

# ПРИБЛИЖЕНИЕ СЕПАРАБЕЛЬНЫХ СИЛ В ОБОБЩЕННОЙ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ ФЕРМИ-СИСТЕМ

© 2024 г. Ю. В. Ковалева<sup>1)</sup>, С. П. Камерджиев<sup>2),\*</sup>, М. И. Шитов<sup>2)</sup>

Поступила в редакцию 04.06.2024 г.; после доработки 18.06.2024 г.; принята к публикации 18.06.2024 г.

Приближение сепарабельных сил впервые применяется к обобщенной теории конечных Ферми-систем (ТКФС), которая была развита в работах [1–4] с целью последовательного учета в рамках метода функций Грина сложных конфигураций с фононами. Используются стандартные мультиполь-мультипольные силы, и для их квадрупольного случая два параметра подгоняются по известным квадрупольным эффективным поляризационным зарядам, которые хорошо известны в эксперименте и в стандартной ТКФС. Показано, что в этом приближении уравнения стандартной ТКФС для вершины и полной амплитуды рассеяния легко решаются. Получено полезное соотношение между эффективными квадрупольными поляризационными зарядами и параметрами сепарабельных сил, которые описывают полную амплитуду рассеяния в сепарабельном виде. Как применение нашего подхода впервые изучено уравнение для регулярной части  $\Gamma^r$  амплитуды рассеяния. Оценены оба свободных члена этого уравнения и показано, что дополнительный член, содержащий произведение двух амплитуд рождения фона, в несколько раз превосходит другой свободный член, которым является эффективное взаимодействие ТКФС, взятое в сепарабельном приближении. Полученные решения уравнения для  $\Gamma^r$  приводят к выводу, что этой величиной нельзя пренебречь. Поскольку  $\Gamma^r$  естественно появляется в обобщенной ТКФС для описания двухфононных возбуждений, то это означает, что теория двухфононных возбуждений может заметно усложниться.

DOI: 10.31857/S0044002724060011, EDN: HPICXI

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Сепарабельные эффективные силы между нуклонами ядра были введены в 1958 г. и широко использовались в расчетах, например, [5, 6]. Наиболее недавним, ярким и убедительным примером является широкое использование таких сил в квазичастично-фононной модели (КФМ) [7, 8]. В микроскопической несамосогласованной КФМ параметры этих сил подгоняются чаще всего по экспериментальным энергиям и вероятностям для низколежащих коллективных уровней (фононов), при этом обычно получается хорошее описание многих других возбужденных состояний с теми же квантовыми числами для сферических и деформированных ядер [9–11]. Современные расчеты в рамках КФМ часто используют уже самосогласованные схемы, основанные на энергетических функционалах плотности Скирма, но сепарабелизуют полученные самосогласованные эффективные силы. Во всех случаях сепарабелизация существенно облегчает расчеты ядерных характеристик. Во всяком случае, она позволит в рамках одного и того же приближения сравнить между собой различные составляющие рассматриваемого подхода.

Это прямо относится к работам в рамках обобщенной теории конечных Ферми-систем (ТКФС) [1–4], которая были развита для последовательного

учета сложных конфигураций с фононами вида  $1p1h \otimes \text{фонон}$  и  $\text{фонон} \otimes \text{фонон}$ . Однако количественные оценки полученных там эффектов не выполнялись из-за больших расчетных сложностей. Представляется, что эти сложности можно обойти или сильно уменьшить, если использовать приближение сепарабельных сил. Мы решили идти простейшим путем и найти параметры этих сил, подогнав их с использованием известных значений для других, по сравнению КФМ, характеристик ядра, именно, для эффективного поляризационного заряда, хорошо известного в стандартной ТКФС и измеряемого в экспериментах [12].

В работах [1–4] показано, что при последовательном использовании аппарата функций Грина (ФГ) в рамках идеологии ТКФС [13] появляются новые или недостаточно изученные эффекты. Под идеологией ТКФС мы понимаем прежде всего: использование понятия эффективного поля (вершины), последовательное применение вариационного метода Ходеля [14] для учета квазичастично-фононного взаимодействия, учет корреляций в основном состоянии. Последнее совершенно естественно именно для метода ФГ. Следует отметить, что наш подход нетрудно распространить на учет еще более сложных конфигураций с фононами.

Предложенные нами сепарабельные силы являются менее универсальными, чем параметры сил Ландау–Мигдала [13] в несамосогласованной ТКФС. Однако, как мы увидим, это облегчает расчеты и позво-

<sup>1)</sup> Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия.

<sup>2)</sup> Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

\* E-mail: kamerdzhiev\_sp@nrcki.ru

лит получить важную информацию о вкладе и соотношении между собой различных эффектов. В настоящей работе предлагается использовать приближение сепарабельных сил для количественной оценки эффектов, полученных в обобщенной ТКФС. В разд. 3 мы опишем наш выбор сепарабельных квадруполь-квадрупольных сил, который понадобится для многих будущих применений, включая прежде всего решения уравнений стандартной ТКФС для вершины и амплитуды рассеяния в магических ядрах. В разд. 4 рассмотрим первое применение нашего подхода для оценки регулярной части амплитуды рассеяния в ТКФС.

## 2. НЕКОТОРЫЕ РАННИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В этом разделе мы кратко назовем и уточним некоторые результаты обобщенной ТКФС, представляющие интерес в связи с дальнейшим применением развитого подхода. Исходным для нас являются основные уравнения стандартной ТКФС (символически) для эффективного поля (вершины) и амплитуды рассеяния:

$$V = e_q V^0 + F A V, \quad (1)$$

$$\Gamma = F + F A \Gamma, \quad (2)$$

где  $F$  – эффективные силы Ландау–Мигдала, параметры которых в несамосогласованной ТКФС подбираются из сравнения с экспериментом [13],  $A_{34}$  – частично-дырочный пропагатор без спаривания, представляющий собой интеграл от двух полюсных функций Грина (ФГ):

$$A_{34}^{r'}(\omega) = \frac{1}{2\pi i} \int G_3(\epsilon) G_4(\epsilon + \omega) d\epsilon, \quad (3)$$

$V^0$  – внешнее слабое поле, действующее на квазичастицы ядра; одиночественная квантовая ФГ в отсутствие спаривания:  $G_\lambda(\epsilon) = \frac{1-n_\lambda}{\epsilon-\epsilon_\lambda+i\gamma} + \frac{n_\lambda}{\epsilon-\epsilon_\lambda}$ ;  $\lambda_1 \equiv (n_1, j_1, l_1, m_1) \equiv (1)$ .  $e_q$  – заряд квазичастиц, для скалярного внешнего поля  $e_q^p = 1$ ,  $e_q^n = 0$ . Эти уравнения есть метод хаотических фаз (МХФ), записанный на языке ФГ. Как мы увидим, решение этих уравнений заметно облегчается в приближение сепарабельных сил.

