

# ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИИ 1.075–1.975 ГэВ

© 2024 г. М. Н. Ачасов<sup>1,2)</sup>, А. Ю. Барняков<sup>1,3)</sup>, К. И. Белобородов<sup>1,2)</sup>, Д. Е. Беркаев<sup>1,2)</sup>,  
А. В. Бердюгин<sup>1,2)</sup>, А. Г. Богданчиков<sup>1)</sup>, А. А. Ботов<sup>1)</sup>, В. С. Денисов<sup>1,2)</sup>, Т. В. Димова<sup>1,2),\*</sup>,  
В. П. Дружинин<sup>1,2)</sup>, В. Н. Жабин<sup>1)</sup>, В. В. Жуланов<sup>1,2)</sup>, И. М. Землянский<sup>1,2)</sup>, Л. В. Кардапольцев<sup>1,2)</sup>,  
А. А. Катцин<sup>1)</sup>, А. Н. Кирпотин<sup>1)</sup>, Д. П. Коврижин<sup>1)</sup>, И. А. Кооп<sup>1,2)</sup>, А. А. Король<sup>1,2)</sup>, А. С. Купич<sup>1,2)</sup>,  
А. П. Крюков<sup>1)</sup>, Н. А. Мельникова<sup>1)</sup>, Н. Ю. Мучной<sup>1,2)</sup>, А. Е. Образовский<sup>1)</sup>, Е. В. Пахтусова<sup>1)</sup>,  
Е. А. Переведенцев<sup>1)</sup>, К. В. Пугачев<sup>1,2)</sup>, Ю. А. Роговский<sup>1,2)</sup>, С. И. Середняков<sup>1,2)</sup>,  
З. К. Силагадзе<sup>1,2)</sup>, И. К. Сурин<sup>1)</sup>, М. В. Тимошенко<sup>1)</sup>, Ю. В. Усов<sup>1)</sup>, Л. Б. Фомин<sup>1)</sup>,  
А. Г. Харламов<sup>1,2)</sup>, Ю. М. Шатунов<sup>1)</sup>, Д. А. Штоль<sup>1)</sup>, Э. А. Эминов<sup>1)</sup>

Поступила в редакцию 17.06.2024 г.; после доработки 29.07.2024 г.; принята к публикации 10.08.2024 г.

Процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  был исследован в интервале энергии от 1.075 до 1.975 ГэВ по данным с интегральной светимостью около 70 пбн<sup>-1</sup>, накопленным в эксперименте с детектором СНД на  $e^+e^-$ -коллайдере ВЭПП-2000. В модели, включающей промежуточные состояния  $\rho(770)\pi$ ,  $\rho(1450)\pi$  и  $\omega\pi^0$ , были проанализированы распределения Далицца. В результате были измерены энергетические зависимости полного сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , сечений для промежуточных состояний  $\rho(770)\pi$  и  $\rho(1450)\pi$  и относительные фазы между амплитудой  $\rho(770)\pi$  и амплитудами  $\rho(1450)\pi$  и  $\omega\pi^0$ . В модели векторной доминантности впервые была проведена совместная аппроксимация сечений  $e^+e^- \rightarrow \rho(770)\pi$  и  $\rho(1450)\pi$  и относительной фазы между амплитудами этих состояний. Учитывались вклады резонансов  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $\omega(1420)$  и  $\omega(1650)$ . В результате аппроксимации было получено, что распад  $\omega(1650) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  идет в основном через промежуточное состояние  $\rho(1450)\pi$ , тогда как в распаде  $\omega(1420) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  доминирует механизм  $\rho(770)\pi$ . Полученные результаты уточняют предыдущее измерение СНД.

DOI: 10.31857/S0044002724060085, EDN: HOYVVI

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  изучался во многих экспериментах. Впервые он наблюдался в 1969 г. на  $e^+e^-$ -коллайдере АСО [1] при сканировании по энергии вблизи резонанса  $\omega(782)$ . В настоящее время процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  детально изучен в диапазоне энергии в системе центра масс ( $\sqrt{s}$ ) от порога реакции до 3 ГэВ. Наиболее точные измерения сечения были сделаны в экспериментах с детекторами СНД [2–6], КМД-2 [7, 8], BABAR [9, 10] и BESIII [11].

При вычислении эффективности регистрации событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  и при аппроксимации данных по сечениям в большинстве вышеперечисленных работ предполагалось, что в процессе  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  доминирует переход через промежуточное состояние  $\rho(770)\pi$ . Это предположение было проверено на резонансах  $\omega(782)$  [12] и  $\phi(1020)$  [13]. Однако при больших энергиях в измерениях СНД [6] и BESIII [11] было показано, что кроме вклада от промежуточного состояния  $\rho(770)\pi$  имеется существенный вклад от состояния  $\rho(1450)\pi$ , который необходи-

мо учитывать. Кроме того, возбужденные состояния  $\omega$ -мезона распадаются в эти промежуточные состояния по-разному. Так  $\omega(1420)$  распадается в основном через состояние  $\rho(770)\pi$ , а  $\omega(1650)$  — через  $\rho(1450)\pi$ .

В этой работе мы продолжаем изучение промежуточных состояний в реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  в области энергии от 1.075 до 1.975 ГэВ по данным, накопленным в эксперименте СНД на  $e^+e^-$ -коллайдере ВЭПП-2000 [14] в 2019 г. По сравнению с предыдущей работой [6], основанной на данных 2011–2012 гг., в 2 раза увеличена статистика, улучшено понимание источников фона и их вычитание. При анализе распределения Далицца использовано более мелкое разбиение и улучшена процедура учета излучения из начального состояния. Мы также проводим совместную аппроксимацию измеренных сечений процессов  $e^+e^- \rightarrow \rho(770)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  и  $e^+e^- \rightarrow \rho(1450)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  и относительной фазы между амплитудами  $\rho(1450)\pi$  и  $\rho(770)\pi$  с целью получения параметров резонансов  $\omega(1420)$  и  $\omega(1650)$ .

## 2. ДЕТЕКТОР И ЭКСПЕРИМЕНТ

Сферический нейтральный детектор (СНД) — это универсальный немагнитный детектор, установленный на  $e^+e^-$ -коллайдере ВЭПП-2000. Детальное описание различных систем детектора можно найти в работах [15–18]. Самой важной частью детектора

<sup>1)</sup> Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия.

<sup>2)</sup> Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия.

<sup>3)</sup> Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия.

\* E-mail: baiert@inp.nsk.su

является трехслойный сферический электромагнитный калориметр из 1640 кристаллов NaI(Tl). Телесный угол калориметра составляет 95% от 4π, энергетическое разрешение для фотонов —  $\sigma_E/E = 4.2\%/\sqrt[4]{E(\text{ГэВ})}$ , а угловое — около 1.5°. Параметры треков заряженных частиц измеряются с помощью девятислойной дрейфовой камеры и однослойной пропорциональной камеры, расположенных в едином газовом объеме. Телесный угол трековой системы составляет 94% от 4π, разрешение по азимутальному и полярному углам — 0.45° и 0.8° соответственно. Вокруг камеры расположена система пороговых черенковских счетчиков на основе аэрогеля. Снаружи калориметра находится мюонная система, состоящая из пропорциональных трубок и плоских сцинтилляционных счетчиков.

В анализе используются данные, набранные в эксперименте СНД в 2019 г. Было проведено сканирование области энергии  $\sqrt{s}$  от 1.075 до 1.975 ГэВ с шагом 10–25 МэВ. Интегральная светимость, накопленная в 43 энергетических точках, составила около 70 пбн<sup>-1</sup>.

### 3. ИЗМЕРЕНИЕ СВИТИМОСТИ

Для измерения светимости в данном анализе использовался процесс упругого  $e^+e^-$ -рассеяния

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-. \quad (1)$$

Отбирались события с двумя или более заряженными частицами. Заряженной частицей называется трек в дрейфовой камере, к которому присоединен кластер в калориметре. Энергией заряженной частицы является энергосодержание в калориметре, умноженное на коэффициент порядка 1.1, точное значение которого зависит от распределения энергии по кристаллам внутри кластера. Две наиболее энергичные заряженные частицы в событии должны вылетать из области взаимодействия пучков в коллайдере ( $R_{1,2} < 0.5$  см,  $|z_{1,2}| < 10$  см,  $|z_1 - z_2| < 2.0$ , где  $R_i$  — расстояние от оси пучков до реконструированного трека,  $z_i$  — координата ближайшей к оси пучков точки на треке, ось  $z$  направлена вдоль оси пучков) и иметь средний полярный угол вылета  $\theta^* = (180^\circ + \theta_1 - \theta_2)/2$  в пределах от 50° до 130°. Азимутальные и полярные углы треков этих частиц должны подчиняться условиям коллинеарности:  $|180^\circ - |\phi_1 - \phi_2|| < 7^\circ$  и  $|180^\circ - (\theta_1 + \theta_2)| < 15^\circ$ , а энергии каждой частицы находиться в пределах от  $0.6E_b$  до  $1.3E_b$ , где  $E_b$  — энергия пучка. Сечение регистрации событий процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  ( $\sigma_{ee}$ ) для описанных выше условий отбора вычислялось с использованием моделирования методом Монте-Карло. Параметры первичных частиц и полное сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  генерировались с помощью программы BHWIDE [19]. Отклик детектора моделировался программой, созданной на основе пакета GEANT4 [20]. При моделировании учиты-

ваются изменения в состоянии детектора и в фоновых условиях во время набора статистики.

Интегральная светимость  $L$  в каждой точке по энергии определялась по формуле  $L = N_{ee}/\sigma_{ee}$ , где  $N_{ee}$  — число отобранных экспериментальных событий процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ . Распределение интегральной светимости по точкам энергетического сканирования приведено в табл. 1. Статистическая ошибка измерения светимости в каждой энергетической точке не превышает 0.15%. Систематическая ошибка определяется статистикой моделированных событий (0.3%) и неопределенностью, связанной с условиями отбора (1.6%). Последняя включает в себя погрешности, связанные условиями на полярный угол (1.1%), на коллинеарность по азимутальному углу (0.5%), на расстояние между треками по оси  $z$  (0.2%), а также на энергии заряженных частиц (1.1%). Теоретическая неопределенность генератора BHWIDE не превышает 0.2% [21]. Таким образом, суммарная систематическая погрешность измерения светимости составляет 1.7%.

