

Том 87, Номер 4

ISSN 0044-0027

Июль–Август 2024



ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА



НАУКА

— 1727 —

СОДЕРЖАНИЕ

Том 87, номер 4, 2024

ЯДРА

Теория

Самосогласованные расчеты вероятностей $E1$ -перехода между основным и двухфононным $[3_1^- \times 2_1^+]_{1-}$ состоянием в изотопах Sn

М. И. Шитов, С. П. Камерджиев, С. В. Толоконников

320

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

Эксперимент

О возможности безмодельного восстановления амплитуд упругого нуклон-нуклонного рассеяния на установке СПАСЧАРМ на У-70

М. Б. Нурушева, А. А. Богданов, В. П. Ладыгин, В. В. Моисеев, В. В. Мочалов, П. А. Семенов

328

Феноменология большой множественности в лептонных взаимодействиях

Н. Барлыков, В. Дудин, Е. С. Кокоулина, В. А. Никитин

335

Теория

Рождение поляризованных J/ψ -мезонов в НРКХД и обобщенной партонной модели

А. В. Карпишков, В. А. Салеев, К. К. Шиляев

340

Материалы 73-й международной конференции по ядерной физике

“ЯДРО-2023: Фундаментальные вопросы и приложения”, 9–13 октября 2023 г., Саров, Россия

ЯДРА

Теория

Вычисление сечений резонансных ядерных реакций на базе ab initio расчетов спектральных характеристик уровней легких ядер

Д. М. Родкин, Ю. М. Чувильский

344

Индукцирование мультипольных переходов в ядрах закрученными фотонами

П. О. Казинский, А. А. Соколов

355

САМОСОГЛАСОВАННЫЕ РАСЧЕТЫ ВЕРОЯТНОСТЕЙ $E1$ -ПЕРЕХОДА МЕЖДУ ОСНОВНЫМ И ДВУХФОНОННЫМ $[3_1^- \times 2_1^+]_1$ -СОСТОЯНИЕМ В ИЗОТОПАХ Sn

© 2024 г. М. И. Шитов¹⁾, С. П. Камерджиев^{1)*}, С. В. Толоконников¹⁾

Поступила в редакцию 25.12.2023 г.; после доработки 25.12.2023 г.; принята к публикации 25.12.2023 г.

Самосогласованный метод изучения ангармонических эффектов второго порядка в рамках квантовой теории многих тел впервые применяется для расчета вероятностей $E1$ -переходов между основным и двухфونонным $[3_1^- \times 2_1^+]_1$ -состоянием в полумагических изотопах олова $^{104-124}\text{Sn}$. Используемый подход содержит последовательный учет: 1) самосогласования между средним ядерным полем и эффективным взаимодействием, основанного на использовании метода энергетического функционала плотности с зарекомендовавшими себя параметрами функционала Фаянса DF3-a, 2) трехквaziчастичных корреляций в основном состоянии и 3) эффектов поляризуемости ядра. Получено хорошее согласие с имеющимися экспериментами, включая ^{112}Sn . Предсказаны величины $B(E1)$ для четно-четных ядер $^{104-110,114}\text{Sn}$. Показано, что новые, т.е. динамические трехквaziчастичные корреляции в основном состоянии, дают очень значительный вклад в приведенные вероятности таких $E1$ -переходов и их учет необходим для объяснения эксперимента.

DOI: 10.31857/S0044002724040017, EDN: JNPEAY

1. ВВЕДЕНИЕ

Чтобы объяснить и надежно предсказать свойства ядер на современном уровне микроскопической теории ядра, необходимо выполнение двух общих условий. Во-первых, следует использовать подход с самосогласованием между средним полем и эффективным взаимодействием, в котором оба этих понятия определяются как соответствующие вариационные производные от энергетического функционала плотности с одним небольшим набором универсальных параметров. Самосогласованность и отсутствие подгоняемых параметров принципиально улучшает предсказательную силу теории. Во-вторых, необходимо учитывать квазичастично-фононное взаимодействие (КФВ), см., например, недавний обзор [1].

Проблема учета КФВ давно изучалась в рамках нескольких подходов: в квазичастично-фононной модели (КФМ) [2], теории конечных ферми-систем (ТКФС) [3] как без самосогласования [4], так и с самосогласованием [5], и с самосогласованием на основе квазичастичного приближения временной блокировки (ПВБ) [6]. Методы, основанные на ТКФС, базируются на факте существования в магических и полумагических ядрах малого параметра g^2 — обезразмеренного квадрата амплитуды рождения фонона (приближение g^2).

Элегантный и последовательный метод изучения ангармонических эффектов в ядрах без спаривания в рамках метода квантовых функций Грина (ФГ) был

развит в работе [7], которую мы обобщили на случай ядер со спариванием [8, 9]. Этот метод уже применялся для расчетов характеристик магических и полумагических ядер в нескольких работах, см. обзор [1]. В работе [10] было обнаружено, что, в отличие от $E2$ -переходов, в которых величина вероятности перехода определялась суммой эффектов поляризуемости и учета трехквaziчастичных корреляций в основном состоянии (КОС), вероятности $E1$ -переходов определялись разностью этих двух больших вкладов. Это делает их крайне чувствительными к самосогласованности применяемого метода.

Недавно такой подход использовался для задачи расчета $E1$ -переходов между первыми однофунонными уровнями [8, 11] в полумагических изотопах олова $^{112-124}\text{Sn}$, и было получено хорошее согласие с имеющимися экспериментальными данными, кроме ядер $^{112,114}\text{Sn}$. Как и в предыдущих работах [10, 12, 13], хорошее согласие с экспериментом достигается благодаря учету двух существенных эффектов: ядерной поляризуемости и трехквaziчастичных корреляций в основном состоянии. Эти эффекты в значительной мере компенсируют друг друга, приводя к хорошему согласию с экспериментальными данными. Во всех этих работах самосогласованная схема основывалась на методе энергетического функционала плотности Фаянса, см. обзор [14]. Для описания фононов в них использовался обычный метод хаотических фаз (МХФ) для магических ядер или квазичастичный МХФ (КМХФ) для ядер со спариванием.

Описанный самосогласованный микроскопический подход имеет высокую предсказательную

¹⁾ Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

* E-mail: kamerdzhiiev_sp@nrcki.ru

силу благодаря использованию небольшого набора хорошо известных параметров для расчета ядерных характеристик. Это дает эффективный инструмент для расчетов, теоретического анализа и надежных предсказаний.

Вполне естественно сделать следующий шаг в рамках вышеописанного подхода и рассмотреть вероятности E1-переходов между основным и двухфононным $[3_1^- \times 2_1^+]_{1-}$ -состоянием в ядрах со спариванием.

В области изучения мультифононных возбуждений ядер двухфононные возбуждения привлекают естественное особое внимание как возможность лучше понять эффекты ангармонизма, которые, как можно ожидать, будут наименьшими для двухфононных возбуждений, образованных разными фононами. В этой связи смешанные квадрупольно-октупольные двухфононные $[3_1^- \times 2_1^+]_{1-}$ -состояния в ядрах со спариванием обсуждаются давно [15], подробнее см. обзор [16]. Интерес к ним усилился после (γ, γ') -экспериментов [17, 18] и их успешного объяснения в рамках несамосогласованной КФМ [2, 17, 19]. Однако, как подчеркивалось в работах [18, 19], КФМ не смогла объяснить приведенную вероятность E1-перехода из основного в двухфононное состояние в ядре ^{112}Sn . Надо также иметь в виду, что эти состояния энергетически расположены в начале области пигмидипольного резонанса (ПДР), к которому давно уже приковано огромное внимание и в теории, и в эксперименте [20].

Существует несколько теоретических подходов для объяснения таких уровней в полумагических ядрах. Во-первых, несамосогласованная КФМ [2, 17, 19], наиболее характерным для нее является подгон параметров используемого сепарабельного взаимодействия по экспериментам для энергий и вероятностей переходов первых 2^+ - и 3^- -уровней (фононов). Во-вторых, самосогласованные расчеты, в которых характеристики фононов и изучаемых $[3_1^- \times 2_1^+]_{1-}$ -уровней рассчитываются с использованием одного и того же энергетического функционала плотности (ЭФП) с хорошо известными параметрами. Сюда относятся расчеты таких уровней в двухфононной модели в рамках релятивистской RQTBA-2 [21]. Этот метод основан на методе ПВБ [6] и использует так называемую процедуру факторизации, т.е. замену чистой ph -конфигурации на коррелированную ph -пару.

В настоящей работе для расчетов $[3_1^- \times 2_1^+]_{1-}$ -уровней впервые используется третий вариант самосогласованного подхода, основанный на вариационном методе Ходеля [5, 7]. Наш подход органически содержит оба физических эффекта, о необходимости которых для объяснения эксперимента говорилось выше, и не содержит вышеупомянутую процедуру факторизации. Во-первых, ядерная поляризуемость определяется матричным элементом от вершины V , которая на микроскопическом уровне непосредственно и индивидуально описывает эффектив-

ный заряд, как отношение $V/e_q V^0$. Поэтому нет необходимости вводить подгоночный эффективный заряд через феноменологический параметр χ [22], используемый, например, в [23]. Во-вторых, эффект связанный с КОС, автоматически содержится и проявляется именно в используемом нами методе ФГ.

Цель настоящей работы состоит в применении самосогласованного метода функций Грина для расчета вероятностей E1-переходов между основным и указанными двухфононными состояниями в $^{112-124}\text{Sn}$, где есть соответствующие экспериментальные данные, и предсказать эти характеристики в других Sn-изотопах.

2. ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ДИПОЛЬНЫЙ ЗАРЯД

Поскольку рассматриваются E1-переходы, имеет смысл кратко рассмотреть ситуацию с эффективным поляризационным дипольным зарядом, понятие о котором используется, по крайней мере, начиная с известных работ [22] и [24] (не путать с электрической дипольной поляризуемостью αD , связываемой, в частности, с нейтронной шубой ядра). Это тем более важно, что наш случай заметного значения величины переданной энергии $\omega = \omega_1 + \omega_2$ (в отличие от случаев $\omega = 0$ или $\omega = \omega_1 - \omega_2$) граничит с началом энергетической области пигмидипольного резонанса. Как известно, эффективный поляризационный заряд определяется через эффективное поле V [25]:

$$(e_{\text{eff}})_{12}(\omega) = \frac{V_{12}(\omega)}{e_q V_{12}^0}. \quad (1)$$

Т.е. он зависит от зарядовой переменной, энергии (ω) , одночастичных состояний 1, 2 и от мультипольности перехода. Для E1-переходов хорошо известно: $e_q^p(E1) = eN/A$, $e_q^n(E1) = -eZ/A$.

Как уже говорилось, в нашем подходе, используемом понятие эффективного поля V , учитываются все указанные зависимости эффективного заряда.

Что касается эффективного поляризационного дипольного заряда, то очень часто используется эффективный заряд

$$e_{\text{eff}}(E1) = -1/2e \left(t_z - \frac{N-Z}{A} \right) (1 + \chi), \quad (2)$$

где параметр $\chi = -0.7$ был оценен в статическом пределе [24]. Это число можно также получить, если взять в $e_{\text{eff}}^p(E1) = eN/A \frac{\epsilon_F}{\epsilon_B}$, $e_{\text{eff}}^n(E1) = -eZ/A \frac{\epsilon_F}{\epsilon_B}$ [3] энергию Ферми 45 МэВ и энергию симметрии $\beta = 22$ МэВ [3] из формулы Вайцеккера, тогда находим $\frac{\epsilon_F}{\epsilon_B} = 0.34$, что соответствует $\chi = -0.7$. Использование приближения $\chi = -0.7$ оставляет место для объяснения результатов путем варьирования величины $e_{\text{eff}}(E1)$, что приводит к уменьшению физической роли поляризуемости. В расчетах [23] в рамках КФМ авторы использовали подгоночные значения для $e_{\text{eff}}^n = -0.21e$

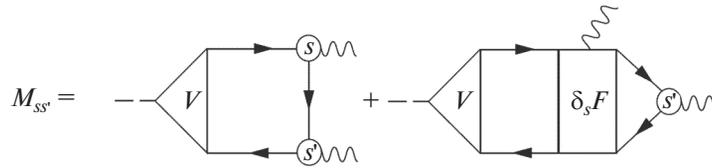


Рис. 1. Графическое представление для амплитуды (5) перехода между однофононными состояниями в ядрах без спаривания. Линии со стрелками – функции Грина G , кружки – амплитуды рождения фонона g_s с энергией ω_s .

и $e_{\text{eff}}^p = 0.28e$, полученные из феноменологической оценки для всего $E1$ эффективного заряда в [22]. В отличие от такого подхода, наша формула содержит матричный элемент от вершины V , который на микроскопическом уровне дает поляризуемость ядра, т.е. эффективный заряд как отношение $V/e_q V^0$. Следует, конечно, решать уравнение для вершины V , которое содержит “чистую” поляризуемость.

3. ВЫВОД ОСНОВНЫХ ФОРМУЛ. МЕТОД РАСЧЕТА

В самосогласованной теории конечных ферми-систем [3, 5] эффективное поле V – вершина, определяющая эффект ядерной поляризуемости при наложении внешнего поля V^0 с энергией ω , описывается уравнением

$$V(\omega) = e_q V^0(\omega) + FA(\omega)V(\omega), \quad (3)$$

где F – эффективное взаимодействие, $A(\omega) = \int G(\varepsilon + \frac{\omega}{2})G(\varepsilon - \frac{\omega}{2})\frac{d\varepsilon}{2\pi i}$ – частично-дырочный пропагатор, а e_q – локальный заряд квазичастиц в поле.

Амплитуда рождения фононов с энергией ω_s в поле $V(\omega)$ подчиняется уравнению

$$g_s = FA(\omega_s)g_s. \quad (4)$$

Выражение для амплитуды перехода между основным и двухфононными состояниями $[3_1^- \times 2_1^+]_{1-}$ в ядрах без спаривания имеет следующий вид [5, 7] (подробнее см., например, [26]):

$$M_{ss'} = VGg_s Gg_{s'}G + VGG\delta_s FGGg_{s'}. \quad (5)$$

Графическое представление данного выражения показано на рис. 1. Для полумагических ядер, в которых также существует параметр малости g^2 [27], следует учесть эффект спаривания. Это означает, что необходимо дополнить нашу картину графиками, содержащими интегралы от четырех функций Грина G , G^h , $F^{(1)}$, $F^{(2)}$ [3].

Как и во всех наших предыдущих работах [10, 12, 13], мы пренебрегаем изменениями спаривательной щели во внешнем поле $d^{(1)}$ и $d^{(2)}$. Тогда вместо первого слагаемого в выражении (5) рис. 1, получаются восемь слагаемых, к каждому из которых следует, вообще говоря, добавить по два слагаемых, содержащих $\delta_s F$ и $\delta_s F^{\xi}$, где F^{ξ} – pp -взаимодействие. Одна-

ко, как было показано ранее при расчетах квадрупольных моментов [13], учет δF и $\delta_s F^{\xi}$ дает очень небольшой вклад, поэтому мы ограничились рассмотрением только восьми основных графиков, показанных на рис. 2.

Таким образом, вместо формулы (5) мы имеем сумму из восьми членов вида (6) для каждой из амплитуд перехода $M_{ss'}^{(i)}$, представленных на рис. 2, например для $M_{ss'}^{(1)}$:

$$M_{ss'}^{(1)} = \sum_{123} \langle 1|V|2\rangle \langle 2|g_{s'}|3\rangle \langle 3|g_s|1\rangle \times \int G_1(\varepsilon)G_2(\varepsilon + \omega)G_3(\varepsilon + \omega_s)d\varepsilon, \quad (6)$$

где переданная частота $\omega = \omega_{s'} + \omega_s$ (в [8] было $\omega = \omega_{s'} - \omega_s$) и суммирование производится по уровням одночастичной схемы до 100 МэВ. Нижние цифровые индексы представляют собой наборы квантовых чисел $1 \equiv (n_1, l_1, j_1, m_1)$, а индексы s описывают характеристики фононов.

После отделения угловых переменных и суммирования по магнитным квантовым числам, получаем следующую формулу для приведенной вероятности $B(EL)$ (в нашем случае $L = 1$) перехода $0^+ \rightarrow [3_1^- \times 2_1^+]_{1-}$ с энергией $\omega = \omega_{s'} + \omega_s$:

$$B(EL) = \frac{1}{2L+1} |\langle I_s || M_L || I_{s'} \rangle|^2, \quad (7)$$

где приведенный матричный элемент $\langle I_s || M_L || I_{s'} \rangle$ определяется выражением

$$\langle I_s || M_L || I_{s'} \rangle = \sum_{123} \left\{ \begin{matrix} I_s & I_{s'} & L \\ j_2 & j_1 & j_3 \end{matrix} \right\} V_{12} g_{31}^s g_{23}^{s'} \times \left[A_{123}^{(12)} + A_{123}^{(34)} + (-1)^{L+I_s} A_{123}^{(76)} + (-1)^{L+I_{s'}} A_{123}^{(58)} \right]. \quad (8)$$

Здесь для приведенных матричных элементов вершины и фононов введены обозначения $\langle 1||V||2\rangle = V_{12}$, $\langle 3||g_s||1\rangle = g_{31}^s$ и $\langle 2||g_{s'}||3\rangle = g_{23}^{s'}$, мы использовали для амплитуды рождения фонона выражение $g_s = g_{I_s 0} Y_{I_s M}$. При этом

$$M_{ss'} = M_{ss'}^{(12)} + M_{ss'}^{(34)} + M_{ss'}^{(76)} - M_{ss'}^{(58)}. \quad (9)$$

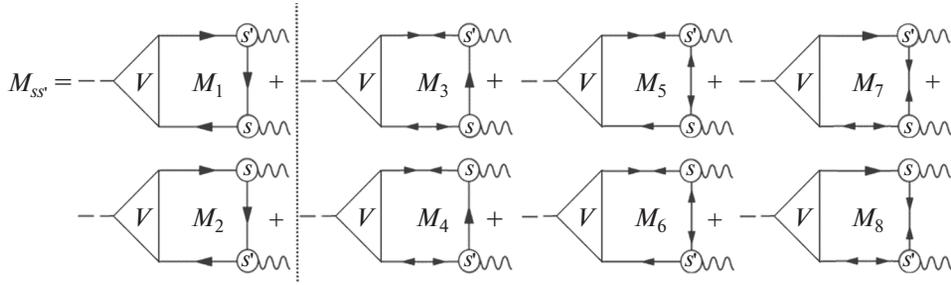


Рис. 2. Диаграммы для амплитуды перехода $M_{ss'}$ в ядрах со спариванием. Двойные стрелки отвечают аномальным функциям Грина F . Графики с аномальными функциями Грина отделены вертикальной штриховой линией.

Величины $A^{(ik)} = A^{(i)} + A^{(k)}$ представляют собой суммы двух пропагаторов – интегралов от трех ФГ (формула (6)), соответствующих одному из восьми графиков на рис. 2. Основными отличиями от однофононного случая являются знаки в суммах $2(E_{13}E_{23} - \omega_s\omega_{s'})$ и $2(E_{31}E_{21} + \omega\omega_s)$ (в [8, 11] знаки были противоположные), и изменение закона сохранения на сумму $\omega = \omega_{s'} + \omega_s$ (в [8, 11] было $\omega = \omega_{s'} - \omega_s$).

$$A_{123}^{(12)} = A_{123}^{(1)} + A_{123}^{(2)} = \frac{2(E_{13}E_{23} - \omega_s\omega_{s'})}{(E_{13}^2 - \omega_s^2)(E_{23}^2 - \omega_{s'}^2)} \times \\ \times (u_1^2 u_2^2 v_3^2 - v_1^2 v_2^2 u_3^2) + \frac{2(E_{32}E_{12} + \omega\omega_{s'})}{(E_{32}^2 - \omega_s^2)(E_{12}^2 - \omega^2)} \times \\ \times (u_1^2 v_2^2 u_3^2 - v_1^2 u_2^2 v_3^2) + \frac{2(E_{31}E_{21} + \omega\omega_s)}{(E_{31}^2 - \omega_s^2)(E_{21}^2 - \omega^2)} \times \\ \times (v_1^2 u_2^2 u_3^2 - u_1^2 v_2^2 v_3^2),$$

$$A_{123}^{(34)} = A_{123}^{(3)} + A_{123}^{(4)} = \frac{\Delta_1 \Delta_2}{4E_1 E_2} (u_3^2 - v_3^2) \times \\ \times \left(\frac{2(E_{13}E_{23} - \omega_s\omega_{s'})}{(E_{13}^2 - \omega_s^2)(E_{23}^2 - \omega_{s'}^2)} + \right. \\ \left. + \frac{2(E_{32}E_{12} + \omega\omega_{s'})}{(E_{32}^2 - \omega_s^2)(E_{12}^2 - \omega^2)} + \frac{2(E_{31}E_{21} + \omega\omega_s)}{(E_{31}^2 - \omega_s^2)(E_{21}^2 - \omega^2)} \right),$$

$$A_{123}^{(76)} = A_{123}^{(7)} + A_{123}^{(6)} = \frac{\Delta_1 \Delta_3}{4E_1 E_3} (u_2^2 - v_2^2) \times \\ \times \left(\frac{2(E_{13}E_{23} - \omega_s\omega_{s'})}{(E_{13}^2 - \omega_s^2)(E_{23}^2 - \omega_{s'}^2)} + \frac{2(E_{32}E_{12} + \omega\omega_{s'})}{(E_{32}^2 - \omega_s^2)(E_{12}^2 - \omega^2)} + \right. \\ \left. + \frac{2(E_{31}E_{21} + \omega\omega_s)}{(E_{31}^2 - \omega_s^2)(E_{21}^2 - \omega^2)} \right),$$

$$A_{123}^{(58)} = A_{123}^{(5)} + A_{123}^{(8)} = \frac{\Delta_2 \Delta_3}{4E_2 E_3} (u_1^2 - v_1^2) \times \\ \times \left(\frac{2(E_{13}E_{23} - \omega_s\omega_{s'})}{(E_{13}^2 - \omega_s^2)(E_{23}^2 - \omega_{s'}^2)} + \frac{2(E_{32}E_{12} + \omega\omega_{s'})}{(E_{32}^2 - \omega_s^2)(E_{12}^2 - \omega^2)} + \right. \\ \left. + \frac{2(E_{31}E_{21} + \omega\omega_s)}{(E_{31}^2 - \omega_s^2)(E_{21}^2 - \omega^2)} \right). \quad (10)$$

Первый член каждого из слагаемых $A_{123}^{(ik)}$ полностью соответствует формуле для приведенной вероятности переходов между основным и двухфононными состояниями в задаче со спариванием в работе [28], в которой решалась аналогичная задача для ^{120}Sn на базе КФМ [2]. Вторым и третьим членами каждого из слагаемых $A^{(ik)}$ являются уникальными слагаемыми и соответствуют трехквaziчастичным корреляциям в основном состоянии. Более подробно КОС обсуждались в [10, 11]. Насколько мы знаем, для рассматриваемой задачи переходов между основным и двухфононными состояниями они не учитываются в работах за пределами метода функций Грина. Как было получено ранее для мультипольных моментов [12, 13] в полумагических ядрах и однофононных переходов [10] в магических ядрах, и как будет показано далее в этой работе, изучаемые трехквaziчастичные КОС вносят количественно большой вклад в результирующую величину приведенной вероятности перехода.

Как упоминалось выше, во всех расчетах, как для эффективного поля, так и для эффективного взаимодействия и амплитуд рождения фононов использовались хорошо известные параметры функционала Фаянса DF3-а [29]. Детали метода расчета характеристик однофононных состояний в рамках самосогласованной ТКФС описаны в [1, 5]. Уравнения для эффективного поля V и амплитуды рождения фонона g решались в координатном представлении с использованием самосогласованного базиса ЭФП Фаянса DF3-а. Было получено достаточно разумное описание энергий фононов и, что особенно важно для нашей задачи расчета характеристик пропорциональных g^2 , хорошее описание приведенных вероятностей $B(EL)$ для фононов.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты расчетов приведенных вероятностей $B(E1)$ перехода $0^+ \rightarrow [3^- \times 2^+]_1$ между основным и двухфононным состояниями представлены на рис. 3 и более подробно в табл. 1. Получено хорошее согласие с экспериментом [17, 18], включая ^{112}Sn . Показаны также результаты расчетов в КФМ и RQTVA-2 для $^{112,114-124}\text{Sn}$. Мы предсказываем сильное увеличение

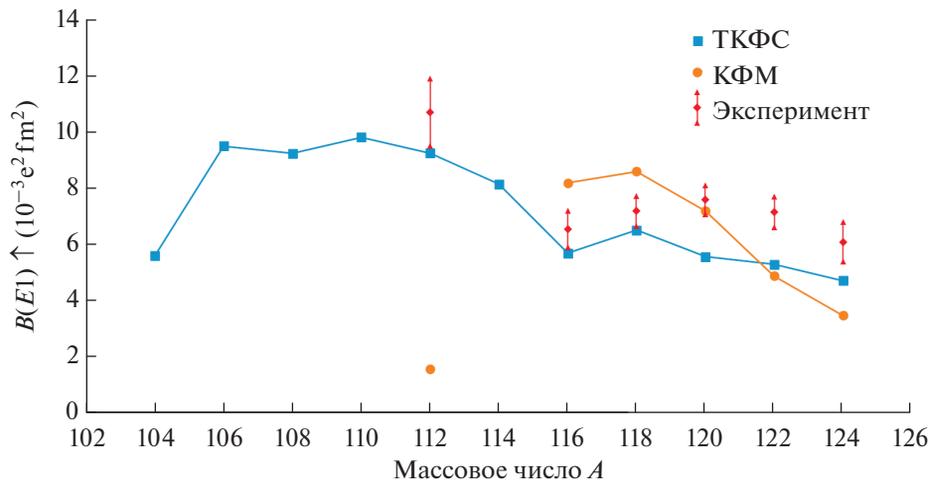


Рис. 3. Вероятности $B(E1) \uparrow (10^{-3} e^2 \text{ фм}^2)$ переходов из основного состояния в двухфононное $[3^- \times 2^+]_1$ - в изотопах Sn: ТКФС – расчет в рамках данной работы, КФМ – расчет и экспериментальные данные в работах [17, 18].

приведенной вероятности $E1$ -перехода в нейтронно-дефицитных четно-четных ядрах $^{106-114}\text{Sn}$.

Согласие с экспериментом для ^{112}Sn в нашем случае, в отличие от КФМ-расчетов, по-видимому, получено вследствие использования самосогласованного подхода. Отметим, что для похожей задачи расчета $E1$ -перехода между первыми однофононными состояниями в ^{112}Sn мы не получили согласия с экспериментом, но энергии изучаемых переходов заметно отличаются друг от друга: ~ 2 и ~ 4 МэВ. Последнее обстоятельство может быть причиной неточного и различного для двух этих задач учета роли духового состояния в наших $E1$ -переходах. Здесь необходимо более тщательное изучение роли "духа" в теории. В любом случае желательны эксперименты по прямому доказательству двухфононной природы наших 1^- -уровней.

Для оценки влияния отдельных эффектов на рассчитываемую величину $B(E1)$ в табл. 2 также приведены результаты расчетов без учета эффектов поляризуемости ядра и без учета КОС. Как видно из таблицы, без учета обоих эффектов отличие от окончательного результата (колонки 2 и 5) составляет почти везде 2 порядка. Учет только поляризуемости ($V = V_{\text{pol}}$) (колонки 2 и 3) увеличивает результат в среднем в 3 раза, а при учете КОС (колонки 3 и 5) результат увеличивается еще на 1.5–2 порядка и объясняет эксперимент. Т.е. количественный вклад КОС заметно больше, чем вклад поляризуемости, и является определяющим. Учет только КОС без поляризуемости (колонки 2 и 4) увеличивает результат на 1–2 порядка, и учет КОС при учете поляризуемости (колонки 3 и 5) так же увеличивает результат и объясняет эксперимент. Таким образом, в отличие от случая переходов между однофононными состояниями [8, 9, 11] для магических и полумагических ядер, хорошее согласие с экспериментом получено за счет суммы двух больших эффектов, и оба эффекта "работают" в сторону увеличения

результата.

Представляет интерес оценить вклад графиков $M^{(1)-(8)}$ на рис. 2, включая прежде всего графики с аномальными ФГ. Для этого приведена табл. 3. В ее столбцах указан вклад в полную амплитуду $M_{ss'}$ как суммарных протонных M^p и нейтронных M^n составляющих, так и отдельных групп графиков в нейтронную составляющую амплитуды перехода M^n . В отличие от задачи для переходов между однофононными состояниями [11], сумма $M_{ss'} = M^p + M^n$ складывается из двух слагаемых с одинаковыми знаками, где M^p на порядок величины меньше чем M^n . Различие знаков M^p для двухфононной и однофононной задачи обуславливается изменением знаков пропагатора A_{123} в формуле (10). M_{58}^n , в отличие от других нейтронных составляющих, входит в сумму с обратным знаком (см. формулу (9)).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе в рамках квантовой теории многих тел и с использованием самосогласованного подхода на основе функционала плотности Фаянса DF3-а впервые рассчитаны вероятности $B(E1)$ изовекторных переходов из основного в двухфононные 1^- -состояния $[3^- \times 2^+]$ в ряде четно-четных изотопов олова. Получено хорошее согласие с имеющимся экспериментом, включая ^{112}Sn , и сделаны предсказания для ядер $^{104-110,114}\text{Sn}$.