Полезность введения приближения сепарабельных сил можно увидеть, если его использовать для общего уравнения обобщенной ТКФС, которое получено в "микроскопической модели учета сложных конфигураций для пигми- и гигантских резонансов" [2, 4]. В этой модели использовался вариационный метод Ходеля [14] и только одна двухфононная поправка для вершины, так что все слагаемые полученного уравнения для обобщенной вершины  $\tilde{V}$  начинаются с эффективных сил  $F$ . Без учета слагаемых, содержащих вариацию  $\delta F$ , которые малы, см. [15], это уравнение записывается в символическом виде следующим образом, если ввести обобщенный пропагатор  $\bar{A}$ :

$$\tilde{V} = e_q V^0 + F \bar{A} \tilde{V}, \quad (4)$$

где

$$\bar{A}_{1234} = [A + A' + A^t + A^{\text{ri}} + A^{\text{2phon}}]_{1234}. \quad (5)$$

Здесь  $\bar{A}$  содержит известный пропагатор  $A'$  и три новых пропагатора. Именно,  $A'$  – пропагатор уравнения для  $V'$ , который состоит из двух хорошо известных составляющих с фононами [2].  $A^t$  – новый пропагатор с тэдполом, который получен и обсуждался в [1], а два последних пропагатора имеют вид

$$[A^{\text{ri}} + A^{\text{2phon}}]_{1234}(\omega) = \int G_1(\epsilon_1) G_2(\epsilon_1 - \omega) \times \\ \times [\Gamma^{\text{ri}} + F_{\text{ind}}^{\text{2phon}}]_{1234} G_3(\epsilon_3) G_4(\epsilon_3 - \omega) d\epsilon_1 d\epsilon_3. \quad (6)$$

Двухфононное слагаемое получено и обсуждалось в [2],  $A^{\text{ri}}$  появляется в результате использования выражения амплитуды рассеяния вблизи полюса при  $\omega \rightarrow \omega_s$  [4]:

$$\Gamma(\omega) = \Gamma^r + \frac{g^s g^{s*}}{\omega - \omega_s}, \quad (7)$$

где  $\Gamma^r$  – регулярная часть амплитуды  $\Gamma$  и не зависит от  $\omega$  (для простоты мы опустили индекс  $s$  в  $\Gamma^r$ ). Уравнение для  $\Gamma^r$  было получено в стандартной ТКФС [13] и использовалось только для получения нормировки для амплитуды рождения одного фонона

$$\Gamma_s^r = F + F A_s \Gamma_s^r + F \frac{\partial A}{\partial \omega_s} g^s (g^{s'})^*. \quad (8)$$

Насколько нам известно, оно нигде не изучалось.

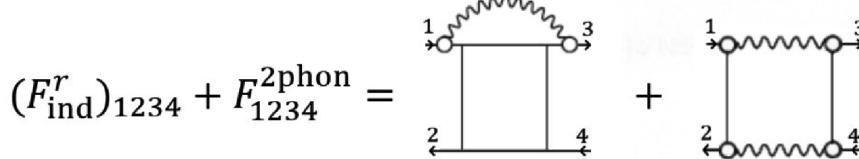
Пропагаторы  $A^{\text{ri}}, A^{\text{2phon}}$  имеют вид (по одному из четырех для каждого из этих двух) в ядрах без спаривания:

$$(A^{\text{ri}})_{1234} = G_1 G_2 G_5 g_{15} \Gamma_{5264}^r D_s g_{63}^s G_6 G_3 G_4, \quad (9)$$

$$(A^{\text{2phon}})_{1234} = G_1 G_2 G_5 g_{15}^s g_{46}^s D_s D_{s'} g_{52}^{s'} g_{63}^{s'} G_6 G_3 G_4. \quad (10)$$

Если убрать четыре длинных линии, соответствующих ФГ  $G$ , то получим два новых эффективных фонон-обменных взаимодействия  $F_{\text{ind}}^r$  и  $F_{\text{ind}}^{\text{2phon}}$ , обусловленных обменом одним фононом во втором частично-дырочном канале и обменом двумя фононами в обычном частично-дырочном канале, соответственно. Они показаны на рис. 1.

Следовательно, анализ вклада двухфононной составляющей подразумевает одновременный анализ этих двух эффектов. Величина  $(A^{\text{2phon}})_{1234}$  приведена в [2]. Здесь мы приведем выражение для одной из четырех величин  $F_{\text{ind}}^r$  (рис. 1):



**Рис. 1.** Эффективные фонон-обменные взаимодействия  $F_{\text{ind}}^r$  и  $F_{1234}^{2\text{phon}}$ , обусловленные обменом одним фононом во втором частично-дырочном канале и обменом двумя фононами в обычном частично-дырочном канале, соответственно.

$$(F_{\text{ind}}^r)_{1234}(\varepsilon_3, \varepsilon_1 \omega) = \sum_{5,6,s} g_{15} g_{63} \Gamma_{5264}^r I_{56s},$$

$$I_{56s}(\varepsilon_3, \varepsilon_1) = -\frac{n_5 n_6}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} + \omega_s - i\gamma)(\varepsilon_3 - \varepsilon_{\lambda_6} + \omega_s - i\gamma)} -$$

$$-\frac{(1 - n_5)(1 - n_6)}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} - \omega_s + i\gamma)(\varepsilon_3 - \varepsilon_{\lambda_6} - \omega_s + i\gamma)} +$$

$$+\frac{(1 - n_5)n_6}{(\varepsilon_3 - \varepsilon_1 + \varepsilon_{56} - i\gamma)(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} - \omega_s + i\gamma)} +$$

$$+\frac{n_5(1 - n_6)}{(\varepsilon_3 - \varepsilon_1 + \varepsilon_{56} + i\gamma)(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\lambda_5} + \omega_s - i\gamma)} +$$

$$+\frac{(1 - n_5)n_6}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_3 + \varepsilon_{65} + i\gamma)(\varepsilon_3 - \varepsilon_{\lambda_6} + \omega_s - i\gamma)} +$$

$$+\frac{n_5(1 - n_6)}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_3 + \varepsilon_{65} - i\gamma)(\varepsilon_3 - \varepsilon_{\lambda_6} - \omega_s + i\gamma)}, \quad (11)$$

где  $\varepsilon_{56} = \varepsilon_{\lambda_5} - \varepsilon_{\lambda_6}$ ,  $\varepsilon_{\lambda_5}$  – одиночастичная энергия и выполняется закон сохранения для энергетических переменных:  $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = (\varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \omega$ ,  $\omega$  – переданная энергия.

Нам неизвестно ничего о количественном анализе эффектов с взаимодействием  $F_{\text{ind}}^r$ . Но прежде всего необходимо сначала изучить и решить уравнение для  $\Gamma^r$ , что и будет сделано в разд. 4.

