

# ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА





## СОДЕРЖАНИЕ

## Том 87, номер 5, 2024

## ЯДРА

Эксперимент	
Измерение скоростей реакций $^{102}$ Pd $(n,\gamma)^{103}$ Pd и $^{102}$ Ru $(n,\gamma)^{103}$ Ru в горизонтальном канале реактора ИР-8 НИЦ "Курчатовский институт"	
В. А. Загрядский, К. О. Королев, Я. М. Кравец, Т. М. Кузнецова, А. В. Курочкин, К. А. Маковеева, И. И. Скобелин, А. Н. Стрепетов, Т. А. Удалова	365
Сечения фотонейтронных реакций на ядре <sup>90</sup> Zr в разных экспериментах В. В. Варламов, А. И. Давыдов, И. А. Мостаков, В. Н. Орлин	369
Теория	
Двухфотонный резонансный механизм оптической накачки $8.3$ -э $B$ изомера $^{229m}$ Th в нейтральных атомах $\Phi$ . $\Phi$ . <i>Карпешин</i>	382
ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ	
Эксперимент	
Исследование нейтрино высоких энергий на Большом адронном коллайдере Н. С. Коновалова, Н. М. Окатьева, Н. Г. Полухина, Ж. Т. Садыков, Н. И. Старков, Е. Н. Старкова, М. М. Чернявский, Т. В. Щедрина	390
Сечение процесса $e^+e^- \to n\overline{n}$ вблизи порога M. $H.$ $A$ часов, $A.$ $H.$ $H.$ $H.$ $H.$ $H.$ $H.$ $H.$ $H$	400
Рассмотрение нейтринного канала на ускорительном комплексе У-70 с отклонением пучка родительских частиц	
Ф. Н. Новоскольцев, Р. Ю. Синюков, А. А. Соколов	414
Использование ксенонового гамма-спектрометра для дозиметрии в бор-нейтронозахватной терапии И. Ф. Химматов, С. Е. Улин	421

## Теория

Редкие распады $D_s$ -мезонов на три заряженных лептона и нейтрино в рамках Стандартной модели $A.\ B.\ Данилина,\ H.\ B.\ Никитин$	426
Уравнение Клейна—Гордона, уравнения квантовой релятивистской гидродинамики и квантовые ударные волны при описании столкновений атомных ядер А. Т. Дьяченко	438

# ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТЕЙ РЕАКЦИЙ $^{102}$ Pd $(n,\gamma)$ $^{103}$ Pd И $^{102}$ Ru $(n,\gamma)$ $^{103}$ Ru В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ КАНАЛЕ РЕАКТОРА ИР-8 НИЦ "КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ"

© 2024 г. В. А. Загрядский<sup>1)</sup>, К. О. Королев<sup>1),\*</sup>, Я. М. Кравец<sup>1)</sup>, Т. М. Кузнецова<sup>1)</sup>, А. В. Курочкин<sup>1)</sup>, К. А. Маковеева<sup>1)</sup>, И. И. Скобелин<sup>1)</sup>, А. Н. Стрепетов<sup>1)</sup>, Т. А. Удалова<sup>1)</sup>

Поступила в редакцию 08.02.2024 г.; после доработки 22.04.2024 г.; принята к публикации 22.04.2024 г.

Метастазирование является одной из основных причин рецидивов и последующей высокой смертности от рака. Метастазы могут содержать очень мало клеток и распространяться по всему организму. Несмотря на существующее разнообразие диагностических методов визуализации, на практике разрешение ни одного из них не позволяет однозначно диагностировать наличие опухоли (сгустка раковых клеток) размером менее 1-2 мм. После хирургического вмешательства и удаления опухоли пациентам, как правило, предлагается пройти курсы химиотерапии, дистанционной лучевой терапией или радионуклидной терапии с α- или βэмиттерами. Указанная терапия имеет побочные эффекты, что приводит к дополнительным рискам и может мешать продолжению лечения. В последнее время в ряде работ в отличие от традиционного подхода вместо основным продолжению подхода вместо основным протосто основным продолжению подхода вместо основным продолжению подхода в подхода в подхода вместо основным продолжению подхода в по или  $\beta$ -эмиттеров предлагается использовать радионуклиды "ближнего действия" [1-3]. В качестве терапевтических агентов "ближнего действия" удобно использовать эмиттеры Оже или конверсионных электронов. Оже-электроны и конверсионные электроны имеют малый пробег и высокую удельную линейную потерю энергии в биологической ткани, они способны повреждать клетки в пределах нескольких десятков микрон, но не оказывают радиотоксичного действия на больших расстояниях, не повреждая здоровые клетки и ткани. К наиболее эффективным и удобным для практического применения эмиттерам Оже и конверсионных электронов можно отнести  $^{103m}$  Rh ( $T_{1/2} = 56.1$  мин), который имеет наименьшее отношение числа  $\gamma$ -квантов к электронам [1] и может быть получен генераторным способом. Предшественниками  $^{103m}$ Rh ( $T_{1/2}=56.1$  мин) в генераторе могут быть  $^{103}$ Ru ( $T_{1/2}=39.247$  сут) или  $^{103}$ Pd ( $T_{1/2}=16.99$  сут). С целью уточнения перспектив наработки указанных предшественников в работе измеряли скорости реакций  $^{102}$ Ru $(n,\gamma)^{103}$ Ru и  $^{102}$ Pd $(n,\gamma)^{103}$ Pd при облучении нейтронами металлического рутения природного изотопного состава и металлического палладия, обогащенного по изотопу <sup>102</sup>Pd до 96.36%, в горизонтальном экспериментальном канале реактора ИР-8.

**DOI:** 10.31857/S0044002724050011, **EDN**: JGQMUZ

## 1. УСТРОЙСТВО И СХЕМА РАЗМЕЩЕНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО КАНАЛА В РЕАКТОРЕ ИР-8

Для наработки радиоизотопов  $^{103}$ Ru и  $^{103}$ Pd был выбран горизонтальный экспериментальный канал, представляющий собой две изогнутые в горизонтальной плоскости трубы диаметром 159 мм с толщиной стенки 4 мм из нержавеющей стали марки 1Х18Н10Т. Расстояние между трубами в месте соединения 25 см, на выходе из биологической защиты 50 см. Внутренняя поверхность труб отшлифована до зеркального блеска. Радиус кривизны труб  $\sim 8$  м. Трубы расположены одна над другой и соединены друг с другом коротким наклонным участком. Конец нижней трубы длиной 30 см входит в бериллиевый отражатель реактора. Нижняя ветвь канала (нижняя труба) оборудована пневматической почтой. Под действием сжатого воздуха контейнер с исследуемым образцом по нижней трубе быстро размещается в отражателе и после облучения извлекается из него [4].

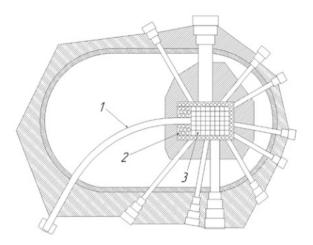
#### 2. ТЕХНИКА ОБЛУЧЕНИЯ ОБРАЗЦОВ РУТЕНИЯ И РОДИЯ

Образец металлического рутения природного изотопного состава массой 105 мг герметично заваривали в кварцевой ампуле диаметром 8 мм и высотой 30 мм. Ампулу помещали в алюминиевый контейнер диаметром 13 мм, который при помощи пневматической почты подавали на границу канала в бериллиевом отражателе (см. рис. 1). Образец металлического палладия массой 4.6 мг, обогащенный по изотопу <sup>102</sup> Pd, упаковывали аналогично образцу металлического рутения и с помощью пневматической почты также доставляли для облучения на границу канала.

Облучения образцов рутения и палладия проводили последовательно во время разных сеансов работы реактора ИР-8. Облучение образца рутения проводили в течение 23.5 ч при средней тепловой мощности 5 МВт. Облучение образца палладия проводили в течение 97 ч при средней тепловой мощности 5.8 МВт. После облучений алюминиевые контейнеры с образцами при помощи пневматической почты извлекали из бериллиевого отражателя и в транспортном контейнере перевозили в радиохимическую лабораторию для из-

<sup>1)</sup> Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия

<sup>\*</sup> E-mail: kirik.korolev@yandex.ru



**Рис. 1.** Схема размещения горизонтального экспериментального канала в реакторе ИР-8: I — горизонтальный экспериментальный канал; 2 — бериллиевый отражатель; 3 — активная зона.

мерения наработанной активности  $^{103}$ Ru и  $^{103}$ Pd и последующей их радиохимической переработки.

#### 3. ИЗМЕРЕНИЕ АКТИВНОСТИ <sup>103</sup> Ru

Измерения активности <sup>103</sup>Ru проводили в течение нескольких периодов полураспада ( $T_{1/2} = 39.35$  сут). Время измерения не превышало 1 ч. Активность <sup>103</sup> Ru определяли по пику полного поглощения у-квантов по линии  $E_{\gamma} = 497.085$  кэВ ( $K_{\gamma} = 91\%$ ) [5]. Измерения проводили с помощью у-спектрометра фирмы ORTEC GEM 35P4 (США) с детектором из сверхчистого германия. При измерении активности образец рутения в кварцевой ампуле, предварительно извлеченный из алюминиевого контейнера, устанавливали на расстоянии 42 см от торцевой поверхности детектора. При измерениях активности мертвое время спектрометра не превышало 10%. Энергетическую зависимость эффективности регистрации у-квантов детектором определяли экспериментально с помощью образцовых спектрометрических у-источников из комплекта ОСГИ. В качестве иллюстрации на рис. 2 приведен фрагмент аппаратурного спектра уквантов облученного образца рутения, измеренный через 4 мес. после облучения. Кроме <sup>103</sup>Ru в аппаратурном спектре были идентифицированы у-линии, принадлежащие радиоизотопу <sup>192</sup>Ir, который был наработан на примеси иридия. Оценка примеси иридия в образце рутения, сделанная на основе экспериментальных результатов и сечений для тепловых нейтронов из библиотеки TENDL 2019 [6], показала, что величина примеси не превышала 0.01%.

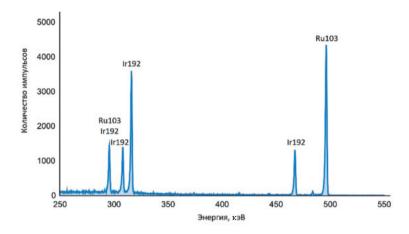
#### 4. ИЗМЕРЕНИЕ АКТИВНОСТИ <sup>103</sup>Pd

Измерения активности  $^{103}$ Pd также проводили в течение нескольких периодов полураспада ( $T_{1/2}=16.991$  сут). Время измерения не превышало 1 ч.

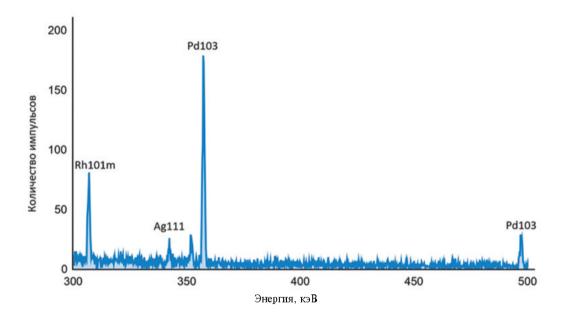
Активность <sup>103</sup>Pd определяли по пику полного поглощения  $\gamma$ -квантов по линии  $E\gamma = 357.45$  кэВ ( $K\gamma =$ = 0.0221%) [5]. Измерения проводили в той же геометрии и с помощью того же ү-спектрометра, что и при измерении активности <sup>103</sup>Ru. Несмотря на относительно маленький выход используемой для определения активности <sup>103</sup>Pd γ-линии, она надежно выделялась в аппаратурном спектре. В качестве иллюстрации на рис. 3 приведен фрагмент аппаратурного спектра у-квантов облученного образца палладия, измеренного через 2 сут после облучения. В аппаратурном спектре кроме <sup>103</sup> Pd были идентифицированы у-линии, принадлежащие радиоизотопам родия и серебра, которые могли быть наработаны в реакциях на быстрых нейтронах, а также на примесных изотопах палладия.

#### 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Величина активности  $^{103}$ Ru в облученном нейтронами образце металлического рутения массой 105 мг на конец облучения составила величину  $(25.8 \pm 4.1)$  МБк. Соответствующая величина активности <sup>103</sup> Pd в облученном нейтронами образце металлического палладия, обогащенного по изотопу <sup>102</sup>Pd (96.36%), массой 4.6 мг на конец облучения составила величину (39.4  $\pm$  4.7) МБк. С целью идентичного представления результатов указанная величина активности <sup>103</sup>Pd приведена к мощности реактора 5 МВт, при которой облучали образец рутения. Погрешности экспериментальных значений активностей приведены для доверительной вероятности 68%. Учтенными составляющими погрешностей являлись: погрешность определения эффективности детектора, погрешность определения площадей пиков полного поглощения ү-квантов в аппаратурных спектрах, погрешность использованных для определения активностей квантовых выходов. Скорости реакций



**Рис. 2.** Фрагмент аппаратурного γ-спектра облученного нейтронами образца металлического рутения через 4 мес после облучения.



**Рис. 3.** Фрагмент аппаратурного γ-спектра облученного нейтронами образца металлического палладия через 2 сут после облучения.

 $^{102}{
m Pd}(n,\gamma)^{103}{
m Pd}$  и  $^{102}{
m Ru}(n,\gamma)^{103}{
m Ru}$ , которые достигаются в небольших образцах палладия и рутения при облучении нейтронами в экспериментальном горизонтальном канале реактора ИР-8 на мощности 5 МВт, были получены с помощью измеренных активностей  $^{103}{
m Ru}$  и  $^{103}{
m Pd}$  по формуле (1):

$$V = A/N(1 - e^{-\lambda T}) \tag{1}$$

Здесь V ( $\mathbf{c}^{-1}$ ) — скорость реакции  $^{102}\mathrm{Pd}(n,\gamma)^{103}\mathrm{Pd}$  ( $^{102}\mathrm{Ru}(n,\gamma)^{103}\mathrm{Ru}$ ) в зоне облучения образцов экспериментального горизонтального канала реактора ИР-8 при работе реактора на мощности 5 МВт. A ( $\mathbf{c}^{-1}$ ) — активность  $^{103}\mathrm{Pd}$  ( $^{103}\mathrm{Ru}$ ) в облученном образце палладия (рутения) на конец облучения. N — количе-

ство ядер  $^{102}$  Pd ( $^{102}$  Ru) в облученном образце палладия (рутения).  $\lambda$  (c $^{-1}$ ) — постоянная распада  $^{103}$  Pd ( $^{103}$  Ru). T (c) — время облучения образца  $^{102}$  Pd ( $^{102}$  Ru) на мощности реактора 5 MBт в экспериментальном горизонтальном канала реактора ИР-8.

Значения скоростей реакций  $^{102}{\rm Pd}(n,\gamma)^{103}{\rm Pd}$  и  $^{102}{\rm Ru}(n,\gamma)^{103}{\rm Ru}$ , полученные по формуле (1), составили соответственно (1.01  $\pm$  0.12)  $\times 10^{-11}$  и (0.77  $\pm$  0.13)  $\times 10^{-11}$  с $^{-1}$ .

#### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты позволяют в будущем планировать наработку  $^{103}$ Ru и  $^{103}$ Pd в эксперименталь-

ном горизонтальном канале реактора ИР-8, а также свидетельствуют о том, что в указанном канале реактора ИР-8 за относительно короткое время на мощности 5 МВт можно наработать активности  $^{103}$ Ru и  $^{103}$ Pd, достаточные для изготовления  $^{103}$ Ru/ $^{103m}$ Rh изотопных генераторов эмиттера Оже и конверсионных электронов  $^{103m}$ Rh, которые можно использовать в дальнейшем для создания нерадиотоксичных РФП.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. P. Bernhardt, E. Forssell-Aronsson, L. Jacobsson, and G. Skarnemark, Acta Oncol. **40**, 602 (2001).

- 2. D. Filosofov, E. Kurakina, and V. Radchenko, Nucl. Med. Biol. **94–95**, 1 (2021).
- 3. G. Skarnemark, A. Ödegaard-Jensen, J. Nilsson, B. Bartos, E. Kowalska, A. Bilewicz, and P. Bernhardt, J. Radioanal. Nucl. Chem. **280**, 371 (2009).
- 4. С. С. Арзуманов, В. С. Буслаев, Б. Г. Ерозолимский, С. В. Масалович, А. Н. Стрепетов, В. П. Федунин, А. И. Франк, А. Ф. Яшин, Б. А. Яценко, Препринт ИАЭ-4216/14 (1985).
- 5. D. De Frenne, Nucl. Data Sheets 110, 2081 (2009).
- 6. A. J. Koning, D. Rochman, J. Sublet, N. Dzysiuk, M. Fleming, and S. van der Marck, Nucl. Data Sheets **155**, 1 (2019).

# MEASUREMENT OF THE RATES OF THE $^{102}$ Pd $(n,\gamma)^{103}$ Pd AND $^{102}$ Ru $(n,\gamma)^{103}$ Ru REACTIONS IN THE HORIZONTAL CHANNEL OF THE IR-8 REACTOR AT NRC "KURCHATOV INSTITUTE"

V. A. Zagryadsky<sup>1)</sup>, K. O. Korolev<sup>1)</sup>, Y. M. Kravets<sup>1)</sup>, T. M. Kuznetsova<sup>1)</sup>, A. V. Kurochkin<sup>1)</sup>, K. A. Makoveeva<sup>1)</sup>, I. I. Skobelin<sup>1)</sup>, A. N. Strepetov<sup>1)</sup>, T. A. Udalova<sup>1)</sup>

1) National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, Russia

Metastasis is one of the main causes of relapse and subsequent high mortality from cancer. Metastases can contain very few cells and spread throughout the body. Despite the existing variety of diagnostic imaging methods, in practice, the resolution of none of them allows one to unambiguously diagnose the presence of a tumor (clump of cancer cells) smaller than 1-2 mm in size. After surgery and tumor removal, patients are typically offered chemotherapy, external beam radiation therapy, or  $\alpha$ - or  $\beta$ -emitter radionuclide therapy. This therapy has side effects that lead to additional risks and may interfere with continued treatment. Recently, a number of works, in contrast to the traditional approach, have proposed using "short-range" radionuclides instead of  $\alpha$ - or  $\beta$ -emitters [1-3]. It is convenient to use Auger or conversion electron emitters as "short-acting" therapeutic agents. Auger electrons and conversion electrons have a short range and high specific linear energy loss in biological tissue; they are capable of damaging cells within a few tens of microns, but do not have a radiotoxic effect over long distances, without damaging healthy cells and tissues. The most efficient and convenient Auger and conversion electron emitters for practical use include  ${}^{103m}$ Rh ( $T_{1/2}$  = = 56.1 min), which has the lowest ratio of the number of  $\gamma$  quanta to electrons [1] and can be obtained by a generator method. The predecessors of  $^{103m}$ Rh ( $T_{1/2} = 56.1$  min) in the generator can be  $^{103}$ Ru ( $T_{1/2} = 56.1$  min) = 39.247 days) or  $^{103}$ Pd ( $T_{1/2}$  = 16.99 days). In order to clarify the prospects for producing these precursors, we have measured the rates of reactions  $^{102}$ Ru $(n, \gamma)^{103}$ Ru and  $^{102}$ Pd $(n, \gamma)^{103}$ Pd upon neutron irradiation of metal ruthenium of natural isotopic composition and metal palladium, enriched in the <sup>102</sup>Pd isotope to 96.36%, in a horizontal experimental channel of the IR-8 reactor.

Посвящается 270-летию Московского университета

### СЕЧЕНИЯ ФОТОНЕЙТРОННЫХ РЕАКЦИЙ НА ЯДРЕ <sup>90</sup>Zr В РАЗНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ

© 2024 г. В. В. Варламов<sup>1),\*</sup>, А. И. Давыдов<sup>1)</sup>, И. А. Мостаков<sup>2)</sup>, В. Н. Орлин<sup>1)</sup>

Поступила в редакцию 21.03.2024 г.; после доработки 21.03.2024 г.; принята к публикации 21.03.2024 г.

С помощью экспериментально-теоретического метода оценки сечений парциальных фотонейтронных реакций, основанного на объективных физических критериях, исследована достоверность данных по сечениям реакций  $(\gamma,1n)$  и  $(\gamma,2n)$  на ядре  $^{90}$ Zr, полученных в эксперименте на пучке тормозного  $\gamma$ -излучения. Установлено, что сечения этих реакций, определенные с помощью внесения поправок, рассчитанных по статистической теории, в сечение выхода нейтронов  $\sigma(\gamma,xn)=\sigma(\gamma,1n)+2\sigma(\gamma,2n)$ , критериям достоверности удовлетворяют. Экспериментальные сечения реакций  $(\gamma,1n)$  и  $(\gamma,2n)$ , в которых, так же, как и в сечении  $\sigma(\gamma,xn)$ , имеются отчетливо выраженные структурные особенности, по интегральным характеристикам согласуются с оцененными сечениями. Это свидетельствует о том, что информация о соотношении сечений парциальных реакций на ядре  $\sigma(\gamma,xn)$ , полученная с использованием положений статистической теории, соответствует физическим критериям достоверности данных. Выполнено детальное сравнение оцененных сечений с аналогичными данными, полученными ранее с использованием результатов экспериментов на пучках квазимоноэнергетических аннигиляционных фотонов.

#### DOI: 10.31857/S0044002724050029, EDN: JGNXID

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Абсолютное большинство сечений фотонейтронных реакций получены на пучках тормозного учизлучения и квазимоноэнергетических фотонов, образующихся в процессах аннигиляции на лету релятивистских позитронов [1–3]. В экспериментах на пучках тормозного учизлучения бетатронов или микротронов вследствие непрерывной формы спектра тормозных фотонов  $W(E^{\rm M},E)$  непосредственно измеряется выход реакции

$$Y(E^{\rm M}) = \frac{N(E^{\rm M})}{\varepsilon D(E^{\rm M})} = \alpha \int_{E_{\rm nop}}^{E^{\rm M}} W(E^{\rm M}, E) \sigma(E) dE, \quad (1)$$

где  $\sigma(E)$  — искомое сечение при энергии фотонов E,  $E_{\text{пор}}$  — энергетический порог реакции,  $W(E^{\mathrm{M}},E)$  — спектр фотонов тормозного  $\gamma$ -излучения с верхней границей  $E^{\mathrm{M}}$ ,  $N(E^{\mathrm{M}})$  — число событий реакции,  $D(E^{\mathrm{M}})$  — доза  $\gamma$ -излучения,  $\varepsilon$  — эффективность детектора,  $\alpha$  — нормировочная константа [4]. Сечение реакции  $\sigma(E)$  определяется с помощью решения обратной задачи (1) его развертки из экспериментального выхода  $Y(E^{\mathrm{M}})$  с помощью одного из специально раз-

работанных для этого методов (например, таких как метод Пенфолда—Лейсса, метод наименьшей структуры, метод регуляризации Тихонова, метод редукции). В области энергий налетающих фотонов, в которой парциальные реакции  $(\gamma,1n)$ ,  $(\gamma,2n)$  и  $(\gamma,3n)$  конкурируют, определяется лишь сечение выхода нейтронов

$$\sigma(\gamma, xn) = \sigma(\gamma, 1n) + 2\sigma(\gamma, 2n) + 3\sigma(\gamma, 3n), \quad (2)$$

в которое вносятся поправки, рассчитанные по статистической теории [5], и определяется сечение  $\sigma(\gamma,2n)$ , а затем с его использованием — сечение полной фотонейтронной реакции

$$\sigma(\gamma, sn) = \sigma(\gamma, 1n) + \sigma(\gamma, 2n) + \sigma(\gamma, 3n)$$
 (3)

и сечение реакции  $(\gamma, 1n)$ .

В экспериментах на пучках аннигиляционных фотонов между их импульсами от линейного ускорителя электронов с использованием специальных "slowingdown" (захватывающих специальным образом нейтроны из реакции, замедляющиеся до тепловой энергии)  $4\pi$ -детекторов непосредственно определяются сечения парциальных реакций  $(\gamma, 1n)$ ,  $(\gamma, 2n)$  и  $(\gamma, 3n)$ . Поскольку аннигиляционные фотоны сопровождаются фотонами их тормозного  $\gamma$ -излучения, вклад последних в сечение реакции исключается с помощью разностной процедуры

$$Y(E^{\rm M}) = Y_{e^{+}}(E^{\rm M}) - Y_{e^{-}}(E^{\rm M}) \approx \sigma(E^{\rm M}),$$
 (4)

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына, Москва, Россия.

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия.

E-mail: VVVarlamov@gmail.com

вследствие которой эксперимент по "прямому" одновременному измерению сечений каждой из парциальных реакций проводится в три этапа. Сначала измеряются выходы (1) каждой реакции на пучке позитронов  $Y_{e^+}(E^{\mathrm{M}})$ , затем измеряются их выходы  $Y_{e^-}(E^{\mathrm{M}})$ (1) на пучке электронов, а на третьем этапе в предположении о том, что спектры фотонов тормозного уизлучения позитронов и электронов идентичны, сечения каждой парциальной реакции реакций  $\sigma(E^{\mathrm{M}})$ определяются в виде разностей (4). На каждом этапе эксперимента регистрируются события с одним, двумя, тремя нейтронами и с помощью статистического анализа получаются сечения реакций  $(\gamma, 1n)$ ,  $(\gamma, 2n)$  и  $(\gamma, 3n)$ . С использованием этих данных простым суммированием определяются сечения полной фотонейтронной реакции (3) и реакции выхода нейтронов (2).

Вследствие кардинально разных способов получения информации о сечении реакции сечения, определенные в экспериментах разного типа, существенно различаются между собой и по форме, и по абсолютной величине [4, 6-11]. Было показано, что разные формы сечений, определяемых в экспериментах на пучках тормозного ү-излучения и аннигиляционных фотонов, обусловлены различными достигаемыми эффективными энергетическими разрешениями [9-11]. Методы решения обратной задачи (1), используемые для определения сечения реакции  $\sigma(E)$ на пучке тормозного у-излучения, при всех недостатках этого подхода реально учитывают форму сплошного спектра фотонов. Кроме того, характерные изломы в экспериментально определяемой с очень высокой статистической точностью энергетической зависимости выхода реакции  $Y(E^{\mathrm{M}})$  однозначно свидетельствуют от том, что структурные особенности в сечении реакции имеются [9].

В то же время результат (4) эксперимента на пучке аннигиляционных фотонов  $\sigma(E^{\rm M})$  представляет собой, по существу, не сечение реакции, а лишь вновь ее выход: при каждом значении энергии фотонов в определяемую разность

$$Y_{e^+}(E^{\rm M}) - Y_{e^-}(E^{\rm M})$$

дают вклад все фотоны, энергия которых превышает порог исследуемой реакции. С точки зрения информации о сечении реакции оба обсуждаемые экспериментальные выходы имеют плохое энергетическое разрешение, и, следовательно, их разность иметь хорошего разрешения не может. Вклад тормозного излучения позитронов полностью не убирается, и вследствие этого сечение, определяемое в таком эксперименте, является сильно заглаженным по сравнению с соответствующим ему сечением, определенным в эксперименте на пучке тормозного у-излучения [9]. Как результат, практически все экспериментальные сечения, полученные на пучках аннигиляционных фотонов [1–3], имеют вид одного гладкого резонанса (в случаях деформированных ядер — двух резонансов), в

отличие от сечений, полученных на пучках тормозного у-излучения, в которых, как правило, наблюдается большое количество отчетливо выраженных резонансов гросс-, промежуточной или тонкой структуры.

Достоверность присутствия (или, напротив, отсутствия) в сечениях реакций структурных особенностей весьма важна с точки зрения понимания природы высоковозбужденных ядерных состояний. Многочисленные теоретические расчеты, выполненные в разных моделях, предсказывают в области энергий гигантского дипольного резонанса (ГДР) наличие многих структурных особенностей разной природы [9]. Отсутствие таких особенностей в сечениях реакций, определяемых "прямым" методом в экспериментах на пучках аннигиляционных фотонов, представляла и представляет собой до сих пор серьезную проблему описания электромагнитных взаимодействий ядер в области ГДР.

Более серьезные с точки зрения и фундаментальных исследований, и разнообразных практических приложений фотоядерных данных существенные расхождения сечений реакций из разных экспериментов по абсолютной величине обусловлены определенными недостатками методов определения множественности нейтронов, используемых в экспериментах обоих типов [6-9]. Установлено, что и метод разделения фотонейтронов по множественности в экспериментах на пучках аннигиляционных фотонов, и метод внесения поправок по статистической теории в сечение выхода нейтронов  $\sigma(\gamma, xn)$  в экспериментах на пучках тормозного у-излучения приводят к появлению в их результатах характерных, часто весьма существенных, систематических погрешностей, что делает определяемые сечения реакций существенно не только различающимися, но и не соответствующими объективным физическим критериям достоверности данных. В экспериментах на пучках аннигиляционных фотонов это обусловлено тем, что при использовании метода разделения нейтронов по множественности, основанного на экспериментальных данных об их энергиях, возможно образование нейтронов с близкими энергиями в реакциях разной множественности, что приводит к неоднозначности идентификации их принадлежности к той или иной парциальной реакции. В экспериментах на пучках тормозного у-излучения к погрешностям такого распределения приводят особенности метода внесения поправок по статистической теории к сечению выхода  $\sigma(\gamma, xn)$ . Статистическая испарительная модель удовлетворительно описывает процессы эмиссии нейтронов из составного ядра практически только до энергий налетающих фотонов  $\sim 10-15$  МэВ. Было показано, что при более высоких энергиях налетающих фотонов, при которых конкурируют парциальные реакции, точность статистических поправок на множественность снижается, потому что начинают играть все большую роль процессы предравновесного распада составной системы,

а также — вклады очевидно нестатистической природы [12—16]. Установлено, что в случаях относительно легких ядер существенные систематические погрешности в процесс разделения реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  в значительной степени связаны с отсутствием учета вкладов реакции  $(\gamma, 1n1p)$ . Энергетическое положение и абсолютная величина сечений такой двухнуклонной реакции для указанных ядер согласно расчетам в рамках КМФЯР весьма близки к соответствующим параметрам сечений также двухнуклонной реакции  $(\gamma, 2n)$ . Источником специфических систематических погрешностей в такой ситуации является то обстоятельство, что нейтроны с близкими энергиями в реакции  $(\gamma, 1n1p)$  имеют множественность 1, а в реакции  $(\gamma, 2n) - 2$ .

С точки зрения обсуждаемых проблем фотоядерных экспериментов разного типа большой интерес вызывает проблема достоверности формы и абсолютной величины результатов разных исследований фоторасщепления ядра <sup>90</sup>Zr, которой посвящена настоящая работа. Этот интерес обусловлен, с одной стороны, тем, что это ядро является магическим по числу нейтронов (имеет заполненную нейтронную оболочку), что в значительной степени упрощает соответствующие теоретические расчеты, а с другой стороны, тем, что для этого ядра имеются результаты детальных экспериментальных исследований, выполненных на пучках как аннигиляционных фотонов [17, 18], так и тормозного у-излучения [19-21]. Кроме того, для ядра <sup>90</sup>Zr с использованием данных экспериментов на пучках аннигиляционных фотонов были выполнены оценки сечений разных фотонейтронных реакций, удовлетворяющих объективным физическим критериям достоверности [22].

Следует отметить, что результат эксперимента [21] на пучке тормозного  $\gamma$ -излучения, полученный с шагом 0.5 МэВ по энергии налетающих фотонов в области до  $E_{\gamma}=22$  МэВ, представляет собой, по существу, сечение реакции  $\sigma(\gamma,1n)$ . Порог реакции  $^{90}$ Zr $(\gamma,1n1p)^{88}$ Y равен

$$B1n1p = 19.8 \text{ МэВ}.$$

Результаты исследования [23], выполненного с помощью активационной методики, свидетельствуют, что в области энергий фотонов до  $\sim$ 30 МэВ сечение  $\sigma(\gamma,1n1p)$  имеет величину порядка единиц мбн. Согласно результатам расчетов в рамках комбинированной модели фотоядерных реакций [24, 25] амплитуда сечения реакции  $(\gamma,1n1p)$  на порядок величины меньше амплитуды сечения реакции  $(\gamma,1n1p)$  расположен по энергии на 4 МэВ выше максимума сечения реакции  $(\gamma,2n)$ . Таким образом, можно высказать предположение о том, что реакция  $(\gamma,1n1p)$  не должна оказывать заметного влияния на конкуренцию реакций  $(\gamma,1n)$  и  $(\gamma,2n)$  на ядре  $^{90}$ Zг, в отличие от того, что наблюдалось в случаях ядер  $^{51}$ V [26],  $^{59}$ Co [15],  $^{60}$ Ni [14].

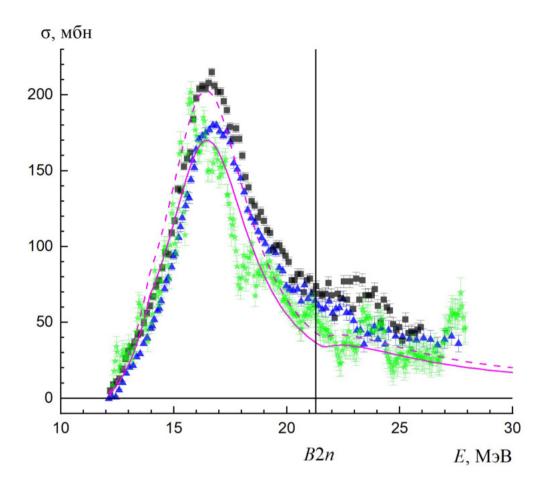
#### 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ ФОТОНЕЙТРОННЫХ РЕАКЦИЙ НА ЯДРЕ $^{90}$ Zr

#### 2.1. Результаты экспериментов на пучках аннигиляционных фотонов

С использованием разностной схемы (4) эксперименты по определению сечений  $\sigma(E^{\mathrm{M}})$  парциальных реаакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  на ядре  ${}^{90}$ Zr были выполнены на практически идентичных ускорительных установках получения аннигиляционных фотонов в Сакле (Франция) [17] и Ливерморе (США) [18]. В обеих лабораториях использовался один и тот же метод разделения фотонейтронов из разных реакций по энергии, основанный на предположении о том, что единственный нейтрон из реакции ( $\gamma$ , 1n) имеет энергию, заметно большую по сравнению с энергией каждого нейтрона из реакции  $(\gamma, 2n)$ . Энергия нейтронов из реакции определялась по времени их замедления до тепловой энергии в специальном замедлителе. При этом системы детектирования нейтронов из реакций, предназначенные для измерения их энергий, существенно различались. В Ливерморе использовалась система большого количества газоразрядных <sup>10</sup>BF<sub>3</sub>-счетчиков, объединенных в несколько концентрических колец разного диаметра, располагавшихся в парафине. В Сакле в качестве и детектора, и замедлителя использовался жидкий сцинтиллятор, обогащенный ядрами <sup>160</sup>Gd, имеющими большое сечение радиационного захвата тепловых нейтронов.

