

ПРОВЕРКА КОНЦЕПЦИИ КЛАССИЧНОСТИ НА ЗАПУТАННЫХ СОСТОЯНИЯХ НЕЙТРАЛЬНЫХ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ С ПОМОЩЬЮ ЗАВИСЯЩИХ ОТ ТРЕХ МОМЕНТОВ ВРЕМЕНИ НЕРАВЕНСТВ ВИГНЕРА

© 2024 г. А. Ю. Ефимова^{1)*}, Н. В. Никитин^{2),3),4),5),**}

Поступила в редакцию 15.08.2023 г.; после доработки 09.10.2023 г.; принята к публикации 17.10.2023 г.

В работе сформулирована концепция классичности. С ее помощью получены зависящие от трех моментов времени неравенства Вигнера. Исследована возможность экспериментальной проверки нарушения данных неравенств на чистых и смешанных флейворных состояниях пар нейтральных псевдоскалярных мезонов. В рамках модели фона по Вернеру показано, что нарушение зависящих от времени неравенств Вигнера можно наблюдать даже при 50% доле фоновых процессов.

DOI: 10.31857/S0044002724030122, EDN: IWCDKG

1. ВВЕДЕНИЕ

С момента создания квантовой механики принимались многочисленные попытки свести сугубо вероятностную квантовую парадигму к более привычной и наглядной детерминированной классической парадигме. Все подобные попытки, быть может, кроме не вполне классической теории волн-пилотов де Бройля–Бома [1, 2] и предложенного несколько лет назад весьма спорного расширенного парадокса друга Вигнера [3], окончились неудачей. Заметим, что в теории волн-пилотов для описания квантовых явлений в классических терминах пришлось отказаться от локальности. Поэтому полного замещения квантового описания физических систем и явлений классическим описанием, по большому счету, достичь не удалось.

Для сведения квантового подхода к классическому прежде всего требуется сформулировать строгие критерии, которым должны удовлетворять физические объекты в классической парадигме. Затем необходимо переложить эти критерии на математический язык.

Первый набор критериев для классических объ-

ектов был предложен в широко известной работе А. Эйнштейна, Б. Подольского и Н. Розена [4]. Впоследствии этот набор получил название концепции Локального реализма (LR). На основе данной концепции были получены статические неравенства Белла–Клаузера–Хорна–Шимони–Хольта (BCHSH-неравенства) [5–7] и не зависящие от времени неравенства Вигнера [8]. Концепция локального реализма включает в себя три базовых принципа:

1) Классический реализм (сокращенно “CR”): все характеристики любой физической системы существуют совместно и независимо от наблюдателя. При этом допускается, что наблюдатель не в состоянии совместно измерить все эти характеристики любым возможным классическим измерительным прибором.

Под классическим измерительным прибором подразумевается такой прибор, которому на вход подаются настройки и/или команды, сформулированные в терминах классической парадигмы. После этого прибор взаимодействует с физическим объектом (классическим или квантовым) и на выходе выдает информацию о результатах взаимодействия исключительно в терминах классической физики. Возможно, подобное определение неявно подразумевает, что к классическому прибору всегда применим принцип причинности. Действительно, этот принцип является прямым следствием классической логики, в которой причина всегда предшествует следствию. А нелокальность потенциально может приводить к нарушению принципа причинности. Поэтому представляется вполне естественным потребовать выполнения условия локальности в рамках концепции LR.

¹⁾ Швейцарская высшая техническая школа, Цюрих, Швейцария.

²⁾ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия.

³⁾ Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобелевича Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия.

⁴⁾ Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт” — Курчатовский комплекс теоретической и экспериментальной физики, Москва, Россия.

⁵⁾ Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия.

* E-mail: efimovaa@student.ethz.ch

** E-mail: Nikolai.Nikitine@cern.ch

2) Локальность: если два измерения выполнены классическими измерительными приборами D_1 и D_2 в двух точках 4-мерного пространства–времени, которые разделены между собой пространственноподобным интервалом в течение всего времени измерения, то состояние классического прибора D_1 , находящегося в первой точке, никак не влияет на показания классического прибора D_2 , который находится во второй точке. И наоборот.

Как было сказано выше, локальность должна быть тесно связана с возможностью познания мира при помощи классических измерительных приборов. Однако эта связь в настоящее время не закреплена ни одной строгой математической теоремой. Косвенно на это указывает тот факт, что при помощи нелокальности на уровне квантовых систем в рамках нерелятивистской квантовой механики невозможно передать информацию от одного классического наблюдателя к другому быстрее скорости света [9–13]. Такой сверхсветовой передаче мешает процедура измерения состояния квантовых систем классическим измерительным прибором.

3) Свобода воли: состояние физической системы в любой момент времени не может со стопроцентной вероятностью влиять на выбор экспериментатором целей эксперимента и набора классических приборов для достижения поставленных целей.

В данной формулировке важно словосочетание “со стопроцентной вероятностью”, поскольку, вполне естественно, что экспериментатор планирует свои последующие работы по изучению некоторой физической системы, опираясь на анализ ранее полученной информации. Впрочем, тут мы опрометчиво рискуем углубиться в область философии науки. Необходимо также отметить, что принцип свободы воли экспериментатора вступает в противоречие с лапласовским детерминизмом, который часто считают неотъемлемой частью классической парадигмы. Однако в этом вопросе авторы вполне соглашаются с доводами Д.И. Блохинцева [14] и И.Р. Пригожина [15], что на физическом уровне изучения природы при помощи классических измерительных приборов, каждый из которых обладает определенной разрешающей способностью, даже в рамках классической парадигмы имеет место принципиальная неопределенность в формировании начальных условий и порожденная этой неопределенностью “свобода воли”.

На языке математики концепция локального реализма может быть сформулирована в терминах совместных вероятностей, которые возникают естественным образом из принципа CR. Поскольку в квантовой парадигме далеко не всегда можно корректно определить совместные вероятности, это открывает возможность продемонстрировать, что квантовая парадигма не может быть сведена к классической. Локальность может быть записана на языке No-signaling condition (NSC) [16, 17]. А свобода воли

экспериментатора позволяет оперировать с подобными вероятностями как с независимыми. В разд. 2 будет более подробно рассмотрено, как концепция LR связана с NSC и почему при строгом рассмотрении данная концепция должна быть дополнена еще одним принципом.

Гораздо чаще, чем принцип CR или свобода воли экспериментатора, в литературе обсуждаются вопросы, связанные именно с принципом локальности. Нередко считается, что за нарушение неравенств Белла в рамках квантовой парадигмы ответственна исключительно нелокальность запутанных составных квантовых систем [18, 19]. Возникающие вследствие такой запутанности квантовые корреляции формально должны противоречить как классическому принципу общей причины Ханса Райхенбаха (Reichenbach's principle) [20], так и принципу ослабления корреляций Н.Н. Боголюбова. Более подробно данные вопросы обсуждаются в обзорных статьях и сборниках [19, 21–23]. Там же можно найти многочисленные ссылки на оригинальные работы.

Необходимо отметить, что концепция LR – это стационарная концепция, в которой не предполагается эволюция физической системы во времени. Поэтому оригинальные неравенства Белла [5], BCHSH-неравенства [6], неравенства Вигнера [8] и тесно примыкающий к ним парадокс Мермана [24] от времени не зависели.

В настоящей работе авторы сначала попытаются показать, что трех принципов концепции LR недостаточно для корректного получения неравенства Вигнера [8]. Необходимо ввести четвертый принцип, который по своей сути близок к принципу неразрушающего измерения концепции макроскопического реализма [25].

4) Классическое измерение (сокращенно “СМ”): если физическая система содержит две наблюдаемые A и C , которые могут быть как совместно измеримы, так и совместно неизмеримы, то конечный результат измерения спектров этих наблюдаемых не зависит от того, в какой последовательности измеряются рассматриваемые наблюдаемые.

Раздел 2 содержит необходимую аргументацию для введения нового принципа. Принцип СМ может быть записан при помощи Enhanced no-signaling condition (ENSC).

Следующий набор критериев, которому удовлетворяют классические физические системы, был предложен в работе [25]. С его помощью авторы работы – Э. Леггетт и А. Гарг – конкретизировали поведение классических физических систем во времени. Этот набор критериев получил название концепции макроскопического реализма (“Macroscopic realism” или “Macrorealism”, сокращенно MR). Первоначально концепция содержала два принципа: “Macroscopic realism per se” (MSps) и “Non-invasive measurability” (NIM). Используя эти принципы, авторы предложи-

ли неравенства, которым удовлетворяет любая физическая система, отвечающая привычной и каждодневно используемой "макроскопической интуиции". Эти неравенства получили название неравенств Леггетта–Гарга (сокращенно – LGIs). В настоящее время к двум каноническим принципам добавляют третий – принцип индукции или "Induction" [26–28]. Таким образом, концепция макроскопического реализма включает в себя следующие принципы:

1) Истинный макроскопический реализм или Macroscopic realism per se: физическая система, обладающая несколькими макроскопически различными состояниями, в каждый момент времени находится в одном и только в одном из всех своих возможных состояний.

Данное утверждение полностью согласуется с интуитивно понятным представлением об эволюции классических физических объектов. Заметим, что в рамках квантового подхода MSps близок к ψ -эпистемизму [29]. Для концепции макроскопического реализма истинный макроскопический реализм играет ту же роль, что и классический реализм в концепции локального реализма.

2) Принцип неразрушающего измерения или NIM. Этот принцип утверждает, что можно сколь угодно точно измерить состояние физической системы, но при этом сколь угодно мало повлиять на последующую динамику системы.

Из формулировки NIM следует, что вероятность найти то или иное значение спектра любой наблюдаемой, которая относится к физической системе, не зависит от того, проводились ли измерения над этой системой в предшествующие моменты времени. Очевидно, что NIM противоречит концепции проективных измерений в НКМ (в этом случае, например, не работает формула фон Неймана для условных вероятностей) и требует применения так называемых мягких или неразрушающих измерений, техника которых получила большое развитие за последние тридцать лет. Однако подобная прецизионная техника измерений не может быть реализована в рамках физики высоких энергий, где проверка справедливости концепции макроскопического реализма представлялась бы особенно интересной. Принцип NIM явно перекликается с принципами классического измерения и локальности в концепции LR, поскольку все три принципа отражают различные аспекты измерений над классическими объектами при помощи классических измерительных приборов.

3) Принцип индукции: результат текущего измерения характеристик физической системы не может со стопроцентной вероятностью повлиять на то, какие измерения экспериментатор будет проводить или не проводить над физической системой в будущем, т.е. только экспериментатор решает, каким образом он будет действовать дальше.

Принцип индукции практически совпадает с прин-

ципом свободы воли. Он позволяет применять к результатам серии однотипных экспериментов стандартные приемы статистической обработки экспериментальных данных. Принцип индукции должен выполняться как в классической, так и в квантовой парадигме.

Концепцию макроскопического реализма удобно переформулировать на языке вероятностей. Тогда принцип истинного макроскопического реализма означает, что некоторая наблюдаемая $Q(t)$ в каждый момент времени t_m может иметь только одно фиксированное значение спектра $q_m = Q(t_m)$ вне зависимости от того, измеряется или нет величина $Q(t)$ в другие моменты времени. Такой подход позволяет ввести, например, следующие совместные вероятности:

$$0 \leq w_{ji}(q_j, \dots, q_k, \dots, q_i | t_j, \dots, t_k, \dots, t_i) \leq 1, \quad (1)$$

где в момент времени $t_k \neq \{t_i, t_j\}$ значение наблюдаемой $Q(t)$ не измеряется, а в моменты времени t_i и t_j измерение величины $Q(t)$ производится.