### 3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВЕРШИНЫ И АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ СЕПАРАБЕЛЬНЫХ СИЛ

#### 3.1. Выбор сил

В приближении сепарабельных сил эффективное взаимодействие стандартной ТКФС записывается в виде [5, 6]

$$F(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\varkappa \sum_{L,M} q(\mathbf{r}_1) q^*(\mathbf{r}_2), \quad (12)$$

где

$$q(\mathbf{r}_1) = r^L Y_{LM}. \quad (13)$$

Мы выбрали простейший вид (13) величины  $q(\mathbf{r}_1)$  по следующим причинам. Во-первых, он использовался давно и очень часто [5, 6]. Во-вторых, как показали расчеты в КФМ, отличие этой радиальной формы от другой, используемой в КФМ, именно, производной от потенциала Вудса–Саксона, невелико по крайней мере для расчетов характеристик низколежащих фононов. В-третьих, внешнее поле  $V^0$  в ТКФС имеет

вид (13), что упрощает решение для вершины. Можно думать, форма в виде производной от потенциала Вудса–Саксона компенсируется выбором затравочных параметров. Тем более, что мы будем выбирать их из условия подгона для эффективных зарядов, т.е. использовать другой по сравнению с КФМ способ выбора параметров. В дальнейшем для простоты мы опускаем сумму по  $L$  и  $M$ , находим параметры  $\varkappa$  исходя из эффективных квадрупольных зарядов, которые хорошо известны из эксперимента и в стандартной ТКФС [12].

В приближении сепарабельных квадрупольных  $qq$ -сил имеем:

$$\begin{aligned} F_{1234}^{pp} &= -\varkappa^{pp} q_{12}^p (q_{34}^p)^*, \\ F_{1234}^{pn} &= -\varkappa^{pn} q_{12}^p (q_{34}^n)^*, \\ F_{1234}^{np} &= -\varkappa^{np} q_{12}^n (q_{34}^p)^*, \\ F_{1234}^{nn} &= -\varkappa^{nn} q_{12}^n (q_{34}^n)^*, \end{aligned} \quad (14)$$

где изоскалярная  $k_0$  и изовекторная  $k_1$  – константы мультиполь-мультипольного взаимодействий связаны с указанными выше константами соотношениями:  $\varkappa^{pp} = \varkappa^{nn} = k_0 + k_1$ ,  $\varkappa^{pn} = \varkappa^{np} = k_0 - k_1$ .

#### 3.2. Решение уравнения для вершины в сепарабельном приближении

Матричный элемент от эффективного поля  $V$ , действующего внутри ядра на квазичастицы в  $\lambda$ -представлении определяется уравнением:

$$V_{12}^\tau = e_q^\tau V_{12}^{0\tau} + \sum_{34} F_{1234}^{\tau\tau'} A_{34}^{\tau'} V_{43}^{\tau'}, \quad (15)$$

где  $\lambda_1 \equiv (n_1, j_1, l_1, m_1)$  – одночастичные квантовые числа. Здесь  $e_q^\tau$  – локальный заряд квазичастицы по отношению к "затравочному" внешнему полю ( $V_{12}^0$ ) $^\tau$  =  $q_{12}^\tau \equiv (r^2 Y_{2M})_{12}^\tau$ ,  $F_{1234}^{\tau\tau'}$  – эффективная амплитуда взаимодействия квазичастиц вблизи поверхности Ферми,  $A_{34}^{\tau'}$  – частично-дырочный пропагатор без спаривания. Эффективный поляризационный ряд определяется через эффективное поле  $V$  [16]:

$$(e_{\text{eff}})_{12}^\tau(\omega) = \frac{V_{12}^\tau(\omega)}{(V_{12}^0)^\tau}, \quad (16)$$

т.е. он зависит от зарядовой переменной, энергии  $\omega$ , одночастичных состояний 1, 2 и от мультипольности перехода. Для  $E1$ -переходов хорошо известно

$e_q^p(E1) = eN/A$ ,  $e_q^n(E1) = -eZ/A$ . В ТКФС учитываются все указанные зависимости эффективного заряда.

Раскрывая изотопические индексы, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} V_{12}^p = e_q^p V_{12}^{0p} + \sum_{34} (F_{1234}^{pp} A_{34}^p V_{43}^p + F_{1234}^{pn} A_{34}^n V_{43}^n), \\ V_{12}^n = e_q^n V_{12}^{0n} + \sum_{34} (F_{1234}^{np} A_{34}^p V_{43}^p + F_{1234}^{nn} A_{34}^n V_{43}^n). \end{cases} \quad (17)$$

Тогда

$$V_{12}^{\tau} = q_{12}^{\tau} e_{\text{eff}}^{\tau}, \quad (18)$$

и система уравнений (17) принимает вид для  $e_{\text{eff}}$ :

$$\begin{cases} e_{\text{eff}}^p = e_q^p - \kappa^{pp} \Sigma^p e_{\text{eff}}^p - \kappa^{pn} \Sigma^n e_{\text{eff}}^n, \\ e_{\text{eff}}^n = e_q^n - \kappa^{np} \Sigma^p e_{\text{eff}}^p - \kappa^{nn} \Sigma^n e_{\text{eff}}^n, \end{cases} \quad (19)$$

где введено

$$\Sigma^{\tau} = \sum_{12, M, M'} (q_{12}^{\tau})^* A_{12}^{\tau} q_{21}^{\tau}. \quad (20)$$

Здесь  $q_{21}^{\tau} \equiv \langle \lambda_2 | q | \lambda_1 \rangle$ .

Таким образом, в приближении сепарабельных сил, в отличие от ТКФС, см. (16), исчезает зависимость эффективных зарядов  $e_{\text{eff}}^p, e_{\text{eff}}^n$  от координат и от одиночественных индексов и остается зависимость от переданной энергии  $\omega$ . Это типичное и существенное облегчение оправдывает приближение сепарабельных сил для оценки эффектов не только для решения уравнений для вершины, но и как мы увидим, и для решения других уравнений.

Решение системы (19) имеет вид

$$\begin{aligned} e_{\text{eff}}^p &= \frac{1 + \kappa^{pp} \Sigma^n}{D}, \\ e_{\text{eff}}^n &= -\frac{\kappa^{np} \Sigma^p}{D}, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$D = (1 + \kappa^{pp} \Sigma^n)(1 + \kappa^{np} \Sigma^p) - (\kappa^{np})^2 \Sigma^p \Sigma^n, \quad (22)$$

и условие для детерминанта  $D = 0$  определяет энергию возбужденных состояний ядра в рамках МХФ.