Показано [6, 7, 9-16, 22], что различия систем детектирования нейтронов являются одной из причин того, что сечения парциальных реакций ( $\gamma$ , 1n) и  $(\gamma, 2n)$ , полученные в обеих лабораториях для одних и тех же ядер ( ${}^{51}$ V,  ${}^{75}$ As,  ${}^{89}$ Y,  ${}^{90}$ Zr,  ${}^{\hat{1}\hat{1}\hat{5}}$ In,  ${}^{\hat{1}\hat{1}\hat{6}-\hat{1}\hat{1}\hat{8},\hat{1}\hat{2}\hat{0},\hat{1}\hat{2}\hat{4}}$ Sn, <sup>127</sup>I, <sup>127</sup>Cs, <sup>159</sup>Tb, <sup>165</sup>Ho, <sup>181</sup>Ta, <sup>197</sup>Au, <sup>208</sup>Pb, <sup>232</sup>Th, <sup>238</sup>U), существенно (до 100%) различаются по абсолютной величине. Эти расхождения данных определенно являются систематическими — сечения реакции  $(\gamma, 1n)$ имеют большие величины в Сакле, тогда как реакции  $(\gamma, 2n)$ , напротив, в Ливерморе. В обсуждаемом случае ядра <sup>90</sup>Zr отношения интегральных сечений парциальных реакций, полученных в Сакле и Ливерморе, равны соответственно  $R_{\rm C/Л^{\rm инт}}(1n) = 1.26~{\rm и}$  $R_{\text{C}/\Pi^{\text{инт}}}(2n) = 0.73$ . Было показано [6, 7, 9–16, 22], что такие расхождения обусловлены систематическими погрешностями использованного метода определения множественности детектируемых нейтронов и их принадлежности той или иной парциальной реакции, а также заметной зависимостью эффективности регистрации нейтронов от их энергии. Как следствие, проявления отмеченных недостатков сечения реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$ , так же, как и их суммы ((2),(3)) существенно различаются.

Различия данных для сечения выхода нейтронов  $\sigma(\gamma, xn)$  иллюстрирует рис. 1. Соответствующие интегральные сечения реакций  $(\gamma, xn)$ , а также  $(\gamma, sn)$ ,  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$ , рассчитанные до энергии налетаю-



**Рис. 1.** Сравнение экспериментальных сечений выхода нейтронов  $^{90}$ Zr( $\gamma$ , xn) ([17] — квадраты, [18] — треугольники, [19] — звезды) с сечением, теоретически рассчитанным в рамках комбинированной модели фотоядерных реакций — КМФЯР ([24, 25], до (штриховая кривая) и после (сплошная) корректировки (см. далее)).

щих фотонов  $E^{\text{инт}}=27.0\,$  МэВ при проведении детального сравнительного анализа [22], приведены в табл. 1. Хорошо видны отмеченные выше разнонаправленные расхождения сечений реакций  $(\gamma,1n)$  и  $(\gamma,2n)$ :  $\sigma^{\text{инт}}C(\gamma,1n)>\sigma^{\text{инт}}J(\gamma,1n)$ : 1210.3 и 960.9 мбн соответственно, тогда как  $\sigma^{\text{инт}}C(\gamma,2n)<\sigma^{\text{инт}}J(\gamma,2n)$ : 49.2 и 68.8 мбн. Очевидно, что такие расхождения не могут быть устранены традиционной простой перенормировкой: уменьшение расхождений сечений реакции  $(\gamma,1n)$  будет сопровождаться возрастанием расхождений сечений реакции  $(\gamma,2n)$ .

#### 2.2. Результаты экспериментов на пучках тормозного излучения

На рис. 1 вместе с данными экспериментов на пучках аннигиляционных фотонов [17, 18] и результатами расчетов, выполненных в КМФЯР [24, 25], приведено также сечение выхода нейтронов  $\sigma(\gamma, xn)$ , полученное для ядра  $^{90}$ Zr в эксперименте на пучке тормозного  $\gamma$ -излучения [19]. Энергетическая зависимость  $Y(E^{\rm M})$ 

**Таблица 1.** Интегральные сечения  $\sigma^{\text{инт}}$  полных и парциальных фотонейтронных реакций на ядре  $^{90}$  Zr, рассчитанные до энергии фотонов  $E^{\text{инт}} = 27.0 \text{ M}$  ЭВ

Реакция	Эксперимент Ливермор [17]	Эксперимент Сакле [18]
$(\gamma, xn)$	$1098.7 \pm 4.5$	$1308.8 \pm 3.2$
$(\gamma, sn)$	$1029.7 \pm 5.1$	$1259.5 \pm 3.2$
$(\gamma, 1n)$	$960.9 \pm 4.4$	$1210.3 \pm 3.0$
$(\gamma, 2n)$	$68.8 \pm \ 2.5$	$49.2 \pm 1.1$

выхода реакции (1) была измерена с шагом 50 кэВ с помощью  $^{10}$  BF $_3$ -счетчиков, расположенных в парафиновом замедлителе. Использовался многоканальный метод измерения 30 статистически независимых энергетических зависимостей выхода нейтронов, что позволило в окончательном результате достигнуть высокой статистической точности — 0.25% при энергии налетающих фотонов  $E_\gamma = 20$  МэВ и 0.10% при

<u>- t ) ) - 1 (                              </u>				
Область энергий	$E^{\text{инт}} = B2n = 21.29 \mathbf{M}$ э $\mathbf{B}$		$E^{\scriptscriptstyle \mathrm{ИНT}} = 26.00~\mathrm{MэB}$	
	$E^{\scriptscriptstyle  exttt{II.T.}},  exttt{M}$ эВ	σ <sup>инт</sup> , МэВ мбн	$E^{\text{ц.т.}}, \text{МэВ}$	σ <sup>инт</sup> , МэВ мбн
Эксперимент [17]	$17.15 \pm 0.15$	$1025.29 \pm 2.11$	$18.51 \pm 0.21$	$1307.80 \pm 3.15$
Эксперимент [18]	$17.26 \pm 0.17$	$868.91 \pm 2.0$	$18.55 \pm 0.39$	$1098.65 \pm 4.49$
Эксперимент [19]	$16.87 \pm 0.52$	$820.29 \pm 6.13$	$18.01 \pm 0.86$	$991.33 \pm 9.73$
Теория [24, 25]	$16.83 \pm 0.83$	$978.55 \pm 11.72$	$17.83 \pm 0.73$	$1152.29 \pm 11.9$
<b>Теория</b> — корр. [12]	$16.87 \pm 0.83$	$820.29 \pm 9.82$	$17.87 \pm 0.73$	$965.93 \pm 9.98$

**Таблица 2.** Центры тяжести  $E^{\text{ц.т.}}$  и интегральные сечения  $\sigma^{\text{инт}}$ , рассчитанные по экспериментальным [17–19] и теоретическим [12, 24, 25] (до и после корректировки) сечениям реакции  $^{90}$ Zr( $\gamma$ , xn)

 $E_{\gamma}=28~{
m M}$ эВ. Сечение реакции  $\sigma(\gamma,xn)=\sigma(E)$  было получено из ее выхода  $Y(E^{
m M})$  в виде решения обратной задачи (1) развертки сечения реакции с помощью метода Пенфолда—Лейсса с переменным шагом обработки.

В экспериментальное сечение выхода нейтронов  $\sigma(\gamma,xn)$  в области энергий налетающих фотонов  $E_{\gamma}$ , превышающих порог реакции  $(\gamma,2n)$  B2n=21.3 МэВ, были внесены поправки на множественность фотонейтронов, рассчитанные по статистической теории, и было получено сечение полной фотонейтронной реакции (3).

В табл. 2 приведено сравнение величин интегральных сечений выхода о<sup>инт</sup>  $(\gamma, xn)$ , рассчитанных для обсуждаемых экспериментальных [17—19] и теоретических [24, 25] сечений. Данные свидетельствуют о следующем:

- наилучшим образом с теоретически рассчитанным сечением (978.55 МэВ мбн [24, 25], штриховая кривая на рис. 1) согласуется сечение Сакле (1025.29 МэВ мбн [17]), которое и было использовано ранее для проведения оценки с использованием физических критериев достоверности [22];
- обсуждаемое в настоящей работе сечение (820.29 МэВ мбн [19]) отличается от теоретически рассчитанного заметно больше, чем сечение Ливермора (868.91 МэВ мбн [18]).

Причины наблюдающихся расхождений по абсолютной величине сечений выхода  $\sigma(\gamma,xn)$ , полученных в экспериментах на пучках аннигиляционных фотонов и тормозного  $\gamma$ -излучения, в целом не вполне понятны.

Сечение выхода нейтронов  $\sigma(\gamma,xn)$  (2) было получено (однако не опубликовано) также в аналогичном эксперименте [20], выполненном на пучке тормозного  $\gamma$ -излучения. Восемь независимых энергетических зависимостей выхода нейтронов  $Y(E^{\rm M})$ , измеренных, как и в эксперименте [19], с помощью  $^{10}{\rm BF_3}$ -счетчиков, расположенных в парафиновом замедлителе, позволили достигнуть в окончательном результате эксперимента [20] статистической точности 0.1%. Так же, как и в эксперименте [19], сечение  $\sigma(\gamma,xn)$  было получено с помощью метода Пенфолда—Лейсса с переменным шагом обработки, однако с большим шагом по энергии налетающих фотонов (0.1 МэВ). По

результатам выполненного эксперимента [20] опубликовано только сечение полной фотонейтронной реакции  $\sigma(\gamma, sn)$  (3), полученное, как и в эксперименте [19], из сечения выхода нейтронов с помощью внесения в него поправок на множественность нейтронов, рассчитанных по статистической теории.

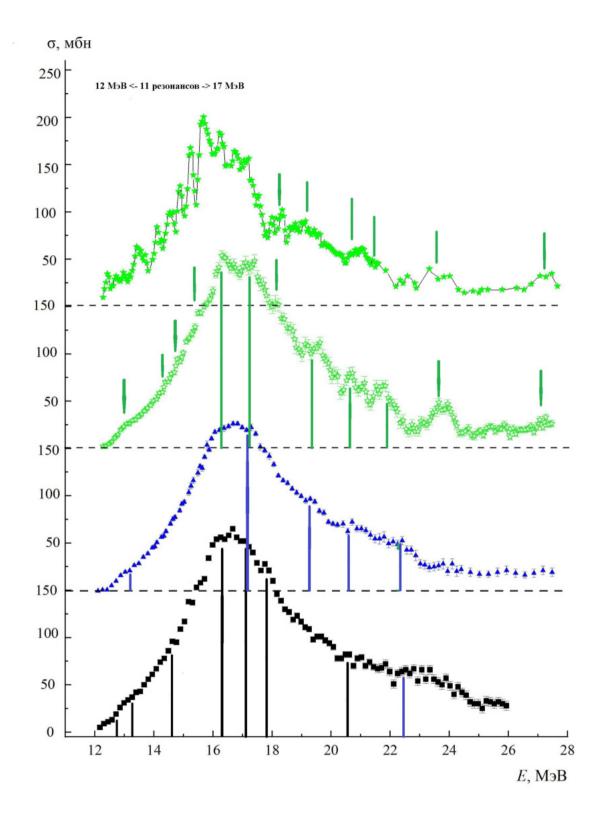
## 2.3. Структурные особенности сечения полной фотонейтронной реакции

На рис. 2 оба сечения полной фотонейтронной реакции  $\sigma(\gamma, sn)$ , полученные на пучках тормозного  $\gamma$ -излучения [19, 20], сравниваются с сечениями, полученными на пучках аннигиляционных фотонов [17, 18]. На рисунке для каждого сечения указаны энергетические положения структурных особенностей (иногда относительно слабо выраженных), которые обсуждаются в каждой из работ [17—20].

Приведенные на рис. 2 данные свидетельствуют о следующем:

- в каждом из обсуждаемых экспериментов наблюдалось и обсуждалось большое количество структурных особенностей сечения полной фотонейтронной реакции;
- энергетические положения большинства обсуждаемых структурных особенностей в сечениях, полученных в разных экспериментах, достаточно хорошо согласуются друг с другом;
- количество достаточно выраженных структурных особенностей сечений в экспериментах на пучках тормозного γ-излучения превосходит количество таких особенностей в экспериментах на пучках аннигиляционных фотонов;
- структурные особенности сечений существенно более ярко выражены в экспериментах на пучках тормозного γ-излучения по сравнению с экспериментами на пучках аннигиляционных фотонов, в результатах которых многие обсуждаемые структурные особенности лишь слегка намечены.

Отмечается [19], что в экспериментальном сечении обнаружено 11 отчетливо проявляющихся узких резонансов в области энергий фотонов от 12 до 17 МэВ. Определенной проблемой является относительно слабое проявление аналогичных резонансов в сечении эксперимента [20]. В определенной степени это может быть обусловлено тем, что энергетическая



**Рис. 2.** Сравнение экспериментальных ([17] — квадраты, [18] — треугольники, [19] — заполненные звезды, [20] — незаполненные звезды) сечений полной фотонейтронной реакции  $^{90}$ Zr( $\gamma$ , sn). Вертикальными стрелками (направленными снизу вверх) обозначены энергетические положения структурных особенностей, которые обсуждаются в соответствующих работах. Стрелками, направленными сверху вниз, обозначены положения проявляющихся структурных особенностей, которые не обсуждаются в работах.

зависимость выхода нейтронов  $Y(E^{\mathrm{M}})$  в эксперименте [19] измерялась с шагом по энергии 50 кэВ, тогда как в эксперименте [20] — 100 кэВ. K тому же в эксперименте [19] окончательный результат был получен в результате обработки 30 независимых зависимостей  $Y(E^{\rm M})$ , тогда как в эксперименте [20] лишь 8. Таким образом, возможным объяснением различий в проявлении структурных особенностей в области энергий 12-17 МэВ могут служить различия в шаге по энергии и достигнутой статистической точности. В области энергий, больших 17 МэВ, в которой, по-видимому, структурные особенности имеют большую ширину и расположены на большем расстоянии друг от друга, отмеченные обстоятельства играют меньшую роль, и оба сечения [19, 20] хорошо согласуются друг с другом.

Все сказанное подтверждает выводы исследований, выполненных ранее [9–11], о том, что расхождение результатов экспериментов на пучках тормозного γ-излучения и квазимоноэнергетических аннигиляционных фотонов по форме обусловлено различием достигаемого эффективного энергетического разрешения.

# 3. ОЦЕНКА СЕЧЕНИЙ ФОТОНЕЙТРОННЫХ РЕАКЦИЙ НА ЯДРЕ <sup>90</sup> Zr C ПОМОЩЬЮ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МЕТОДА

## 3.1. Объективные физические критерии достоверности сечений парциальных фотонейтронных реакций

При исследовании отмеченных выше существенных систематических расхождений по абсолютной величине сечений парциальных фотонейтронных реакций  $(\gamma,1n)$  и  $(\gamma,2n)$ , полученных в разных экспериментах  $[6,\ 7,\ 9-16,\ 22]$ , использованы объективные физические критерии достоверности данных о таких сечениях  $[27,\ 28]$  — отношения сечений определенной парциальной реакции  $\sigma(\gamma,in)$  к сечению выхода  $\sigma(\gamma,xn)$ :

$$F_{i} = \sigma(\gamma, in) / \sigma(\gamma, xn) = \sigma(\gamma, in) / [\sigma(\gamma, 1n) + 2\sigma(\gamma, 2n) + 3\sigma(\gamma, 3n) + \dots].$$
 (5)

Имеются два жестких абсолютных физических критерия достоверности. Во-первых, отношения  $F_i^{\text{эксп}}$  должны быть определенно положительными, поскольку все члены отношений (5) — сечения, имеющие размерность площади. Во-вторых, значения сечений не должны превышать физических верхних пределов (1.00, 0.50, 0.33, ... соответственно, для  $i=1,2,3,\ldots$ ) в соответствии с определениями (5). На основании результатов сравнения оцененных с использованием таких критериев сечений с экспериментальными данными, полученными с помощью методов достоверного разделения парциальных реакций в активационных экспериментах [6, 7, 9–16, 22], был уста-

новлен третий не жесткий критерий достоверности: близость экспериментальных отношений  $F_i^{\mathsf{эксп}}$  к отношениям  $F_i^{\text{теор}}$ , полученным по результатам расчетов в рамках КМФЯР [24, 25]. Было установлено [6, 7, 9-16, 22], что экспериментальные сечения парциальных реакций, для которых отношения  $F_i^{\text{эксп}}$  не удовлетворяют физическим критериям, содержат систематические погрешности, обусловленные недостоверной (ошибочной) идентификацией множественности нейтронов: часть нейтронов из одной парциальной реакции недостоверно перемещается в другую. В результате сечение одной из них необоснованно уменьшается вплоть до появления в нем физически запрещенных отрицательных значений, а сечение другой увеличивается вплоть до появления в нем недостоверных значений  $F_i^{\text{эксп}}$ , превышающих указанные выше предельные значения.

Соотношение (5) использовано для анализа достоверности сечений парциальных реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  на ядре  $^{90}$  Zr, полученных в эксперименте [19]. Как отмечалось выше, по его результатам опубликованы сечения выхода нейтронов  $\sigma(\gamma, xn)$  и сечение полной фотонейтронной реакции  $\sigma(\gamma, sn)$ . Это позволяет в области энергий налетающих фотонов до B3n=33.6 МэВ определить необходимые для анализа неопубликованные сечения реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  с помощью естественных соотношений:

$$\sigma(\gamma, 2n) = \sigma(\gamma, xn) - \sigma(\gamma, sn), \tag{6}$$

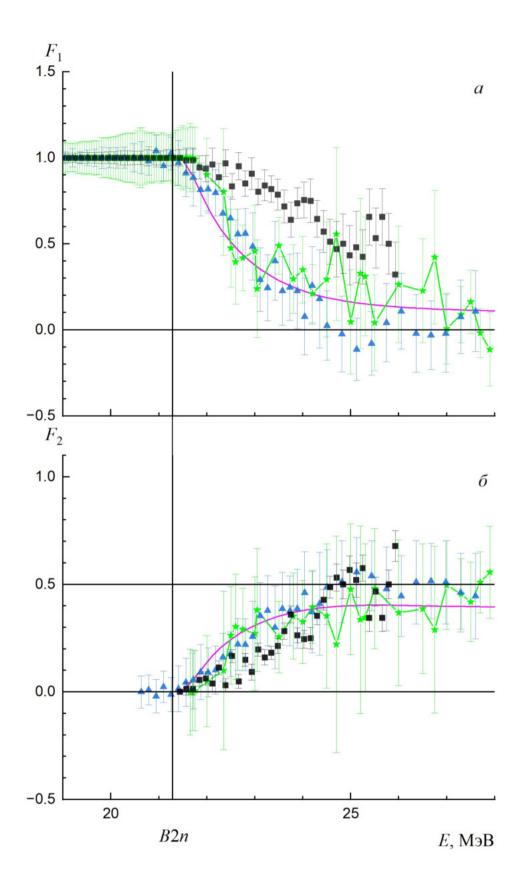
$$\sigma(\gamma, 1n) = \sigma(\gamma, xn) - 2\sigma(\gamma, 2n) = \sigma(\gamma, sn) - \sigma(\gamma, 2n), \tag{7}$$

использование которых для результатов рассматриваемого эксперимента [19] позволяет получить отношения  $F_{1,2}^{\rm эксп}$  (5) — основные физические критерии достоверности данных.

Полученные таким образом отношения  $F_{1,2}^{\rm эксп}$  [19] в сравнении с отношениями  $F_{1,2}^{\rm эксп}$  [17, 18] и  $F_{1,2}^{\rm теор}$  [24, 25] приведены на рис. 3. Хорошо видно, что отношения  $F_{1,2}^{\rm эксп}$  [19], существенно отличаясь от  $F_{1,2}^{\rm эксп}$  [17, 18] по форме, по существу, в пределах погрешностей представляют собой колебания (обусловленные обсуждавшимися выше структурными особенностями сечения выхода) относительно линии теоретически рассчитанных отношений  $F_{1,2}^{\rm тeop}$  [24, 25]. Согласие отношений  $F_{1,2}^{\rm эксп}$  [19] и  $F_{1,2}^{\rm reop}$  свидетельствует о том, что разделение сечений реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  с помощью внесения соответствующих поправок в сечение выхода нейтронов в эксперименте [19] было выполнено вполне достоверно.

## 3.2. Достоверные сечения парциальных фотонейтронных реакций на ядре <sup>90</sup>Zr, соответствующие физическим критериям

С целью проведения оценки сечений парциальных реакций с помощью описанного выше экспериментально-теоретического метода в условиях



**Рис. 3.** Отношения  $F_1$  (*a*) и  $F_2$  (*б*), полученные для ядра  $^{90}$ Zr с использованием экспериментальных данных ([17] — квадраты, [18] — треугольники, [19] — звезды), в сравнении с результатами расчетов в КМФЯР ([24, 25] — кривые).

максимального сближения экспериментального [19] и теоретического [24, 25] сечений последнее (сплошная кривая на рис. 1) было слегка скорректировано. На основании данных табл. 2 теоретическое сечение было сдвинуто к большим энергиям на величину 0.04 (16.87–16.83) МэВ и умножено на коэффициент 0.84 (820.29/978.55). Скорректированное таким образом сечение выхода нейтронов  $\sigma(\gamma, xn)$  [19] было использовано для оценки сечений парциальных реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  на ядре  $^{90}$ Zr с помощью экспериментально-теоретического метода [26, 27], суть которого заключается в следующем. Для получения сечений парциальных реакций, удовлетворяющих критериям достоверности данных, экспериментальное сечение выхода нейтронов  $\sigma(\gamma, xn)$ (2), практически не зависящее от проблем разделения нейтронов по множественности, поскольку содержит в себе все вклады реакций с различной множественностью, разделяется на вклады парциальных реакций в соответствии с отношениями  $F_i^{\text{теор}}$  (5), которые также не зависят от проблем экспериментального разделения нейтронов по множественности:

$$σ$$
<sup>oueh</sup> $(γ, in) = F_i^{\text{teop}} × σ$ <sup>skcπ</sup> $(γ, xn)$ . (8)

Оцененные таким методом сечения парциальных реакций  $\sigma^{\text{оцен}}(\gamma, in)$  свободны от обсуждаемых систематических погрешностей, поскольку соотношения между ними соответствуют отношениям  $F_i^{\text{теор}}$ , определяемым положениями КМФЯР [24, 25], а их соответствующая сумма (2) — сечение выхода нейтронов  $\sigma^{\text{оцен}}(\gamma, xn)$  — совпадает с экспериментальным сечением  $\sigma^{\mathfrak{s}\kappa\mathsf{c}\pi}(\gamma, xn)$ . Оцененные сечения в сравнении с экспериментальными данными [19] представлены на рис. 4. Дополнительно для большей наглядности экспериментальные и оцененные сечения реакций ( $\gamma$ , 1n) и  $(\gamma, 2n)$  представлены на рис. 5 в области энергий налетающих фотонов, превышающих B2n. В табл. 3 приведены соответствующие данные для интегральных сечений экспериментальных и оцененных сечений реакций. Данные, приведенные на рис. 4 и 5 и в табл. 3, свидетельствуют о том, что обсуждаемые экспериментальные сечения парциальных реакций, определенные на пучке тормозного γ-излучения [19], согласуются с оцененными сечениями, т.е. удовлетворяют физическим критериям достоверности.

Такой вывод расходится с результатами выполненных ранее аналогичных исследований в случаях ядер  $^{51}$ V [26],  $^{59}$ Co [15] и  $^{60}$ Ni [14], которые свидетельствуют о том, что в этих случаях относительно легких ядер весьма заметную роль играет реакция  $(\gamma, 1n1p)$ . Сравнение данных об энергетических положениях и амплитудах реакций  $(\gamma, 1n1p)$  и  $(\gamma, 2n)$ , рассчитанных в КМФЯР [24, 25] для обсуждаемых ядер и некоторых других, проведено в табл. 4. Хорошо видно, что в то время как в ядрах  $^{51}$ V,  $^{59}$ Co и  $^{60}$ Ni параметры обеих реакций весьма близки, в случае ядра  $^{90}$ Zг величина максимума сечения реакции  $(\gamma, 1n1p)$  оказывается

**Таблица 3.** Интегральные сечения  $\sigma^{\text{инт}}$  (в единицах МэВ мбн), рассчитанные для оцененных сечений полных и парциальных фотонейтронных реакций на изотопе  $^{90}$ Zr в сравнении с экспериментальными данными [19]

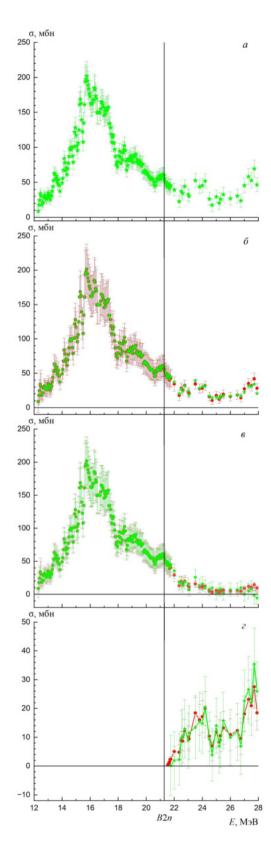
_					
Оцененные	Эксперимент [19]				
данные					
$E^{\text{инт}} = B2n = 21.$	3 МэВ				
$820.29 \pm 10.76$	$820.29 \pm 9.4$				
$820.29 \pm 10.76$	$820.29 \pm 9.4$				
$820.29 \pm 10.76$	$820.29 \pm 9.4$				
$E^{ m  iny HT}=27.0~{ m M}$ э ${ m B}$					
1021.26 (13.32)	1021.26 (10.26)				
960.65 (12.53)	965.07 (13.16)				
900.03 (11.68)	908.87 (13.18)				
60.61 (4.54)	56.2 (11.96)				
	данные $E^{\text{инт}} = B2n = 21.$ $820.29 \pm 10.76$ $820.29 \pm 10.76$ $820.29 \pm 10.76$ $E^{\text{инт}} = 27.0 \text{ M}$ $1021.26 \ (13.32)$ $960.65 \ (12.53)$ $900.03 \ (11.68)$				

**Таблица 4.** Сравнение энергетических положений  $E^{\rm make}$  (МэВ) и амплитуд  $\sigma^{\rm make}$  (мбн) максимумов сечений реакций  $(\gamma, 1n1p)$  и  $(\gamma, 2n)$ , рассчитанных в КМФЯР [24, 25]

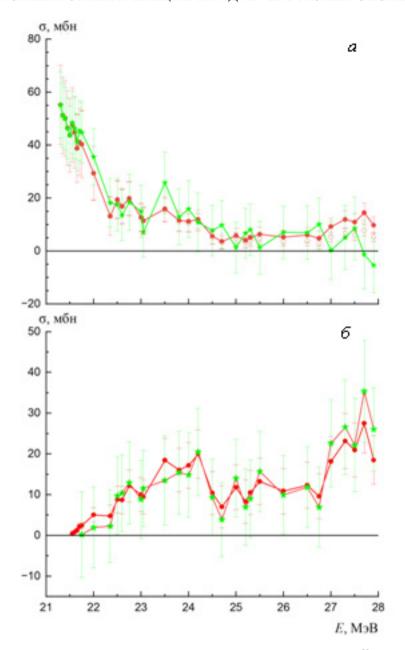
Реакция	$(\gamma, 1n1p)$		$(\gamma, 2n)$	
Ядро	$E^{\text{make}}$	$\sigma^{\text{make}}$	$E^{\text{make}}$	$\sigma^{\text{make}}$
51 <b>V</b>	24.4	12.6	23.6	11.9
<sup>59</sup> Co	21.8	19.4	23.4	15.4
$^{60}Ni$	31.0	7.7	24.0	7.8
$^{90}$ Zr	28.0*	2.4*	24.0	14.2
$^{127}\mathrm{I}$	23.0	4.4	18.6	72.7
<sup>165</sup> Ho	21.5	9.6	16.7	145.4
<sup>181</sup> Ta	34.6	1.1	16.2	193.0

<sup>\*</sup> Данные, согласующиеся с результатами активационного эксперимента [23].

приблизительно в 6 раз меньше максимума сечения реакции  $(\gamma, 2n)$  и к тому же располагается на 4 МэВ выше по энергии. Следует отметить, что результаты расчетов сечения реакции  ${}^{90}{\rm Zr}(\gamma, 1n1p){}^{88}{\rm Y}$  согласуются с результатами его определения в активационном эксперименте [23]. В обсуждаемой области энергий налетающих фотонов сечение этой реакции не превышает величины 5 мбн, тогда как сечение реакции  $^{90}$ Zr( $\gamma$ , 2n) $^{88}$ Zr составляет порядка 20 мбн. Это подтверждает высказанные ранее предположения о том, что в случае обсуждаемого ядра  $^{90}$ Zr реакция ( $\gamma, 1n1p$ ) играет весьма малую роль. Таким образом, в отсутствие заметного вклада реакции  $(\gamma, 1n1p)$  поправки, рассчитанные по статистической теории, позволяют достоверно определять сечения реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$ . Следует отметить, что такой вывод подтверждается и предварительными результатами исследования достоверности сечений парциальных реакций на ядрах  $^{127}$ I,  $^{165}$ Но и  $^{181}$ Та [29], в случаях которых вкладами сечения реакции ( $\gamma, 1n1p$ ) согласно результатам расчетов в КМФЯР также можно пренебречь (табл. 4).



**Рис. 4.** Оцененные (кружки) и экспериментальные ([19] звезды) сечения реакций на ядре  $^{90}$ Zr:  $a-\sigma(\gamma, xn)$ ,  $\delta-\sigma(\gamma, sn)$ ,  $s-\sigma(\gamma, 1n)$ ,  $\varepsilon-\sigma(\gamma, 2n)$ .



**Рис. 5.** Оцененные (кружки) и экспериментальные ([19] звезды) сечения реакций на ядре  $^{90}$ Zr:  $a-\sigma(\gamma,1n), \, \sigma-\sigma(\gamma,2n)$  в области энергий, больших B2n.

Сечение выхода нейтронов  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma,xn)$  [19], использованное в настоящей работе, имеет абсолютную величину, меньшую (рис. 1, табл. 2) по сравнению с величиной сечения  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma,xn)$  [17], использованного для выполненной ранее оценки [22]. Вследствие этого и сечения реакций  $(\gamma,1n)$  и  $(\gamma,2n)$ , оцененные в настоящей работе, оказываются заметно меньшими (табл. 4) по сравнению с результатами предыдущих оценок [22]. Однако следует отметить, что предыдущие оценки были получены с использованием дополнительной нормировки теоретического сечения выхода нейтронов  $\sigma^{\text{теор}}(\gamma,xn)$  [24, 25] на экспериментальное сечение  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma,xn)$  [17], которая заключалась в небольшом увеличении теоретического сече-

ния (умножение на коэффициент 1.04), тогда как настоящие оценки получены с использованием умножения теоретического сечения  $\sigma^{\text{теор}}(\gamma, xn)$  на коэффициент 0.84. Таким образом, предыдущие и новые оценки могут количественно сравниваться с использованием умножения новых оценок на коэффициент 1.24 = 1.04 × 1.0/0.84. Величины интегральных сечений реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$ , полученные таким образом и соответствующие близости сечений выхода нейтронов  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$  [19] и  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$  [17], приведены в табл. 5. Эти данные свидетельствуют о том, что, несмотря на очевидные расхождения по форме сечений  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, 1n)$  [19] и  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, 1n)$  [17], а также  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, 2n)$  [19] и  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, 2n)$  [17], соответствующие

peakann na nootone – Zi nph osmokin ona leinink E					
Реакция	Данные о <sup>инт</sup> [19]	Данные о <sup>инт</sup> [19] × 1.24	Оценка о <sup>инт</sup> [22] по данным [17]		
Теакции	$E^{\text{инт}} = 2$	27.0 МэВ	$E^{\mathrm{инт}} = 27.8 \mathrm{M}$ эВ		
$(\gamma, xn)$	1021	1266	1309		
$(\gamma, 1n)$	900	1116	1158		
$(\gamma, 2n)$	61	76	71		

**Таблица 5.** Сравнение величин интегральных сечений  $\sigma^{\text{инт}}$  (в единицах МэВ мбн), рассчитанных для оцененных сечений реакций на изотопе  $^{90}$ Zr при близких значениях  $E^{\text{инт}}$ 

интегральные сечения весьма близки друг к другу. Это означает, что экспериментально-теоретический метод оценки сечений парциальных реакций по данным о сечениях выхода  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$ , полученных на пучках как квазимоноэнергетических аннигиляционных фотонов [17], так и тормозного у-излучения [19], приводит к практически идентичным по абсолютной величине сечениям парциальных реакций, удовлетворяющим физическим критериям достоверности данных. При этом расхождения по форме (по проявлению структурных особенностей) сечений парциальных реакций, оцененных в настоящей работе с использованием сечения выхода  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$  [19], и сечений, оцененных ранее с использованием  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$  [17], обусловлены различиями достигнутого в экспериментах [17, 19] энергетического разрешения (см. разд. 2.3).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные исследования позволяют сделать определенные выводы о достоверности сечений парциальных реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  на ядре  $^{90}$  Zr, определенных в эксперименте на пучке тормозного  $\gamma$ -излучения с помощью внесения в сечение выхода нейтронов  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$  [19] поправок на их множественность, рассчитанных по статистической теории. Показано, что поправки такого типа в условиях отсутствия заметного вклада от реакции  $(\gamma, 1n1p)$ , описание которого требует отхода от чисто статистического описания процессов фоторасщепления ядра  $^{90}$  Zr, позволяют получить экспериментальные данные по сечениям парциальных реакций, удовлетворяющие физическим критериям достоверности.