А из принципа неразрушающего измерения следует так называемое условие No-signaling in time (NSIT):

$$\begin{aligned} \sum_{q_k} w_{ji}(q_j, \dots, q_k, \dots, q_i | t_j, \dots, t_k, \dots, t_i) = \\ = w_{ji}(q_j, \dots, q_i | t_j, \dots, t_i), \quad (2) \end{aligned}$$

т.е. вероятность измерить значения q_i и q_j спектра наблюдаемой $Q(t)$ не зависит от того, проводилось или нет измерение наблюдаемой $Q(t)$ в момент времени $t_k \neq \{t_i, t_j\}$.

В рамках концепции LR были получены не зависящие от времени неравенства Вигнера как неравенства для трех дихотомных наблюдаемых [8] в один момент времени. На основе концепции MR были найдены зависящие от времени неравенства Леггетта–Гарга в форме Вигнера, в которых фигурирует одна наблюдаемая для трех различных моментов времени [30–32]. Далее эти неравенства были распространены на n моментов времени [30]. Естественным образом возникает идея написать неравенства в духе неравенств Вигнера для нескольких наблюдаемых в различные моменты времени. Дополнительно потребуем, чтобы для проверки нарушения новых неравенств применялись только проективные измерения, поскольку именно такие измерения используются в физике высоких энергий. Будем называть подобные неравенства зависящими от времени неравенствами Вигнера для n моментов времени. В настоящей работе мы подробно рассмотрим случай, когда $n = 3$, и лишь кратко поговорим про случай $n = 2$. Чтобы обосновать неравенства Вигнера для трех моментов времени, требуется сформулировать новую концепцию, отражающую как статические, так и динамические свойства классической парадигмы. Подобная концепция, очевидно, должна отличаться от концепций локаль-

ного и макроскопического реализма. Для новой концепции авторы предлагают ввести термин "Классичность" (Classicality или "CL").

Работа устроена следующим образом. Во Введении подробно обсуждаются концепции локального и макроскопического реализма, раскрывается смысл каждого из принципов, входящих в обе концепции. Это важно для последующей формулировки концепции классичности. В разд. 2 обосновывается необходимость введения дополнительного принципа классического измерения в концепцию локального реализма для того, чтобы корректно получить не зависящие от времени неравенства Вигнера [8]. В разд. 3 будет предложен набор принципов, которые составляют новую концепцию классичности. В разд. 4 представлен последовательный вывод неравенств Вигнера для трех моментов времени из концепции классичности. Два последних разд. 5 и 6 посвящены исследованию возможности нарушения неравенств Вигнера для трех моментов времени в системах нейтральных псевдоскалярных мезонов для чистых и смешанных флейворных состояний. В Заключение сделаны основные выводы настоящей работы.

2. ЛОКАЛЬНОСТЬ И ПРИНЦИП КЛАССИЧЕСКОГО ИЗМЕРЕНИЯ

Пусть справедлива концепция локального реализма. Начнем с простого примера. Рассмотрим физическую систему, состоящую из двух подсистем "I" и "II", между которыми, возможно, существует некоторая корреляция. Для дальнейших рассуждений конкретная реализация корреляции не важна. Через $A^{(I)}$ обозначим наблюдаемую величину в подсистеме "I". Пусть для простоты эта величина обладает только дискретным невырожденным спектром $a_1^{(I)}, a_2^{(I)}, \dots, a_\alpha^{(I)}, \dots$. Значение спектра наблюдаемой $A^{(I)}$ в подсистеме "I" измеряется при помощи классического прибора $D_A^{(I)}$. При этом мы принципиально не интересуемся ни состоянием физической системы "I", ни состоянием классического прибора $D_A^{(I)}$ после измерения. Нам интересны только сам факт измерения и вероятность измерения того или иного значения спектра наблюдаемой $A^{(I)}$.

Для подсистемы "II" аналогично введем наблюдаемую $B^{(II)}$, обладающую дискретным невырожденным спектром, и классический прибор $D_B^{(II)}$. Дополнительно предположим, что приборы $D_A^{(I)}$ и $D_B^{(II)}$ в процессе проведения измерений спектров наблюдаемых $A^{(I)}$ и $B^{(II)}$ всегда разделены пространственноподобным интервалом, т.е. измерения удовлетворяют принципу локальности. Из этого следует, что оба классических прибора в процессе измерения не могут обмениваться между собой никакой информацией.

Принцип CR утверждает, что наблюдаемые $A^{(I)}$ и $B^{(II)}$ совместно существуют. Это значит, что каждой

физической системе "I + II" после измерения можно поставить в соответствие свою пару $(a_\alpha^{(I)}, b_\beta^{(II)})$ определенных значений спектров наблюдаемых $A^{(I)}$ и $B^{(II)}$. Теперь рассмотрим набор одинаково приготовленных физических систем.

Принцип свободы воли гарантирует, что измерение характеристик каждой физической системы в наборе будет статистически не зависимым от всех предшествующих и последующих измерений характеристик других систем из набора. В этом случае можно говорить о *вероятности совместного существования* всевозможных пар $(a_\alpha^{(I)}, b_\beta^{(II)})$ значений спектров наблюдаемых $A^{(I)}$ и $B^{(II)}$, которые измерены классическими приборами $D_A^{(I)}$ и $D_B^{(II)}$ соответственно. Поэтому можно утверждать, что хорошо определены условные совместные вероятности

$$w(a_\alpha^{(I)}, b_\beta^{(II)} | D_A^{(I)}, D_B^{(II)}) \quad (3)$$

существования пары $(a_\alpha^{(I)}, b_\beta^{(II)})$, если для измерения выбраны классические приборы $D_A^{(I)}$ и $D_B^{(II)}$, разделенные пространственноподобным интервалом. Таким образом, на основе концепции локального реализма построена операциональная теория (operational theory) [29] рассмотренной выше составной физической системы. Заметим, что вероятность (3) могла бы включать сведения о процедуре приготовления. Однако такая процедура по определению одинакова для каждой физической системы из набора и, следовательно, процедуру приготовления можно явно не включать в определение совместной вероятности (3).

Согласно условию локальности "классический экспериментатор" из подсистемы "I" в процессе выполнения своих измерений по определению не может ничего знать о результатах измерений спектра наблюдаемой $B^{(II)}$ в подсистеме "II". Поэтому операциональная теория экспериментатора подсистемы "I" формулируется в терминах вероятностей $w(a_\alpha^{(I)} | D_A^{(I)})$, в то время как совокупность вероятностей (3) должна рассматриваться как онтологическая модель (ontological model) измерения в подсистеме "I", в которой роль ontic states [29] играет спектр наблюдаемой $B^{(II)}$. Чтобы перейти от онтологической модели (3) к своей локальной операциональной теории, "классический экспериментатор" подсистемы "I" должен просуммировать (3) по всем значениям спектра наблюдаемой $B^{(II)}$. Для совмещения такого суммирования с принципом локальности дополнительно требуется исключить влияние выбора классического прибора $D_B^{(II)}$ на результаты измерения наблюдаемой $A^{(I)}$ в подсистеме "I". Это приводит к следующему равенству:

$$\sum_\beta w(a_\alpha^{(I)}, b_\beta^{(II)} | D_A^{(I)}, D_B^{(II)}) = w(a_\alpha^{(I)} | D_A^{(I)}). \quad (4)$$

Соотношение (4) носит название No-signaling condition [16, 17]. Очевидно, что можно написать аналогичное NSC для подсистемы "II":

$$\sum_{\alpha} w(a_{\alpha}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | D_A^{(I)}, D_B^{(II)}) = w(b_{\beta}^{(II)} | D_B^{(II)}). \quad (5)$$

Отметим, что если не использовать NSC (4) для несовместных событий, которые отвечают измерениям различных значений спектра наблюдаемой $B^{(II)}$, то по правилам сложения вероятностей несовместных событий в рамках колмогоровской аксиоматики теории вероятности суммирование по спектру наблюдаемой $B^{(II)}$ должно давать

$$\sum_{\beta} w(a_{\alpha}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | D_A^{(I)}, D_B^{(II)}) = w(a_{\alpha}^{(I)} | D_A^{(I)}, D_B^{(II)}).$$

Подобное равенство всегда допускает сверхсветовой обмен информацией между макроскопическими приборами, которые разделены пространственноподобным интервалом. А это противоречит базовым экспериментам теории относительности.

Перейдем теперь к более сложному примеру. Пусть в подсистеме "I" помимо наблюдаемой $A^{(I)}$ имеется вторая наблюдаемая $C^{(I)}$, которая для простоты также обладает дискретным невырожденным спектром $c_1^{(I)}, c_2^{(I)}, \dots, c_{\gamma}^{(I)}, \dots$. Согласно принципу CR наблюдаемые $A^{(I)}, C^{(I)}$ и $B^{(II)}$ существуют совместно. Предположим, что существуют классический прибор $D_A^{(I)}$ для измерения спектра наблюдаемой $A^{(I)}$ и классический прибор $D_C^{(I)}$ для измерения спектра наблюдаемой $C^{(I)}$. Если наблюдаемые $A^{(I)}$ и $C^{(I)}$ совместно измеримы, то $D_A^{(I)} \equiv D_C^{(I)}$. Этот случай мы отдельно рассматривать не будем. Операциональная теория такой системы будет выражаться в терминах вероятностей

$$w(a_{\alpha}^{(I)}, c_{\gamma}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}), \quad (6)$$

которые в согласии с принципом локальности удовлетворяют NSC:

$$\begin{aligned} \sum_{\beta} w(a_{\alpha}^{(I)}, c_{\gamma}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}) &= \\ &= w(a_{\alpha}^{(I)}, c_{\gamma}^{(I)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha, \gamma} w(a_{\alpha}^{(I)}, c_{\gamma}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}) &= \\ &= w(b_{\beta}^{(II)} | D_B^{(II)}). \end{aligned} \quad (8)$$

Трудности возникают, если необходимо, например, вычислить сумму вида

$$\sum_{\gamma} w(a_{\alpha}^{(I)}, c_{\gamma}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}).$$

В согласии с принципом CR мы можем воспользоваться следующим определением условной вероятности:

$$\begin{aligned} w(a_{\alpha}^{(I)}, c_{\gamma}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}) &= \\ &= w(a_{\alpha}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | c_{\gamma}^{(I)}, D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}) \times \\ &\times w(c_{\gamma}^{(I)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}). \end{aligned} \quad (9)$$

Если второй множитель в (9) удовлетворяет принципу локальности, то

$$w(c_{\gamma}^{(I)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}) = w(c_{\gamma}^{(I)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}),$$

т.е. вероятность измерения значения спектра наблюдаемой $C^{(I)}$ не зависит от состояния измерительного прибора $D_B^{(II)}$. Тогда

$$\begin{aligned} w(a_{\alpha}^{(I)}, c_{\gamma}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}) &= \\ &= w(a_{\alpha}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | c_{\gamma}^{(I)}, D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}) \times \\ &\times w(c_{\gamma}^{(I)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}). \end{aligned} \quad (10)$$

Однако очевидно, что ни один из трех принципов, которые составляют концепцию LR, не запрещает спектру наблюдаемой $C^{(I)}$ зависеть от состояния классического прибора $D_A^{(I)}$. И это представляет проблему при вычислении $\sum_{\gamma}$.