### 4. ОТБОР СОБЫТИЙ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

Для отбора событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  применялись следующие критерии. В событии имеются две заряженные частицы, вылетевшие из области взаимодействия пучков ( $R_{1,2} < 0.5$  см,  $|z_{1,2}| < 10$  см и  $|z_1 - z_2| < 1.5$ ), и два фотона с энергией больше 50 МэВ каждый. Полярные углы вылета нейтральных частиц лежат в пределах от 30° до 150°. Для подавления пучкового фона и фона от процессов  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ,  $e^+e^-\gamma$  и  $e^+e^-\gamma\gamma$  накладывались ограничения на полное энергосодержание в калориметре  $0.3 < E_{\text{tot}}/\sqrt{s} < 0.8$  и на энергосодержание в калориметре от заряженных частиц  $E_{\text{cha}}/\sqrt{s} < 0.6$ . Суммарное энергосодержание, не ассоциированное с реконструированными частицами, должно быть меньше 70 МэВ. Кроме того, для уменьшения фона от космических частиц требовалось, чтобы среднее время срабатывания калориметра относительно момента столкновения пучков [22] было в пределах 5 нс.

Для отобранных событий проводилась реконструкция двух заряженных треков в общую вершину с учетом положения области взаимодействия пучков. На  $\chi^2$  этой реконструкции накладывалось очень слабое условие, отбрасывающее менее 0.1% экспериментальных и моделированных событий. Далее применялась процедура кинематической реконструкции в гипотезе  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma\gamma$ , в которой требуется выполнение четырех условий сохранения энергии и импульса. В результате кинематической реконструкции определяются импульсы заряженных частиц и уточняются энергии и углы фотонов. Качество реконструкции характеризуется параметром  $\chi_E^2$ .

На уточненные параметры частиц накладывались следующие условия:  $|z_{\text{vtx}}| < 10$  см, где  $z_{\text{vtx}}$  — координата  $z$  вершины события, полярные углы вылета

**Таблица 1.** Энергия ( $\sqrt{s}$ ), интегральная светимость ( $L$ ), число отобранных событий ( $N_{3\pi}$ ), эффективность регистрации ( $\epsilon_0$ ), радиационная поправка ( $1 + \delta$ ) и борновское сечение ( $\sigma$ ) для данных 2019 г.

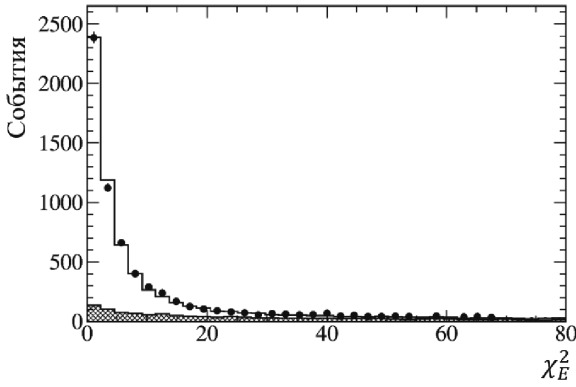
$\sqrt{s}$ , ГэВ	$L$ , нбн $^{-1}$	$N_{3\pi}$	$\epsilon_0$	$1 + \delta$	$\sigma$ , нбн	$\sqrt{s}$ , ГэВ	$L$ , нбн $^{-1}$	$N_{3\pi}$	$\epsilon_0$	$1 + \delta$	$\sigma$ , нбн
1.075	560	$424 \pm 24$	0.163	2.031	$2.35 \pm 0.13$	1.550	1177	$780 \pm 32$	0.173	0.886	$4.32 \pm 0.18$
1.100	1116	$723 \pm 32$	0.162	1.341	$3.01 \pm 0.13$	1.575	1472	$1014 \pm 36$	0.173	0.885	$4.57 \pm 0.16$
1.125	792	$457 \pm 24$	0.162	1.091	$3.40 \pm 0.18$	1.600	1192	$936 \pm 34$	0.174	0.881	$5.18 \pm 0.19$
1.150	1556	$1048 \pm 37$	0.161	0.981	$4.34 \pm 0.15$	1.625	1559	$1223 \pm 39$	0.170	0.892	$5.20 \pm 0.17$
1.175	1187	$815 \pm 32$	0.159	0.930	$4.66 \pm 0.18$	1.650	1813	$1380 \pm 42$	0.171	0.913	$4.92 \pm 0.15$
1.200	1153	$807 \pm 33$	0.161	0.909	$4.89 \pm 0.20$	1.675	1397	$748 \pm 32$	0.169	0.938	$3.40 \pm 0.14$
1.225	946	$646 \pm 29$	0.161	0.904	$4.83 \pm 0.22$	1.700	1238	$518 \pm 26$	0.168	0.962	$2.59 \pm 0.13$
1.225	1573	$1134 \pm 38$	0.161	0.904	$4.97 \pm 0.17$	1.725	1253	$402 \pm 23$	0.170	0.984	$1.96 \pm 0.11$
1.250	991	$703 \pm 30$	0.163	0.906	$4.94 \pm 0.21$	1.750	1204	$301 \pm 21$	0.165	0.993	$1.51 \pm 0.10$
1.275	1041	$724 \pm 30$	0.163	0.907	$4.72 \pm 0.20$	1.775	1225	$243 \pm 20$	0.167	0.990	$1.22 \pm 0.10$
1.282	7243	$5040 \pm 79$	0.160	0.909	$4.80 \pm 0.08$	1.800	1380	$290 \pm 20$	0.166	0.984	$1.30 \pm 0.09$
1.300	1206	$887 \pm 33$	0.164	0.912	$5.06 \pm 0.19$	1.825	1269	$202 \pm 18$	0.163	0.972	$1.00 \pm 0.09$
1.325	1065	$644 \pm 29$	0.162	0.915	$4.07 \pm 0.18$	1.850	1296	$206 \pm 17$	0.156	0.954	$1.03 \pm 0.09$
1.350	1138	$771 \pm 31$	0.166	0.916	$4.59 \pm 0.19$	1.872	2440	$334 \pm 23$	0.156	0.944	$0.94 \pm 0.07$
1.375	927	$524 \pm 26$	0.161	0.913	$3.96 \pm 0.20$	1.890	2783	$325 \pm 23$	0.157	0.937	$0.81 \pm 0.06$
1.400	959	$518 \pm 27$	0.164	0.914	$3.69 \pm 0.19$	1.900	2154	$205 \pm 20$	0.149	0.939	$0.67 \pm 0.06$
1.425	938	$500 \pm 26$	0.167	0.912	$3.62 \pm 0.19$	1.902	2504	$250 \pm 21$	0.154	0.931	$0.71 \pm 0.06$
1.450	1261	$787 \pm 31$	0.170	0.908	$4.09 \pm 0.16$	1.910	2054	$221 \pm 19$	0.149	0.926	$0.76 \pm 0.07$
1.475	864	$519 \pm 26$	0.177	0.901	$3.87 \pm 0.19$	1.925	2250	$206 \pm 19$	0.148	0.929	$0.65 \pm 0.06$
1.500	1169	$725 \pm 32$	0.177	0.895	$4.00 \pm 0.18$	1.950	5172	$419 \pm 28$	0.142	0.927	$0.60 \pm 0.04$
1.525	1448	$963 \pm 36$	0.176	0.893	$4.37 \pm 0.16$	1.975	2147	$126 \pm 17$	0.144	0.917	$0.45 \pm 0.06$

заряженных частиц лежат в пределах от  $30^\circ$  до  $150^\circ$ . Для исключения фона от двухчастичных процессов  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ ,  $\pi^+\pi^-$  и  $K^+K^-$  накладывалось условие на азимутальные углы вылета заряженных частиц  $|180^\circ - |\varphi_1 - \varphi_2|| > 10^\circ$ . Кроме того, было использовано ограничение  $\chi^2_E < 30$ , распределение по данному параметру показано на рис. 1.

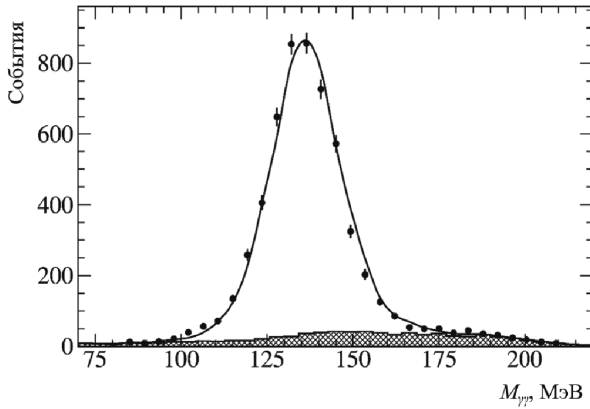
Все адронные фоновые процессы моделировались с помощью универсального многоадронного генератора [23] пропорционально их экспериментальным сечениям. Из них основной вклад в фон в изучаемой области энергии дают процессы  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ ,  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ ,  $e^+e^- \rightarrow K_S K_L$ ,  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\pi^0$  и  $e^+e^- \rightarrow K_{S(L)} K^\pm \pi^\mp$ . Например, события фонового процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  удовлетворяют условиям отбора в случае потери двух из четырех фотонов от распадов  $\pi^0$ -мезонов. В процессе  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$  доминирует вклад радиационного возврата в область  $\rho$ -мезонного резонанса, когда фотон излучается из начального состояния, а инвариантная масса пары  $\pi^+\pi^-$  близка к массе  $\rho$ -мезона. Второй фотон, необходимый, чтобы событие прошло описанные выше условия отбора, возникает либо в результате ядерного взаимодействия пиона в калориметре, либо из-за наложения на событие пучкового фона. Кро-

ме того, источником фона является процесс  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$ , который моделировался с помощью генератора BabaYaga@NLO [24].