В оцененных сечениях реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$ , согласующихся с экспериментальными сечениями, наблюдаются отчетливо выраженные структурные особенности, соответствующие таким особенностям в экспериментальном сечении выхода нейтронов  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$  [19]. В связи с этим новые оцененные сечения реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  по форме существенно отличаются от сечений реакций, оцененных ранее [22] с использованием сечения выхода  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$  [17], в котором выраженные структурные особенности отсутствуют. Как отмечалось, такие расхождения по форме обусловлены различием энергетического разрешения, достигнутого в экспериментах [17, 19].

Поскольку использованные сечения выхода нейтронов  $\sigma^{9\kappa cn}(\gamma,xn)$  [17] и  $\sigma^{9\kappa cn}(\gamma,xn)$  [19] по непо-

нятным причинам довольно заметно отличаются и по абсолютной величине, новые оцененные сечения парциальных реакций заметно отличаются по величине от сечений, оцененных ранее [22]. Однако при этом интегральные характеристики сечений реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$ , оцененных с использованием сечений выхода нейтронов  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$  [17] и  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$ [19], согласованных по абсолютной величине, близки. Это свидетельствует о том, что экспериментальнотеоретический метод оценки (8) приводит к близким достоверным сечениям парциальных реакций на ядре <sup>90</sup>Zr при использовании согласованных по абсолютной величине экспериментальных сечений выхода нейтронов, полученных в экспериментах как на пучке аннигиляционных фотонов [17], так и тормозного  $\gamma$ -излучения [19].

Работа выполнена в Отделе электромагнитных процессов и взаимодействий атомных ядер (Центр данных фотоядерных экспериментов) Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. S. S. Dietrich and B. L. Berman, At. Data Nucl. Data Table **38**, 199 (1988).
- 2. A. V. Varlamov, V. V. Varlamov, D. S. Rudenko, and M. E. Stepanov, INDC(NDS)-394, IAEA NDS (Vienna, Austria, 1999).
- 3. Nuclear Data Section Experimental Nuclear Reaction Data (EXFOR), IAEA, http://www-nds.iaea.org/exfor
- 4. Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, Взаимодействие электромагнитного излучения с атомными ядрами (Изд-во Моск. ун-та, Москва, 1979).
- 5. J. M. Blatt and V. F. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics (John Wiley & Sons, New York, 1952).
- 6. V. V. Varlamov and B. S. Ishkhanov, INDC(CCP)-433, IAEA NDS (Vienna, Austria, 2002).
- 7. V. V. Varlamov, Phys. Part. Nucl. 50, 637 (2019).
- T. Kawano, Y. S. Cho, P. Dimitriou, D. Filipescu, N. Iwamoto, V. Plujko, X. Tao, H. Utsunomiya, V. Varlamov, R. Xu, R. Capote, I. Gheorghe, O. Gorbachenko, Y. L. Jin, T. Renstrøm, M. Sin, et al., Nucl. Data Sheets 163, 109 (2020).
- 9. В. В. Варламов, А. И. Давыдов, В. Н. Орлин, Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия

- **78**, 2330206 (2023) [Moscow Univ. Phys. Bull. **78**, 303 (2023)].
- 10. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, М. Е. Степанов, Д. С. Руденко, Изв. РАН. Сер. физ. **67**, 1570 (2023) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **67**, 1733 (2023)].
- 11. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, Д. С. Руденко, М. Е. Степанов, ЯФ **67**, 2131 (2004) [Phys. At. Nucl. **67**, 2107 (2004)].
- 12. В. В. Варламов, А. И. Давыдов, В. Н. Орлин, ЯФ **85**, 237 (2022) [Phys. At. Nucl. **85**, 316 (2022)].
- 13. В. В. Варламов, А. И. Давыдов, В. Н. Орлин, ЯФ **85**, 316 (2022) [Phys. At. Nucl. **85**, 411 (2022)].
- 14. V. V. Varlamov, A. I. Davydov, and V. N. Orlin, Eur. Phys. J. A **58**, 123 (2022).
- 15. В. В. Варламов, А. И. Давыдов, И. А. Мостаков, В. Н. Орлин, ЯФ **86**, 532 (2023) [Phys. At. Nucl. **86**, 600 (2023)].
- 16. В. В. Варламов, А. И. Давыдов, В. Н. Орлин, Изв. РАН. Сер. физ. **87**, 1176 (2023) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **87**, 1188 (2023)].
- A. Lepretre, H. Beil, R. Bergere, P. Carlos,
   A. Veyssiere, and M. Sugawara, Nucl. Phys. A 175, 609 (1971).
- B. L. Berman, J. T. Caldwell, R. R. Harvey, M. A. Kelly, R. L. Bramblett, and S. C. Fultz, Phys. Rev. 162, 1098 (1967).
- 19. Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, И. М. Пискарев, О. П. Шевченко, ЯФ **14**, 27 (1971) [Sov. J.

- Nucl. Phys. 14, 16 (1972)].
- H. J. Askin, J. K. F. Allen, R. Hicks, R. J. Petty, and M. N. Thompson, Nucl. Phys. A 204, 209 (1973).
- 21. Г. П. Антропов, И. Е. Митрофанов, А. И. Прокофьев, Б. С. Русских, Изв. АН СССР. Сер. физ. **33**, 700 (1969) [Bull. Acad. Sci. USSR Phys. **33**, 645 (1969)].
- 22. V. V. Varlamov, A. I. Davydov, B. S. Ishkhanov, and V. N. Orlin, Eur. Phys. J. A **54**, 74 (2018).
- 23. D. Brajnik, D. Jamnik, G. Kernel, M. Korun, U. Miklavzic, B. Pucelj, and A. Stanovnik, Phys. Rev. C 13, 1852 (1976).
- 24. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЭЧАЯ **38**, 460 (2007) [Phys. Part. Nucl. **38**, 232 (2007)].
- 25. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ **71**, 517 (2008) [Phys. At. Nucl. **71**, 493 (2008)].
- 26. В. В. Варламов, А. И. Давыдов, В. Н. Орлин, Ученые записки физического факультета Моск. унта **3**, 2230501 (2022).
- 27. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, В. А. Четверткова, Изв. РАН. Сер. физ. **74**, 875 (2010) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **74**, 833 (2010)].
- 28. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, С. Ю. Трощиев, Изв. РАН. Сер. физ. **74**, 884 (2010) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **74**, 842 (2010)].
- 29. В. В. Варламов, А. И. Давыдов, В. Н. Орлин, Изв. РАН. Сер. физ. **74**, 1176 (2023) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **74**, 1188 (2023)].

### PHOTONEUTRON REACTION CROSS SECTIONS FOR <sup>90</sup>Zr IN DIFFERENT EXPERIMENTS

V. V. Varlamov<sup>1)</sup>, A. I. Davydov<sup>1)</sup>, I. A. Mostakov<sup>2)</sup>, V. N. Orlin<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics of Lomonosov Moscow State University, Russia
<sup>2)</sup>Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Russia

Reliability of the data on partial photoneutron reactions on  $^{90}\text{Zr}$  obtained in the experiment carried out on the beam of bremsstrahlung was investigated using the experimental-theoretical method for partial reaction cross section evaluation basing on objective physical criteria. It was found out that  $(\gamma, 1n)$  and  $(\gamma, 2n)$  reaction cross sections obtained using the corrections calculated via statistical theory to the neutron yield cross section  $\sigma(\gamma, xn) = \sigma(\gamma, 1n) + 2\sigma(\gamma, 2n)$  satisfy physical criteria of data reliability. The integrated characteristics of the cross sections of the reactions  $(\gamma, 1n)$  and  $(\gamma, 2n)$  in which the distinct structural features were obtained as well as in the experimentally measured neutron yield cross section  $\sigma(\gamma, xn)$  agree with those of evaluated cross sections. This shows that information on  $\sigma(\gamma, xn)$  are evaluated reaction cross sections are compared in detail with analogous data obtained before using the results of experiments carried out on the beams of quasimonoenergetic annihilation photons.

### ДВУХФОТОННЫЙ РЕЗОНАНСНЫЙ МЕХАНИЗМ ОПТИЧЕСКОЙ НАКАЧКИ 8.3-эВ ИЗОМЕРА <sup>229m</sup>Th В НЕЙТРАЛЬНЫХ АТОМАХ

© 2024 г. Ф. Ф. Карпешин 1), \*

Поступила в редакцию 21.03.2024 г.; после доработки 02.05.2024 г.; принята к публикации 02.05.2024 г.

Обсуждается возможность уточнения энергии ядерного изомера <sup>229m</sup>Th с энергией 8.36-эВ — наиболее вероятного кандидата на роль ядерного стандарта частоты — с помощью резонансной оптической накачки. Основное внимание уделено вопросу расширения резонанса с целью сокращения времени сканирования. Предложенный двухфотонный метод использует радикальное уширение линии изомера за счет смешивания с электронным переходом. Этот метод не обременен уменьшением сечения, в отличие от резонансного уширения за счет внутренней конверсии или преднамеренного экстрауширения спектральной линии лазера накачки. В рассматриваемом случае он оказывается на два порядка эффективнее. Он применим как к ионизованным, так и к нейтральным атомам тория. Реализация метода предполагает возбуждение как ядра, так и электронной оболочки в конечном состоянии.

**DOI:** 10.31857/S0044002724050039, **EDN**: JFZBOC

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Большое внимание в настоящее время уделяется проблеме создания ядерно-оптических часов и соответственно стандарта частоты следующего поколения. Рекордные существующие образцы атомных часов демонстрируют погрешность в пределах нескольких единиц  $10^{-18}$  [1], тогда как для решения насущных фундаментальных и прикладных задач требуется понизить погрешности еще на порядок. Хорошую перспективу имеют разработки часов на тяжелых ионах [2]. Дальнейшее снижение погрешности позволило бы разрешить давний вопрос о возможном дрейфе фундаментальных констант [3]. Актуальнейшей задачей современной физики является поиск темной материи и энергии. Здесь основополагающая идея состоит в обнаружении волновых осцилляций частиц сверхлегкой материи в ее взаимодействии с обычным веществом [4]. Сильные стороны ядерных часов указаны во множестве обзоров и оригинальных работ (например, [5] и указанные там дальнейшие ссылки). Некоторые из них выглядят самоочевидными, например, защищенность от внешних полей. А их применение для поиска дрейфа фундаментальных констант имеет незаменимые особенности, поскольку вклад от ядерной составляющей по сравнению с кулоновской в частоту перехода в них проявляется гораздо сильнее, чем в оптических. Поэтому некоторые проекты основаны на совместном применении атомных и ядерных часов, используя указанные особенности последних [2, 6].

Кандидат номер один на создание ядернооптических часов — уникальный нуклид  $^{229}$ Th, возбужденное состояние которого  $3/2^+$  [631] лежит на высоте всего  $\omega_n=8.355740(3)$  эВ над основным состоянием  $5/2^+$  [633] [7]. Положим для оценок время его жизни в нейтральных атомах в пределах  $10~\mu c$  [8—11]. Однако собственное время жизни ядра намного больше из-за внутренней конверсии (ВК), которая значительно ускоряет распад изомера: КВК (коэффициент ВК)  $\alpha(M1)=0.987\times 10^9$ . Таким образом, учет ВК приводит к увеличению естественной ширины изомерной линии от  $\Gamma_n=0.667\times 10^{-19}$  эВ  $(10^{-5}~\Pi_1)$  до  $\Gamma_c=0.7\times 10^{-10}$  эВ  $(10~\kappa\Pi_1)$ .

В кристаллическом окружении собственное время жизни изомера может быть в несколько раз короче [7, 12], что не меняет качественных оценок. Недавний прорыв в лазерной физике [7] был достигнут, используя высоколегированный кристалл Са Г и четырехволновой смесительный лазер. Роль кристалла заключается в подавлении канала конверсионного распада изомера благодаря наличию в нем широкой запрещенной зоны, хотя при спектральной ширине использовавшегося луча 10-20 ГГц это не является принципиальным обстоятельством. Возбуждение ядра осуществлялось поглощением фотонов с резонансной энергией. Теория прямого возбуждения ядра в сильных электромагнитных полях развивалась в работах [13-17] и других, цитированных там. Текущая задача на пути построения будущего стандарта состоит в дальнейшем уточнении полученного значения энергии изомера, вплоть до естественной ширины его линии. В этой связи повторимся, что другой эффективный путь поиска ядерно-оптического резонанса ле-

<sup>1)</sup> Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И. Менделеева, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: fkarpeshin@gmail.com

жит через использование резонансных свойств электронной оболочки. Взаимодействия ядра с электронной оболочкой осуществляются посредством внутренней конверсии в подпороговой области, переходящей в дискретную, или резонансную конверсию (РК). Концепция РК была сформулирована применительно к девозбуждению осколков деления в мюонных атомах [18]. В работе [19] впервые был предложен способ усиления ядерного перехода 76-эВ изомера <sup>235</sup>U лазерным излучением, направленным на стимулирование РК этого перехода. Метод [19] основан на двухфотонном резонансном поглощении света электроном: один фотон — виртуальный — излучается ядром, другой происходит от внешнего излучения перестраиваемого лазера, используемого для настройки резонанса. Так был впервые поставлен вопрос о сканировании частотного диапазона лазера с целью определения энергии изомера. В статье отмечалась общность РК с электронными мостиками (ЭМ), рассмотренными Крутовым [20, 21]. ЭМ наблюдался в работе [22] в распаде 30.7-кэВ изомерного уровня <sup>93</sup>Nb. РК была успешно наблюдена как в мюонных атомах [23], так и в 35-кэВ переходе в высокозарядных ионах <sup>125</sup>Те [24].

Термин обратного ЭМ как собирательного обозначения механизмов фотовозбуждения изомера <sup>229</sup>Th через посредство электронной оболочки получил широкое распространение после работ [25, 26] и других. В дальнейших деталях концепция обратных ЭМ была рассмотрена недавно в работах [27, 28]. Когда стало понятно, что энергия изомера лежит в районе 7—8 эВ, появились проекты, основанные на поглощении двух и более лазерных фотонов ([29—33] и цитированные там работы). Метод [19] также обобщается для построения двухфотонных схем [34]. Вместе с тем попрежнему рассматриваются и однофотонные проекты, например, [35], который стал прообразом одного из наиболее перспективных проектов [9].

Какой бы мы проект, однако, ни взяли, обязательно столкнемся с вопросом оптимизации шага сканирования путем уширения спектра луча накачки. Так, в работе [33] авторы оценивают, что эффективная ширина линии изомера в их проекте составляет 40 ядерных ширин, чего, однако, еще слишком мало для того, чтобы сделать ее шагом сканирования. В проекте [9] уширение линии за счет ВК достигает 9 порядков, но ровно столько же теряется в сечении возбуждения. В последней работе [7] лазерная система имела собственную полосу пропускания около 1 ГГц, но ее намеренно модулировали до эффективной полосы пропускания 10-20 ГГц, чтобы иметь более широкую форму линии для лучшего покрытия области поиска. При этом опять во столько же раз уменьшается сечение резонансного возбуждения изомера. Иная физика лежит в идее возбуждения ядра через электронноядерный резонанс. Естественная ширина, например, 7p-уровня на 11 порядков превышает ядерную, в то же время сечение его возбуждения не только не страдает, а наоборот, многократно превосходит ядерное. Сочетание этих факторов создает заманчивые перспективы для сканирования. С целью их более детального изучения ниже производится сравнительный анализ упомянутых выше методов резонансного возбуждения изомера. Начнем с проекта [9], чтобы, отталкиваясь от него как образца современного экспериментального проекта, наметить пути дальнейшего повышения эффективности исследования.

#### 2. МЕТОД ОПТИЧЕСКОЙ ГРЕБЕНКИ СКАНИРОВАНИЯ ПО МЕХАНИЗМУ ВК В НЕЙТРАЛЬНЫХ АТОМАХ <sup>229</sup>Th

Проект [9] предполагает использование мощного 50 Вт импульсного волоконного лазера с длиной волны 1070 нм и частотой повторения импульсов 77 МГц. После прохождения резонатора мощность пучка усиливается до 10 кВт. После этого из него выделяется седьмая гармоника. На дальнейшем отрезке пути луча помещают вращающуюся заслонку с отверстиями, которая производит его циклическое открываниепрерывание на равные промежутки времени  $\tau_{\rm imp} =$ = 100 мкс. В результате Фурье-спектр преобразованного луча обретает вид частотной гребенки, расположенной возле целевой энергии, состоящей из  $1.2 \times$  $imes 10^5$  эквидистантных зубьев. Мощность излучения в каждом зубе гребенки 10 нВт, полуширина 490 Гц  $(2 \times 10^{-12} \text{ эВ})$ , расстояние между зубьями 77 МГц  $(3 \times 10^{-8} \text{ эВ})$ . Проект [9] рассчитывался в то время, когда энергия изомера считалась  $\omega_n = 8.338$  эВ с неопределенностью 0.024 эВ согласно [12]. Таким образом, вся гребенка перекрывает интервал неопределенности энергии изомера, а для нахождения резонанса требуется просканировать лишь интервал между зубцами.

Пучок фокусируется на мишень, которая представляет собой тонкий круг площадью  $7.07 \times 10^{-4}~{\rm cm}^2$ . На его поверхность наносится путем напыления или иным способом  $N_0=1.6\times 10^{13}$  атомов <sup>229</sup>Th. Следовательно, каждый зуб гребенки несет поток фотонов  $J=1.06\times 10^{13}~{\rm c}^{-1}~{\rm cm}^{-2}$ . Факт резонансного поглощения устанавливается путем регистрации конверсионных электронов, возникающих при девозбуждении изомера.

Прежде всего можно оценить количество ядер изомера, производимое одним импульсом при условии резонанса. Для целей сканирования наиболее эффективно использовать световой пучок со спектральной шириной, меньше или равной ширине резонанса. Тогда оценку сечения фотовозбуждения уровня с энергией  $\omega^1$  можно провести по формуле [36, 37]

$$\sigma_{\gamma} = \Gamma_{\gamma} \frac{2I_{\rm is} + 1}{2I_0 + 1} \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^2 S_{\omega},\tag{1}$$

 $<sup>^{1}</sup>$ Мы используем релятивистскую систему единиц  $\hbar = c = m_{e} = 1$ .

384 КАРПЕШИН

где  $S_{\omega}$  — спектральная плотность пучка,  $\Gamma_{\gamma}$  — радиационная ширина обратного перехода. Положив  $S_{\omega} \approx 1/\Gamma$  полной ширине состояния  $\omega$  и считая, где можно,  $\Gamma_{\gamma} \approx \Gamma$ , получим для оценок универсальную формулу

$$\sigma_{\gamma} = \frac{2I_{\rm is} + 1}{2I_0 + 1} \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^2,\tag{2}$$

применимую в равной мере как к ядерным, так и атомным системам. В частности, она описывает сечение резонансного рассеяния на голом ядре. Данная общность чрезвычайно важна при рассмотрении явлений электронно-ядерного резонанса. В случае нейтрального атома тория, однако, положив в формуле (1)  $S_{\omega}=1/\Gamma_{c}$ , где  $\Gamma_{c}$  — конверсионная ширина изомерного перехода, найдем величину сечения возбуждения изомера в нейтральных атомах:

$$\begin{split} \sigma_{\gamma} &= \frac{\Gamma_{\gamma}}{\gamma_{c}} \frac{2I_{\rm is} + 1}{2I_{0} + 1} \bigg( \frac{\pi}{\omega} \bigg)^{2} = \alpha^{-1} (M_{1}) \frac{2I_{\rm is} + 1}{2I_{0} + 1} \bigg( \frac{\pi}{\omega} \bigg)^{2} = \\ &= 3.73 \times 10^{-20} \, {\rm cm}^{2}. \end{split} \tag{3}$$

Теперь можно оценить скорость образования изомеров  $p=\sigma_{\gamma}J=3.95\times 10^{-7}~{\rm c}^{-1}$ . Скорость распада  $\gamma=10^5~{\rm c}^{-1}\gg p$ , а количество образованных за один импульс ядер изомера равно  $N^{({\rm imp})}=\sigma_{\gamma}JN_0\tau_{\rm imp}=633$ .

Однако длительность импульса в 10 раз превышает время их жизни, поэтому к началу фазы измерения доживает лишь 10% от числа образовавшихся ядер. Уточнить их количество можно с помощью уравнения Эйнштейна. Пусть по-прежнему полное число облучаемых атомов тория будет  $N_0$ . Эволюция заселенности изомерного уровня N(t) определяется тремя факторами: естественным распадом  $\gamma \frac{dN(t)}{dt}$ , пополнением за счет возбуждения новых атомов в поле излучения лазера  $p \frac{d(N_0-N(t))}{dt}$ , а также индуцированного тем же излучением обратного перехода в основное состояние  $\beta p \frac{dN(t)}{dt}$  (осцилляции Раби). Принцип термодинамического равновесия приводит к соотношению  $\beta = (2I_0+1)/(2I_{\rm is}+1) = 1.5$ , где  $I_0$ ,  $I_{\rm is}$  — спины основного и изомерного состояний ядра соответственно. Уравнение Эйнштейна для N(t) можно записать в виде

$$\frac{dN(t)}{dt} = -(\gamma + \beta p)N(t) + p[N_0 - N(t)]. \tag{4}$$

Решение уравнения (4)

$$N(t) = \frac{pN_0}{\gamma + (\beta + 1)p} \left\{ 1 - e^{-[\gamma + (\beta + 1)p]t} \right\}.$$
 (5)

Согласно (5), равновесие достигается за время

$$\tau_{\rm eq} = 1/[\gamma + (\beta + 1)p] \approx 1/\gamma = 10\mu c \ll \tau_{\rm imp},$$
 (6)

поэтому при  $N_0=1.6 \times 10^{13}$  к концу импульса поддерживается в состоянии равновесия  $N_{\rm eq}=\frac{p}{\gamma}N_0=$ 

=63 изомерных атома. Если производить сдвиг частоты раз в секунду с шагом, равным ширине искомой линии, т.е.  $10^{-10}$  эВ, то для сканирования интервала между зубцами потребуется 5000 шагов, что займет 5000 с. Чтобы установить, какой именно зуб попадает в резонанс, надо изменить интервал между зубцами. Поэтому для уточнения энергии изомера потребуется провести еще несколько циклов сканирования.

Таким образом, проект основан на уширении изомерного перехода каналом ВК на 9 порядков величины. Однако это, так сказать, кинематическое уширение, а собственно электрон-ядерный резонанс как таковой не эксплуатируется.

#### 3. НАПОМИНАНИЕ МЕТОДА ЭЛЕКТРОННО-ЯДЕРНОГО РЕЗОНАНСА

Напротив, наиболее эффективные механизмы возбуждения изомера, основанные на динамике электрон-ядерного резонанса [19], рассмотрены в работе [36]. Некоторые направления развития этих идей обсуждались на конференции КВНО-23 и в ее Трудах [38, 39]. Рисунок 1 воспроизводит фейнмановскую диаграмму механизма, наиболее подходящего для целей сканирования. В нейтральном атоме и ядро, и электронная оболочка пребывают в основном состоянии с конфигурацией  $7s^26d^2$ . Путем обмена виртуальным фотоном в процессе обратной РК один из валентных 7s-электронов передает ядру необходимую для образования изомера энергию  $\omega_n$ . Баланс энергии восстанавливается поглощением второго внешнего — фотона с энергией ω. Абсорбировав энергию фотона, электрон переходит в конечное 7p-состояние. Частота пучка определяется из условия сохранения энергии:

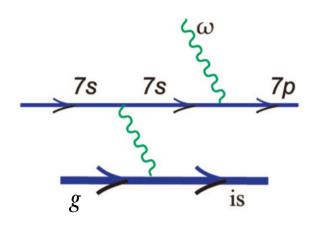
$$\omega = \omega_n + \epsilon_{7_{n'}} \tag{7}$$

где  $\epsilon_{7_p}$  — энергия атома в конечном состоянии. Энергию основного состояния атома мы полагаем равной нулю. На этой частоте амплитуда проходит через резонанс шириной  $\Gamma = \Gamma_{7_p}$ , равной ширине  $7_p$ -уровня. Поэтому для целей сканирования целесообразно использовать пучок с резонансной частотой  $\omega$  и со спектральной шириной, равной ширине резонанса  $\Gamma$ .

Расчет вероятностей процессов, подобных рис. 1, рассмотрен, например, в работе [36], где опубликован подробный расчет радиационной ширины  $\Gamma_{\gamma}^{(1)}$  процесса, обратного к процессу рис. 1:

$$\Gamma_{\gamma}^{(1)} = R\Gamma_{\gamma}^{(n)} = \frac{\alpha_d(7s - 7s; \omega_n)\Gamma_{\gamma}^{(a)}(7p \to 7s; \omega)\Gamma_{\gamma}^{(n)}}{2\pi\omega^2}.$$
(8)

В соответствии со сказанным выше в этих соотношениях  $\alpha_d(7s-7s;\omega_n)$  — размерный коэффициент РК для M1-перехода с энергией  $\omega_n$ ,  $\Gamma_{\gamma}^{(a)}(7p-7s;\omega)$  — ширина радиационного перехода электрона 7p-7s с



**Рис. 1.** Фейнмановский график резонансной оптической накачки изомера по двухфотонному механизму.

энергией  $\omega$  (вне массовой поверхности). В зависимости от энергии соответствующего перехода  $\Gamma_{\gamma}^{(a)}(7p-7s;\omega)\sim\omega^3,\ \alpha_d(7s-7s;\omega_n)\sim\omega^{-3}.\ R$ -фактор обозначает отношение ширин обратных процессов. Вероятность (8) обладает прозрачным физическим смыслом произведения вероятности испускания 7p-электроном фотона  $\omega$  и восстановления баланса энергии при переходе изомера в основное состояние.  $\omega^2$  возникает в знаменателе от электронного пропагатора между этими двумя событиями.

Подстановка (8) в формулу (1) прямо приводит к сечению процесса фотопоглощения, отвечающему диаграмме рис. 1:

$$\sigma_{\gamma} = \frac{2j_{7_p} + 1}{2j_{7_s} + 1} \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^2 fWQ,\tag{9}$$

где  $f=\Gamma_{\gamma}^{(a)}(7p-7s;\omega)/\Gamma_{\gamma}^{(a)}(7p-7s;\omega_a)=(\omega/\omega_a)^3$  — фактор, возникающий ввиду схода промежуточного 7s-электрона с массовой поверхности. Он учитывает тот факт, что вероятность излучения фотона пропорциональна кубу его энергии.  $\omega_a$  — энергия перехода 7p-7s в изолированном атоме:

$$W = \frac{2I_{\rm is} + 1}{2I_0 + 1} \frac{\alpha_d(M1; 7s - 7s)\Gamma_{\gamma}^{(n)}}{2\pi\omega_n^2},\tag{10}$$

$$Q = \frac{\Gamma_{\gamma}^{(a)}(7p - 7s; \omega_a)}{\Gamma_{7_n}^{(a)}}.$$
 (11)

В этих соотношениях W — вероятность виртуального образования изомера за счет его смешивания с основным ядерным уровнем через взаимодействие с электроном — варшавского эффекта, рассмотренного в работе [40]. В работах [36, 41] предлагалось использовать варшавский эффект для заселения изомера путем создания вакансий на внутренних оболочках атома. На другое красивое проявление варшавского эффекта в величине гиромагнитного отношения ядра  $^{229}$ Th

в основном состоянии было обращено внимание в работе [42].  $Q \leq 1$  — отношение радиационной ширины к полной. Эта величина, в частности, характеризует добротность атомного резонанса. В нашем случае Q=1 — максимальному значению. Сечение (9) можно наглядно представить в виде

$$\sigma_{\gamma} = \frac{2j_{7_p} + 1}{2j_{7} + 1} \frac{2I_0 + 1}{2I_{1s} + 1} fW Q \tilde{\sigma}_{\gamma}^{(b.n.)}, \tag{12}$$

где  $\tilde{\sigma}_{\gamma}^{(\mathrm{b.n.})}$  приблизительно равно сечению на голом ядре, отличаясь от последнего тем, что рассчитывается для энергии фотона  $\omega$ , а не  $\omega_n$ . Из формулы (9) следует, что рационально выбирать в качестве конечного состояния широкие уровни с хорошей добротностью, для которых  $Q\approx 1$ .

С точки зрения простых физических соображений, в этой формуле эффект ослабления сечения вследствие уширения линии учтен в явном виде наличием полной ширины резонанса в знаменателе формулы (11): она не сильно отличается от аналогичной конверсионной ширины изомерного перехода. А механизм усиления состоит в том, что парциальная вершина взаимодействия лазерного фотона с атомным электроном (электродипольное поглощение в 7s-7pпереходе) на 12 порядков больше, чем магнитодипольного поглощения аналогичного фотона в изомерном переходе ядра. Это основная идея двухфотонного метода, начиная с работы [19]. Существование унитарного предела (2), достижимого для возбуждения состояний с максимально возможной добротностью, никак не мешает парциальным сечениям различаться сколь угодно сильно, согласно (1).

Наконец, для целей качественного анализа введем параметр эффективного сечения V, умножив основное сечение (12) в нашем случае или (3) — в случае проекта [9] — на ширину соответствующего резонанса, которую можно отождествить с шагом сканирования, и разделив на собственную ширину изомера  $\Gamma_{\gamma}^{(n)}$ . В случае схемы [9] получается прозрачный результат:

$$V \equiv \sigma_{\nu}^{(b.n)}. \tag{13}$$

Он объясняется тем, что выигрыш в ширине резонанса в точности равен проигрышу в сечении возбуждения. Для нашей схемы ширина определяется величиной  $\Gamma_{7_p}$ , и

$$V = fWQ \frac{\Gamma_{7_p}}{\Gamma_{\gamma}^{(n)}} \tilde{o}_{\gamma}^{(\text{b.n.})}. \tag{14}$$

В случае схемы, подобной [7], основанной на прямом уширении спектра лазерного луча, для эффективного сечения также справедливо выражение (13).

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Произведем качественную оценку времени сканирования по механизму рис. 1, воспользовавшись теоретическим расчетом необходимых параметров в рамках метода Дирака—Фока [43]. На момент публикации

работы [36] другое значение энергии изомера считалось общепринятым: 3.5 эВ. Поэтому и расчеты проводились с тем значением в рамках метода Дирака—Фока, используя комплекс компьютерных программ RAINE для расчета атомных структур [43]. Полученные значения опубликованы в ряде работ, например, в [36]. Экстраполяция на современную энергию выполняется непосредственно, используя зависимость от энергии радиационных ширин  $\sim \omega^3$ , а коэффициентов конверсии  $\sim \omega^{-3}$ .

КВК для M1-перехода с энергией  $\omega_n=8.36$  эВ в ThI равен  $\alpha(M1)=0.987\times 10^9$  [10]. Если положить время жизни в нейтральных атомах  $10\,\mu c$  [8], то отсюда следует приведенная выше собственная ширина изомера  $\Gamma_n=0.667\times 10^{-19}$  эВ.

В рамках метода Дирака—Фока резонансное сечение состоит из двух компонент, соответствующих конечным уровням  $7p_{1/2}$  и  $7p_{3/2}$ , причем интенсивность второй компоненты вдвое выше первой. Для нее и выполним оценки. Энергия  $\epsilon_{7p_{3/2}}=2.41$  эВ [36], следовательно,  $\omega=10.75$  эВ.  $\epsilon_{7p_{1/2}}=1.64$  эВ, соответственно,  $\omega=9.98$  эВ для этого уровня.

Далее получим  $\alpha_d(7s-7s;\omega_n)=1.23\times 10^{10}$  эВ. Радиационная ширина атомного перехода  $\Gamma_{\gamma}^{(a)}(7p_{3/2}-7s;\omega)=2.78\times 10^{-6}$  эВ, что на 13 порядков больше естественной ширины изомерной линии  $\Gamma_n$ .  $\Gamma_{\gamma}^{(a)}(7p_{1/2}-7s;\omega)=2.41\times 10^{-6}$  эВ.

#### 5. ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ СКАНИРОВАНИЯ

Рассмотрим для оценок мысленный эксперимент, предполагающий сканирование монохроматическим световым лучом с мощностью 1 мВт. Такова совокупная мощность всех зубьев частотной гребенки в проекте [9]. Положим  $\omega=10.75$  эВ — резонансной энергии, отвечающей возбуждению  $7p_{3/2}$ -уровня в конечном состоянии. Положим площадь мишени  $10^{-4}~{\rm cm}^2$ . Теперь поток фотонов  $J=5.47\times 10^{18}~{\rm cm}^{-2}~{\rm c}^{-1}$ , что на пять порядков больше, чем в проекте с частотной гребенкой.

По формуле (9) найдем сечение процесса  $\sigma_{\gamma}=6.24\times 10^{-21}~{\rm cm}^2$  и оценим скорость возбуждения изомера в поле излучения лазера:  $p=\sigma_{\gamma}J=0.034~{\rm c}^{-1}\ll \gamma$ . Теперь время установления статистического равновесия составит, согласно (6),

$$\tau_{\rm eq} \approx 1/\gamma = 10^{-5} \, \text{c.}$$
 (15)

Из (5) получим равновесную концентрацию изомера  $n \approx p/\gamma = 3.4 \times 10^{-7}$ . Таким образом, при том же  $N_0 = 1.6 \times 10^{13}$  число изомерных атомов достигнет  $N_{\rm is} \approx n N_0 = 5.4 \times 10^6$  за время  $10^{-5}$  с, что обеспечивает в  $10^5$  раз большую статистику по сравнению с проектом [9]. Поэтому данный интервал, т.е.  $10^{-5}$  с, представляется достаточным в качестве длительности сканирующего импульса. Если столько же положить на проверку условия достижения резонанса, то один шаг сканирования займет  $\tau_{\rm sc} = 2 \times 10^{-5}$  с.