Как и во всех наших предыдущих работах [8, 10–13], хорошее согласие с экспериментом достигается благодаря учету двух существенных эффектов: ядерной поляризуемости и трехквaziчастичных корреляций в основном состоянии. Оба они естественно входят в наш подход через эффективное поле (вершину V) и аппарат ФГ соответственно. В нашем случае двухфононных $E1$ -переходов эти эффекты не компенсируют друг друга, как в случае задачи однофононных $E1$ -

Таблица 1. Вероятности $B(E1) \uparrow (10^{-3} e^2 \text{ фм}^2)$ переходов из основного состояния в двухфононное $[3^- \times 2^+]_1$ - в изотопах Sn: ТКФС – расчет в рамках данной работы, КФМ – расчет в работах [17, 18], RQTBA-2 – расчет в работе [21], эксперимент 1 – [17, 18], эксперимент 2 [30]

Ядро	ТКФС	КФМ	RQTBA-2	Эксп. 1	Эксп. 2
^{104}Sn	5.62	-	-	-	-
^{106}Sn	9.51	-	-	-	-
^{108}Sn	9.25	-	-	-	-
^{110}Sn	9.82	-	-	-	-
^{112}Sn	9.26	1.6	26.12	10.7 ± 1.2	15.0 ± 1.0
^{114}Sn	8.16	-	-	-	-
^{116}Sn	5.70	8.2	14.33	6.55 ± 0.65	16.3 ± 0.9
^{118}Sn	6.53	8.6	-	7.20 ± 0.54	-
^{120}Sn	5.58	7.2	15.90	7.60 ± 0.51	11.2 ± 1.1
^{122}Sn	5.31	4.9	-	7.16 ± 0.54	-
^{124}Sn	4.74	3.5	12.91	6.1 ± 0.7	10.0 ± 0.5

Таблица 2. Вероятности $B(E1) \uparrow (10^{-3} e^2 \text{ фм}^2)$ переходов из основного состояния в двухфононное $[3^- \times 2^+]_1$ - в изотопах Sn (в колонке 2 приведены результаты расчетов без учета поляризуемости и без КОС; в колонке 3 – с поляризуемостью, но без КОС; в колонке 4 – без поляризуемости, но с КОС; в колонке 5 – окончательные результаты с поляризуемостью и КОС; в колонке 6 – эксперимент)

1	2	3	4	5	6
Ядро	$V = e_q V^{(0)}$ КОС = 0	$V = V_{\text{pol.}}$ КОС = 0	$V = e_q V^{(0)}$ КОС \neq 0	$V = V_{\text{pol.}}$ КОС \neq 0	Эксп.
^{104}Sn	0.03	0.09	0.68	5.62	–
^{106}Sn	0.04	0.08	1.11	9.51	–
^{108}Sn	0.04	0.11	1.17	9.25	–
^{110}Sn	0.06	0.15	1.35	9.82	–
^{112}Sn	0.07	0.17	1.31	9.26	10.7 ± 1.2
^{114}Sn	0.09	0.29	1.29	8.16	–
^{116}Sn	0.06	0.40	0.79	5.70	6.55 ± 0.65
^{118}Sn	0.09	0.52	0.91	6.53	7.20 ± 0.54
^{120}Sn	0.09	0.50	0.79	5.58	7.60 ± 0.51
^{122}Sn	0.09	0.20	0.77	5.31	7.16 ± 0.54
^{124}Sn	0.08	0.15	0.70	7.74	6.1 ± 0.7

переходов, но складываются, приводя к хорошему согласию с экспериментальными данными даже в таком чувствительном случае, как запрещенный в модели идеальных бозонов изовекторный $E1$ -переход.

Важным результатом работы является использование самосогласования при анализе двух указанных составляющих в расчетах вероятностей переходов $B(E1)$ между основным и двухфононным состояниями – поляризуемости ядра и трехквартичных корреляциями в основном состоянии. Очевидно, что такой подход обладает значительной предсказательной силой, поскольку в нем не используются никаких подгоночных параметров. Разумное объяснение величины $B(E1)$ в ядре ^{112}Sn является подтверждением этого.

Наши расчеты показали, что заметное изменение

вершины и соответствующей амплитуды перехода, например, в ядре ^{120}Sn начинается от 8 МэВ, что соответствует хвосту изовекторного $E1$ -резонанса. Наш случай – это двухфононный переход с энергией примерно 4 МэВ – и по приведенной вероятности перехода на 1–2 порядка меньше, чем в случае обычного изовекторного $E1$ -резонанса. Представляет большой интерес постановка экспериментов для подтверждения двухфононной природы рассматриваемых здесь 1⁻-уровней подобно уже реализованным экспериментам в ядрах ^{144}Sm [31] и ^{88}Sr [32].

Авторы признательны Ю.В. Ковалевой за помощь в аналитических расчетах, В.И. Целяеву за полезные дискуссии и В.Ю. Пономареву за обсуждение КФМ-расчетов. Расчеты выполнены на ВК НИЦ КИ.

Работа выполнена при финансовой поддержке

Таблица 3. Вклад отдельных групп графиков (рис. 2) в полную амплитуду перехода $M_{ss'}$, см. формулу (9) (M^n , M^p – нейтронная и протонная составляющие амплитуды $M_{ss'}$, e фм); для каждого из изотопов приведено два значения, расчет с учетом эффективного поля (поляризуемости) и расчет с затравочным зарядом (без поляризуемости)

Ядро	M^n					M^p	полная $M_{ss'}$
	$M^{(12)}$	$M^{(34)}$	$M^{(76)}$	$M^{(58)}$	полная M^n	$M^{(12)}$	
^{104}Sn	-0.1566	-0.0145	-0.0039	-0.0489	-0.1261	-0.0038	-0.1299
^{104}Sn без пол.	-0.0531	-0.0056	-0.0013	-0.0156	-0.0444	-0.0006	-0.0450
^{106}Sn	-0.2142	-0.0169	-0.0057	-0.0735	-0.1632	-0.0057	-0.1689
^{106}Sn без пол.	-0.0731	-0.0065	-0.0021	-0.0249	-0.0567	-0.0009	-0.0576
^{108}Sn	-0.2157	-0.0165	-0.0049	-0.0774	-0.1596	-0.0069	-0.1666
^{108}Sn без пол.	-0.0759	-0.0064	-0.0020	-0.0265	-0.0579	-0.0014	-0.0592
^{110}Sn	-0.2307	-0.0161	-0.0037	-0.0853	-0.1652	-0.0065	-0.1717
^{110}Sn без пол.	-0.0829	-0.0064	-0.0019	-0.0297	-0.0615	-0.0020	-0.0636
^{112}Sn	-0.2341	-0.0138	-0.0022	-0.0908	-0.1593	-0.0073	-0.1667
^{112}Sn без пол.	-0.0852	-0.0055	-0.0014	-0.0320	-0.0602	-0.0024	-0.0626
^{114}Sn	-0.1953	-0.0174	-0.0038	-0.0663	-0.1501	-0.0063	-0.1564
^{114}Sn без пол.	-0.0729	-0.0071	-0.0027	-0.0229	-0.0598	-0.0024	-0.0622
^{116}Sn	-0.1966	-0.0093	-0.0017	-0.0811	-0.1265	-0.0043	-0.1308
^{116}Sn без пол.	-0.0710	-0.0037	-0.0009	-0.0286	-0.0470	-0.0018	-0.0488
^{118}Sn	-0.2167	-0.0093	-0.0020	-0.0921	-0.1359	-0.0041	-0.1399
^{118}Sn без пол.	-0.0782	-0.0037	-0.0009	-0.0327	-0.0502	-0.0020	-0.0522
^{120}Sn	-0.2080	-0.0070	-0.0009	-0.0914	-0.1244	-0.0049	-0.1293
^{120}Sn без пол.	-0.0761	-0.0029	-0.0004	-0.0332	-0.0462	-0.0025	-0.0487
^{122}Sn	-0.2043	-0.0046	0.0002	-0.0897	-0.1190	-0.0072	-0.1262
^{122}Sn без пол.	-0.0764	-0.0020	0.0002	-0.0336	-0.0445	-0.0036	-0.0482
^{124}Sn	-0.1906	-0.0020	0.0009	-0.0824	-0.1093	-0.0099	-0.1192
^{124}Sn без пол.	-0.0727	-0.0009	0.0008	-0.0319	-0.0410	-0.0050	-0.0459

Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 21-52-12035.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- С. П. Камерджи́ев, О. И. Ачаковский, С. В. Толоконников, М. И. Шитов, *ЯФ* **82**, 320 (2019) [*Phys. At. Nucl.* **82**, 366 (2019)].
- В. Г. Соловьёв, *Теория атомного ядра: квазичастицы и фононы* (Энергоатомиздат, Москва, 1989).
- А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, Издание 2-е (Наука, Москва, 1983).
- S. Kamerdzhiev, J. Speth, and G. Tertychny, *Phys. Rep.* **393**, 1 (2004).
- V. A. Khodel and E. E. Saperstein, *Phys. Rep.* **92**, 183 (1982).
- V. I. Tselyaev, *Phys. Rev. C* **75**, 024306 (2007).
- В. А. Ходель, *ЯФ* **24**, 704 (1976) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **24**, 367 (1976)].
- М. И. Шитов, Д. А. Войтенков, С. П. Камерджи́ев, С. В. Толоконников, *ЯФ* **85**, 45 (2022) [*Phys. At. Nucl.* **85**, 42 (2022)].
- С. П. Камерджи́ев, М. И. Шитов, *Письма в ЖЭТФ* **109**, 65 (2019) [*JETP Lett.* **109**, 69 (2019)].
- С. П. Камерджи́ев, Д. А. Войтенков, Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, М. И. Шитов, *Письма в ЖЭТФ* **106**, 132 (2017) [*JETP Lett.* **106**, 139 (2017)].
- М. И. Шитов, С. П. Камерджи́ев, *Письма в ЖЭТФ* **117**, 1 (2023) [*JETP Lett.* **117**, 1 (2023)].
- С. П. Камерджи́ев, Д. А. Войтенков, Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, *Письма в ЖЭТФ* **108**, 155 (2018) [*JETP Lett.* **108**, 155 (2018)].
- D. Voitenkov, S. Kamerdzhiev, S. Krewald, E. E. Saperstein, and S. V. Tolokonnikov, *Phys. Rev. C* **85**, 054319 (2012).
- Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, *ЯФ* **79**, 703 (2016) [*Phys. At. Nucl.* **79**, 1030 (2016)].
- P. Vogel and L. Kocbach, *Nucl. Phys. A* **176**, 33 (1971).
- U. Kneissl, N. Pietralla, and A. Zilges, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **32**, R217 (2006).
- J. Bryssinck, L. Govor, D. Belic, F. Bauwens, O. Beck, P. von Brentano, D. De Frenne, T. Eckert, C. Fransen, K. Govaert, R.-D. Herzberg, E. Jacobs, U. Kneissl,

- H. Maser, A. Nord, N. Pietralla, et al., Phys. Rev. C **59**, 1930 (1999).
18. I. Pysmenetska, S. Walter, J. Enders, H. von Garrel, O. Karg, U. Kneissl, C. Kohstall, P. von Neumann-Cosel, H. H. Pitz, V. Yu. Ponomarev, M. Scheck, F. Stedile, and S. Volz, Phys. Rev. C **73**, 01732 (2006).
 19. N. Tsoneva, H. Lenske, and C. Stoyanov, Phys. Lett. B **586**, 213 (2004).
 20. D. Savran, T. Aumann, and A. Zilges, Progr. Part. Nucl. Phys. **70**, 210 (2013).
 21. E. Litvinova, P. Ring, and V. Tselyaev, Phys. Rev. C **88**, 044320 (2013).
 22. О. Бор, Б. Моттelson, *Структура атомного ядра* (Мир, Москва, 1977), т. 2.
 23. M. Grinberg and Ch. Stoyanov, Nucl. Phys. A **573**, 231 (1994).
 24. I. Hamamoto, Nucl. Phys. A **205**, 225 (1973).
 25. С. П. Камерджи́ев, ЯФ **1**, 415 (1965).
 26. С. П. Камерджи́ев, А. В. Авдеенков, Д. А. Войтенков, ЯФ **74**, 1509 (2011) [Phys. At. Nucl. **74**, 1478 (2011)].
 27. А. В. Авдеенков, С. П. Камерджи́ев, ЯФ **62**, 563 (1999) [Phys. At. Nucl. **62**, 563 (1999)].
 28. V. Yu. Ponomarev, Ch. Stoyanov, N. Tsoneva, and M. Grinberg, Nucl. Phys. A **635**, 470 (1998).
 29. С. В. Толоконников, Э. Е. Саперштейн, ЯФ **73**, 1731 (2010) [Phys. At. Nucl. **73**, 1684 (2010)].
 30. K. Govaert, F. Bauwens, J. Bryssinck, D. De Frenne, E. Jacobs, W. Mondelaers, L. Govor, and V. Yu. Ponomarev, Phys. Rev. C **57**, 2229 (1998).
 31. M. Wilhelm, E. Radermacher, A. Zilges, and P. Von Brentano, Phys. Rev. C **54**, R449 (1996).
 32. J. Isaak, D. Savran, N. Pietralla, N. Tsoneva, A. Zilges, K. Eberhardt, C. Geppert, C. Gorges, H. Lenske, and D. Renisch, Phys. Rev. C **108**, L051301 (2023).

SELF-CONSISTENT CALCULATIONS OF $E1$ TRANSITION PROBABILITIES BETWEEN THE MAIN AND TWO-PHONON $[3_1^- \times 2_1^+]_{1-}$ -STATE IN Sn ISOTOPES

M. I. Shitov¹⁾, S. P. Kamerdzhev¹⁾, S. V. Tolokonnikov¹⁾

¹⁾National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia

A self-consistent method for studying second-order anharmonic effects in the framework of quantum many-body theory is used for the first time to calculate the probabilities of $E1$ -transitions between the main and two-phonon $[3_1^- \times 2_1^+]_{1-}$ -state in semi-magical isotopes $^{104-124}\text{Sn}$. The approach used contains accounting for: 1) self-consistency between the nuclear mean field and effective interaction, based on the use of the energy density functional method with proven parameters of the DF3-a Fayans functional, 2) three-quasiparticle ground state correlations and 3) the effects of nuclear polarizability. Good agreement was obtained with the available experiments, including ^{112}Sn . The values of $B(E1)$ are predicted for even-even nuclei $^{104-110,114}\text{Sn}$. It is shown that the new, i.e. dynamic three-quasiparticle ground state correlations make a very significant contribution to the reduced probabilities of such $E1$ -transitions and their consideration is necessary to explain the experiment.

О ВОЗМОЖНОСТИ БЕЗМОДЕЛЬНОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ АМПЛИТУД УПРУГОГО НУКЛОН-НУКЛОННОГО РАССЕЙЯНИЯ НА УСТАНОВКЕ СПАСЧАРМ НА У-70

© 2024 г. М. Б. Нурушева^{1),*}, А. А. Богданов^{1),2)}, В. П. Ладыгин³⁾, В. В. Моисеев⁴⁾, В. В. Мочалов^{1),4)}, П. А. Семенов^{1),4)}

Поступила в редакцию 13.02.2024 г.; после доработки 13.02.2024 г.; принята к публикации 13.02.2024 г.

Основной задачей эксперимента СПАСЧАРМ является систематическое исследование спиновых явлений при промежуточных энергиях. С этой целью планируется создать пучок поляризованных протонов и антипротонов. Проведение исследований предусматривает, в том числе, изучение упругого рассеяния. Часть необходимого оборудования для проведения исследований упругого рассеяния на канале поляризованных частиц планируется использовать сразу после его создания. В настоящей работе исследуется и определяется набор наблюдаемых, необходимых для безмодельного восстановления амплитуд упругого протон-протонного рассеяния.

DOI: 10.31857/S0044002724040021, EDN: JNOJAF

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение нуклон-нуклонного упругого рассеяния при высоких энергиях является предметом постоянного внимания экспериментаторов и теоретиков на протяжении многих лет. Наличие поляризованных пучков, мишеней и поляриметров позволяет измерять многочисленные поляризационные наблюдаемые, чувствительные к деталям спиновой структуры сильного взаимодействия. При высоких энергиях данные нуклон-нуклонного взаимодействия могут быть чувствительны к обмену тяжелыми мезонами, к проявлению ненуклонных степеней свободы и к вкладу высших твистов, что, несомненно, дает импульс развитию моделей сильного взаимодействия.

Одним из способов анализа деталей протон-протонного упругого рассеяния является модельно-независимый метод прямого восстановления амплитуд рассеяния (direct reconstruction of scattering amplitudes — DRSA) [1]. Суть этого метода состоит в восстановлении амплитуд упругого протон-протонного рассеяния из измеренных угловых распределений сечений и поляризационных наблюдаемых, которые являются билинейными комбинациями амплитуд рассеяния.

Прямое восстановление амплитуд рассеяния протон-протонного упругого рассеяния было выполнено для данных, полученных при фиксированных энергиях 590 МэВ [2] в PSI, 730 МэВ [3] и 800 МэВ [4]

в LAMPF, при энергиях ниже 590 МэВ [5] в PSI, при 11 энергиях от 830 МэВ до 2.7 ГэВ [6] и при четырех энергиях от 1.8 до 2.7 ГэВ [7] в SATURNE II. Эксперимент при самой высокой энергии, при которой проводилось измерение амплитуд, был выполнен в ANL-ZGS при 5.13 ГэВ [8].

В настоящей работе представлена процедура выбора наблюдаемых DRSA для эксперимента по изучению протон-протонного и антипротон-протонного упругого рассеяния на ускорителе У-70 в рамках проекта СПАСЧАРМ [9].

2. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Физическая программа эксперимента СПАСЧАРМ (СПиновые АСимметрии рождения ЧАРМония), нацеленного, прежде всего, на исследование спиновой зависимости сильного взаимодействия, подробно представлена в Концептуальном проекте эксперимента [9]. Программа эксперимента охватывает изучение спиновых эффектов в десятках инклюзивных и эксклюзивных адронных реакций. Для реализации данного эксперимента планируется создать новый канал, который даст уникальную возможность получать как поляризованные протонные, так и антипротонные пучки с интенсивностью до 10^7 и 10^6 частиц за 10-секундный цикл соответственно [10].

Анализ показал, что оптимальный импульс поляризованного пучка, при котором можно одновременно с высокой эффективностью получать поляризованные протоны и антипротоны [10] — 16 ГэВ/с (см. рис. 1), при других энергиях значителен вклад от фоновых частиц.

Поляриметрия пучка является необходимой частью эксперимента СПАСЧАРМ [9]. Метод измерения

¹⁾ Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия.

²⁾ Школа Сотрудничества, Москва, Россия.

³⁾ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

⁴⁾ НИЦ “Курчатовский институт” — ИФВЭ, Протвино, Россия.

* E-mail: mbnurusheva@mail.ru

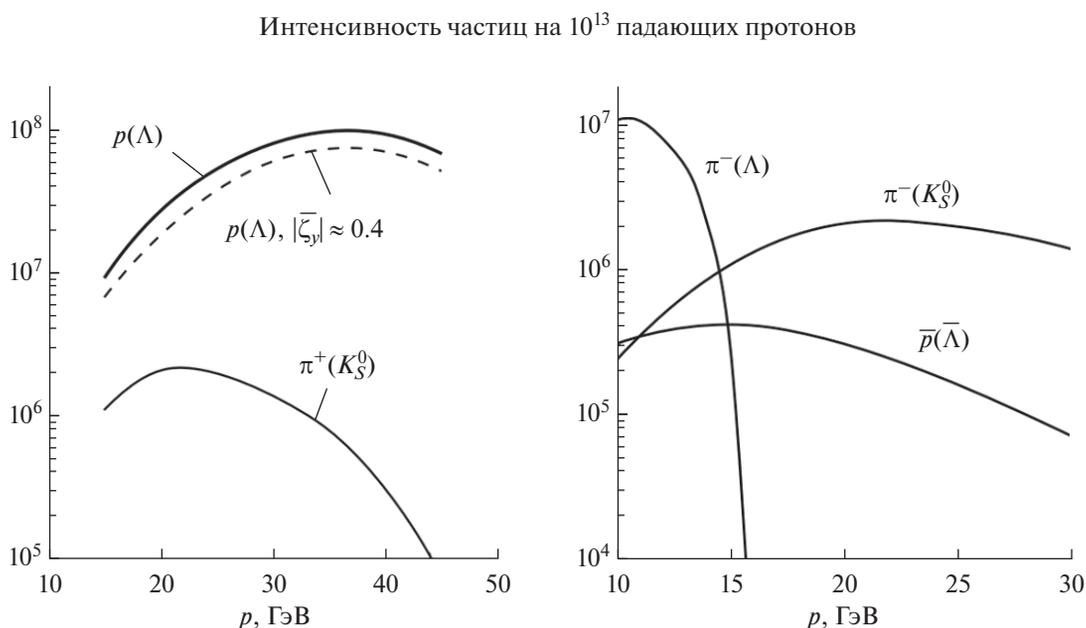


Рис. 1. Интенсивность пучка поляризованных протонов (антипротонов и фоновых π^+ (π^-)-мезонов в конце канала при максимальном $\Delta p/p$, рассчитанная на 10^{13} падающих на мишень канала протонов с энергией 60 ГэВ; штриховая кривая — суммарная интенсивность протонов для двух интервалов с противоположным значением и средней поляризацией $\bar{\xi}_y = 40\%$.

поляризации основан на использовании известных спиновых асимметрий в некоторых физических процессах [10], и упругое нуклон-нуклонное рассеяние является очень важным среди таких процессов, представляющих интерес [11]. В свою очередь, наличие поляризованных пучков, взаимодействующих с рядом различных поляризованных и неполяризованных мишеней, предоставляет инструменты для всестороннего изучения физики самого упругого рассеяния [12].

Выбор наблюдаемых для измерения существенно зависит от конкретного экспериментального оборудования, характеристик соответствующего ускорителя и его энергии. Набор наблюдаемых рассмотрен для двух случаев поляризации мишени, тогда как пучок может быть поляризован во всех трех направлениях: только при продольной и одной поперечной поляризации мишени и в случае создания мишени нового типа, когда можно получить все три направления поляризации, на основе разработанных уже технологий [13].

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАБОРА НАБЛЮДАЕМЫХ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ АМПЛИТУД

Как уже отмечалось выше, набор поляризационных наблюдаемых определяется деталями эксперимента, а именно возможностями иметь различные проекции спинов пучка и мишени. На протяжении всей статьи мы используем нуклон-нуклонный (NN) формализм и четырехиндексное обозначение для наблюдаемых, приведенные в [14]. Матрица рассеяния представля-

ется в виде

$$M(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) = \frac{1}{2} \left\{ (a+b) + (a-b)(\sigma_1, \mathbf{n})(\sigma_2, \mathbf{n}) + (c+d) \times (\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m}) + (c-d)(\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l}) + e(\sigma_1 + \sigma_2, \mathbf{n}) \right\}, \quad (1)$$

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i|}, \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i|}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_f \times \mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_f \times \mathbf{k}_i|}, \quad (2)$$

где a, b, c, d и e — амплитуды рассеяния, σ_1 и σ_2 — матрицы Паули размером 2×2 , \mathbf{k}_f и \mathbf{k}_i — единичные векторы в направлениях падающих и рассеянных частиц соответственно. Индексы любого наблюдаемого X_{srbt} относятся к состояниям поляризации рассеянных частиц, частиц отдачи, пучка и мишени соответственно. Поляризации падающих частиц и мишени ориентированы вдоль единичных векторов $\mathbf{n}, \mathbf{m}, \mathbf{l}$ в системе центра масс и $\mathbf{n}, \mathbf{s}, \mathbf{k}$ в лабораторной системе отсчета пучка и мишени.

Ранее было показано, что минимальный набор в системе центра масс состоит из сечения σ и 9 спиновых наблюдаемых $A_{oono}, A_{oolm}, K_{olmo}, K_{ollo}, D_{olom}, N_{olmn}, N_{onlm}, N_{olln}, N_{onmm}$ [15]. Наличие поляризованного пучка с тремя направлениями поляризации и поляризованной мишени с продольной и поперечной компонентами поляризации, при условии измерения двух поперечных компонентов поляризации частицы отдачи, дает нам возможность измерить 15 наблюдаемых:

$$\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2}|a|^2 + \frac{1}{2}|b|^2 + \frac{1}{2}|c|^2 + \frac{1}{2}|d|^2 + \frac{1}{2}|e|^2, \quad (3)$$

$$A_3 = \sigma A_{oonn} = \frac{1}{2}|a|^2 - \frac{1}{2}|b|^2 - \frac{1}{2}|c|^2 + \frac{1}{2}|d|^2 + \frac{1}{2}|e|^2, \quad (4)$$

$$K_3 = \sigma K_{onno} = \frac{1}{2}|a|^2 - \frac{1}{2}|b|^2 + \frac{1}{2}|c|^2 - \frac{1}{2}|d|^2 + \frac{1}{2}|e|^2, \quad (5)$$

$$D_3 = \sigma D_{onon} = \frac{1}{2}|a|^2 + \frac{1}{2}|b|^2 - \frac{1}{2}|c|^2 - \frac{1}{2}|d|^2 + \frac{1}{2}|e|^2, \quad (6)$$

$$P = \sigma A_{oono} = \sigma A_{ooon} = \operatorname{Re}(a^*e), \quad (7)$$

$$N_2 = \sigma N_{onkk} = -\operatorname{Re}(d^*e) \cos(\theta) - \operatorname{Im}(a^*d) \sin(\theta), \quad (8)$$

$$A_1 = \sigma A_{oosk} = -\operatorname{Im}(d^*e) \cos(\theta) - \operatorname{Re}(a^*d) \sin(\theta), \quad (9)$$

$$N_1 = \sigma N_{onsk} = -\operatorname{Re}(d^*e) \sin(\theta) + \operatorname{Im}(a^*d) \cos(\theta) + \operatorname{Im}(b^*c), \quad (10)$$

$$A_2 = \sigma A_{ookk} = \operatorname{Im}(d^*e) \sin(\theta) - \operatorname{Re}(a^*d) \cos(\theta) + \operatorname{Re}(b^*c), \quad (11)$$

$$K_2 = \sigma K_{osso} = -\operatorname{Re}(a^*c) \cos(\theta + \theta_2) + \operatorname{Im}(c^*e) \sin(\theta + \theta_2) - \operatorname{Re}(b^*d) \cos(\theta_2), \quad (12)$$

$$K_1 = \sigma K_{osko} = \operatorname{Re}(a^*c) \sin(\theta + \theta_2) + \operatorname{Im}(c^*e) \cos(\theta + \theta_2) - \operatorname{Re}(b^*d) \sin(\theta_2), \quad (13)$$

$$N_4 = \sigma N_{oskn} = -\operatorname{Im}(a^*c) \cos(\theta + \theta_2) + \operatorname{Re}(c^*e) \sin(\theta + \theta_2) + \operatorname{Im}(b^*d) \cos(\theta_2), \quad (14)$$

$$N_5 = \sigma N_{ossn} = -\operatorname{Im}(a^*c) \sin(\theta + \theta_2) - \operatorname{Re}(c^*e) \cos(\theta + \theta_2) - \operatorname{Im}(b^*d) \sin(\theta_2), \quad (15)$$

$$D_1 = \sigma D_{osok} = \operatorname{Re}(a^*b) \sin(\theta + \theta_2) - \operatorname{Re}(c^*d) \sin(\theta_2) + \operatorname{Im}(b^*e) \cos(\theta + \theta_2), \quad (16)$$

$$N_3 = \sigma N_{osnk} = -\operatorname{Im}(a^*b) \cos(\theta + \theta_2) + \operatorname{Im}(c^*d) \cos(\theta_2) + \operatorname{Re}(b^*e) \sin(\theta + \theta_2). \quad (17)$$

Если же использовать мишень со всеми тремя возможными направлениями поляризации, то появятся еще четыре наблюдаемых, а именно:

$$N_7 = \sigma N_{onks} = -\operatorname{Re}(d^*e) \sin(\theta) + \operatorname{Im}(a^*d) \cos(\theta) - \operatorname{Im}(b^*c), \quad (18)$$

$$A_4 = \sigma A_{ooss} = -\operatorname{Im}(d^*e) \sin(\theta) + \operatorname{Re}(a^*d) \cos(\theta) + \operatorname{Re}(b^*c), \quad (19)$$

$$D_2 = \sigma D_{osos} = -\operatorname{Re}(a^*b) \cos(\theta + \theta_2) - \operatorname{Re}(c^*d) \cos(\theta_2) + \operatorname{Im}(b^*e) \sin(\theta + \theta_2), \quad (20)$$

$$N_6 = \sigma N_{osns} = -\operatorname{Im}(a^*b) \sin(\theta + \theta_2) - \operatorname{Im}(c^*d) \sin(\theta_2) - \operatorname{Re}(b^*e) \cos(\theta + \theta_2). \quad (21)$$

Таким образом, есть возможность измерить следующие отличные от нуля наблюдаемые: A_{oono} , A_{oono} — анализирующие способности пучка и мишени; A_{oonn} , A_{ooss} , A_{ookk} , A_{oosk} — четыре параметра корреляции спина.