Для разделения событий изучаемого и фоновых процессов в каждой точке по энергии пучка строилось распределение по инвариантной массе пары фотонов ( $m_{\gamma\gamma}$ ). Пример распределения для одной энергетической точки показан на рис. 2. Распределение аппроксимировалось суммой распределений для эффекта и фона, полученных по моделированию. Распределение для фоновых процессов нормировалось на величину светимости в данной энергетической точке. Параметрами аппроксимации были число событий сигнала  $N_{3\pi}$  и множитель к расчетному распределению для фона  $\alpha_{\text{bkg}}$ , который учитывал неточность моделирования фоновых событий. Коэффициент  $\alpha_{\text{bkg}}$ , найденный при аппроксимации, практически не зависит от энергии. Его среднее значение равно  $1.14 \pm 0.03$ . Распределение событий изучаемого процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  по энергетическим точкам приведено в табл. 1. Для оценки систематической ошибки  $N_{3\pi}$ , связанной с неточностью описания фона, проводилась альтернативная аппроксимация, в которой множитель к фону равнялся единице, но добавлялся линейный фон со свободными параметра-



**Рис. 1.** Распределение по параметру  $\chi_E^2$  при энергии  $\sqrt{s} = 1.282$  ГэВ. Точки с ошибкой — экспериментальные данные. Гистограмма — моделированная сумма распределений для процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  и фона. Заштрихованная гистограмма — расчетный суммарный вклад фоновых процессов.



**Рис. 2.** Распределение по инвариантной массе двух фотонов  $m_{\gamma\gamma}$  для отобранных экспериментальных событий (точки с ошибками) при энергии  $\sqrt{s} = 1.282$  ГэВ. Сплошная гистограмма — результат аппроксимации экспериментального распределения суммой моделированных распределений для эффекта и фоновых процессов. Заштрихованная гистограмма показывает суммарный вклад фона.

ми. Полученная разница в числе событий  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  не превышала 2%.

### 5. ЭФФЕКТИВНОСТЬ РЕГИСТРАЦИИ

Эффективность регистрации событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  определялась по моделированию как функция двух переменных, энергии в системе центра масс и энергии фотона, излученного из начального состояния ( $E_\gamma$ ):

$$\varepsilon(\sqrt{s}, E_\gamma) = \varepsilon_0(\sqrt{s})\varepsilon_\gamma(\sqrt{s}, E_\gamma), \quad (2)$$

где  $\varepsilon_0(\sqrt{s})$  — эффективность регистрации при  $E_\gamma = 0$ , а функция  $\varepsilon_\gamma(\sqrt{s}, 0) = 1$ . Для определения эффек-

тивности использовалась модель, в которой учитывались вклады от промежуточных состояний  $\rho(770)\pi$ ,  $\omega\pi^0$  и  $\rho(1450)\pi$ . Параметры модели были определены в результате аппроксимации распределений Далицца в разд. 7. Зависимость  $\varepsilon_0$  от энергии показана на рис. 3а. Пример поведения функции  $\varepsilon_\gamma(E_\gamma)$  при энергиях 1.150 и 1.975 ГэВ приведен на рис. 3б.

Систематические погрешности, возникающие из-за неточности моделирования отклика детектора на события изучаемого процесса, изучались по экспериментальным данным с интегральной светимостью  $13.6 \text{ пбн}^{-1}$ , записанным в 2018 г. в области фазонного резонанса ( $\sqrt{s} = 1.010\text{--}1.034$  ГэВ). В этой энергетической области изучаемый процесс имеет большое сечение, и события  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  могут быть выделены с ослабленными условиями отбора и малым уровнем фона. Основной фоновый процесс  $e^+e^- \rightarrow K_S K_L$  с распадом  $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$  подавлялся условием на пространственный угол между заряженными частицами  $\psi < 140^\circ$ . Кроме того учитывался вклад от фонового процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ . Поправка к эффективности регистрации вычислялась из отношения количества событий в данных и моделировании, отобранных с использованием стандартных ( $N_{3\pi}$ ) и ослабленных ( $N_{3\pi}^*$ ) ограничений на  $i$  критерий отбора:

$$\delta_i = \frac{(N_{3\pi}/N_{3\pi}^*)_{\text{data}}}{(N_{3\pi}/N_{3\pi}^*)_{\text{MC}}}. \quad (3)$$

Для определения поправки на условие  $N_\gamma = 2$  изучались события с дополнительным фотоном. Граница условия на  $\chi_E^2$  менялась с 30 до 100. Порог на энергию фотона уменьшался с 50 до 20 МэВ. Условия на энерговыделение вне реконструированных частиц и углы фотонов убирались вообще. Наибольшими оказались поправки на условия  $N_\gamma = 2$  и  $\chi_E^2 < 30$ :  $\delta_{N_\gamma} = 1.012 \pm 0.002$  и  $\delta_{\chi_E^2} = 0.986 \pm 0.002$ . Суммарная поправка, полученная перемножением всех полученных поправок, оказалась равна  $\delta_\varepsilon = 0.990 \pm 0.003$ . Корректированные значения  $\varepsilon_0$  для 42 точек по энергии приведены в табл. 1.

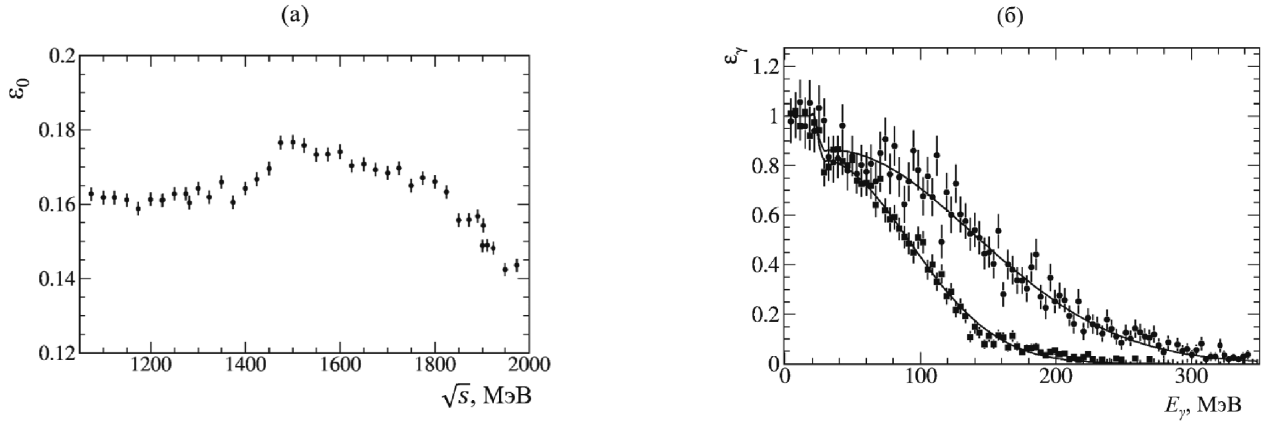
### 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ БОРНОВСКОГО СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

Непосредственно по экспериментальным данным измеряется видимое сечение процесса  $\sigma_{\text{vis},i} = N_{3\pi,i}/L_i$ , где  $N_{3\pi,i}$  — число событий изучаемого процесса, отобранных в  $i$  точке по энергии, а  $L_i$  — интегральная светимость, накопленная в этой точке. Видимое сечение связано с борновским сечением ( $\sigma$ ) следующим интегральным соотношением:

$$\sigma_{\text{vis}}(s) = \int_0^{x_{\text{max}}} \varepsilon(\sqrt{s}, xE_b) F(s, x) \sigma(s(1-x)) dx, \quad (4)$$

где  $x = E_\gamma/E_b$ ,  $F(s, x)$  — функция, описывающая вероятность излучения из начального состояния фотона





**Рис. 3.** Зависимость эффективности регистрации от энергии  $\varepsilon_0(\sqrt{s})$  (а) и функция  $\varepsilon_\gamma(E_\gamma)$  при энергиях 1.150 (квадратные точки) и 1.975 ГэВ (круглые точки) (б).

с энергией  $E_\gamma$  [25]. Интегрирование ведется до кинематического предела  $x_{\max} = 1 - (m_{\pi^0} + 2m_{\pi^+})^2/s$ .

Формула (4) может быть переписана в традиционном виде:

$$\sigma_{\text{vis}}(s) = \varepsilon_0(s)\sigma(s)(1 + \delta(s)), \quad (5)$$

где  $\delta(s)$  — радиационная поправка.

Для получения экспериментальных значений борновского сечения данные по видимому сечению аппроксимируются формулой (4). Для борновского сечения используется модель, хорошо описывающая экспериментальные данные. Затем по этой модели и формулам (4) и (5) вычисляются радиационные поправки  $\delta_i$  для всех энергетических точек. Борновские сечения определяются как

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{\text{vis},i}}{\varepsilon_{0,i}(1 + \delta_i)}. \quad (6)$$

В данном анализе для аппроксимации использовалась модель векторной доминантности с резонансами  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $\omega(1420)$ ,  $\omega(1650)$  и нерезонансной комплексной амплитудой. Добавление последней необходимо для описания области энергий 1.8–2.0 ГэВ. Фазовый объем конечного состояния вычислялся в модели промежуточного состояния  $\rho(770)\pi$ . Подобная модель применялась в большинстве предыдущих анализов процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  (например, [3, 5]) в области резонансов  $\omega(1420)$  и  $\omega(1650)$ . Из-за наличия значимого вклада в сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  от промежуточного состояния  $\rho(1450)\pi$  она не является физически корректной и не может использоваться для получения параметров резонансов  $\omega(1420)$  и  $\omega(1650)$ . Однако она хорошо описывает экспериментальные данные по полному сечению и вполне может применяться для вычисления радиационной поправки.