Далее, поскольку ширина  $7p_{3/2}$ -уровня равна  $\Gamma_{7p_{3/2}}=3.13\times 10^{-8}$  эВ, то для сканирования интервала 1 эВ понадобится  $N_{\rm sc}=1$  эВ/ $\Gamma_{7p_{3/2}}=3.3\times 10^7$  шагов, т.е.  $N_{\rm sc}\tau_{\rm sc}=11$  мин. А для сканирования интервала неопределенности [9] 0.024 эВ достаточно полминуты, т.е. в 200 раз меньше времени, чем в проекте [9], и достигается это с лазером непрерывного действия на семь порядков меньшей мощности без частотной гребенки. С гребенкой отпадает также необходимость повторных сканов для уточнения номера резонансного зубца гребня.

С учетом межэлектронных взаимодействий конечные 7р-состояния фрагментируются на несколько сильных уровней [10], между которыми и распределяется найденное выше резонансное сечение. Спектр конечных состояний и соответствующие резонансные сечения найдем, воспользовавшись данными NIST об относительной интенсивности линий поглощения на нейтральных атомах тория. Согласно [44], выделяется сильная компонента, соответствующая переходу из основного состояния на уровень с энергией 2.1520074477 эВ. Соответственно, эта линия образует основной резонанс при сканировании, генерируемый при энергии лазерного фотона ω = 10.490 эВ. Этот резонанс соответствует длине волны около 118 нм. Соответствующий пучок можно получить как девятую гармонику Nd: YAG-лазера [45]. На рис. 2 отражены полученные таким путем резонансные сечения для этой и еще нескольких наиболее сильных линий при энергиях  $\omega = 11.476$ , 11.096, 10.067 эВ и других. Их можно использовать как реперы, детектирование которых поможет надежно идентифицировать эти компоненты в эксперименте и соответственно определить энергию изомера согласно (7) с точностью, соответствующей лазерным методам измерения. Шкала сечений дана в предположении, что наиболее сильная линия сохраняет 1/3 полной силы резонанса  $7p_{1/2}$ - и  $7p_{3/2}$ -уровней.

#### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Резюмируя, подытожим, что при сканировании в нейтральных атомах можно воспользоваться уширением изомерной линии за счет ВК на девять порядков [9], до  $\sim 10^{-10}$  эВ. Аналогичного эффекта можно добиться, непосредственно увеличивая спектральную ширину лазерного луча [7]. Одновременно это приводит к падению сечения фотовозбуждения во столько же раз. Частотная гребенка может помочь делу, за счет большого числа  $\sim 10^5$  зубьев уменьшая во столько же раз интервал, подлежащий сканированию.

По-другому действует резонансный механизм уширения линии, согласно которому атом остается в возбужденном состоянии с хорошей добротностью. Это увеличивает ширину линии до атомных значений  $\sim 10^{-8}$  эВ. Последний метод применим и к ионам. Возбуждение изомера происходит по механизму встряс-

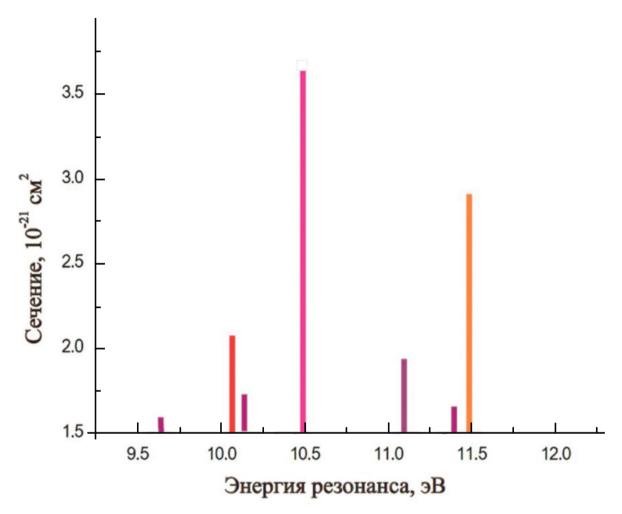


Рис. 2. Вычисленные резонансные сечения возбуждения изомера в зависимости от энергии лазерных фотонов.

ки Фейнберга—Мигдала. Основная малость в сечении процесса возникает именно на этом этапе: на валентных 7s-электронах вероятность возбуждения изомера (варшавский эффект)  $W=1.25\times 10^{-12}$ . Колоссальный выигрыш резонансного метода в том, что лазерный фотон поглощается атомным электроном, а не ядром. При сравнении формул (13) и (14) можно сечение  $\sigma_{\gamma}^{(b.n.)}$  сопоставить с сечением  $\tilde{\sigma}_{\gamma}^{(b.n.)}$  как величины одного порядка. Однако дополнительный фактор  $fWQ\frac{\Gamma_{7p}}{\Gamma_{\gamma}^{(n)}}=92$  говорит в пользу двухфотонного резонансного метода. Этот вывод согласуется с работой [36], в которой для отношения сечений двух методов получено значение R=918 — также в пользу резонансного метода. Разница в численных значениях коэффициентов R и  $fWQ\frac{\Gamma_{7p}}{\Gamma_{\gamma}^{(n)}}$  объясняется разницей в положенных в основу оценок значениях энергии изомера.

Все сказанное в полной мере относится и к другим возможным схемам возбуждения, основанным на поглощении двух, трех или большего количества лазерных фотонов. Так, по схеме возбуждения изомера,

предложенной в работе [29], энергия двух последовательно поглощенных электронной оболочкой фотонов целиком передается ядру. При этом электронная оболочка возвращается в основное состояние. Ввиду того, что сказано выше, эта схема представляется неоптимальной для целей сканирования. Уже в работе [46] были приведены соображения, что оболочка должна оставаться в возбужденном состоянии. В свое время это привело к парадоксу, названному ториевой загадкой. Аргументы, приведенные выше, подводят итог в ее решении.

В заключение автор хотел бы выразить признательность за плодотворные дискуссии П. Тирольфу, Л.Ф. Витушкину, Л. фон дер Вензе и В.И. Исакову.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- E. Peik, T. Schumm, M. S. Safronova, A. Palffy, J. Weitenberg, and P. G. Thirolf, Quantum Sci. Technol. 6, 034002 (2021).
- S. A. King, L. J. Spieß, P. Micke, A. Wilzewski, T. Leopold, E. Benkler, R. Lange, N. Huntemann, A. Surzhykov, V. A. Yerokhin, J. R. Crespo Lopez-

- Urrutia, and P. O. Schmidt, Nature **611**, 43 (2022).
- 3. V. V. Flambaum, Phys. Rev. Lett. 97, 092502 (2006).
- D. Antypas, A. Banerjee, C. Bartram, M. Baryakhtar, J. Betz, J. J. Bollinger, C. Boutan, D. Bowring, D. Budker, D. Carney, G. Carosi, S. Chaudhuri, S. Cheong, A. Chou, M. D. Chowdhury, R. T. Co, et al., arXiv: 2203.14915 [hep-ex].
- 5. E. Peik and M. Okhapkin, Comput. Rend. Phys. **16**, 516 (2015).
- 6. V. V. Flambaum and V. A. Dzuba, Can. J. Phys. **87**, 25 (2009).
- 7. J. Tiedau, M. V. Okhapkin, K. Zhang, et al., Phys. Rev. Lett. [in print].
- 8. L. Von der Wense, B. Seiferle, M. Laatiaoui, J. B. Neumayr, H.-J. Maier, H.-F. Wirth, C. Mokry, J. Runke, K. Eberhardt, C. E. Dullmann, N. G. Trautmann, and P. G. Thirolf, Nature 47, 533 (2016).
- L. von der Wense and Z. Chuankun, Eur. Phys. J. Ser. D 74, 146 (2020).
- 10. F. F. Karpeshin and M. B. Trzhaskovskay, Phys. Rev. C **76**, 054313 (2007).
- 11. В. И. Исаков, ЯФ **80**, 605 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 1080 (2017)].
- S. Kraemer, J. Moens, M. Athanasakis-Kaklamanakis, S. Bara, K. Beeks, P. Chhetri, K. Chrysalidis, A. Claessens, T. E. Cocolios, J. G. M. Correia, H. De Witte, R. Ferrer, S. Geldhof, R. Heinke, N. Hosseini, M. Huyse, et al., Nature 617, 706 (2023).
- 13. A. Palffy, J. Evers, and C. H. Keitel, Phys. Rev. C 77, 044602 (2008).
- 14. A. Palffy, O. Buss, A. Hoefer, and H. A. Weidenmuller, Phys. Rev. C **92**, 044619 (2015).
- 15. A. Ya. Dzyublik, G. Gosselin, V. Meot, and P. Morel, Europhys. Lett. **102**, 62001 (2013).
- 16. A. Ya. Dzyublik, JETP Lett. 92, 130 (2010).
- 17. L. von der Wense, P. V. Bilous, B. Seiferle, S. Stellmer, J. Weitenberg, P. G. Thirolf, A. Palffy, and G. Kazakov, Eur. Phys. J. A **56**, 176 (2020).
- 18. Д. Ф. Зарецкий, Ф. Ф. Карпешин, ЯФ **29**, 306 (1979) [Sov. J. Nucl. Phys. **29**, 151 (1979)].
- Б. А. Зон, Ф. Ф. Карпешин, ЖЭТФ 97, 401 (1990)
   [В. А. Zon and F. F. Karpeshin, Sov. Phys. JEТР 70, 224 (1990)]
- 20. V. A. Krutov, Ann. Phys. (Leipzig) 21, 291 (1968).
- 21. В. А. Крутов, Письма в ЖЭТФ **52**, 1176 (1990) [JETP Lett. **52**, 584 (1990)].
- 22. D. Kekez, A. Ljubicic, K. Pisk, and B. A. Logan, Phys. Rev. Lett. **55**, 1366 (1985).
- C. Rosel, F. F. Karpeshin, P. David, H. Hanscheid, J. Konijn, C. T. A. M. de Laat, H. Paganetti, F. Risse, B. Sabirov, L. A. Schaller, L. Schellenberg, W. Schrieder, and A. Taal, Z. Phys. A 345, 425 (1993).
- 24. F. F. Karpeshin, M. R. Harston, F. Attallah, J. F. Chemin, J. N. Scheurer, I. M. Band, and M. B. Trzhaskovskaya, Phys. Rev. C 53, 1640 (1996).

- 25. E. V. Tkalva, JETP Lett. 55, 216 (1992).
- 26. E. V. Tkalya, Nucl. Phys. A **539**, 209 (1992).
- 27. P. V. Borisyuk, N. N. Kolachevsky, A. V. Taichenachev, E. V. Tkalya, I. Yu. Tolstikhina, and V. I. Yudin, Phys. Rev. C **100**, 044306 (2019).
- 28. A. Ya. Dzublik, Phys. Rev. C 106, 064608 (2022).
- 29. S. G. Porsev, V. V. Flambaum, E. Peik, and Chr. Tamm, Phys. Rev. Lett. **105**, 182501 (2010).
- 30. R. A. Muller, A. V. Volotka, S. Fritzsche, and A. Surzhykov, Nucl. Instum. Methods B **408**, 84 (2017).
- 31. P. V. Bilous, H. Bekker, J. C. Berengut, B. Seiferle, L. von der Wense, P. G. Thirolf, T. Pfeifer, J. R. C. Lopez-Urrutia, and A. Palffy, Phys. Rev. Lett. **124**, 192502 (2020).
- 32. H. Xu, H. Tang, G. Wang, C. Li, B. Li, P. Cappellaro, and J. Li, Phys. Rev. A **108**, L021502 (2023).
- 33. L. Li, Z. Li, C. Wang, W.-T. Gan, X. Hua, and X. Tong, Nucl. Sci. Tech. 34, **24** (2023); https://doi.org/10.1007/s41365-023-01169-4
- 34. N.-Q. Cai, G.-Q. Zhang, C.-B. Fu, and Y.-G. Ma, Nucl. Sci. Tech. **32**, 59 (2021); https://doi.org/10.1007/s41365-021-00900-3
- 35. L. von der Wense, B. Seiferle, S. Stellmer, J. Weitenberg, G. Kazakov, A. Palffy, and P. G. Thirolf, Phys. Rev. Lett. **119**, 132503 (2017).
- F. F. Karpeshin, I. M. Band, and M. B. Trzhaskovskaya, Nucl. Phys. A 654, 579 (1999).
- 37. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, Квантовая электродинамика (Москва, Наука, 1969).
- 38. F. F. Karpeshin and L. F. Vitushkin, https://doi.org/10.48550/arXiv.2307.08711
- 39. Ф. Ф. Карпешин, М. Б. Тржасковская, ЖЭТФ **165**, 145 (2024).
- 40. F. F. Karpeshin, S. Wycech, I. M. Band, M. B. Trzhaskovskaya, M. Pfutzner, and J. Zylicz, Phys. Rev. C 57, 3085 (1998).
- 41. M. G. Kozlov, A. V. Oleynichenko, D. Budker, D. A. Glazov, Y. V. Lomachuk, V. M. Shabaev, A. V. Titov, I. I. Tupitsyn, and A. V. Volotka, arXiv: 2308.05173.
- V. M. Shabaev, D. A. Glazov, A. M. Ryzhkov, C. Brandau, G. Plunien, W. Quint, A. M. Volchkova, and D. V. Zinenko, Phys. Rev. Lett. 128, 043001 (2022).
- 43. I. M. Band and M. B. Trzhaskovskaya, At. Data Nucl. Data Tables **55**, 43 (1993).
- 44. A. Kramida, Yu. Ralchenko, J. Reader, and NIST ASD Team (2023), NIST Atomic Spectra Database (ver. 5.11) [Online]; Available: https://physics.nist.gov/asd [2024, May 15], National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, doi: https://doi.org/10.18434/T4W30F.

- C. Zhang, S. B. Schoun, C. M. Heyl, G. Porat, M. B. Gaarde, and J. Ye, Phys. Rev. Lett. 125, 093902 (2020).
- 46. Ф. Ф. Карпешин, М. Б. Тржасковская, ЯФ **78**, 765 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 715 (2015)].

## TWO-PHOTON RESONANCE MECHANISM OF OPTICAL PUMPING OF THE 8.3-eV ISOMER <sup>229m</sup>Th IN NEUTRAL ATOMS

F. F. Karpeshin<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>D.I. Mendeleyev Institute for Metrology (VNIIM), Saint-Petersburg, Russia

The possibility of refining the energy of the nuclear isomer <sup>229m</sup>Th with the energy of 8.36 eV, the most likely candidate for the role of a nuclear frequency standard, using resonant optical pumping is discussed. Attention is focused on the broadening of the resonance in order to reduce scanning time. The proposed two-photon method uses radical broadening of the isomer line due to mixing with an electronic transition. This method is not burdened by cross-section reduction, in contrast with internal-conversion-based resonance broadening or intended extra-broadening of the spectral line of a scanning laser. In the case under consideration, it turns out to be two orders of magnitude more effective. It applies to both ionized and neutral thorium atoms. The realization of the method supposes excitation of both the nucleus and the electron shell in the final state.

#### — ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ —

### ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЙТРИНО ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ НА БОЛЬШОМ АДРОННОМ КОЛЛАЙДЕРЕ

© 2024 г. Н. С. Коновалова<sup>1)</sup>, Н. М. Окатьева<sup>1)</sup>, Н. Г. Полухина<sup>1)</sup>, Ж. Т. Садыков<sup>1)</sup>, Н. И. Старков<sup>1)</sup>, Е. Н. Старкова<sup>1)</sup>, М. М. Чернявский<sup>1)</sup>, Т. В. Щедрина<sup>1), \*</sup>

Поступила в редакцию 03.04.2024 г.; после доработки 11.04.2024 г.; принята к публикации 11.04.2024 г.

В эксперименте SND@LHC в ЦЕРН зарегистрированы первые нейтрино в диапазоне псевдобыстрот  $7.2 < \eta < 8.4$ , рожденные в протон-протонных соударениях при энергии 13.6 ТэВ. SND@LHC — это автономный эксперимент на основе компактного гибридного детектора для регистрации нейтрино высоких энергий на Большом адронном коллайдере. Детектор позволяет различать взаимодействия нейтрино всех трех ароматов и исследовать процесс рождения чармированных частиц в области псевдобыстрот, недоступных для других экспериментов на БАК. Целью эксперимента является также изучение рассеяния слабо взаимодействующих частиц на электронах и протонах мишени.

DOI: 10.31857/S0044002724050043, EDN: JFWSAH

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

В Европейском центре ядерных исследований (CERN) около двух лет работает новый эксперимент SND@LHC (The Scattering and Neutrino Detector at the LHC) [1], целью которого является изучение нейтрино всех трех ароматов, образующихся при столкновениях высокоэнергичных протонов на встречных пучках Большого адронного коллайдера (Large Hadron Collider, LHC) при энергии  $\sqrt{s} = 13.6$  ТэВ. Высокая светимость протон-протонных столкновений на LHC обеспечивает большой поток нейтрино с малыми углами вылета, а высокие энергии образующихся нейтрино, от 100 ГэВ до нескольких ТэВ, предполагают достаточно большие сечения нейтрино-нуклонных взаимодействий и относятся к области энергий, в которой взаимодействия нейтрино наименее изучены [2].

Детектор SND@LHC был смонтирован в 2021 г. во время длительной профилактической остановки LHC, а его экспозиция началась во время третьего запуска ускорителя (LHC RUN3) в апреле 2022 г. Компактный детектор расположен в подземном тоннеле Т118 на расстоянии 480 м от точки столкновения встречных пучков ATLAS IP (Interaction Point) [3] (рис. 1). Положение детектора SND@LHC было выбрано исходя из ожидаемых псевдобыстрот образующихся нейтрино, их энергетического спектра и минимизации возможного фона. Через детектор, расположенный достаточно близко к пучку LHC, проходит интенсивный, сильно коллимированный (в пределах полярных углов менее 2.5 мрад) пучок индуцированных нейтрино. Статистику нейтринных взаимодействий набирает также близкий по задачам эксперимент FASER [4], но в SND@LHC регистрируются нейтрино в диапазоне псевдобыстрот  $7.2 < \eta < 8.44$ , а в FASER — в диапазоне  $\eta > 8.5$ .

Основным источником фона при регистрации нейтрино являются мюоны, возникающие от частиц, образующихся в протон-протонных столкновениях на ATLAS IP. Слой скальных пород и бетона толщиной около 100 м, отделяющий детектор SND@LHC от ATLAS IP, позволяет существенно ослабить влияние этого фонового излучения.

#### 2. ЭКСПЕРИМЕНТ

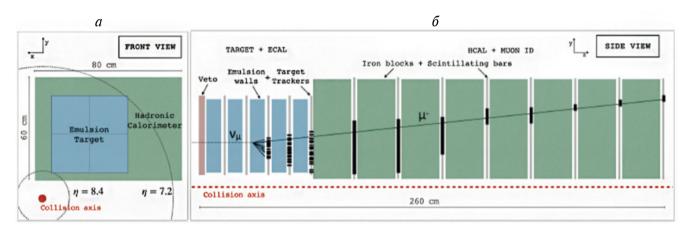
Детектор SND@LHC представляет собой гибридную систему, основным компонентом которой является мишень массой 830 кг, за которой расположены адронный калориметр и мюонная система. На рис. 2 показан схематический вид детектора SND@LHC спереди (со стороны входа пучка) и сбоку. Размеры детектора обусловлены компромиссом между минимальным необходимым размером адронного калориметра и мюонной системы, максимально возможной областью захвата приходящих нейтрино и размерами тоннеля. В результате детектор имеет общую длину 2.6 м. Ограничения, связанные с необходимыми размерами адронного калориметра и мюонной системы, позволили установить длину мишени не более 80 см; поперечный размер мишени  $80 \times 60 \text{ см}^2$ ограничен боковой стенкой тоннеля.

Для нейтринной мишени использована концепция эмульсионной камеры (Emulsion Cloud Chamber, ECC) из вольфрамовых пластин, чередующихся с пленками фотографической ядерной эмульсии. Мишень собрана из пяти "стенок" ЕСС, между которыми расположены электронные трекеры из сцинтилляционных волокон SciFi (Scintillating Fibres) [5]. Каждая

 $<sup>^{1)}</sup>$  Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия  $^*$  E-mail: tvshchedrina@gmail.com



**Рис. 1.** a — Детектор SND@LHC в подземном тоннеле Tl18;  $\delta$  — положение детектора (синий прямоугольник) относительно пучка LHC.



**Рис. 2.** Схематическое изображение детектора SND@LHC: a — спереди;  $\delta$  — сбоку.

стенка состоит из четырех ячеек (так называемых кирпичей), изготовленных из 60 эмульсионных пленок, чередующихся с 59 вольфрамовыми пластинами толщиной 1 мм. Нейтринная мишень SND@LHC в общей сложности содержит 1200 эмульсионных пленок общей площадью около 44 м<sup>2</sup>.

Ядерная эмульсия используется как вершинный детектор с микронным разрешением [6], а система трекеров обеспечивает временную привязку событий; вместе с мишенью они также действуют как электромагнитный калориметр. Система SciFi дает целеуказание места взаимодействия нейтрино в эмульсионном кирпиче и позволяет проследить связь события в эмульсии с треком мюона в мюонном детекторе, таким образом идентифицируя взаимодействия мюонного нейтрино по каналу заряженного тока.

Высокое пространственное разрешение ядерных эмульсий позволяет эффективно отслеживать все частицы, образующиеся при взаимодействии нейтрино высокой энергии, несмотря на малые углы их вылета. Методика работы с эмульсионной камерой также дает возможность эффективно отслеживать таулептон и вершину его распада, что, в свою оче-

редь, является ключевым элементом при идентификации тау-лептонов и маркировке взаимодействий тау-нейтрино. Эффективность обнаружения взаимодействий тау-нейтрино на расстоянии более 10 мкм между первичной и вторичной вершинами, как ожидается, составит около 50% [1].

Адронный калориметр и мюонная система состоят из восьми слоев сцинтилляционных стержней, чередующихся с железными плитами толщиной 20 см. Три близлежащих к мишени электронных модуля мюонной системы представляют собой плотную сеть сцинтилляционных волокон с горизонтальной и вертикальной ориентацией и предназначены для регистрации вылетающих из мишени мюонов. Сочетание электронных трекеров мишени и сцинтилляторов мюонного детектора также действуют как негомогенный адронный калориметр для измерения энергии адронной струи, образующейся при взаимодействии нейтрино, и, следовательно, энергии нейтрино. Каждый сцинтилляционный стержень и волоконный модуль просматривается с помощью кремниевых фотоумножителей SiPM (Silicon Photon Multipliers). Нейтрино в протон-протонных взаимодействиях на LHC рождаются в результате лептонных W - и Z -распадов, b- и c-распадов, а также образуются при распаде пионов и каонов, вылетающих из точки взаимодействия ATLAS IP. Тип и энергетический спектр регистрируемых нейтрино связаны со значением псевдобыстроты η. В диапазоне псевдобыстрот, изучаемых в SND@LHC, электронные нейтрино образуются преимущественно в результате распадов очарованных адронов, в то время как мюонные нейтрино могут рождаться также при распадах пионов и каонов [7— 9] (рис. 3). Согласно модельным расчетам, фон мюонных нейтрино от распадов пионов и каонов подавлен, поскольку концентрируется в области более низких энергий. Таким образом, эксперимент позволяет изучать рождение очарованных адронов посредством регистрации электронных нейтрино. Таонные нейтрино, которые составляют не более 5% от общего потока нейтрино, в области доступных псевдобыстрот образуются в основном в результате распадов  $Ds \to \tau \nu_{\tau}$  с последующим распадом т.

Данные о рождении чармированных частиц в области псевдобыстрот эксперимента SND@LHC дадут дополнительные обоснования для изучения вклада атмосферных нейтрино в экспериментах по поиску нейтрино космического происхождения [10].

В первой фазе эксперимента ожидается регистрация около двух тысяч взаимодействий высокоэнергичных нейтрино всех ароматов. Такое количество событий с достаточной достоверностью обеспечит определение сечений  $\nu N$ -взаимодействий, в том числе для тау-нейтрино. С учетом ожидаемой интегральной светимости 250 фбн $^{-1}$  LHC в 2022—2025 гг., т.е. в течение RUN3, систематическая неопределенность при измерении характеристик чармированных частиц составит около 30%, а статистическая — около 5%.

Аромат нейтрино определяется во взаимодействиях по каналу заряженного тока путем идентификации соответствующего заряженного лептона, образующегося в точке взаимодействия нейтрино, или продуктов его распада (рис. 3a). Так, сигнатурой мюонных нейтрино является изолированный мюонный трек в мюонной системе, связанный с адронным ливнем в адронном калориметре. Тау-лептон идентифицируется путем регистрации его распада в эмульсии, а также отсутствием электрона или мюона в первичной вершине. Рисунок 36 иллюстрирует вклад мюонных ( $\sim$ 73%), электронных ( $\sim$ 25%) и таонных нейтрино в общее количество нейтрино, ожидаемых в эксперименте SND@LHC (получено на основе модельных расчетов [11]).

Эксперимент SND@LHC также обладает уникальной чувствительностью к поиску слабо взаимодействующих частиц (Feebly Interacting Particles, FIPs) через сигнатуры рассеяния в нейтринной мишени детектора [12]. В случае упругого рассеяния FIPs на электронах экспериментальная сигнатура состоит из изолированного электрона отдачи, который может

быть идентифицирован по развитию электромагнитного ливня в области мишени. Для FIPs, упруго взаимодействующих с протоном, изолированный протон создает адронный ливень в детекторе. По сравнению с ограничениями, существующими в других экспериментах [13], SND@LHC способен на порядок улучшить чувствительность к темной материи за счет рассеяния на нуклонах в диапазоне масс темной материи между  $100 \text{ M} \rightarrow \text{B}/c^2$  и  $2 \text{ F} \rightarrow \text{B}/c^2$ .

#### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

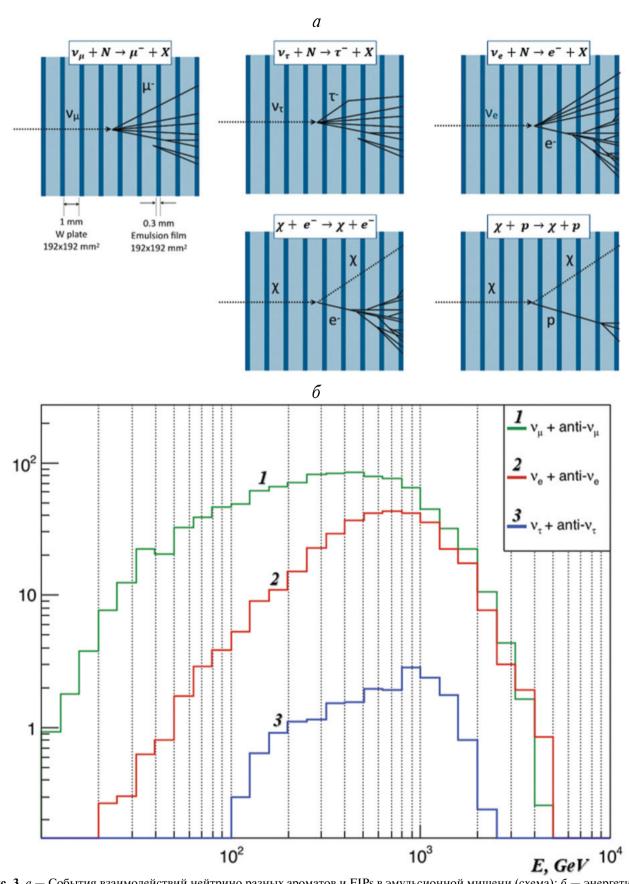
События нейтринного взаимодействия и FIPрассеяния сначала обнаруживаются электронной системой детектора: электромагнитные ливни развиваются в области мишени и идентифицируются трекером мишени, а мюоны в конечном состоянии восстанавливаются мюонной системой. Данные электронных детекторов SND@LHC анализируются непрерывно, в то время как эмульсионная мишень заменяется несколько раз в год так, чтобы плотность заполнения эмульсий не превышала 10<sup>5</sup> треков на см<sup>2</sup>. Фон пролетающих через мишень мюонов ограничивает максимальную интегральную светимость на уровне около 20 фбн<sup>-1</sup> для реконструкции эмульсионных данных. При такой интегральной светимости мюоны создают в эмульсионной мишени параллельные треки на расстоянии порядка 10 мкм друг от друга. В 2022-2023 гг. было осуществлено пять замен эмульсионной мишени для сбора около 70  $\phi \delta H^{-1}$ , причем за одну экспозицию мишени в течение примерно 2 месяцев накапливалось от 9 до  $21 \, \phi \text{бh}^{-1}$ , в зависимости от интенсивности пучка на ускорителе.

Информация с проявленных ядерноэмульсионных пленок считывается с помощью современных полностью автоматизированных оптических сканирующих систем [14, 15] и обрабатываются в соответствии с модернизированной технологией, использованной в эксперименте OPERA [16].

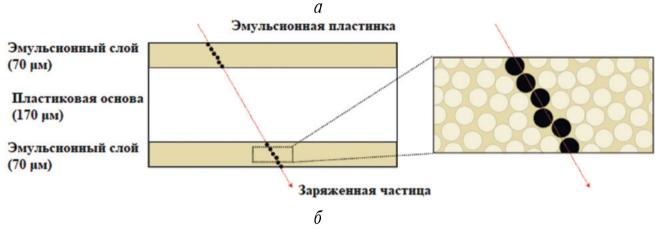
Большой объем эмульсионных данных требует одновременной работы нескольких сканирующих лабораторий, оснащенных автоматизированными оптическими микроскопами со скоростью сканирования ~180 см²/ч. В число этих лабораторий, владеющих технологией автоматизированного сканирования, входит Лаборатория элементарных частиц ФИ-АН, где на измерительном комплексе ПАВИКОМ [17] обрабатываются данные экспериментов, использующих различные трековые детекторы (ядерную эмульсию, фосфатные стекла, оливины из метеоритов и др.).

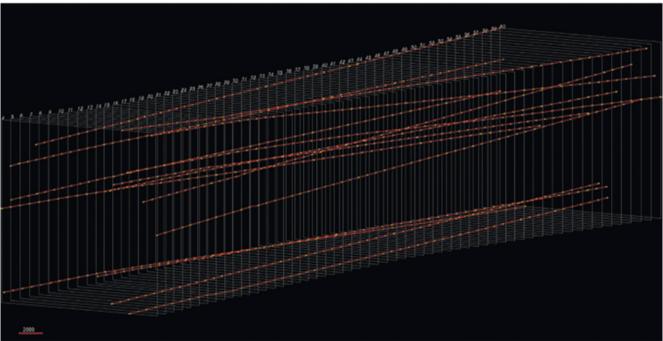
Эмульсионные данные эксперимента SND@LHC становятся доступны для анализа примерно через полгода после экспозиции.

Пластина ядерной эмульсии состоит из двух чувствительных слоев эмульсии, каждый из которых по-



**Рис. 3.** a — События взаимодействий нейтрино разных ароматов и FIPs в эмульсионной мишени (схема);  $\delta$  — энергетический спектр нейтрино и антинейтрино, ожидаемый в эксперименте SND@LHC, нормированный на интегральную светимость 250 фбн<sup>-1</sup> [11].





**Рис. 4.** a — Схема образования трека заряженной частицы в одной эмульсионной пластине;  $\delta$  — реконструированные треки в эмульсионной мишени, для примера выбраны 15 треков в 60 эмульсионных пластинах (данные эмульсионного сеанса RUN 0) [18].

лит на пластиковую подложку. В процессе онлайнсканирования производится реконструкция так называемых микротреков, т.е. треков, проходящих через каждый чувствительный слой эмульсионной пластины. Координатная плоскость xy относится к поверхности эмульсионной пластины. Поскольку эмульсионная пластина образована двумя эмульсионными слоями, "сшивка" двух микротреков через пластиковую основу обеспечивает реконструкцию траектории движения частицы в эмульсионной пластине, называемую базовым треком. Реконструкция треков частиц в полном объеме требует продления базовых треков в последовательных пластинах (рис. 4a). Реконструкция треков в эмульсионной мишени выполняется с использованием фильтра Кальмана, опирающегося

на базовые треки, найденные в одиночных эмульсионных пластинах. Пример реконструкции треков представлен на рис.  $4 \delta$ . Сравнение положения и угла каждого базового трека с линейной аппроксимацией в плоскостях xz и yz позволяет оценить разрешение прослеживания треков. Ось z направлена вдоль пучка. В настоящее время отсканировано 60% эмульсий первой экспозиции, осуществляется реконструкция событий.

В результате обработки и анализа данных электронных детекторов, полученных в 2022 г., сотрудничество SND@LHC сообщило об обнаружении восьми событий с  $\nu_{\mu}$ , испытавших глубоко неупругое взаимодействие по каналу заряженного тока (Charge Current Deep Inelastic Scattering, CC DIS)

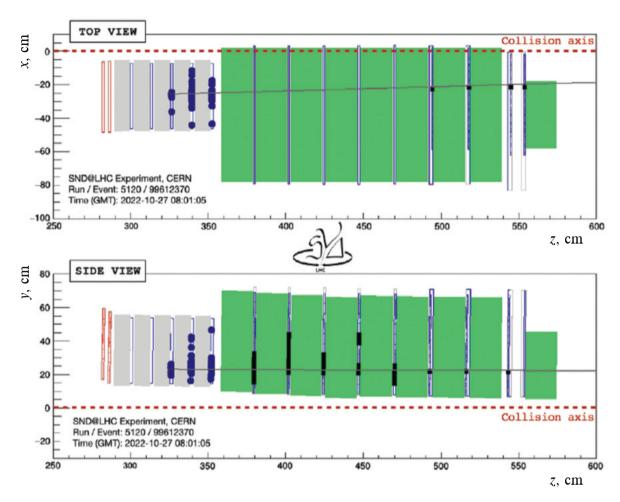


Рис. 5. Реконструкция одного из взаимодействий мюонного нейтрино, зарегистрированного в детекторе SND@LHC [19].

[19]. Превышение сигнала над фоном для зарегистрированных событий составляет семь стандартных отклонений. Этот результат, совместно с результатом эксперимента FASER, сообщившим о наблюдении мюонных нейтрино в диапазоне псевдобыстрот  $\eta > 8.5$  [20], демонстрирует эффективность использования компактных детекторов для регистрации ускорительных нейтрино высоких энергий и открывает возможности для их изучения на высокой статистике.