Из соотношений (21) находим общее выражение для силовых параметров  $\kappa^{pp}$  и  $\kappa^{np}$ , если известны  $e_{\text{eff}}^p$  и  $e_{\text{eff}}^n$ :

$$\begin{aligned} \kappa^{pp} &= -\frac{\Sigma^n (e_{\text{eff}}^n)^2 - \Sigma^p (e_{\text{eff}}^p)^2 + \Sigma^p e_{\text{eff}}^p}{(\Sigma^n e_{\text{eff}}^n - \Sigma^p e_{\text{eff}}^p)(\Sigma^n e_{\text{eff}}^n + \Sigma^p e_{\text{eff}}^p)}, \\ \kappa^{np} &= \frac{e_{\text{eff}}^n (\Sigma^n - \Sigma^n e_{\text{eff}}^p + \Sigma^p e_{\text{eff}}^p)}{(\Sigma^n e_{\text{eff}}^n - \Sigma^p e_{\text{eff}}^p)(\Sigma^n e_{\text{eff}}^n + \Sigma^p e_{\text{eff}}^p)}. \end{aligned} \quad (23)$$

Анализ величин  $e_{\text{eff}}^p$  и  $e_{\text{eff}}^n$  полезен тем, что по определению они выражают поляризуемость ядра, вызванную влиянием ядерного взаимодействия на отдельный нуклон. Для общности возьмем  $e_{\text{eff}}^p = 1 + a$ ,

$e_{\text{eff}}^n = b$ . Тогда  $\kappa^{pp}$  и  $\kappa^{np}$  выражаются через  $a$  и  $b$  как

$$\begin{aligned} \kappa^{pp} &= -\frac{\Sigma^n b^2 - \Sigma^p (1 + a)a}{(\Sigma^n b - \Sigma^p (1 + a))(\Sigma^n b + \Sigma^p (1 + a))}, \\ \kappa^{np} &= \frac{b(-\Sigma^n a + \Sigma^p (1 + a))}{(\Sigma^n b - \Sigma^p (1 + a))(\Sigma^n b + \Sigma^p (1 + a))}. \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, в нашем приближении из информации о  $e_{\text{eff}}^p = 1 + a$  и  $e_{\text{eff}}^n = b$  можно получить силовые параметры взаимодействия и с их помощью (с учетом наших приближений) определить спектр возбуждения ядра. По физическому смыслу для ядер с  $N > Z$  должно быть  $b > a$ , что можно выразить простой формулой  $b = a + (N - Z)/A$ , т.е. для  $^{208}\text{Pb}$   $b = 0.21 + a$ . Если взять  $a = b = \mu$ , что соответствует одинаковой поляризуемости протонной и нейтронной систем одним нуклоном, то из (24) следует, что  $\kappa^{pp} = \kappa^{np}$ :

$$\kappa^{pp} = \kappa^{np} = \frac{-\mu}{\Sigma^n \mu + \Sigma^p (1 + \mu)}. \quad (25)$$

Действительно, очень часто в оценках и в расчетах принимается простое соотношение  $e_{\text{eff}}^p = 2, e_{\text{eff}}^n = 1$ . Отсюда получаем  $\kappa^{pp} = \kappa^{np} = \frac{-1}{\Sigma^n + 2\Sigma^p}$ . Это и делалось в ранних работах, использующих сепарабельные силы, например [5].

Расчет по формулам (24) показывает, что при  $a = 0.5$  и  $b = 0.21 + a > 0.6$  наблюдается перелом физически в правильную сторону, при котором  $k_0 > 0$  и  $k_1 < 0$  (см. табл. в разд. 4). Это соответствует существованию квадрупольного изоскалярного  $E_{20^-}$ - и квадрупольного изовекторного  $E_{21^-}$ -резонансов, предсказанному в рамках стандартной ТКФС в работе [17]. В этом подходе универсальные параметры эффективного взаимодействия  $f^+ = f$  и  $f^- = f'$  фактически соответствуют изоскалярному и изовекторному параметрам КФМ. Хотя размерность параметров в КФМ и ТКФС разная, важно отметить, что соответствующие параметры положительны или отрицательны для  $E_{20^-}$  и  $E_{21^-}$ -резонансов соответственно.

### 3.3. Решение уравнения для амплитуды рассеяния в сепарабельном приближении

Полная амплитуда частично-дырочного взаимодействия  $\Gamma$  в стандартной ТКФС определяется уравнением (2). Исходное взаимодействие берется в виде (3.1), тогда  $\Gamma^{pp}$  и  $\Gamma^{np}$  имеют вид:

$$\begin{aligned} (\Gamma)^{pp} &= -\kappa^{pp} q^p (q^p)^*, \\ (\Gamma)^{np} &= -\kappa^{np} q^n (q^p)^*. \end{aligned} \quad (26)$$

Подстановка (3.1) приводит к системе уравнений для  $\kappa_1^{pp}$  и  $\kappa_1^{np}$ :

$$\begin{cases} \kappa_1^{pp} = \kappa^{pp} - \kappa_1^{pp} \kappa^{pp} \Sigma^p - \kappa_1^{np} \kappa^{np} \Sigma^n, \\ \kappa_1^{np} = \kappa^{np} - \kappa_1^{pp} \kappa^{np} \Sigma^p - \kappa_1^{np} \kappa^{pp} \Sigma^n, \end{cases} \quad (27)$$

где  $\Sigma^p$  и  $\Sigma^n$  определяются формулой (20).

Решения этой системы уравнений имеют вид

$$\begin{aligned}\varkappa_1^{pp} &= \frac{\varkappa^{pp} - (\varkappa^{pp})^2 \Sigma^n + (\varkappa^{np})^2 \Sigma^n}{(1 + \varkappa^{pp} \Sigma^n)(1 + \varkappa^{pp} \Sigma^p) - (\varkappa^{np})^2 \Sigma^p \Sigma^n}, \\ \varkappa_1^{np} &= \frac{\varkappa^{np}}{(1 + \varkappa^{pp} \Sigma^n)(1 + \varkappa^{pp} \Sigma^p) - (\varkappa^{np})^2 \Sigma^p \Sigma^n}.\end{aligned}\quad (28)$$

Как и следовало ожидать, детерминант  $D$  один и тот же в системах уравнений для вершины и амплитуды рассеяния. Отсюда получаем полезное соотношение между  $e_{\text{eff}}$  и  $\varkappa_1$ , т.е. разные на первый взгляд величины естественно связаны между собой через поляризацию ядра

$$\begin{aligned}\frac{\varkappa_1^{pp}}{\varkappa^{pp}} &= e_{\text{eff}}^p + \frac{\varkappa^{np} \Sigma^n}{\varkappa^{pp} \Sigma^p} e_{\text{eff}}^n, \\ \frac{\varkappa_1^{np}}{\varkappa^{np}} &= -\frac{1}{\varkappa^{np} \Sigma^p} e_{\text{eff}}^n.\end{aligned}\quad (29)$$