Полученная радиационная поправка и борновское сечение, вычисленное по формуле (6), приведены в

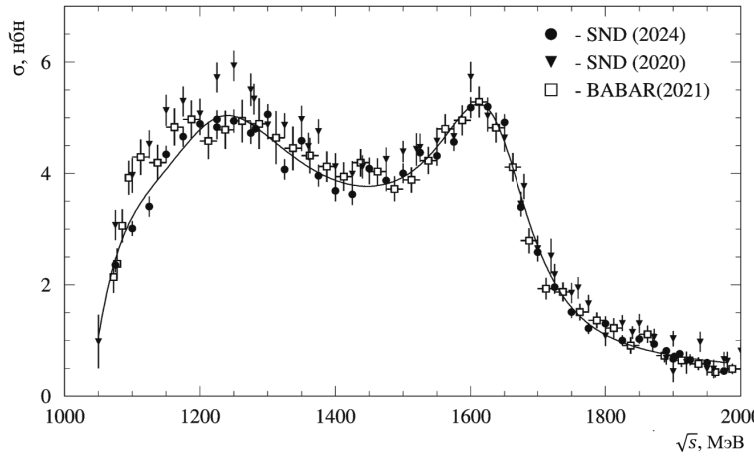
табл. 1. Энергетическая зависимость борновского сечения в сравнении с предыдущими наиболее точными результатами, полученными в экспериментах SND [6] и BABAR [10], а также результат описанной выше аппроксимации показаны на рис. 4. Отличие нового измерения SND от предыдущего [6] связано с недооценкой вклада фона в предыдущем анализе. Новое измерение SND хорошо согласуется с измерением BABAR [10].

В таблице и на рис. 4 приведены статистические ошибки. Систематическая ошибка сечения определяется неточностью знания светимости (1.7%), вклада от фоновых процессов (2%), поправки к эффективности (0.3%), а также погрешностью радиационной поправки. Последняя определялась как изменение поправки при варьировании параметров модели в пределах их ошибок. Для энергий  $\sqrt{s} > 1.1$  ГэВ она не превышает 1%, а в нижних двух точках по энергии составляет 9.5% и 2.2%. Таким образом, полная систематическая погрешность равна 10% и 3.4% при энергии 1.075 и 1.1 ГэВ соответственно и 2.8% при  $\sqrt{s} > 1.1$  ГэВ.

## 7. ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$$

Информация о промежуточных состояниях в системе  $\pi^+\pi^-\pi^0$  может быть получена из анализа распределений Далитта. При построении распределений Далитта условия отбора событий ужесточались, чтобы уменьшить вклад от фоновых процессов. В дополнение к условиям, описанным в разд. 4, требовалось  $\chi^2_E < 20$  и  $110 < m_{\gamma\gamma} < 170$  МэВ. Число отобранных событий искомого процесса в каждом энергетическом интервале и суммарное количество фоновых событий приведены в табл. 2. Они определялись при аппроксимации спектра двухфотонных инвариантных масс, как описано в разд. 4, с использованием стандартных границ на величину  $m_{\gamma\gamma}$ .



**Рис. 4.** Энергетическая зависимость борновского сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  (точки с ошибками) в сравнении с предыдущими результатами, полученными в экспериментах СНД [6] и BABAR [10]. Кривая — результат аппроксимации, описанной в тексте.

**Таблица 2.** Энергия ( $\sqrt{s}$ ), число отобранных событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  ( $N_{3\pi}$ ), число фоновых событий ( $N_{bkg}$ ), доли событий  $f$  для промежуточных механизмов  $\rho(770)\pi$  ( $f_{\rho\pi}$ ),  $\rho(1450)\pi$  ( $f_{\rho'\pi}$ ), расчетное число событий для механизма  $\omega\pi^0$  ( $N_{\omega\pi}$ ), относительные фазы  $\phi_1$  и  $\phi_2$  между механизмом  $\rho(770)\pi$  и состояниями  $\rho(1450)\pi$  и  $\omega\pi^0$  соответственно

$\sqrt{s}$ , ГэВ	$L$ , нбн $^{-1}$	$N_{3\pi}$	$N_{bkg}$	$f_{\rho\pi}$	$f_{\rho'\pi}$	$N_{\omega\pi}$	$\phi_1$ , рад	$\phi_2$ , рад
1.075–1.125	2468	$1422 \pm 42$	155	$1.322^{+0.185}_{-0.163}$	$0.080^{+0.039}_{-0.036}$	$58 \pm 7$	$-2.17^{+0.42}_{-0.28}$	$0.81^{+0.27}_{-0.28}$
1.15–1.2	3896	$2454 \pm 54$	234	$0.840^{+0.050}_{-0.048}$	$0.013^{+0.007}_{-0.008}$	$114 \pm 13$	$-0.41^{+0.53}_{-0.37}$	$1.26^{+0.19}_{-0.21}$
1.225–1.275	4552	$2998 \pm 60$	261	$0.837^{+0.043}_{-0.043}$	$0.001^{+0.002}_{-0.002}$	$156 \pm 18$	$0.73^{+0.88}_{-1.75}$	$1.16^{+0.19}_{-0.19}$
1.282	7243	$4755 \pm 74$	345	$0.763^{+0.041}_{-0.039}$	$0.012^{+0.005}_{-0.004}$	$263 \pm 30$	$0.49^{+0.28}_{-0.37}$	$1.19^{+0.15}_{-0.16}$
1.3–1.35	3409	$2165 \pm 51$	176	$1.023^{+0.094}_{-0.087}$	$0.010^{+0.009}_{-0.008}$	$134 \pm 15$	$-1.38^{+0.81}_{-0.30}$	$1.30^{+0.20}_{-0.22}$
1.375–1.425	2824	$1441 \pm 43$	173	$0.764^{+0.065}_{-0.063}$	$0.010^{+0.009}_{-0.009}$	$120 \pm 14$	$1.38^{+0.49}_{-0.42}$	$1.63^{+0.18}_{-0.20}$
1.45–1.5	3293	$1887 \pm 48$	166	$0.698^{+0.040}_{-0.040}$	$0.030^{+0.011}_{-0.010}$	$146 \pm 17$	$1.09^{+0.21}_{-0.22}$	$1.74^{+0.15}_{-0.16}$
1.525–1.575	4096	$2581 \pm 57$	233	$0.610^{+0.030}_{-0.031}$	$0.074^{+0.015}_{-0.014}$	$148 \pm 17$	$1.35^{+0.12}_{-0.12}$	$2.01^{+0.15}_{-0.17}$
1.6–1.65	4566	$3327 \pm 63$	214	$0.438^{+0.024}_{-0.024}$	$0.200^{+0.028}_{-0.026}$	$104 \pm 12$	$2.09^{+0.07}_{-0.07}$	$1.75^{+0.19}_{-0.18}$
1.675–1.725	3888	$1540 \pm 44$	132	$0.504^{+0.036}_{-0.036}$	$0.275^{+0.043}_{-0.040}$	$49 \pm 6$	$2.61^{+0.12}_{-0.12}$	$2.07^{+0.24}_{-0.26}$
1.75–1.8	3808	$747 \pm 33$	125	$1.272^{+0.093}_{-0.117}$	$0.293^{+0.050}_{-0.055}$	$26 \pm 3$	$3.76^{+0.15}_{-0.23}$	$2.64^{+0.30}_{-0.34}$
1.825–1.875	5005	$681 \pm 31$	126	$1.382^{+0.064}_{-0.067}$	$0.230^{+0.040}_{-0.042}$	$22 \pm 3$	$4.10^{+0.08}_{-0.10}$	$2.02^{+0.29}_{-0.32}$
1.89–1.91	9496	$908 \pm 38$	259	$1.053^{+0.085}_{-0.302}$	$0.103^{+0.026}_{-0.043}$	$35 \pm 4$	$3.48^{+0.24}_{-1.25}$	$1.89^{+0.23}_{-0.25}$
1.925–1.975	9568	$687 \pm 35$	291	$1.349^{+0.055}_{-0.055}$	$0.361^{+0.041}_{-0.042}$	$28 \pm 3$	$3.91^{+0.07}_{-0.07}$	$3.41^{+2.11}_{-0.64}$

В области энергий ниже 2 ГэВ в процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  могут давать вклад состояния  $\rho(770)\pi$ ,  $\omega\pi^0$ ,  $\rho(1450)\pi$ ,  $\rho(1700)\pi$  и  $\rho_3(1690)\pi$ . Процесс  $e^+e^- \rightarrow \rho_3(1690)\pi$  идет в  $f$ -волне и поэтому сильно подавлен по фазовому объему (приблизительно в 26 раз по сравнению с  $\rho(1450)\pi$  при  $\sqrt{s} = 2$  ГэВ). Для  $\rho(1700)\pi$  подавление слабее, приблизительно в 2 раза при  $\sqrt{s} = 2$  ГэВ. Эти оценки подтверждаются результатами парциально-волнового анализа, проведенного в эксперименте BESIII при  $\sqrt{s} = 2$  ГэВ [11]. В нашем случае недостаток статистики и относительно высокий уровень фона не позволяют нам разделить вклады состояний  $\rho(1450)\pi$ ,  $\rho(1700)\pi$  и  $\rho_3(1690)\pi$ . Поэтому при анализе распределений Далинца дифференциальное сечение процесса представлялось как сумма вкла-

дов трех промежуточных состояний  $\rho(770)\pi$ ,  $\rho(1450)\pi$  и  $\omega\pi^0$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Gamma} = |\alpha A_{\rho\pi} + \beta A_{\rho'\pi} + \gamma A_{\omega\pi}|^2, \quad (7)$$

где  $d\Gamma$  — элемент фазового объема. Амплитуда  $A_{\rho'\pi}$  эффективно включает в себя вклады состояний  $\rho(1700)\pi$  и  $\rho_3(1690)\pi$ . Амплитуды  $A_{\rho\pi}$ ,  $A_{\rho'\pi}$  и  $A_{\omega\pi}$  являются функциями от  $s$  и импульсов пионов. Подробное описание модели приведено в работе [6]. Комплексные коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  являются функциями от  $s$  и определяются при аппроксимации распределений Далинца.