На рис. 5 показана реконструкция одного из зарегистрированных в детекторе взаимодействий мюонного нейтрино.

#### 4. МОДЕРНИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

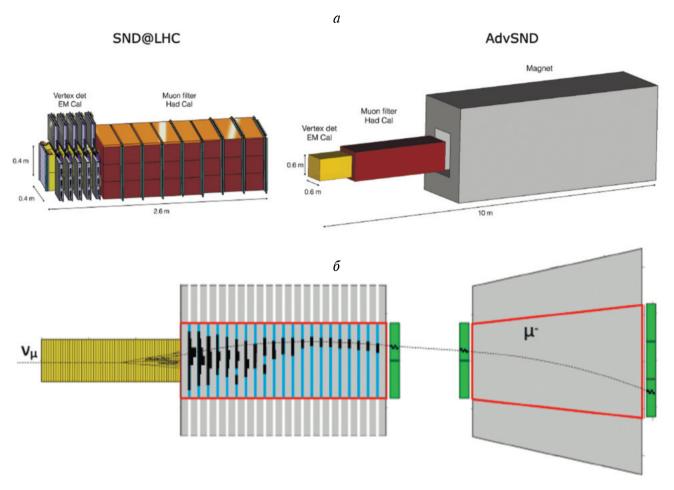
Недостатком существующей конфигурации детектора можно считать отсутствие магнитного поля, что ограничивает точность измерения энергии нейтрино и не позволяет отделить нейтрино от антинейтрино.

В настоящее время сотрудничество SND@LHC планирует расширить физический потенциал эксперимента путем модернизации детектора для работы на Большом адронном коллайдере в новом режиме более высокой светимости HL-LHC (High-Luminosity

LHC), запланированном после очередной технической реконструкции ускорителя [21]. Предполагается увеличение светимости в 5 раз по сравнению с существующей. Работа в таких условиях потребовала бы слишком частой замены эмульсионной мишени из-за быстрого заполнения пленок, что несовместимо с режимом функционирования ускорителя, поэтому предлагается заменить ядерные эмульсии в мишенном блоке детектора на электронную считывающую систему. В качестве высокоточного вершинного детектора будут использованы кремниевые трекеры.

Базовым элементом модифицированного детектора, который будет называться AdvSND (см. рис. 6), станет магнитный спектрометр с железным сердечником, обеспечивающий магнитное поле 1.5 Т. Кроме того, предлагается намагнитить адронный калориметр, что позволит облегчить поиск вершины взаимодействия и улучшит разрешение по импульсу (точность измерения импульса мюона с энергией 1 ТэВ составит  $\sim 20\%$ ).

Новая концепция детектора формирует требования к особенностям его конструкции. Для идентификации взаимодействий электронных нейтрино по каналу заряженного тока необходим электромагнитный



**Рис. 6.** a — Схематическое изображение детектора SND@LHC (слева) и концептуальный дизайн усовершенствованного детектора AdvSND (справа);  $\delta$  — предлагаемая базовая схема детектора AdvSND с имитацией  $\nu_{\mu}$ -взаимодействия. Красными линиями показаны контуры катушек, намагничивающих адронный калориметр и мюонный спектрометр. Зеленым обозначены камеры с дрейфовыми трубками (см. [22]).

калориметр, обеспечивающий достаточное пространственное разрешение для разделения электронов от распада  $\pi^0$ . Реконструкция образовавшихся электромагнитных ливней позволит оценить энергию взаимодействующего нейтрино. Для идентификации взаимодействий мюонных нейтрино по каналу заряженного тока требуется не менее 10 длин взаимодействия ( $\lambda$ int) материала перед мюонной системой, магнитный спектрометр для измерения импульса мюона и определения его заряда, а также детальная реконструкция адронного ливня для оценки энергии взаимодействующего нейтрино. Для регистрации взаимодействия тау-нейтрино по каналу заряженного тока требуется детектор, способный отделить вершину  $\nu_{\tau}$  от вершины распада тау-лептона.

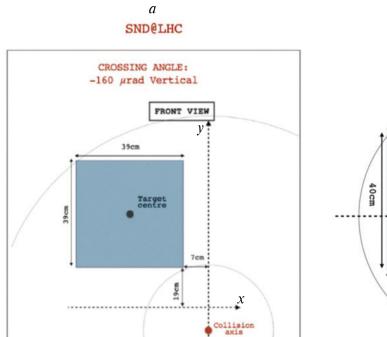
Установка магнитного спектрометра потребует технологических изменений параметров тоннеля ТІ18 в области расположения детектора. Рассматривается два варианта модернизации детектора: AdvSND (базовый), включающий магнитный адронный калориметр и магнитный мюонный спектрометр, и

AdvSNDReduced (минимальный) в случае, если не удастся увеличить размеры тоннеля для установки магнита. Оба варианта будут иметь одинаковую структуру мишени, но будут различаться концепцией адронного калориметра и мюонной измерительной системы.

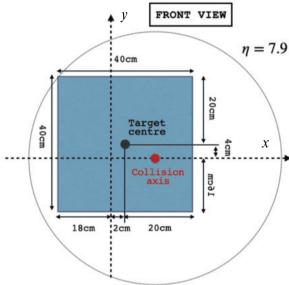
Вершинный детектор, он же мишень, будет состоять из кремниевых детекторных плоскостей, чередующихся с вольфрамовыми пластинами. Для кремниевых детекторов планируется использовать детали кремниевого трекера установки CMS, которая будет демонтирована после LHC RUN3. Масса мишени AdvSND будет увеличена настолько, насколько позволит увеличенное пространство тоннеля. Согласно оценкам, удвоение ее массы вполне осуществимо.

Положение детектора относительно пучка предлагается изменить таким образом, чтобы добиться как можно большего числа взаимодействий нейтрино (см. рис. 7).

В таком положении относительно пучка детектор AdvSND будет охватывать область псевдобыстрот



## 6 CROSSING ANGLE: +250 μrad Horizontal



**Рис. 7.** Положение детектора относительно пучка, вид спереди: a — текущее положение SND@LHC;  $\delta$  — предлагаемое положение AdvSND.

**Таблица 1.** Число ожидаемых нейтрино (слева) и нейтринных взаимодействий по каналу заряженного тока (справа) в мишени AdvSND, рассчитанное для интегральной светимости  $3000 \text{ ббh}^{-1}$ 

Аромат	Число ожидаемых нейтрино		Число нейтринных взаимодействий	
нейтрино			по каналу заря	іженного тока
	всего	не из $\pi/k$	всего	не из $\pi/k$
$\nu_{\mu}$	$8.6 \times 10^{13}$	$8.2 \times 10^{12}$	$1.2 \times 10^{5}$	$3.3 \times 10^{4}$
$\overline{ u}_{\mu}$	$7.0 \times 10^{13}$	$9.6 \times 10^{12}$	$4.4 \times 10^4$	$1.8 \times 10^{4}$
$ u_e$	$1.3 \times 10^{13}$	$9.1 \times 10^{13}$	$4.2 \times 10^{4}$	$3.6 \times 10^4$
$\overline{ extsf{v}}_e$	$1.3 \times 10^{13}$	$9.2 \times 10^{13}$	$1.9 \times 10^4$	$1.7 \times 10^4$
$ u_{ au}$	$7.3 \times 10^{11}$	$7.3 \times 10^{11}$	$2.1 \times 10^{5}$	$2.1\times10^3$
$\overline{ u}_{ au}$	$9.4 \times 10^{11}$	$9.4 \times 10^{11}$	$1.2 \times 10^{3}$	$1.2 \times 10^{2}$
Всего	$1.8 \times 10^{14}$	$3.8 \times 10^{13}$	$2.3 \times 10^{5}$	$1.1 \times 10^{5}$

 $\eta > 7.9$ , а ожидаемое количество зарегистрированных нейтрино и антинейтрино во время LHC RUN4 (интегральная светимость 3000 фбн $^{-1}$ ), определенное с помощью моделирования на базе DPMJET + FLUKA и GENIE [23-25], показано в табл. 1.

На рис. 8 представлены смоделированные энергетические спектры различных типов нейтрино при взаимодействии по каналу заряженного тока в мишени AdvSND, нормированные на светимость 3000 фбн<sup>-1</sup>.

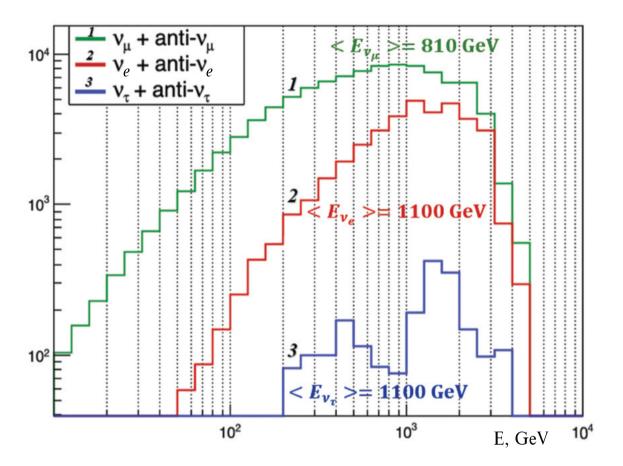
Использование потенциала HL-LHC с ключевыми усовершенствованиями детектора AdvSND позволит значительно расширить физический потенциал эксперимента как в области физики нейтрино, так и в об-

ласти поиска Новой физики за пределами Стандартной модели. Добавление магнитного спектрометра позволит впервые экспериментально напрямую наблюдать и изучать тау-антинейтрино, а также расширит возможности для открытия новых экзотических явлений.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен эксперимент SND@LHC на основе компактного гибридного детектора по поиску нейтрино высоких энергий, возникающих в ррстолкновениях при энергии  $\sqrt{s}=13.6$  ТэВ на Большом адронном коллайдере. На основе данных электронных детекторов обнаружены восемь

### Neutrino interactions in AdvSND DPMJET + FLUKA + GENIE total 30000 fb<sup>-1</sup>



**Рис. 8.** Энергетические спектры различных типов нейтрино при взаимодействии по каналу заряженного тока в мишени AdvSND, нормированные на светимость  $3000 \, \phi \text{бh}^{-1}$ , полученные с помощью программ DPMJET + FLUKA и GENIE [23—25]. Указаны средние значения энергий.

событий-кандидатов на взаимодействия мюонных нейтрино с превышением сигнала над фоном семь стандартных отклонений. Этот результат подтверждает эффективность использования компактных детекторов для регистрации ускорительных нейтрино высоких энергий и открывает возможности для их изучения на высокой статистике.

Авторы выражают глубокую благодарность члену редакционной коллегии коллаборации SND@LHC профессору Эрику Ван Харвинену (Professor Eric Van Herwijnen, Chairperson of Editorial Board & Speakers Bureau SND@LHC) за поддержку и ценные консультации.

Участие в эксперименте научной группы ФИАН поддержано Российским научным фондом по программе "Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований отдельными научными группами" (проект № 23-12-00054).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- C. Ahdida, R. Albanese, A. Alexandrov, M. Andreini, A. Anokhina, A. Bay, P. Bestmann, C. Betancourt, I. Bezshyiko, A. Blanco, M. Bogomilov, K. Bondarenko, W. M. Bonivento, P. Boisseaux-Bourgeois, A. Boyarsky, L. Buonocore, et al., Tech. Rep. No. CERN-LHCC-2021-003, No. LHCC-P-016, CERN, Geneva (2021).
- 2. M. Bustamante and A. Connolly, Phys. Rev. Lett. **122**, 041101 (2019).
- M. Aaboud, G. Aad, B. Abbott, J. Abdallah, O. Abdinov, B. Abeloos, R. Aben, O. S. AbouZeid, N. L. Abraham, H. Abramowicz, H. Abreu, R. Abreu, Y. Abulaiti, B. S. Acharya, L. Adamczyk, D. L. Adams, et al. (ATLAS Collab.), Eur. Phys. J. C 76, 653 (2016).
- 4. H. Abreu, C. Antel, A. Ariga, T. Ariga, J. Boyd, F. Cadoux, D. W. Casper, X. Chen, A. Coccaro,

- C. Dozen, P. B. Denton, Y. Favre, J. L. Feng, D. Ferrere, I. Galon, S. Gibson, et al., Eur. Phys. J. C **80**, 61 (2020).
- LHCb Collab., LHCb Tracker Upgrade Technical Design Report, Tech. Rep. No. CERN-LHCC-2014-001, No. LHCB-TDR-015, CERN, Geneva (2014).
- A. Ariga, T. Ariga, G. De Lellis, A. Ereditato, and K. Niwa, in: Particle Physics Reference Library, Vol. 2, Detectors for Particles and Radiation, Ed. by C. W. Fabjan and H. Schopper (Elsevier, New York, 2020), p. 383–438.
- 7. W. Bai, M. Diwan, M. V. Garzelli, Y. S. Jeong, and M. H. Reno, J. High Energy Phys. **2006**, 032 (2020).
- 8. N. Beni, M. Brucoli, S. Buontempo, V. Cafaro, G. M. Dallavalle, S. Danzeca, G. De Lellis, A. Di Crescenzo, V. Giordano, C. Guandalini, D. Lazic, S. Lo Meo, F. L. Navarria, and Z. Szillasi, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **46**, 115008 (2019).
- N. Beni, M. Brucoli, V. Cafaro, T. Camporesi, F. Cerutti, G. M. Dallavalle, S. Danzeca, A. De Roeck, A. De Rujula, D. Fasanella, V. Giordano, C. Guandalini, A. Ioannisyan, D. Lazic, A. Margotti, S. Lo Meo, et al., J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 47, 125004 (2020).
- L. A. Anchordoqui, A. Ariga, T. Ariga, W. Bai, K. Balazs, B. Batell, J. Boyd, J. Bramante, M. Campanelli, A. Carmona, F. G. Celiberto, G. Chachamis, M. Citron, G. De Lellis, A. De Roeck, H. Dembinski, et al., Phys. Rept. 968, 1 (2022).
- 11. A. Di Crescenzo and G. Galati, Symmetry **15**, 1256 (2023).
- 12. A. Boyarsky, O. Mikulenko, M. Ovchynnikov, and L. Shchutska, J. High Energy Phys. **2022**, 6 (2022).
- 13. A. Boveia and C. Doglioni, Rev. Nucl. Part. Sci. **68**, 1 (2018).

- A. Alexandrov, A. Buonaura, L. Consiglio, N. D'Ambrosio, G. De Lellis, A. Di Crescenzo, G. Galati, V. Gentile, A. Lauria, M. C. Montesi, V. Tioukov, M. Vladymyrov, and E. Voevodina, Sci. Rep. 7(1), 7310 (2017).
- 15. A. Alexandrov, G. De Lellis, and V. Tioukov, Sci. Rep. **9**(1), 2870 (2019).
- 16. N. Agafonova et al. (OPERA Collab.), Phys. Rev. Lett. **120**, 211801 (2018).
- A. Alexandrov, N. Konovalova, N. Okateva, N. Polukhina, N. Starkov, and T. Shchedrina, Measurement 187, 110244 (2022).
- N. Polukhina, N. Konovalova, and T. Shchedrina, Physics **2023**, 499 (2023).
- 19. R. Albanese et al. (SND@LHC Collab.), Phys. Rev. Lett. **131**, 031802 (2023).
- 20. H. Abreu et al. (FASER Collab.), Phys. Rev. Lett. **131**, 031801 (2023).
- 21. SND@LHC Collab., AdvSND@LHC The Advanced Scattering and Neutrino Detector at High Lumi LHC, Letter of Intent, March 3 (2024).
- 22. CMS Collab., JINST 5, T03015 (2010).
- 23. S. Roesler et al., in: Advanced Monte Carlo for Radiation Physics, Particle Transport Simulation and Applications, Ed. by A. Kling et al. (Springer, Berlin, Heidelberg, 2001).
- 24. A. Ferrari et al., FLUKA: A multi-particle transport code (Program version 2005), Tech. Rep. No. CERN-2005-010, SLAC-R-773, INFN-TC-05-11, CERN, INFN (2005).
- T. T. Bohlen, F. Cerutti, M. P. W. Chin, A. Fassò,
   A. Ferrari, P. G. Ortega, A. Mairani, P. R. Sala,
   G. Smirnov, and V. Vlachoudis, Nucl. Data Sheets
   120, 211 (2014).

# INVESTIGATION OF HIGH-ENERGY NEUTRINOS AT THE LARGE HADRON COLLIDER

N. S. Konovalova<sup>1)</sup>, N. M. Okateva<sup>1)</sup>, N. G. Polukhina<sup>1)</sup>, Zh. T. Sadykov<sup>1)</sup>, N. I. Starkov<sup>1)</sup>, E. N. Starkova<sup>1)</sup>, M. M. Chernyavsky<sup>1)</sup>, T. V. Shchedrina<sup>1)</sup>

1) Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

The first neutrinos from the proton-proton collisions at an energy of 13.6 TeV were registered in the pseudorapidity range of  $7.2 < \eta < 8.4$  in the SND@LHC experiment at CERN. SND@LHC is an autonomous experiment based on a compact hybrid detector for detecting high-energy neutrinos at the Large Hadron Collider. The detector allows to distinguish the interactions of the neutrinos of all three flavors and to investigate the process of the charmed particles' generation in the pseudorapidity region inaccessible to other experiments at the LHC. The aim of the experiment is also to study the scattering of weakly interacting particles on the electrons and protons of the target.

#### = ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ =

### СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА $e^+e^ightarrow n\overline{n}$ ВБЛИЗИ ПОРОГА

© 2024 г. М. Н. Ачасов<sup>1),2)</sup>, А. Ю. Барняков<sup>1),2)</sup>, Е. В. Бедарев<sup>1),2)</sup>, К. И. Белобородов<sup>1),2)</sup>, А. В. Бердюгин<sup>1),2)</sup>, А. Г. Богданчиков<sup>1)</sup>, А. А. Ботов<sup>1)</sup>, Т. В. Димова<sup>1),2)</sup>, В. П. Дружинин<sup>1),2)</sup>, В. Н. Жабин<sup>1),2)</sup>, Ю. М. Жаринов<sup>1)</sup>, Л. В. Кардапольцев<sup>1),2)</sup>, А. С. Касаев<sup>1)</sup>, А. А. Катцин<sup>1)</sup>, Д. П. Коврижин<sup>1)</sup>, А. А. Король<sup>1),2)</sup>, А. С. Купич<sup>1),2)</sup>, А. П. Крюков<sup>1)</sup>, А. П. Лысенко<sup>1)</sup>, Н. А. Мельникова<sup>1)</sup>, Н. Ю. Мучной<sup>1),2)</sup>, А. Е. Образовский<sup>1)</sup>, Е. В. Пахтусова<sup>1)</sup>, К. В. Пугачев<sup>1),2)</sup>, С. А. Растигеев<sup>1)</sup>, Ю. А. Роговский<sup>1),2)</sup>, А. И. Сенченко<sup>1)</sup>, С. И. Середняков<sup>1),2)</sup>, \*, 3. К. Силагадзе<sup>1),2)</sup>, И. К. Сурин<sup>1)</sup>, Ю. В. Усов<sup>1)</sup>, А. Г. Харламов<sup>1),2)</sup>, Д. Э. Чистяков<sup>1),2)</sup>, Ю. М. Шатунов<sup>1)</sup>, С. П. Шерстюк<sup>1),2)</sup>, Д. А. Штоль<sup>1)</sup>

Поступила в редакцию 24.03.2024 г.; после доработки 24.03.2024 г.; принята к публикации 13.05.2024 г.

Сечение процесса  $e^+e^- \to n\overline{n}$  измерялось при энергии от порога до 1908 МэВ в с.ц.м. Эксперимент проводился на  $e^+e^-$ -коллайдере ВЭПП-2000 в 13 точках по энергии. Для регистрации нейтрон-антинейтронных событий  $(n\overline{n})$  использовался детектор СНД. Специальная времяпролетная система была создана для выделения задержанных по времени  $n\overline{n}$ -событий. Измеренное сечение процесса  $e^+e^- \to n\overline{n}$  составляет 0.4-0.6 нбн. Эффективный времениподобный формфактор нейтрона изменяется в пределах от 0.3 до 0.6.

DOI: 10.31857/S0044002724050057, EDN: JFRIPU

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Сечение процесса  $e^+e^-\to n\overline{n}$  зависит от двух формфакторов, электрического  $G_E$  и магнитного  $G_M$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \beta}{4s} \left[ |G_M(s)|^2 (1 + \cos^2 \theta) + \frac{1}{\gamma^2} |G_E(s)|^2 (\sin^2 \theta) \right],$$

где  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры,  $s=E^2=4E_b^2$ , где  $E_b$  — энергия пучка в коллайдере и E — энергия в системе центра масс (с.м.),  $\beta=\sqrt{1-4m_n^2/s}$ ,  $\gamma=E_b/m_n,\,m_n$  — масса нейтрона и  $\theta$  — полярный угол вылета нейтрона. Полное сечение имеет вид

$$\sigma(s) = \frac{4\pi\alpha^2\beta}{3s} \left( 1 + \frac{1}{2\gamma^2} \right) |F(s)|^2,$$
 (2)

где был введен эффективный формфактор

$$|F(s)|^2 = \frac{2\gamma^2 |G_M(s)|^2 + |G_E(s)|^2}{2\gamma^2 + 1}.$$
 (3)

Значение отношения формфакторов  $|G_E/G_M|$  может быть получено из анализа измеренного распределения по  $\cos \theta$  в уравнении (1). На пороге  $|G_E| = |G_M|$ .

Процесс  $e^+e^- \to n\overline{n}$  впервые наблюдался в экспериментах FENICE [1] И DM2 [2]. Более точные измерения проводятся в настоящее время на  $e^+e^-$ коллайдере ВЭПП-2000 с детектором СНД [3, 4]. При

энергии выше 2 ГэВ новые данные были получены детектором BESIII [5]. В настоящей работе приводятся результаты измерений при энергии, предельно близкой к порогу  $n\overline{n}$  с шагом сканирования порядка энергетического разброса в коллайдере.

#### 2. КОЛЛАЙДЕР, ДЕТЕКТОР, ЭКСПЕРИМЕНТ

ВЭПП-2000 [6] —  $e^+e^-$ -коллайдер, работающий при энергии от порога рождения адронов ( $E=280~{
m M}{
m 3}{
m B}$ ) до 2 ГэВ. Светимость коллайдера выше нуклонного порога и составляет около  $5\times10^{31}~{
m cm}^{-2}~{
m c}^{-1}$ . На коллайдере ведутся эксперименты на двух детекторах: СНД и КМД-3.

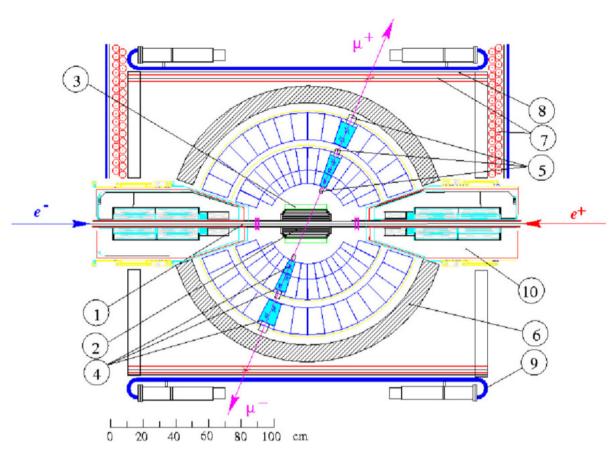
СНД (Сферический Нейтральный Детектор) немагнитный детектор общего назначения для коллайдеров низких энергий [7]. Он включает в себя трековую систему, трехслойный сферический электромагнитный калориметр на кристаллах NaI(Tl) и мюонный детектор (рис. 1). Аэрогелевый черенковский счетчик, показанный на рис. 1, в настоящем эксперименте удален для улучшения регистрации антинейтронов. Калориметр — основная часть детектора, используемая в регистрации и анализе  $n\overline{n}$ -событий. Толщина калориметра по ходу частиц составляет 34.7 см (13.4 радиационных длин). Длина поглощения антинейтронов в NaI(Tl) изменяется с ростом энергии от нескольких сантиметров вблизи порога до 15-20 см на максимальной энергии [8]. Поэтому практически все антинейтроны поглощаются в калориметре.

Калориметр используется для измерения времени срабатывания детектора относительно момента столкновения частиц в коллайдере. Для этого на каж-

 $<sup>^{1)}</sup>$  Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup> Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

<sup>\*</sup> E-mail: S.I.Serednykov@inp.nsk.su



**Рис. 1.** СНД-детектор, вид вдоль движения пучков: 1 — вакуумная камера, 2 — трековая система, 3 — аэрогелевые черенковские счетчики, 4 — счетчики NaI(Tl), 5 — вакуумные фототриоды, 6 — железный поглотитель, 7 — пропорциональные трубки, 8 — стальная пластина, 9 — сцинтилляционные счетчики, 10 — фокусирующие соленоиды коллайдера.

дый из 1640 счетчиков калориметра установлен флэш-АЦП [9], измеряющий форму сигнала. При аппроксимации формы сигнала заранее определенной функцией формы импульса определяются время прихода сигнала и его амплитуда в каждом счетчике калориметра с энергией более 5 МэВ [10]. Время прихода события в целом вычисляется как средневзвешенное время отдельных счетчиков с весами, пропорциональными энерговыделениям в счетчике. Временное разрешение калориметра, измеренное по событиям процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ , составляет 0.8 нс. Это значение выше полученного из Монте-Карло (МС) 0.3 нс вследствие конечного временного разрешения системы измерения времени. Поэтому проводится свертка (конволюция) спектра МС с гауссовым распределением с  $\sigma_{nn}=0.8$  нс. Аналогично для  $n\overline{n}$ -событий свертка проводится с  $\sigma_{nn} = 1.5-2$  нс в зависимости от энергии.

В данной работе представлены результаты эксперимента по измерению процесса  $e^+e^- \to n\overline{n}$  при энергии от порога до энергии 1908 МэВ в с.ц.м. в 13 точках по энергии с общей интегральной светимостью 100 пбн $^{-1}$ . Самая низкая энергия в сканировании (939.59 МэВ) находится как раз на пороге процесса. Поэтому здесь из-за энергетического раз-

броса ( $\sigma_E=0.75\,$  МэВ) только в половине  $e^+e^-$ столкновений энергия будет выше порога  $2m_n$ . С учетом этого эффективная средняя энергия родившихся  $n\overline{n}$ -пар в этой точке возрастет до значения 939.93 МэВ, т.е. на  $0.36\,$ МэВ выше порога. Эффективная светимость в этой точке будет примерно в 2 раза ниже номинальной. Значения энергии во всех 13 точках по энергии эксперимента приведены в табл. 1. Данное измерение является первым настолько близким к порогу процесса  $e^+e^-\to n\overline{n}$ .

#### 3. УСЛОВИЯ ОТБОРА СОБЫТИЙ

Антинейтрон из пары  $n\overline{n}$  в большинстве случаев аннигилирует в веществе детектора СНД, образуя пионы, нуклоны, фотоны и другие частицы, которые выделяют в калориметре энергию до 2 ГэВ. Нейтрон, наоборот, дает малое энерговыделение в детекторе, которое едва видно на фоне мощного сигнала аннигиляции антинейтрона. Поэтому сигнал от нейтрона в анализе не рассматривается, и  $n\overline{n}$ -события реконструируются как многофотонные события. Угол вылета антинейтрона определяется направлением полного импульса события  $P = \sum_i E_i n_i$ , где суммирование проводится по всем счетчикам калориметра,  $E_i$  — энергия

**Таблица 1.** Энергия пучка  $(E_b)$ , интегральная светимость (L), число найденных  $n\overline{n}$ -событий  $(N_{n\overline{n}})$ , радиационная поправка  $(1+\delta)$ , эффективность регистрации  $(\epsilon)$ , сечение процесса  $e^+e^- \to nn(\sigma)$ , эффективный формфактор нейтрона  $F_n$ , приведенные ошибки для N и  $\sigma$  — статистические и систематические; для эффективности регистрации — систематическая ошибка; для формфактора  $F_n$  — сумма статистической и систематической ошибок; в точках \*1 и \*2 значение энергии и светимость скорректированы из-за близости к  $n\overline{n}$ -порогу

	$E_b$ , МэВ	$L$ , пбн $^{-1}$	$N_{n\overline{n}}$	$1 + \delta$	ε	σ, нбн	$F_n$
*1	939.9	5.92	$250\pm72$	0.602	$0.200 \pm 0.105$	$0.352 \pm 0.101 \pm 0.193$	$0.562 \pm 0.174$
*2	940.3	9.14	$313 \pm 54$	0.633	$0.121 \pm 0.030$	$0.447 \pm 0.076 \pm 0.107$	$0.555 \pm 0.081$
3	941.0	9.70	$597 \pm 41$	0.671	$0.209 \pm 0.023$	$0.440 \pm 0.030 \pm 0.049$	$0.467 \pm 0.031$
4	942.0	10.12	$680 \pm 37$	0.702	$0.240 \pm 0.020$	$0.399 \pm 0.023 \pm 0.034$	$0.390 \pm 0.020$
5	943.5	9.81	$747 \pm 36$	0.731	$0.216 \pm 0.015$	$0.483 \pm 0.023 \pm 0.033$	$0.382 \pm 0.016$
6	945.0	11.45	$921 \pm 38$	0.751	$0.233 \pm 0.022$	$0.461 \pm 0.020 \pm 0.044$	$0.345 \pm 0.018$
7	947.5	10.41	$947 \pm 37$	0.776	$0.219 \pm 0.011$	$0.536 \pm 0.022 \pm 0.027$	$0.340 \pm 0.011$
8	948.75	6.42	$611 \pm 30$	0.787	$0.213 \pm 0.014$	$0.567 \pm 0.028 \pm 0.037$	$0.337 \pm 0.014$
9	950.0	5.20	$514 \pm 29$	0.797	$0.211 \pm 0.016$	$0.585 \pm 0.033 \pm 0.044$	$0.333 \pm 0.016$
10	951.0	5.55	$522 \pm 29$	0.804	$0.223 \pm 0.016$	$0.525 \pm 0.029 \pm 0.039$	$0.309 \pm 0.015$
11	952.0	5.26	$485\pm26$	0.811	$0.224 \pm 0.015$	$0.507 \pm 0.027 \pm 0.035$	$0.298 \pm 0.013$
12	953.0	5.68	$513 \pm 28$	0.818	$0.246 \pm 0.017$	$0.450 \pm 0.024 \pm 0.032$	$0.276 \pm 0.012$
13	954.0	5.17	$517\pm27$	0.824	$0.234 \pm 0.015$	$0.519 \pm 0.027 \pm 0.034$	$0.291 \pm 0.012$

в счетчике,  $n_i$  — единичный вектор. Проекции вектора P на направления вдоль и поперек направлению пучков определяют полярный и азимутальный углы вылета антинейтрона. Некоторые  $n\overline{n}$ -события сопровождаются непучковыми треками, которые возникают при аннигиляции антинейтрона в детекторе.

Основные признаки событий  $n\overline{n}$ , в отличие от обычных событий  $e^+e^-$ -аннигиляции, — это отсутствие заряженных треков и фотонов из центра детектора и нарушение баланса импульса в событии. Существенной проблемой при отборе  $n\overline{n}$ -событий является значительный космический фон, сравнимый или превосходящий по интенсивности  $n\overline{n}$ -сигнал. Имеется также большой фон от пучков электронов и позитронов в коллайдере.

Основываясь на этих специфических особенностях процесса  $e^+e^- \to n\overline{n}$  и вышеперечисленных фоновых процессов, были разработаны следующие условия отбора событий:

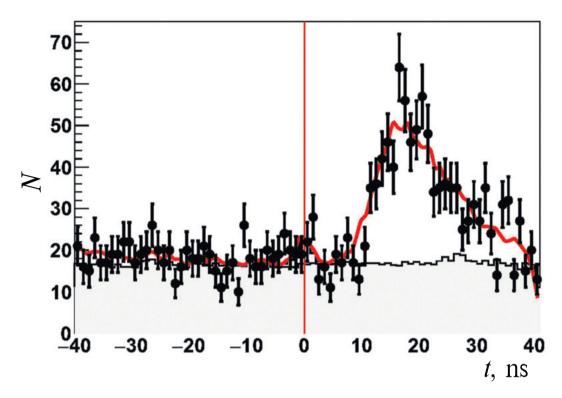
- 1 в событии не найдено треков заряженных частиц из места встречи (nch = 0),
- 2 импульс события в калориметре должен быть достаточно большим ( $P>0.4E_{\rm EMC}$ ) для подавления событий  $e^+e^-$ -аннигиляции с центральными частицами,
- 3 поперечный размер энерговыделения в калориметре для наиболее энергичной частицы в событии должен быть шире, чем ожидается для обычного электромагнитного ливня:  $L_{\gamma} > -2.5$ , где  $L_{\gamma}$  логарифмический параметр, описывающий поперечный профиль энергии в калориметре [11],
- 4 сигнал от мюонного детектора в триггере включен в антисовпадения,

- 5 события с космическим треком, определяемым как последовательность сработавших счетчиков в калориметре вдоль прямой линии, отбрасываются,
- 6 дополнительное подавление космических событий, преодолевших предыдущие ограничения, осуществляется специальным параметром "shcosm", который аппроксимирует объемную форму энерговыделения в калориметре в виде эллипсоида [3]. В дальнейшем ставится условие на этот параметр (shcosm > > 0.4), что ведет к подавлению фона от космических ливней в калориметре,
- 7 установлен порог на полное энерговыделение в калориметре  $E_{\rm EMC} > E_b$ , где  $E_b$  энергия пучка в коллайдере. Такое условие уменьшает эффективность регистрации  $n\overline{n}$ -событий на  $\sim\!20\%$ , но почти полностью подавляет фон от пучков коллайдера.