Формула (10) показывает, что концепция локального реализма, по всей видимости, логически не замкнута. Для ее логического замыкания необходимо ввести еще один принцип, который в рамках классической парадигмы отражал бы важное свойство измерения. Хорошим кандидатом на подобный принцип может служить статический аналог принципа NIM. Этот принцип авторы статьи называли принципом классического измерения. Данный принцип можно сформулировать следующим образом: если физическая система содержит две наблюдаемые A и C , которые могут быть как совместно измеримы, так и совместно неизмеримы, то конечный результат измерения спектров этих наблюдаемых не зависит от того, в какой последовательности измеряются рассматриваемые наблюдаемые.

Предполагается, что классические приборы D_A и D_C , при помощи которых измеряются спектры наблюдаемых A и C , находятся рядом или, как минимум, не разделены пространственноподобным интервалом. Т.е. к работе этих приборов не применим принцип локальности и для них не справедливо NSC. Математически принцип классического измерения можно записать в виде расширенного NSC (Enhanced NSC или ENSC):

$$\sum_{\gamma} w(a_{\alpha}^{(I)}, c_{\gamma}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}) = w(a_{\alpha}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}), \quad (11)$$

$$\sum_{\alpha} w(a_{\alpha}^{(I)}, b_{\beta}^{(II)} | D_A^{(I)}, D_C^{(I)}, D_B^{(II)}) = w(b_{\beta}^{(II)} | D_B^{(II)}). \quad (12)$$

Из (11) следует, что фактически измерение одной из наблюдаемых в подсистеме "I" не разрушает состояние подсистемы и позволяет измерить значение спектра другой наблюдаемой. Формулы (11) и (12), очевидно, совместимы с (8).

3. КЛАССИЧНОСТЬ

Неприменимость концепций локального и макроскопического реализма в микромире обычно проверяется в квантовой оптике или в рамках нерелятивистской квантовой механики. Однако существует обширная экспериментальная область — ускорительные эксперименты в физике элементарных частиц — которая до последнего времени практически не привлекалась для проверки справедливости квантовой парадигмы. Эта область чрезвычайно важна, например, ввиду того, что в физике высоких энергий мы имеем дело с массивными ультрарелятивистскими частицами, которые не использовались в предшествующих экспериментах. Заметим, что процессы в физике высоких энергий описываются при помощи квантовой теории поля (КТП). В рамках этой теории принципиально не существует замкнутых физических систем с фиксированным числом частиц. Хотя бы в силу того, что в вакууме постоянно рождаются виртуальные пары частица—античастица. Поэтому классическая концепция, которая должна конкурировать с КТП, с одной стороны, не может быть статичной, как концепция LR, а с другой стороны, должна содержать аналог принципа локальности, который отсутствует в концепции MR.

Основное внимание в физике высоких энергий уделяется проверке нарушения ВЧШН-неравенств и не зависящих от времени неравенств Вигнера [33–44]. Нарушение неравенств Леггетта—Гарга или Леггетта—Гарга в форме Вигнера для одной наблюдаемой в разные моменты времени в ускорительных экспериментах проверить невозможно, поскольку в физике высоких энергий не реализуются неразрушающие измерения. Но можно попробовать написать неравенства для нескольких наблюдаемых в различные моменты времени и допустить, чтобы при проверке нарушения таких неравенств использовались только проективные измерения. Для обоснования подобных неравенств требуется иная концепция классической парадигмы, которую в литературе чаще всего называ-

ют гипотезой реализма [30, 32, 45, 46]. Однако авторы считают более удачным термин "Классичность" (Classicality или "CL"). В настоящее время не существует общепринятого набора принципов, на основе которых строится CL.

В данной работе мы отнесли к концепции классичности следующие принципы, которые достаточно сильно пересекаются с принципами, входящими в концепции LR и MR:

1) Истинность (Ontism): в любой момент времени t_i физическая система находится в одном из возможных "истинных состояний" или "ontic states" [29, 46].

Любое "истинное состояние" полностью описывается уникальным набором значений спектров всех наблюдаемых, относящихся к данной физической системе. При этом мы не предполагаем, что все наблюдаемые, характеризующие "истинное состояние" физической системы, могут быть совместно измерены любым возможным измерительным прибором. Таким образом, можно говорить о вероятности существования каждого "истинного состояния" в любой момент времени t :

$$0 \leq w(a_{\alpha}(t), b_{\beta}(t) \dots | D_A, D_B, \dots) \leq 1. \quad (13)$$

2) Наблюдаемость (Epistemism): экспериментатор всегда имеет дело с "наблюдаемым состоянием" или "epistemic state" [29, 46] физической системы. "Наблюдаемые состояния" различаются между собой значениями наблюдаемых, которые могут быть совместно измерены в момент времени t_i .

3) Согласованность: в каждый момент времени t_i для значений спектров любой наблюдаемой в "истинном состоянии" справедливы формулы (7), (8) NSC и формулы (11), (12) ENSC.

Этот принцип нужен для того, чтобы в момент времени t_i вероятность "наблюдаемого состояния" можно было получить из вероятностей "истинных состояний", если в соответствующих вероятностях оставить только значения спектров совместно измеримых наблюдаемых, а по спектру остальных наблюдаемых выполнить суммирование. Ontism позволяет считать, что вероятности появления разных значений спектра какой-либо наблюдаемой (даже если ее невозможно совместно измерить с другими наблюдаемыми!) являются вероятностями несовместных событий и суммируются согласно формулам (7), (8), (11) и (12).

4) Классичность измерения: для значения спектра любой наблюдаемой в "истинном состоянии" всегда справедливо условие NSIT (2).

5) Независимость: наблюдатель обладает полной свободой в планировании, постановке и анализе текущего эксперимента вне зависимости от результатов предыдущих экспериментов.

В рамках классической парадигмы "ontic states" и "epistemic states" физических систем, как правило, совпадают. Например, это всегда справедливо в классической механике. Однако уже в классической ста-

тистической физике "ontic states" и "epistemic states" могут не совпадать. В качестве простого примера приведем идеальный одноатомный газ в сосуде некоторого объема. Для такого газа "ontic state" является набором координат и скоростей всех атомов, а "epistemic state" описывается в терминах температуры и давления газа.

В квантовой парадигме имеются различные суждения относительно отличия "ontic states" от "epistemic states", которые нашли свое отражение в многочисленных интерпретациях квантовой механики. В настоящей работе для обоснования зависящих от времени неравенств Вигнера это различие не имеет значения. Однако мы полагаем, что концепция классичности может быть в дальнейшем использована для решения более широкого круга вопросов с применением методов классической квантовой статистической физики, где подобное различие может оказаться важным.

В рамках классичности можно записать следующую общую вероятностную связь между значениями спектра наблюдаемой A в моменты времени t_1 и $t_2 > t_1$:

$$w(a_\epsilon(t_2), b_\beta(t_1) \dots | D_A, D_B, \dots) = \sum_a w(a_\alpha(t_1) \rightarrow a_\epsilon(t_2)) \times w(a_\alpha(t_1), b_\beta(t_1) \dots | D_A, D_B, \dots), \quad (14)$$

т.е. эволюция наблюдаемой A происходит во времени независимо от эволюции остальных наблюдаемых, которые характеризуют квантовую систему. Формула (14) будет определяющей при получении в следующем разделе неравенств Вигнера, зависящих от трех и двух моментов времени.

4. ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ВРЕМЕНИ НЕРАВЕНСТВА ВИГНЕРА ДЛЯ ТРЕХ И ДВУХ МОМЕНТОВ ВРЕМЕНИ

Пусть физическая система подчиняется концепции классичности и состоит из двух подсистем "(1)" и "(2)", между которыми, вообще говоря, имеется некоторая корреляция. Каждая из подсистем обладает набором дихотомных наблюдаемых $A^{(i)}$, $B^{(i)}$ и $C^{(i)}$, где $i = \{1, 2\}$. Напомним, что дихотомной наблюдаемой называется такая наблюдаемая, спектр которой состоит всего из двух значений, например, значения $+1$ и значения -1 . Такие численные значения критичны при получении неравенств Белла [6], где они входят в выражение для корреляторов. При получении не зависящих и зависящих от времени неравенств Вигнера достаточно, чтобы, например, наблюдаемая $A^{(1)}$ имела только два не совпадающих друг с другом значения спектра $a_+^{(1)}$ и $a_-^{(1)}$. И эти значения необязательно равны ± 1 .

Для квантовых систем со спином $s^{(i)} = 1/2$ примерами трех дихотомных наблюдаемых служат удвоенные проекции спина на три некопланарных направления $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ и $\mathbf{c}$. Эти значения всегда равны ± 1 . Для нейтральных псевдоскалярных мезонов M "направлениями" в пространстве состояний служат состояния с определенным ароматом (M и $\bar{M}$), CP -четностью (M_1 и M_2), а также массой и временем жизни (M_L и M_H):

$$\begin{aligned} |M_1^{(i)}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|M^{(i)}\rangle + |\bar{M}^{(i)}\rangle), \\ |M_2^{(i)}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|M^{(i)}\rangle - |\bar{M}^{(i)}\rangle); \\ |M_L^{(i)}\rangle &= p |M^{(i)}\rangle + q |\bar{M}^{(i)}\rangle, \\ |M_H^{(i)}\rangle &= p |M^{(i)}\rangle - q |\bar{M}^{(i)}\rangle, \end{aligned}$$

где $\hat{C}\hat{P}|M_1^{(i)}\rangle = +|M_1^{(i)}\rangle$ и $\hat{C}\hat{P}|M_2^{(i)}\rangle = -|M_2^{(i)}\rangle$. Используемые в настоящей статье определения совпадают с определениями из предыдущих работ [30, 45, 47] при $\alpha = 0$. Очевидно, что собственные значения, отвечающие состояниям $|M_{L,H}^{(i)}\rangle$, не равны ± 1 .

Рассмотрим три момента времени: t_0 — начальный момент, и два последующих момента $\{t_1, t_2\} > t_0$. Предположим, что значения спектров наблюдаемых $A^{(i)}$ и $B^{(i)}$ каждой из подсистем "(1)" или "(2)" измеряются в моменты времени: t_2 и $t_1 \neq t_2$. Далее предположим, что в начальный момент времени t_0 спектры соответствующих наблюдаемых $A^{(i)}$, $B^{(i)}$ и $C^{(i)}$ двух подсистем "(1)" и "(2)" полностью антикоррелируют. Например, для наблюдаемой $A^{(i)}$ искомая антикорреляция может быть записана следующим образом:

$$\{a_{\pm}^{(1)}(t_0), D_A^{(1)}\} \rightarrow \{a_{\mp}^{(2)}(t_0), D_A^{(2)}\}. \quad (15)$$

Подобную ситуацию возможно воспроизвести в экспериментах на ускорителях и описать в рамках квантовой парадигмы. Например, в распадах $\phi(1020) \rightarrow K^0 \bar{K}^0$ или $\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ пара псевдоскалярных мезонов рождается в синглетном по аромату состоянии Белла

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|M^{(1)}\rangle \otimes |\bar{M}^{(2)}\rangle - |\bar{M}^{(1)}\rangle \otimes |M^{(2)}\rangle). \quad (16)$$

В состоянии $|\Psi^-\rangle$ реализуется не только антикорреляция (15) по аромату псевдоскалярных мезонов, что сразу следует из формулы (16), но также антикорреляция по CP -четности и по состояниям $|M_{L,H}\rangle$.