Распределение Далинца строилось в переменных  $M_{\pi^+\pi^0}^2$  и  $M_{\pi^+\pi^-}^2$ . Поскольку в детекторе СНД нет магнитного поля, то знак заряженной частицы не опреде-

ляется. В каждом событии заряженные частицы сортировались по энергии. В комбинацию  $\pi^\pm\pi^0$  в четных событиях бралась первая частица, а в нечетных — вторая. Область изменения переменных  $M_{\pi^\pm\pi^0}^2$  и  $M_{\pi^+\pi^-}^2$  разбивалась на  $25 \times 25$  частей. Разбиение было выбрано таким образом, чтобы при максимальной энергии пик от  $\omega$ -мезона имел ширину на полувысоте не менее 1.5 каналов. Данные из области  $\sqrt{s} = 1.075$ –1.975 ГэВ были разделены на 14 интервалов, приведенных в табл. 2. Пример экспериментальных распределений Далицца для двух энергетических интервалов показан на рис. 5.

Для того чтобы учесть разрешение детектора и зависимость эффективности регистрации от положения события в распределении Далицца, аппроксимирующая функция строилась следующим образом [6]:

$$\begin{aligned} D(M_{\pi^\pm\pi^0}^2, M_{\pi^+\pi^-}^2) = & |\alpha|^2 H_{\rho\pi} + |\beta|^2 H_{\rho'\pi} + |\gamma|^2 H_{\omega\pi} \\ & + 2|\alpha||\beta| \cos(\phi_1) R_{\rho\pi-\rho'\pi} + 2|\alpha||\beta| \sin(\phi_1) I_{\rho\pi-\rho'\pi} \\ & + 2|\alpha||\gamma| \cos(\phi_2) R_{\rho\pi-\omega\pi} + 2|\alpha||\gamma| \sin(\phi_2) I_{\rho\pi-\omega\pi} \\ & + 2|\beta||\gamma| \cos(\phi_2 - \phi_1) R_{\rho'\pi-\omega\pi} + 2|\beta||\gamma| \sin(\phi_2 - \phi_1) I_{\rho'\pi-\omega\pi}, \end{aligned} \quad (8)$$

где функции  $H$ ,  $R$  и  $I$  в каждой точке по энергии вычисляются по моделированию. Например, для получения  $H_{\rho\pi}$  проводится моделирование в модели, описываемой выражением (7) с  $\alpha = 1$  и  $\beta = \gamma = 0$ . На моделированные события накладываются условия отбора, описанные выше. Для отобранных событий строится распределение Далицца. Вычисляются также эффективность регистрации  $\epsilon_{\rho\pi}$  и сечение процесса  $\sigma_{\rho\pi}^0 = \int |A_{\rho\pi}|^2 d\Gamma$ . В эффективности регистрации вносятся поправки, учитывающая разницу в отклике детектора между экспериментом и моделированием (см. разд. 5). Полученное распределение нормируется на число событий

$$N_{\rho\pi} = \epsilon_{\rho\pi}(s_i) \sigma_{\rho\pi}^0(s_i) L_i, \quad (9)$$

где  $L_i$  — интегральная светимость, накопленная в изучаемом интервале, со средней энергией  $\sqrt{s_i}$ . Распределения  $R_{i-j}$  и  $I_{i-j}$  соответствуют действительной и мнимой частям интерференционных членов  $A_i A_j^*$  ( $i \neq j$ ), где  $i$  и  $j$  —  $\rho\pi$ ,  $\rho'\pi$  и  $\omega\pi$ . Чтобы вычислить, например,  $R_{\rho\pi-\rho'\pi}$  и  $I_{\rho\pi-\rho'\pi}$ , нужно сделать два моделирования: одно с  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 1$  и  $\gamma = 0$  для распределения  $H_{\rho\pi+\rho'\pi}$  и другое с  $\alpha = 1$ ,  $\beta = i$  и  $\gamma = 0$  для распределения  $H_{\rho\pi+i\rho'\pi}$ . Затем распределения  $H_{\rho\pi+\rho'\pi}$  и  $H_{\rho\pi+i\rho'\pi}$  вычисляются как описано выше для  $H_{\rho\pi}$ . После чего вычисляем

$$\begin{aligned} 2R_{\rho\pi-\rho'\pi} &= H_{\rho\pi+\rho'\pi} - H_{\rho\pi} - H_{\rho'\pi}, \\ 2I_{\rho\pi-\rho'\pi} &= H_{\rho\pi+i\rho'\pi} - H_{\rho\pi} - H_{\rho'\pi}. \end{aligned} \quad (10)$$

Распределения для фоновых событий определялись по моделированию процессов, перечисленных в разд. 4. Полученное распределение нормировалось на

число фоновых событий, найденное при аппроксимации спектра  $m_{\gamma\gamma}$ . При аппроксимации распределения Далицца число фоновых событий варьировалось в пределах ошибок. Для проверки корректности моделирования фона проводилось сравнение экспериментальных и моделированных распределений Далицца для преимущественно фоновых событий из диапазонов  $70 < m_{\gamma\gamma} < 100$  МэВ и  $170 < m_{\gamma\gamma} < 200$  МэВ. Значимость критерия Колмогорова–Смирнова для этого сравнения в разных энергетических интервалах варьировалась от 0.30 до 0.65, подтверждая, что моделирование адекватно воспроизводит распределение Далицца для фона.

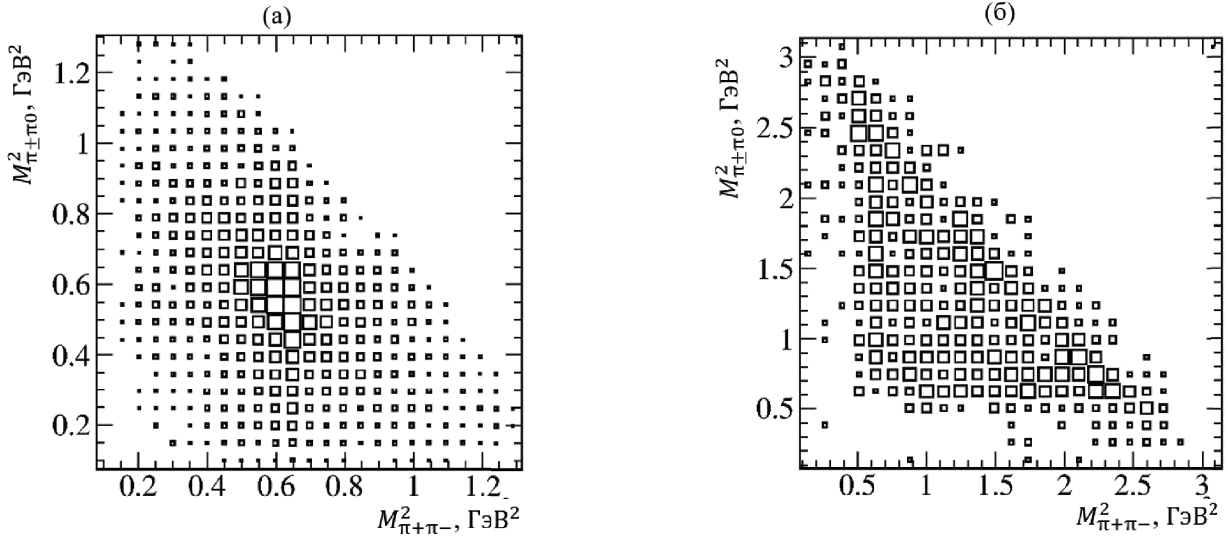
Параметр  $|\gamma|$  с точностью приблизительно 5% может быть определен из борновского сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  ( $\sigma_{\pi^0\pi^0\gamma}$ ), измеренного в работе [26], с использованием соотношения

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega\pi}(s_i) &= |\gamma(s_i)|^2 \int |A_{\omega\pi}(s_i)|^2 d\Gamma = \\ &= \sigma_{\pi^0\pi^0\gamma}(s_i) \frac{B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-)}{B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-)$  и  $B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)$  — вероятности соответствующих распадов  $\omega$ -мезона [27]. Расчетное число событий  $N_{\omega\pi} = \sigma_{\omega\pi}(s_i) L_{\epsilon\omega\pi}$  приведено в табл. 2. При аппроксимации экспериментальных распределений параметру  $|\gamma|$  разрешалось варьироваться вблизи вычисленного значения в пределах ошибок.

Экспериментальное распределение Далицца искажается из-за излучения фотонов из начального состояния, и его описание с помощью формулы (7) становится не совсем корректным. Для того чтобы учесть это искажение, с помощью моделирования строилось распределение Далицца для событий, содержащих дополнительный фотон с энергией больше 20 МэВ, излученный из начального состояния. Это распределение вычиталось из экспериментального при аппроксимации. Введенные выше распределения  $H$ ,  $R$  и  $I$  строились по событиям с  $E_\gamma < 20$  МэВ. При моделировании процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  использовалась модель, включающая промежуточные состояния  $\rho(770)\pi$ ,  $\rho(1450)\pi$  и  $\omega\pi^0$ . Поскольку энергетическая зависимость амплитуд промежуточных состояний вычислялась в результате аппроксимации экспериментальных данных из этой работы (см. разд. 8), применялась итерационная процедура. На первом шаге для построения модели использовались данные, полученные без учета вклада излучения из начального состояния. Затем проводилась новая аппроксимация распределений Далицца, модель подправлялась, моделирование перевзвешивалось с новым матричным элементом. Всего было проведено четыре итерации. После последней итерации изменение параметров модели оказалось незначительным.