Поляризация рассеянной частицы, совпадающую с анализирующей способностью:

$$P_{oono} = A_{oono} = A_{ooon} = P$$

Дополнительно при перерассеянии могут быть измерены следующие наблюдаемые: K_{onno} , K_{osso} , K_{osko} — три коэффициента передачи поляризации от пучка к частице отдачи; D_{onon} , D_{osok} , D_{osos} — три коэффициента деполяризации для мишени; N_{onkk} , N_{osnk} , N_{onks} , N_{osns} , N_{osnk} , N_{okn} , N_{ossn} — семь поляризаций частицы отдачи.

Таким образом, всего 19 различных наблюдаемых могут быть измерены на ускорителе У-70.

Определяем e как действительную и положительную, вводим стандартные обозначения для действительной и мнимой частей каждой комплексной амплитуды: $\operatorname{Re} e = e$ и $\operatorname{Im} e = 0$, $a = a_1 + ia_2$, $b = b_1 + ib_2$, $c = c_1 + ic_2$, $d = d_1 + id_2$.

Используя (7), находим a_1 :

$$a_1 = \frac{P}{e}. \quad (22)$$

Из уравнений (3)–(6) находим:

$$\sigma + A_3 + D_3 + K_3 = 2|a|^2 + 2|e|^2. \quad (23)$$

Используя два последних выражения, находим a_2 :

$$a_2 = \left[(e^2(\sigma + A_3 + D_3 + K_3) - 2e^4 - 2P^2) / 2e^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (24)$$

Используя уравнения (8)–(11), находим:

$$A_1^2 + A_2^2 + N_1^2 + N_2^2 = |d|^2(|a|^2 + |e|^2) - |b|^2|c|^2 + 2A_2 \operatorname{Re}(b^*c) + 2N_1 \operatorname{Im}(b^*c),$$

выражая квадраты амплитуд из (3)–(6), получим:

$$A_2 \operatorname{Re}(b^*c) + N_1 \operatorname{Im}(b^*c) = \frac{A_1^2 + A_2^2 + N_1^2 + N_2^2 - \sigma A_3 + D_3 K_3}{2}. \quad (25)$$

Используя также (8)–(13), находим, что

$$A_1 N_1 + A_2 N_2 = |d|^2 P + N_2 \operatorname{Re}(b^*c) + A_1 \operatorname{Im}(b^*c), \quad (26)$$

$$N_2 \operatorname{Re}(b^*c) + A_1 \operatorname{Im}(b^*c) = \frac{2(A_1 N_1 + A_2 N_2) - P(\sigma + A_3 - D_3 - K_3)}{2}. \quad (27)$$

Из (25) и (27) найдем $\text{Re}(b^*c)$. Для этого умножим выражение (25) на A_1 , а (27) — на N_1 и вычтем из первого второе:

$$\text{Re}(b^*c) = \left[-2N_1(A_1N_1 + A_2N_2) + PN_1(\sigma + A_3 - D_3 - K_3) + A_1(A_1^2 + A_2^2 + N_1^2 + N_2^2 - \sigma A_3 + D_3N_3) \right] / 2(A_1A_2 - N_1N_2). \quad (28)$$

Аналогично найдем $\text{Im}(b^*c)$. Для этого умножим выражение (25) на N_2 , а (27) — на A_2 и вычтем из первого второе:

$$\text{Im}(b^*c) = \left[-2A_2(A_1N_1 + A_2N_2) + PA_2(\sigma + A_3 - D_3 - K_3) + N_2(A_1^2 + A_2^2 + N_1^2 + N_2^2 - \sigma A_3 + D_3N_3) \right] / 2(N_1N_2 - A_1A_2). \quad (29)$$

Выразим d_1 и d_2 через e из (8)–(11), умножив (8) и (9) на $\cos(\theta)$, а (10) и (11) на $\sin(\theta)$, после преобразований $N_1 \sin(\theta) + N_2 \cos(\theta)$ и $A_2 \sin(\theta) - A_1 \cos(\theta)$ получим:

$$\begin{aligned} d_1e &= \text{Im}(b^*c) \sin(\theta) - N_1 \sin(\theta) - N_2 \cos(\theta), \\ d_2e &= \text{Re}(b^*c) \sin(\theta) - A_2 \sin(\theta) + A_1 \cos(\theta), \end{aligned} \quad (30)$$

$$d_1 = \frac{(\text{Im}(b^*c) - N_1) \sin(\theta) - N_2 \cos(\theta)}{e}, \quad (31)$$

$$d_2 = \frac{(\text{Re}(b^*c) - A_2) \sin(\theta) + A_1 \cos(\theta)}{e}. \quad (32)$$

Амплитуду находим из (31) и (32), подставляя их в выражение $\sigma + A_3 - D_3 - K_3 = 2|d|^2$:

$$\begin{aligned} e^2 &= 2 \left[\left(\frac{(\sigma - A_3)^2 - (D_3 - K_3)^2}{4} + N_1^2 + A_2^2 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2N_1 \text{Im}(b^*c) - 2A_2 \text{Re}(b^*c) \right) \sin^2(\theta) + \right. \\ &\quad \left. + (A_1^2 + N_2^2) \cos^2(\theta) + (A_1 \text{Re}(b^*c) - \right. \\ &\quad \left. - N_2 \text{Im}(b^*c)) \sin(2\theta) \right] / (\sigma + A_3 - D_3 - K_3). \quad (33) \end{aligned}$$

Для определения b_1, b_2, c_1 и c_2 необходимо добавить еще две наблюдаемые K_2 и K_1 из (12) и (13) для решения линейных уравнений относительно искомым амплитуд с использованием (25)–(27).

Введем обозначения и выразим c_1 и c_2 через b_1, b_2, L_1 и L_2 :

$$L_1 = b_1c_1 + b_2c_2 = \text{Re}(b^*c), \quad L_2 = b_1c_2 - b_2c_1 = \text{Im}(b^*c), \quad (34)$$

$$c_1 = \frac{L_1b_1 - L_2b_2}{|b|^2}, \quad c_2 = \frac{L_1b_2 + L_2b_1}{|b|^2}. \quad (35)$$

Полученные уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} K_1|b|^2 &= \left\{ (a_1L_1 + a_2L_2) \sin(\theta + \theta_2) - |b|^2d_1 \sin(\theta_2) - \right. \\ &\quad \left. - eL_2 \cos(\theta + \theta_2) \right\} b_1 + \left\{ (a_2L_1 - a_1L_2) \sin(\theta + \theta_2) - \right. \\ &\quad \left. - |b|^2d_2 \sin(\theta_2) - eL_1 \cos(\theta + \theta_2) \right\} b_2, \quad (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_2|b|^2 &= \left\{ (a_2L_2 - a_1L_1) \cos(\theta + \theta_2) - |b|^2d_1 \cos(\theta_2) - \right. \\ &\quad \left. - eL_2 \sin(\theta + \theta_2) \right\} b_1 + \left\{ (a_1L_2 + a_2L_1) \cos(\theta + \theta_2) - \right. \\ &\quad \left. - |b|^2d_2 \cos(\theta_2) - eL_1 \sin(\theta + \theta_2) \right\} b_2, \quad (37) \end{aligned}$$

Таким образом, для DRSA в лабораторной системе достаточно использовать сечение σ и 10 поляризационных наблюдаемых: $P, A_{oonn}, A_{oook}, A_{oosk}, K_{onno}, K_{osko}, K_{osso}, D_{onon}, N_{onsk}, N_{onkk}$.

Предполагая, что все 19 экспериментальных наблюдаемых из уравнений (3)–(21) могут быть измерены с достаточной точностью, мы можем выбрать из них любой полный набор.

Сначала выделим набор из 11 наиболее удобных для восстановления наблюдаемых:

$$\{\sigma, P, A_3, D_3, K_3, A_1, A_2, A_4, N_1, N_2, N_7\}. \quad (38)$$

a_1 и a_2 определены выше (22), (24). Суммируя (11) и (19), получаем:

$$\text{Re}(b^*c) = \frac{A_4 + A_2}{2}. \quad (39)$$

Вычитая из (10) выражение (18), получаем:

$$\text{Im}(b^*c) = \frac{N_1 - N_7}{2}. \quad (40)$$

Теперь можно выразить d_1 через e , умножив на $\sin(\theta)$ сумму выражений (10) и (18), и сложив с умноженным на $2 \cos(\theta)$ уравнением (8):

$$d_1 = \frac{-(N_1 + N_7) \sin(\theta) - 2N_2 \cos(\theta)}{2e}. \quad (41)$$

Выражаем d_2 через e , умножив на $\sin(\theta)$ разность выражений (19) и (11), и сложив с умноженным на $2 \cos(\theta)$ уравнением (9):

$$d_2 = \frac{(A_4 - A_2) \sin(\theta) + 2A_1 \cos(\theta)}{2e}. \quad (42)$$

Теперь находим e из (41) и (42), подставляя их в выражение $\sigma + A_3 + D_3 + K_3 = 2|d|^2$:

$$\begin{aligned} e &= \left[(\sigma + A_3 + D_3 + K_3) \left((4(A_1^2 + N_2^2) - (A_4 - A_2)^2 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (N_1 + N_7)^2) \cos(2\theta) + (4A_1(A_4 - A_2) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 4N_2(N_1 + N_7)) \sin(2\theta) + 4(A_1^2 + N_2^2) + (A_4 - A_2)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (N_1 + N_7)^2 \right)^{1/2} \right] / 2(\sigma + A_3 - D_3 - K_3). \quad (43) \end{aligned}$$

К множеству (38) добавим еще две наблюдаемые, K_1 и D_1 из (13) и (16), чтобы определить амплитуды b_1 , b_2 , c_1 и c_2 путем решения линейных уравнений с использованием (39) и (40):

$$\{\sigma, P, A_3, D_3, D_1, K_3, K_1, A_1, A_2, A_4, N_1, N_2, N_7\}. \quad (44)$$

Введем обозначения L_1 и L_2 и выразим c_1 и c_2 через b_1 , b_2 , L_1 и L_2 :

$$\begin{aligned} L_1 &= b_1 c_1 + b_2 c_2 = \frac{A_2 + A_4}{2}, \\ L_2 &= b_1 c_2 - b_2 c_1 = \frac{N_1 - N_7}{2}. \end{aligned} \quad (45)$$

Мы получаем систему линейных уравнений для b_1 и b_2 , подставляя в уравнения (13) и (16) выражения (45) и (35):

$$\begin{aligned} K_1 |b|^2 &= \left\{ (a_1 L_1 + a_2 L_2) \sin(\theta + \theta_2) - |b|^2 d_1 \sin(\theta_2) - \right. \\ &\left. - e L_2 \cos(\theta + \theta_2) \right\} b_1 + \left\{ (a_2 L_1 - a_1 L_2) \sin(\theta + \theta_2) - \right. \\ &\left. - |b|^2 d_2 \sin(\theta_2) - e L_1 \cos(\theta + \theta_2) \right\} b_2, \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} D_1 |b|^2 &= \left\{ |b|^2 a_1 \sin(\theta + \theta_2) - (d_1 L_1 + d_2 L_2) \times \right. \\ &\left. \times \sin(\theta_2) \right\} b_1 + \left\{ |b|^2 (a_2 \sin(\theta + \theta_2) - e \cos(\theta + \theta_2)) + \right. \\ &\left. + (d_1 L_1 + d_2 L_2) \sin(\theta_2) \right\} b_2. \end{aligned} \quad (47)$$

Обозначим коэффициенты при b_1 и b_2 как Q , R , S и T и решим систему уравнений:

$$Q = (a_1 L_1 + a_2 L_2) \sin(\theta + \theta_2) - |b|^2 d_1 \sin(\theta_2) - e L_2 \cos(\theta + \theta_2), \quad (48)$$

$$R = (a_2 L_1 - a_1 L_2) \sin(\theta + \theta_2) - |b|^2 d_2 \sin(\theta_2) - e L_1 \cos(\theta + \theta_2), \quad (49)$$

$$S = |b|^2 a_1 \sin(\theta + \theta_2) - (d_1 L_1 + d_2 L_2) \sin(\theta_2), \quad (50)$$

$$T = |b|^2 (a_2 \sin(\theta + \theta_2) - e \cos(\theta + \theta_2)) + (d_1 L_2 + d_2 L_1) \sin(\theta_2), \quad (51)$$

$$\begin{cases} Q b_1 + R b_2 = K_1 |b|^2 \\ S b_1 + T b_2 = D_1 |b|^2 \end{cases}, \quad (52)$$

$$b_1 = \frac{|b|^2 (D_1 R - K_1 T)}{S R - T Q}, \quad b_2 = \frac{|b|^2 (D_1 Q - K_1 S)}{T Q - S R}. \quad (53)$$

В заключение выразим коэффициенты через наблюдаемые и амплитуду e , считая, что a_1 , a_2 , d_1 , d_2 ,

e нам известны, а $|b|^2$ определен выражением $\sigma + A_3 + D_3 + K_3 = 2|b|^2$:

$$\begin{aligned} Q &= \left\{ P(A_2 + A_4) + (N_1 - N_7) \left[(e^2(\sigma + A_3 + D_3 + K_3) - \right. \right. \\ &\left. \left. - 2e^4 - 2P^2) / 2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \frac{\sin(\theta + \theta_2)}{2e} + (\sigma + A_3 + D_3 + K_3) \times \\ &\times \frac{(N_1 + N_7) \sin(\theta) + 2N_2 \cos(\theta)}{4e} \sin(\theta_2) + \\ &\quad + \frac{e(N_7 - N_1)}{2} \cos(\theta + \theta_2), \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} R &= \left\{ (A_2 + A_4) \left[(e^2(\sigma + A_3 + D_3 + K_3) - \right. \right. \\ &\left. \left. - 2e^4 - 2P^2) / 2 \right]^{\frac{1}{2}} - P(N_1 - N_7) \right\} \frac{\sin(\theta + \theta_2)}{2e} - \\ &- (\sigma + A_3 + D_3 + K_3) \frac{(A_4 - A_2) \sin(\theta) + 2A_1 \cos(\theta)}{4e} \times \\ &\quad \times \sin(\theta_2) - \frac{e(A_2 + A_4)}{2} \cos(\theta + \theta_2), \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} S &= \left\{ 4(\sigma + A_3 + D_3 + K_3) P \sin(\theta + \theta_2) - \left[((N_1 + N_7) \times \right. \right. \\ &\times \sin(\theta) + 2N_2 \cos(\theta))(A_2 + A_4) + ((A_4 - A_2) \sin(\theta) + \\ &\quad \left. + 2A_1 \cos(\theta))(N_1 - N_7) \right] \sin(\theta_2) \right\} / 4e, \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} T &= \left(\left[(e^2(\sigma + A_3 + D_3 + K_3) - 2e^4 - 2P^2) / 2e^2 \right]^{\frac{1}{2}} \times \right. \\ &\times \sin(\theta + \theta_2) - e \cos(\theta + \theta_2) \left. \right) (\sigma + A_3 + D_3 + K_3) + \\ &+ \left\{ \left[((N_7^2 - N_1^2) + (A_4^2 - A_2^2)) \sin(\theta) + 2(N_2(N_7 - N_1) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + A_1(A_2 + A_4)) \cos(\theta) \right] \sin(\theta_2) \right\} / 4e. \end{aligned} \quad (57)$$

Остается найти b_1 и b_2 , подставляя Q , R , S и T в выражение (52). А затем определить c_1 и c_2 из уравнения (35).

Таким образом, мы получаем модельно независимо все девять амплитуд из 12 спиновых наблюдаемых P , A_{oonn} , A_{ookk} , A_{oosk} , A_{ooss} , K_{onno} , K_{osko} , D_{osok} , D_{onon} , N_{onsk} , N_{onkk} , N_{onks} и сечения σ без каких-либо неоднозначностей.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Определены наборы спиновых наблюдаемых для безмодельного восстановления амплитуд протон-протонного упругого рассеяния для двух конфигураций экспериментальной установки. Наиболее удобный с точки зрения математического аппарата набор состоит из 13 спиновых наблюдаемых.

Этот набор включает дифференциальное сечение, анализирующую способность, спиновые корреляции, а также наблюдаемые, требующие измерения поляризации протона отдачи.

Наборы этих наблюдаемых могут быть использованы для прямого восстановления амплитуд нуклон-нуклонного упругого рассеяния не только на ускорителе У-70, но и в других экспериментах по изучению спиновых эффектов на фиксированной мишени. Однако необходима дополнительная оценка точности измерений, требуемой для анализа спиновых наблюдаемых в каждом конкретном эксперименте, с учетом параметров пучка, мишени и поляриметра.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в НИЦ КИ-ИФВЭ при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-12-00164).

Работа поддержана и частично профинансирована Министерством науки и высшего образования РФ, проект “Новые явления в физике элементарных частиц и ранней Вселенной” № FSWU-2023-0073.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы декларируют отсутствие конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. C. Lechanoine-Leluc and F. Lehar, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 47 (1993), doi: 10.1103/RevModPhys.65.47
2. E. Aprile, C. Eisenegger, R. Hausammann, E. Heer, R. Hess, C. Lechanoine-Leluc, W. R. Leo, S. Morenzoni, Y. Onel, D. Rapin, and S. Mango, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 1047 (1981).
3. M. W. McNaughton, S. Penttila, K. H. McNaughton, P. J. Riley, D. L. Adams, B. J. Bystricky, E. Gulmez, and A. G. Ling, *Phys. Rev. C* **41**, 2809 (1990), doi: 10.1103/PhysRevC.41.2809
4. F. Arash, M. J. Moravcsik, and G. Goldstein, *Phys. Rev. D* **32**, 74 (1985), doi: 10.1103/PhysRevD.32.74
5. R. Hausammann, E. Heer, R. Hess, C. Lechanoine-Leluc, W. R. Leo, Y. Onel, and D. Rapin, *Phys. Rev. D* **40**, 22 (1989), doi: 10.1103/PhysRevD.40.22
6. C. D. Lac, J. Ball, J. Bystricky, J. Deregél, F. Lehar, A. de Lesquen, L. van Rossum, J. M. Fontaine, F. Perrot, and P. Winternitz, *J. Phys. France* **51**, 2689 (1990).
7. J. Bystricky, C. Lechanoine-Leluc, and F. Lehar, *Eur. Phys. J. C* **4**, 607 (1998), doi: 10.1007/s100520050231
8. M. Matsuda, H. Suemitsu, and M. Yonezawa, *Phys. Rev. D* **33**, 2563 (1986), doi: 10.1103/PhysRevD.33.2563
9. V. V. Abramov, I. L. Azhgirey, A. A. Borisov, S. I. Bukreeva, A. N. Vasiliev, V. I. Garkusha, Yu. M. Goncharenko, A. M. Gorin, A. A. Derevshchikov, V. N. Zapolsky, A. N. Isaev, N. K. Kalugin, V. A. Kachanov, A. S. Kozhin, A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, et al., *Phys. Part. Nucl.* **54**, 69 (2023), doi: 10.1134/S1063779623010021
10. P. A. Semenov, A. A. Bogdanov, S. I. Bukreeva, M. A. Chetvertkov, V. A. Chetvertkova, V. I. Garkusha, A. P. Meshchanin, V. V. Mochalov, S. B. Nurushev, M. B. Nurusheva, M. F. Runtso, A. V. Ridiger, V. L. Rykov, S. V. Ryzhikov, M. N. Strikhanov, A. N. Vasiliev, et al., *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.* **40**, 1660086 (2016), doi: 10.1142/S2010194516600867
11. A. A. Bogdanov, M. A. Chetvertkov, V. A. Chetvertkova, V. I. Garkusha, A. P. Meshchanin, V. V. Mochalov, M. B. Nurusheva, S. B. Nurushev, A. V. Ridiger, V. L. Rykov, P. A. Semenov, M. N. Strikhanov, A. N. Vasiliev, and V. N. Zapolsky, *J. Phys.: Conf. Ser.* **678**, 012034 (2016), doi: 10.1088/1742-6596/678/1/012034
12. V. V. Abramov, A. A. Bogdanov, M. A. Chetvertkov, V. A. Chetvertkova, V. V. Mochalov, V. V. Moiseev, K. D. Novikov, S. B. Nurushev, M. B. Nurusheva, V. A. Okorokov, P. A. Semenov, M. N. Strikhanov, and A. N. Vasiliev, *J. Phys.: Conf. Ser.* **938**, 012006 (2017), doi: 10.1088/1742-6596/938/1/012006
13. M. Biroth, P. Achenbach, E. Downie, and A. Thomas (for the A2 Collab.), *PoS (PSTP2015) 005* (2016), doi: 10.22323/1.243.0005
14. J. Bystricky, F. Lehar, and P. Winternitz, *J. Phys. France* **39**, 1 (1978), doi: 10.1051/jphys:019780039010100
15. A. A. Bogdanov, V. A. Chetvertkova, A. V. Kozelov, V. P. Ladygin, V. Mochalov, M. B. Nurusheva, V. A. Okorokov, M. F. Runtso, and A. N. Vasiliev, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1435**, 012044 (2020), doi: 10.1088/1742-6596/1435/1/012044

FEASIBILITY OF MODEL-INDEPENDENT RECONSTRUCTION OF THE AMPLITUDES OF THE pp ELASTIC SCATTERING MATRIX AT THE SPASCHARM FACILITY AT U-70

M. B. Nurusheva¹⁾, A. A. Bogdanov^{1),2)}, V. P. Ladygin³⁾, V. V. Mochalov^{1),4)}, V. V. Moiseev⁴⁾,
P. A. Semenov^{1),4)}

¹⁾*National Research Nuclear University “MEPhI”, Moscow, Russia*

²⁾*School of Cooperation, Moscow, Russia*

³⁾*Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia*

⁴⁾*NRC “Kurchatov institute” — IHEP, Protvino, Russia*

The main goal of the SPASCHARM experiment is the systematic study of spin phenomena at intermediate energies. For this purpose, it is planned to create a beam of polarized protons and antiprotons. The research includes, among other things, the study of elastic scattering. Some of the required equipment for polarimetry is planned to be used to study also elastic scattering immediately after the creation of such a channel. In this work, a set of observables necessary for model-free reconstruction of elastic proton-proton scattering amplitudes is investigated and determined.

ФЕНОМЕНОЛОГИЯ БОЛЬШОЙ МНОЖЕСТВЕННОСТИ В ЛЕПТОННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

© 2024 г. Н. Барлыков^{1,2)}, В. Дудин^{1,2)}, Е. С. Кокоулина^{1,3)*}, В. А. Никитин¹⁾

Поступила в редакцию 09.11.2023 г.; после доработки 09.11.2023 г.; принята к публикации 09.11.2023 г.

Интерес к изучению процессов множественного рождения в лептонных и адронных взаимодействиях не снижается. Развитие теории сильных взаимодействий, квантовой хромодинамики позволяет описать эти взаимодействия на уровне кварков и глюонов. Переход от партонных к наблюдаемым адронам на стадии адронизации крайне затруднителен. В работе представлена модель глюонной доминантности, описывающая множественное рождение вторичных частиц, включающая стадию адронизации. Эта модель применяется к описанию e^+e^- -аннигиляции. Она подтверждает активную роль глюонной компоненты в образовании вторичных частиц, свидетельствует о фрагментационном механизме адронизации, происходящей в вакууме, описывает экспериментальные данные по распределениям множественности.

DOI: 10.31857/S0044002724040032, EDN: JNLSZE

1. ВВЕДЕНИЕ

В процессе множественного рождения (МР) при взаимодействии начальных частиц a и b рождается две и более частицы (c_1, c_2, \dots, c_n) : $a + b \rightarrow c_1 + c_2 + \dots + c_n$. Число n называется множественностью. Вторичные частицы могут быть как заряженными, так и нейтральными. Измеренная в эксперименте средняя множественность заряженных частиц \bar{n}_{ch} с увеличением энергии растет (примерно) логарифмически (черта сверху означает усреднение). Первые исследования множественных процессов (МП) были выполнены на космических лучах. В дальнейшем эти процессы стали изучаться на ускорителях, энергия которых постоянно повышалась.

Для понимания механизма множественного рождения начали разрабатываться феноменологические модели [1]. В семидесятых годах прошлого века появляется теория сильных взаимодействий, квантовая хромодинамика (КХД), описывающая процесс рассеяния на языке структурных составляющих адронов, кварков и глюонов [2]. Область ее применимости ограничивается жесткими процессами, где константа связи крайне мала, в области же адронизации (фрагментация кварков и глюонов в наблюдаемые адроны) применение ТВ КХД уже затруднительно.

Исследование МП продолжилось с измерением топологических сечений σ_n в электрон-позитронной аннигиляции. Отношение σ_n/σ_{in} , где $\sigma_{in} = \sum_n \sigma_n$ есть полное неупругое сечение, называется распределением по множественности (РМ). С точки зрения КХД

процесс e^+e^- -аннигиляции в адроны является “чистым”, в отличие от адронных соударений, в которых наряду с валентными кварками имеются многочисленные глюоны.

Важными характеристиками МР являются факториальные $F_k = \sum_{n=k}^{\infty} n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)$ и кумулятивные $K_k = F_k - \sum_{i=1}^{k-1} C_{k-1}^i K_{k-i} F_i$ моменты и их отношение $H_k = K_k/F_k$. Экспериментальные данные [3] указывают, что второй корреляционный момент, определяемый выражением

$$f_2 = F_2 - (F_1)^2 = \overline{n(n-1)} - \bar{n}^2 = D_2 - \bar{n} \quad (1)$$

(D_2 – дисперсия РМ), в этих процессах принимает отрицательные значения при низких энергиях и меняет знак на положительный в области высоких. Предполагая, что при низких энергиях преобладает адронизация и кварк-глюонный каскад еще не достаточно развит, нами был сделан выбор для описания этой стадии распределением Бернулли (биномиальным), для которого f_2 всегда отрицателен [4].

Конволюция кварк-глюонного каскада и адронизации при условии мягкого обесцвечивания позволяет рассчитать РМ адронов. Двухстадийная модель, объединяющая обе эти стадии, названа нами моделью глюонной доминантности (МГД) [4]. Сравнение ее с экспериментальными данными подтверждает фрагментационный механизм адронизации и гипотезу локальной партон-адронной дуальности для e^+e^- -аннигиляции.

Согласно КХД распад тяжелых кваркониев $\Upsilon(9.46)$ и $\Upsilon(10.02)$ в адроны происходит через три глюона. Применение МГД позволяет оценить среднее число адронов, образующихся при их распаде и среднюю множественность в e^+e^- -аннигиляции при той же энергии. Рассчитанная в модели разность этих сред-

¹⁾ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾ Институт ядерной физики, Алматы, Казахстан.

³⁾ Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Гомель, Беларусь.

* E-mail: kokoulina@jinr.ru

них множественностей хорошо согласуется с разностью экспериментальных данных [5].

Мягкие глюоны, энергия которых не позволяет фрагментировать в наблюдаемые адроны, перерассеиваются на кварках $q + g \rightarrow q + \gamma$ с образованием мягких (менее 50 МэВ) фотонов. Их повышенный выход наблюдается в e^+e^- -аннигиляции и в адронных соударениях при разной энергии [6].

2. e^+e^- -АННИГИЛЯЦИЯ В ДВУХСТАДИЙНОЙ МОДЕЛИ

Развитие МГД началось с построения модели МР для процессов e^+e^- -аннигиляции. В соответствии с КХД аннигиляция электрона и позитрона в адроны происходит через виртуальный фотон или Z^0 -бозон с рождением кварк-антикварковой пары, фрагментирующей через кварк-глюонный каскад в адроны

$$e^+e^- \rightarrow \gamma(Z^0) \rightarrow q\bar{q} \rightarrow (q, \bar{q}, g) \rightarrow h_1 + h_2 + \dots + h_n.$$

Изучение e^+e^- -аннигиляции является более простым по сравнению с адронными взаимодействиями, в которых наряду с кварками одновременно возникают глюоны, что усложняет описание процесса множественного рождения.