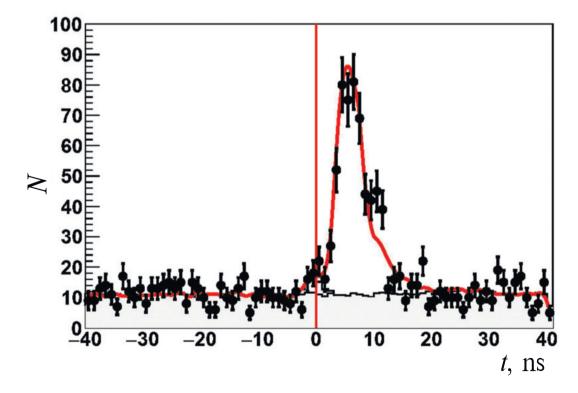
В общем, перечисленные выше условия отбора подобны тем, что были использованы в наших предыдущих работах [3, 4]. В результате применения этих условий отбора к экспериментальным данным мы получаем около 400 событий/пбн $^{-1}$  для последующего анализа.

#### 4. АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ СПЕКТРОВ

Типичные временные спектры отобранных для анализа событий показаны на рис. 2, 3. Видны три основных вклада: пик от пучкового и физического фонов при t=0, космический фон, равномерно распределенный по времени, и широкий пик справа от t=0 от задержанных по времени  $n\overline{n}$ -событий. Широкая форма  $n\overline{n}$ -спектра объясняется разбросом точки аннигиляции  $\overline{n}$  — от вакуумной камеры коллайдера (2 см) до задней стенки калориметра (70 см от центра). Соот-



**Рис. 2.** Временное распределение отобранных событий при  $E_b = 941$  МэВ. Сплошная кривая (красная) — результат аппроксимации, описанный в тексте. Вертикальная линия при t=0 показывает положение пучкового фона.



**Рис. 3.** Временное распределение отобранных событий при  $E_b = 952$  МэВ. Сплошная кривая (красная) — результат аппроксимации, описанный в тексте. Вертикальная линия при t=0 показывает положение пика пучкового фона.

ветственно, измеренные временные спектры аппроксимируются суммой этих трех вкладов в следующем виде:

$$F(t) = N_{n\overline{n}}H_{n\overline{n}}(t) + N_{\rm csm}H_{\rm csm}(t) + N_{\rm bkg}H_{\rm bkg}(t),$$
 (4)

где  $H_{n\overline{n}},\ H_{\mathrm{csm}}$  и  $H_{\mathrm{bkg}}$  — нормализованные гистограммы, описывающие временные спектры для событий  $n\overline{n}$ , космического фона и суммарного вклада от пучкового и физического фонов,  $N_{n\overline{n}}$ ,  $N_{\rm csm}$  и  $N_{\rm bkg}$  соответствующие числа событий этих вкладов, которые определяются в результате аппроксимации. Форма пучкового и физического фонов  $H_{\mathrm{bkg}}$  измеряется по событиям, записанным ниже порога рождения  $n\overline{n}$ . Космический спектр  $H_{\rm csm}$  измеряется по событиям, в которых сработала мюонная система, отобранным с пониженным порогом на энерговыделение в калориметре. Спектр  $H_{n\overline{n}}$  вычисляется с помощью моделирования MC событий процесса  $e^+e^- \rightarrow n\overline{n}$ . Но оказывается, что МС неудовлетворительно описывает форму измеренного временного спектра. Изучение моделирования показывает, что есть два вида первого взаимодействия  $\overline{n}$  с веществом: 1 — аннигиляция  $\overline{n}$ и 2 — сначала рассеяние  $\overline{n}$  и потом аннигиляция. Во втором случае временной спектр гораздо более широкий и задержанный, чем в первом. Поэтому временной спектр  $H_{n\overline{n}}$  был представлен в виде суммы этих двух вкладов, и доля вклада первого рассеяния  $\overline{n}$  была свободным параметром фита. В результате фитирования измеренного спектра с модифицированным распределением  $H_{n\overline{n}}$  согласие между МС и данными значительно улучшилось. Вклад первой аннигиляции оказался больше вклада первого рассеяния  $\overline{n}$  в 1.5— 2 раза. Временные спектры на рис. 2, 3 модифицированы описанным выше образом.

Сечение регистрации пучкового и физического фонов  $\sigma_{bg} = N_{bg}/L$ , где L — интегральная светимость, полученное в результате подгонки временных спектров (рис. 2, 3), составляет около 5 пбн и слабо зависит от энергии. Главный вклад в  $\sigma_{ba}$  дают процессы с нейтральными каонами в конечном состоянии:  $e^+e^- \to$  $\to K_S K_L \pi^0, K_S K_L \eta$  и другие. Роль  $K_L$ -мезонов как источника фона важна по двум причинам: 1 — некоторые  $K_L$ -мезоны проходят через калориметр без взаимодействия и создают таким образом дисбаланс импульса, и 2 — в нашей области энергий скорость  $K_L$ мезона может быть заметно ниже скорости света, поэтому такие события задержаны по времени, как и  $n\overline{n}$ события. Измеренный вклад космического фона составляет около 0.01 Гц, что соответствует подавлению числа космических событий, прошедших отбор первичного триггера в электронике детектора, приблизительно в  $2 \times 10^4$  раз.

Числа найденных событий  $n\overline{n}$  при разных энергиях приведены в табл. 1. Полное число событий около 8000. В табл. 1 для числа событий приведена только статистическая ошибка аппроксимации. Источником систематической ошибки в числе событий  $n\overline{n}$  могут

быть неопределенности в величине и форме временного спектра космического и пучкового фонов. Вносимая этими источниками ошибка составляет не более 10 событий, что значительно меньше статистической ошибки в табл. 1, поэтому в дальнейшем не учитывается.

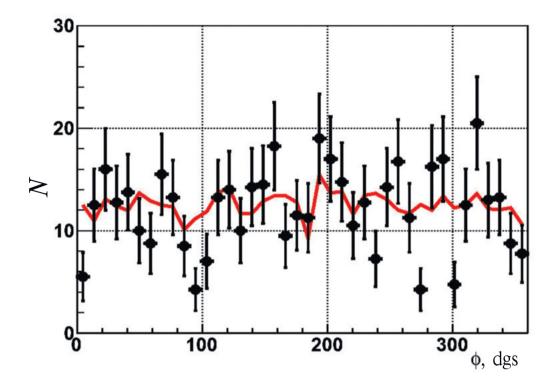
#### 5. УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Углы вылета антинейтрона  $\theta_n$  и  $\phi_n$  измеряются по направлению полного импульса события. Точность измерения углов определяется при моделировании МС сравнением истинных углов с углами импульса события. Определенная таким образом угловая точность составляет около 6 градусов, что несколько меньше углового размера кристаллов калориметра — 9 градусов.

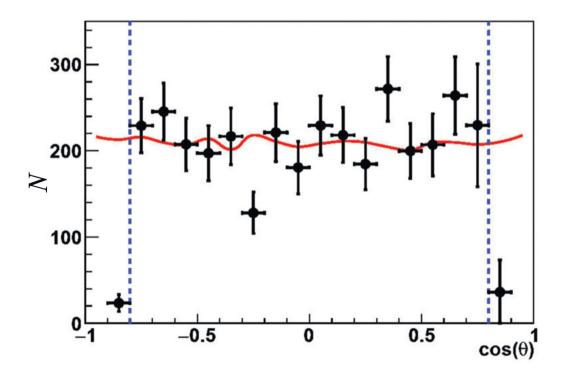
Распределение отобранных событий и моделирования МС по азимутальному углу  $\phi_n$  (рис. 4) — равномерное, как и ожидается, что подтверждает правильность вычитания космического и пучкового фонов, которые не являются равномерными по углу  $\phi_n$ . Распределение по  $\cos\theta_n$  для данных и МС показано на рис. 5. Монте-карловское моделирование проводилось по уравнению (1) в предположении  $|G_E| = |G_M|$ . Так как мы работаем в непосредственной близости от порога, где требуется  $|G_E| = |G_M|$ , экспериментальное распределение по  $\cos\theta_n$  ожидается близким к равномерному, что и подтверждается на рис. 5.

#### 6. ЭФФЕКТИВНОСТЬ РЕГИСТРАЦИИ

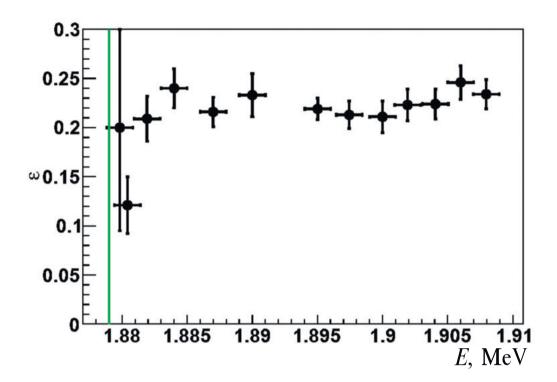
Эффективность регистрации є для событий процесса  $e^+e^- \rightarrow n\overline{n}$  в зависимости от энергии в принятых условиях отбора (разд. 3) приведена на рис. 6. Для моделирования взаимодействия антинейтронов с детектором СНД использовался пакет MC GEANT4 [12], версия 10.5. Угловое распределение пар  $n\overline{n}$  соответствовало модели  $|G_E|/|G_M| = 1$ . В моделировании учитывался энергетический разброс в пучках 0.75 МэВ и излучение фотонов начальными электронами и позитронами. В моделировании учитывались неработающие каналы детектора, а также наложения на экспериментальные события частиц из пучкового фона. Для корректного учета наложений во время эксперимента в отдельный поток записывались специальные "события наложений". Они получались при запуске триггера от генератора, синхронизированного с моментом столкновения пучков. Далее события наложений накладывались на события моделирования. Эффективность регистрации на рис. 6 поправлена на разницу между данными и моделированием. Вычисление этой поправки обсуждается ниже. Численные значения эффективности регистрации приведены в табл. 1. Приведенная в таблице ошибка эффективности является систематической и обсуждается ниже. На рис. 7 представлена угловая зависимость эффективности регистрации при энергии 940 МэВ.



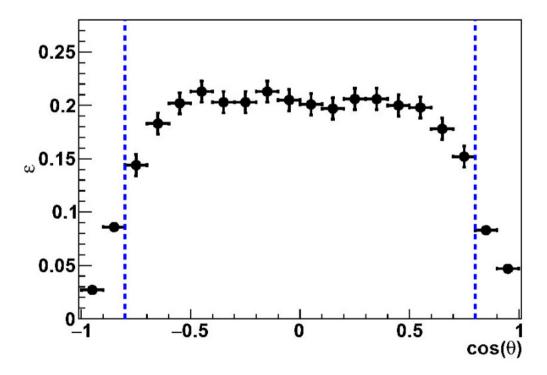
**Рис. 4.** Распределение по азимутальному углу для данных (точки с ошибками) и моделирования (горизонтальная кривая) при энергии  $E_b = 953 \; \text{M}{\circ}\text{B}$ .



**Рис. 5.** Распределение по  $\cos\theta$  полярного угла для данных (точки с ошибками) и моделирования (горизонтальная кривая) при энергии  $E_b = 940 \text{ МэВ}$ . Вертикальные линии соответствуют углу обрезания при отборе событий.



**Рис. 6.** Эффективность регистрации событий  $n\overline{n}$ , полученная методом МС после внесения поправок, в зависимости от энергии.



**Рис. 7.** Эффективность регистрации событий  $n\overline{n}$ , полученная по моделированию, в зависимости от  $\cos\theta$  антинейтрона при энергии  $E_b = 940$  МэВ. Вертикальные штриховые линии показывают условия отбора событий.

Величина эффективности регистрации на рис. 6 составляет около 20%, что недостаточно при анализе такого сложного процесса, как  $e^+e^- \to n\overline{n}$ . В списке условий отбора (разд. 3) наибольший вклад в потерю эффективности  $\sim\!50\%$  вносит ограничение на параметр подавления космического фона "shcosm" (номер 6 в списке). В общем, для более корректного определения эффективности регистрации важно знать, как точно моделируется эффективность регистрации за пределами выбранных условий отбора. Чтобы найти соответствующую поправку, мы инвертируем условия отбора по каждому параметру отбора или по группе параметров и вычисляем поправку  $\delta$  в каждой из 13 энергий эксперимента в следующем виде:

$$\delta = \frac{n_0}{n_0 + n_1} \frac{m_0 + m_1}{m_0},\tag{5}$$

где  $n_0(n_1)$  — число экспериментальных событий  $n\overline{n}$  со стандартными (инвертированными) условиями отбора. Эти числа определяются при аппроксимации временного спектра формулой (4), как описано в разд. 4. Величины  $m_0$  и  $m_1$  относятся к соответствующим числам событий в моделировании. Примеры временных спектров с инверсными условиями отбора показаны на рис. 8, 9.

Ниже даются комментарии к вычислению поправок к эффективности регистрации. При самом первичном отборе событий для  $n\overline{n}$ -анализа допускались события с треками не из места встречи пучков. Условие для таких треков —  $D_{xy} > 0.5$  см, где  $D_{xy}$  расстояние между треком и осью пучков. И, соответственно, события с  $D_{xy} < 0.5$  отбрасывались. Существенной потери  $n\overline{n}$ -событий при таких условиях не происходило. С другой стороны, события пучкового и физического фонов с треками из места встречи пучков сильно подавлялись. При инвертировании условия на треки nch > 0 нужно посмотреть, не появится ли фон от "родственного" процесса  $e^+e^- o p\overline{p}$ . При энергии  $E_b < 955 \text{ МэВ}$  протоны и антипротоны медленные и останавливаются в тонкой вакуумной камере коллайдера. Здесь антипротон аннигилирует с образованием треков заряженных частиц, у большинства из которых  $D_{xy} > 0.5$ . Следовательно, эти события попадают в инверсные условия отбора с nch > 0. Однако события такого фона от процесса  $e^+e^- \to p\overline{p}$  практически совпадают по времени с пучковым фоном при t = 0, поэтому при подгонке временных спектров их не видно. Пример временного спектра с инверсным условием nch > 0 приведен на рис. 8.

Для изучения влияния порога на энерговыделение в калориметре  $E_{\rm cal}$  установлено инвертированное условие  $0.7E_b < E_{\rm cal} < E_b$ . Пример временного спектра с таким условием показан на рис. 9. Здесь, в отличие от рис. 8, видно резкое возрастание пучкового и космического фонов. Тем не менее, вклад  $n\overline{n}$  справа от t=0 здесь также отчетливо виден, что позволяет рассчитать поправку к эффективности.

Дополнительная поправка возникает от событий с энергией в калориметре  $E_{\rm cal} < 0.7 E_b$ . Эти события не берутся в анализ из-за большого фона и поэтому недоступны для внесения поправок описанным выше способом. В таких событиях обычно антинейтрон поглощается в третьем слое калориметра или даже снаружи него. Но доля таких событий при энергии, близкой к порогу процесса nn, достаточно мала: 3.5% при  $E_b = 954 \; \mathrm{M}$ эВ и 1% при  $E_b = 940 \; \mathrm{M}$ эВ. Изучение МС показывает, что эти события возникают исключительно в процессе антинейтронного рассеяния и их вклад. согласно предыдущему рассмотрению (разд. 4), может быть уменьшен в 1.5-2 раза. С таким изменением доля событий с  $E_{\rm cal} < 0.7 E_b$  в МС уменьшится до 0.7%при  $E_b = 940~{
m M}{
m э}{
m B}$  и до 2% при  $E_b = 954~{
m M}{
m э}{
m B}$ . Разница между начальными и модифицированными величинами взята в качестве поправки к эффективности. Знак этой поправки — положительный, она увеличивает эффективность регистрации на несколько процентов.

Далее вычисляются поправки к эффективности регистрации ко всем условиям отбора (разд. 3) с использованием уравнения (5). Считая поправки независимыми, можно вычислить полную поправку при заданной энергии:

$$\delta_{\text{tot}} = \Pi(1 + \delta_i) - 1. \tag{6}$$

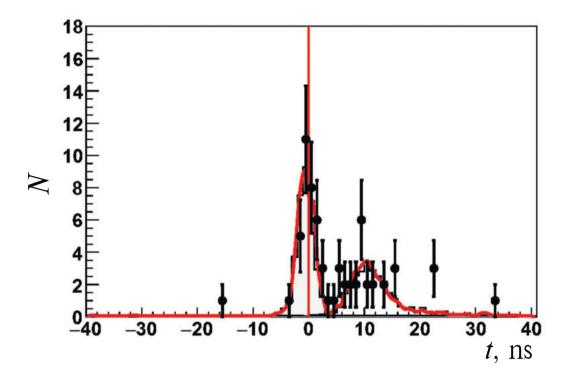
Энергетическая зависимость полной поправки показана на рис. 10. Видно, что поправка в целом положительная и увеличивает эффективность регистрации в среднем на 10%. Итоговая эффективность регистрации получается из эффективности МС умножением на полную поправку  $\delta_{\rm tot}$ . Величины итоговой эффективности регистрации даны в табл. 1 и показаны на рис. 6.

#### 7. ИЗМЕРЕННОЕ СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА РОЖДЕНИЯ ПАР НЕЙТРОН-АНТИНЕЙТРОН

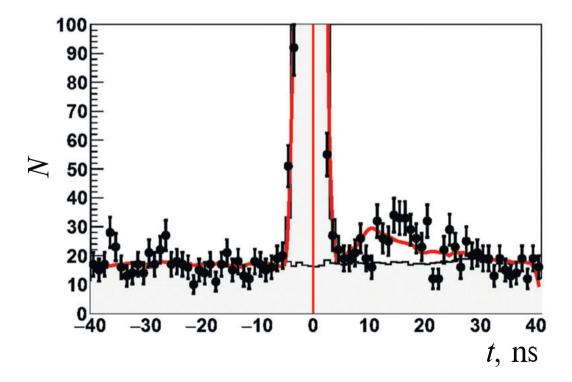
Используя число отобранных  $n\overline{n}$ -событий, интегральную светимость L и эффективность регистрации  $\varepsilon$  из табл. 1, можно получить так называемое видимое сечение  $\sigma_{\mathrm{vis}}(E) = N_{n\overline{n}}/L\varepsilon$ . Борновское сечение  $\sigma(E)$  связано с видимым сечением  $\sigma_{\mathrm{vis}}(E)$ следующим образом:

$$\sigma_{\text{vis}}(E) = \sigma(E) (1 + \delta(E)) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(E', E) dE' \times \int_{0}^{x_{\text{max}}} W(s, x) \sigma(s(1 - x)) dx, \quad (7)$$

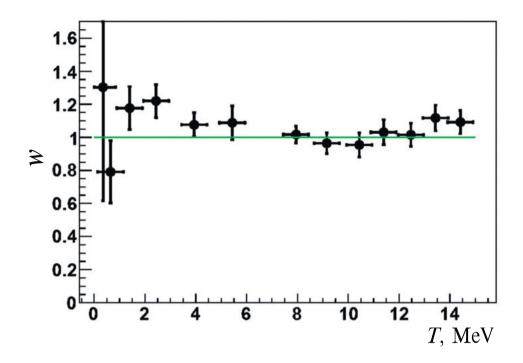
где W(s,x) — функция, описывающая вероятность излучения фотонов с энергией  $xE_b$  начальными электронами и позитронами [13],  $x_{\max}$  — максимальная энергия излученного фотона, G(E',E) — распределение Гаусса, описывающее энергетический разброс в



**Рис. 8.** Временной спектр событий с треками в дрейфовой камере при  $E_b=943.5~{
m M}{
m B}$ В. Пик при t=0 соответствует пучковому и физическому фонам. Широкий пик справа — события  $n\overline{n}$ .



**Рис. 9.** Временной спектр с инвертированным условием отбора на энергию в калориметре  $E_{\rm cal} < E_b \; E_b = 943.5 \; {\rm M}$  эВ. Пик при t=0 соответствует пучковому и физическому фонам. Широкий пик справа — события  $n\overline{n}$ .



**Рис. 10.** Полная поправка к эффективности регистрации в зависимости от кинетической энергии антинейтрона  $T=E_b-m_n$ . Горизонтальная линия соответствует отсутствию значимой поправки.

системе центра масс. В функции W(s,x) не учитывается вклад поляризации вакуума, поэтому борновское сечение является так называемым одетым сечением. Фактор  $(1+\delta(E))$  учитывает радиационные поправки и энергетический разброс (рис. 11). Этот фактор вычисляется для каждой из 13 энергетических точек по борновскому сечению, полученному при аппроксимации видимого сечения формулой (7). Энергетическая зависимость борновского сечения описывается формулой (2), в которой формфактор нейтрона задается полиномом второй степени от импульса антинейтрона. Параметры полинома являются свободными параметрами фита, и их значения определяются при аппроксимации. Полученное сечение показано на рис. 12 вблизи порога и на рис. 13 при энергии до 2 ГэВ. Численные значения полученного борновского сечения приведены в табл. 1. Систематическая ошибка сечения определяется ошибкой поправки к эффективности регистрации. Учитываются также неточности в светимости (2%) и радиационной поправке (2%).

На рис. 12, 13 показаны полная статистическая и систематическая ошибки. В отличие от предыдущих измерений СНД [3, 4], в настоящей работе впервые сделаны измерения непосредственно на пороге. При более высоких точках по энергии 942, 945 и 950 МэВ полученное сечение согласуется с предыдущими измерениями СНД. В точках по энергии непосредственно на пороге (939.6 и 940.2 МэВ) измеренное сечение

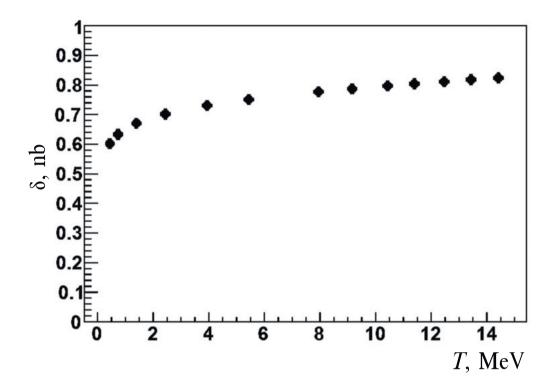
не зануляется и примерно в 2 раза ниже сечения процесса  $e^+e^-\to p\overline{p}$  [14, 15].

#### 8. ЭФФЕКТИВНЫЙ ВРЕМЕНИПОДОБНЫЙ ФОРМФАКТОР НЕЙТРОНА

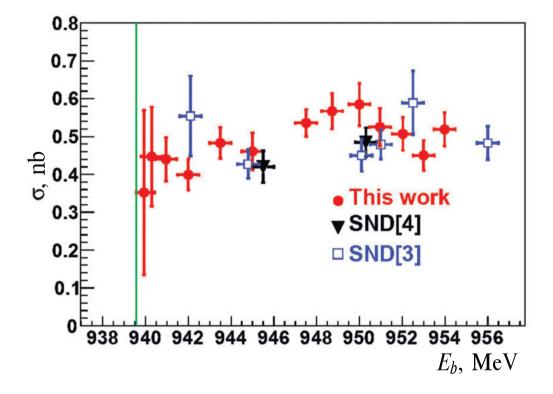
Эффективный формфактор нейтрона вычисляется по измеренному сечению из уравнения (2), его численные значения приведены в табл. 1. На рис. 14 показан формфактор нейтрона вблизи порога, для сравнения приведены также значения формфактора протона, измеренные в эксперименте BABAR [14, 15]. На рис. 15 показан нейтронный формфактор в зависимости от импульса нейтрона. На обоих рисунках показаны также другие результаты недавних измерений. Из рисунков видно, что нейтронный формфактор растет к порогу до величины порядка 0.6. Большинство предсказаний величин формфакторов нуклонов относится к асимптотической области больших передач импульса, однозначных предсказаний для нашего случая пороговой области в литературе нет.

#### 9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

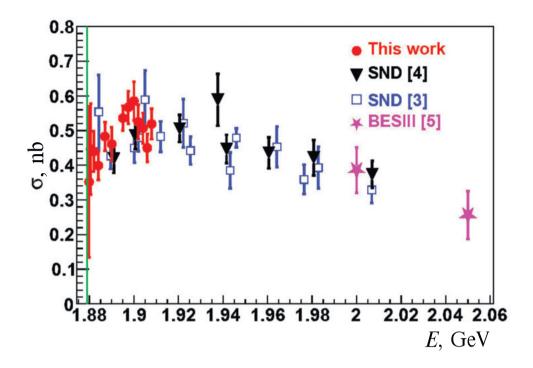
Проведен эксперимент по измерению сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow n\overline{n}$  на коллайдере ВЭПП-2000 с детектором СНД в области энергии от порога до 1910 МэВ. Измеренное сечение меняется с энергией в пределах 0.4–0.6 нбн и не противоречит результатам предыдущих измерений. При энергии в непосред-



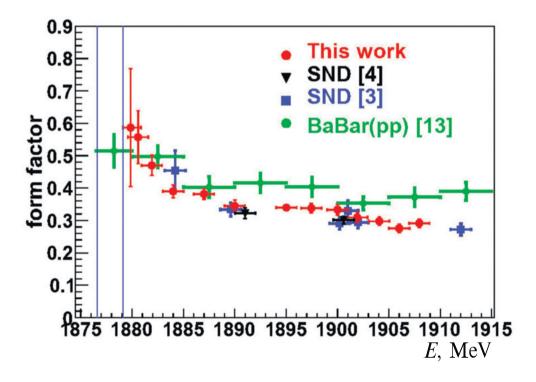
**Рис. 11.** Радиационная поправка к процессу  $e^+e^- \to n\overline{n}$  в зависимости от кинетической энергии антинейтрона  $T=E_b-m_n$ .



**Рис. 12.** Измеренное сечение процесса  $e^+e^- \to n\overline{n}$  вблизи порога — сплошные (красные) кружки. Вертикальная линия — порог процесса.



**Рис. 13.** Измеренное сечение процесса  $e^+e^- \to n\overline{n}$  — сплошные (красные) кружки, в сравнении с предыдущими измерениями. Вертикальная линия — порог процесса.



**Рис. 14.** Измеренный формфактор нейтрона вблизи нейтронного порога в сравнении с предыдущими измерениями. Вертикальные линии соответствуют положению протонного и нейтронного порогов.

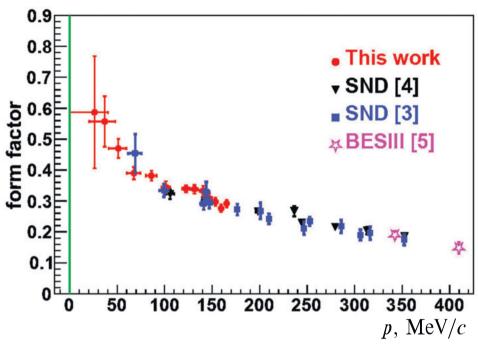


Рис. 15. Измеренный формфактор нейтрона как функция импульса в сравнении с предыдущими измерениями.

ственной близости к порогу сечение составляет около 0.4 нбн. Эффективный времениподобный формфактор нейтрона растет при приближении к порогу до величины 0.6. Наблюдается тенденция сближения формфакторов протона и нейтрона при энергии ниже 1890 МэВ.

Данная работа выполнялась по гранту РНФ, № 23-22-00011.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. A. Antonelli et al. (FENICE Collab.), Nucl. Phys. B 17, 3 (1998); https://doi.org/10.1016/S0550-3213(98)00083-2
- 2. M. F. Biagini et al. (DM2 Collab.), Z. Phys. C **52**, 631 (1991); https://doi.org/10.1007/BF01562337
- M. N. Achasov et al. (SND Collab.), Eur. Phys. J. C 82, 761 (2022); http://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-10696-0
- M. N. Achasov et al. (SND Collab.), Phys. At. Nucl. 86, 937 (2023); http://doi.org/10.134/S1063778823060054
- 5. M. Ablikim et al. (BESIII Collab.), Nat. Phys. **17**, 1200 (2021); https://doi.org/10.1038/s41567-021-01345-6
- P. Yu. Shatunov, D. E. Berkaev, Yu. M. Zharinov, I. M. Zemlyansky, A. S. Kasaev, A. N. Kyrpotin, I. A. Koop, A. P. Lysenko, A. V. Otboev, E. A. Perevedentsev, V. P. Prosvetov, Yu. A. Rogovsky, A. L. Romanov, A. I. Senchenko,

- A. N. Skrinsky, Yu. M. Shatunov, et al., Phys. Part. Nucl. Lett. **13**, 995 (2016); http://dx.doi.org/10.1134/S154747711607044X
- 7. M. N. Achasov et al. (SND Collab.), Nucl. Instrum. Methods A **449**, 125 (2000); http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002(99)01302-9
- 8. M. Astrua, E. Botta, T. Bressani, D. Calvo, C. Casalegno, A. Feliciello, A. Filippi, S. Marcello, M. Agnello, and F. Iazzi, Nucl. Phys. A **697**, 209 (2002); http://dx.doi.org/10.1016/S0375-9474(01)01252-0
- M. N. Achasov, V. M. Aulchenko, A. G. Bogdanchikov, V. P. Druzhinin, V. B. Golubev, A. A. Korol, S. V. Koshuba, D. P. Kovrizhin, S. I. Serednyakov, I. K. Surin, A. I. Tekut'ev, and Yu. V. Usov, JINST 10, T06002 (2015); http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/10/06/T06002
- N. A. Melnikova, M. N. Achasov, A. A. Botov, V. P. Druzhinin, L. V. Kardapoltsev, A. A. Korol, D. P. Kovrizhin, S. I. Serednyakov, and I. K. Surin, Nucl. Instrum. Methods A 1056, 168664 (2023); http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2023.168664
- 11. A. V. Bozhenok, V. N. Ivanchenko, and Z. K. Silagadze, Nucl. Instrum. Methods A **379**, 507 (1996); http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002(96)00548-7
- 12. J. Allison et al. (GEANT Collab.), Nucl. Instrum. Methods A 835, 186 (2016); https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.06.125; https://geant4-data.web.cern.ch/-ReleaseNotes/ReleaseNotes4.10.5.html.
- 13. E. A. Kuraev and V. S. Fadin, Sov. J. Nucl. Phys. **41**, 466 (1985).

14. J. P. Lees et al. (BABAR Collab.), 15. J. P. Lees et al. (BABAR Collab.), 87, Phys. Rev. D 092005 (2013);Phys. Rev. D 88. 072009 (2013);http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.87.092005. http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.88.072009.

# CROSS SECTION OF THE PROCESS $e^+e^- ightarrow n\overline{n}$ NEAR THE THRESHOLD

M. N. Achasov<sup>1),2)</sup>, A. Yu. Barnyakov<sup>1),2)</sup>, E. V. Bedarev<sup>1),2)</sup>, K. I. Beloborodov<sup>1),2)</sup>, A. V. Berdyugin<sup>1),2)</sup>, A. G. Bogdanchikov<sup>1)</sup>, A. A. Botov<sup>1)</sup>, T. V. Dimova<sup>1),2)</sup>, V. P. Druzhinin<sup>1),2)</sup>, V. N. Zhabin<sup>1),2)</sup>,
Yu. M. Zharinov<sup>1)</sup>, L. V. Kardapoltsev<sup>1),2)</sup>, A. S. Kasaev<sup>1)</sup>, A. A. Katsin<sup>1)</sup>, D. P. Kovrizhin<sup>1)</sup>, A. A. Korol<sup>1),2)</sup>, A. S. Kupich<sup>1),2)</sup>, A. P. Kryukov<sup>1)</sup>, A. P. Lysenko<sup>1)</sup>, N. A. Melnikova<sup>1)</sup>, N. Yu. Muchnoy<sup>1),2)</sup>,
A. E. Obrazovsky<sup>1)</sup>, E. V. Pakhtusova<sup>1)</sup>, K. V. Pugachev<sup>1),2)</sup>, S. A. Rastigeev<sup>1)</sup>, Yu. A. Rogovsky<sup>1),2)</sup>, A. I. Senchenko<sup>1)</sup>, S. I. Serednyakov<sup>1),2)</sup>, Z. K. Silagadze<sup>1),2)</sup>, I. K. Surin<sup>1)</sup>, Yu. V. Usov<sup>1)</sup>, A. G. Kharlamov<sup>1),2)</sup>, D. E. Chistyakov<sup>1),2)</sup>, Yu. M. Shatunov<sup>1)</sup>, S. P. Sherstyuk<sup>1),2)</sup>, D. A. Shtol<sup>1)</sup>

The  $e^+e^-\to n\overline{n}$  cross section was measured at energies from the threshold to 1908 MeV in the center of mass (c.m.). The experiment to measure the cross section has been carried out at the VEPP-2000  $e^+e^-$  collider in 13 energy points. The SND detector is used to detect the produced neutron-antineutrons  $(n\overline{n})$  events. A special time measurement system on the calorimeter was used to select the time-delayed  $n\overline{n}$  events. The measured  $e^+e^-\to n\overline{n}$  cross section is 0.4–0.6 nb. The neutron effective timelike form factor in the energy range under study varies from 0.3 to 0.6.

<sup>1)</sup> Budker Institute of Nuclear Physics of Siberian Branch Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia
2) Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

#### — ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ —

### РАССМОТРЕНИЕ НЕЙТРИННОГО КАНАЛА НА УСКОРИТЕЛЬНОМ КОМПЛЕКСЕ У-70 С ОТКЛОНЕНИЕМ ПУЧКА РОДИТЕЛЬСКИХ ЧАСТИЦ

© 2024 г. Ф. Н. Новоскольцев<sup>1)</sup>, Р. Ю. Синюков<sup>1)</sup>, А. А. Соколов<sup>1),\*</sup>

Поступила в редакцию 11.02.2024 г.; после доработки 04.04.2024 г.; принята к публикации 04.04.2024 г.

Рассмотрена оптическая схема канала на основе квадрупольных линз для формирования нейтринного пучка на ускорительном комплексе У-70. Для выделения требуемого импульсного интервала π-мезонов предлагается использовать двухмагнитную систему с полевой линзой и полной компенсацией дисперсии. В данной оптической схеме распадная часть канала повернута относительно направления наведения первичного протонного пучка на мишень. Обсуждаются основные расчетные характеристики пучков нейтрино на дальнем детекторе в эксперименте Р2О, расположенном на расстоянии 2595 км от конца распадного участка канала, при энергии первичного протонного пучка 60 ГэВ.