В результате аппроксимации распределений Далицца определялись относительные доли событий для



**Рис. 5.** Распределение Далитца по параметрам  $M^2_{\pi^+\pi^0}$  (ось  $Y$ ) и  $M^2_{\pi^+\pi^-}$  (ось  $X$ ) для экспериментальных событий в энергетических интервалах 1.15–1.2 ГэВ (а) и 1.89–1.91 ГэВ (б).

промежуточных состояний ( $f_{\rho(770)\pi}$ ,  $f_{\rho(1450)\pi}$ ) и фазы интерференции ( $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ). Параметр  $f_{\rho(770)\pi}$  связан с параметрами  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  следующим образом:

$$f_{\rho(770)\pi} = \frac{\int d\Gamma |\alpha A_{\rho\pi}|^2}{\int d\Gamma |\alpha A_{\rho\pi} + \beta A_{\rho'\pi} + \gamma A_{\omega\pi}|^2}. \quad (12)$$

Полученные значения параметров приведены в табл. 2. Проекция распределений Далитца для интервалов  $\sqrt{s} = 1.15\text{--}1.2$  ГэВ и  $\sqrt{s} = 1.89\text{--}1.91$  ГэВ приведены на рис. 6 вместе с результатами аппроксимации.

#### 8. АППРОКСИМАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ СЕЧЕНИЙ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ $\rho(770)\pi$ И $\rho(1450)\pi$

Энергетические зависимости фаз между состояниями  $\rho(1450)\pi$  и  $\rho(770)\pi$  и  $\omega\pi$  и  $\rho(770)\pi$ , полученные в результате аппроксимации распределений Далитца, приведены на рис. 7. На рис. 8 приведены измеренные сечения процессов  $e^+e^- \rightarrow \rho(770)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  и  $e^+e^- \rightarrow \rho(1450)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ . Они получены умножением полного сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , измеренного в разд. 6, на доли  $f_{\rho(770)\pi}$  и  $f_{\rho(1450)\pi}$ . На этих же рисунках приведены результаты нашего предыдущего измерения [6]. В целом результаты двух измерений согласуются друг с другом за исключением фазы  $\phi_1$  в самом верхнем энергетическом интервале. Это может быть связано с тем, что в предыдущем анализе не был учтен фон от процессов с каонами.

Следует отметить, что процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  является основным источником информации о резонансе  $\omega(1420)$ . В предыдущих работах параметры это-

го резонанса извлекались из аппроксимации полного сечения  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  в предположении доминантности промежуточного механизма  $\rho(770)\pi$ . Из проведенного в разд. 7 анализа видно, что это предположение некорректно. В данной работе мы получаем параметры возбужденных резонансов семейства  $\omega$  из совместной аппроксимации данных по сечениям подпроцессов  $e^+e^- \rightarrow \rho(770)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  и  $e^+e^- \rightarrow \rho(1450)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  и относительной фазе между амплитудами этих промежуточных состояний.

В модели векторной доминантности борновское сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow S \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , где  $S = \rho(770)\pi$  или  $\rho(1450)\pi$ , может быть представлено в следующем виде:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow S)(s) = \frac{4\pi\alpha}{s^{3/2}} |A_S(s)|^2 P_S(s), \quad (13)$$

где  $P_S(s)$  — функция, описывающая энергетическую зависимость фазового объема конечного состояния  $S$ . Для вычисления  $P_{\rho(770)\pi}(s)$  использовалось выражение из работы [4]. Вычисление  $P_{\rho(1450)\pi}(s)$  проводилось аналогичным образом. Амплитуда  $A_S$  — сумма вкладов векторных резонансов:

$$A_S(s) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha}} \sum_V \frac{\Gamma_V m_V^2 \sqrt{m_V \sigma(V \rightarrow S)}}{D_V(s) \sqrt{P_S(m_V^2)}} e^{i\varphi(V \rightarrow S)}, \quad (14)$$

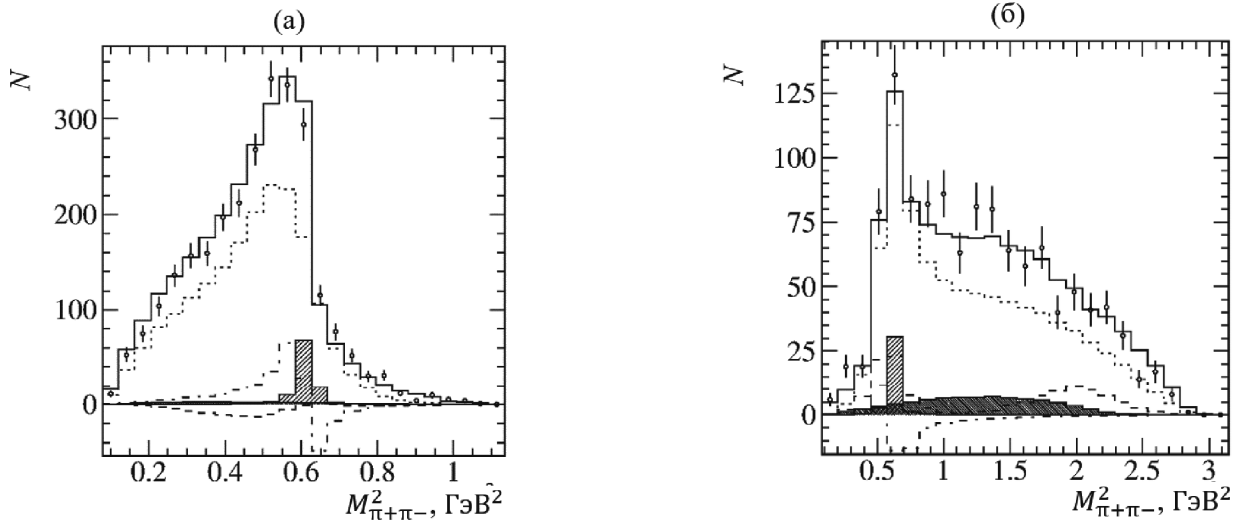
где

$$D_V(s) = m_V^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_V(s), \quad (15)$$

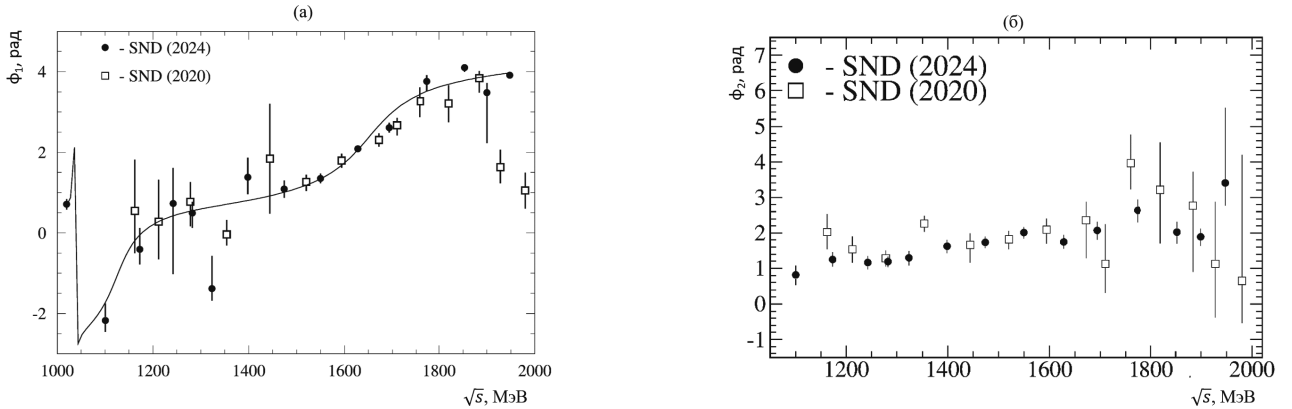
$$\sigma(V \rightarrow S) = \frac{12\pi B(V \rightarrow e^+e^-)B(V \rightarrow S)}{m_V^2}, \quad (16)$$

$m_V$  — масса резонанса  $V$ ,  $\Gamma_V(s)$  — его полная ширина, зависящая от энергии,  $B(V \rightarrow e^+e^-)$  и  $B(V \rightarrow S)$  —





**Рис. 6.** Проекция распределений Далитца по параметру  $M^2_{\pi^+\pi^-}$  для интервалов  $\sqrt{s} = 1.15\text{--}1.2$  ГэВ (а) и  $\sqrt{s} = 1.89\text{--}1.91$  ГэВ (б). Точки с ошибками — экспериментальные данные, сплошная гистограмма — результат аппроксимации, точка-ми — вклад промежуточного состояния  $\rho(770)\pi$ , заштрихованная слева направо, сверху вниз —  $\rho(1450)\pi$ , заштрихованная слева направо, снизу вверх —  $\omega\pi$ , пунктирная — вклад интерференции между состояниями  $\rho(770)\pi$  и  $\rho(1450)\pi$ , штрихпунктирная — между  $\rho(770)\pi$  и  $\omega\pi$ .



**Рис. 7.** Полученные в результате аппроксимации распределений Далитца фазы интерференции  $\phi_1$  (а) и  $\phi_2$  (б) в сравнении с предыдущим измерением СНД [6]. На рисунке а также присутствует результат измерения KLOE [13]  $\phi_1(m_\phi) = 0.71 \pm 0.13$ . Кривая — результат аппроксимации, описанной в тексте.

вероятности его распадов в конечные состояния  $e^+e^-$  и  $S$ ,  $\sigma(V \rightarrow S)$  — сечение в максимуме данного резонанса в состоянии  $S$ ,  $\varphi(V \rightarrow S)$  — фаза интерференции.