На первой стадии этого процесса, называемой кварк-глюонным каскадом, возможны следующие элементарные процессы: а) $q(\bar{q})$ испускает тормозной глюон ($q(\bar{q}) \rightarrow q(\bar{q}) + g$), родившийся глюон б) делится на два глюона ($g \rightarrow g + g$), или в) глюон образует кварк-антикварковую пару ($g \rightarrow q + \bar{q}$). На этой стадии константа сильного взаимодействия значительно меньше 1.

Предполагается, что кварк-глюонный каскад прекращается, когда энергия продуктов деления уменьшается до некоторого минимального значения (~ 1 ГэВ), и наступает вторая стадия, называемая адронизацией. Партоны (кварки и глюоны), как цветные объекты, в свободном виде не наблюдаются. Вследствие конфайнмента происходит их обесцвечивание и образование наблюдаемых адронов.

Описание первой стадии в главном логарифмическом приближении впервые было выполнено в работах [7, 8]. В [8] для элементарных процессов введены вероятности: а) $A\Delta Y$, б) $\tilde{A}\Delta Y$ и в) $B\Delta Y$, где $Y = 1/(2\pi b) \log[1 + ab \log Q^2/\mu^2]$ — эволюционный параметр, и получены их оценки: $A = \frac{C_A}{\epsilon}$, $\tilde{A} = \frac{C_F}{\epsilon}$, $B = \frac{2T_F}{3}$, где C_A , C_F , T_F — КХД-константы, ϵ — параметр обрезания ($\epsilon \ll 1$).

Аналитические выражения для расчета РМ партонов на первой стадии были записаны на языке производящих функций как марковские ветвящиеся процессы [8], и из них получено РМ для кварковой (антикварковой) струи, известное как отрицательное биномиальное распределение (ОБР) или

Поя-Эгенбергера

$$P_m^q = \frac{k_p(k_p + 1) \dots (k_p + m - 1)}{m!} \times \left(\frac{\bar{m}}{\bar{m} + k_p} \right)^m \left(\frac{k_p}{\bar{m} + k_p} \right)^{k_p}, \quad (2)$$

где m — множественность глюонов, \bar{m} — ее среднее значение, $k_p(Y) = \tilde{A}/A$. Производящая функция для этого распределения имеет вид

$$Q^q(Y, z) = \left[1 + \frac{\bar{m}}{k_p}(1 - z) \right]^{-k_p}. \quad (3)$$

Полученное РМ в глюонной струе соответствует распределению Фарри [8]

$$P_m^g = \frac{1}{\bar{m}} \left(1 - \frac{1}{\bar{m}} \right)^{m-1}. \quad (4)$$

Описание второй стадии в КХД затруднительно. Выбор РМ для адронизации основывается на экспериментальных данных [3], а именно, знаке второго корреляционного момента f_2 (1). При низких энергиях он отрицательный, с ее ростом он становится положительным. Очевидно, что при низких энергиях кварк-глюонный каскад развит слабо, а адронизация является доминирующей в этой области. Поэтому РМ на этой стадии может иметь только отрицательное значение f_2 . Наиболее известным дискретным распределением с отрицательным вторым корреляционным моментом является биномиальное или Бернулли

$$P_n = C_N^n p^n (1 - p)^{N-n}, \quad (5)$$

где C_N^n — биномиальный коэффициент, N — максимальное число испытаний, p — вероятность "успеха" в отдельном испытании. Производящая функция для этого распределения $Q(z) = (1 + pz - p)^N$, и $f_2 = -Np^2 < 0$ всегда отрицателен [4]. Для распределения Пуассона $f_2 \equiv 0$. Биномиальное распределение уже Пуассона.

В феноменологической модели адронизации введены параметры N_P и \bar{n}_P^h как максимальное число адронов, которое может родиться из партона P ($P = q, g$) на второй стадии и их средняя множественность соответственно. Их отношение определяет вероятность рождения одного адрона партоном P . Модель упрощается, если предположить приближенное равенство вероятностей рождения одного адрона любым партоном (q, g): $\bar{n}_q^h/N_q \approx \bar{n}_g^h/N_g = \alpha$. Глюоны, фрагментирующие в адроны, мы называем "активными".

Нами предполагается мягкое обесцвечивание, при котором адроны уносят те же импульсы, что и их цветные родители. Составляя конволюцию двух стадий, qg -каскада и адронизации, после некоторых преобразований получаем выражения для производящей

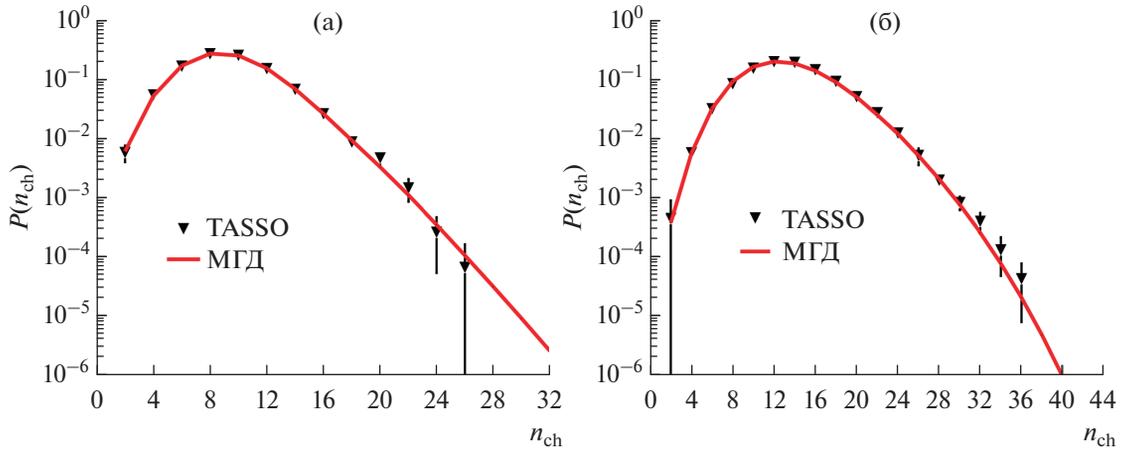


Рис. 1. Описание экспериментальных РМ (▼) [9] в модели [4] (линия) при энергии 14 ГэВ (а) и при 34 ГэВ (б).

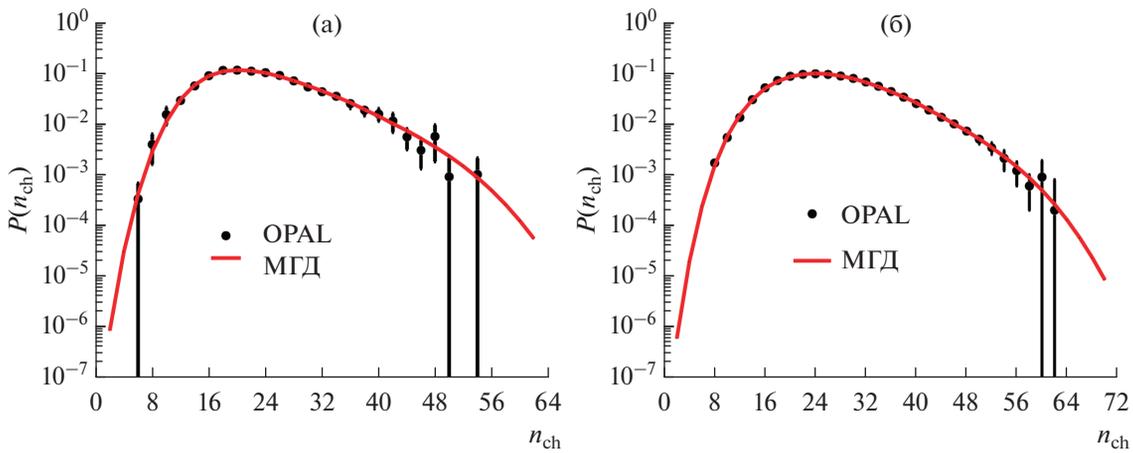


Рис. 2. Описание экспериментальных РМ (●) [11] в модели [4] (линия) при энергии 133 ГэВ (а) и при 189 ГэВ (б).

функции и РМ [4] адронов

$$Q(z) = \sum_m P_m \left[1 + \frac{\bar{n}^h}{N}(z-1) \right]^{(2+am)N}, \quad (6)$$

и

$$P_n(Y) = \Omega \sum_{m=0}^{M_g} P_m C_{(2+am)N}^n \times \left(\frac{\bar{n}^h}{N} \right)^n \left(1 - \frac{\bar{n}^h}{N} \right)^{(2+am)N-n}. \quad (7)$$

В выражении (7) введены нормировочный множитель Ω и верхний предел суммирования по числу глюонов в каскаде M_g . Величина $(2 + \alpha M_g)N$ определяет максимальное число заряженных адронов, которое может образоваться на второй стадии из M_g активных глюонов.

Эта модель была впервые применена для описания доступных в 80-х гг. экспериментальных данных при 9 и 30 ГэВ. Их было недостаточно для исчерпываю-

щего исследования параметров модели. В последующие годы были построены e^+e^- -ускорители (PETRA, КЕК, РЕР и LEP), которые позволили продвинуться по энергии до 200 ГэВ. Экспериментальные данные [9–11] хорошо описываются формулой (7) во всем доступном интервале энергий. Это проиллюстрировано на рис. 1, 2 для РМ при 14, 34, 133 и 189 ГэВ, включая область большой множественности. Эта модель описала 18 экспериментальных РМ, в частности, при больших значениях множественности, и позволила проанализировать поведение ее параметров в интервале от 14 до 189 ГэВ.

Выражение для f_2 рассчитывается с помощью производящей функции (6):

$$f_2 = \partial^2 Q / \partial z^2 |_{z=1} - [\partial Q / \partial z |_{z=1}]^2 = \left[\alpha^2 \frac{\bar{m}^2}{k_p} + \alpha^2 \bar{m} - \frac{2 + \alpha \bar{m}^2}{N} \right] (\bar{n}^h)^2. \quad (8)$$

Описание выражением (7) 18 экспериментальных РМ оценивает параметры: $\alpha \sim 0.2$ и $k_p \sim 10$ [4]. При низких энергиях qg -каскад не развит, средняя множе-

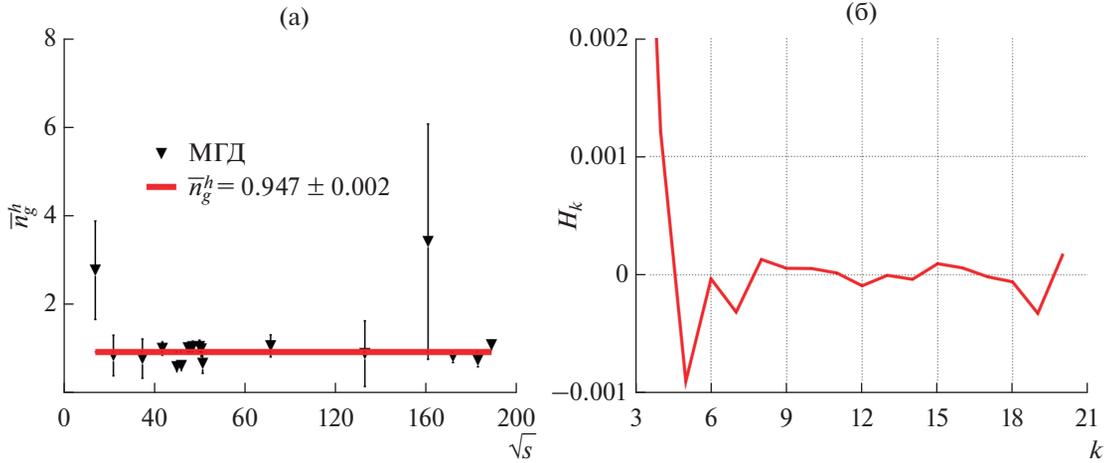


Рис. 3. (а) – зависимость параметра \bar{n}_g^h от энергии, (б) – отношение моментов H_k как функция ранга k .

ственность глюонов $\bar{m} \ll 1$, поэтому в (8) доминирует последнее слагаемое, и $f_2 < 0$. С увеличением энергии растет \bar{m} , и превалируют положительные слагаемые, что приводит к изменению знака f_2 .

Двухстадийная модель (МГД) применена к трехглюонному распаду тяжелых кварконий $\Upsilon(9.46)$ и $\Upsilon(10.02)$ [12] в адроны. Производящая функция для РМ адронов в этом процессе представляет собой конволюцию распределений Фарри (глюонный каскад) и Бернулли (адронизация), которая позволяет описать экспериментальные РМ [13] выражением

$$P_n(s) = \sum_{m=3}^M \frac{(m-1)(m-2)}{2(\bar{m}/3)^3} \left(1 - \frac{1}{\bar{m}/3}\right)^{m-3} \times \\ \times C_{mN_g}^n \left(\frac{n_g^h}{N_g}\right)^n \left(1 - \frac{n_g}{N_g}\right)^{mN_g-n}.$$

Средняя множественность адронов в этом распаде $\bar{n}^Y = \bar{m}\bar{n}_g^h$. Среднее число адронов, образующееся в e^+e^- -аннигиляции, соответствующее РМ (7) в той же энергетической области, равно $\bar{n}(s) = (2 + \alpha\bar{m})\bar{n}^h$. Разность этих двух значений в МГД $\Delta\bar{n}(s) = [\alpha(\bar{m}' - \bar{m}_q) - 3(\alpha - 2/3)]\bar{n}_q^h$. Подставляя в эту разность найденные параметры модели, получаем $\Delta\bar{n}(s) \approx 0.8$, что хорошо согласуется с разностью экспериментальных значений [12], $\Delta\bar{n}_{\text{exp}}(s) \approx 0.8$.

Наиболее важный результат, полученный из анализа параметров модели, это примерное постоянство параметра адронизации \bar{n}_g^h (рис. 3а), который определяет среднее число адронов, образующихся из одного глюона на этой стадии: $\bar{n}_g^h \approx 0.947 \pm 0.002$ при $\chi^2/\text{ndf} = 2$ (рис. 3а).

Для устранения трудности в КХД при переходе от партонов к адронам была предложена гипотеза локальной партон-адронной дуальности (ЛоПАД), согласно которой отношение средней адронной множественности к партонной $\bar{n}(s)/(2 + \bar{m}_q) \sim 1$. Это предположение основывалось на экспериментальных дан-

ных. Наша модель согласуется с этой гипотезой.

В e^+e^- -аннигиляции адронизация реализуется в вакууме, при этом в каскаде преобладает излучение тормозных глюонов ($k_p > 1$). Такой механизм адронизации называется фрагментационным, параметр глюона \bar{n}_g^h для него близок к 1.

Отношения факториальных моментов старших порядков H_k от ранга k , рассчитанные в МГД, представлены на рис. 3б. За их осцилляции и минимум при $k = 5$ ответственна стадия адронизации. Это же наблюдается в эксперименте [14].

В рамках МГД выполнены расчеты РМ в процессах e^+e^- -аннигиляции и в распаде тяжелых кварконий, акцентируя внимание на область большой множественности. Результаты, полученные при описании данных по РМ, указывают на фрагментационный механизм адронизации, активную роль глюонов в процессах МР, логарифмический рост числа активных глюонов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. E. M. Henley and A. Garcia, *Subatomic Physics, 3rd Ed* (University of Washington, USA, World Scientific, 2010), 620 p.
2. Yu. L. Dokshitzer, *QCD Phenomenology. Lectures at the CERN-Dubna school* (Pylos, August 2002).
3. J. G. Rushbrooke and B. R. Webber, *Phys. Rep.* **44**, 1 (1978).
4. E. S. Kokouline, in *Proceedings of the XXXII International Symposium on Multiparticle Dynamics, Alushta, 2002* (World Scientific, 2002), P. 340.
5. F. H. Heimlich et al. (DESY-Hamburg-Heidelberg-Mubich Collab.), *Phys. Lett. B* **86**, 399 (1979).
6. J. Abdallah et al. (DELPHI Collab.), *Eur. Phys. J. C* **67**, 273 (2006).
7. K. Konishi, A. Ukawa, G. Veneziano, *Nucl. Phys. B* **157**, 45 (1979).
8. A. Giovannini, *Nucl. Phys. B* **161**, 429 (1979).

- | | |
|---|--|
| <p>9. W. Braunschweig et al. (TASSO Collab.), <i>Z. Phys. C</i> 45, 193 (1989).</p> <p>10. H. W. Zgeng et al. (AMY Collab.), <i>Phys. Rev.</i> 42, 737 (1990).</p> <p>11. P. D. Acton et al. (OPAL Collab.), <i>Z. Phys. C</i> 53, 539 (1992).</p> | <p>12. E. S. Kokoulina, V.I. Kuvshinov, <i>Izv. VUZov. Fizika</i> 9, 78 (1985).</p> <p>13. Ch. Berger et al., <i>Phys. Lett. B</i> 76, 243 (1978).</p> <p>14. P. Abreu et al. (DELPHI Collab.), <i>Z. Phys. C</i> 52, 271 (1991).</p> |
|---|--|

PHENOMENOLOGY OF HIGH MULTIPLICITY IN LEPTON INTERACTIONS

N. Barlykov^{1),2)}, V. Dudin^{1),2)}, E. S. Kokoulina^{1),3)}, V. A. Nikitin¹⁾

¹⁾*JINR, Dubna, Moscow Region, Russia*

²⁾*INP, Almaty, Kazakhstan*

³⁾*GSTU, Gomel, Belarus*

Interest to processes of multiparticle production in lepton and hadron interactions is not decreased. Development of strong interaction theory, quantum chromodynamics, allows describing of these interactions at the quark-gluon level. Transit from partons to observable hadrons at the hadronization stage is extremely difficult. This paper presents the gluon dominance model that describes multiparticle production of secondary particles including the hadronization stage. This model is applied to the description of e^+e^- -annihilation. It confirms the active role of the gluon component at the secondary particle formation, evidences about fragmentation mechanism of hadronization, which is realized in vacuum, describes multiplicity distribution data.

РОЖДЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ J/ψ -МЕЗОНОВ В НРКХД И ОБОБЩЕННОЙ ПАРТОННОЙ МОДЕЛИ

© 2024 г. А. В. Карпишков^{1,2),*}, В. А. Салеев^{1,2),**}, К. К. Шилияев^{1),***}

Поступила в редакцию 18.12.2023 г.; после доработки 18.12.2023 г.; принята к публикации 18.12.2023 г.

В статье изучается рождение поляризованных J/ψ -мезонов при энергиях коллайдера NICA ($\sqrt{s} = 27$ ГэВ) в обобщенной партонной модели (ОПМ) в лидирующем порядке теории возмущений квантовой хромодинамики. Адронизация пары $c\bar{c}$ -кварков в J/ψ -мезон описывается в модели нерелятивистской квантовой хромодинамики (НРКХД). Непертурбативные параметры моделей фиксируются из сравнения с имеющимися экспериментальными данными по рождению прямых J/ψ -мезонов, полученными при энергиях $\sqrt{s} = 19.4$ ГэВ (NA3) и $\sqrt{s} = 200$ ГэВ (PHENIX).

DOI: 10.31857/S0044002724040046, EDN: JNKUNF

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших процессов в программе исследований эксперимента SPD NICA является рождение J/ψ -мезонов [1]. Планируется использовать процесс прямого рождения J/ψ как источник информации для изучения зависящих от поперечного импульса глюонных функций распределения (ГФР) в протоне, в том числе, в столкновениях линейно или поперечно поляризованных протонов. В модели факторизации, зависящей от поперечного импульса (TMD-factorization), наряду с обычной партонной плотностью $f_1^g(x, \mu, k_T)$ необходимо учитывать различные, зависящие от спина партона и протона, неколлинеарные ГФР [2]. В неполяризованном протоне это функция Бурра–Малдерса $h_1^{\perp g}(x, \mu, k_T)$, которая описывает линейно поляризованные глюоны. Для ее экспериментального изучения необходимо прецизионное теоретическое описание спектра рождения J/ψ -мезонов в области малых поперечных импульсов [3]. Рождение пары $c\bar{c}$ -кварков может быть рассчитано с контролируемой точностью в рамках теории возмущений по константе сильного взаимодействия квантовой хромодинамики (КХД), но для описания непертурбативного процесса адронизации необходимо использовать модельный подход. Наиболее теоретически обоснованной моделью адронизации тяжелых кваркониев является подход нерелятивистской квантовой хромодинамики (НРКХД) [4]. В данной работе мы исследуем, насколько точно могут быть описаны p_T -спектры прямых J/ψ -мезонов в протон-

протонных столкновениях при энергиях $\sqrt{s} = 20$ –30 ГэВ в НРКХД и обобщенной партонной модели (ОПМ) [5], феноменологически учитывающей зависимость ГФР от поперечного импульса глюона. Впервые проведен расчет спектров рождения поляризованных J/ψ в НРКХД и ОПМ, что является дополнительным тестом модели адронизации.

2. МОДЕЛИ ФАКТОРИЗАЦИИ И АДРОНИЗАЦИИ

2.1. Факторизация в рамках обобщенной партонной модели

Простейшей феноменологической реализацией TMD-факторизации является ОПМ. В ОПМ 4-импульсы начальных партонов $q_1^\mu = x_1 p_1^\mu + y_1 p_2^\mu + q_{1T}^\mu$ и $q_2^\mu = x_2 p_2^\mu + y_2 p_1^\mu + q_{2T}^\mu$ (где $q_{iT}^\mu = (0, \mathbf{q}_{iT}, 0)$) содержат ненулевую поперечную компоненту, но находятся на массовой поверхности $(q_i)^2 = 0$. Это позволяет использовать инвариантные матричные элементы (МЭ), полученные в коллинеарной партонной модели (КПМ). При этом должно выполняться условие $y_i = \mathbf{q}_{iT}^2 / (s x_i) \ll x_i$, которое обеспечивается [6] большой массой чармония M_c , которая определяет энергетический масштаб μ , много больший поперечного импульса мезона $\mu = \sqrt{p_T^2 + M_c^2} \gg p_T$. Кроме этого, средний квадрат поперечного импульса начальных партонов должен быть меньше этого масштаба $\langle q_T^2 \rangle \simeq 1 \text{ ГэВ}^2 \ll \mu^2$.

Несмотря на то, что факторизация ОПМ не имеет формального доказательства, в ряде работ было показано [7–9], что ее можно применять для описания процессов, имеющих один жесткий энергетический масштаб, например, процессов одиночного рождения тяжелых кваркониев с малыми поперечными импульсами [10].

¹⁾ Самарский национальный исследовательский университет, Самара, Россия.

²⁾ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

* E-mail: karpishkoff@gmail.com

** E-mail: saleev@samsu.ru

*** E-mail: kirill.k.shilyaev@gmail.com

В рамках ТМД-подхода адронное сечение факторизуется на зависящие от поперечного импульса партонные функции распределения (ТМД-ПФР) i -го начального партона $F_i(x_i, \mu_F^2, q_{iT})$ и жесткий коэффициент рассеяния $d\hat{\sigma}$ следующим образом:

$$d\sigma(pp \rightarrow CX) = \sum_{a,b} \int dx_1 \int d^2q_{1T} F_a(x_1, \mu_F^2, q_{1T}) \times \\ \times \int dx_2 \int d^2q_{2T} F_b(x_2, \mu_F^2, q_{2T}) d\hat{\sigma}, \quad (1)$$

в нашем случае партонное сечение $d\hat{\sigma}$ описывает процессы $gg(q\bar{q}) \rightarrow C$, $gg(q\bar{q}) \rightarrow C + g$.

В ОПМ ТМД-ПФР записываются в факторизованном виде:

$$F_a(x_1, \mu_F^2, q_T) = f_a(x, \mu_F^2) G_a(q_T), \quad (2)$$

где $f_a(x, \mu_F^2)$ – коллинеарная ПФР партона «а». Функция $G_a(q_T)$ выбирается в виде гауссовского распределения [11] начального поперечного импульса партона «а» $G_a(q_T) = \exp[-q_T^2 / \langle q_T^2 \rangle_a] / (\pi \langle q_T^2 \rangle_a)$ с нормировочным условием $\int d^2q_T G_a(q_T) = 1$. Таким образом, ОПМ имеет один свободный параметр $\langle q_T^2 \rangle_a$ – средний квадрат поперечного импульса начального партона. В нашей работе мы извлекали его фитированием экспериментальных данных коллабораций NA3 [12] и PHENIX [13].

2.2. Рождение поляризованных чармониев в модели НРКХД

Стандартным инструментом по изучению рождения тяжелых кваркониев является НРКХД. За счет малого параметра – относительной скорости пары тяжелых кварков $v \sim \alpha_s(M_C) \sim 1/\ln M_C$ – представляется возможным осуществить разложение волновой функции кваркония в ряд теории возмущений по различным фоковским состояниям [4].

НРКХД позволяет разделить динамику на больших и малых расстояниях путем факторизации сечения рождения кваркония в виде

$$d\hat{\sigma}(ab \rightarrow CX) = \sum_n d\hat{\sigma}(ab \rightarrow c\bar{c}[n]X) \langle \mathcal{O}^C[n] \rangle,$$

где $d\hat{\sigma}$ – жесткое сечение рождения $c\bar{c}$ -пары в определенном фоковском состоянии (n нумерует наборы квантовых чисел орбитального момента, спина, полного момента и цвета), а $\langle \mathcal{O}^C[n] \rangle$ – соответствующие непертурбативные матричные элементы (НМЭ). НМЭ синглетных по цвету состояний могут быть рассчитаны в потенциальных моделях тяжелых кваркониев [14], октетные НМЭ извлекаются из экспериментальных данных.

J/ψ -мезон, основное триплетное по спину состояние, может рождаться за счет прямого рождения и через распад возбужденных состояний: $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi + \gamma$ и $\psi(2S) \rightarrow J/\psi + X$.

В современной физике высоких энергий описание процессов рождения поляризованных J/ψ является открытой проблемой. Информацию о поляризации J/ψ извлекают из угловых распределений лептонов в распаде $J/\psi \rightarrow l\bar{l}$. Вид углового распределения зависит от выбора системы координат [15]. В так называемой спиральной системе отсчета поляризация кваркония описывается с помощью параметра λ :

$$\lambda(p_T) = \frac{\sigma_T - 2\sigma_L}{\sigma_T + 2\sigma_L} = \frac{\sigma - 3\sigma_L}{\sigma + \sigma_L}, \quad (3)$$

где σ_T и σ_L – соответственно сечения рождения поперечно и продольно поляризованного J/ψ -мезона, а σ – сечение рождения неполяризованного J/ψ .

Вклад возбужденных состояний чармония в сечение рождения продольно поляризованного J/ψ описывается следующей формулой [16]:

$$\sigma_L^{J/\psi} = \sigma_L^{J/\psi, \text{ прямое}} + \sigma_L^{\chi_{cJ}} + \sigma_L^{\psi'} + \sigma_L^{\psi' \rightarrow \chi_{cJ}},$$

где σ_L^C – сечение рождения соответствующего состояния чармония C с последующим распадом в продольно поляризованный J/ψ -мезон.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

В работе рассмотрено рождение поляризованных и неполяризованных J/ψ -мезонов в НРКХД как с учетом синглетных по цвету, так и октетных промежуточных состояний. Для описания рождения синглетных по цвету состояний мы использовали следующие НМЭ [17]: $\langle \mathcal{O}^{J/\psi} [{}^3S_1^{(1)}] \rangle = 1.3 \text{ ГэВ}^3$, $\langle \mathcal{O}^{\psi'} [{}^3S_1^{(1)}] \rangle = 0.65 \text{ ГэВ}^3$ и $\langle \mathcal{O}^{\chi_{c0}} [{}^3P_0^{(1)}] \rangle = 0.089 \text{ ГэВ}^5$. Значения октетных НМЭ извлекались из данных коллабораций PHENIX ($\sqrt{s} = 200 \text{ ГэВ}$) [13] и NA3 ($\sqrt{s} = 19.4 \text{ ГэВ}$) [12]. Стоит отметить, что вклады состояний ${}^1S_0^{(8)}$ и ${}^3P_0^{(8)}$ трудно поддаются разделению с хорошей точностью. Поэтому фитировалась только их линейная комбинация

$$M_7^{J/\psi} = \langle \mathcal{O}^{J/\psi} [{}^1S_0^{(8)}] \rangle + 7 \cdot \langle \mathcal{O}^{J/\psi} [{}^3P_0^{(8)}] \rangle / m_c^2,$$

где $m_c = M_{J/\psi}/2$ – масса конститuentного c -кварка. Поскольку в наших вычислениях мы учитывали процессы с глюонами и кварками в начальных состояниях, то из тех же экспериментальных данных извлекались и параметры $\langle q_T^2 \rangle_g$ и $\langle q_T^2 \rangle_q$ в формуле (2). Результаты фитирования приведены в табл. 1.

Для демонстрации адекватности извлеченных параметров мы сравнили результаты вычислений с данными коллаборации NA3 на рис. 1. При кинематике эксперимента NA3 мы видим, что вклад октетного механизма рождения практически полностью описывает данные.