### 3.4. Выражения и расчеты для $\Sigma^\tau$

Выражения для  $\Sigma^\tau$  имеют вид:

$$\begin{aligned}\Sigma^\tau &= \frac{1}{2L+1} \sum_{12} \langle 1 \parallel q^\tau \parallel 2 \rangle^2 A_{12}^\tau \times \\ &\times \left[ \left( \int R_{v_2}^* r^L R_{v_1} r^2 dr \right)^2 \right]^\tau,\end{aligned}\quad (30)$$

где  $1 \equiv v_1 \equiv (n_1, j_1, l_1)$ ,

$$\begin{aligned}\langle 1 \parallel q^\tau \parallel 2 \rangle^2 &= \\ &= \frac{(2j_1+1)(2j_2+1)(2l_1+1)(2l_2+1)(2L+1)}{4\pi} \times \\ &\times \begin{pmatrix} l_1 & L & l_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} l_1 & j_1 & s \\ j_2 & l_2 & L \end{Bmatrix}^2.\end{aligned}\quad (31)$$

Как известно, параметры сепарабельных сил жестко привязаны к набору одночастичных переходов, используемых в расчетах. В расчетах мы использовали тот же, что и в [8], набор одночастичных  $E2$ -переходов для протонов и нейтронов в  $^{208}\text{Pb}$ : 65 для протона и 44 для нейтронов. Такой набор очень похож на набор в работе [12], выполненной в рамках стандартной ТКФС. Это оправдано тем, что в обеих работах в рамках несамосогласованного расчета получено разумное согласие с экспериментом для всего спектра  $2^+$ -уровней в  $^{208}\text{Pb}$ , включая предсказание в [17] изоскалярного  $E2$ -резонанса. Мы дополнительно провели вычисление эффективных зарядов на основе данного базиса и параметров сепарабельных сил из работы [8] и получили разумные результаты:  $e_{\text{eff}}^p = 2.13$  и  $e_{\text{eff}}^n = 1.84$ , соответствующие случаю  $b > a$ . В наших обозначениях это  $a = 1.13$ ,  $b = 1.84$ , т.е.  $b > a$ , что соответствует нашей простой формуле для  $b$  в разд. 3.2 (и, как будет сказано далее, обеспечивает коллективность изоскалярных и изовекторных  $E2$ -переходов). Такой результат для нашей задачи  $e_{\text{eff}}$ , полученный с использованием всех количественных данных работы [8], позволяет надеяться, что

наши скромные количественные результаты, точнее, оценки, приведут к успешному дальнейшему применению развитого подхода.

С набором параметров Фаянса, и используя набор одночастичных  $E2$ -переходов из работы [8], мы получили:  $\Sigma^p = -357.55 \text{ фм}^4/\text{МэВ}$ ,  $\Sigma^n = -426.74 \text{ фм}^4/\text{МэВ}$ .

Отметим, что при  $\varkappa^{pp} = \varkappa^{np} = \varkappa$  можно сделать простые оценки величин  $\varkappa_1^{pp}$  и  $\varkappa_1^{np}$ :

$$\begin{aligned}\varkappa_1^{pp} &= \varkappa \left( 2 + \frac{\Sigma^n}{\Sigma^p} \right), \\ \varkappa_1^{np} &= -\frac{1}{\Sigma^p}.\end{aligned}\quad (32)$$

При  $N = Z$  получаем  $\varkappa_1^{pp} = \varkappa_1^{np} = 3\varkappa$ .

## 4. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ РЕГУЛЯРНОЙ ЧАСТИ Г<sup>r</sup> АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ

### 4.1. Сепарабелизация уравнения для Г<sup>r</sup>

В этом разделе мы применим наш анализ с использованием сепарабельных сил для регулярной части (7) амплитуды рассеяния ТКФС. Оно было получено в [13] и нигде не изучалось количественно. Чтобы решить его, необходимо найти второй свободный член, содержащий квадрат амплитуды рождения фонона  $g$  (первый свободный член – хорошо известное эффективное взаимодействие в ТКФС [13]).

В  $\lambda$ -представлении уравнение (8) записывается следующим образом:

$$(\Gamma_s^r)_{1234}^{\tau\tau'} = F_{1234}^{\tau\tau'} + \sum_{56, \tau_1} F_{1256}^{\tau\tau_1} (A_s^{\tau_1})_{56} (\Gamma_s^r)_{6534}^{\tau_1 \tau'} + (F_1^{\tau\tau'})_{1234}, \quad (33)$$

где в качестве  $F_1^{\tau\tau'}$  обозначена сумма:

$$(F_1^{\tau\tau'})_{1234} = \sum_{56, \tau_1} F_{1256}^{\tau\tau_1} \frac{\partial A_{56}^{\tau_1}}{\partial \omega_s} g_{65}^{\tau_1} (g_{34}^{\tau'})^*. \quad (34)$$

Амплитуда рождения фонона

$$g = F A g \quad (35)$$

в приближении сепарабельных  $qq$ -сил определяется выражением

$$\begin{aligned}g_{65}^{\tau_1} &= q_{65}^{\tau_1} \bar{g}_s^{\tau_1}, \\ (g_{34}^{\tau'})^* &= (q_{34}^{\tau'})^* \bar{g}_s^{\tau'}.\end{aligned}\quad (36)$$

Для величины  $F_1$  после раскрытия изотопических индексов получаем:

$$\begin{aligned}(F_1^{pp})_{1234} &= - \sum_{56} \left( \varkappa^{pp} q_{12}^p (q_{56}^p)^* \frac{\partial A_{56}^p}{\partial \omega_s} q_{65}^p \bar{g}_s^p (q_{34}^p)^* \bar{g}_s^p + \right. \\ &\quad \left. + \varkappa^{pn} q_{12}^p (q_{56}^n)^* \frac{\partial A_{56}^n}{\partial \omega_s} q_{65}^n \bar{g}_s^n (q_{34}^p)^* \bar{g}_s^p \right), \\ (F_1^{np})_{1234} &= - \sum_{56} \left( \varkappa^{np} q_{12}^n (q_{56}^p)^* \frac{\partial A_{56}^p}{\partial \omega_s} q_{65}^p \bar{g}_s^p (q_{34}^p)^* \bar{g}_s^p + \right. \\ &\quad \left. + \varkappa^{nn} q_{12}^n (q_{56}^n)^* \frac{\partial A_{56}^n}{\partial \omega_s} q_{65}^n \bar{g}_s^n (q_{34}^p)^* \bar{g}_s^p \right).\end{aligned}\quad (37)$$

Введем обозначение

$$S^{\tau} = \sum_{56} (q_{56}^{\tau})^* \frac{\partial A_{56}^n}{\partial \omega_s} q_{65}^{\tau}. \quad (38)$$