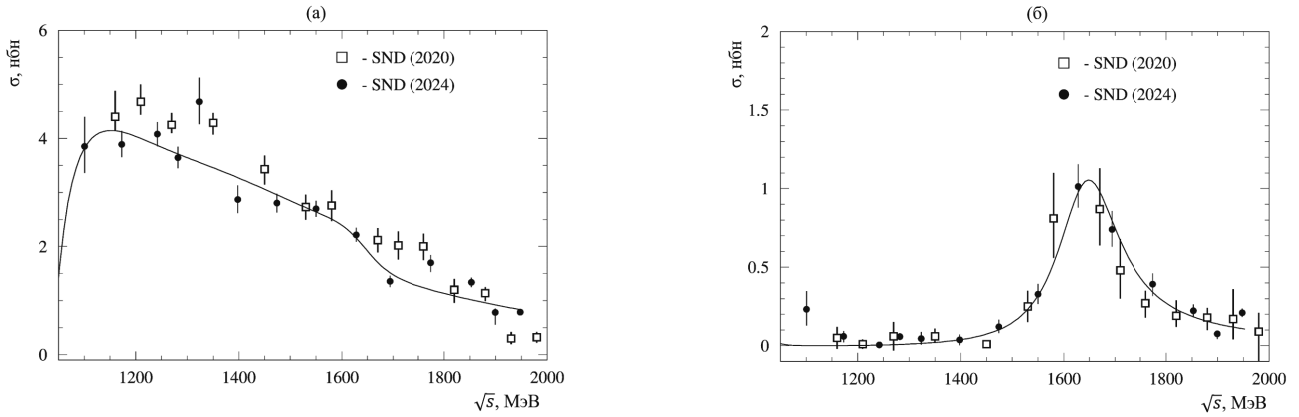
Фаза  $\phi_1(s)$  между амплитудами  $A_{\rho(770)\pi}$  и  $A_{\rho(1450)\pi}$  вычислялась следующим образом:

$$\phi_1(s) = \arg A_{\rho(1450)\pi}(s) - \arg A_{\rho(770)\pi}(s). \quad (17)$$

Для промежуточного состояния  $\rho(770)\pi$  суммирование проводилось по резонансам  $V = \omega, \phi, \omega(1420)$  и  $\omega(1650)$ , а для состояния  $\rho(1450)\pi$  — по резонансам  $V = \phi, \omega(1420)$  и  $\omega(1650)$ . Фаза  $\varphi(\omega \rightarrow \rho(770)\pi)$  устанавливалась в нуль. Значение фазы для  $\varphi(\phi \rightarrow \rho(770)\pi) = 163^\circ$  было взято из работы [4]. Массы и ширины  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонов были взяты из таблиц [27].

При вычислении энергетической зависимости полной ширины от энергии для резонансов  $\omega$  и  $\phi$  учитывались все моды с вероятностями распадов, превышающими 1%. Для резонансов  $\omega(1420)$  и  $\omega(1650)$  использовалась не зависящая от энергии ширина. Для вероятности распада  $B(\omega \rightarrow \rho(770)\pi)$  использовалось табличное значение  $B(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)$  [27].

Вероятности распадов  $B(\phi \rightarrow \rho(770)\pi)$  и  $B(\phi \rightarrow \rho(1450)\pi)$  вычислялись по табличному значению  $B(\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)$  [27] с использованием измерений  $f_{\rho\pi}(m_\phi) = 0.937 \pm 0.025$  и  $f_{\text{dir}}(m_\phi) = (8.5 \pm 1.2) \times 10^{-3}$ , сделанных в эксперименте KLOE [13] в максимуме резонанса  $\phi(1020)$ . В работе [13]  $f_{\text{dir}}$  — это доля прямого бесструктурного распада. Мы предполагаем, что  $f_{\text{dir}} = f_{\rho'\pi}$ . Фаза  $\phi_{\text{dir}}$ ,



**Рис. 8.** Измеренные борновские сечения процессов  $e^+e^- \rightarrow \rho(770)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  (а) и  $e^+e^- \rightarrow \rho(1450)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  (б). Кружки — сечение, полученное в данной работе, квадраты — сечение из работы [6], кривые — результаты аппроксимации, описанной в тексте.

полученная в [13], пересчитывалась с учетом разницы в выражениях для амплитуд  $A_{\text{dir}}$  и  $A_{\rho'\pi}$ . В результате было получено  $\phi_1(m_\phi) = 0.71 \pm 0.13$ .

В аппроксимации использовались данные по сечениям процессов  $e^+e^- \rightarrow \rho(770)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  и  $e^+e^- \rightarrow \rho(1450)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  и относительной фазе между состояниями  $\rho(1450)\pi$  и  $\rho(770)\pi$ , полученные в этой работе и работе KLOE [13]. В результате определялись массы, ширины и сечения в максимуме для резонансов  $\omega(1420)$  и  $\omega(1650)$ , а также относительные фазы интерференции. Результаты аппроксимации показаны на рис. 7а для фазы и на рис. 8 для сечений. Значения параметров приведены в табл. 3.

Аппроксимирующие кривые в целом неплохо воспроизводят энергетические зависимости измеренных сечений и фазы. Исключением являются два измерения вблизи 1.8 ГэВ в сечении  $\rho(770)\pi$ , сильно отклоняющиеся от аппроксимирующей кривой. В этой области дополнительный вклад в сечение могут давать резонансы  $\phi(1680)$ ,  $\phi(2170)$  и  $\omega$ -подобный резонанс с массой  $2232 \pm 33$  МэВ, обнаруженный в эксперименте BESIII в сечении процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi\pi$  [28].

Хотя для извлечения параметров резонансов вместо полного сечения  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  использовались сечения для промежуточных состояний  $\rho(770)\pi$  и  $\rho(1450)\pi$ , в результате аппроксимации были получены параметры  $\omega(1420)$  (см. табл. 3), не противоречащие табличным значениям [27]. Масса резонанса  $\omega(1650)$  также согласуется с табличной, а вот ширина оказалась в 2 раза меньше. Большие значения ширины, около 300 МэВ, были получены при аппроксимации полного сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  в предположении доминантности промежуточного состояния  $\rho(770)\pi$ . В других модах распада  $\omega(1650)$  измеренная ширина меньше: около 100 МэВ в канале  $\omega\eta$  [29–31] и  $220 \pm 30$  МэВ в канале  $\omega\pi^+\pi^-$  [32]. На наш взгляд, корректной оценкой ширины резонанса  $\omega(1650)$ , не противоречащей экспериментальным данным, является значение  $150 \pm 50$  МэВ. Сравнительно большая ошибка величины сечения  $\sigma(\omega(1420) \rightarrow \rho(770)\pi)$  свя-

зана с большой корреляцией данного параметра с массой и шириной резонанса  $\omega(1420)$ , а также с фазами  $\varphi(\omega(1420) \rightarrow \rho(770)\pi)$  и  $\varphi(\omega(1650) \rightarrow \rho(1450)\pi)$ .

## 9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По данным с интегральной светимостью около  $70 \text{ пбн}^{-1}$ , записанным в эксперименте с детектором на  $e^+e^-$ -коллайдере ВЭПП-2000 в 2019 г. в диапазоне энергии от 1.075 до 1.975 ГэВ, было проведено исследование процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ . По сравнению с предыдущим анализом СНД [6], основанном на в 2 раза меньшей статистике, было улучшено понимание источников фона и его вычитание. Это привело к уменьшению измеренного полного сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  по сравнению с работой [6]. Измерение сечения, выполненное в этой работе, заменяет результат работы [6]. Новые данные по сечению, показанные на рис. 4, неплохо согласуются с измерением BABAR [10], но имеют лучшую точность. Выше 1.1 ГэВ систематическая погрешность измерения сечения составляет 2.8% по сравнению с 3.6–11% в эксперименте BABAR.

Для 14 энергетических интервалов были проанализированы распределения Далицца. По сравнению с работой [6] было использовано более мелкое разбиение диаграммы и улучшена процедура учета излучения из начального состояния. Были измерены сечения процессов  $e^+e^- \rightarrow \rho(770)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ ,  $e^+e^- \rightarrow \rho(1450)\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  и относительные фазы между амплитудами  $\rho(1450)\pi$  и  $\rho(770)\pi$  и амплитудами  $\omega\pi$  и  $\rho(770)\pi$ .

Была проведена совместная аппроксимация измеренных сечений процессов  $e^+e^- \rightarrow \rho(770)\pi$  и  $e^+e^- \rightarrow \rho(1450)\pi$  и относительной фазы между амплитудами  $\rho(1450)\pi$  и  $\rho(770)\pi$ . В результате были получены параметры резонансов  $\omega(1420)$  и  $\omega(1650)$ . Измеренные масса и ширина  $\omega(1420)$  и масса  $\omega(1650)$  согласуются с табличными значениями [27], а ширина  $\omega(1650)$  составляет  $149 \pm 12$  МэВ, что в 2 раза мень-

**Таблица 3.** Параметры резонансов  $\omega(1420)$  и  $\omega(1650)$ , полученные в данной работе в сравнении с предыдущим измерением СНД [5] и табличными данными [27]

Параметр	СНД, настоящая работа	СНД [5]	PDG [27]
$m_{\omega(1420)}$ , МэВ	$1350 \pm 43$	$1470 \pm 50$	$1410 \pm 60$
$\Gamma_{\omega(1420)}$ , МэВ	$590 \pm 90$	$880 \pm 160$	$290 \pm 190$
$m_{\omega(1650)}$ , МэВ	$1643 \pm 6$	$1680 \pm 10$	$1670 \pm 30$
$\Gamma_{\omega(1650)}$ , МэВ	$148 \pm 13$	$490^{+200}_{-150} \pm 130$	$315 \pm 35$
$\sigma(\omega(1420) \rightarrow \rho(770)\pi)$ , нбн	$4.17 \pm 0.73$		
$\sigma(\omega(1420) \rightarrow \rho(1450)\pi)$ , нбн	$0.053^{+0.021}_{-0.015}$		
$\sigma(\omega(1650) \rightarrow \rho(770)\pi)$ , нбн	$0.046^{+0.042}_{-0.028}$		
$\sigma(\omega(1650) \rightarrow \rho(1450)\pi)$ , нбн	$1.65 \pm 0.16$		
$\varphi(\omega(1420) \rightarrow \rho(770)\pi)$	$133 \pm 16$		
$\varphi(\omega(1650) \rightarrow \rho(770)\pi)$	$-105 \pm 27$		
$\varphi(\phi \rightarrow \rho(1450)\pi)$	$195 \pm 7$		
$\varphi(\omega(1420) \rightarrow \rho(1450)\pi)$	$103 \pm 18$		
$\varphi(\omega(1650) \rightarrow \rho(1450)\pi)$	$-42 \pm 25$		

ше табличного значения. Было установлено, что распад  $\omega(1650) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  идет в основном через промежуточное состояние  $\rho(1450)\pi$ , тогда как в распаде  $\omega(1420) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  доминирует механизм  $\rho(770)\pi$ .