Масштабы факторизации μ_F и перенормировки μ_R были выбраны равными поперечной массе рождающегося состояния чармония $\mu_F = \mu_R = \xi \sqrt{p_T^2 + M_C^2}$. Для оценки неопределенности от выбора жесткого

Таблица 1. Результаты фитирования параметров ОПМ и НРКХД для рождения J/ψ и χ_{c0} из данных коллабораций PHENIX ($\sqrt{s} = 200$ ГэВ) [13] и NA3 ($\sqrt{s} = 19.4$ ГэВ) [12]

Параметр	PHENIX [13]	NA3 [12]
$\langle q_T^2 \rangle_g$, ГэВ ²	2.80	0.85
$\langle q_T^2 \rangle_q$, ГэВ ²	1.30	0.15
$M_7^{J/\psi}$, ГэВ ³	$(5.17 \pm 0.33) \times 10^{-2}$	
$\langle \mathcal{O}^{J/\psi} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle$, ГэВ ³	$(0.00 \pm 0.26) \times 10^{-2}$	
$\langle \mathcal{O}^{\chi_{c0}} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle$, ГэВ ³	$(4.12 \pm 3.55) \times 10^{-3}$	
$\chi^2/\text{d.o.f}$	0.52	

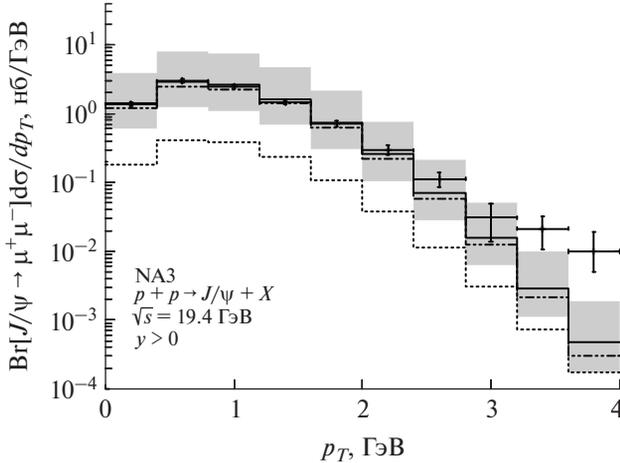


Рис. 1. Дифференциальное по поперечному импульсу p_T сечение рождения J/ψ при $\sqrt{s} = 19.4$ ГэВ. Штриховая линия отвечает синглетному вкладу, штрихпунктирная с двумя точками – октетному, сплошная – сумме вкладов. Экспериментальные данные коллаборации NA3 взяты из [12].

масштаба множитель ξ варьируется в пределах $1/2 \leq \xi \leq 2$. Полученная погрешность отображается на графиках в виде затемненной области.

На рис. 2 сравниваются результаты вычисления поляризационного параметра (3) с данными коллаборации PHENIX. Расчет в ОПМ предсказывает значительную поперечную поляризацию, $\lambda \simeq 0.4$, хотя данные PHENIX скорее показывают, что прямые J/ψ рождаются неполяризованными. На том же рисунке показаны предсказания для поляризационного параметра при энергии коллайдера NICA.

Таким образом, с полученными нами параметрами ОПМ и НРКХД удается описать данные коллабораций NA3 и PHENIX по рождению прямых неполяризованных J/ψ -мезонов в довольно широком диапазоне поперечных импульсов. Получить адекватное

описание в НРКХД и ОПМ данных коллаборации PHENIX по спектрам поляризованных J/ψ -мезонов не удается, что является мотивацией для проведения исследований процессов рождения поляризованных J/ψ в экспериментах коллаборации SPD NICA.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. Arbuzov, A. Bacchetta, M. Butenschoen, F. G. Celiberto, U. D'Alesio, M. Deka, I. Denisenko, M. G. Echevarria, A. Efremov, N. Y. Ivanov, A. Guskov, A. Karpishkov, Ya. Klopov, B. A. Kniehl, A. Kotzinian, S. Kumano, *et al.*, Prog. Part. Nucl. Phys. **119**, 103858 (2021).
2. R. Boussarie, M. Burkardt, M. Constantinou, W. Detmold, M. Ebert, M. Engelhardt, S. Fleming, L. Gamberg, X. Ji, Z. B. Kang, C. Lee, Keh-Fei Liu, S. Liuti, T. Mehen, A. Metz, J. Negele, *et al.*, arXiv: 2304.03302 [hep-ph].
3. C. Pisano, D. Boer, S. J. Brodsky, M. G. A. Buffing, and P. J. Mulders, JHEP **1310**, 024 (2013).
4. G. T. Bodwin, E. Braaten, and G. P. Lepage, Phys. Rev. D **51**, 1125 (1995).
5. U. D'Alesio and F. Murgia, Prog. Part. Nucl. Phys. **61**, 394 (2008).
6. J. C. Collins, *Foundations of Perturbative QCD* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2011).
7. M. Anselmino, M. Boglione, and F. Murgia, Phys. Lett. B **362**, 164 (1995).
8. U. D'Alesio and F. Murgia, Phys. Rev. D **70**, 074009 (2004).
9. U. D'Alesio, F. Murgia, and C. Pisano, Phys. Rev. D **83**, 034021 (2011).
10. U. D'Alesio, F. Murgia, C. Pisano, and P. Taels, Phys. Rev. D **96**, 036011 (2017).
11. U. D'Alesio, F. Murgia, and C. Pisano, JHEP **1509**, 119 (2015).
12. NA3 Collab. (J. Badier *et al.*), Z. Phys. C **20**, 101 (1983).
13. PHENIX Collab. (A. Adare *et al.*), Phys. Rev. D **85**, 092004 (2012).
14. E. Eichten and C. Quigg, Phys. Rev. D **52**, 1726 (1995).
15. P. Faccioli, C. Lourenco and J. Seixas, Eur. Phys. J. C **69**, 657 (2010).
16. B. A. Kniehl and J. Lee, Phys. Rev. D **62**, 114027 (2000).
17. E. Braaten, B. A. Kniehl and J. Lee, Phys. Rev. D **62**, 094005 (2000).
18. PHENIX Collab. (A. Adare *et al.*), Phys. Rev. D **82**, 012001 (2010).

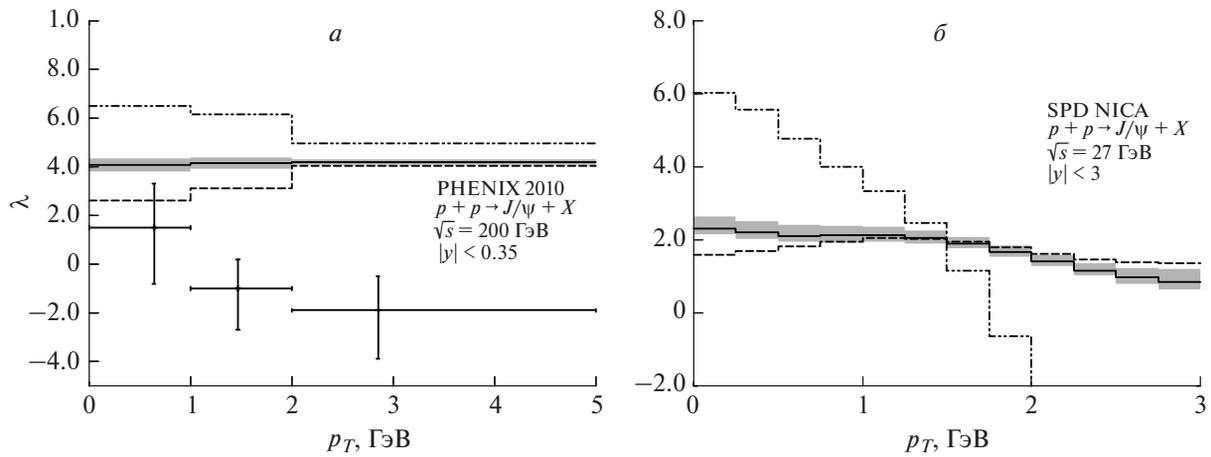


Рис. 2. Зависимость поляризации чармония от поперечного импульса p_T . *a* — сравнение с данными PHENIX [18] при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ. Вклад прямого рождения J/ψ показан штриховой линией, вклад от распада P -волновых состояний — штрихпунктирной с двумя точками, сумма вкладов — сплошной линией. *б* — предсказания для поляризаций прямого рождения J/ψ (штриховая линия), вклада от распада P -волновых состояний (штрихпунктирная с двумя точками), суммы вкладов (сплошная линия) в кинематике коллайдера NICA, $\sqrt{s} = 27$ ГэВ.

PRODUCTION OF POLARIZED J/ψ MESONS WITHIN NRQCD AND GENERALIZED PARTON MODEL

A. V. Karpishkov^{1,2)}, V. A. Saleev^{1,2)}, K. K. Shilyaev¹⁾

¹⁾Samara National Research University, Samara, Russia

²⁾Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

In the present paper, we study the production of polarized J/ψ mesons at the NICA collider energy ($\sqrt{s} = 27$ GeV) within the generalized parton model (GPM) in the leading order (LO) of perturbative quantum chromodynamics (QCD). The hadronization of $c\bar{c}$ -quarks into a J/ψ -meson is described within the nonrelativistic QCD (NRQCD) model. Nonperturbative parameters of the models were fixed from a comparison with existing experimental data for production prompt J/ψ -mesons at the energies $\sqrt{s} = 19.4$ GeV (NA3) and $\sqrt{s} = 200$ GeV (PHENIX).

ВЫЧИСЛЕНИЕ СЕЧЕНИЙ РЕЗОНАНСНЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ НА БАЗЕ AB INITIO РАСЧЕТОВ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УРОВНЕЙ ЛЕГКИХ ЯДЕР

© 2024 г. Д. М. Родкин¹⁾, Ю. М. Чувильский^{1),*}

Поступила в редакцию 08.12.2023 г.; после доработки 21.02.2024 г.; принята к публикации 14.03.2024 г.

На базе развитой авторами ab initio схемы вычисления асимптотических характеристик каналов распада ядерных состояний — метода ортогональных функций кластерных каналов — создан подход, позволяющий непосредственно внедрять результаты ab initio (из первопринципов) вычислений A -нуклонных волновых функций и получаемых посредством их использования парциальных ширин распада резонансных состояний компаунда-ядра в расчеты сечений резонансных ядерных реакций. В этих расчетах могут быть использованы как вычисленные, так и надежно измеренные энергии резонансов. На примере теоретического анализа сечений реакций ${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ и ${}^7\text{Be}(n, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ показаны работоспособность данного подхода и широкие возможности его использования в ядерной спектроскопии.

DOI: 10.31857/S0044002724040057, EDN: JNKJSB

1. ВВЕДЕНИЕ

Современные высокоточные методы описания свойств легких ядер и ядерных реакций, вызванных столкновениями легких ядер, занимают важное место в теоретической ядерной физике и активно развиваются. Наиболее перспективными среди этих методов являются подходы, называемые ab initio. Они основаны на новых возможностях, предоставляемых современными высокопроизводительными суперкомпьютерами. К числу этих методов, описывающих структуру легких ядер, относятся различные версии Модели Оболочек Без Инертного Кора (МОБИК, NCSM) [1–5], Гамовская Оболочечная Модель (ГОМ, GSM) [6–8], метод Монте-Карло-вычислений функций Грина [9–11], метод связанных кластеров [12] и метод эффективных расчетов на решетке для много-нуклонных систем [13–15]. Все методы, называемые ab initio, вовлекают в расчеты реалистические NN - и NNN -потенциалы, полученные исходя из киральной эффективной теории поля [16–18] и/или из данных, во-первых, о нуклон-нуклонном рассеянии и, во-вторых, из свойств дейтрона и связанных трехнуклонных систем [19]. В данном исследовании используется потенциал Daejeon16 [16], построенный с использованием N3LO ограничения киральной эффективной теории поля [20], смягченной преобразованием ренормгруппы подобия [21]. Этот потенциал был проверен в масштабных расчетах различных свойств ядер с массами $A \leq 16$ и показал свою надежность. Вычисления собственных значе-

ний и собственных функций выполняются в рамках МОБИК. Этот подход является одним из самых передовых и результативных среди различных ab initio методов. МОБИК основана на решении уравнения Шредингера для системы нуклонов с использованием реалистических NN - и NNN -потенциалов на осцилляторном базисе полностью антисимметричных A -нуклонных волновых функций (ВФ) — детерминантов Слейтера (ДС) вплоть до максимального суммарного осцилляторного главного квантового числа $N_{\text{max}}^{\text{tot}}$. Размер этого базиса, например, в широко встречающейся M -схеме иногда удается довести до значений примерно 10^{10} ДС в случае использования наиболее мощных современных суперкомпьютеров. Во многих работах этот метод использовался для расчетов энергий связи, размеров ядер и наблюдаемых электромагнитных величин, характеризующих как основные, так и возбужденные состояния ядер, а также нестабильные резонансные состояния.

МОБИК и подобные ей подходы, однако, не приспособлены для непосредственного вычисления асимптотических свойств (ширин) ядерных резонансов. Для этих целей были предложены разные методы. В частности, для систем с $A \leq 4$ ab initio описание состояний континуума может быть основано на решении уравнений Фаддеева и Фаддеева–Якубовского [22, 23]; с этих позиций, в принципе, можно трактовать и ядерные резонансы.

Подходы оболочечного типа, ориентированные на обсуждаемую проблему, также представлены в научной литературе. Среди них методы, которые объединяют МОБИК и Модель Резонирующих Групп (МРГ, RGM), а именно Модель Оболочек Без Инертного Кора/Модель Резонирующих Групп (МОБИК/МРГ,

¹⁾ Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия.

* E-mail: tchuvilyuri@gmail.com

NCSM/RGM) [24] и Модель Оболочек Без Инертного Кора с Континуумом (МОБИКК, NCSMC) [25–28] представляются наиболее универсальными. Примеры хорошего описания асимптотических характеристик распадных каналов резонансных состояний ядер ${}^7\text{Be}$ и ${}^7\text{Li}$ представлены в [28]. Как и МОБИК/МРГ, модель Фермионной Молекулярной Динамики (ФМД, FMD) [29–31] предлагает *ab initio* подход, основанный на едином описании как связанных состояний, так и состояний континуума. Также довольно популярным, хотя и не полностью удовлетворяющим определению *ab initio* метода, подходом является подход Антисимметризованной Молекулярной Динамики (АМД, AMD) [32]. Другой подход — Метод Ортогональных Функций Кластерных Каналов (МОФКК, CCOFM), развиваемый авторами данной работы, также как и другие *ab initio* схемы, при вычислении распадных ширин резонансов использует собственные значения и собственные функции реалистических гамильтонианов, полученные в рамках МОБИК, но в своих развитых версиях предполагает экстраполяцию собственных значений, дополнение в базис кластерных функций с $N^{\text{tot}} > N_{\text{max}}^{\text{tot}}$ и другие усовершенствования [33–38].

В рамках представленного в настоящей работе исследования существенно усовершенствованы компьютерные схемы реализации МОФКК, что позволяет учитывать большое число каналов распада изучаемого состояния, получать спектральные характеристики ядерных состояний в широком диапазоне энергий, а также проследивать эволюцию последовательности собственных значений гамильтониана при росте размеров базиса. На этой основе проведены расчеты энергии связи и энергий возбуждения ядра ${}^8\text{Be}$, а также характеристики каналов распада состояний, лежащих выше протонного порога во все возможные открытые каналы, а именно ${}^4\text{He} + {}^4\text{He}$, ${}^7\text{Li} + p$, ${}^7\text{Li}^*(J = 1/2) + p$, ${}^7\text{Be} + n$, ${}^7\text{Be}^*(J = 1/2) + n$, ${}^6\text{Li} + d$, ${}^5\text{Li} + {}^3\text{H}$ и ${}^5\text{He} + {}^3\text{He}$.

В целом этот метод включает в себя вычисления собственных значений гамильтониана и собственных векторов в рамках стандартной M -схемы МОБИК на полном базисе ДС с параметром обрезания по суммарному главному квантовому числу $N_{\text{max}}^{\text{tot}} = 10$, экстраполяцию собственных значений гамильтониана на бесконечный размер базиса и проектирование полученных собственных векторов на ВФ соответствующих кластерных каналов, построенных в рамках МОФКК. Значения, полученные в рамках процедуры проектирования, а именно спектроскопические факторы (СФ) каналов и кластерные формфакторы (КФФ), служат для расчета амплитуд парциальных ширин распадов исследуемых состояний, самих парциальных и полных ширин.

По своим возможностям теоретического исследования состояний, распадающихся одновременно во многие каналы, данный метод не имеет аналогов,

представленных в мировой научной литературе. За исключением единичных примеров расчета двухканальной задачи распада предельно легких систем вычислять парциальные ширины распада в фиксированные каналы в рамках других подходов до их пор не удается — рассчитываются лишь полные ширины распада.

Возможность, причем реальная, вычислять парциальные ширины большого числа каналов распада в рамках МОФКК, позволяет поставить следующую крайне важную задачу — использовать полученные в *ab initio* подходах результаты в теории ядерных реакций, в данном случае — резонансных. Дело в том, что амплитуды и сечения таких реакций выражаются именно через парциальные амплитуды и ширины. Перспективы решения этой проблемы определяются, в первую очередь, надежностью и численной точностью результатов расчетов. С другой стороны, надо понимать, что в настоящее время теория резонансных реакций строится в основном на эмпирических данных о сечениях и ширинах различных процессов. Спектры возбужденных уровней ядер, лежащих выше порога испускания нуклонов и кластеров, также строятся путем анализа сечений различных реакций. Анализ разных процессов нередко приводит к взаимно противоречащим выводам, а ошибки измерений зачастую не малы. Исключение составляют достаточно точные гамма-спектроскопические данные, но для уровней, лежащих в непрерывном спектре, этих данных не так много. Возникает вопрос, не могут ли высокоточные и надежно обоснованные теоретические расчеты спектральных характеристик ядерных уровней послужить основой для непосредственного описания сечений и других характеристик ядерных реакций, предсказания таких сечений на уровне, сравнимом с аналогичными предсказаниями, базирующимися на эмпирических данных или даже превосходящем его? Более конкретно, поставленный вопрос можно переформулировать как задачу найти области, где высокоточные *ab initio* расчеты могут оказаться конкурентоспособными с феноменологическими схемами, обогащать эти схемы, быть дополнением к ним.

При анализе перспектив *ab initio* методов надо понимать, что даже в наиболее отработанной для применения этих подходов области исследований — расчетов энергий связи и энергий возбуждения низколежащих уровней с использованием высококачественных моделей межнуклонного взаимодействия, таких как Daejeon16 [16], наблюдается систематическая небольшая (для исследуемого в данном случае ядра ${}^8\text{Be}$ $\Delta E \leq 1$ МэВ) “недосвязка” (реже — “пересвязка”) хорошо промеренных экспериментальных уровней. Более того, в некоторых (редких) случаях известные состояния оказываются смещенными заметно более чем на 1 МэВ. Эта точность, естественно, существенно ниже, чем точность измерений ядерных масс даже для нуклонно-стабильных ядер, удаленных от поло-

сы бета-стабильности. То же самое можно сказать и об энергиях возбуждения уровней. Поэтому на данный момент результаты теоретических расчетов энергий ядерных состояний представляются полезными для расчета сечений резонансных реакций в ситуациях, когда данные экспериментов отсутствуют, ненадежны или противоречивы в отношении их спина, изоспина и четности.

Опыт авторов показывает, что разброс значений рассчитанных распадных ширин при разумной вариации схемы вычислений несколько больше, чем разброс энергий возбуждения тех же уровней. Но экспериментальные данные о ширинах (в особенности парциальных) распада ядерных состояний также не характеризуются высокой точностью, далеко не полны и зачастую противоречивы. Поэтому использование данных *ab initio* подходов для получения распадных ширин в большом числе случаев представляется полезным. В итоге главным направлением внедрения высокоточных теоретических схем в ядерную спектроскопию на данный момент может являться создание гибридных схем, в которых используются как результаты расчетов, так и надежные экспериментальные данные.

В рамках этого направления авторами создан удобный метод одновременного включения в программы вычисления резонансных сечений ядерных реакций экспериментальных и теоретических спектроскопических данных. В первую очередь проводится сравнение рассчитанного спектра ядра с табличным. Опыт показывает, что состояниям, представленным в спектроскопических таблицах, практически без исключений находят соответствующие полученные в расчетах аналоги. Для высоковозбужденных уровней в некоторых случаях проводится коррекция табличных значений спина, изоспина и четности. Энергии возбуждения, при наличии, берутся из баз спектроскопических данных. При их отсутствии используются результаты МОБИК вычислений, уточненные с помощью процедуры экстраполяции на бесконечный размер базиса. На основе этих входных данных рассчитываются амплитуды парциальных распадных ширин. Для расчета сечений реакций используется R-матричная теория резонансных ядерных реакций. Наиболее адекватной компьютерной реализацией этого подхода оказалась его версия в программе AZURE2 [39]. В итоге развитый подход можно охарактеризовать как “гибридный”, использующий результаты *ab initio* расчетов, стандартный метод теоретического исследования резонансных ядерных реакций и наиболее точные экспериментальные или теоретические данные об энергиях резонансов. В рамках созданного подхода, проведены вычисления полных сечений реакций ${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ и ${}^7\text{Be}(n, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$.

2. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ФОРМАЛИЗМА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЦЕДУРЫ

Кратко представим основные моменты МОФКК. Более подробно общий подход изложен в работах [34, 36]. Основным элементом данного метода является построение трансляционно-инвариантных A -нуклонных волновых функций канала $A = A_1 + A_2$ в виде суперпозиции детерминантов Слейтера (ДС).

ВФ отдельно взятого кластерного канала c_k определяется следующим выражением:

$$\Psi_{A}^{c_k} = \hat{A} \{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \varphi_{nlm}(\mathbf{p}) \}_{J_c J M_j T}, \quad (1)$$

где \hat{A} — антисимметризатор, $\Psi_{A_{1(2)}}$ — трансляционно-инвариантная внутренняя ВФ кластеров $A_{1(2)}$, задаваемая набором квантовых чисел $\{k_{1(2)}\}$, включающим в себя четность, полный момент, изоспин состояния фрагмента и их проекции, $\varphi_{nlm}(\mathbf{p})$ — ВФ относительного движения. Волновая функция канала (1) задается множеством квантовых чисел c_k , которое включает в себя $\{k_1\}\{k_2\}nlJ_cJM_jT$, где $J(M_j)$ — полный момент (проекция полного момента), J_c — спин канала, T — значение изоспина. Описание формализма, позволяющего преобразовать выражение (1) в линейную комбинацию ДС, также можно найти в [34, 36].

Следует отметить, что ВФ (1) одного и того же канала c_k с разными n не ортогональны. Построение ортонормированных базисных функций канала c_k производится путем диагонализации матрицы обменного ядра

$$N(\rho', \rho'') = \left\langle \hat{A} \left\{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \frac{1}{\rho^2} \delta(\rho - \rho') Y_{lm}(\Omega_{\rho'}) \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \right\} \middle| \hat{A} \left\{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \frac{1}{\rho^2} \delta(\rho - \rho'') Y_{lm}(\Omega_{\rho'}) \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \right\} \right\rangle, \quad (2)$$

элементы которой представляют собой перекрытия функций вида (1):

$$\|N_{nn'}\| = \langle \Psi_{A,n'}^{c_k} | \Psi_{A,n}^{c_k} \rangle = \langle \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \varphi_{n'lm}(\mathbf{p}) | \hat{A}^2 | \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \varphi_{nlm}(\mathbf{p}) \rangle. \quad (3)$$

Собственные значения обменного ядра задаются выражением

$$\varepsilon_k = \langle \hat{A} \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} f_l^k(\mathbf{p}) | \hat{A} \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} f_l^k(\mathbf{p}) \rangle; \quad (4)$$

а собственные функции представляют собой линейные комбинации осцилляторных функций относительного движения:

$$f_l^k(\mathbf{p}) = \sum_n B_{nl}^k \varphi_{nl}(\mathbf{p}). \quad (5)$$

В результате ВФ ортонормированного базиса канала c_k принимают вид

$$\Psi_{A,kl}^{SD,c_k}(\mathbf{p}) = \varepsilon_{kk}^{-1/2} | \hat{A} \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} f_l^k(\mathbf{p}) \rangle. \quad (6)$$

Кластерный формфактор канала c_κ определяется как проекция волновой функции A -нуклонной системы Ψ_A на нормированную ВФ кластерного канала:

$$\Phi_A^{c_\kappa}(\rho) = \left\langle \Psi_A | \hat{A} \left\{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} N^{-1/2}(\rho, \rho') \frac{1}{\rho^2} \delta(\rho - \rho') \times \right. \right. \\ \left. \left. \times Y_{lm}(\Omega_{\rho'}) \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \right\} \right\rangle. \quad (7)$$

Он является обобщением обычной функции относительного движения двух частиц на случай, когда эти частицы (или хотя бы одна из них) являются составными фермионными кластерами. При этом, естественно, нормировка КФФ — спектроскопический фактор — оказывается отличным от единицы. С помощью преобразования

$$\delta(\rho - \rho') = \sum_n |\varphi_{nl}(\rho')\rangle \langle \varphi_{nl}(\rho)| \quad (8)$$

и формулы (3) он может быть представлен в форме разложения по осцилляторному базису ВФ относительного движения:

$$\Phi_A^{c_\kappa}(\rho) = \sum_k \varepsilon_{k\kappa}^{-1/2} \sum_{nn'} C_{AA_1}^{n'l} B_{nl}^k B_{n'l}^k \varphi_{nl}(\rho); \quad (9)$$

где коэффициент $C_{AA_1}^{nl}$ принимает вид

$$C_{AA_1}^{nl} = \langle \hat{A} \{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \varphi_{nl}(\rho) \} | \Psi_A \rangle. \quad (10)$$

Спектроскопический фактор канала c_κ можно записать в виде

$$S_l^{c_\kappa} = \sum_k \varepsilon_k^{-1} \sum_{nn'} C_{AA_1}^{nl} C_{AA_1}^{n'l} B_{nl}^k B_{n'l}^k. \quad (11)$$

Как и в наших предыдущих работах [36, 37], мы используем процедуру сшивки КФФ с асимптотической волновой функцией соответствующего канала. Для случая реального распада процедура включает, во-первых, нахождение точек сшивки ρ_m , в которых логарифмические производные формфактора и функции

$$\Xi_l(\rho) = (F_l^2(k_0\rho) + G_l^2(k_0\rho))^{1/2} \quad (12)$$

совпадают. После этого ширина резонанса рассчитывается с помощью выражения, подобного тому, которое используется в традиционной R -матричной теории:

$$\Gamma = \frac{\hbar^2}{\mu k} [\Xi_l(\rho_m)]^{-2} (\Phi_A^{c_\kappa}(\rho_m))^2. \quad (13)$$

Амплитуда приведенной парциальной ширины выражается через значение кластерного формфактора с учетом разницы в нормировке, в точке сшивки, как:

$$\gamma_{c_\kappa} = \left(\frac{\hbar^2 \rho_m}{2\mu c} \right)^{1/2} \Phi_A^{c_\kappa}(\rho_m). \quad (14)$$

Эта величина является необходимой составляющей для расчета R -матрицы [40]:

$$U_{cc'} = (U_{cc}^0 U_{c'c'}^0)^{1/2} \left(\delta_{cc'} + \frac{i\Gamma_{\lambda c}^{1/2} \times \Gamma_{\lambda c'}^{1/2}}{E_\lambda + \Delta_\lambda - E - \frac{i}{2}\Gamma_\lambda} + \right. \\ \left. + O\left(\frac{\langle \Delta - \frac{i}{2}\Gamma \rangle}{D}\right) \right), \quad (15)$$

где $U_{cc}^0 = e^{2i(\omega_c - \varphi_c)}$, а парциальные ширины и смещения энергии уровней равны соответственно $\Gamma_{\lambda c} = 2P_c \gamma_{\lambda c}^2$, и $\Delta_{\lambda c} = -(S_c - B_c) \gamma_{\lambda c}^2$. Используется она и в схеме кода AZURE2.

В качестве входных данных для программы AZURE2 также фигурирует аналог точки сшивки. В рамках этой программы граница внутренней и внешней областей (точка сшивки) a_c определяется не отдельно для каждого канала, как это следует из аккуратного теоретического рассмотрения, а как единая величина для каждого варианта фрагментации $A_1 + A_2$ без учета спина канала и момента относительного движения. В то же время в представленных выше аккуратных расчетах распадных амплитуд и ширин точка сшивки ρ_m определяется отдельно для каждого резонанса и каждого его распадного канала. Это несоответствие может, в принципе, приводить к ошибке при расчете сечения мультрезонансной реакции. В данной работе при выборе радиуса сшивки в программе AZURE2 мы следовали рекомендациям авторов и выбирали его равным $a_c = R_0(\sqrt[3]{A_1} + \sqrt[3]{A_2})$, где $R_0 = 1.4$ фм.