В момент времени t_0 в рамках классичности согласно принципу согласованности и корреляционному условию (15) выполняются следующие четыре неравенства Вигнера:

$$w(a_+^{(2)}, b_+^{(1)}, t_0) \leq w(c_+^{(2)}, b_+^{(1)}, t_0) + w(a_+^{(2)}, c_+^{(1)}, t_0); \quad (17)$$

$$w(a_+^{(2)}, b_-^{(1)}, t_0) \leq w(c_+^{(2)}, b_-^{(1)}, t_0) + w(a_+^{(2)}, c_-^{(1)}, t_0); \quad (18)$$

$$w(a_-^{(2)}, b_+^{(1)}, t_0) \leq w(c_+^{(2)}, b_+^{(1)}, t_0) + w(a_-^{(2)}, c_+^{(1)}, t_0); \quad (19)$$

$$w(a_-^{(2)}, b_-^{(1)}, t_0) \leq w(c_+^{(2)}, b_-^{(1)}, t_0) + w(a_-^{(2)}, c_+^{(1)}, t_0), \quad (20)$$

где для сокращения записи мы используем соглашения вида

$$w(a_+^{(2)}, b_+^{(1)}, t_0) = w(a_+^{(2)}(t_0), b_+^{(1)}(t_0) | D_A^{(2)}, D_C^{(2)}, D_B^{(1)})$$

и так далее.

Хотя неравенства Вигнера были получены различными способами в ряде работ, начиная с классической статьи [8], в данной работе имеет смысл сделать это еще раз, подчеркнув роль ENSC. Выведем, например, неравенство (17). При помощи принципа наблюдаемости и формулы (11) можем записать, что

$$w(a_+^{(2)}(t_0), b_+^{(1)}(t_0) | D_A^{(2)}, D_C^{(2)}, D_B^{(1)}) = \sum_{\gamma=\{-,+\}} w(a_+^{(2)}(t_0), c_\gamma^{(2)}(t_0), b_+^{(1)}(t_0) | D_A^{(2)}, D_C^{(2)}, D_B^{(1)}). \quad (21)$$

Далее

$$w(c_+^{(2)}(t_0), b_+^{(1)}(t_0) | D_A^{(2)}, D_C^{(2)}, D_B^{(1)}) = \sum_{\alpha=\{-,+\}} w(a_\alpha^{(2)}(t_0), c_+^{(2)}(t_0), b_+^{(1)}(t_0) | D_A^{(2)}, D_C^{(2)}, D_B^{(1)}). \quad (22)$$

Заметим, что второе слагаемое в правой части (22) совпадает со вторым слагаемым в правой части (21). А первое слагаемое в правой части (22) неотрицательно согласно принципу истинности и следующему из него условию (13). Наконец:

$$w(a_+^{(2)}(t_0), c_+^{(1)}(t_0) | D_A^{(2)}, D_B^{(1)}, D_C^{(1)}) = \sum_{\beta=\{-,+\}} w(a_+^{(2)}(t_0), b_\beta^{(1)}(t_0), c_+^{(1)}(t_0) | D_A^{(2)}, D_B^{(1)}, D_C^{(1)}). \quad (23)$$

Второе слагаемое в (23) при помощи антикорреляционного условия (15) можно записать как

$$w(a_+^{(2)}(t_0), b_+^{(1)}(t_0), c_+^{(1)}(t_0) | D_A^{(2)}, D_B^{(1)}, D_C^{(1)}) = w(a_+^{(2)}(t_0), c_-^{(2)}(t_0), b_+^{(1)}(t_0) | D_A^{(2)}, D_C^{(2)}, D_B^{(1)}).$$

Тогда оно совпадает с первым слагаемым из (21). А первое слагаемое в (23) согласно принципу истинности неотрицательно. Таким образом, справедливо неравенство Вигнера (17). Неравенства (18)–(20) доказываются аналогичным образом.

При помощи концепции классичности свяжем вероятность $w(a_+^{(2)}(t_2), b_+^{(1)}(t_1))$ с четырьмя вероятностями $w(a_+^{(2)}, b_+^{(1)}, t_0)$, $w(a_+^{(2)}, b_-^{(1)}, t_0)$, $w(a_-^{(2)}, b_+^{(1)}, t_0)$ и $w(a_-^{(2)}, b_-^{(1)}, t_0)$. Затем учтем, что последние четыре вероятности в момент времени t_0 удовлетворяют неравенствам Вигнера (17)–(20). Это позволит нам написать новое неравенство, которое будет зависеть от трех моментов времени t_0 , t_1 и t_2 .

Начнем с вероятности $w(a_+^{(2)}, b_+^{(1)}, t_0)$. Чтобы состояние $\{a_+^{(2)}(t_0), b_+^{(1)}(t_0)\}$ перешло в состояние $\{a_+^{(2)}(t_2), b_+^{(1)}(t_1)\}$, необходимо определить вероятность переходов $a_+^{(2)}(t_0) \rightarrow a_+^{(2)}(t_2)$ и $b_+^{(1)}(t_0) \rightarrow b_+^{(1)}(t_1)$. Воспользовавшись принципом классичности измерения и соотношением (14), можем утверждать, что в рамках концепции классичности вклад состояния $\{a_+^{(2)}(t_0), b_+^{(1)}(t_0)\}$ в вероятность состояния $\{a_+^{(2)}(t_2), b_+^{(1)}(t_1)\}$ будет иметь вид

$$w(a_+^{(2)}(t_0) \rightarrow a_+^{(2)}(t_2)) w(b_+^{(1)}(t_0) \rightarrow b_+^{(1)}(t_1)) \times w(a_+^{(2)}, b_+^{(1)}, t_0),$$

т.е. вероятность перехода состояния $\{a_+^{(2)}(t_0), b_+^{(1)}(t_0)\}$ в состояние $\{a_+^{(2)}(t_2), b_+^{(1)}(t_1)\}$ можно записать как произведение вероятностей независимых событий перехода $a_+^{(2)}(t_0) \rightarrow a_+^{(2)}(t_2)$ и перехода $b_+^{(1)}(t_0) \rightarrow b_+^{(1)}(t_1)$ соответственно. Для трех оставшихся состояний $\{a_+^{(2)}(t_0), b_-^{(1)}(t_0)\}$, $\{a_-^{(2)}(t_0), b_+^{(1)}(t_0)\}$ и $\{a_-^{(2)}(t_0), b_-^{(1)}(t_0)\}$ можно провести аналогичные рассуждения. Тогда согласно концепции классичности полная вероятность состояния $\{a_+^{(2)}(t_2), b_+^{(1)}(t_1)\}$ запишется в виде

$$w(a_+^{(2)}(t_2), b_+^{(1)}(t_1)) = w(a_+^{(2)}(t_0) \rightarrow a_+^{(2)}(t_2)) \times w(b_+^{(1)}(t_0) \rightarrow b_+^{(1)}(t_1)) w(a_+^{(2)}, b_+^{(1)}, t_0) + w(a_-^{(2)}(t_0) \rightarrow a_+^{(2)}(t_2)) w(b_+^{(1)}(t_0) \rightarrow b_+^{(1)}(t_1)) \times w(a_-^{(2)}, b_+^{(1)}, t_0) + w(a_+^{(2)}(t_0) \rightarrow a_+^{(2)}(t_2)) \times$$

$$\begin{aligned} & \times w(b_{-}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1)) w(a_{+}^{(2)}, b_{-}^{(1)}, t_0) + \\ & + w(a_{-}^{(2)}(t_0) \rightarrow a_{+}^{(2)}(t_2)) w(b_{-}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1)) \times \\ & \times w(a_{-}^{(2)}, b_{-}^{(1)}, t_0). \quad (24) \end{aligned}$$

Подставляя неравенства Вигнера (17)–(20) в формулу (24), получаем следующее неравенство:

$$\begin{aligned} & w(a_{+}^{(2)}(t_2), b_{+}^{(1)}(t_1)) \leq \quad (25) \\ & \leq w(a_{+}^{(2)}(t_0) \rightarrow a_{+}^{(2)}(t_2)) w(b_{+}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1)) \times \\ & \times [w(c_{+}^{(2)}, b_{+}^{(1)}, t_0) + w(a_{+}^{(2)}, c_{+}^{(1)}, t_0)] + \\ & + w(a_{-}^{(2)}(t_0) \rightarrow a_{+}^{(2)}(t_2)) w(b_{+}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1)) \times \\ & \times [w(c_{+}^{(2)}, b_{+}^{(1)}, t_0) + w(a_{-}^{(2)}, c_{+}^{(1)}, t_0)] + \\ & + w(a_{+}^{(2)}(t_0) \rightarrow a_{+}^{(2)}(t_2)) w(b_{-}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1)) \times \\ & \times [w(c_{+}^{(2)}, b_{-}^{(1)}, t_0) + w(a_{+}^{(2)}, c_{+}^{(1)}, t_0)] + \\ & + w(a_{-}^{(2)}(t_0) \rightarrow a_{+}^{(2)}(t_2)) w(b_{-}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1)) \times \\ & \times [w(c_{+}^{(2)}, b_{-}^{(1)}, t_0) + w(a_{-}^{(2)}, c_{+}^{(1)}, t_0)]. \end{aligned}$$

Сведя неравенство (25) к более удобной форме, получаем следующее неравенство:

$$\begin{aligned} & w(a_{+}^{(2)}(t_2), b_{+}^{(1)}(t_1)) \leq w(a_{+}^{(2)}, c_{+}^{(1)}, t_0) \times \\ & \times (a_{+}^{(2)}(t_0) \rightarrow a_{+}^{(2)}(t_2)) [w(b_{+}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1)) + \\ & + w(b_{-}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1))] + w(a_{-}^{(2)}, c_{+}^{(1)}, t_0) \times \\ & \times w(a_{-}^{(2)}(t_0) \rightarrow a_{+}^{(2)}(t_2)) [w(b_{+}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1)) + \\ & + w(b_{-}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1))] + w(c_{+}^{(2)}, b_{+}^{(1)}, t_0) \times \\ & \times w(b_{+}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1)) [w(a_{+}^{(2)}(t_0) \rightarrow a_{+}^{(2)}(t_2)) + \\ & + w(a_{-}^{(2)}(t_0) \rightarrow a_{+}^{(2)}(t_2))] + w(c_{+}^{(2)}, b_{-}^{(1)}, t_0) \times \\ & \times w(b_{-}^{(1)}(t_0) \rightarrow b_{+}^{(1)}(t_1)) \times [w(a_{+}^{(2)}(t_0) \rightarrow a_{+}^{(2)}(t_2)) + \\ & + w(a_{-}^{(2)}(t_0) \rightarrow a_{+}^{(2)}(t_2))]. \quad (26) \end{aligned}$$

Неравенство (26) назовем зависящим от времени неравенством Вигнера для трех моментов времени. Данное неравенство ранее было опубликовано в работе [45] без вывода и без ссылок на концепцию классичности, поскольку авторам [45] казалось очевидным, что для получения неравенства (26) достаточно использовать только концепцию локального реализма и «здравый смысл». Со временем взгляды авторов менялись. Стало понятно, что для доказательства неравенств Вигнера (17)–(20) и корректного определения пространства состояний [30, 48] требуется дополнить концепцию локального реализма принципом классического измерения (который не следует

путать с принципом классичности измерения, входящим в концепцию классичности). Затем оказалось, что для доказательства (26) недостаточно даже этого. Возникла гипотеза реализма [30, 45], которая в настоящей работе трансформировалась в более формальное понятие классичности.