DOI: 10.31857/S0044002724050063, EDN: JFOUXQ

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

В эксперименте P2O (Protvino-to-ORCA) планируется направить нейтринный пучок от протонного ускорителя У-70 (Протвино, Россия) в Средиземное море для регистрации нейтрино создаваемым вблизи побережья Франции глубоководным детектором ORCA (Oscillation Research with Cosmics in the Abyss) для проведения экспериментов по определению иерархии масс нейтрино и поиска нарушения СР-инвариантности в лептонном секторе [1]. Расстояние от ускорителя У-70 до детектора составляет 2595 км, что идеально для рассматриваемого нейтринного эксперимента.

Пучки мюонных нейтрино (антинейтрино) на протонных ускорителях получают от распадов  $\pi^{\pm}(K^{\pm}) \to \mu^{\pm} + \nu_{\mu}(\overline{\nu}_{\mu})$ , а сам нейтринный канал состоит из фокусирующей системы, формирующей пучок  $\pi$ -, K-мезонов в нужном импульсном и угловом интервалах, и свободного распадного участка, заканчивающегося адронным и мюонным поглотителями.

Для формирования нейтринных пучков широко применяются фокусирующие системы, состоящие из магнитных горнов, т.е. токовых аксиально-симметричных оболочек. Для достижения необходимых для фокусировки полей требуются токи в сотни кА, которые могут обеспечиваться только в импульсном режиме. Поэтому работа фокусирующей системы основана на быстром выводе из ускорителя протонного пучка. Например, на ускорительном комплексе У-70 продолжительность быстрого вывода составляет 5 мкс, что делает практически невозможным использование здесь системы мечения нейтрино [2].

 $^{1)}$  НИЦ "Курчатовский институт" — ИФВЭ, Протвино, Россия  $^*$  E-mail: sokolov\_a@ihep.ru

Идея пучка меченых нейтрино состоит в том, что одновременно с регистрацией нейтринного взаимодействия в детекторе при помощи специальной станции мечения измеряются характеристики остальных частиц, образовавшихся в распаде родительского  $\pi(K)$ -мезона. По этим данным и известному импульсу родительской частицы оказывается возможным с хорошей точностью восстановить энергию, траекторию и точку образования нейтрино. Основная проблема, возникающая при создании пучка меченых нейтрино, заключается в том, как связать нейтринное взаимодействие в детекторе с соответствующим ему распадом. Использование данного метода позволяет определять тип, направление и энергию каждого "меченого" нейтрино с большой точностью, что значительно улучшит энергетическое разрешение и калибровку энергетической шкалы.

Систему мечения возможно применять при медленном выводе первичного протонного пучка из ускорителя, а в качестве фокусирующих элементов нейтринного канала использовать квадрупольные линзы. Например, в работах [3–6] были рассмотрены фокусирующие системы, состоящие из одного или двух объективов квадрупольных линз. Для выделения родительских  $\pi^{\pm}$ -,  $K^{\pm}$ -мезонов в нужном интервале импульсов и очистки пучка от частиц другого знака заряда предполагалось использовать бездисперсные четырехмагнитные системы, расположенные после первого объектива. Фактически, это прямой нейтринный канал, так как направление наведения первичного протонного пучка на мишень совпадает с осью распадного участка.

В прямых каналах есть определенные трудности с прохождением через возможную систему мечения непровзаимодействовавших в мишени протонов.

А из-за того, что направление наведения первичного протонного пучка на мишень совпадает с осью распадного участка канала, в спектре нейтринных взаимодействий наблюдается значительный хвост в сторону высоких энергий.

Оптическая схема канала может содержать дипольные магниты, отклоняющие пучок  $\pi$ -, K-мезонов в одну сторону. В работе [7] описывается канал для одновременного получения пучков мюонов и дихроматических нейтрино при энергии протонного пучка 600 ГэВ. В качестве фокусирующей системы предлагается использовать двухобъективную оптику из квадрупольных линз, а для выделения нужного интервала импульсов — двухмагнитную систему с полевой линзой для компенсации дисперсии.

В настоящей работе рассматривается нейтринный канал на основе квадрупольных линз и бездисперсной системы с двумя дипольными магнитами и полевой линзой, причем магниты также отклоняют пучок родительских частиц в одну сторону. Оптическая схема канала оптимизирована для формирования нейтринного пучка на детекторе в эксперименте P2O, расположенном на расстоянии  $\sim\!2595$  км от мишени, при энергии первичного протонного пучка 60 ГэВ. Для организации канала предполагается использовать медленно выведенный из ускорителя У-70 пучок протонов с интенсивностью до  $10^{13}$  частиц за цикл (продолжительность вывода от 0.5 до 1 с, стандартная длительность цикла около 9 с). Соответственно, результаты расчетов приведены для  $10^{13}$  первичных протонов на мишени.

Распадный участок такого нейтринного канала повернут относительно направления наведения первичного протонного пучка на мишень, что позволяет в значительной мере избежать вышеупомянутых проблем, присущих прямым нейтринным каналам. В то же время канал с бездисперсной четырехмагнитной системой [5] при прочих равных условиях обладает более "светосильной" оптикой.

#### 2. ГОЛОВНАЯ ЧАСТЬ КАНАЛА

Расстановка магнитооптического оборудования начальной части нейтринного канала приведена на рис. 1. Расстояние от мишени до распадной трубы составляет  $\sim 32$  м.

Медленно выведенный из ускорителя пучок первичных протонов с поперечными размерами  $\sigma_x=\sigma_y=1.5$  мм сбрасывается на мишень из алюминия длиной 60 см и радиусом 5 мм. Из образовавшихся в мишени вторичных адронов с помощью двух объективов квадрупольных линз (триплет  $Q_1-Q_3$  и дублет  $Q_5-Q_6$ ) формируется узкорасходящийся пучок положительно (или отрицательно) заряженных частиц.

Анализ частиц по импульсам выполняется бездисперсной системой, состоящей из двух горизонтальных дипольных магнитов  $M_1$  и  $M_2$  и квадрупольной

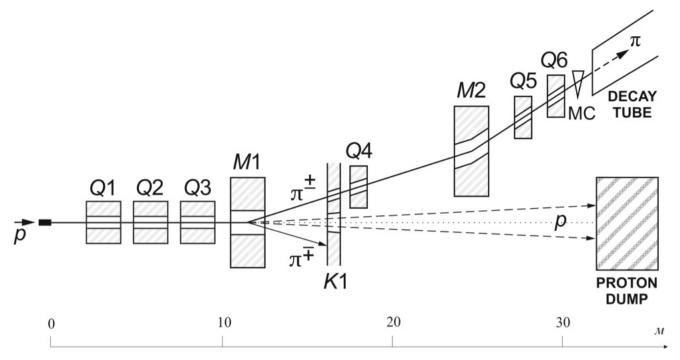
линзы  $Q_4$  (так называемая полевая линза, режим которой выбирается из условия компенсации линейной и угловой дисперсии в пучке). Магниты отклоняют пучок частиц нужного знака заряда в одну сторону на суммарный угол  $2 \times 90$  мрад относительно направления наведения первичного протонного пучка на мишень, а коллиматор  $K_1$  обеспечивает выделение частиц в нужном интервале импульсов.

Около магнита  $M_2$  можно разместить часть детекторов системы мечения. За вторым объективом  $Q_5-Q_6$  начинается распадный участок, представляющий собой вакуумированную трубу длиной 150 м и радиусом 750 мм. Горизонтальный магнит-корректор МС позволяет минимизировать угловое смещение оси пучка в горизонтальной плоскости в начале распадного участка канала.

Непровзаимодействовавшие в мишени протоны направляются на поглотитель, который расположен рядом с началом распадной трубы. Так как эмиттанс первичного пучка довольно мал ( $\varepsilon_x \simeq 1.3$  мм мрад и  $\varepsilon_y \simeq 1.2$  мм мрад), то угловая расходимость непровзаимодействовавшего пучка после мишени в основном будет определяться многократным кулоновским рассеянием протонов в мишени. Полный размер протонного пучка на поглотителе не будет превышать 120-130 мм в диаметре.

Характеристики квадрупольных линз и дипольных магнитов, а также их габаритные размеры близки к соответствующим параметрам магнитооптического оборудования, используемого в ИФВЭ. При этом диаметр апертуры всех линз равен 200 мм, а полный размер рабочей области магнитов  $H \times V$  составляет  $500 \times 200 \text{ мм}^2$ . Режимы квадрупольных линз и отклоняющих магнитов выбирались из условия формирования на дальнем детекторе пучка мюонных нейтрино в интервале энергий 3-6 ГэВ, что хорошо согласуется с первым осцилляционным максимумом  $\nu_{\mu} \leftrightarrow \nu_{e} \sim 4.5$  ГэВ при расстоянии до детектора  $\sim 2595$  км.

При моделировании спектров нейтрино использовался сравнительно простой компьютерный код, созданный одним из авторов данной работы. Программа имеет следующие отличительные особенности. Выходы пионов и каонов из алюминиевой мишени рассчитывались на основании параметризации инклюзивных инвариантных сечений выходов вторичных частиц, измеренных в p—Ве-взаимодействиях, и экстраполяции этих данных для других материалов мишеней [8]. При транспортировке каждой родительской частицы, в том числе и при прохождении через вещество, вдоль траектории последовательно генерируются ее распады, а спектры нейтрино на дальнем детекторе вычисляются с учетом углового распределения нейтрино при распаде адрона. При прохождении частиц через вещество учитывается потеря энергии, многократное кулоновское рассеяние и ядерное поглощение без генерации третичных частиц. Корректность работы программы была проверена в рамках



**Рис. 1.** Схематический план начальной части канала. Направлению движения до поглотителя непровзаимодействовавших в мишени протонов в случае формирования пучка  $\pi^+$ -мезонов соответствует верхняя, а  $\pi^-$ -мезонов — нижняя штриховая линия.

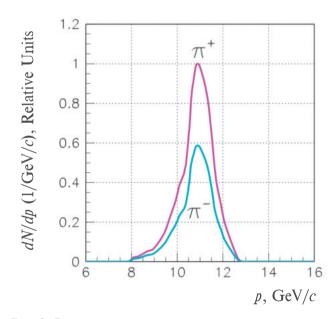
работ по разработке оптики нейтринных пучков для проекта NuMI [9].

В настоящей работе в расчетах параметров нейтринного пучка использовалась упрощенная схема, при которой источниками мюонных нейтрино и антинейтрино являются только распады  $\pi^{\pm}$ -мезонов, причем все пионы, попадающие при транспортировке по каналу в вещество, выбывают из рассмотрения.

На рис. 2 представлено распределение пионов по импульсам в начале распадной трубы; общее количество  $\pi^+$ -мезонов составляет  $3.27 \times 10^{10}$  частиц за цикл,  $\pi^-$ -мезонов —  $1.92 \times 10^{10}$  частиц за цикл. В начале распадного участка канала формируется узкорасходящийся ( $\operatorname{rms}[x'] \simeq 2.4$  мрад в горизонтальной и  $\operatorname{rms}[y'] \simeq 1.0$  мрад в вертикальной плоскостях) пучок  $\pi$ -мезонов в интервале импульсов 8-13 ГэВ/c с максимумом распределения при  $\sim 10.9$  ГэВ/c. Отношение пиковой энергии  $\sim 4.7$  ГэВ в спектре нейтрино на дальнем детекторе (рис. 3) к этому значению  $\sim 10.9$  ГэВ/c с хорошей точностью равно 0.43, что согласно кинематике двухчастичного распада  $\pi \to \mu v$  соответствует максимально возможной энергии нейтрино в лабораторной системе координат.

#### 3. СПЕКТР НЕЙТРИНО НА ДАЛЬНЕМ ДЕТЕКТОРЕ

Число нейтринных (антинейтринных) взаимодействий в детекторе  $N_{E\nu}$  зависит от его массы m, потока



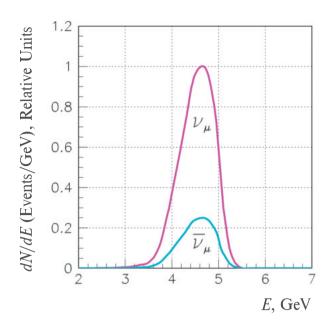
**Рис. 2.** Распределение  $\pi$ -мезонов по импульсам в начале распадного участка канала.

нейтрино через детектор  $\Phi$  и их энергии E:

$$N_{Ev} \sim m \cdot \Phi \cdot f(E)$$
,

причем функциональная зависимость f(E) отличается для разных типов нейтрино.

Поток нейтрино, их энергию и, следовательно, распределение по энергиям  $\nu_{\mu}(\overline{\nu}_{\mu})N$  взаимодействий



**Рис. 3.** Распределение по энергиям  $\nu_{\mu}N$ - и  $\overline{\nu}_{\mu}N$ - взаимодействий в дальнем детекторе.

(спектр взаимодействий  $dN_{E\nu}/dE$  принято нормировать на массу детектора в 1 кТ) наиболее эффективно можно рассчитать в случае дальнего детектора, имеющего малый угловой размер.

Действительно, угловая расходимость пучка  $\pi$ -мезонов в начале распадного участка нейтринного канала равна  $\mathrm{rms}[\theta_\pi] \simeq 2.6$  мрад  $(\theta_\pi \simeq \sqrt{x'^2 + y'^2})$ , что значительно больше углового размера дальнего детектора  $\theta_d \simeq 3.85\mathrm{E}{-02}$  мрад при характерном радиусе детектора 100 м и расстоянии до него  $z \simeq 2595$  км. Неравенство  $\theta_d \ll \mathrm{rms}[\theta_\pi]$  является условием использования упрощенной схемы расчета нейтринных спектров.

При столь небольших значениях углового размера дальнего детектора плотность углового распределения нейтрино при распаде  $\pi$ -мезона

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi\gamma^2(1 - \beta\cos\theta)^2} \tag{1}$$

практически постоянна в пределах углового размера детектора (здесь  $\beta$  и  $\gamma$  — скорость и гамма-фактор распадающегося  $\pi$ -мезона,  $\theta$  — угол вылета нейтрино относительно направления движения  $\pi$ -мезона в лабораторной системе координат).

Поэтому поток нейтрино  $\Phi$  через детектор с поперечной площадью S будет равен:

$$\Phi = \frac{N}{S} = \frac{1}{S} \int \frac{dN}{d\Omega} d\Omega \simeq \frac{1}{S} \frac{dN}{d\Omega} \Delta\Omega \simeq \frac{1}{S} \frac{dN}{d\Omega} \frac{S}{z^2} = \frac{1}{z^2} \frac{dN}{d\Omega} \frac{d\Omega}{d\Omega}$$

и не зависит от площади детектора. При этом для вычисления значения  $\cos\theta$  достаточно полагать, что все нейтрино всегда попадают в центр детектора, что поз-

воляет однозначно определить их энергию E ( $E^*$  — энергия нейтрино в с.ц.м.):

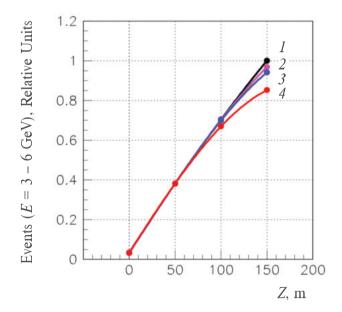
$$E = \frac{E^*}{\gamma (1 - \beta \cos \theta)}.$$
 (3)

На рис. 3 представлены распределения нейтринных взаимодействий по энергиям в дальнем детекторе. При этом общее количество  $\nu_{\mu}N$ -взаимодействий равно  $4.37\times 10^{-9}$ , а  $\overline{\nu}_{\mu}N$ -взаимодействий —  $1.09\times 10^{-9}$  событиям за цикл на 1 кТ массы детектора.

#### 4. ПРОДОЛЬНЫЙ И ПОПЕРЕЧНЫЙ РАЗМЕРЫ РАСПАДНОЙ ТРУБЫ

При разработке нейтринного канала всегда возникает вопрос оптимизации параметров распадного участка для получения максимального количества нейтринных взаимодействий в детекторе и минимизации как продольных, так и поперечных размеров распадной трубы. На рис. 4 показано число взаимодействий мюонных нейтрино в дальнем детекторе в интервале энергий от 3 до 6 ГэВ как функция длины распадной трубы при ее различных сечениях.

Наблюдается слабая зависимость числа взаимодействий от размера поперечного сечения распадной трубы. Так, при длине распадной трубы 150 м и ее радиусе 300 мм число взаимодействий в дальнем детекторе (кривая 4) всего лишь на  $\sim$ 17.4% меньше максимально возможного (кривая I). Очевидно, что можно ис-



**Рис. 4.** Зависимость числа  $v_{\mu}N$ -взаимодействий в дальнем детекторе в интервале энергий 3—6 ГэВ от длины распадной трубы и ее поперечного сечения. Кривые: I — без ограничений, 2 и 4 — сечение круглой формы с радиусами 500 и 300 мм соответственно, 3 — эллиптическое сечение с полуосями 500 мм (горизонталь) и 300 мм (вертикаль).

пользовать распадный участок с постепенно увеличивающимся сечением.

#### 5. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕЙТРИННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ПОПЕРЕЧНОЙ ПЛОСКОСТИ ДАЛЬНЕГО ДЕТЕКТОРА

Рассчитаем радиальное распределение нейтринных взаимодействий в дальнем детекторе с большими поперечными размерами, т.е. построим функцию плотности взаимодействий  $dN_{Ev}/dS$  в зависимости от радиуса детектора r.

Как уже было отмечено, количество нейтринных взаимодействий в детекторе  $N_{E \nu}$  пропорционально массе детектора m и потоку нейтрино  $\Phi$ , а также зависит от энергии нейтрино E. Отсюда следует, что искомое распределение будет иметь вид

$$\frac{dN_{E\nu}}{dS}(r) \sim \Phi(r) \cdot f(E) \tag{4}$$

Произведем оценку этого распределения. В эксперименте P2O можно пренебречь как длиной канала по сравнению с расстоянием до дальнего детектора, так и поперечными размерами пучка  $\pi$ -мезонов на распадном участке по сравнению с размером детектора. Также допустим, что на распадном участке  $\pi$ -мезоны имеют нулевую расходимость, а в рассматриваемом интервале энергий 3-6 ГэВ функцию f(E) можно считать линейной (т.е.  $f(E) \sim E$ ). Тогда в соответствии с выражениями (1)—(3)

$$\frac{dN_{Ev}}{dS} \sim \frac{1}{(1 - \beta \cos \theta)^3},\tag{5}$$

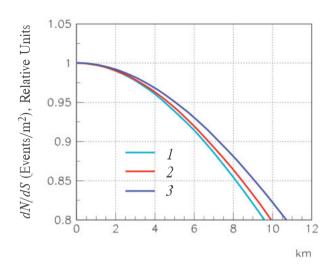
где  $\cos\theta = z/\sqrt{z^2 + r^2}, \, z$  — расстояние до детектора, r — текущий радиус детектора.

На рис. 5 наряду с оценочным аксиальносимметричным распределением плотности нейтринных взаимодействий в поперечной плоскости в месте расположения дальнего детектора (5) показаны и результаты точных расчетов функции плотности (4) в приближении "дальнего детектора" для произвольных точек поперечной плоскости.

Распределение плотности нейтринных взаимодействий вдоль горизонтальной оси при y=0 практически симметрично относительно точки x=0, причем спектры взаимодействий в крайних точках смещены в сторону более низких энергий по сравнению со спектром в центральной точке (x,y)=0 (все это верно и для вертикальной оси).

#### 6. СПЕКТРЫ ФОНОВЫХ НЕЙТРИНО

В обсуждаемом нейтринном канале пучок родительских частиц отклоняется в одну сторону, и поэтому распадный участок повернут относительно направления наведения первичного протонного пучка



**Рис. 5.** Распределения плотности  $v_{\mu}N$ -взаимодействий в поперечной плоскости дальнего детектора. Кривые: I — оценка при импульсе пучка  $\pi^+$ -мезонов  $p_{\pi}=10.9$  ГэВ/c; 2 — расчетные значения вдоль вертикали при x=0; 3 — расчетные значения вдоль горизонтали при y=0.

на мишень. В этом случае содержание фоновых нейтрино в основном пучке мюонных нейтрино (антинейтрино) будет минимальным.

При расчете спектров взаимодействий как основных, так и фоновых нейтрино, помимо двухчастичных распадов  $\pi^{\pm}$ -мезонов, дополнительно моделировались следующие распады:

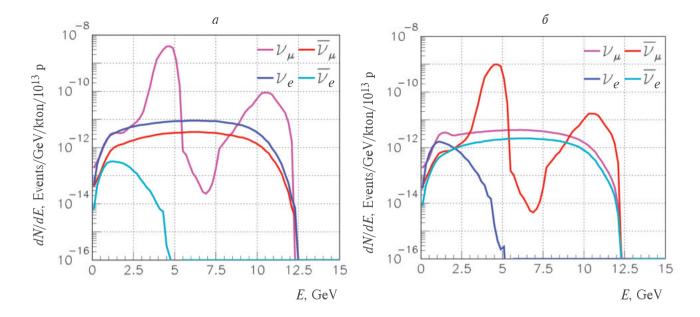
$$\begin{split} K^{\pm} &\rightarrow \mu^{\pm} + \nu_{\mu}(\overline{\nu}_{\mu}), \\ K^{\pm} &\rightarrow \pi^{0} + e^{\pm} + \nu_{e}(\overline{\nu}_{e}), \\ K^{0}_{L} &\rightarrow \pi^{\mp} + e^{\pm} + \nu_{e}(\overline{\nu}_{e}), \\ \mu^{\pm} &\rightarrow e^{\pm} + \nu_{e}(\overline{\nu}_{e}) + \overline{\nu}_{\mu}(\nu_{\mu}). \end{split}$$

Выходы  $K^{\pm}$ - и  $K_L^0$ -мезонов из алюминиевой мишени также рассчитывались на основании параметризаций из работы [8].

На рис. 6 приведены спектры нейтринных взаимодействий в дальнем детекторе. В  $\nu_{\mu}$ - и  $\overline{\nu}_{\mu}$ распределениях хорошо видны пики, соответствующие двухчастичным распадам  $\pi^{\pm}$ - и  $K^{\pm}$ мезонов. Энергия всех типов нейтрино не превышает  $\sim$ 12.5 ГэВ, что хорошо соответствует максимальному импульсу пучка  $\pi$ -, K-мезонов в начале распадного участка канала (см. рис. 2).

#### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен нейтринный канал на основе квадрупольных линз с двумя фокусирующими объективами и двухмагнитной бездисперсной системой с полевой линзой. Для организации канала предполагается использовать медленно выведенный из ускорителя У-70 протонный пучок с энергией 60 ГэВ.



**Рис. 6.** Распределение по энергиям  $v_{\mu}N$ -,  $\overline{v}_{\mu}N$ -,  $v_{e}N$ - и  $\overline{v}eN$ -взаимодействий в дальнем детекторе: a — при фокусировке положительно заряженных частиц,  $\delta$  — при фокусировке отрицательно заряженных частиц. Все распределения приведены для  $10^{13}$  протонов, сбрасываемых на мишень за цикл.

Магнитооптическая схема канала оптимизирована для формирования на детекторе, расстояние до которого равно 2595 км, пучков мюонных нейтрино и антинейтрино в интервале энергий 3—6 ГэВ, который соответствует первому осцилляционному максимуму  $\nu_{\mu} \leftrightarrow \nu_{e} \sim 4.5$  ГэВ для данного расстояния до детектора.

В головной части канала формируемый пучок родительских частиц отклоняется в одну сторону, и поэтому распадный участок повернут относительно направления наведения первичного протонного пучка на мишень. Это позволяет минимизировать содержание фоновых нейтрино в основном  $\nu_{\mu}(\overline{\nu}_{\mu})$ -пучке по сравнению с прямым нейтринным каналом, имеющим аналогичное магнитооптическое оборудование.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22—12-00107).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

 A. V. Akindinov, E. G. Anassontzis, G. Anton, M. Ardid, J. Aublin, B. Baret, V. Bertin, S. Bourret, C. Bozza, M. Bruchner, R. Bruijn, J. Brunner, M. Chabab, N. Chau, A. S. Chepurnov, M. Colomer

- Molla, et al., Eur. Phys. J. C **79**, 758 (2019); https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7259-5
- 2. B. Pontecorvo, Lett. Nuovo Cimento 25, 257 (1979).
- 3. В. И. Гаркуша, В. П. Карташев, В. И. Котов, Ф. Н. Новоскольцев, ЖТФ **60**(6), 92 (1990).
- 4. В. И. Гаркуша, В. П. Карташев, В. И. Котов, Ф. Н. Новоскольцев, Авторское свидетельство № 1690234, Бюллетень "Открытия и изобретения" № 41 (1991), с. 245 [V. I. Garkusha, V. P. Kartashev, V. I. Kotov, and F. N. Novoskoltsev, Certificate no. 1690234, Invent. Bull., No. 41 (1991), p. 245].
- 5. Ф. Н. Новоскольцев, Р. Ю. Синюков, А. А. Соколов, Известия РАН. Сер. физ. **87**, 1120 (2023).
- F. N. Novoskoltsev, R. Yu. Sinyukov, and A. A. Sokolov, Phys. At. Nucl. 86, 1450 (2023).
- 7. В. П. Карташев, Ф. Н. Новоскольцев, Препринт ИФВЭ 94-28 (Протвино, 1994).
- 8. M. Bonesini, A. Marchionni, F. Pietropaolo, and T. Tabarelli de Fatis, Eur. Phys. J. C 20, 13 (2001); doi: 10.1007/s100520100656
- A. G. Abramov, N. A. Galyaev, V. I. Garkusha,
   J. Hylen, F. N. Novoskoltsev, A. D. Ryabov, and
   V. G. Zarucheisky, Nucl. Instrum. Methods A 485,
   209 (2002).

# INVESTIGATION OF THE NEUTRINO CHANNEL AT THE U-70 ACCELERATOR COMPLEX WITH PARENT PARTICLE BEAM DEFLECTION

F. N. Novoskoltsev<sup>1)</sup>, R. Yu. Sinyukov<sup>1)</sup>, A. A. Sokolov<sup>1)</sup>

1) National Research Centre "Kurchatov Institute" — IHEP, Protvino, Russia

Principle optical scheme of the neutrino beam production channel based on the accelerator complex U-70 is considered. In order to extract the required pulse interval of  $\pi$ -mesons, a two-magnetic system with a "field" lens with a one-way deflection of the parent particle beam and full compensation of the dispersion is proposed. In this scheme the decay part of the channel is deflected with respect to the direction of the primary proton beam aiming at the target. The main computational characteristics of the neutrino beam at the far detector at a distance of 2595 km from the end of the decaying part of the channel as well as the parameters of the parent  $\pi$  mesons at the beginning of the decaying part are discussed.

#### —— ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ —

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КСЕНОНОВОГО ГАММА-СПЕКТРОМЕТРА ДЛЯ ДОЗИМЕТРИИ В БОР-НЕЙТРОНОЗАХВАТНОЙ ТЕРАПИИ

© 2024 г. И. Ф. Химматов<sup>1),\*</sup>, С. Е. Улин<sup>2),\*\*</sup>

Поступила в редакцию 03.04. 2024 г.; после доработки 03.05.2024 г.; принята к публикации 08.05.2024 г.

Одной из основных проблем, связанных с внедрением нейтронозахватной терапии в клиническую практику, является определение поглощенной дозы. Единственным методом, который напрямую позволяет измерить поглощенную дозу, является гамма-спектрометрия, основанная на регистрации гамма-квантов с энергией 478 кэВ. В настоящей статье рассматривается возможность применения ксенонового гамма-спектрометра, обладающего высокой радиационной стойкостью к потокам нейтронов. Для рассмотрения процесса нейтронозахватной терапии и проведения соответствующих расчетов использовался программный пакет GEANT4.

**DOI:** 10.31857/S0044002724050079, **EDN**: JFNBHK

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Нейтронозахватная терапия (НЗТ) является эффективным методом борьбы с онкологическими образованиями. Эта инновационная метолика, основанная на использовании тепловых нейтронов для воздействия на раковые клетки, открывает новые перспективы в лечении онкологических заболеваний. Сегодня применение гамма-спектрометрических методов для нейтронозахватной терапии является достаточно сложной терапевтической задачей. Причин несколько. Во-первых, вся аппаратура для регистрации гамма-квантов должна находиться во время терапевтического сеанса вблизи пациента. Во-вторых, система формирования пучка нейтронов, состоящая из замедлителя и коллиматора, существенно затрудняет размещение гамма-спектрометрической аппаратуры для оптимизации проводимых измерений. В-третьих, детекторы будут регистрировать не только полезные сигналы от распада ядер бора, но и рассеянные нейтроны, а также фоновые гамма-кванты. Для измерения дозы гамма-излучения в НЗТ используют различные типы детекторов, включая счетчики Гейгера— Мюллера, сцинтилляционные детекторы, полупроводниковые детекторы, термолюминесцентные дозиметры и другие.

На ядерном реакторе ИРТ МИФИ проведен ряд работ по нейтронозахватной терапии для определения концентраций  $^{10}$ В и Gd в различных биологических пробах [1]. При этом регистрация гамма-излучения от облучаемых нейтронами ядер осуществлялась с помо-

В настоящей статье рассматривается возможность использования ксенонового гамма-спектрометра, который обладает высокой радиационной стойкостью к тепловым нейтронам [3].

Гамма-спектрометры, которые можно использовать для нейтронозахватной терапии, должны обладать следующими характеристиками:

- энергетическое разрешение гамма-детектора должно быть не хуже, чем 3% для энергии гамма-квантов 662 кэВ;
- гамма-детектор должен обладать достаточной эффективностью регистрации гамма-квантов с энергией 478 кэВ;
- свойства гамма-детектора не должны ухудшаться при его активации тепловыми нейтронами, и он должен обладать высокой радиационной стойкостью.

Данным требованиям соответствует ксеноновый гамма-спектрометр (КГС), разработанный научными сотрудниками НИЯУ МИФИ.

#### 2. МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Ксеноновый гамма-спектрометр обладает уникальными возможностями для научных и прикладных исследований в различных областях. Энергетическое разрешение гамма-спектрометра составляет  $1.7 \pm 0.2\%$  для энергии  $\gamma$ -квантов 662 кэВ (линия  $^{137}$ Cs) (рис. 1). КГС может эффективно измерять  $\gamma$ -кванты в диапазоне энергий от 0.05 до 3 МэВ. Ксеноновый гамма-спектрометр представляет собой цилиндрическую импульсную ионизационную камеру с экранирующей сеткой, заполненную сжатым ксеноном  $_{54}$ Xe до  $\sim$ 40 атм с небольшой добавкой

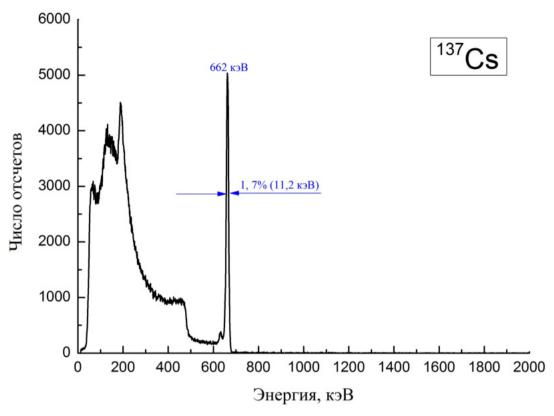
щью полупроводникового гамма-спектрометра на основе сверхчистого германия (HPGe). К сожалению, радиационная стойкость к нейтронам у этих детекторов не очень высокая [2].

 $<sup>^{\</sup>rm 1)}$  Самаркандский государственный университет им. Ш. Рашидова, Узбекистан.

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup> Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва, Россия.

<sup>\*</sup> E-mail: islombekhimmatov24@gmail.com

<sup>\*\*</sup> E-mail: seulin@ gmail.com



**Рис. 1.** Спектр <sup>137</sup>Сs, полученный с помощью ксенонового гамма-спектрометра (КГС) [3].

водорода  $H_2$  для увеличения скорости дрейфа электронов [3]. Типичный гамма-спектр, измеренный с помощью КГС, показан на рис. 1.

В лабораторных условиях исследовалось влияние потоков нейтронов на спектрометрические свойства КГС [4]. Для сравнения в экспериментах использовался также сцинтилляционный детектор, состоящий из кристалла NaI(Tl). Эти гамма-спектрометры облучались нейтронами Pu—Be-источника с активностью  $4.2 \times 10^5$  нейтрон/с. У КГС изменение положения гамма-линии и ухудшение энергетического разрешения не наблюдалось. Общая активация NaI(Tl) детектора оказалась существенно выше, чем КГС [4].

Моделирование процесса НЗТ проводилось при помощи программного пакета GEANT4. При расчетах использовался ксеноновый гамма-спектрометр, мишень и коллимированный поток тепловых нейтронов (рис. 2). Мишень с объемом 125 см<sup>3</sup> помешена в тонкую полиэтиленовую упаковку и представляет собой водный раствор борной кислоты. В каждом конкретном эксперименте использовалась определенная концентрации этого раствора.

Схема расчетного эксперимента показана на рис. 2. Характеристики КГС указаны в табл. 1.

Поток тепловых нейтронов падал на мишень (смесь воды и борной кислоты различной концентрации).

**Таблица 1.** Параметры модели ксенонового гаммаспектрометра

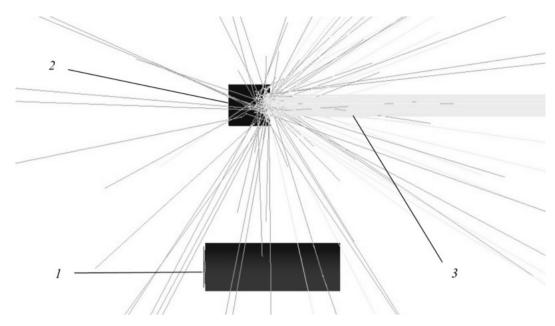
Энергетическое разрешение (на линии 478 кэВ), %	$2.0 \pm 0.1$
Плотность ксенона, г/см <sup>3</sup>	0.3
Чувствительный объем, см <sup>3</sup>	2000
Диаметр КГС, см	12

Взаимодействие тепловых нейтронов с  $^{10}$ В осуществляется по следующей ядерной реакции:

$$n + {}^{10}_{5}\text{B} \to \begin{cases} {}^{7}_{3}\text{Li} + {}^{4}_{2}\text{He} + 2.79 \text{ M} \ni \text{B} \\ {}^{7}_{3}\text{Li} + {}^{4}_{2}\text{He} + \gamma + 2.31 \text{ M} \ni \text{B}. \end{cases}$$
 (1)

В 6% случаев суммарная энергия ядра  $^7$ Li и  $\alpha$ -частицы составляет 2.79 МэВ. В 94% случаях возбужденное ядро лития испускает гамма-квант с энергий 0.478 МэВ. Тогда суммарная энергия ядра  $^7$ Li и  $\alpha$ -частицы будет равна 2.31 МэВ.