Для проверки устойчивости результатов к этому выбору мы разработали следующую процедуру. Во-первых, для всех каналов с фиксированной фрагментацией брались реальные значения радиуса сшивки, вычислялся усредненный радиус, и полученные таким образом радиусы вводились в качестве исходных данных в программу AZURE2 для каждого варианта фрагментации. Эта процедура контроля использована и в настоящей работе. Результаты этого теста демонстрируют чрезвычайно высокую устойчивость к вариации величины a_c . Например, относительные изменения величины полного сечения реакции ${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ в точках первого максимума, минимума и второго максимума соответственно оказались равными 0.3%, 0.4% и 0.1%. Положения этих точек не изменились. В итоге изменения величины полного сечения данной реакции за счет вариации радиуса сшивки оказываются намного меньше, чем, например, изменения осцилляторного параметра базиса $\hbar\omega$, используемого в ab initio расчетах. Таким образом, показано, что проблема несоответствия радиусов в сшивке в разработанной нами схеме вычисления сечений ядерных процессов может оказаться актуальной только для случая упругого рассеяния.

Помимо указанных выше величин, результаты расчета в рамках R -матричной теории зависят от гра-

нических условий B_c для каждого канала. В программе AZURE2 граничные условия задаются как производная проницаемости для нижайшего открытого резонанса канала c : $B_c = S_c(E_{ch})$ для минимизации смещения резонансной энергии, равной $\Delta_{\lambda c} = -(S_c - B_c)\gamma_{\lambda c}^2$. Эти граничные условия в общих чертах согласуются с нашим подходом, в котором осуществляется шивка логарифмических производных КФФ с асимптотическим решением. Отдельно стоит упомянуть, что в программе AZURE2 используется параметризация Бруна [41], которая фактически представляет собой переход от собственных значений гамильтониана ($E_i, \gamma_{i,c}$) к наблюдаемым энергиям резонансов и наблюдаемым приведенным ширинам, которые не зависят от граничных условий. Эта параметризация практически не влияет на результаты расчета сечения, но упрощает вычисления.

Разработанный нами подход позволяет, в конечном итоге, использовать рассчитанные волновые функции для вычисления сечений резонансных ядерных реакций. В то же время подход не позволяет моделировать механизм прямых реакций, поэтому он не является универсальным, в частности, не может быть использован при больших значениях энергии столкновения.

Так как в выходном канале данной резонансной реакции образуется система двух тождественных бозонов ${}^4\text{He} + {}^4\text{He}$, состояния отрицательной четности, как и состояния $1^+, 3^+, 5^+$ и т.п. не вносят вклад в сечение данной реакции. В то же время присутствующие в спектре состояния с большим, но не равным единице средним значением изоспина, четным спином и положительной четностью нужно учитывать, поскольку связанные с ними интерференционные эффекты в некоторых случаях становятся заметными. На вид кривой сечения реакции практически не оказывают состояния 4^+ из-за высокого центробежного барьера для входного нуклонного канала. В связи с этим важнейшими объектами представленных в настоящей работе исследований являются высоковозбужденные резонансы положительной четности ${}^8\text{Be}$ 0^+ и 2^+ , вносящие основной вклад в сечения реакций ${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ и ${}^7\text{Be}(n, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$. Вычисления из энергий и ширин удалось провести в рамках МОБИК для осцилляторных базисов со следующими предельными значениями N_{\max}^* : 0, 2, 4, 6, 8, 10. Расчеты для разных значений N_{\max}^* проводились для того, чтобы использовать процедуру экстраполяции собственных значений гамильтониана на бесконечный размер базиса, которая уточняет теоретические значения полных энергий связи резонансных состояний ${}^8\text{Be}$. Размерность максимального из осцилляторных базисов составила 1.87×10^8 детерминантов Слейтера. Расчеты были выполнены с помощью кода Bigstick [42], который удобен для использования на многопроцессорных вычислительных кластерах. Для проверки устойчивости нашего теоретического решения расчеты проводились для нескольких значений

осцилляторного параметра $\hbar\omega = 12.5, 15$ и 17.5 МэВ.

В наших предыдущих работах [36, 37] было показано, что для глубоко подбарьерных резонансов даже не слишком большое отклонение расчетной энергии резонанса от экспериментальной нередко приводит к резкому, иногда даже на два порядка, изменению расчетных значений парциальных ширин его распада. По этой причине указанный выше прием включения экспериментальных значений резонансных энергий в расчет ширин распада является необходимым. Отметим, что теоретические группы, ведущие параллельные нашим ab initio исследования процессов распада, в определенных ситуациях также используют подобную процедуру. Она получила в литературе название NCSM-pheno [43].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И ВЫВОДЫ

Целью настоящей работы является теоретическое исследование энергий и ширин распада состояний ядра ${}^8\text{Be}$, а также вычисление полных сечений реакций ${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ и ${}^7\text{Be}(n, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ на основе рассчитанных нами парциальных ширин для всех открытых каналов резонансов, вносящих сколь-нибудь заметный вклад в сечения данных реакций в области до ~ 6 МэВ энергии столкновения. Реальный список таких резонансов ограничивается несколькими состояниями компаунд-ядра 0^+ и 2^+ . Особенность компаунд-ядра ${}^8\text{Be}$ заключается в том, эта система является нестабильной по отношению к альфа-распаду; пороговая энергия канала ${}^4\text{He} + {}^4\text{He}$ равняется 91.8 кэВ, а пороговые энергии прочих каналов велики и равняются: для ${}^7\text{Li} + p - 17.255$ МэВ, для ${}^7\text{Be} + n - 18.899$ МэВ, для ${}^5\text{He} + {}^3\text{He} - 21.380$ МэВ, для ${}^5\text{Li} + {}^3\text{H} - 21.688$ МэВ и для ${}^6\text{Li} + {}^2\text{H} - 22.281$ МэВ.

Спектр ядра ${}^8\text{Be}$, как полученный теоретически, т.е. рассчитанный и уточненный с помощью пятипараметрической процедуры экстраполяции “A5” [44] к бесконечному размеру базиса, так и представленный в современных таблицах [45], демонстрирует табл. 1. Кроме повышения точности вычисления энергий уровней экстраполяционная процедура позволяет, хотя и не со стопроцентной надежностью, избавиться от “лишних” резонансов, появляющихся вследствие ограничения базиса, которое является дискретным аналогом внешней бесконечной отталкивающей стенки. Рассчитано также большое число парциальных ширин распада состояний изучаемого ядра в самые различные каналы. Некоторая часть этих результатов содержится ниже в табл. 2 и 3.

Как это видно из табл. 1, любому из обнаруженных к настоящему времени уровней можно сопоставить его теоретический аналог. Резкое различие в энергии возбуждения — почти 2 МэВ — возникает лишь для состояния 4^+ 19.86 МэВ. Еще для трех уровней: № 4 2^+ 16.922 МэВ, № 16 0^+ 20.2 МэВ и № 24 2^+ 25.2 МэВ это отличие превышает 0.5 МэВ. Судя по близкому совпа-

Таблица 1. Спектр уровней положительной четности ^8Be и его сравнение с экспериментальными данными

№	E^*	J	T	E_{exp}^*	J_{exp}	T_{exp}
1	0	0	0.000	0.0	0	0
2	3.111	2	0.000	3.03	2	0
3	10.983	4	0.000	11.35	4	0
4	16.168	2	0.078	16.922	2	0 + 1
5	16.511	2	0.972	16.626	2	0 + 1
6	17.849	1	0.994	17.640	1	1
7	18.041	4	0.001	19.86	4	0
8	18.716	1	0.036	18.150	1	0
9	18.822	3	0.993	19.07	3	1
10	19.079	0	0.017	—	—	—
11	19.442	3	0.023	19.235	3	0
12	20.426	2	0.065	20.1	2	0
13	20.436	0	0.852	—	—	—
14	20.471	1	0.992	—	—	—
15	20.816	1	0.020	—	—	—
16	21.207	0	0.315	20.2	0	0
17	21.392	2	0.966	21.5	3	0
18	22.028	2	0.028	22.2	2	0
19	22.564	1	0.994	—	—	—
20	22.764	2	0.996	—	—	—
21	23.163	4	0.997	—	—	—
22	23.331	3	0.047	—	—	—
23	24.050	3	0.982	—	—	—
24	24.346	2	0.030	25.2	2	0
25	25.595	4	0.002	25.5	4	0
26	25.649	1	0.997	—	—	—
27	26.070	0	0.218	—	—	—
28	26.109	6	0.000	—	—	—
29	26.907	0	1.986	27.494	0	2

дению значений энергии резонно предположить, что уровень, известный как 3^+ , является на самом деле уровнем 2^+ со средним значением изоспина, близким к 1. Расчеты сечений, результаты которых представлены ниже, подтверждают это предположение.

Общая картина спектра ядра ^8Be , представленная в табл. 1, подтверждает надежность полученных теоретически спектроскопических данных. Поэтому содержащиеся в этой таблице, но не обнаруженные до сих пор уровни можно, на наш взгляд, рассматривать как предсказанные в рамках вполне обоснованных теоретических концепций.

Наиболее интересным результатом данного исследования являются, очевидно, полные сечения реакций $^7\text{Li}(p, ^4\text{He})^4\text{He}$ и $^7\text{Be}(n, ^4\text{He})^4\text{He}$, непосредственно полученные из результатов расчета амплитуд парциальных ширин.

Таблица 2. Энергии (МэВ) и парциальные ширины (кэВ) открытых каналов распада состояний 0^+ , вносящих вклад в сечения реакций $^7\text{Be}(n, ^4\text{He})^4\text{He}$ и $^7\text{Li}(p, ^4\text{He})^4\text{He}$; символ (—) означает, что знак соответствующей амплитуды парциальной ширины минус

E_{channel}	$0^+, 19.08$	$0^+, 20.2$	$0^+, 20,4$
$E_{^4\text{He}}$	19.176	20.29	20.523
E_p	1.829	2.945	3.177
E_n	0.184	1.3	1.532
E_{p^*}	1.351	2.46	2.699
E_{n^*}	0.0	0.871	1.103
$\Gamma_{^4\text{He}} 0(0)$	(—)1470	(—)1293	262
$\Gamma_p 1(1)$	(—)304	(—)501	705
$\Gamma_n 1(1)$	0.0	(—)672	0.0
$\Gamma_{p^*} 1(1)$	297	0.0	918
$\Gamma_{n^*} 1(1)$	0.0	249	143

Согласно расчетам, влияние на величину сечений резонансных реакций $^7\text{Li}(p, ^4\text{He})^4\text{He}$ и $^7\text{Be}(n, ^4\text{He})^4\text{He}$ оказывают состояния со спином $J = 0$, указанные в табл. 1: предсказанный нами 0^+ № 10 с экстраполированной энергией возбуждения 19.079 МэВ, 0^+ № 16, который предположительно соответствует экспериментально известному уровню с энергией 20.2 МэВ и 0^+ № 13, с энергией 20.436 МэВ. Это влияние определяется не только амплитудами перехода состояния компаунд-ядра во входной и выходной каналы реакций, но и вкладом парциальных ширин всех каналов в полную ширину. Наиболее сильное влияние на сечение обеих реакций вносят резонансы 2^+ с энергиями 20.1, 21.5, 22.2 и 25.2 МэВ. Им соответствуют уровни с номерами 12, 17, 18 и 24, вычисленные энергии которых указаны в табл. 1. Помимо этого, при анализе сечений учитывался обнаруженный в расчетах уровень 2^+ № 20 с энергией возбуждения 22.76 МэВ.

Для каждого из этих уровней рассчитывались парциальные ширины всех открытых каналов распада, в том числе не являющихся входным или выходным каналами реакции. Примеры этих парциальных ширин, вычисленные в базисе ДС с параметрами $\hbar\omega = 15$ МэВ, $N_{\text{max}}^* = 10$ представлены в табл. 2 и 3. Ширины закрытых каналов обозначены как 0.0. Таким же значком отмечены пренебрежимо малые ширины других каналов. Помимо парциальных ширин приведены знаки амплитуд парциальных ширин. Эти величины использовались в качестве входных данных программы AZURE2 для расчета сечений указанных выше ядерных реакций.

На рис. 1 представлены графики полного сечения реакции $^7\text{Li}(p, ^4\text{He})^4\text{He}$, рассчитанные для разных значений осцилляторного параметра $\hbar\omega$: 12.5, 15 и 17.5 МэВ, и их сравнение с экспериментальными данными [46].

Как видно из этих графиков, теоретические ре-

Таблица 3. Энергии (МэВ) и парциальные ширины (кэВ) открытых каналов распада состояний 2^+ , вносящих вклад в сечения реакций ${}^7\text{Be}(n, {}^4\text{He}) {}^4\text{He}$ и ${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}) {}^4\text{He}$

E_{channel}	$2^+, 20.1$	$2^+, 21.5$	$2^+, 22.2$	$2^+, 22.76$	$2^+, 25.2$
$E_{{}^4\text{He}}$	20.191	21.591	22.591	22.851	25.291
E_p	2.845	4.245	5.245	5.505	7.945
E_n	1.2	2.6	3.6	3.86	6.3
E_{p^*}	2.345	3.767	4.767	5.027	7.467
E_{n^*}	0.771	2.171	3.171	3.431	5.871
$E_{{}^3\text{He}}$	0.0	0.124	1.124	1.384	3.824
$E_{{}^3\text{H}}$	0.0	0.0	0.808	1.068	3.508
E_d	0.0	0.0	0.220	0.488	2.92
$\Gamma_{{}^4\text{He}} 2(0)$	505	(-5.61)	(-472)	8.4	878
$\Gamma_p 1(1)$	81.6	303	(-15.1)	(-230)	(-174)
$\Gamma_p 1(2)$	234	551	(-158)	16.2	1.21
$\Gamma_n 1(1)$	15.2	(-222)	(-29)	76	1780
$\Gamma_n 1(2)$	37.5	(-484)	(-283)	13	53
$\Gamma_{p^*} 1(1)$	133.2	10.1	(-29.8)	262	(-599)
$\Gamma_{n^*} 1(1)$	(-42.9)	31.3	28.1	174	501
$\Gamma_{{}^3\text{H}} 1(1)$	0.0	0.0	(-4.53)	51.7	(-437)
$\Gamma_{{}^3\text{H}} 1(2)$	0.0	0.0	4.44	23.7	0.0
$\Gamma_{{}^3\text{He}} 1(1)$	0.0	0.0	(-12.5)	(-41.2)	(-460)
$\Gamma_{{}^3\text{He}} 1(2)$	0.0	0.0	10.4	(-31.2)	0.0
$\Gamma_d 2(0)$	0.0	0.0	0.0	0.0	279
$\Gamma_d 0(2)$	0.0	0.0	0.0	0.0	34.1

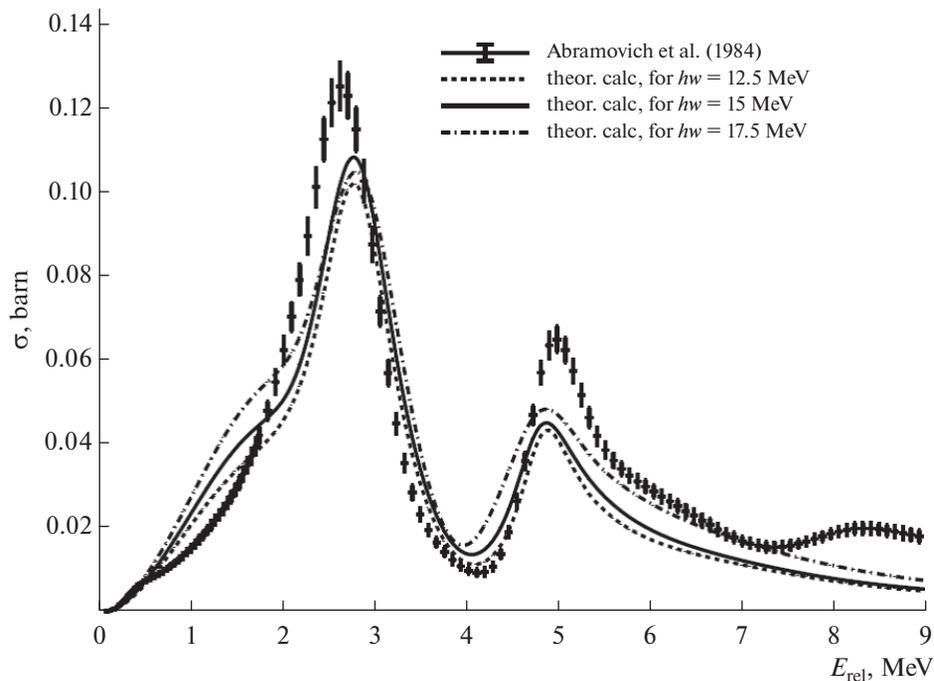


Рис. 1. Результаты теоретического расчета полного сечения реакции ${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}) {}^4\text{He}$ для разных версий базиса и их сравнение с экспериментальными данными.

зультаты неплохо согласуются с экспериментальными данными и устойчивы к изменениям осцилятор-

ного параметра $\hbar\omega$. Резонансы одного спина и четности интерферируют между собой, поэтому прове-

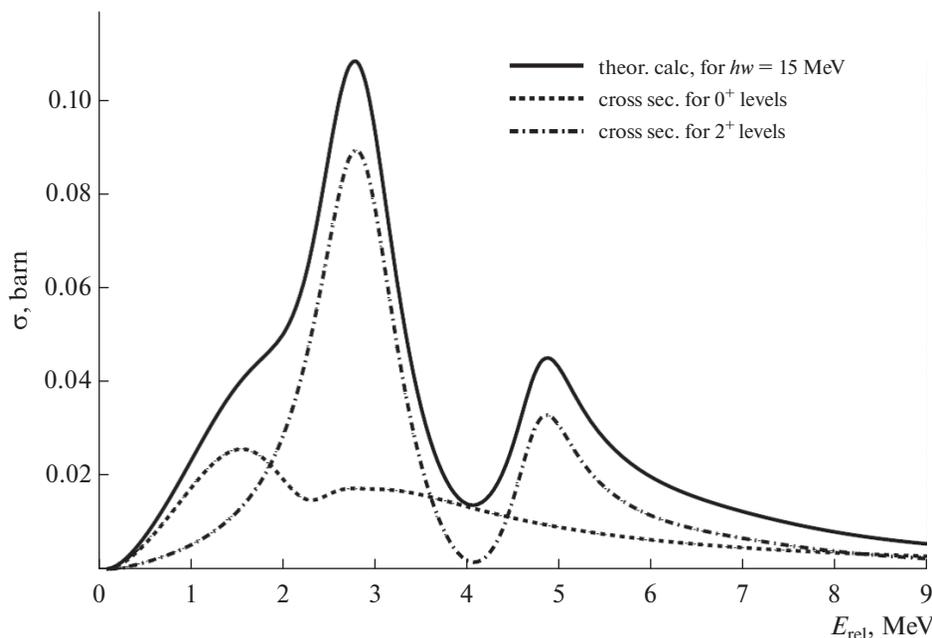


Рис. 2. Результаты теоретического расчета полного сечения реакции ${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ и вклада в это сечение резонансов 0^+ и 2^+ .

сти анализ влияния отдельных состояний — неоднозначная задача, но резонансы разного спина между собой не интерферируют, поэтому можно провести анализ их удельного вклада в полное сечение обсуждаемой реакции. Рисунок 2 иллюстрирует картину ее функции возбуждения. Обсудим эту картину с качественной точки зрения. Величина сечения реакции ${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ в области низких энергий не может быть объяснена наличием известного из эксперимента резонанса 2^+ с энергией 20.1 МэВ и, тем более, узких резонансов 2^+ , лежащих в диапазоне 16–17 МэВ. Расчет показывает существование и доминирование в этой области резонанса 0^+ с энергией возбуждения 19.08 МэВ. В области более высоких энергий вклады резонансов 0^+ 20.2 и 20.43 МэВ заметны, но по сравнению с вкладами резонансов 2^+ не велики. Очень интересным исключением представляется то, что эти состояния полностью определяют величину сечения в его минимуме при энергии $E_p \sim 4$ МэВ.

Экспериментально известные резонансы 2^+ 20.1 и 22.2 МэВ подтверждены теоретически и определяют первый и второй пики сечения. Известный резонанс с энергией 21.5 МэВ интерпретируется в спектроскопических таблицах как 3^+ . Однако в этом случае он не вносит вклада в полное сечение изучаемой реакции. Резонансы 2^+ 20.1 и 22.2 МэВ конструктивно интерферируют и достаточно широки, поэтому их вклад в сечение по сравнению с вкладом описанных выше 0^+ резонансов оказывается не мал. Для объяснения этого неожиданного результата естественно предположить, что на самом деле обсуждаемое состояние является резонансом 2^+ , в ВФ которого доминирует компонен-

та с изоспином $T = 1$. Несмотря на большое среднее значение оператора изоспина, эффект деструктивной интерференции с другими 2^+ резонансами оказывается достаточным, чтобы занулить суммарный вклад в сечение всех трех резонансов. Найденный теоретически резонанс 2^+ 22.76 МэВ с очень большим средним значением изоспина также вовлекался в анализ сечения, но, как оказалось, заметного вклада в него он не вносит. Резонанс с энергией 25.2 МэВ вносит вклад в сечение при наиболее высоких изучаемых в данной работе значениях энергии.

Особенность резонансного механизма ядерных реакций заключается в том, что разные реакции могут идти через одни и такие же состояния компаунда и зависеть от одних и тех же парциальных ширин распада. В частности, через обсуждавшиеся выше резонансы протекает реакция ${}^7\text{Be}(n, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$. Это дает возможность описывать обе реакции исходя из одних и тех же данных ab initio вычислений. На рис. 3 представлены теоретически рассчитанные полные сечения данной реакции и соответствующие экспериментальные данные из работ [47–50]. Как и в предыдущем случае, теоретические результаты устойчивы к изменениям осцилляторного параметра $\hbar\omega$.

Как видно из табл. 2 и рис. 4, сколь-нибудь заметный вклад в сечение вносит только один резонанс — 0^+ 20.2 МэВ. Он доминирует (хотя и не столь ярко как в предыдущем примере) в области минимума сечения. Вместе с близко лежащим состоянием 2^+ 20.1 МэВ он формирует пик при $E_n \sim 1$ МэВ. Второй пик почти целиком определяется наличием резонанса 22.2 МэВ.

Рисунок 3 является иллюстрацией трудностей из-

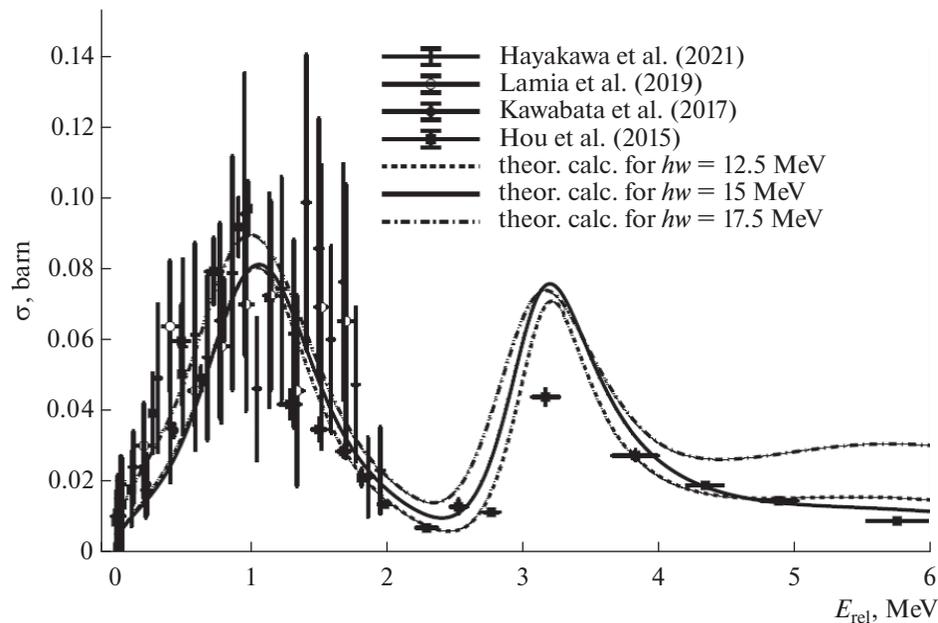


Рис. 3. Результаты теоретического расчета расчет полного сечения реакции ${}^7\text{Be}(n, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ для разных версий базиса и их сравнение с экспериментальными данными.

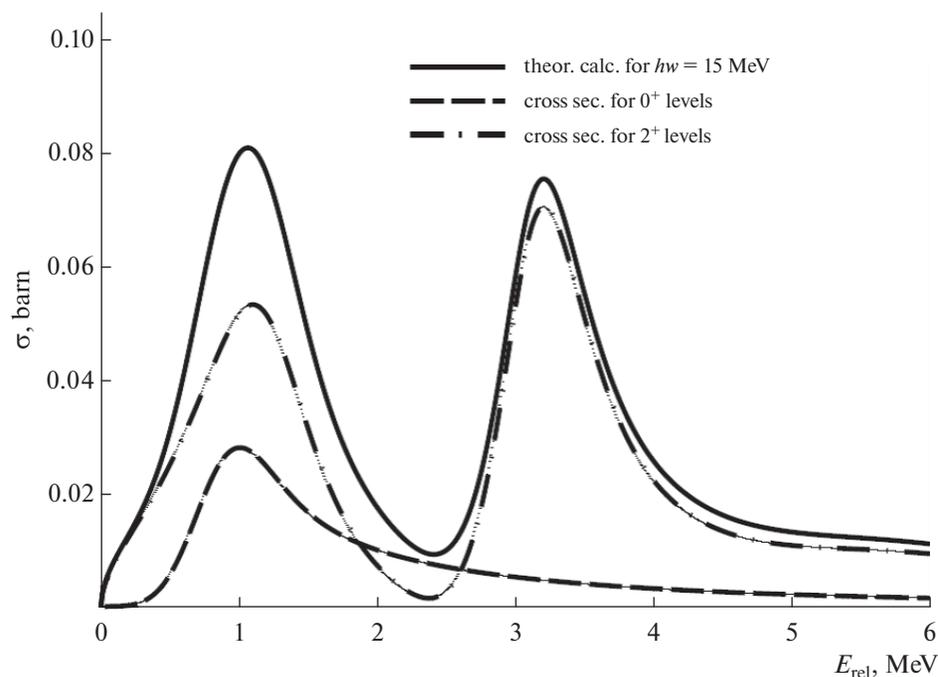


Рис. 4. Результаты теоретического расчета полного сечения реакции ${}^7\text{Be}(n, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ и вклада в это сечение резонансов 0^+ и 2^+ .

мерения сечений реакций, индуцированных нейтронами при низких энергиях. Имея ввиду достаточно высокую точность рассчитываемых амплитуд распадных ширин — их отклонение от хорошо промеренных редко превышает несколько десятков процентов, и надежность вычисления полных сечений при использовании кода AZURE2, можно полагать, что представленные результаты превосходят по точности из-

вестные экспериментальные данные в области низких энергий нейтронов, полученные с большими ошибками измерений, а при энергиях от 2.5 до 6.0 МэВ хорошо согласуются с известными экспериментальными данными.

Представленный анализ демонстрирует большие возможности метода, привлекающего для расчета сечений резонансных ядерных реакций результаты аб

initio вычислений парциальных амплитуд распадных ширин. Следует подчеркнуть, что без разработки теоретической схемы, позволяющей “массово” описывать эти амплитуды, представленные расчеты и анализ в принципе невозможны.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлен “гибридный” метод, позволяющий непосредственно использовать результаты вычислений A -нуклонных волновых функций в рамках ab initio подхода для расчета полных сечений резонансных ядерных реакций, учитывая при этом интерференцию амплитуд ширин распада нескольких резонансов с совпадающими значениями J^π . Данный метод существенно расширяет возможности анализа спектров легких ядер. Например, проведенные расчеты резонансной реакции ${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ указывают на то, что экспериментальный уровень 21.5 МэВ, идентифицированный ранее как 3^+ , на самом деле является уровнем 2^+ с изоспином $T = 1$.

Продемонстрированы перспективы использования метода для того, чтобы уточнять сечения ядерных реакций, которые трудно измерить экспериментально, например, сечение реакции ${}^7\text{Be}(n, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ в области низких энергий. Разработанный подход позволяет теоретически различать конструктивную и деструктивную интерференцию амплитуд резонансов с одинаковыми J^π , что также позволяет уточнить интерпретацию состояний ядер, исходя из экспериментальных данных в случае реакций, идущих через интерферирующие резонансы исследуемого компаунд-ядра. Таким образом, в рамках проведенного исследования заложены основы цельного подхода, позволяющего рассчитывать сечения резонансных реакций на легких ядрах, базируясь одновременно как на надежных экспериментальных данных, так и на результатах ab initio вычислений энергий возбуждения и распадных ширин изучаемых ядер.

Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (проект “Ядерная и радиационная физика. Этап 2023–2025”).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. C. Stump, J. Braun, and R. Roth, *Phys. Rev. C* **93**, 021301 (2016).
2. P. Navratil, S. Quaglioni, I. Stetcu, and B. Barrett, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **36**, 083101 (2009).
3. S. E. Koonin, D. J. Deand, and K. Langanke, *Phys. Rep.* **278**, 1 (1997).
4. T. Dytrych, K. D. Sviratcheva, C. Bahri, J. P. Draayer, and J. P. Vary, *Phys. Rev. C* **76**, 014315 (2007).
5. A. C. Dreyfuss, K. D. Launey, T. Dytrych, J. P. Draayer, and C. Bahri, *Phys. Lett. B* **727**, 511 (2013).
6. G. Papadimitriou, J. Rotureau, N. Michel, M. P. Loszajczak, and B. R. Barrett, *Phys. Rev. C* **88**, 044318 (2013).
7. I. J. Shin, Y. Kim, P. Maris, J. P. Vary, C. Forssen, J. Rotureau, and N. Michel, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **44**, 075103 (2017).
8. Z. H. Sun, Q. Wu, Z. H. Zhao, B. S. Hu, S. J. Dai, and F. R. Xu, *Phys. Lett. B* **769**, 227 (2017).
9. C. Pieper and R. B. Wiringa, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **51**, 53 (2001).
10. B. S. Pudliner, V. R. Pandharipande, J. Carlson, Steven C. Pieper, and R. B. Wiringa, *Phys. Rev. C* **56**, 1720 (1997).
11. R. B. Wiringa, S. C. Pieper, J. Carlson, and V. R. Pandharipande, *Phys. Rev. C* **62**, 014001 (2000).
12. H. Kummela, K. H. Luhrmann, and J. Zabolitzky, *Phys. Rep.* **36**, 1 (1978).
13. M. G. Endres, D. B. Kaplan, J.-W. Lee, and A. N. Nicholson, *Phys. Rev. A* **84**, 043644 (2011).
14. M. G. Endres, D. B. Kaplan, J.-W. Lee, and A. N. Nicholson, *Phys. Rev. A* **87**, 023615 (2013).
15. K. Orginos, A. Parreno, M. J. Savage, S. R. Beane, E. Chang, and W. Detmold, *Phys. Rev. D* **92**, 114512 (2015).
16. A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, M. Sosonkina, P. Maris, and J. P. Vary, *Phys. Lett. B* **761**, 87 (2016).
17. R. Machleidt and D. R. Entem, *Phys. Rep.* **503**, 1 (2011).
18. D. R. Entem and R. Machleidt, *Phys. Rev. C* **66**, 014002 (2002).
19. A. M. Shirokov, J. P. Vary, A. I. Mazur, and T. A. Weber, *Phys. Lett. B* **644**, 33 (2007).
20. D. R. Entem and R. Machleidt, *Phys. Rev. C* **68**, 041001 (2003).
21. S. K. Bogner, R. J. Furnstahl, and R. J. Perry, *Phys. Rev. C* **75**, 061001 (2007).
22. W. Leidemann and G. Orlandini, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **68**, 158 (2013).
23. R. Lazauskas, *Phys. Rev. C* **97**, 044002 (2018).
24. S. Quaglioni and P. Navratil, *Phys. Rev. C* **79**, 044606 (2009).
25. S. Baroni, P. Navratil, and S. Quaglioni, *Phys. Rev. C* **87**, 034326 (2013).
26. P. Navratil, S. Quaglioni, G. Hupin, C. Romero-Redondo, and A. Calci, *Phys. Scr.* **91**, 053002 (2016).
27. A. Bonaccorso, F. Cappuzzello, D. Carbone, M. Cavallaro, G. Hupin, P. Navratil, and S. Quaglioni, *Phys. Rev. C* **100**, 024617 (2019).
28. M. Vorabbi, P. Navratil, S. Quaglioni, and G. Hupin, *Phys. Rev. C* **100**, 024304 (2019).
29. T. Neff and H. Feldmeier, *Int. J. Mod. Phys. E* **17**, 2005 (2008).
30. T. Neff, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 042502 (2011).
31. T. Neff and H. Feldmeier, *JPS Conf. Proc.* **23**, 012029 (2018).

32. Y. Kanada-En'yo and H. Horiuchi, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **142**, 205 (2001).
33. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, *J. Phys.: Conf. Ser.* **966**, 012022 (2018).
34. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, *Phys. Lett. B* **788**, 238 (2019).
35. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, *Chin. Phys. C* **44**, 12410 (2020).
36. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, *Phys. Rev. C* **10**, 024304 (2021).
37. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, *Phys. Rev. C* **104**, 044323 (2021).
38. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, *J. Phys. G.: Conf. Ser.* **2586**, 012046 (2023).
39. E. Uberseder and R. J. deBoer, *AZURE2 User Manual*, <https://usermanual.wiki/Document/azure2manual.1252390862>.
40. P. Descouvemont and D. Baye, *Rep. Prog. Phys.* **73**, 036301 (2010).
41. C. R. Brune, *Phys. Rev. C* **66**, 044611 (2002).
42. C. W. Johnson, W. E. Ormand, K. S. McElvain, and H. Shan, arXiv: 1801.08432.
43. J. Dohet-Eraly, P. Navratil, S. Quaglioni, W. Horiuchi, G. Hupin, and F. Raimondi, *Phys. Lett. B* **757**, 430 (2016).
44. J. Shin, Y. Kim, P. Maris, J. P. Vary, C. Forss'en, J. Rotureau, and N. Michel, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **44**, 075103 (2017).
45. D. R. Tilley, J. H. Kelley, J. L. Godwin, D. J. Millener, J. Purcell, C. G. Sheu, and H. R. Weller, *Nucl. Phys. A* **745**, 155 (2004).
46. S. N. Abramovich, B.Ya. Guzhovskij, V. A. Zherebtsov, A. G. Zvenigorodskij, *Vop. At. Nauki i Tekhn. Ser. Yaderno-Reak. Konstanty* **4/58**, 17 (1984).
47. S. Hayakawa, M. La Cognata, L. Lamia, H. Yamaguchi, D. Kahl, K. Abe, H. Shimizu, L. Yang, O. Beliuskina, S. M. Cha, K. Y. Chae, S. Cherubini, P. Figuera, Z. Ge, M. Gulino, J. Hu, et al., *Astrophys. J. Lett.* **915**, L13 (2021).
48. L. Lamia, M. Mazzocco, R. G. Pizzone, S. Hayakawa, M. La Cognata, C. Spitaleri, C. A. Bertulani, A. Boiano, C. Boiano, C. Brogгинi, A. Caciolli, S. Cherubini, G. D'Agata, H. da Silva, R. Depalo, F. Galtarossa, et al., *Astrophys. J. Lett.* **879**, 23 (2019).
49. T. Kawabata, Y. Fujikawa, T. Furuno, T. Goto, T. Hashimoto, M. Ichikawa, M. Itoh, N. Iwasa, Y. Kanada-En'yo, A. Koshikawa, S. Kubono, E. Miyawaki, M. Mizuno, K. Mizutani, T. Morimoto, M. Murata, et al., *Phys. Rev. Lett.* **118**, 052701 (2017).
50. S. Q. Hou, J. J. He, S. Kubono, and Y. S. Chen, *Phys. Rev. C* **91**, 055802 (2015).

CALCULATION OF CROSS SECTIONS FOR RESONANCE NUCLEAR REACTIONS BASED ON AB INITIO COMPUTATIONS OF SPECTRAL CHARACTERISTICS OF LIGHT NUCLEI LEVELS

D. M. Rodkin¹⁾, Yu. M. Tchuvil'sky¹⁾

¹⁾*Skobel'syn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

Based on the ab initio scheme developed by the authors for calculating the asymptotic characteristics of decay channels of nuclear states — the method of orthogonal functions of cluster channels — an approach has been created that makes it possible to directly implement the results of ab initio calculations of A-nucleon wave functions, as well as the partial decay widths of resonant states of compound nucleus obtained through their use, into calculations of cross sections for resonance nuclear reactions. Both calculated and reliably measured resonance energies can be employed in these calculations. Using the examples of such a theoretical analysis of the reaction cross sections for ${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$ and ${}^7\text{Be}(n, {}^4\text{He}){}^4\text{He}$, the efficiency of this approach and the wide prospects of its use in nuclear spectroscopy are demonstrated.

ИНДУЦИРОВАНИЕ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ В ЯДРАХ ЗАКРУЧЕННЫМИ ФОТОНАМИ

© 2024 г. П. О. Казинский^{1),*}, А. А. Соколов^{2),**}

Поступила в редакцию 13.11.2023 г.; после доработки 13.11.2023 г.; принята к публикации 23.12.2023 г.

Найдено явное выражение для вероятности поглощения закрученного фотона атомным ядром. Показано, что для фотопоглощения ядрами, лежащими около оси, вдоль которой распространяется закрученный фотон с проекцией полного углового момента m_γ , выполнено правило отбора $j \geq |m_\gamma|$, где j – мультипольность ядерного перехода. В длинноволновом пределе основной вклад в вероятность поглощения закрученного фотона дает мультипольный переход с $j = |m_\gamma|$. Найден коэффициент поглощения закрученных фотонов в мишени из многих ядер.

DOI: 10.31857/S0044002724040063, EDN: JNIIGR

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных методов изучения коллективной динамики в атомных ядрах является исследование гигантских резонансов, возбуждаемых за счет взаимодействия ядер с жесткими фотонами, электронами или другими заряженными частицами [1]. Обычно при возбуждении гигантских резонансов основной вклад вносит дипольный переход (гигантский дипольный резонанс), а переходы высших мультипольностей подавлены и слабо различимы на его фоне. В связи с этим возникает проблема подбора ядерной реакции, в которой исследуемый резонанс отчетливо себя проявляет. В данной работе предлагается использовать для этих целей закрученные гамма-кванты. Как мы покажем, при определенных условиях такие фотоны возбуждают в ядрах переходы фиксированной мультипольности j .

Закрученные фотоны – это возбуждения квантового электромагнитного поля с определенными энергией, проекцией полного углового момента на некоторую фиксированную ось, проекцией импульса на эту ось и спиральностью [2–5]. Проекция полного углового момента, m_γ , может быть, в принципе, произвольным целым числом. На данный момент имеются источники закрученных фотонов с $|m_\gamma| \gtrsim 10000$ в рентгеновском диапазоне энергий [6]. Закрученные фотоны МэВных энергий можно получать с помощью обратного комптоновского рассеяния [7–11] и при каналировании заряженных частиц в кристаллах [12, 13]. Закрученные фотоны находят применение во многих областях прикладной и фундаментальной физики. Одной из причин возросшего интереса к использованию таких фотонов является возмож-

ность управления вращательными степенями свободы квантовых объектов за счет передачи им определенного большого углового момента при фотопоглощении [14, 15]. Эта идея может быть применена для возбуждения в атомных ядрах переходов определенной мультипольности. В данной работе мы подробно исследуем такую возможность и находим явное выражение для вероятности фотопоглощения ядром закрученного фотона.

Работа организована следующим образом. В разд. 2 вводятся основные обозначения и договоренности. В разд. 3 выводится явное выражение для амплитуды фотопоглощения гамма-кванта ядром. Состояния фотона и центра масс ядра задаются в виде волновых пакетов произвольной формы. Раздел 4 посвящен выводу явного выражения для вероятности фотопоглощения ядром закрученного фотона. В частности, в этом разделе доказываются правила отбора, которым подчиняется данный процесс. В разд. 5 выводится формула Бугера для поглощения закрученного фотона в мишени из многих ядер.

Мы используем систему единиц, в которой $\hbar = c = 1$ и $e^2 = 4\pi\alpha$, где α – постоянная тонкой структуры. Метрика Минковского имеет вид

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1),$$

греческие буквы пробегают значения от 0 до 3, латинские буквы от 1 до 3.

2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

Определим оператор электромагнитного поля в представлении взаимодействия

¹⁾ Физический факультет, Томский государственный университет, Томск, Россия.

* E-mail: kpo@phys.tsu.ru

** E-mail: alexei.sokolov.a@gmail.com

$$\hat{\mathbf{A}}(t, \mathbf{x}) = \sum_{\lambda} \int \frac{V d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2k_0 V}} \left(\hat{c}_{\lambda}(\mathbf{k}) \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda} e^{-ik_0 t + i\mathbf{k}\mathbf{x}} + \hat{c}_{\lambda}^{\dagger}(\mathbf{k}) \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda}^* e^{ik_0 t - i\mathbf{k}\mathbf{x}} \right), \quad (1)$$

где $k_0 = |\mathbf{k}|$ – энергия фотона, векторы поляризации удовлетворяют условию поперечности $(\mathbf{k}, \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda}) = 0$, V – нормировочный объем, а операторы рождения и уничтожения имеют стандартные коммутационные соотношения

$$\begin{aligned} [\hat{c}_{\lambda}(\mathbf{k}), \hat{c}_{\lambda'}^{\dagger}(\mathbf{k}')] &= \frac{(2\pi)^3}{V} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{\lambda\lambda'}, \\ [\hat{c}_{\lambda}(\mathbf{k}), \hat{c}_{\lambda'}(\mathbf{k}')] &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Оператор поля (1) представлен в виде суперпозиции плоских волн с импульсом \mathbf{k} и спиральностью $\lambda = \pm 1$.

Помимо плоских волн базис модовых функций, из которых строится оператор поля, может быть образован сферическими решениями уравнений Максвелла, а именно, потенциалами мультиполей [16]:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{jm}^{\tau}(k_0, \mathbf{x}) &= \sqrt{\frac{k_0}{R_s}} \times \\ &\times \begin{cases} j_j(k_0 r) \mathbf{Y}_{jm}^j(\theta, \varphi), & \tau = M; \\ -\sqrt{\frac{j}{2j+1}} j_{j+1}(k_0 r) \mathbf{Y}_{j+1, m}^j(\theta, \varphi) + \\ + \sqrt{\frac{j+1}{2j+1}} j_{j-1}(k_0 r) \mathbf{Y}_{j-1, m}^j(\theta, \varphi), & \tau = E, \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

где $j = \overline{0, \infty}$, $m = \overline{-j, j}$, R_s – нормировочный радиус, $j_n(x)$ – сферические функции Бесселя. Шаровые векторы удовлетворяют системе уравнений на собственные значения

$$\begin{aligned} \hat{J}^2 \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi) &= j(j+1) \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi), \\ \hat{J}_3 \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi) &= m \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi), \\ \hat{L}^2 \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi) &= l(l+1) \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi), \\ \hat{S}^2 \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi) &= 2 \mathbf{Y}_{lm}^j(\theta, \varphi). \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, потенциалы мультиполей (3) являются состояниями с определенными значениями энергии k_0 , квадратом полного углового момента \hat{J}^2 с собственным значением $j(j+1)$ и его проекцией \hat{J}_3 с собственным значением m . Кроме того, потенциалы электрических и магнитных мультиполей различаются по четности:

$$\begin{aligned} \hat{P} \mathbf{A}_{jm}^M(k_0, \mathbf{x}) &= (-1)^{j+1} \mathbf{A}_{jm}^M(k_0, \mathbf{x}), \\ \hat{P} \mathbf{A}_{jm}^E(k_0, \mathbf{x}) &= (-1)^j \mathbf{A}_{jm}^E(k_0, \mathbf{x}). \end{aligned} \quad (5)$$

Условие нормировки имеет вид

$$\begin{aligned} \int d\mathbf{x} \mathbf{A}_{j'm'}^{\tau*}(k'_0, \mathbf{x}) \mathbf{A}_{jm}^{\tau}(k_0, \mathbf{x}) &= \\ &= \frac{1}{2k_0} \frac{\pi}{R_s} \delta(k_0 - k'_0) \delta_{\tau\tau'} \delta_{jj'} \delta_{mm'}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для исследования вкладов различной мультипольности в вероятность фотопоглощения нам понадобится известное представление плоских волн в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} &= -\sqrt{\frac{R_s}{k_0}} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=-j}^j i^j \sqrt{2\pi(2j+1)} \times \\ &\times D_{m\lambda}^j(\varphi_k, \theta_k, 0) \{ \lambda \mathbf{A}_{jm}^M(k_0, \mathbf{x}) + i \mathbf{A}_{jm}^E(k_0, \mathbf{x}) \}, \end{aligned} \quad (7)$$

где D -функции Вигнера,

$$D_{mm'}^j(\alpha, \beta, \gamma) := e^{-im\alpha} d_{mm'}^j(\beta) e^{-im'\gamma},$$

определены как в [17].

3. АМПЛИТУДА ФОТОПОГЛОЩЕНИЯ

Рассмотрим процесс поглощения фотона ядром

$$\gamma + X \rightarrow X^*, \quad (8)$$

где X и X^* – ядро в начальном и конечном состояниях соответственно. Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_{\gamma} + \hat{H}_n + \hat{H}_{\text{int}}, \quad (9)$$

где \hat{H}_n – гамильтониан ядра, \hat{H}_{γ} – гамильтониан свободного электромагнитного поля. Гамильтониан взаимодействия в калибровке Кулона в представлении взаимодействия записывается как

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{int}} &= e \int d\mathbf{x} \hat{j}^i(t, \mathbf{x}) \hat{A}_i(t, \mathbf{x}) - \\ &- \frac{e^2}{2} \int d\mathbf{x} d\mathbf{y} \hat{j}^0(t, \mathbf{x}) \Delta^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \hat{j}^0(t, \mathbf{y}), \end{aligned} \quad (10)$$

где $\Delta^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{y})$ – ядро оператора, обратного к оператору Лапласа, $\hat{j}^{\mu}(t, \mathbf{x})$ – оператор 4-вектора плотности тока ядра в представлении взаимодействия. Оператор тока в представлении взаимодействия связан с оператором в представлении Шредингера стандартным образом

$$\hat{j}^{\mu}(t, \mathbf{x}) = e^{i\hat{H}_n t} \hat{j}^{\mu}(\mathbf{x}) e^{-i\hat{H}_n t}. \quad (11)$$

Явный вид оператора тока в шредингеровском представлении [16]:

$$\begin{aligned} \hat{j}^0(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^A \frac{1 + \tau_{zj}}{2} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j), \\ \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^A \frac{1 + \tau_{zj}}{2} \frac{\hat{\mathbf{p}}_j \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) + \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \hat{\mathbf{p}}_j}{2M} + \frac{1}{2M} \times \\ &\times \sum_{j=1}^A \left[\frac{1 + \tau_{zj}}{2} \mu_p + \frac{1 - \tau_{zj}}{2} \mu_n \right] \nabla \times \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \boldsymbol{\sigma}_j, \end{aligned} \quad (12)$$

где $(1 \pm \tau_{zj})/2$ – проекторы на протонное и нейтронное состояния. Знак плюс отвечает протонному состоянию, а знак минус – нейтронному. Магнитные

моменты протона и нейтрона обозначаются как μ_p , μ_n , \mathbf{x}_j — радиус-вектор j -го нуклона, A — массовое число, M — масса нуклона, $\boldsymbol{\sigma}_j$ — оператор спина нуклона. В ведущем порядке теории возмущений по константе связи e вторым слагаемым в гамильтониане взаимодействия (10) можно пренебречь.

Пусть в момент времени t_1 ядро находилось в состоянии $|\mathbf{p}_i, i\rangle$, где \mathbf{p}_i — импульс центра масс ядра. Квантовые числа $i := \{n_i, \mathcal{J}_i, \mathcal{M}_i\}$ описывают внутреннюю структуру ядра, где \mathcal{J}_i — спин ядра, \mathcal{M}_i — проекция спина. Под n_i будем понимать все остальные квантовые числа, описывающие состояние ядра. Если после поглощения фотона, приготовленного в состоянии $|\mathbf{k}, \lambda\rangle$ в момент времени t_1 , ядро регистрируется в состоянии $|\mathbf{p}_f, f\rangle$ в момент времени t_2 , то амплитуда вероятности такого процесса дается формулой

$$A(\mathbf{p}_f, f; \mathbf{p}_i, i, \mathbf{k}, \lambda) := \langle \mathbf{p}_f, f | \hat{U}_{t_2, 0}^0 \hat{S}_{t_2, t_1} \hat{U}_{0, t_1}^0 | \mathbf{p}_i, i; \mathbf{k}, \lambda \rangle, \quad (13)$$

где \hat{U}_{t_2, t_1}^0 — оператор свободной эволюции системы, а \hat{S} -оператор в ведущем нетривиальном порядке теории возмущений имеет вид

$$\hat{S}_{t_2, t_1} = 1 - ie \int d^4x \hat{j}^i(t, \mathbf{x}) \hat{A}_i(t, \mathbf{x}). \quad (14)$$

Используя стандартные соотношения для операторов рождения и уничтожения,

$$\hat{U}_{0, t}^0 \hat{c}_\alpha \hat{U}_{t, 0}^0 = e^{-iE_\alpha t} \hat{c}_\alpha, \quad \hat{U}_{t_2, t_1}^0 |0\rangle = e^{-iE_0(t_2 - t_1)} |0\rangle, \quad (15)$$

где E_α — энергия одночастичного состояния α , а E_0 — энергия вакуума, для амплитуды рассеяния получаем

$$A(\mathbf{p}_f, f; \mathbf{p}_i, i, \mathbf{k}, \lambda) = -ie e^{-iE_0(t_2 - t_1)} e^{-iE_f t_2} e^{i(E_i + k_0)t_1} \times \int_{t_1}^{t_2} d^4x \langle \mathbf{p}_f, f | \hat{j}^i(t, \mathbf{x}) | \mathbf{p}_i, i \rangle \langle 0 | \hat{A}_i(t, \mathbf{x}) | \mathbf{k}, \lambda \rangle. \quad (16)$$

Если в момент времени t_1 состояния фотона и ядра приготовлены в виде двух произвольных волновых пакетов,

$$|\tilde{\psi}\rangle := \sqrt{\frac{V}{(2\pi)^3}} \sum_{\lambda} \int d\mathbf{k} \tilde{\psi}(\mathbf{k}, \lambda) |\mathbf{k}, \lambda\rangle, \quad (17)$$

$$|\tilde{\phi}\rangle := \sqrt{\frac{V}{(2\pi)^3}} \int d\mathbf{p}_i \tilde{\phi}(\mathbf{p}_i) |\mathbf{p}_i, i\rangle,$$

нормированных условием

$$\sum_{\lambda} \int d\mathbf{k} |\tilde{\psi}(\mathbf{k}, \lambda)|^2 = 1, \quad \int d\mathbf{p}_i |\tilde{\phi}(\mathbf{p}_i)|^2 = 1, \quad (18)$$

то амплитуда рассеяния такого процесса выражается

через амплитуду (16) как

$$A(\mathbf{p}_f, f; \tilde{\phi}, i, \tilde{\psi}) := -ie \frac{V}{(2\pi)^3} e^{-iE_0(t_2 - t_1)} e^{-iE_f t_2} \times \sum_{\lambda} \int d\mathbf{k} e^{ik_0 t_1} \tilde{\psi}(\mathbf{k}, \lambda) \int d\mathbf{p}_i e^{iE_i t_1} \tilde{\phi}(\mathbf{p}_i) \times \int_{t_1}^{t_2} d^4x \langle \mathbf{p}_f, f | \hat{j}^i(x) | \mathbf{p}_i, i \rangle \langle 0 | \hat{A}_i(x) | \mathbf{k}, \lambda \rangle. \quad (19)$$

Удобно задавать вид волновых функций фотона и ядра в момент времени $t = 0$,

$$\psi(\mathbf{k}, \lambda) := e^{ik_0 t_1} \tilde{\psi}(\mathbf{k}, \lambda), \quad \phi(\mathbf{p}_i) = e^{iE_i t_1} \tilde{\phi}(\mathbf{p}_i), \quad (20)$$

считая, что они свободно эволюционируют от $t = t_1$ до $t = 0$. Тогда функции $\tilde{\psi}(\mathbf{k}, \lambda)$, $\tilde{\phi}(\mathbf{p}_i)$ определяются из равенств (20). Заметим, что функции $\psi(\mathbf{k}, \lambda)$, $\phi(\mathbf{p}_i)$ нормированы тем же условием (18).

Можно перейти к пределу $t_1 \rightarrow -\infty$, $t_2 \rightarrow \infty$ в (19). Отбрасывая несущественные фазовые множители, имеем

$$A(\mathbf{p}_f, f; \phi, i, \psi) = \frac{eV}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} \int d\mathbf{k} d\mathbf{p}_i \psi(\mathbf{k}, \lambda) \phi(\mathbf{p}_i) \times \int d^4x \langle \mathbf{p}_f, f | \hat{j}^i(x) | \mathbf{p}_i, i \rangle \langle 0 | \hat{A}_i(x) | \mathbf{k}, \lambda \rangle. \quad (21)$$

Теперь подставим матричный элемент электромагнитного поля,

$$\langle 0 | \hat{A}(x) | \mathbf{k}, \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2k_0 V}} \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda} e^{-ik_0 t + i\mathbf{k}\mathbf{x}}, \quad (22)$$

перейдем к представлению Шредингера (11) и снимем интеграл по времени t :

$$A(\mathbf{p}_f, f; \phi, i, \psi) = \frac{eV}{(2\pi)^2} \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{p}_i}{\sqrt{2k_0 V}} \psi(\mathbf{k}, \lambda) \phi(\mathbf{p}_i) \times \times \delta(E_f - E_i - k_0) \int d\mathbf{x} \langle \mathbf{p}_f, f | \hat{j}_i(\mathbf{x}) | \mathbf{p}_i, i \rangle e_{\mathbf{k}, \lambda}^i e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}. \quad (23)$$

Для вычисления матричного элемента оператора тока ядра (12) удобно перейти к относительным координатам и импульсам, делая замену

$$\mathbf{x}'_j = \mathbf{x}_j - \mathbf{R}, \quad \hat{\mathbf{p}}'_j = \hat{\mathbf{p}}_j - \frac{1}{A} \hat{\mathbf{p}}, \quad (24)$$

где \mathbf{R} и $\hat{\mathbf{p}}$ — радиус-вектор и импульс центра масс ядра. После такой замены координат состояние ядра факторизуется

$$|\mathbf{p}_i, i\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{p}_i \mathbf{R}} |i\rangle, \quad |\mathbf{p}_f, f\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{p}_f \mathbf{R}} |f\rangle. \quad (25)$$

Далее необходимо сдвинуть переменную интегрирования $\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{R}$ и сделать замену в операторе тока

$$\hat{\mathbf{j}}(\mathbf{x}) \rightarrow \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{x}') + \frac{\hat{\mathbf{p}} \hat{j}^0(\mathbf{x}') + \hat{j}^0(\mathbf{x}') \hat{\mathbf{p}}}{2AM}. \quad (26)$$

Тогда амплитуда (23) запишется как

$$A(\mathbf{p}_f, f; \phi, \psi) = 2\pi e \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{p}_i}{\sqrt{2k_0 V}} \psi(\mathbf{k}, \lambda) \phi(\mathbf{p}_i) \times \\ \times \delta(E_f - E_i - k_0) \delta(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i - \mathbf{k}) \left[\int d\mathbf{x}' \langle f | \hat{j}_i(\mathbf{x}') | i \rangle \times \right. \\ \left. \times e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}'} + \int d\mathbf{x}' \langle f | j^0(\mathbf{x}') | i \rangle \frac{(\mathbf{p}_f + \mathbf{p}_i, \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda})}{2AM} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}'} \right]. \quad (27)$$

Записывая второе слагаемое в виде

$$\langle f | j^0(\mathbf{x}') | i \rangle \frac{(\mathbf{p}_f + \mathbf{p}_i, \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda})}{2AM} = \langle f | j^0(\mathbf{x}') | i \rangle \frac{(\mathbf{p}_i, \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda})}{AM}, \quad (28)$$

где мы учли поперечность векторов поляризации $(\mathbf{k}, \mathbf{e}_{\mathbf{k}, \lambda}) = 0$, становится очевидно, что это слагаемое описывает ток перехода ядра как целого. Первое слагаемое в амплитуде (27) описывает ток перехода между состояниями внутри ядра. Данный матричный элемент может быть найден только при выборе конкретной модели взаимодействия составляющих ядра. Если среднеквадратичное отклонение импульсов в волновом пакете центра масс ядра, σ , много меньше, чем средний импульс нуклонов в ядре, $\langle p_n \rangle$,

$$\frac{\sigma}{A\langle p_n \rangle} \ll 1, \quad (29)$$

то вторым слагаемым в амплитуде (27) можно пренебречь. Напомним, что для гауссовых волновых пакетов $1/\sigma$ порядка размера волнового пакета центра масс ядра в координатном пространстве. Поэтому условие (29), как правило, выполнено.