Данная работа выполнялась по гранту РНФ 24-22-00203.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- J. E. Augustin, D. Benaksas, J. Buon, V. Gracco, J. Haissinski, D. Lalanne, F. Laplanche, J. Lefrancois, P. Lehmann, P. Marin, F. Rumpf, and E. Silva, *Phys. Lett. B* **28**, 513 (1969).
- M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Rev. D* **63**, 072002 (2001).
- M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Rev. D* **66**, 032001 (2002).
- M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Rev. D* **68**, 052006 (2003).
- V. M. Aul'chenko *et al.* (SND Collab.), *J. Exp. Theor. Phys.* **121**, 27 (2015).
- M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Eur. Phys. J. C* **80**, 993 (2020).
- R. R. Akhmetshin *et al.* (CMD-2 Collab.), *Phys. Lett. B* **578**, 285 (2004).
- R. R. Akhmetshin *et al.* (CMD-2 Collab.), *Phys. Lett. B* **642**, 203 (2006).
- B. Aubert *et al.* (BABAR Collab.), *Phys. Rev. D* **70**, 072004 (2004).
- J. P. Lees *et al.* (BABAR Collab.), *Phys. Rev. D* **104**, 112003 (2021).
- M. Ablikim *et al.* (BESIII Collab.), arXiv: 2401.14711 [hep-ex]
- M. Ablikim *et al.* (BESIII Collab.), *Phys. Rev. D* **98**, 112007 (2018).
- A. Aloisio *et al.* (KLOE Collab.), *Phys. Lett. B* **561**, 55 (2003); *Phys. Lett. B* **609**, 449 (Erratum) (2005).
- P. Yu. Shatunov, D. E. Berkaev, Yu. M. Zharinov, I. M. Zemlyansky, A. S. Kasaev, A. N. Kyrpotin, I. A. Koop, A. P. Lysenko, A. V. Otboev, E. A. Perevedentsev, V. P. Prosvetov, Yu. A. Rogovsky, A. L. Romanov, A. I. Senchenko, A. N. Skrinsky, Yu. M. Shatunov, *et al.*, *Part. Nucl. Lett.* **13**, 995 (2016).
- M. N. Achasov, D. E. Berkaev, A. G. Bogdanchikov, D. A. Bukin, I. A. Koop, A. A. Korol, S. V. Koshuba, D. P. Kovrizhin, A. V. Otboev, E. A. Perevedentsev, Yu. A. Rogovsky, A. L. Romanov, P. Yu. Shatunov, Yu. M. Shatunov, D. B. Shwartz, A. A. Valkovich, *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods A* **598**, 31 (2009).
- V. M. Aulchenko, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, A. D. Bukin, D. A. Bukin, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, P. V. Filatov, V. B. Golubev, A. G. Kharlamov, A. A. Korol, S. V. Koshuba, A. E. Obrazovsky, E. V. Pakhtusova, V. M. Popov, S. I. Serednyakov, *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods A* **598**, 102 (2009).
- A. Yu. Barnyakov, M. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov, V. S. Bobrovnikov, A. R. Buzykaev, A. F. Danilyuk, V. B. Golubev, V. L. Kirillov, S. A. Kononov, E. A. Kravchenko, A. P. Onuchin, K. A. Martin, S. I. Serednyakov, and V. M. Vesenev, *Nucl. Instrum. Methods A* **598**, 163 (2009).
- V. M. Aulchenko, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, D. A. Bukin, M. A. Bukin, E. A. Chekushkin, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, A. A. Korol, S. V. Koshuba, A. I. Tekutiev, and Yu. V. Usov, *Nucl. Instrum. Methods A* **598**, 340 (2009).
- S. Jadach, W. Placzek, and B. F. L. Ward, *Phys. Lett. B* **390**, 298 (1997).
- S. Agostinelli, J. Allison, K. Amako, J. Apostolakis, H. Araujo, P. Arce, M. Asai, D. Axen, S. Banerjee, G. Barrant, F. Behner, L. Bellagamba, J. Boudreau,

- L. Broglia, A. Brunengo, H. Burkhardt, *et al.*, Nucl. Instrum. Methods A **506**, 250 (2003).
21. S. Actis *et al.* (Working Group on Radiative Corrections and Monte Carlo Generators for Low Energies Collab.), Eur. Phys. J. C **66**, 585 (2010).
22. N. A. Melnikova, M. N. Achasov, A. A. Botov, V. P. Druzhinin, L. V. Kardapoltsev, A. A. Korol, D. P. Kovrizhin, S. I. Serednyakov, and I. K. Surin, Nucl. Instrum. Methods A **1056**, 168664 (2023).
23. A. A. Korobov and S. I. Eidelman, J. Phys.: Conf. Ser. **1525**, 012019 (2020).
24. G. Balossini, C. Bignamini, C. M. C. Calame, G. Montagna, O. Nicrosini and F. Piccinini, Phys. Lett. B **663**, 209 (2008).
25. Э. А. Кураев, В. С. Фадин, ЯФ **41**, 733 (1985) [Sov. J. Nucl. Phys. **41**, 466 (1985)].
26. M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), Phys. Rev. D **94**, 112001 (2016).
27. R. L. Workman *et al.* (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. **2022**, 083C01 (2022) and 2023 update.
28. M. Ablikim *et al.* (BESIII Collab.), JHEP **2301**, 111 (2023); JHEP **2303**, 093 (Erratum) (2023).
29. M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), Phys. Rev. D **99**, 112004 (2019).
30. R. R. Akhmetshin *et al.* (CMD-3 Collab.), Phys. Lett. B **773**, 150 (2017).
31. B. Aubert *et al.* (BABAR Collab.), Phys. Rev. D **73**, 052003 (2006).
32. B. Aubert *et al.* (BABAR Collab.), Phys. Rev. D **76**, 092005 (2007); Phys. Rev. D **77**, 119902 (Erratum) (2008).

## STUDY OF THE $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ PROCESS DYNAMICS IN THE ENERGY RANGE 1.075–1.975 GeV

M. N. Achasov<sup>1,2)</sup>, A. Yu. Barnyakov<sup>1,3)</sup>, K. I. Beloborodov<sup>1,2)</sup>, D. E. Berkaev<sup>1,2)</sup>, A. V. Berdyugin<sup>1,2)</sup>, A. G. Bogdanchikov<sup>1)</sup>, A. A. Botov<sup>1)</sup>, V. S. Denisov<sup>1,2)</sup>, T. V. Dimova<sup>1,2)</sup>, V. P. Druzhinin<sup>1,2)</sup>, V. N. Zhabin<sup>1)</sup>, V. V. Zhulanov<sup>1,2)</sup>, I. M. Zemlyansky<sup>1,2)</sup>, L. V. Kardapoltsev<sup>1,2)</sup>, A. A. Katsin<sup>1)</sup>, A. N. Kirpotin<sup>1)</sup>, D. P. Kovrizhin<sup>1)</sup>, I. A. Koop<sup>1,2)</sup>, A. A. Korol<sup>1,2)</sup>, A. S. Kupich<sup>1,2)</sup>, A. P. Kryukov<sup>1)</sup>, N. A. Melnikova<sup>1)</sup>, N. Yu. Muchnoi<sup>1,2)</sup>, A. E. Obrazovsky<sup>1)</sup>, E. V. Pakhtusova<sup>1)</sup>, E. A. Perevedentsev<sup>1)</sup>, K. V. Pugachev<sup>1,2)</sup>, Yu. A. Rogovsky<sup>1,2)</sup>, S. I. Serednyakov<sup>1,2)</sup>, Z. K. Silagadze<sup>1,2)</sup>, I. K. Surin<sup>1)</sup>, M. V. Timoshenko<sup>1)</sup>, Yu. V. Usov<sup>1)</sup>, L. B. Fomin<sup>1)</sup>, A. G. Kharlamov<sup>1,2)</sup>, Yu. M. Shatunov<sup>1)</sup>, D. A. Shtol<sup>1)</sup>, E. A. Eminov<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia

<sup>2)</sup> Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

<sup>3)</sup> Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

The  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  process was studied in the energy range from 1.075 to 1.975 GeV basing on the data with an integral luminosity of about  $70 \text{ pb}^{-1}$ , accumulated in the experiment with the SND detector at the  $e^+e^-$  collider VEPP-2000. Dalitz distributions were analyzed in a model including the intermediate states  $\rho(770)\pi$ ,  $\rho(1450)\pi$  and  $\omega\pi^0$ . As a result, the energy dependences of the total cross section of the process  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , cross sections for intermediate states  $\rho(770)\pi$  and  $\rho(1450)\pi$  and the relative phases between the amplitude  $\rho(770)\pi$  and the amplitudes  $\rho(1450)\pi$  and  $\omega\pi^0$  were measured. In the vector dominance model, for the first time it was carried out joint approximation of the cross sections  $e^+e^- \rightarrow \rho(770)\pi$  and  $\rho(1450)\pi$  and the relative phase between the amplitudes of these states. The contributions of the  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $\omega(1420)$  and  $\omega(1650)$  resonances were taken into account. As a result of the approximation, it was found that the decay  $\omega(1650) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  goes mainly through the intermediate state  $\rho(1450)\pi$ , while in the decay of  $\omega(1420) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  the  $\rho(770)\pi$  mechanism dominates. The obtained results clarify the previous measurement of the SND.