Представляет интерес сравнить между собой два свободных члена в уравнении (8) для  $\Gamma_s^r$

$$\begin{aligned} \frac{(F_1^{pp})}{F^{pp}} &= S^p \bar{g}_s^p \bar{g}_s^p + \frac{\varkappa^{pn}}{\varkappa^{pp}} S^n \bar{g}_s^n \bar{g}_s^n, \\ \frac{(F_1^{np})}{F^{np}} &= S^p \bar{g}_s^p \bar{g}_s^p + \frac{\varkappa^{nn}}{\varkappa^{np}} S^n \bar{g}_s^n \bar{g}_s^n. \end{aligned} \quad (39)$$

Найдем теперь величину  $\bar{g}_s^{\tau}$ . В  $\lambda$ -представлении величина  $g$  имеет вид [15]

$$\langle 1 \| g^{\tau} \| 2 \rangle = \alpha_s^{\tau} \left( \frac{\partial V}{\partial r} \right)_{12}^{\tau} \langle 1 \| Y_L \| 2 \rangle. \quad (40)$$

Учитывая отмеченную в [7] похожесть результатов расчетов для  $EL$ -возбуждений с  $r_{12}^2$  и  $(\frac{\partial V}{\partial r})_{12}^{\tau}$ , мы возьмем здесь  $r_{12}^2$  вместо  $(\frac{\partial V}{\partial r})_{12}^{\tau}$ .

Сравнивая два выражения, (40) и (36), получаем

$$\bar{g}_s^{\tau} = \alpha_s^{\tau}. \quad (41)$$

Существенно упрощает вычисления равенство протонной и нейтронной амплитуд колебаний (см. [15]):

$$\alpha_s^p = \alpha_s^n = \alpha_s. \quad (42)$$

Теперь нетрудно выполнить численные оценки величины  $F_1$ :

$$\begin{aligned} \frac{F_1^{pp}}{F^{pp}} &= \left( S^p + \frac{\varkappa^{pn}}{\varkappa^{pp}} S^n \right) \alpha_s^2, \\ \frac{F_1^{np}}{F^{np}} &= \left( S^p + \frac{\varkappa^{nn}}{\varkappa^{np}} S^n \right) \alpha_s^2 \end{aligned} \quad (43)$$

и при равных между собой параметрах мультиполь-мультипольного взаимодействия имеем

$$\frac{F_1^{pp}}{F^{pp}} = \frac{F_1^{np}}{F^{np}} = (S^p + S^n) \alpha_s^2. \quad (44)$$

Для сумм в формулах (38) мы получили  $S^n = -72.59$  фм<sup>4</sup>/МэВ<sup>2</sup> для нейтронных и  $S^p = -103.39$  фм<sup>4</sup>/МэВ<sup>2</sup> для протонных  $E2$ -переходов соответственно, так что теперь становится возможным оценить отношение величин (43).

#### 4.2. Решение уравнения для $\Gamma^r$

Уравнение для  $\Gamma^r$  имеет вид:

$$\Gamma^r = F \left( 1 + \frac{F_1}{F} \right) + FA_s \Gamma^r \quad (45)$$

или в  $\lambda$ -представлении:

$$\begin{aligned} (\Gamma^r)_{1234}^{\tau\tau'} &= F_{1234}^{\tau\tau'} \left( 1 + \frac{(F_1^{\tau\tau'})_{1234}}{F_{1234}^{\tau\tau'}} \right) + \\ &+ \sum_{56, \tau_1} F_{1256}^{\tau\tau_1} (A_s^{\tau_1})_{56} (\Gamma^r)_{6534}^{\tau_1\tau'}. \end{aligned} \quad (46)$$

Мы определяем амплитуду  $\Gamma^r$  как:

$$\begin{aligned} (\Gamma^r)_{1234}^{pp} &= -\varkappa_r^{pp} q_{12}^p (q_{34}^p)^*, \\ (\Gamma^r)_{1234}^{np} &= -\varkappa_r^{np} q_{12}^n (q_{34}^p)^*. \end{aligned} \quad (47)$$

В сепарабельном приближении получаем:

$$\begin{cases} \varkappa_r^{pp} = \varkappa^{pp} \left( 1 + \frac{F_1^{pp}}{F^{pp}} \right) - \varkappa^{pp} \Sigma_s^p \varkappa_r^{pp} - \varkappa^{np} \Sigma_s^n \varkappa_r^{np}, \\ \varkappa_r^{np} = \varkappa^{np} \left( 1 + \frac{F_1^{np}}{F^{np}} \right) - \varkappa^{np} \Sigma_s^p \varkappa_r^{pp} - \varkappa^{pp} \Sigma_s^n \varkappa_r^{np}. \end{cases} \quad (48)$$

Решение этой системы:

$$\begin{aligned} \varkappa_r^{pp} &= \left[ \varkappa^{pp} \left( 1 + \frac{F_1^{pp}}{F^{pp}} \right) + (\varkappa^{pp})^2 \Sigma_s^n \left( 1 + \frac{F_1^{pp}}{F^{pp}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - (\varkappa^{np})^2 \Sigma_s^n \left( 1 + \frac{F_1^{np}}{F^{np}} \right) \right] / D_s, \\ \varkappa_r^{np} &= \left[ \varkappa^{np} \left( 1 + \frac{F_1^{np}}{F^{np}} \right) + \varkappa^{pp} \varkappa^{np} \Sigma_s^p \left( 1 + \frac{F_1^{np}}{F^{np}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \varkappa^{pp} \varkappa^{np} \Sigma_s^p \left( 1 + \frac{F_1^{pp}}{F^{pp}} \right) \right] / D_s, \end{aligned} \quad (49)$$

где

$$D_s = D = (1 + \varkappa^{pp} \Sigma_s^n)(1 + \varkappa^{pp} \Sigma_s^p) - (\varkappa^{np})^2 \Sigma_s^p \Sigma_s^n \quad (50)$$

при ( $\varkappa^{pp} = \varkappa^{np} = \varkappa$ ) между собой равны ( $\varkappa_r^{pp} = \varkappa_r^{np} \equiv \varkappa^r$ ), т. е.:

$$\varkappa_r^{pp} = \varkappa_r^{np} = \frac{\varkappa (S^p + S^n) \alpha_s^2}{1 + \varkappa (\Sigma_s^n + \Sigma_s^p)} \quad (51)$$

или

$$\begin{aligned} \Sigma_s^{\tau} &= \frac{1}{2L+1} \sum_{12} \langle 1 \| q^{\tau} \| 2 \rangle^2 \frac{\partial A_{56}^{\tau}}{\partial \omega_s} \times \\ &\times \left[ \left( \int R_{v_2}^* r^2 R_{v_1} r^2 dr \right)^2 \right]^{\tau}, \end{aligned} \quad (52)$$

где  $1 \equiv v_1 \equiv (n_1, j_1, l_1)$ , и  $\langle 1 \| q^{\tau} \| 2 \rangle^2$  задано выражением (31).

