности возбуждения j -го мультипольного перехода закрученным фотоном к вероятности возбуждения этого же перехода плоским фотоном равно

$$\left[d_{m_{\gamma}\lambda_0}^j(\theta_k^0) \right]^2 \leq 1. \quad (64)$$

Однако при фотопоглощении закрученного фотона с $|m_{\gamma}| > 1$ мультипольный переход с $j = |m_{\gamma}|$ не перекрывается переходами меньшей мультипольности и может быть исследован отдельно.

5. ФОТОПОГЛОЩЕНИЕ В МИШЕНИ ИЗ МНОГИХ ЯДЕР

Рассмотрим вероятность фотопоглощения закрученного фотона мишенью из многих ядер. Пусть P_k — определяемая формулой (58) вероятность фотопоглощения одним ядром с прицельным параметром $b_{\perp}^k$. Будем считать, что изначально все ядра находились в основном состоянии. Тогда вероятность фотовозбуждения хотя бы одного ядра из состояния с квантовыми числами $n_i, \mathcal{J}_i$ в состояние с квантовыми числами

$n_f, \mathcal{J}_f$ имеет вид

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \prod_{k=1}^N (1 - P_k) = \\ = 1 - \exp \left(\sum_{k=1}^N \ln(1 - P_k) \right), \quad (65)$$

где N — количество ядер в мишени. Если вероятность отдельного акта фотопоглощения k -ым ядром мала $P_k \ll 1$ для любого k , то в ведущем порядке получим

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \exp \left(- \sum_{k=1}^N P_k \right). \quad (66)$$

Вместо вычисления таких сумм удобнее перейти к непрерывному распределению ядер в мишени с плотностью распределения $\rho(\mathbf{b}_\perp)$. Функция $\rho(\mathbf{b}_\perp)$ нормирована условием

$$N = \int d\mathbf{b}_\perp \rho(\mathbf{b}_\perp). \quad (67)$$

Тогда вероятность фотопоглощения мишенью запишется в виде

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \exp \left(- \int d\mathbf{b}_\perp \rho(\mathbf{b}_\perp) P(\mathbf{b}_\perp) \right), \quad (68)$$

где $P(\mathbf{b}_\perp)$ также определяется формулой (58).

Рассмотрим частный случай, когда распределение ядер в мишени по прицельному параметру задается функцией Гаусса,

$$\rho(\mathbf{b}_\perp) = \frac{N}{2\pi w^2} e^{-\frac{\mathbf{b}_\perp^2}{2w^2}}. \quad (69)$$

Зависимость от прицельного параметра в (58) определяется только квадратом функции Бесселя. Поэтому интеграл по $\mathbf{b}_\perp$ легко берется [23]:

$$\frac{N}{2\pi w^2} \int d\mathbf{b}_\perp e^{-\frac{\mathbf{b}_\perp^2}{2w^2}} J_{m-m_\gamma-n}^2(k_\perp^0 b_\perp) = \\ = N e^{-(k_\perp^0 w)^2} I_{m-m_\gamma-n}((k_\perp^0 w)^2). \quad (70)$$

Сумма по n , входящая в (58), есть теперь не что иное, как теорема сложения

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \left(\frac{(k_\perp^0)^2}{4\sigma^2} \right) I_{m-m_\gamma-n}((k_\perp^0 w)^2) = \\ = I_{m-m_\gamma} \left((k_\perp^0)^2 w_{\text{eff}}^2 \right), \quad w_{\text{eff}}^2 := w^2 + \frac{1}{4\sigma^2}. \quad (71)$$

Окончательно для вероятности фотопоглощения мишенью получаем

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \exp \left[-N \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_\perp^2 e^{-(k_\perp^0)^2 w_{\text{eff}}^2}}{\sigma_3(k_3^0)^2} \sum_{j=1}^{\infty} \times \right. \\ \left. \times \sum_{m=-j}^j (d_{m\lambda_0}^j(\theta_k^0))^2 I_{m-m_\gamma} \left((k_\perp^0)^2 w_{\text{eff}}^2 \right) \sum_{\tau=E,M} |M_j^\tau(\epsilon)|^2 \right]. \quad (72)$$

Если характерные размеры мишени достаточно малы, так что все ядра находятся близко к оси движения закрученного фотона, т.е.

$$k_0 w \ll 1, \quad \frac{k_0}{\sigma} \ll 1, \quad (73)$$

то в ведущем порядке

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \exp \left[-N \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_\perp^2}{\sigma_3(k_3^0)^2} \times \right. \\ \left. \times \sum_{j \geq \max(1, |m_\gamma|)} (d_{m_\gamma \lambda_0}^j(\theta_k^0))^2 \sum_{\tau=E,M} |M_j^\tau(\epsilon)|^2 \right]. \quad (74)$$

Формулы (72), (74) определяют закон Бугера для поглощения закрученного фотона с энергией ϵ , углом раскрытия θ_k^0 , проекцией полного углового момента m_γ и спиральностью λ_0 .