Подставляя разложение плоской волны по мультиполям (7) в амплитуду (27), получим

$$A(\mathbf{p}_f, f; \phi, \psi) = 2\pi e \sqrt{\frac{R_s}{2V}} \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k}}{k_0} d\mathbf{p}_i \psi(\mathbf{k}, \lambda) \phi(\mathbf{p}_i) \times \\ \times \delta(E_f - E_i - k_0) \delta(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i - \mathbf{k}) f_{\lambda}(\mathbf{k}), \quad (30)$$

где для сокращения записи была определена функция

$$f_{\lambda}(\mathbf{k}) := \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=-j}^j i^j \sqrt{2\pi(2j+1)} D_{m\lambda}^j(\varphi_k, \theta_k, 0) \times \\ \times \{ \lambda M_{jm}^M(k_0) + i M_{jm}^E(k_0) \}, \quad (31)$$

и введено стандартное обозначение для матричных элементов мультипольных ядерных переходов

$$M_{jm}^{\tau}(k_0) := \int d\mathbf{x}' \langle f | j | i \rangle \mathbf{A}_{jm}^{\tau}(k_0, \mathbf{x}'). \quad (32)$$

Упростим амплитуду (30). Для начала перепишем аргумент первой дельта-функции, выделяя явно энергию возбуждения ядра ε :

$$E_f - E_i - k_0 = \frac{\mathbf{p}_f^2}{2AM} + \varepsilon - \frac{\mathbf{p}_i^2}{2AM} - k_0 = 0. \quad (33)$$

Откуда

$$k_0 = \varepsilon - \frac{(\mathbf{p}_i, \mathbf{k})}{AM} - \frac{\mathbf{k}^2}{2AM}. \quad (34)$$

Слагаемое $(\mathbf{p}_i, \mathbf{k})/(AM)$ описывает эффект Доплера, связанный с движением центра масс ядра. Вклад $\mathbf{k}^2/(2AM)$ ответственен за квантовую отдачу.

Эффектом Доплера можно пренебречь, если отклонение импульсов в волновом пакете центра масс ядра много меньше массы ядра

$$\frac{\sigma}{AM} \ll 1. \quad (35)$$

Эффект отдачи пренебрежимо мал, если энергия фотона много меньше массы ядра

$$\frac{k_0}{AM} \ll 1. \quad (36)$$

Поэтому будем считать, что $k_0 \approx \varepsilon$. Тогда можно снять интеграл по k_3 в (30), учитывая, что

$$\frac{\delta(\varepsilon - k_0)}{k_0} = \frac{\delta(k_3 - \tilde{k}_3(k_{\perp}))}{\tilde{k}_3}, \quad \tilde{k}_3(k_{\perp}) := \sqrt{\varepsilon^2 - k_{\perp}^2}. \quad (37)$$

Дельта-функция, выражающая закон сохранения импульса в (30), позволяет снять интеграл по импульсу \mathbf{p}_i . В результате получим

$$A(\mathbf{p}_f, f; \phi, i, \psi) = 2\pi e \sqrt{\frac{R_s}{2V}} \times \\ \times \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k}_{\perp}}{k_3} \psi(\mathbf{k}, \lambda) \phi(\mathbf{p}_f - \mathbf{k}) f_{\lambda}(\mathbf{k}) |_{k_3 = \tilde{k}_3(k_{\perp})}. \quad (38)$$

4. ВЕРОЯТНОСТЬ ФОТОПОГЛОЩЕНИЯ

Рассмотрим вероятность фотопоглощения с переходом ядра из состояния i в состояние f :

$$P(i \rightarrow f) = \int \frac{V d\mathbf{p}_f}{(2\pi)^3} |A(\mathbf{p}_f, f; \phi, i, \psi)|^2. \quad (39)$$

Амплитуда (38) получена в общей форме для произвольных волновых пакетов, удовлетворяющих условиям (29), (35) и (36). Чтобы вычислять явно оставшиеся интегралы в амплитуде (38), надо задать конкретный вид волновых пакетов. Для фотона выберем закрученное состояние,

$$\Psi_{k_{\perp}^0 k_3^0 m_{\gamma} \lambda_0}(\mathbf{k}, \lambda) = \\ = C_{\gamma} k_{\perp}^{|m_{\gamma}|} e^{-\frac{[k_{\perp}^2 - (k_3^0)^2]^2}{4\sigma_{\perp}^4}} e^{-\frac{(k_3 - k_3^0)^2}{4\sigma_3^2}} e^{im_{\gamma}\varphi_k} \delta_{\lambda\lambda_0}, \quad (40)$$

с определенной проекцией полного углового момента m_{γ} и спиральностью λ_0 [18]. В пределе $\sigma_{\perp} \rightarrow 0$, $\sigma_3 \rightarrow 0$ это состояние переходит в стандартное бesselово состояние [19–21]. Волновой пакет центра масс ядра выберем в виде гауссоиды

$$\phi(\mathbf{p}) = C_n e^{-\frac{\mathbf{p}^2}{4\sigma^2}} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{b}_{\perp}}. \quad (41)$$

Нормировочные константы C_γ , C_n определяются из условий нормировки (18). Вектор $\mathbf{b}_\perp := \{b_x, b_y, 0\}$ играет роль прицельного параметра между осью, вдоль которой движется закрученный фотон, и центром масс ядра.

В вероятность фотопоглощения (39) входит выражение вида

$$\phi(\mathbf{p}_f - \mathbf{k})\phi^*(\mathbf{p}_f - \mathbf{k}') = C_n^2 e^{-\frac{(\mathbf{p}_f - \mathbf{k})^2 + (\mathbf{p}_f - \mathbf{k}')^2}{4\sigma^2}} e^{-i\Delta\mathbf{k}\mathbf{b}_\perp}, \quad (42)$$

где $\Delta\mathbf{k} := \mathbf{k}' - \mathbf{k}$. Выделяя полный квадрат в показателе экспоненты, можно проинтегрировать по импульсу \mathbf{p}_f :

$$\int d\mathbf{p}_f \phi(\mathbf{p}_f - \mathbf{k})\phi^*(\mathbf{p}_f - \mathbf{k}') = \int d\mathbf{p}_f C_n^2 e^{-\frac{(\mathbf{p}_f + \frac{\Delta\mathbf{k}}{2})^2}{2\sigma^2}} \times e^{-\frac{\Delta\mathbf{k}^2}{8\sigma^2}} e^{-i\Delta\mathbf{k}\mathbf{b}} = e^{-\frac{\Delta\mathbf{k}^2}{8\sigma^2}} e^{-i\Delta\mathbf{k}\mathbf{b}_\perp}. \quad (43)$$

Тогда вероятность фотопоглощения (39) принимает вид

$$P(i \rightarrow f) = \alpha R_s \sum_{\lambda, \lambda'} \int \frac{d\mathbf{k}_\perp}{k_3} \frac{d\mathbf{k}'_\perp}{k'_3} \psi(\mathbf{k}, \lambda) \psi^*(\mathbf{k}', \lambda') \times e^{-\frac{\Delta\mathbf{k}^2}{8\sigma^2}} e^{-i\Delta\mathbf{k}\mathbf{b}_\perp} f_\lambda(\mathbf{k}) f_{\lambda'}^*(\mathbf{k}') \Big|_{k_3 = \tilde{k}_3(k_\perp)}^{k'_3 = \tilde{k}_3(k'_\perp)}. \quad (44)$$

Интегралы по k_\perp вычислим с помощью теории возмущений по малому параметру σ_\perp . При этом для упрощения получающихся выражений будем считать, что

$$k_3^0 = \tilde{k}_3(k_\perp^0) = \sqrt{\varepsilon^2 - (k_\perp^0)^2}. \quad (45)$$

Для применимости теории возмущений по σ_\perp необходимо потребовать выполнения следующих условий на параметры волновых пакетов:

$$\frac{k_\perp^0 \sigma_\perp}{(k_3^0)^2} \ll 1, \quad \frac{(2|m_\gamma| + 1)\sigma_\perp}{k_\perp^0} \ll 1, \quad \frac{k_\perp^0 \sigma_\perp}{\sigma^2} \ll 1, \quad \frac{\sigma_3 k_\perp^0 \sigma_\perp}{k_3^0 \sigma^2} \ll 1, \quad \sigma_\perp b_\perp \ll 1, \quad \frac{(\mathcal{J}_f + \mathcal{J}_i + 1)\sigma_\perp}{k_\perp^0} \ll 1. \quad (46)$$

Таким образом, снимая интегрирование по k_\perp , k'_\perp , в ведущем порядке получим

$$P(i \rightarrow f) = \pi \alpha R_s |C_\gamma|^2 \sigma_\perp^4 \frac{(k_\perp^0)^{2|m_\gamma|}}{(k_3^0)^2} \int_0^{2\pi} d\varphi_k d\varphi'_k \times e^{im_\gamma(\varphi_k - \varphi'_k)} e^{-\frac{\Delta\mathbf{k}^2}{8\sigma^2}} e^{-i\Delta\mathbf{k}_\perp \mathbf{b}_\perp} f_{\lambda_0}(\mathbf{k}) f_{\lambda_0}^*(\mathbf{k}'), \quad (47)$$

где полагается $k_3 = k'_3 = k_3^0$, $k_\perp = k'_\perp = k_\perp^0$. Кроме того, в ведущем порядке по σ_\perp нормировочный множитель имеет вид

$$|C_\gamma|^2 = \frac{1}{2\pi^2 \sigma_3 \sigma_\perp^2 (k_\perp^0)^{2|m_\gamma|}} + O(\sigma_\perp^2). \quad (48)$$

Учитывая, что

$$\Delta\mathbf{k}_\perp^2 = (\mathbf{k}'_\perp - \mathbf{k}_\perp)^2 = 2(k_\perp^0)^2 - 2(k_\perp^0)^2 \cos(\varphi'_k - \varphi_k), \quad \Delta\mathbf{k}_\perp \mathbf{b} = k_\perp^0 b_\perp (\cos(\varphi'_k - \varphi_b) - \cos(\varphi_k - \varphi_b)), \quad (49)$$

выпишем явно оставшиеся интегралы, содержащие углы φ_k , φ'_k ,

$$\int_0^{2\pi} d\varphi_k d\varphi'_k e^{ik_\perp^0 b_\perp \cos(\varphi_k - \varphi_b) - i(m - m_\gamma)\varphi_k} \times e^{\frac{(k_\perp^0)^2}{4\sigma^2} \cos(\varphi_k - \varphi'_k)} e^{-ik_\perp^0 b_\perp \cos(\varphi'_k - \varphi_b) + i(m' - m_\gamma)\varphi'_k}. \quad (50)$$

Чтобы привести этот интеграл к произведению двух независимых интегралов, воспользуемся формулой Якоби–Ангера,

$$e^{z \cos \varphi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\varphi} I_n(z), \quad (51)$$

где $I_n(z)$ – функция Бесселя мнимого аргумента порядка n . Тогда, используя интегральное представление функции Бесселя,

$$J_m(z) = i^{-m} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{-im\varphi + iz \cos \varphi}, \quad m \in \mathbb{Z}, \quad (52)$$

окончательно получим

$$P(i \rightarrow f) = 4\pi^2 \frac{\alpha R_s \sigma_\perp^2}{\sigma_3 (k_3^0)^2} e^{-\frac{(k_\perp^0)^2}{4\sigma^2}} \sum_{j, j'} \sum_{m, m'} i^{j+m-j'-m'} \times e^{i(m'-m)\varphi_b} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} d_{m\lambda_0}^j(\theta_k^0) d_{m'\lambda_0}^{j'}(\theta_k^0) \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n\left(\frac{(k_\perp^0)^2}{4\sigma^2}\right) J_{m-m_\gamma-n}(k_\perp^0 b_\perp) J_{m'-m_\gamma-n}(k_\perp^0 b_\perp) \times \{ \lambda_0 M_{jm}^M(\varepsilon) + iM_{jm}^E(\varepsilon) \} \{ \lambda_0 M_{j'm'}^{M*}(\varepsilon) - iM_{j'm'}^{E*}(\varepsilon) \}, \quad (53)$$

где $\theta_k^0 := \arctg(k_\perp^0/k_3^0)$. Отметим, что данное выражение не зависит от нормировочного радиуса R_s , поскольку матричные элементы мультипольных переходов (32) содержат множитель $1/\sqrt{R_s}$.

Обычно начальное состояние ядра является смешанным по проекциям спина M_i , причем состояния с различными M_i реализуются равновероятно, а проекция конечного спина ядра, M_f , не регистрируется. Поэтому будем рассматривать вероятность перехода ядра из состояния со спином \mathcal{J}_i в состояние со спином \mathcal{J}_f , просуммируем вероятность фотопоглощения (53) по проекциям конечного спина M_f и усредним по начальным M_i :

$$P(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) := \frac{1}{2\mathcal{J}_i + 1} \sum_{M_i = -\mathcal{J}_i}^{\mathcal{J}_i} \sum_{M_f = -\mathcal{J}_f}^{\mathcal{J}_f} P(i \rightarrow f). \quad (54)$$

Суммы по проекциям спина ядра можно вычислить явно. Действительно, так как матрицы $M_{jm}^\tau(\varepsilon)$ являются неприводимыми тензорами, к ним применима теорема Вигнера–Эккарта

$$M_{jm}^\tau(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\mathcal{J}_f + 1}} C_{\mathcal{J}_i \mathcal{M}_i j m}^{\mathcal{J}_f \mathcal{M}_f} M_j^\tau(\varepsilon), \quad (55)$$

где $C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j_3 m_3}$ – коэффициенты Клебша–Гордана, $M_j^\tau(\varepsilon) := \langle n_f, \mathcal{J}_f | \hat{M}_j^\tau(\varepsilon) | n_i, \mathcal{J}_i \rangle$ – приведенные матричные элементы, не зависящие от проекции спина. Подставляя (55) в (53), (54) и используя свойство коэффициентов Клебша–Гордана,

$$\begin{aligned} \sum_{\mathcal{M}_i = -\mathcal{J}_i}^{\mathcal{J}_i} \sum_{\mathcal{M}_f = -\mathcal{J}_f}^{\mathcal{J}_f} C_{\mathcal{J}_i \mathcal{M}_i j m}^{\mathcal{J}_f \mathcal{M}_f} C_{\mathcal{J}_i \mathcal{M}_i j' m'}^{\mathcal{J}_f \mathcal{M}_f} = \\ = \frac{2\mathcal{J}_f + 1}{2j + 1} \delta_{jj'} \delta_{mm'}, \end{aligned} \quad (56)$$

получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\mathcal{J}_i + 1} \sum_{\mathcal{M}_i = -\mathcal{J}_i}^{\mathcal{J}_i} \sum_{\mathcal{M}_f = -\mathcal{J}_f}^{\mathcal{J}_f} \{ \lambda_0 M_{jm}^M + i M_{jm}^E \} \{ \lambda_0 M_{jm}^{M*} - \\ - i M_{jm}^{E*} \} = \frac{\delta_{jj'} \delta_{mm'}}{(2\mathcal{J}_i + 1)(2j + 1)} | \lambda_0 M_j^M + i M_j^E |^2. \end{aligned} \quad (57)$$

Произведение четностей ядра в начальном и конечном состояниях π_i и π_f должно быть равно четности π_j^τ мультипольного оператора типа τ . Так как четности электрических и магнитных операторов при фиксированном j различны, то произведение $M_j^M(\varepsilon) M_j^E(\varepsilon)$ равняется нулю. Тогда можно раскрыть квадрат модуля в последнем выражении, и мы приходим к

$$\begin{aligned} P(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_\perp^2}{\sigma_3 (k_3^0)^2} e^{-\frac{(k_\perp^0)^2}{4\sigma^2}} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=-j}^j \times \\ \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \left(\frac{(k_\perp^0)^2}{4\sigma^2} \right) J_{m-m_\gamma-n}^2(k_\perp^0 b_\perp) \left[d_{m\lambda_0}^j(\theta_k^0) \right]^2 \times \\ \times \sum_{\tau=E,M} |M_j^\tau(\varepsilon)|^2. \end{aligned} \quad (58)$$

Если центр масс ядра находится близко к оси движения закрученного фотона и выполняются условия

$$k_0 b_\perp \ll 1, \quad \frac{k_0}{\sigma} \ll 1, \quad (59)$$

то функции Бесселя можно заменить дельта-символами

$$I_n(0) = \delta_{n0}, \quad J_{m-m_\gamma-n}(0) = \delta_{m-m_\gamma, n}. \quad (60)$$

Для закрученного фотона с энергией порядка $k_0 \approx 1$ кэВ условия (59) выполняются при

$$b_\perp \ll 1 \text{ нм}, \quad \sigma \gg 1 \text{ кэВ}. \quad (61)$$

Таких параметров можно добиться, например, используя ловушки Пауля [22] для удержания ядер и источник жестких закрученных фотонов, создаваемых при обратном комптоновском рассеянии [7–11] или каналировании [12, 13]. Тогда вероятность фотопоглощения запишется как

$$\begin{aligned} P(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_\perp^2}{\sigma_3 (k_3^0)^2} \times \\ \times \sum_{j \geq \max(|m_\gamma|, 1)} \left[d_{m_\gamma \lambda_0}^j(\theta_k^0) \right]^2 \sum_{\tau=E,M} |M_j^\tau(\varepsilon)|^2. \end{aligned} \quad (62)$$

Из этой формулы видно, что если $|m_\gamma| > 1$, то в вероятность фотопоглощения дают вклады только мультипольные переходы с $j \geq |m_\gamma|$. Вклады меньшей мультипольности появляются в следующих порядках разложения по $k_0 b_\perp$, но будут сильно подавлены. Более того, если выполняется условие длинноволнового приближения, когда $\varepsilon R \ll 1$, то ведущий вклад дают слагаемые с минимально возможной мультипольностью $j = |m_\gamma|$, если они не запрещены другими правилами отбора.

При $m_\gamma = \lambda_0$ и $\theta_k^0 \rightarrow 0$ формула (62) воспроизводит известный результат для фотопоглощения плоского фотона [16], обобщенный на случай, когда начальное состояние фотона задается в виде гауссова волнового пакета. В этом случае

$$P(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_\perp^2}{\sigma_3 (k_3^0)^2} \sum_{j \geq 1} \sum_{\tau=E,M} |M_j^\tau(\varepsilon)|^2. \quad (63)$$

Сравнивая (62) с (63), мы видим, что отношение вероятности возбуждения j -го мультипольного перехода закрученным фотоном к вероятности возбуждения этого же перехода плоским фотоном равно

$$\left[d_{m_\gamma \lambda_0}^j(\theta_k^0) \right]^2 \leq 1. \quad (64)$$

Однако при фотопоглощении закрученного фотона с $|m_\gamma| > 1$ мультипольный переход с $j = |m_\gamma|$ не перекрывается переходами меньшей мультипольности и может быть исследован отдельно.

5. ФОТОПОГЛОЩЕНИЕ В МИШЕНИ ИЗ МНОГИХ ЯДЕР

Рассмотрим вероятность фотопоглощения закрученного фотона мишенью из многих ядер. Пусть P_k — определяемая формулой (58) вероятность фотопоглощения одним ядром с прицельным параметром b_\perp^k . Будем считать, что изначально все ядра находились в основном состоянии. Тогда вероятность фотовозбуждения хотя бы одного ядра из состояния с квантовыми числами n_i, \mathcal{J}_i в состояние с квантовыми числами

n_f, \mathcal{J}_f имеет вид

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \prod_{k=1}^N (1 - P_k) = \\ = 1 - \exp\left(\sum_{k=1}^N \ln(1 - P_k)\right), \quad (65)$$

где N – количество ядер в мишени. Если вероятность отдельного акта фотопоглощения k -ым ядром мала $P_k \ll 1$ для любого k , то в ведущем порядке получим

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \exp\left(-\sum_{k=1}^N P_k\right). \quad (66)$$

Вместо вычисления таких сумм удобнее перейти к непрерывному распределению ядер в мишени с плотностью распределения $\rho(\mathbf{b}_\perp)$. Функция $\rho(\mathbf{b}_\perp)$ нормирована условием

$$N = \int d\mathbf{b}_\perp \rho(\mathbf{b}_\perp). \quad (67)$$

Тогда вероятность фотопоглощения мишенью запишется в виде

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \exp\left(-\int d\mathbf{b}_\perp \rho(\mathbf{b}_\perp) P(\mathbf{b}_\perp)\right), \quad (68)$$

где $P(\mathbf{b}_\perp)$ также определяется формулой (58).

Рассмотрим частный случай, когда распределение ядер в мишени по прицельному параметру задается функцией Гаусса,

$$\rho(\mathbf{b}_\perp) = \frac{N}{2\pi w^2} e^{-\frac{b_\perp^2}{2w^2}}. \quad (69)$$

Зависимость от прицельного параметра в (58) определяется только квадратом функции Бесселя. Поэтому интеграл по \mathbf{b}_\perp легко берется [23]:

$$\frac{N}{2\pi w^2} \int d\mathbf{b}_\perp e^{-\frac{b_\perp^2}{2w^2}} J_{m-m_\gamma-n}^2(k_\perp^0 b_\perp) = \\ = N e^{-(k_\perp^0 w)^2} I_{m-m_\gamma-n}((k_\perp^0 w)^2). \quad (70)$$

Сумма по n , входящая в (58), есть теперь не что иное, как теорема сложения

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n\left(\frac{(k_\perp^0)^2}{4\sigma^2}\right) I_{m-m_\gamma-n}((k_\perp^0 w)^2) = \\ = I_{m-m_\gamma}\left((k_\perp^0)^2 w_{\text{eff}}^2\right), \quad w_{\text{eff}}^2 := w^2 + \frac{1}{4\sigma^2}. \quad (71)$$

Окончательно для вероятности фотопоглощения мишенью получаем

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \exp\left[-N \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_\perp^2 e^{-(k_\perp^0)^2 w_{\text{eff}}^2}}{\sigma_3 (k_3^0)^2} \sum_{j=1}^{\infty} \times \right. \\ \left. \times \sum_{m=-j}^j (d_{m\lambda_0}^j(\theta_k^0))^2 I_{m-m_\gamma}\left((k_\perp^0)^2 w_{\text{eff}}^2\right) \sum_{\tau=E,M} |M_j^\tau(\epsilon)|^2\right]. \quad (72)$$

Если характерные размеры мишени достаточно малы, так что все ядра находятся близко к оси движения закрученного фотона, т.е.

$$k_0 w \ll 1, \quad \frac{k_0}{\sigma} \ll 1, \quad (73)$$

то в ведущем порядке

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \exp\left[-N \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_\perp^2}{\sigma_3 (k_3^0)^2} \times \right. \\ \left. \times \sum_{j \geq \max(1, |m_\gamma|)} (d_{m\lambda_0}^j(\theta_k^0))^2 \sum_{\tau=E,M} |M_j^\tau(\epsilon)|^2\right]. \quad (74)$$

Формулы (72), (74) определяют закон Бугера для поглощения закрученного фотона с энергией ϵ , углом раскрытия θ_k^0 , проекцией полного углового момента m_γ и спиральностью λ_0 .

При больших размерах мишени, когда $k_0 w \gg 1$, в формуле (72) можно воспользоваться асимптотической функцией Бесселя мнимого аргумента при больших аргументах. Тогда сумма по проекциям m от $(d_{m\lambda_0}^j(\theta_k^0))^2$ дает единицу, и вероятность фотопоглощения запишется как

$$P_T(\mathcal{J}_i \rightarrow \mathcal{J}_f) = 1 - \exp\left[-N \frac{4\pi^2 \alpha R_s}{2\mathcal{J}_i + 1} \frac{\sigma_\perp^2}{\sigma_3 (k_3^0)^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{(2\pi)^{1/2} k_\perp^0 w_{\text{eff}}} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\tau=E,M} |M_j^\tau(\epsilon)|^2\right]. \quad (75)$$

Выражение в показателе экспоненты с точностью до множителя совпадает с плосковолновым пределом (63).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко резюмируем результаты, полученные в данной работе. Рассмотрена вероятность поглощения атомным ядром фотона, обладающего определенной проекцией полного углового момента $m_\gamma \in \mathbb{Z}$ на ось распространения (закрученного фотона). Найдены явные выражения (53), (58), (62) для вероятности поглощения такого фотона одним ядром. Показано, что в случае, когда ядро находится близко к оси, вдоль которой распространяется закрученный фотон, т.е. выполнены оценки (59), для фотопоглощения выполнено правило отбора, $j \geq |m_\gamma|$, где j – мультипольность перехода [24, 25]. В длинноволновом приближении основной вклад в вероятность фотопоглощения дает переход с минимальной возможной мультипольностью $j = |m_\gamma|$. Такая особенность поглощения закрученных фотонов ядрами позволяет отдельно исследовать гигантские мультипольные резонансы высшего порядка. Найдены явные выражения (72), (74), (75) для вероятности поглощения закрученного фотона мишенью из многих ядер. Данные выражения имеют вид закона Бугера и определяют коэффициент поглощения закрученных фотонов ядрами.

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации, контракт № FSWM-2020-0033.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, УФН **191**, 147 (2021).
2. J. P. Torres and L. Torner, *Twisted Photons* (WileyVCH, Weinheim, 2011).
3. D. L. Andrews and M. Babiker, *The Angular Momentum of Light* (Cambridge University Press, New York, 2013).
4. M. J. Padgett, Opt. Express **25**, 11265 (2017).
5. Б. А. Князев, В. Г. Сербо, УФН **188**, 508 (2018).
6. R. Fickler, G. Campbell, B. Buchler, and A. Zeilinger, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **113**, 13642 (2016).
7. U. D. Jentschura and V. G. Serbo, Phys. Rev. Lett. **106**, 013001 (2011).
8. U. D. Jentschura and V. G. Serbo, Eur. Phys. J. C **71**, 1571 (2011).
9. O. V. Bogdanov, P. O. Kazinski, and G. Yu. Lazarenko, Phys. Rev. D **99**, 116016 (2019).
10. I. P. Ivanov, Prog. Part. Nucl. Phys. **127**, 103987 (2022).
11. R.-T. Guo, M. Ababekri, Q. Zhao, Y. I. Salamin, L.-L. Ji, Z.-G. Bu, Z.-F. Xu, X.-F. Weng, and J.-X. Li, arXiv: 2310.16306.
12. S. V. Abdrashitov, O. V. Bogdanov, P. O. Kazinski, and T. A. Tukhfatullin, Phys. Lett. A **382**, 3141 (2018).
13. O. V. Bogdanov, P. O. Kazinski, and T. A. Tukhfatullin, Phys. Lett. A **451**, 128431 (2022).
14. A. Afanasev, C. E. Carlson, and A. Mukherjee, Phys. Rev. A **88**, 033841 (2013).
15. Y. Duan, R. A. Muller, and A. Surzhykov, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **52**, 184002 (2019).
16. А. И. Ахиезер, А. Г. Ситенко, В. К. Тартаковский, *Электродинамика ядер* (Наукова думка, Киев, 1989).
17. Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента* (Наука, Ленинград, 1975).
18. P. O. Kazinski and V. A. Ryakin, Ann. Phys. **455**, 169365 (2023).
19. R. Jauregui and S. Nasyan, Phys. Rev. A **71**, 033411 (2005).
20. I. Bialynicki-Birula and Z. Bialynicka-Birula, Opt. Commun. **264**, 342 (2006).
21. O. V. Bogdanov, P. O. Kazinski, and G. Yu. Lazarenko, Phys. Rev. A **97**, 033837 (2018).
22. R. Lange, N. Huntemann, A. A. Peshkov, A. Surzhykov, and E. Peik, Phys. Rev. Lett. **129**, 253901 (2022).
23. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, *Интегралы и ряды* (ФИЗМАТЛИТ, Москва, 2003), т. 2.
24. А. А. Соколов, Выпускная бакалаврская работа, Томский государственный университет (Томск, 2022). <https://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vital:16428>
25. Z.-W. Lu, L. Guo, Z.-Z. Li, M. Ababekri, F.-Q. Chen, C. Fu, C. Lv, R. Xu, X. Kong, Y.-F. Niu, and J.-X. Li, Phys. Rev. Lett. **131**, 202502 (2023).

EXCITATION OF MULTIPOLAR TRANSITIONS IN NUCLEI BY TWISTED PHOTONS

P. O. Kazinski¹⁾, A. A. Sokolov¹⁾

¹⁾Physics Faculty, Tomsk State University, Tomsk, Russia

The explicit expression for the probability of absorption of a twisted photon by an atomic nucleus has been obtained. It is shown that photoabsorption obeys the selection rule $j \geq |m_\gamma|$, where j is the multipolarity of the nuclear transition, when the nuclei lie near the axis along which a twisted photon with a projection of the total angular momentum m_γ propagates. In the long-wave limit, the main contribution to the probability of absorption of a twisted photon comes from the multipole transition with $j = |m_\gamma|$. The absorption coefficient for twisted photons in a target consisting of many nuclei has been found.