Стоит заметить, что для получения BCHSH-неравенств [6] в предположении существования скрытых параметров вполне достаточно концепции локального реализма в ее первоначальном виде. Однако, если отказаться от скрытых параметров, как это сделано в работе [7], и опираться только на существование совместных вероятностей спектров всех наблюдаемых, характеризующих данную физическую систему, то для корректного вывода BCHSH-неравенств требуется принцип, аналогичный обсуждаемому в настоящей статье принципу классического измерения.

Если $t_2 = t_1 = t$, то возникает более простое для анализа неравенство Вигнера для двух моментов времени. Это неравенство было впервые получено в работе [48]. А подробное исследование нарушения данного неравенства в случае, если пара псевдоскалярных мезонов рождается в чистом состоянии (16), было выполнено в работе [47]. Заметим, в [48] также предполагалось, что для получения неравенства Вигнера для двух моментов времени достаточно только концепции локального реализма, в которой не делается никаких предположений относительно временной эволюции физических систем. А эволюция во времени может быть описана исходя из классического «здравого смысла». Поэтому только в настоящей работе дано, по мнению авторов, корректное обоснование соответствующего неравенства.

5. АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ НАРУШЕНИЯ ЗАВИСЯЩИХ ОТ ВРЕМЕНИ НЕРАВЕНСТВ ВИГНЕРА ДЛЯ ТРЕХ МОМЕНТОВ ВРЕМЕНИ НА ЧИСТЫХ СОСТОЯНИЯХ В НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Обобщим результаты работы [47]. Для этого изучим возможность нарушения неравенства (26) для пары псевдоскалярных мезона M и антимезона $\bar{M}$, которые в момент времени $t_0 = 0$ рождаются в чистом флейворном состоянии (16). Будем рассматривать K^0 -, D^0 - и B_s^0 -мезоны. В качестве дихотомных наблюдаемых выберем наблюдаемые аромата, CP -четности и энергии/времени жизни. После этого установим все возможные соответствия между значениями спектров этих наблюдаемых и величинами $a_{\pm}^{(i)}, b_{\pm}^{(i)}$ и $c_{\pm}^{(i)}$. Эти соответствия приведены в табл. 1.

Если квантовая парадигма тем или иным способом может быть сведена к классической, отражением которой служит классичность, то неравенство (26) никогда не должно нарушаться в квантовой физике,

Таблица 1. Таблица соответствия между значениями спектров дихотомных наблюдаемых $A^{(i)}$, $B^{(i)}$, $C^{(i)}$, входящих в неравенство (26), и физическими характеристиками $M/\bar{M}$, M_1/M_2 и M_L/M_H нейтральных псевдоскалярных мезонов; порядковый номер N в первой колонке совпадает с номером N , который используется в работе [47]

N	Соответствия для элементов спектров
1	$a_+ \rightarrow M_1; b_+ \rightarrow \bar{M}; c_+ \rightarrow M_H; a_- \rightarrow M_2; b_- \rightarrow M; c_- \rightarrow M_L$
2	$a_+ \rightarrow M_1; b_+ \rightarrow M; c_+ \rightarrow M_H; a_- \rightarrow M_2; b_- \rightarrow \bar{M}; c_- \rightarrow M_L$
3	$a_+ \rightarrow M_2; b_+ \rightarrow \bar{M}; c_+ \rightarrow M_H; a_- \rightarrow M_1; b_- \rightarrow M; c_- \rightarrow M_L$
4	$a_+ \rightarrow M_2; b_+ \rightarrow M; c_+ \rightarrow M_H; a_- \rightarrow M_1; b_- \rightarrow \bar{M}; c_- \rightarrow M_L$
5	$a_+ \rightarrow M_1; b_+ \rightarrow \bar{M}; c_+ \rightarrow M_L; a_- \rightarrow M_2; b_- \rightarrow M; c_- \rightarrow M_H$
6	$a_+ \rightarrow M_1; b_+ \rightarrow M; c_+ \rightarrow M_L; a_- \rightarrow M_2; b_- \rightarrow \bar{M}; c_- \rightarrow M_H$
7	$a_+ \rightarrow M_2; b_+ \rightarrow \bar{M}; c_+ \rightarrow M_L; a_- \rightarrow M_1; b_- \rightarrow M; c_- \rightarrow M_H$
8	$a_+ \rightarrow M_2; b_+ \rightarrow M; c_+ \rightarrow M_L; a_- \rightarrow M_1; b_- \rightarrow \bar{M}; c_- \rightarrow M_H$

например, в системах нейтральных псевдоскалярных мезонов. Покажем, что это не так. Для этого используем вероятности из работ [45, 47] и сведем неравенство (26) к серии алгебраических неравенств вида

$$A_N(t_2, t_1, t_0, \dots) \geq 1, \quad (27)$$

где $N = \{1, \dots, 8\}$ — порядковый номер каждого неравенства, который соответствует номеру N в табл. 1 и номеру функций $R_N(\dots)$ из работы [47].

В отличие от функций $R_N(t, t_0 = 0, \dots)$, функции $A_N(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots)$ зависят от двух различных моментов времени t_1 и t_2 . Поэтому двумерные графики для функций $R_N(t, t_0 = 0, \dots)$ из работы [47] являются сечениями полученных ниже трехмерных графиков рис. 1–рис. 3 для функций $A_N(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots)$ плоскостью $t_1 = t_2 = t$.

Если хотя бы для одного из значений N найдутся такие моменты времени t_1 и t_2 , что $A_N(t_2, t_1, t_0, \dots) < 1$, то это означает нарушения неравенства (26) и, как следствие, неприменимость классической парадигмы для описания явлений квантового мира.

Логично допустить, что неравенства (27) гарантировано будут нарушаться при таких же значениях N , при которых нарушались неравенства для функций $R_N(t, t_0 = 0, \dots)$ в работе [47]. Поэтому для K^0 - и D^0 -мезонов будем искать нарушения неравенства (26) для функций $A_{5,6}(\dots)$. В случае B_s^0 -мезонов будем изучать поведение функций $A_{7,8}(\dots)$. Предположим, что $\frac{q}{p} = e^{i\zeta}$. Тогда $A_5(\dots) \equiv A_6(\dots)$ и $A_7(\dots) \equiv A_8(\dots)$. Фазы ζ выбираются как в работе [47]: $\zeta_K = -0.18^\circ$, $\zeta_D = -10^\circ$ и $\zeta_{B_s} = 185^\circ$.

На рис. 1 показана зависимость функции $A_6(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots)$ от переменных ct_1 и ct_2 в миллиметрах, где c — скорость света. Это связано с тем, что в ускорительных экспериментах время жизни нестабильной частицы измеряют по длине ее пробега в детекторе. Для удобства понимания, при каких временах неравенство (27) нарушается, на рисунке проведена плоскость $A_6(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots) = 1$. Тогда область нарушения неравенств (27) — это та

область, в которой график функции $A_6(t_2, t_1, t_0, \dots)$ лежит ниже данной плоскости.

Из рис. 1 можно видеть, что при $t_2 = t_1 = t_0 = 0$ график функции $A_6(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots)$ лежит лишь немного ниже плоскости $A_6 = 1$. Это показывает, что при $t_2 = t_1 = t_0 = 0$ неравенства (27) нарушаются очень мало даже в чистом состоянии $|\Psi^-\rangle$. Подобное нарушение практически невозможно экспериментально измерить. При этом не зависящие от времени неравенства Вигнера (17) могут относительно сильно нарушаться. Но это нарушение находится в рамках ошибки измерения функции $A_6(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots)$ и исчезает при учете вклада фоновых процессов [34, 36, 49]. Если же положить $ct_1 > 0$, то неравенство (27) начнет нарушаться гораздо сильнее, что согласуется с результатами работы [47]. Если же рассмотреть сечение графика функции $A_6(\dots)$ плоскостью $t_2 = t_1 = t$, то воспроизводится график рис. 1 из работы [47].

Для функции $A_6(t_1, t_2)$ область нарушения неравенства (27) не симметрична относительно переменных ct_1 и ct_2 . Т.е. моменты времени t_1 и t_2 неэквивалентны, и важно соблюдать временную иерархию $t_0 < t_1 < t_2$. Действительно, для перехода от неравенства Вигнера для трех моментов времени (26) к предельному случаю с двумя моментами времени из статьи [48] нельзя написать, что $t_1 = t_0$ и $t_2 = t$, поскольку в этом случае вероятность, стоящая слева в неравенстве (26), окажется равной $w(a_+^{(2)}(t), b_+^{(1)}(t_0))$. Эта вероятность, очевидно, не совпадает с вероятностью $w(a_+^{(2)}, b_+^{(1)}, t)$ из работ [47, 48]. Правильный предельный переход от неравенства для трех моментов времени к неравенству для двух моментов времени реализуется лишь на плоскости $t_1 = t_2 = t$.

Анализ нарушения неравенств (27) для D^0 - и B_s -мезонов принципиально не отличается от анализа нарушения (27) для K^0 -мезонов. Поведение функций $A_6(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots)$ для D^0 -мезонов и $A_8(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots)$ для B_s -мезонов в этом случае

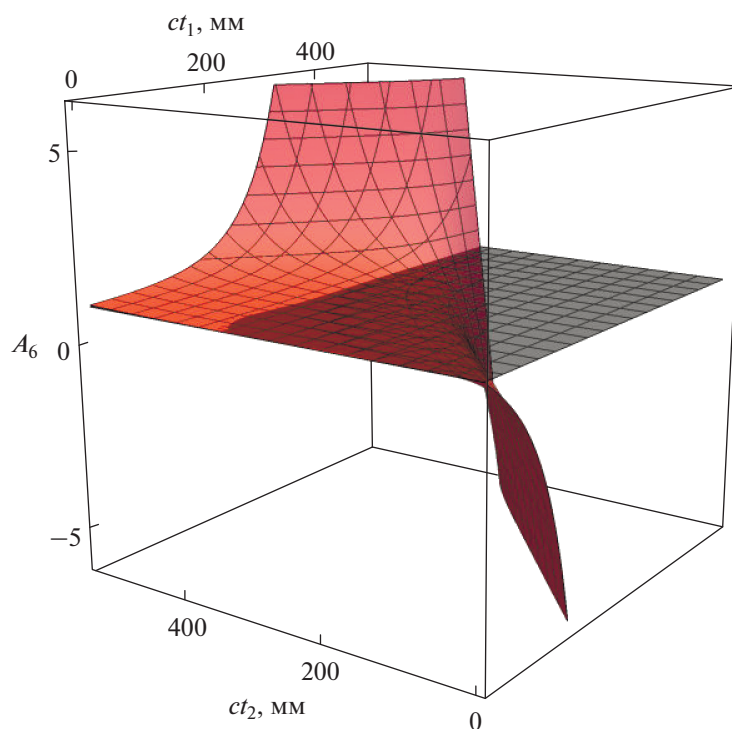


Рис. 1. График функции $A_6(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots)$ для K^0 -мезонов. В момент времени $t_0 = 0$ пара $K^0 \bar{K}^0$ находится в чистом флейворном состоянии (16). Значение переменных ct_1 и ct_2 измеряется в миллиметрах, где c – скорость света, отношение $q/p = e^{i\zeta_K}$. Из рисунка видно, что неравенства (27) могут сильно нарушаться.