Мы получили:  $\Sigma_s^n = -514.22$  и  $\Sigma_s^p = -444.81$  при  $\omega_s = 4.085$  МэВ.

Для решения уравнений (43) и (48), используя эти числа, мы рассчитали величины  $F_1^{pp}/F^{pp}$ ,  $F_1^{np}/F^{np}$ ,  $(\Gamma^r/F)^{pp}$ ,  $(\Gamma^r/F)^{np}$  и также  $\varkappa_1^{pp}/\varkappa^{pp}$ ,  $\varkappa_1^{np}/\varkappa^{np}$ . Величины  $\varkappa^{pp}$ ,  $\varkappa^{np}$  были получены из соотношений (24). Они необходимы также для определения изоскалярного и изовекторного параметров, о которых говорилось в конце разделов 3.1 и 3.2. Знак этих параметров важен и говорит о физике дела:  $k_0 > 0$  для изоскалярного  $E2_0$ -резонанса и  $k_1 < 0$  для изовекторного  $E2_1$ -резонанса.

Представляет интерес проследить, как меняются эти параметры для разных  $e_{\text{eff}}^p$ ,  $e_{\text{eff}}^n$ , так как для существования  $E2_0$ -резонанса должно быть  $k_0 > 0$ , и для  $E2_1$ -резонанса  $k_1 < 0$ , т.е. знаки параметров  $k_0$  и  $k_1$  по сути определяют физический смысл используемого варианта  $e_{\text{eff}}^p$ ,  $e_{\text{eff}}^n$ . С этой целью в табл. 1 просмотрены три группы эффективных зарядов  $e_{\text{eff}}^p$  и  $e_{\text{eff}}^n$ :

**Таблица 1.** Рассчитанные значения различных силовых параметров, обезразмеренных свободных частей и решений уравнения для  $\Gamma^r$  в зависимости от эффективных квадрупольных зарядов (см. текст); силовые параметры: сепарабельные силы  $\varkappa$ , изоскалярные и изовекторные параметры  $k_0$  и  $k_1$  (в единицах  $10^{-5}$  МэВ/фм<sup>4</sup>, отношения  $\varkappa_1/\varkappa$ , свободных членов ( $F_1/F$ ), решений уравнения для  $(\Gamma^r/F)$ )

№	$a$	$b$	$e_{\text{eff}}^p$	$e_{\text{eff}}^n$	$\varkappa^{pp}$	$\varkappa^{np}$	$k_0$	$k_1$	$\frac{\varkappa_1^{pp}}{\varkappa^{pp}}$	$\frac{\varkappa_1^{np}}{\varkappa^{np}}$	$\frac{F_1^{pp}}{F^{pp}}$	$\frac{F_1^{np}}{F^{np}}$	$(\frac{\Gamma^r}{F})^{pp}$	$(\frac{\Gamma^r}{F})^{np}$
1	0.5	0.3	1.5	0.3	84.70	35.72	60.21	24.49	1.65	2.35	-4.56	-9.37	-8.61	-19.44
2	0.5	0.4	1.5	0.4	77.32	49.97	63.65	13.68	1.81	2.24	-5.11	-7.33	-10.67	-16.12
3	0.5	0.5	1.5	0.5	66.69	66.69	66.69	0	2.1	2.1	-5.98	-5.98	-13.83	-13.83
4	0.5	0.6	1.5	0.6	51.57	87.25	69.41	-17.84	2.71	1.92	-7.69	-4.97	-19.81	-11.97
5	0.5	0.7	1.5	0.7	29.77	113.94	71.85	-42.09	4.7	1.72	-12.96	-4.16	-37.71	-10.3
6	0.72	0.82	1.72	0.82	60.94	98.66	79.80	-18.86	3.3	2.32	-7.51	-5.04	-27.41	-17.33
7	1	1	2	1	87.58	87.58	87.58	0	3.19	3.19	-5.98	-5.98	-31.13	-31.13

1.  $b < a$  (строки 1, 2, 3), для них  $k_0 < 0$ ,  $k_1 < 0$ ,  
 2.  $b = a$  (строки 3 и 7), здесь  $k_0 < 0$ ,  $k_1 = 0$ ,  
 3.  $b > a$  реалистический случай (строки 4, 5, 6). Этот случай соответствует простой физической формуле (см. разд. 3.4), описывающей величину  $b$ . Для ядер с  $N \neq Z$ , т.е.  $b = 0.21 + a$  для  $^{208}\text{Pb}$ . Как говорилось выше, для  $b = a$  параметр  $\varkappa^{pp} = \varkappa^{np}$ , т.е. коллективный резонанс  $E2_1$  не существует в смысле появления коллективности по сравнению с моделью независимых частиц. Интересно, что случай  $b = a = 1$  в целом незначительно отличается от случая  $b = a = 0.5$ . Действительно, в соответствии со значением  $b = 0.21 + a$  для  $^{208}\text{Pb}$  все три рассмотренных случая  $b > a$  показывают, что  $k_0 < 0$ ,  $k_1 > 0$ , т.е. усиление коллективности происходит так, что в случае  $k_0 < 0$  энергия  $E2_0$  резонанса меньше средней энергии одночастичных переходов (эксп.  $E_{\max} = 60A^{-1/3}$  МэВ, а средняя энергия одночастичных  $E2$ -переходов  $2h\omega_0 = 80A^{-1/3}$  МэВ), в случае  $k_1 > 0$  энергия резонансов выше средней энергии одночастичных переходов (эксп.  $E_{\max} = 120A^{-1/3}$  МэВ, средняя энергия одночастичных  $E2$ -переходов  $2h\omega_0 = 80A^{-1/3}$  МэВ), подробнее см. расчеты в [17] и монографию [18], где дана сводка экспериментальных данных об этих резонансах.

Цифры в строке 6 для  $a = 0.72$  и  $b = 0.82$  были получены из работы [12] как средние по трем рассчитанным для  $E2$ -переходов вблизи  $\text{Pb}$ :  $a = 0.72$  (три перехода) и  $b = 0.82$  (три перехода), при этом рассчитанные значения разумно согласуются с имеющимися экспериментальными данными. Мы думаем, что этот случай определяет наиболее реалистическую оценку наших параметров  $\varkappa^{pp}$  и  $\varkappa^{np}$ .

Наши расчеты показали довольно неожиданные результаты для реалистических случаев  $b > a$ : отношение двух свободных членов  $F_1/F = 5-10$ , так что наш окончательный результат  $\Gamma^r/F = 10-40$ . Он получился таким большим из-за интегрального члена в уравнении для  $\Gamma^r$  (45) и большого отношения двух свободных членов в этом уравнении. Очевидно, что эти оценки означают, что микроскопическая теория ядер-

ных двухфононных возбуждений должна быть существенно усложнена, так как теперь в этой задаче необходимо учитывать слагаемые с  $\Gamma^r$ .