При больших размерах мишени, когда $k_0 w \gg 1$, в формуле (72) можно воспользоваться асимптотической функцией Бесселя мнимого аргумента при больших аргументах. Тогда сумма по проекциям m от $(d_{m\lambda_0}^j(\theta_k^0))^2$ дает единицу, и вероятность фотопоглощения запишется как

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \exp \left[-N \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_\perp^2}{\sigma_3(k_3^0)^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{(2\pi)^{1/2} k_\perp^0 w_{\text{eff}}} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\tau=E,M} |M_j^\tau(\epsilon)|^2 \right]. \quad (75)$$

Выражение в показателе экспоненты с точностью до множителя совпадает с плосковолновым пределом (63).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко резюмируем результаты, полученные в данной работе. Рассмотрена вероятность поглощения атомным ядром фотона, обладающего определенной проекцией полного углового момента $m_\gamma \in \mathbb{Z}$ на ось распространения (закрученного фотона). Найдены явные выражения (53), (58), (62) для вероятности поглощения такого фотона одним ядром. Показано, что в случае, когда ядро находится близко к оси, вдоль которой распространяется закрученный фотон, т.е. выполнены оценки (59), для фотопоглощения выполнено правило отбора, $j \geq |m_\gamma|$, где j — мультипольность перехода [24, 25]. В длинноволновом приближении основной вклад в вероятность фотопоглощения дает переход с минимальной возможной мультипольностью $j = |m_\gamma|$. Такая особенность поглощения закрученных фотонов ядрами позволяет отдельно исследовать гигантские мультипольные резонансы высшего порядка. Найдены явные выражения (72), (74), (75) для вероятности поглощения закрученного фотона мишенью из многих ядер. Данные выражения имеют вид закона Бугера и определяют коэффициент поглощения закрученных фотонов ядрами.

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации, контракт № FSWM-2020-0033.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, УФН **191**, 147 (2021).
2. J. P. Torres and L. Torner, *Twisted Photons* (WileyVCH, Weinheim, 2011).
3. D. L. Andrews and M. Babiker, *The Angular Momentum of Light* (Cambridge University Press, New York, 2013).
4. M. J. Padgett, Opt. Express **25**, 11265 (2017).
5. Б. А. Князев, В. Г. Сербо, УФН **188**, 508 (2018).
6. R. Fickler, G. Campbell, B. Buchler, and A. Zeilinger, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **113**, 13642 (2016).
7. U. D. Jentschura and V. G. Serbo, Phys. Rev. Lett. **106**, 013001 (2011).
8. U. D. Jentschura and V. G. Serbo, Eur. Phys. J. C **71**, 1571 (2011).
9. O. V. Bogdanov, P. O. Kazinski, and G. Yu. Lazarenko, Phys. Rev. D **99**, 116016 (2019).
10. I. P. Ivanov, Prog. Part. Nucl. Phys. **127**, 103987 (2022).
11. R.-T. Guo, M. Ababekri, Q. Zhao, Y. I. Salamin, L.-L. Ji, Z.-G. Bu, Z.-F. Xu, X.-F. Weng, and J.-X. Li, arXiv: 2310.16306.
12. S. V. Abdrashitov, O. V. Bogdanov, P. O. Kazinski, and T. A. Tikhfatullin, Phys. Lett. A **382**, 3141 (2018).
13. O. V. Bogdanov, P. O. Kazinski, and T. A. Tikhfatullin, Phys. Lett. A **451**, 128431 (2022).
14. A. Afanasev, C. E. Carlson, and A. Mukherjee, Phys. Rev. A **88**, 033841 (2013).
15. Y. Duan, R. A. Muller, and A. Surzhykov, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **52**, 184002 (2019).
16. А. И. Ахиезер, А. Г. Ситенко, В. К. Тартаковский, *Электродинамика ядер* (Наукова думка, Киев, 1989).
17. Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента* (Наука, Ленинград, 1975).
18. P. O. Kazinski and V. A. Ryakin, Ann. Phys. **455**, 169365 (2023).
19. R. Jauregui and S. Nasyan, Phys. Rev. A **71**, 033411 (2005).
20. I. Bialynicki-Birula and Z. Bialynicka-Birula, Opt. Commun. **264**, 342 (2006).
21. O. V. Bogdanov, P. O. Kazinski, and G. Yu. Lazarenko, Phys. Rev. A **97**, 033837 (2018).
22. R. Lange, N. Huntemann, A. A. Peshkov, A. Surzhykov, and E. Peik, Phys. Rev. Lett. **129**, 253901 (2022).
23. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, *Интегралы и ряды* (ФИЗМАТЛИТ, Москва, 2003), т. 2.
24. А. А. Соколов, Выпускная бакалаврская работа, Томский государственный университет (Томск, 2022). <https://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vital:16428>
25. Z.-W. Lu, L. Guo, Z.-Z. Li, M. Ababekri, F.-Q. Chen, C. Fu, C. Lv, R. Xu, X. Kong, Y.-F. Niu, and J.-X. Li, Phys. Rev. Lett. **131**, 202502 (2023).

EXCITATION OF MULTIPOLAR TRANSITIONS IN NUCLEI BY TWISTED PHOTONS

P. O. Kazinski¹⁾, A. A. Sokolov¹⁾

¹⁾ Physics Faculty, Tomsk State University, Tomsk, Russia

The explicit expression for the probability of absorption of a twisted photon by an atomic nucleus has been obtained. It is shown that photoabsorption obeys the selection rule $j \geq |m_\gamma|$, where j is the multipolarity of the nuclear transition, when the nuclei lie near the axis along which a twisted photon with a projection of the total angular momentum m_γ propagates. In the long-wave limit, the main contribution to the probability of absorption of a twisted photon comes from the multipole transition with $j = |m_\gamma|$. The absorption coefficient for twisted photons in a target consisting of many nuclei has been found.