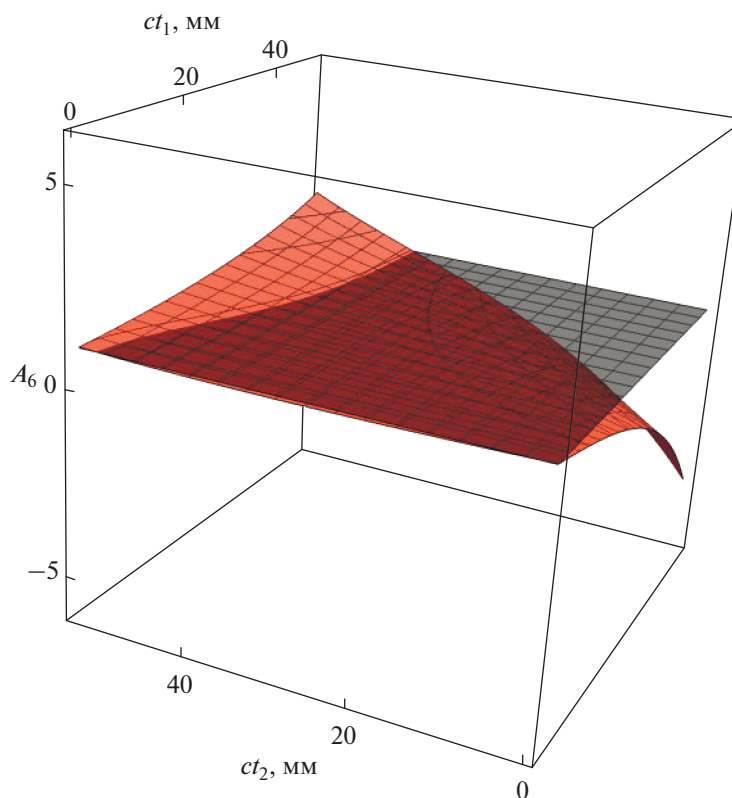


Рис. 2. График функции $A_6(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots)$ для D^0 -мезонов. В момент времени $t_0 = 0$ пара $D^0 \bar{D}^0$ находится в чистом флейворном состоянии (16). Значение переменных ct_1 и ct_2 измеряется в миллиметрах, где c – скорость света, отношение $q/p = e^{i\zeta_D}$. Из рисунка видно, что неравенства (27) могут сильно нарушаться.

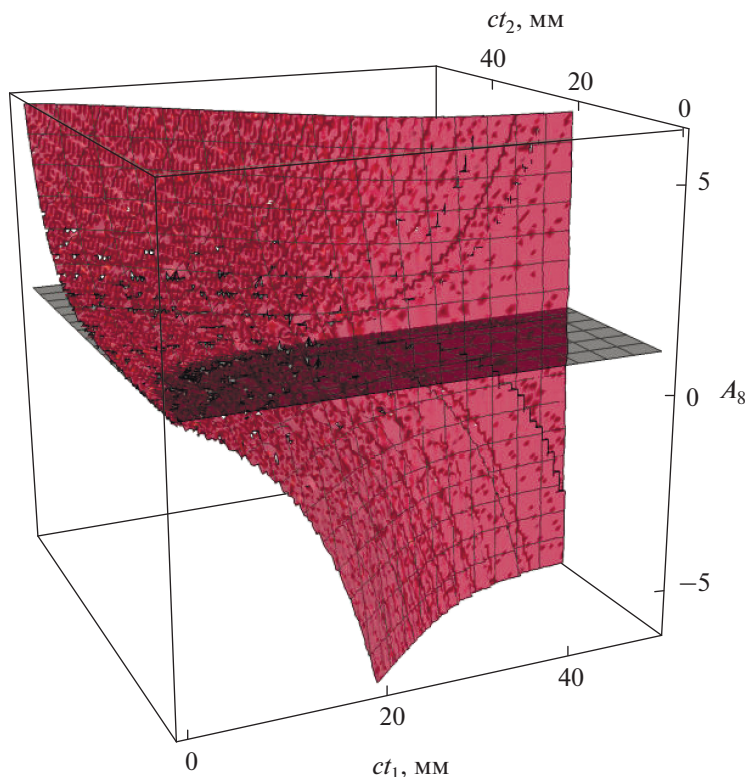


Рис. 3. График функции $A_8(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots)$ для B_s -мезонов. В момент времени $t_0 = 0$ пара $B_s \bar{B}_s$ находится в чистом флейворном состоянии (16). Значение переменных ct_1 и ct_2 измеряется в миллиметрах, где c — скорость света, отношение $q/p = e^{i\zeta_{B_s}}$. Из рисунка видно, что неравенства (27) могут сильно нарушаться.

представлено на рис. 2 и рис. 3. Сечение данных графиков плоскостью $t_1 = t_2 = t$ воспроизводит зависимости на рис. 4 и рис. 7 соответственно из работы [47].

Таким образом, мы показали, что если в начальный момент времени $t_0 = 0$ пара нейтральных псевдоскалярных мезонов рождается в чистом флейворном состоянии (16), то существует большая область (ct_1, ct_2) значения переменных, в которой нарушаются неравенства Вигнера (26) для трех моментов времени. И нарушение это достаточно большое, чтобы его можно было надеяться измерить экспериментально.

6. АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ НАРУШЕНИЯ ЗАВИСЯЩИХ ОТ ВРЕМЕНИ НЕРАВЕНСТВ ВИГНЕРА ДЛЯ ТРЕХ МОМЕНТОВ ВРЕМЕНИ НА СОСТОЯНИЯХ ВЕРНЕРА В НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Даже на B -фабриках в электрон-позитронных столкновениях $B_s \bar{B}_s$ -пары рождаются в смеси чистого флейворного состояния (16), которое возникает из распада $\Upsilon(5S) \rightarrow B_s \bar{B}_s$, и фоновых состояний, которые могут появиться, например, в цепочке распадов $\Upsilon(5S) \rightarrow (B_s^* \rightarrow B_s \gamma) \bar{B}_s$. На адронных машинах, к которым относится Большой адронный коллайдер,

доля фоновых процессов много больше, чем на B -фабриках. Сказанное в равной степени относится и к реакциям рождения пар K^0 - и D^0 -мезонов на ф-фабриках и (супер) C -Тау фабриках соответственно. Простейшим описанием инклюзивного вклада фоновых процессов может служить единичная матрица. Тогда состоянию, соответствующему рождению пар нейтральных псевдоскалярных мезонов в ускорительных экспериментах, удобно сопоставить матрицу плотности состояния Вернера [50]:

$$\hat{\rho}^{(W)}(x) = x |\Psi^- \rangle \langle \Psi^-| + \frac{1}{4}(1-x) \hat{1}_4, \quad (28)$$

где $\hat{1}_4$ — единичная матрица 4×4 . Параметр чистоты $0 \leq x \leq 1$ отражает вклад фоновых процессов в конечное состояние $M^0 \bar{M}^0$ -пары. При $x = 1$ конечное состояние является чистым, и матрица плотности $\hat{\rho}^{(W)}$ совпадает с проектором на вектор состояния (16). Если $x < 1$, то появляется примесь фоновых процессов, которые препятствуют нарушению неравенства (26). С уменьшением параметра x увеличивается доля фоновых процессов, и неравенство (26) нарушается все меньше и меньше, пока начиная с некоторого значения параметра чистоты не прекратит нарушаться вовсе.

Отсюда возникает важная задача: исследовать нарушения неравенств (26) не только в зависимости от

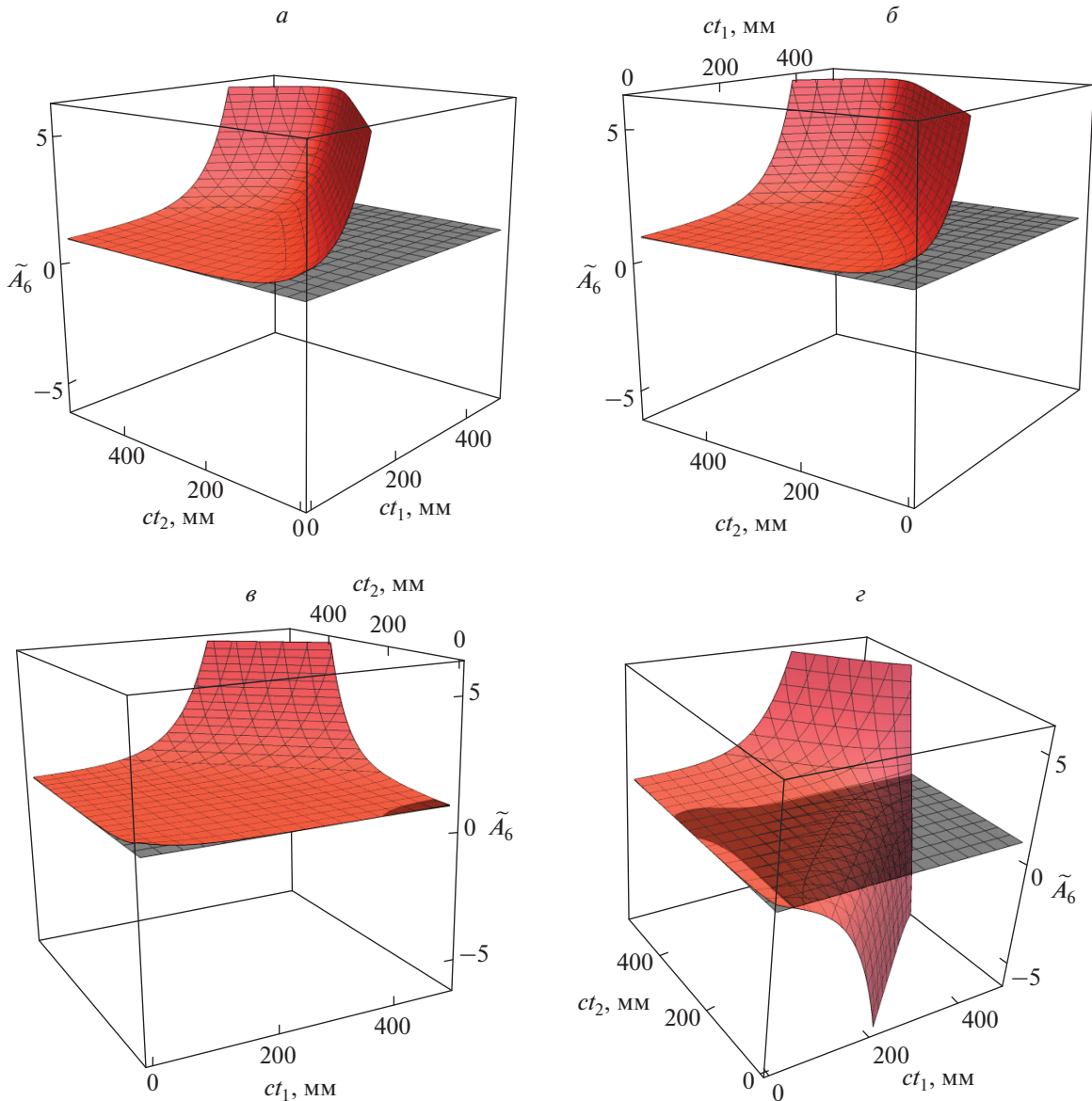


Рис. 4. Графики функций $\tilde{A}_6(t_2, t_1, t_0 = 0, x, \dots)$ для K^0 -мезонов. В момент времени $t_0 = 0$ пара $K^0 \bar{K}^0$ находится в смешанном флейворном состоянии, описываемом матрицей плотности (28). Значение переменных ct_1 и ct_2 измеряется в миллиметрах, где c – скорость света, отношение $q/p = e^{i\zeta_K}$. Приведены графики для следующих значений параметров чистоты: $a - x = 0.0$; $б - x = 0.3$; $в - x = 0.5$ и $г - x = 0.7$. График для $x = 1.0$ совпадает с графиком на рис. 1.