## 5. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложено использовать приближение сепарабельных сил для количественной оценки новых эффектов, которые появляются в обобщенной ТКФС. Недостатком такого приближения является факт, что параметры сепарабельных сил зависят от мультипольности перехода, т.е. реально сопоставлять разные эффекты можно, в отличие от несамосогласованной ТКФС, только для конкретной мультипольности перехода. Однако это компенсируется простотой расчетов.

Найдены наши "собственные" сепарабельные квадруполь-квадрупольные силы, полученные подгоном по известным квадрупольным эффективным поляризационным зарядам, которые хорошо известны в эксперименте и в стандартной ТКФС (пока только для  $^{208}\text{Pb}$ , нетрудно обобщить на сферические ядра со спариванием). В разд. 3 получено простое соотношение между эффективными квадрупольными зарядами и параметрами сепарабельных сил, которые определяют в нашем приближении полную амплитуду рассеяния. Это соотношение показывает естественную и наглядную связь между основными понятиями стандартной ТКФС, обусловленную тем, что оба понятия (вершина и амплитуда рассеяния) отражают поляризуемость ядра, обусловленную взаимодействием нуклонов.

Наш подход использует, в отличие от КФМ [7], значения эффективного квадрупольного заряда для нахождения параметров сепарабельного квадруполь-квадрупольного взаимодействия. Показано, что для физически разумных значений  $e_{\text{eff}}^n > (1 - e_{\text{eff}}^p)$  (в тексте  $b > a$ ) получаются разумные значения сепарабельных силовых параметров, обеспечивающих коллективность наблюдаемых  $E2_0$ - и  $E2_1$ -резонансов в  $^{208}\text{Pb}$ . Это позволяет надеяться на успешность тако-

го подхода для оценки других эффектов обобщенной ТКФС. Именно, соотношения эффективных фонон-обменных взаимодействий, показанных на рис. 1, анализ уравнения для амплитуды рождения двух фононов и, следовательно, роли слагаемых с тэдполом.

Впервые решено уравнение для регулярной части  $\Gamma^r$  амплитуды рассеяния  $\Gamma$ . В результате решения этого уравнения получен довольно неожиданный результат, что отношения величин  $\Gamma^r/F$ , взятых каждой в сепарабельном виде, всегда  $\Gamma^r/F > 10$ . Отсюда можно сделать заключение, что величину  $\Gamma^r$  необходимо учитывать в микроскопической теории двухфононных состояний.

Мы благодарим В.Ю. Пономарева за консультации о методе Квазичастично-Фононной Модели.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. P. Kamerdzhev and M. I. Shitov, Eur. Phys. J. A **56**, 265 (2020).
2. С. П. Камерджиев, М. И. Шитов, ЯФ **84**, 410 (2021).
3. S. Kamerdzhev and M. Shitov, Phys. At. Nucl. **84**, 804 (2021).
4. С. П. Камерджиев, М. И. Шитов, ЯФ **85**, 330 (2022).
5. L. S. Kisslinger and R. A. Sorensen, Rev. Mod. Phys. **35**, 853 (1963).
6. S. Gales, Ch. Stoyanov, and A. I. Vdovin, Phys. Rep. **166**, 125 (1988).
7. В. Г. Соловьев, *Теория атомного ядра: квазичастицы и фононы* (Энергоатомиздат, Москва, 1989).
8. N. Ryezayeva, T. Hartmann, Y. Kalmykov, H. Lenske, P. von Neumann-Cosel, V. Yu. Ponomarev, A. Richter, A. Shevchenko, S. Volz, and J. Wambach, Phys. Rev. Lett. **89**, 272502 (2002).
9. J. Bryssinck, L. Govor, D. Belic, F. Bauwens, O. Beck, P. von Brentano, D. De Frenne, T. Eckert, C. Fransen, K. Govaert, R.-D. Herzberg, E. Jacobs, U. Kneissl, H. Maser, A. Nord, N. Pietralla, H. H. Pitz, V. Yu. Ponomarev, and V. Werner, Phys. Rev. C **59**, 1930 (1999).
10. N. Tsoneva, H. Lenske, and Ch. Stoyanov, Phys. Lett. B **586**, 213 (2004).
11. L. M. Donaldson, J. Carter, P. von Neumann-Cosel, V. O. Nesterenko, R. Neveling, P.-G. Reinhard, I. T. Usman, P. Adsley, C. A. Bertulani, J. W. Brummer, E. Z. Buthelezi, G. R. J. Cooper, R. W. Fearick, S. V. Fortsch, H. Fujita, et al., Phys. Rev. C **102**, 064327 (2020).
12. S. P. Kamerdzhev, Sov. J. Nucl. Phys. **5**, 971 (1967).
13. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, Москва, 1967; Wiley, New York 1967).
14. В. А. Ходель, ЯФ **24**, 704 (1976) [Sov. J. Nucl. Phys. **24**, 367 (1976)].
15. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **79**, 703 (2016) [Phys. At. Nucl. **79**, 1030 (2016)].
16. С. П. Камерджиев, ЯФ **2**, 415 (1965).
17. С. П. Камерджиев, ЯФ **15**, 676 (1972).
18. M. Harakeh and A. van der Woude, *Giant Resonances: Fundamental High-Frequency Modes of Nuclear Excitation* (Oxford Univ. Press, Oxford, 2001).

## THE SEPARABLE FORCES APPROXIMATION IN THE GENERALIZED THEORY OF FINITE FERMI SYSTEMS

Yu. V. Kovaleva<sup>1)</sup>, M. I. Shitov<sup>2)</sup>, S. P. Kamerdzhiev<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>*Voronezh State University, Voronezh, Russia*

<sup>2)</sup>*National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia*

The separable forces approximation is applied for the first time to the generalized theory of finite Fermi systems (TFFS), which was developed in the works [1–4] in order to consistently account for complex configurations with phonons within the framework of the Green’s function method. Standard multipole-multipole forces are used, and for their quadrupole case, two parameters are adjusted according to the known quadrupole effective polarization charges, which are well known in the experiment and in the standard TFFS. It is shown that in this approximation, the equations of the standard TFFS for the vertex and the total amplitude are easily solved. A useful relationship has been obtained between effective quadrupole polarization charges and the parameters of separable forces, which describe the full amplitude in a separable form. As an application of our approach, the equation for the regular part of the  $\Gamma^r$  amplitude was studied for the first time. Both free terms of this equation are estimated and it is shown that the additional term containing the product of two phonon creation amplitudes is several times higher than the other free term, which is the effective interaction of TFFS, taken in a separable approximation. The obtained solutions of the equation for  $\Gamma^r$  lead to the conclusion that this value cannot be neglected. Since  $\Gamma^r$  naturally appears in the generalized TFFS to describe two-phonon excitations, this means that the theory of two-phonon excitations can become noticeably more complicated.