значения переменных ct_1 и ct_2 , но и от величины параметра чистоты x . Используя значения вероятностей из работ [30, 45, 47], в рамках квантовой парадигмы неравенство (26) можно свести к серии достаточно громоздких алгебраических неравенств вида

$$\tilde{A}_N(t_2, t_1, t_0 = 0, x, \dots) \geq 1. \quad (29)$$

Номера N функций $\tilde{A}_N(\dots)$ полностью коррелируют с соответствующими номерами функций $A_N(\dots)$. Поведение последних было изучено в разд. 5. Заметим, что в силу (5) справедливо равенство

$$\begin{aligned} \tilde{A}_N(t_2, t_1, t_0 = 0, x = 1, \dots) &= \\ &= A_N(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots). \end{aligned} \quad (30)$$

Т.е. функции $A_N(\dots)$ являются частным случаем функций $\tilde{A}_N(\dots)$.

Если для какого-то номера N найдутся такие значения t_2, t_1 и x , что $\tilde{A}_N(\dots) < 1$, то это будет означать нарушение неравенств (29) для систем с фоном и, следовательно, нарушение неравенств (26), т.е. несправедливость применения классичности в области квантовых явлений. Как следствие, невозможность сведения квантовой парадигмы к классической. Нарушение неравенств (29) естественно искать для тех же номеров N , для которых нарушаются неравенства (27).

Из вида состояния Вернера (28) следует линейная зависимость функций $\tilde{A}_N(\dots)$ от параметра чистоты x . Подобная простая зависимость позволя-

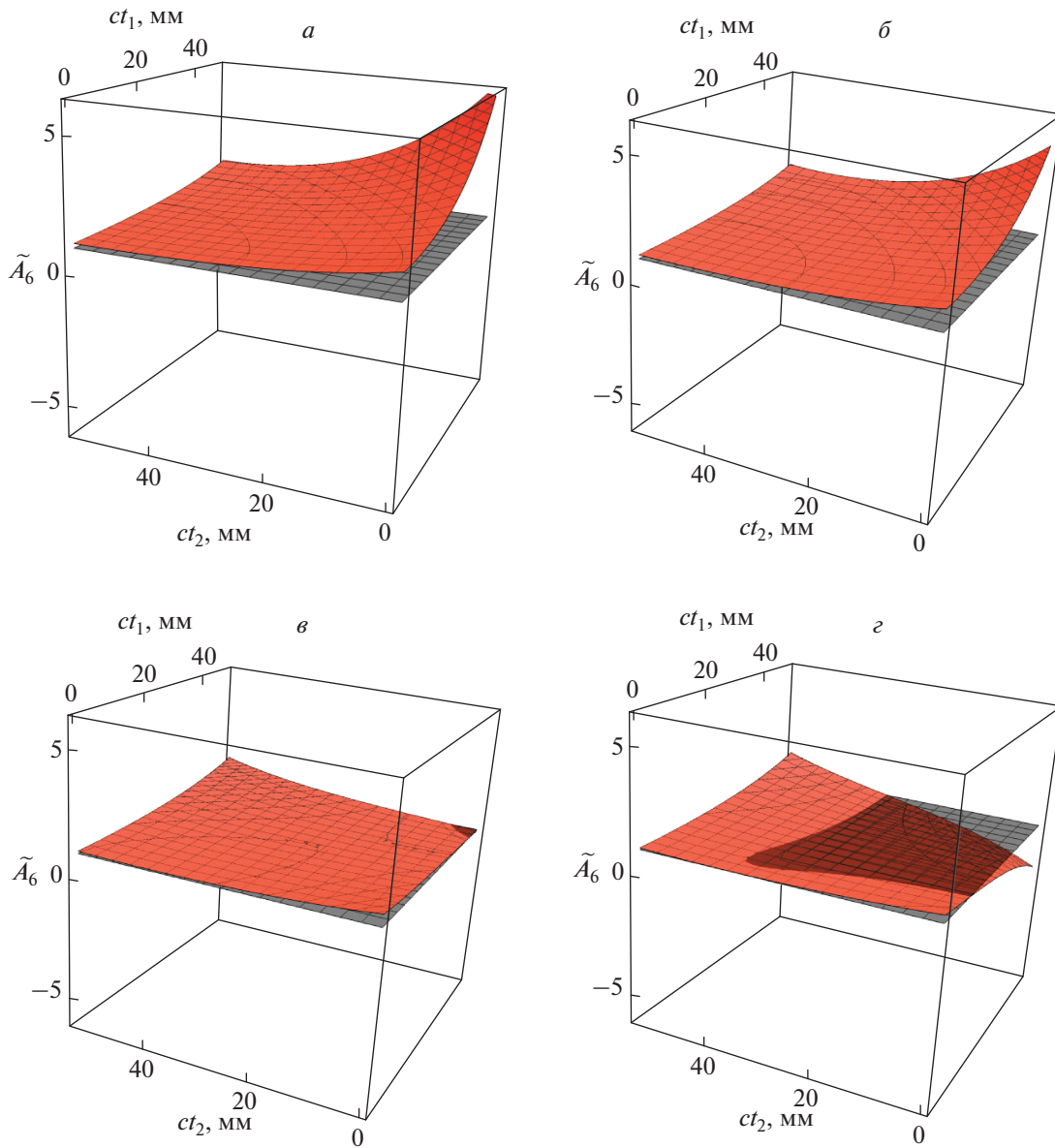


Рис. 5. Графики функций $\tilde{A}_6(t_2, t_1, t_0 = 0, x, \dots)$ для $D^0\bar{D}^0$ -мезонов. В момент времени $t_0 = 0$ пара $D^0\bar{D}^0$ находится в смешанном флейворном состоянии, описываемом матрицей плотности (28). Значение переменных ct_1 и ct_2 измеряется в миллиметрах, где c – скорость света, отношение $q/p = e^{i\varphi_D}$. Приведены графики для следующих значений параметров чистоты: $a - x = 0.0$; $б - x = 0.3$; $в - x = 0.5$ и $г - x = 0.7$. График для $x = 1.0$ совпадает с графиком на рис. 2.

ет исследовать поведение функций $\tilde{A}_N(\dots)$ только при некоторых характерных значениях параметра x . В качестве таких характерных значений выбраны $x = \{0.0, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0\}$. Последнее значение соответствует чистому состоянию (16). Соответствующие графики ранее были показаны на рис. 1, 2 и 3.

Следующий интересный предельный случай соответствует $x \rightarrow 0$, когда $M\bar{M}$ -пара рождается практически только за счет фоновых процессов, и запутанность по аромату при $t_0 = 0$ отсутствует. Данный случай представлен на рис. 4а, 5а и 6а. На всех трех рисунках соответствующие функции $\tilde{A}_N(t_2, t_1, t_0 = 0, x = 0, \dots)$ лежат выше плоскости

$\tilde{A}_N(t_2, t_1, t_0 = 0, x = 0, \dots) = 1$. Т.е. при $x = 0$ в сепарабельном состоянии $\hat{\rho}^{(W)}(0) = \hat{1}_4/4$ неравенства (29) всегда выполняются. Подобный результат отвечает наивному ожиданию, что для нарушения неравенств Вигнера требуется появление ненулевой примеси запутанного состояния (16) при $t_0 = 0$. Заметим, что подобный результат давно известен применительно к BCHSH-неравенствам [51, 52], но никогда не обсуждался применительно к неравенствам Вигнера.

При возрастании значения параметра чистоты x прослеживается тенденция все большего приближения функций $\tilde{A}_N(t_2, t_1, t_0 = 0, x, \dots)$ к плоскости $\tilde{A}_N(t_2, t_1, t_0 = 0, \dots) = 1$, как это показано на рис. 4б,

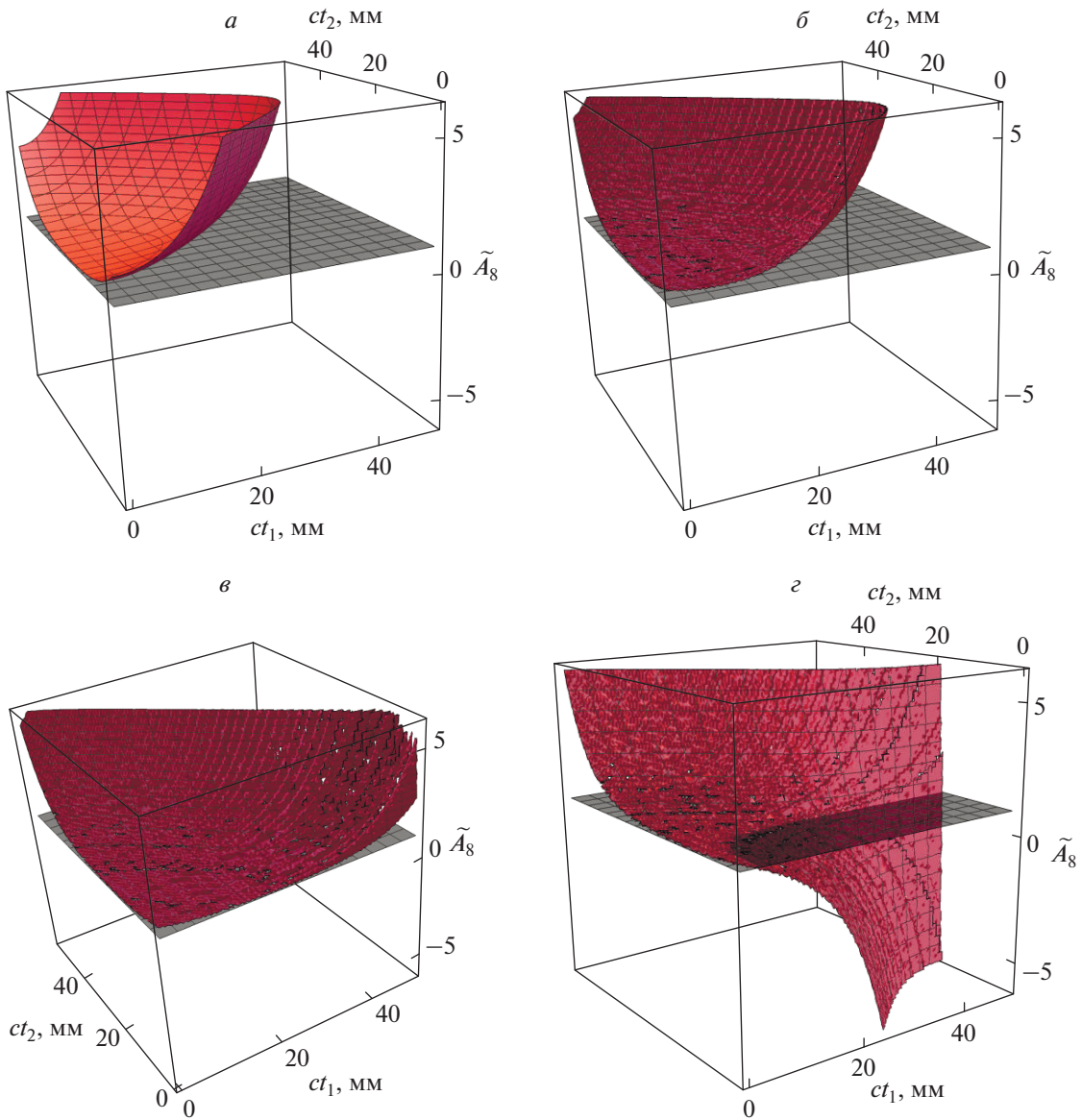


Рис. 6. Графики функций $\tilde{A}_8(t_2, t_1, t_0 = 0, x, \dots)$ для B_s -мезонов. В момент времени $t_0 = 0$ пара $B_s \bar{B}_s$ находится в смешанном флейворном состоянии, описываемом матрицей плотности (28). Значение переменных ct_1 и ct_2 измеряется в миллиметрах, где c — скорость света, отношение $q/p = e^{i\zeta_{B_s}}$. Приведены графики для следующих значений параметров чистоты: $a - x = 0.0$; $б - x = 0.3$; $в - x = 0.5$ и $г - x = 0.7$. График для $x = 1.0$ совпадает с графиком на рис. 3.

5б и 6б и на рис. 4в, 5в и 6в. Неравенства (29) для K^0 -, D^0 - и B_s -мезонов впервые начинают нарушаться, когда параметр чистоты x при выбранных нами значениях фазы ζ_M достигает величины, несколько превосходящей 0.5. Картина принципиально не меняется, если учесть экспериментально разрешенные интервалы изменения фаз ζ_M . На рис. 4г, 5г и 6г продемонстрировано уверенное нарушение неравенств (29) для параметра чистоты $x = 0.7$.

Вклад фоновых процессов с $x \geq 0.5$ характерен для мезонных фабрик. Это значение можно повысить, если применить критерии отбора для выделения сигнальных событий. На адронных машинах первонач-

ально $x \rightarrow 0$, но при помощи критериев отбора можно сформировать набор событий, в котором параметр чистоты имеет гораздо большие значения. Однако такой набор всегда будет открыт для "лазейки измерения" (иначе, "detection loophole") [53] и "лазейки контекстуальности" [54, 55]. На каждой экспериментальной установке отдельного изучения требует "лазейка локальности" [56].

В заключение заметим, что описание вклада фоновых процессов с помощью состояния Вернера является простейшей, но далеко не единственной возможностью. Более того, на любой экспериментальной установке можно найти матрицу плотности рождения

$M\bar{M}$ -пар и с ее помощью изучить возможность нарушения неравенств Вигнера для трех моментов времени (26).

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Показано, что для корректного получения не зависящего от времени неравенства Вигнера (17) необходимо дополнить концепцию локального реализма принципом классического измерения.
- Строго сформулирована концепция классичности, которая включает в себя принципы истинности, наблюдаемости, согласованности, классичности измерения и независимости. Объяснена необходимость введения каждого принципа.
- На основе классичности последовательно получены неравенства Вигнера для трех моментов времени (26).
- Исследована возможность нарушения неравенств (26) в системах нейтральных псевдоскалярных K^0 -, D^0 - и B_s -мезонов в случае, если $M\bar{M}$ -пара в начальный момент времени рождается как в чистом флейворном состоянии (16), так и в смешанном состоянии Вернера (28).
- Продемонстрировано, что при описании вклада фоновых процессов в рамках приближения Вернера неравенства (26) могут нарушаться даже при 50%-ной примеси фона.

БЛАГОДАРНОСТИ

Предыдущие работы [30, 38, 45, 47, 48] данной серии были задуманы и написаны в соавторстве с нашим другом и коллегой К.С. Томсом. Это первая работа, которая написана без его участия. Мы хотели бы посвятить настоящую статью светлой памяти Константина Сергеевича.

Один из соавторов (Н. В. Н.) благодарит за финансовую поддержку Российский научный фонд, грант N 22-22-00297 "Редкие четырехлептонные распады тяжелых мезонов в Стандартной модели и ее расширениях".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. D. Bohm, Phys. Rev. **85**, 166 (1952).
2. D. Bohm, Phys. Rev. **85**, 180 (1952).
3. D. Frauchiger and R. Renner, Nature Commun. **9**, 3711 (2018).
4. A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Phys. Rev. **47**, 777 (1935).
5. J. S. Bell, Physics **1**, 195 (1964); Rev. Mod. Phys. **38**, 447 (1966).
6. J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, Phys. Rev. Lett. **23**, 880 (1969).
7. W. M. de Muynck, Phys. Lett. A **114**, 65 (1986).
8. E. Wigner, Am. J. Phys. **38**, 1005 (1970).
9. P. H. Eberhard, Nuovo Cimento B **46**, 392 (1978).
10. N. Herbert, Found. Phys. **12**, 1171 (1982).
11. W. K. Wootters and W. H. Zurek, Nature **299**, 802 (1982).
12. D. Dieks, Phys. Lett. A **92**, 271 (1982).
13. N. Nikitin and K. Toms, Moscow Univ. Phys. **75**, 541 (2020).
14. Д. И. Bloхинцев, *Принципиальные вопросы квантовой механики* (Наука, Москва, 1966).
15. И. Р. Пригожин, *Конец определенности* (РХД, Ижевск 2001).
16. B. S. Cirel'son, Lett. Math. Phys. **4**, 93 (1980).
17. S. Popescu and D. Rohrlich, Found. Phys. **24**, 379 (1994).
18. M. D. Reid, P. D. Drummond, W. P. Bowen, E. G. Cavalcanti, P. K. Lam, H. A. Bachor, U. L. Andersen, and G. Leuchs, Rev. Mod. Phys. **81**, 1727 (2009).
19. N. Brunner, D. Cavalcanti, S. Pironio, V. Scarani, and S. Wehner, Rev. Mod. Phys. **86**, 419 (2014); Rev. Mod. Phys. **86**, 839 (Erratum) (2014).
20. J.-M. A. Allen, J. Barrett, D. C. Horsman, C. M. Lee, and R. W. Spekkens, Phys. Rev. X **7**, 031021 (2017).
21. D. Rosset, J. -D. Bancal, and N. Gisin, J. Phys. A: Math. Theor. **47**, 424022 (2014).
22. *Quantum [Un]Speakables: From Bell to Quantum Information*, Ed. by R. A. Bertlmann and A. Zeilinger (Springer, 2002).
23. *Quantum [Un]Speakables II: Half a Century of Bell's Theorem*, Ed. by R. A. Bertlmann and A. Zeilinger (Springer, 2016).
24. N. D. Mermin, Am. J. Phys. **58**, 731 (1990).
25. A. J. Leggett and A. Garg, Phys. Rev. Lett. **54**, 857 (1985).
26. A. J. Leggett, J. Phys. Condens. Matter **14**, R415 (2002).
27. A. J. Leggett, Rep. Prog. Phys. **71**, 022001 (2008).
28. J. Kofler and C. Brukner, Phys. Rev. Lett. **101**, 090403 (2008).
29. N. Harrigan and R. W. Spekkens, Found. Phys. **40**, 125 (2010).
30. N. Nikitin and K. Toms, Phys. Rev. A **100**, 062314 (2019).
31. D. Saha, S. Mal, P. K. Panigrahi, and D. Home, Phys. Rev. A **91**, 032117 (2015).
32. J. A. Formaggio, D. I. Kaiser, M. M. Murskyj, and T. E. Weiss, Phys. Rev. Lett. **117**, 050402 (2016).
33. P. Privitera and F. Selleri, Phys. Lett. B **296**, 261 (1992).
34. F. Uchiyama, Phys. Lett. A **231**, 295 (1997).
35. A. Bramon and M. Nowakowski, Phys. Rev. Lett. **83**, 1 (1999).
36. R. A. Bertlmann and B. C. Hiesmayr, Phys. Rev. A **63**, 062112 (2001).

37. S. P. Baranov, J. Phys. G Nucl. Part. Phys. **35**, 075002 (2008).
38. N. Nikitin and K. Toms, Phys. Rev. A **82**, 032109 (2010).
39. M. Fabbrichesi, R. Floreanini, and G. Panizzo, Phys. Rev. Lett. **127**, 161801 (2021).
40. A. J. Barr, Phys. Lett. B **825**, 136866 (2022).
41. C. Severi, C. Degli, E. Boschi, F. Maltoni, and M. Sioli, Eur. Phys. J. C **82**, p.285 (2022).
42. J. A. Aguilar-Saavedra and J. A. Casas, Eur. Phys. J. C **82**, p.666 (2022).
43. J. A. Aguilar-Saavedra, A. Bernal, J. A. Casas, and J. M. Moreno, "Testing entanglement and Bell inequalities in $H \rightarrow ZZ$ ", Phys. Rev. D **107**, 016012 (2023).
44. M. M. Altakach, P. Lamba, F. Maltoni, K. Mawatari, and K. Sakurai, Phys. Rev. D **107**, 093002 (2023).
45. N. Nikitin and K. Toms, Phys. Rev. A **95**, 052103 (2017).
46. M. F. Pusey, J. Barrett, and T. Rudolph, Nat. Phys. **8**, 475 (2012).
47. N. Nikitin, V. Sotnikov, and K. Toms, Phys. Rev. D **92**, 016008 (2015).
48. N. Nikitin, V. Sotnikov, and K. Toms, Phys. Rev. A **90**, 042124 (2014).
49. A. Efimova, J. Phys.: Conf. Ser. **1439**, 012008 (2020).
50. R. F. Werner, Phys. Rev. A **40**, 4277 (1989).
51. N. Gisin, Phys. Lett. A **154**, 201 (1991).
52. S. Popescu and D. Rohrlich, Phys. Lett. A **166**, 293 (1992).
53. P. H. Eberhard, Phys. Rev. A **47**, R747(R) (1993).
54. W. De Baere, Lett. Nuovo Cimento **39**, 234 (1984).
55. W. De Baere, Lett. Nuovo Cimento **40**, 488 (1984).
56. S. Storz, J. Schar, A. Kulikov, P. Magnard, and P. Kurpiers, Nature **617**, 265 (2023).

THE TEST OF THE CLASSICALITY CONCEPT IN THE ENTANGLED STATES OF NEUTRAL PSEUDOSCALAR MESONS USING THREE TIME WIGNER INEQUALITIES

A. Yu. Efimova¹⁾, N. V. Nikitin^{2),3),4),5)}

¹⁾ *ETH Physics department, Zurich, Switzerland*

²⁾ *Lomonosov Moscow State University, Physics Faculty, Moscow, Russia*

³⁾ *Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Moscow, Russia*

⁴⁾ *NRC "Kurchatov Institute" — ITEP, Moscow, Russia*

⁵⁾ *The Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region, Russia*

In this work we have formulated the Classicality concept. Using this concept the Wigner inequalities which are dependent on three moments of time are obtained. The possibility of experimental tests of violations of these inequalities on the pure and mixed flavor states of K^0 -, D^0 - and B_s -meson pairs is investigated. In the framework of the Werner background model, it is shown that the violation of Wigner time-dependent inequalities can be observed even with 50% fraction of background processes.