Регистрация этих гамма-квантов позволяет определить число взаимодействий нейтронов с ядрами  $^{10}$ В. Ядра  $^{7}$ Li и  $\alpha$ -частицы, обладая средней энергий 2.34 МэВ, взаимодействуют с клетками опухоли и уничтожают их.



**Рис. 2.** Расчетная модель: 1 — ксеноновый гамма-спектрометр, 2 — мишень, 3 — пучок тепловых нейтронов.

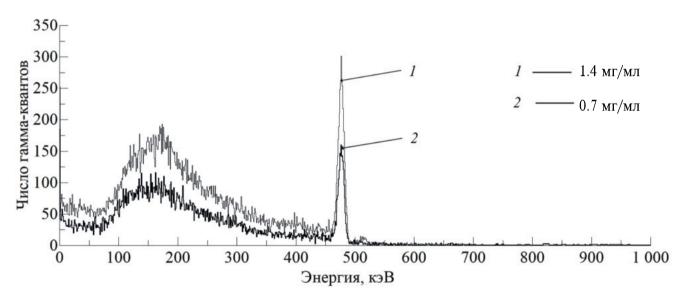


Рис. 3. Рассчитанные гамма-спектры при облучении мишени с различными концентрациями борной кислоты.

#### 3. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Гамма-спектры, получаемые при облучении тепловыми нейтронами мишени с концентрациями борной кислоты (0.7 и 1.4 мг/мл), показаны на рис. 3.

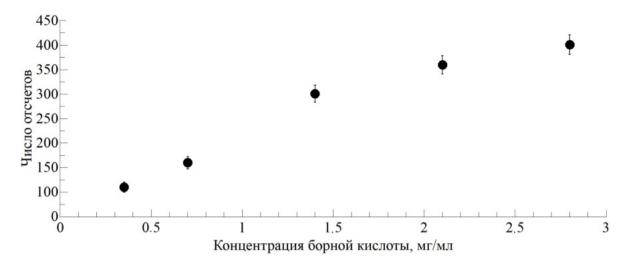
Химическая формула борной кислоты выглядит следующим образом:  $H_3BO_3$ . В природе имеется два изотопа бора —  $^{10}B$  (19.8%) и  $^{11}B$  (80.2%). Для  $^{10}B$  сечение взаимодействия с тепловыми нейтронами на несколько порядков больше, чем у  $^{11}B$  [5]. Следовательно, борную кислоту можно использовать для проведения нейтронозахватной терапии.

На рис. 4 показана зависимость числа импульсов (в максимуме пика) для гамма-линии с энергией  $478 \ \kappa \ni B$  от концентрации борной кислоты.

При проведении расчетов методом Монте—Карло была получена оценка величины поглощенной дозы, которую может получить пациент во время НЗТ. Мишень, которая используется в расчетах Монте-Карло, имеет форму куба с размерами  $5 \times 5 \times 5$  см<sup>3</sup>. Радиус нейтронного пучка составляет 2.5 см, а плотность потока тепловых нейтронов  $5 \times 10^4$  нейтрон/(см<sup>2</sup> с). На рис. 5 приведена зависимость величины поглощенной дозы в мишени от времени экспозиции.

На основании анализа полученных результатов можно предложить следующую формулу для определения поглощенной дозы:

$$D = \frac{kNE}{m},\tag{2}$$



**Рис. 4.** Зависимость числа импульсов (в максимуме пика) для гамма-линии с энергией 478 кэВ от концентрации борной кислоты.

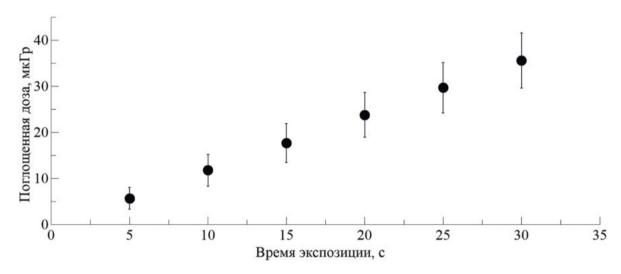


Рис. 5. Зависимость поглощенной дозы в мишени от времени экспозиции.

где  $k=3.6\times 10^{-7}$  Гр г/МэВ (коэффициент представляет собой поправку на эффективность гаммаспектрометра (КГС) и телесный угол), N — количество импульсов в пике полного поглощения гаммаквантов с энергией 478 кэВ, E — энергия от продуктов реакции (1), m — масса мишени.

При плотности потока тепловых нейтронов 5  $\times$   $\times$   $10^4$  нейтрон/см $^2$  с и концентрации борной кислоты 1.4 мг/мл в мишени доза, полученная за счет реакции нейтронного захвата  $^{10}$  В, за время экспозиции 30 с составит 35.6 мкГр.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе (с помощью пакета программ GEANT4) проведен расчетный эксперимент H3T с использованием ксенонового гамма-спектрометра.

Получены гамма-спектры, с помощью которых продемонстрирована принципиальная возможность использования данной аппаратуры для терапии онкологических заболеваний. Проведена оценка поглощенной дозы при проведении НЗТ и отмечено, что дозу можно контролировать в процессе облучения тепловыми нейтронами.

Настоящая работа была выполнена при поддержке НИЯУ МИФИ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

 V. F. Khoknlov, K. N. Zaitsev, V. N. Beliaev, V. N. Kulakov, V. I. Kvasov, A. A. Lipengolts, and A. A. Portnov, in Proceedings of 13th International Congress on Neutron Capture Therapy, Italy, Firenze, November 02–07, 2008 (ENEA, 2008), p. 415.

- M. Bikchurina, T. Bykov, Ib. Ibrahim, A. Kasatova,
   D. Kasatov, Iar. Kolesnikov, V. Konovalova,
   T. Kormushakov, A. Koshkarev, A. Kuznetsov,
   V. Porosev, S. Savinov, I. Shchudlo, N. Singatulina,
   E. Sokolova, T. Sycheva, et al., Front. Nucl. Eng. 2 (2023).
- 3. A. S. Novikov, S. E. Ulin, V. V. Dmitrenko, I. V. Chernysheva, V. M. Grachev, K. V. Krivova, A. E. Shustov, Z. M. Uteshev, and K. F. Vlasik, in Proceedings of the Hard X-Ray, Gamma-Ray, and Neutron Detector Physics XXI, 11–15 Aug. 2019, San Diego, USA (2019).
- 4. С. Е. Улин, В. В. Дмитренко, К. Ф. Власик, В. М. Грачев, Р. Р. Егоров, К. В. Кривова, А. И. Маджидов, З. М. Утешев, И. В. Чернышева, А. Е. Шустов, Краткие сообщения ФИАН, № 6, 32 (2020).
- 5. В. Д. Рисованый, А. В. Захаров, У. З. Клочков, Т. М. Гусева, Бор в ядерной технике, изд. 2-е, (ГНЦ НИИАР, Димитровград, 2011).
- 6. GEANT4 TOOLKIT, Geant4-11.1.1-пакет моделирования взаимодействия частиц с веществом; URL http://geant4.cern.ch

## THE USE OF A XENON GAMMA SPECTROMETER FOR DOSIMETRY IN BORON-NEUTRON CAPTURE THERAPY

I. F. Khimmatov<sup>1)</sup>, S. E. Ulin<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Samarkand State University named after Sh. Rashidov, Uzbekistan
<sup>2)</sup>National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia

One of the main problems associated with the implementation of neutron capture therapy in clinical practice, requiring a solution, is the determination of absorbed dose. The only method that directly allows measuring the absorbed dose is gamma spectrometry, based on the registration of gamma rays with an energy of 478 keV. This article considers the possibility of using a xenon gamma spectrometer, which has high radiation resistance to neutron fluxes. The GEANT4 software package was used to study the neutron capture therapy process and conduct corresponding calculations.

#### = ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ =

# РЕДКИЕ РАСПАДЫ $D_s$ -МЕЗОНОВ НА ТРИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЛЕПТОНА И НЕЙТРИНО В РАМКАХ СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ

© 2024 г. А. В. Данилина<sup>1),2),\*</sup>, Н. В. Никитин<sup>1),2),3),4),\*\*</sup>

Поступила в редакцию 07.12.2023 г.; после доработки 05.03.2024 г.; принята к публикации 14.03.2024 г.

В рамках Стандартной модели найдены значения парциальных ширин, получены и проанализированы однократные дифференциальные распределения для четырехлептонных распадов  $D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^-$  и  $D_s^- \to e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \, \mu^-$ . При вычислениях учитывались вклады от процессов излучения виртуального фотона s- и c-кварками  $D_s^-$ -мезона и тормозное излучение виртуального фотона заряженным лептоном в конечном состоянии. Излучение виртуального фотона s-кварком описывалось при помощи модели доминантности векторных мезонов.

DOI: 10.31857/S0044002724050088, EDN: JEWBTB

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Распады тяжелых заряженных псевдоскалярных мезонов на три заряженных легких лептона и нейтрино стали изучать сравнительно недавно. Первая теоретическая работа, в которой были получены предсказания для парциальных ширин распадов  $B^- \rightarrow$  $\rightarrow \ell^+\ell^-\bar{\nu}_{\ell'}\,\ell'^-$ , опубликована в 2018 г. [1]. В 2019 г. появилась первая и пока единственная экспериментальная работа коллаборации LHCb [2], содержащая верхний предел на парциальную ширину распада  $B^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_{\mu} \mu^-$ . Экспериментальный верхний предел оказался существенно ниже, чем теоретическое предсказание работ [1] и [3]. Этот факт стимулировал появление работ [4-9], в которых обсуждались пути уменьшения величины теоретических предсказаний. Учет изотопических факторов в работе [4] позволил понизить предсказания для парциальной ширины распада  $B^- o \mu^+ \mu^- ar{
u}_{\!\!\! \mu} \, \mu^-$  почти в 2 раза. В работе [5] было указано на то, что амплитуда (13) из статьи [1] содержит лишний полюс при  $q^2 \to 0$ , который противоречит калибровочной инвариантности. Наконец в работе [7] была предложена согласованная с требованием калибровочной инвариантности вычитательная процедура, использование которой позволило еще больше понизить теоретические предсказания, хотя они и продолжают превышать эксперимен-

Распалы D-мезонов на четыре лептона до настоящего времени не изучались. Такие распады, как и распады B-мезонов, можно разделить на два типа. K первому типу относятся распады, которые связаны с переходом  $c \to u$ , т.е. идут за счет нейтральных токов, нарушающих аромат. Характерным примером таких распадов является распад  $D^0 \to \ell^+ \ell^- \ell'^+ \ell'^-$ , где лептоны  $\ell$  и  $\ell'$  могут быть как разными, так и одинаковыми. Чтобы не противоречить закону сохранения энергии, подобные распады могут идти только с участием легких лептонов: электронов и мюонов. Однако данные распады чрезвычайно подавлены вследствие унитарности матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава (ККМматрицы) в Стандартной модели (СМ). Заметим, что любое отклонение от унитарности ККМ-матрицы может сильно повлиять на значения парциальных ширин подобных распадов. Во втором типе распадов конечное четырехлептонное состояние возникает изза большого числа электромагнитных и слабых процессов, которые, тем не менее, идут только на древесном уровне. К таким распадам относятся распады заряженных D-мезонов, т.е. распады вида  $D_{(s)}^- o$  $\rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_{\ell'} \ell'^-$ . Заметим, что распады  $D_s^\pm$ -мезонов с экспериментальной точки зрения имеют явное преимущество перед распадами  $D^{\pm}$ -мезонов, поскольку для распадов с легкими лептонами в конечном состоянии

$$\frac{\mathrm{Br}\left(D_{s}^{-} \rightarrow \ell^{+}\ell^{-}\bar{\mathbf{v}}_{\ell'}\,\ell'^{-}\right)}{\mathrm{Br}\left(D^{-} \rightarrow \ell^{+}\ell^{-}\bar{\mathbf{v}}_{\ell'}\,\ell'^{-}\right)} \sim \frac{\left|V_{cs}\right|^{2}}{\left|V_{cd}\right|^{2}}\left(\frac{M_{D_{s}}}{M_{D}}\right)^{5}\,\frac{\mathbf{\tau}_{D_{s}}}{\mathbf{\tau}_{D}} \,\sim\,12,$$

где  $\tau_{D_{(s)}}$  и  $M_{D_{(s)}}$  — время жизни и масса  $D_{(s)}$ -мезона, которые можно найти в [10]. Поэтому далее в настоящей работе будем рассматривать только распады  $D_s$ -мезонов. Помимо распадов  $D_s^-$ -мезона в три лег-

тальный верхний предел [2]. Идея работы [7] будет использована в настоящей статье для модернизации формул статей [1] и [4].

Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия.

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup> Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт" — Курчатовский комплекс теоретической и экспериментальной физики, Москва, Россия.

<sup>&</sup>lt;sup>3)</sup> Физический факультет Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>4)</sup> Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия.

<sup>\*</sup> E-mail: anna.danilina@cern.ch

<sup>\*\*</sup> E-mail: Nikolai.Nikitine@cern.ch

ких заряженных лептона и нейтрино, возможен распад  $D_s^- \to e^+ e^- \bar{\mathbf{v}}_{\mathbf{\tau}} \, \mathbf{\tau}^-$ , который подавлен фактором  $\left(M_{D_s} - m_{\mathbf{\tau}}\right)^5/M_{D_s}^5 \sim 10^{-5}$  по сравнению с распадами  $D_s$ -мезонов в легкие лептоны и, следовательно, не представляет никакого интереса с экспериментальной точки зрения.

Таким образом, в настоящей работе мы будем рассматривать распады  $D_s$ -мезонов только на три легких заряженных лептона и нейтрино. Можно предположить, что основной вклад в такие четы-рехлептонные распады  $D_s$ -мезонов должен вносить каскадный распад с участием промежуточного  $\phi(1020)$ -резонанса, т.е. доминирующим является процесс  $D_s^- \to \left(\phi(1020) \to \ell^+\ell^-\right) \bar{\mathbf{v}}_{\ell'} \, \ell'^-$ . Данное предположение основывается на том факте, что в аналогичные распады прелестных мезонов  $B^- \to \ell^+\ell^-\bar{\mathbf{v}}_{\ell'} \, \ell'^-$  основной вклад вносит узкий  $\omega(782)$ -резонанс [1, 4]. Тогда следующим образом можно сделать простую оценку величины резонансного вклада

$$Br_{\varphi} \left( D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\mathbf{v}}_e e^- \right) \approx Br \left( D_s^- \to \varphi(1020) \bar{\mathbf{v}}_e e^- \right) \times \times Br \left( \varphi(1020) \to \mu^+ \mu^- \right) \approx 0.7 \times 10^{-5} \quad (1)$$

И

$$Br_{\varphi} \left( D_s^- \to e^+ e^- \bar{\nu}_{\mu} \mu^- \right) \approx Br \left( D_s^- \to \varphi(1020) \bar{\nu}_{\mu} \mu^- \right) \times \times Br \left( \varphi(1020) \to e^+ e^- \right) \approx 0.6 \times 10^{-5}. \quad (2)$$

Т.е. в обоих случаях для резонансного вклада получаем  ${\rm Br}_{\rm o} \sim 10^{-5}$ .

Нерезонансный вклад можно оценить, например, следующим образом:

$$\operatorname{Br}_{\operatorname{NR}}\left(D_{s}^{-} \to \mu^{+}\mu^{-}\bar{\nu}_{e}\,e^{-}\right) \sim \alpha_{\operatorname{em}}\operatorname{Br}\left(D_{s}^{-} \to \gamma\bar{\nu}_{e}\,e^{-}\right).$$

В настоящее время для  ${\rm Br}\,(D_s^- \to \gamma \bar{\nu}_e\,e^-)$  имеется только экспериментальный верхний предел  $1.3\times 10^{-4}$  на 90% уровне достоверности [11], а теоретические предсказания варьируются в диапазоне от  $10^{-3}$  до  $10^{-5}$  [12—17]. Исходя из экспериментального ограничения можно написать, что

$${\rm Br_{NR}} \left( D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^- \right) \, < \, 10^{-6}. \label{eq:Br_NR}$$

Таким образом, следует ожидать, что нерезонансный вклад будет минимум на порядок меньше резонансного.

При помощи рассмотренных выше оценок невозможно учесть полюсной вклад тормозного излучения от заряженного лептона в конечном состоянии. Но можно ожидать, что подобный дополнительный вклад только увеличит значение парциальной ширины распадов  $D_s^- \to \ell^+ \ell^- \bar{\mathbf{v}}_{\ell'} \, \ell'^-$ .

Из [10] известно, что в настоящее время все экспериментально открытые распады  $D_s$ -мезонов име-

ют парциальные ширины не меньше, чем  $10^{-4}$ , кроме канала  $D_s^+ \to \pi^+ \Big( \varphi(1020) \to e^+ e^- \Big)$ , парциальная ширина которого  $\sim \! 10^{-5}$ . Таким образом, приведенные выше оценки показывают, что распады  $D_s \to \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_{\ell'} \, \ell'^-$  с легкими лептонами в конечном состоянии находятся в зоне потенциального экспериментального обнаружения, прежде всего, на установке BESIII [18]. В этом случае теоретические предсказания для парциальных ширин таких распадов становятся особенно актуальными. Анализ аналогичных распадов заряженных B-мезонов показывает, что результаты аккуратных теоретических вычислений по порядку величины в целом соответствуют простым оценкам [1, 3, 4]. Такое же согласие будет продемонстрировано и в настоящей работе.

Работа устроена следующим образом. Во Введении обсуждается актуальность поиска распадов  $D_s^- \rightarrow$  $ightarrow \ell^+ \ell^- ar{
u}_{\ell'} \, \ell'^-$  с легкими лептонами в конечном состоянии и приводятся простые оценки для парциальных ширин таких распадов. В разд. 2 даются определения гамильтонианов и адронных матричных элементов, которые необходимы для вычисления различных характеристик распадов  $D_s^- \to \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_{\ell'} \ell'^-$ . Раздел 3 посвящен исследованию общей структуры амплитуды распадов  $D_s^- o \ell^+ \ell^- ar{\mathsf{v}}_{\ell'} \, \ell'^-$ , в том числе фиксации вычитательных членов. В разд. 4 соответствующая амплитуда вычисляется точно с учетом вклада тормозного излучения и резонансов. Раздел 5 содержит численные предсказания для парциальных ширин и однократные дифференциальные распределения, а также обсуждение полученных результатов. В Заключении представлены основные выводы работы. В Приложении А кратко дается кинематика четырехчастичных распадов.

#### 2. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В терминах фундаментальных полей кварков, лептонов и калибровочных бозонов гамильтониан для вычисления амплитуды четырехлептонных распадов  $D_s^- \to \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_{\ell'} \ell'^-$  имеет вид

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}(x) = \mathcal{H}_W(x) + \mathcal{H}_{\text{em}}(x). \tag{3}$$

Гамильтониан слабых переходов  $\bar{c} \to \bar{s}W^- \to \bar{s}\ell^-\bar{\mathbf{v}}_\ell$  записывается следующим образом:

$$\begin{split} \mathcal{H}_W(x) \, = \, -\, \frac{G_{\rm F}}{\sqrt{2}} \, V_{cs} \left( \bar{c}(x) \, \gamma^{\mu} (1 - \gamma^5) \, s(x) \right) \times \\ & \times \left( \bar{\ell}(x) \, \gamma_{\mu} (1 - \gamma^5) \mathbf{v}_{\ell}(x) \right) \, + \, \text{h.c.}, \end{split}$$

где c(x) и s(x) — поля кварков,  $\ell(x)$  и  $\nu_{\ell}(x)$  — поля заряженных лептонов и нейтрино соответственно,  $G_{\rm F}$  — константа Ферми,  $V_{cs}$  — матричный элемент ККМ-матрицы, матрица  $\gamma^5$  определена согласно  $\gamma^5 = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \gamma_5$ .

Гамильтониан электромагнитного взаимодействия записывается как

$$\begin{split} \mathcal{H}_{\text{em}}(x) \, = \, - \, e \, \sum_f \, Q_f \Big( \bar{f}(x) \, \gamma^\mu f(x) \Big) \, A_\mu(x) \, = \\ = \, - \, j_{\text{em}}^\mu(x) \, A_\mu(x). \end{split}$$

Элементарный заряд e=|e|>0 нормирован условием  $e^2=4\pi\alpha_{\rm em}$ , где  $\alpha_{\rm em}\approx 1/137$  — постоянная тонкой структуры,  $Q_f$  — заряд фермиона аромата f в единицах элементарного заряда, f(x) — поле фермионов аромата f и  $A_{\rm u}(x)$  — 4-потенциал электромагнитного поля.

Для описания вклада промежуточного  $\phi(1020)$ -резонанса в распады  $D_s^- \to \ell^+\ell^-\bar{\mathbf{v}}_{\ell'}\,\ell'^-$  используется модель доминантности векторных мезонов (VMD). В рамках этой модели взаимодействие векторного мезона с фотоном задается при помощи эффективного гамильтониана

$$\mathcal{H}_{VMD}(x) = -e \sum_{V_i} \frac{M_{V_i}^2}{f_{V_i}} V_i^{\mu}(x) A_{\mu}(x), \tag{4}$$

где  $V_i^{\mu}(x)$  — эффективное поле векторного мезона  $V_i$ , а  $M_{V_i}$  — масса этого мезона. Безразмерная константа взаимодействия  $f_{V_i}$  определяется как

$$\langle 0 | j_{\text{em}}^{\mu}(0) | V_i(M_{V_i}, p, \varepsilon) \rangle = e \varepsilon^{\mu} \frac{M_{V_i}^2}{f_{V_i}}.$$

Данное определение однозначно фиксирует знак  $f_{V_i}$ . Абсолютная величина константы  $f_{V_i}$  вычисляется из экспериментального значения ширины распада  $V_i \to \ell^+\ell^-$  в легкие лептоны, т.е. при  $M_{V_i} \gg m_\ell$ . В работе [19] найдено, что  $f_{\omega(1020)} = -13.2$ .

Заметим, что определения гамильтонианов  $\mathcal{H}_W(x)$ ,  $\mathcal{H}_{em}(x)$  и  $\mathcal{H}_{VMD}(x)$  в настоящей работе отличаются знаком от аналогичных определений в работе [1] и совпадают по знаку с определениями в работе [4].

Для дальнейших вычислений определим следующие адронные матричные элементы:

$$\langle 0 | \bar{c} \gamma^{\mu} \gamma^{5} s | D_{s}^{-}(M_{1}, p) \rangle = i f_{D_{s}} p^{\mu},$$

$$\langle 0 | \bar{c} \gamma^{\mu} s | D_{s}^{*-}(M_{D_{s}^{*}}, k, \epsilon) \rangle = \epsilon^{\mu} M_{D_{s}^{*}} f_{D_{s}^{*}},$$

$$\langle V(M_{2}, q, \epsilon) | \bar{c} \gamma_{\mu} s | D_{s}^{-}(M_{1}, p) \rangle =$$

$$= \frac{2V(k^{2})}{M_{1} + M_{2}} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{*\nu} p^{\alpha} q^{\beta},$$

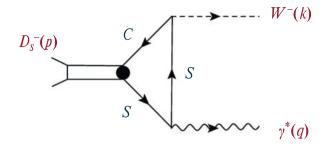
$$\langle V(M_{2}, q, \epsilon) | \bar{c} \gamma_{\mu} \gamma^{5} s | D_{s}^{-}(M_{1}, p) \rangle =$$

$$= i \epsilon^{*\nu} \left[ (M_{1} + M_{2}) A_{1}(k^{2}) g_{\mu\nu} - \frac{A_{2}(k^{2})}{M_{1} + M_{2}} (p + q)_{\mu} p_{\nu} -$$

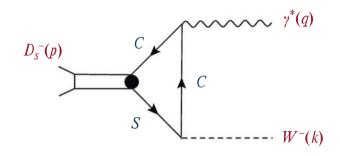
$$- \frac{2M_{2}}{k^{2}} \left( A_{3}(k^{2}) - A_{0}(k^{2}) \right) k_{\mu} p_{\nu} \right],$$

$$\langle D_{s}^{*-}(M_{D_{s}^{*}}, k, \epsilon) | \bar{c} \gamma^{\mu} c | D_{s}^{-}(M_{1}, p) \rangle =$$

$$= \frac{2V_{c}(q^{2})}{M_{1} + M_{D_{s}^{*}}} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{*\nu} p^{\alpha} k^{\beta},$$



**Рис. 1.** Диаграмма, описывающая излучение виртуального фотона s-кварком  $D_s^-$ -мезона.



**Рис. 2.** Диаграмма, описывающая излучение виртуального фотона c-кварком  $D_s^-$ -мезона.

где  $M_1$  — масса  $D_s^-$ -мезона,  $p^\mu=q^\mu+k^\mu-4$ -импульс  $D_s^-$ -мезона,  $M_2$  и  $M_{D_s*}$  — массы промежуточных векторных мезонов,  $\epsilon^\mu$  — поляризации промежуточных векторных мезонов, а компоненты полностью антисимметричного тензора  $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$  заданы условием  $\epsilon^{0123}==-1$ .

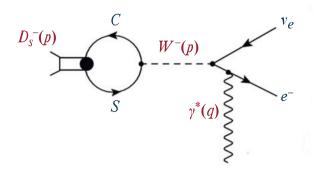
# 3. ОБЩАЯ СТРУКТУРА АМПЛИТУД ДЛЯ РАСПАДОВ $D_s^- o \ell^+ \ell^- ar{\mathbf{v}}_{\ell'} \ell'^-$ В ПРЕДЕЛЕ НУЛЕВЫХ ЛЕПТОННЫХ МАСС

Определим  $q=k_1+k_2$  и  $k=k_3+k_4$ . В амплитуду  $\mathcal{M}_{fi}\left(q^2,k^2\right)$  распадов  $D_s^-(p)\to\gamma^*(q)\,W^-(k)\to\ell^+(k_1)\,\ell^-(k_2)\,\bar{\mathbf{v}}_{\ell'}(k_3)\,\ell'^-(k_4)$ , когда аромат лептона  $\ell$  не совпадает с ароматом лептона  $\ell'$ , вносят вклад три основных типа диаграмм. Первый тип отвечает ситуации, когда виртуальный фотон излучается легким s-кварком (см. рис. 1). Второй тип соответствует излучению виртуального фотона относительно тяжелым c-кварком (см. рис. 2). Наконец, третий тип связан с процессом тормозного излучения, когда виртуальный фотон излучается заряженным лептоном в конечном состоянии (см. рис. 3).

Общая структура амплитуды, отвечающей диаграммам рис. 1, рис. 2 и рис. 3, может быть представлена в виде

$$\mathcal{M}_{fi}\left(q^2, k^2\right) \sim \frac{1}{q^2} T_{\nu\mu}(q, k) j^{\nu}(k_2, k_1) J^{\mu}(k_4, k_3), \quad (6)$$

где



**Рис. 3.** Диаграмма, соответствующая тормозному излучению виртуального фотона.

$$\begin{split} T^{\mathrm{v}\mu}(q,k) &= i \int d^4x e^{i(qx)} \left\langle \left. 0 \right| \mathrm{T} \Big( j_{\mathrm{em}}^{\mathrm{v}}(x), V^{\mu}(0) - \right. \\ &\left. - A^{\mu}(0) \right) \left| \right. D_s^-(M_1,p) \left. \right\rangle = T_V^{\mathrm{v}\mu}(q,k) - T_A^{\mathrm{v}\mu}(q,k). \end{split}$$

Адронные токи определены как

$$V^{\mu}(x) = \overline{c}(x) \gamma^{\mu} s(x)$$
 и  $A^{\mu}(x) = \overline{c}(x) \gamma^{\mu} \gamma^5 s(x)$ ,

а лептонные токи имеют вид

$$j^{\mathbf{v}}(k_2, k_1) = \left(\overline{\ell}(k_2)\gamma^{\mathbf{v}}\ell(-k_1)\right)$$
 и 
$$J^{\mu}(k_4, k_3) = \left(\overline{\ell'}(k_4)\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)\mathbf{v}_{\ell'}(-k_3)\right).$$

В выражении (6) для амплитуды  $\mathcal{M}_{fi}\left(q^{2},\,k^{2}\right)$  явно выделен полюс  $1/q^2$  от фотонного пропагатора. Для обрезания данного полюса в области  $q^2 \to 0$  необходимо учесть, что лептоны имеют ненулевые массы и подвергаются различным процедурам кинематического отбора при регистрации на экспериментальных установках. Учет производится как при помощи точной формулы (А.3) для четырехчастичного фазового объема, так и с помощью эффективного обрезания при некотором значении  $q_{\min}^2$ . Для  $\ell \equiv \mu$  в качестве величины  $q_{\min}^2$  имеет смысл выбрать естественный кинематический порог, равный  $4m_{\mu}^2$ . В то время как для  $\ell \equiv e$  разумно остановиться на кинематических ограничениях, обусловленных возможностями конкретной экспериментальной установки. Например, в электромагнитном калориметре установки LHCb регистрируются  $e^-$  и  $e^+$  с поперечными импульсами  $p_T > 200 \text{ M} \rightarrow \text{B}$ . Это почти на три порядка больше, чем масса электрона или позитрона, и по порядку величины совпадает с массой мюона. В подразделе 5.2 этот вопрос будет обсуждаться подробнее.

Тензор  $T^{\nu\mu}(q, k)$  удовлетворяет условию поперечности:  $q_{\nu}T^{\nu\mu}(q, k)=0$ . Тогда с учетом данного условия, следуя работам [4,20], для векторной и аксиальной частей тензора  $T^{\nu\mu}(q, k)$  можем написать:

$$T_V^{\nu\mu}(q, k) = \epsilon^{\nu\mu\,q\,k} \frac{e\,a\left(q^2, k^2\right)}{M_1} \tag{7}$$

И

$$T_{A}^{\nu\mu}(q, k) = i \left(g^{\nu\mu} - \frac{q^{\nu} q^{\mu}}{q^{2}}\right) e M_{1} b\left(q^{2}, k^{2}\right) +$$

$$+ 2ie \left(k^{\nu} - \frac{(qk)}{q^{2}}q^{\nu}\right) \left(k^{\mu} \frac{d\left(q^{2}, k^{2}\right)}{M_{1}} - q^{\mu} \frac{c\left(q^{2}, k^{2}\right)}{M_{1}}\right) +$$

$$+ ie Q_{D_{s}} f_{D_{s}} \frac{q_{\nu} q_{\mu}}{q^{2}} + ie Q_{D_{s}} f_{D_{s}} \frac{q_{\nu} k_{\mu}}{q^{2}},$$
 (8)

где  $Q_{D_s}=Q_s-Q_c=-1$  — электрический заряд  $D_s^-$ -мезона в единицах положительного элементарного заряда,  $a\left(q^2,k^2\right),\ldots,d\left(q^2,k^2\right)$  — безразмерные формфакторы, которые являются функциями двух переменных — квадратов переданных 4-импульсов —  $q^2$  и  $k^2$ . Заметим, что тензор  $T_V^{\nu\mu}(q,k)$  автоматически поперечен. Поэтому специально заботиться необходимо только о поперечности тензора  $T_A^{\nu\mu}(q,k)$ , что нашло свое отражение в выражении (8).

Формула (8) содержит кинематическую особенность при  $q^2 \to 0$ . Как было отмечено в [7], эта особенность не может отвечать реальной частице, поскольку в канале излучения  $\ell^+\ell^-$ -пары отсутствует безмассовый векторный мезон, а полюс фотонного пропагатора был явно учтен в формуле (6). Поэтому необходимо, чтобы комбинации формфакторов при лоренцевских структурах  $q_{\rm v}q_{\rm u}/q^2$  и  $q_{\rm v}k_{\rm u}/q^2$  при  $q^2 \to 0$  стремились к нулю. Если следовать только логике работы [4], то из (8) сразу следует, что  $b(0,0)=c(0,0)+Q_{D_s}f_{D_s}/M_1$  и  $d(0,0)=Q_{D_s}f_{D_s}/M_1$ . Однако работа [7] позволяет продвинуться существенно дальше.

Рассмотрим комбинацию формфакторов при  $q_{\rm v}\,k_{\rm u}/q^2$ . Имеем

$$Q_{D_s} f_{D_s} - \frac{2(qk)}{M_1} d(q^2, k^2) \Big|_{q^2 \to 0} = 0.$$

Отсюда

$$d(0, k^2) = \frac{Q_{D_s} f_{D_s}}{M_1} \frac{1}{1 - x_{34}}, \tag{9}$$

где  $x_{34}=k^2/M_1^2$ . Теперь рассмотрим общее выражение для  $d\left(q^2,\,k^2\right)$ . Имеем:

$$d\left(q^{2},\,k^{2}\right) \,=\, d\left(0,\,k^{2}\right) \,+\, \Delta\left(q^{2},\,k^{2}\right).$$

Чтобы согласовать данную формулу с выражением (9), наложим на функцию  $\Delta\left(q^2,\,k^2\right)$  дополнительное условие:  $\Delta\left(0,\,k^2\right)=0$ .

Если мы ожидаем, что в функцию  $\Delta\left(q^2,\,k^2\right)$  дает вклад только один промежуточный узкий векторный резонанс  $\phi(1020)$ , то в рамках VMD функцию  $\Delta\left(q^2,\,k^2\right)$  можно представить в виде

$$\Delta\left(q^2, \, k^2\right) \, = \, \frac{f(k^2)}{q^2 - \delta},$$

где  $\delta = M_2^2 - i\Gamma_2 M_2 \approx M_2^2$  для узких резонансов вдали от точки  $q^2 = M_2^2$ . Поскольку функция

 $\Delta\left(0,\,k^2\right)=-f(k^2)/\delta$  не удовлетворяет дополнительному условию, то необходимо сделать минимум одно вычитание и вместо функции  $\Delta\left(q^2,\,k^2\right)$  рассматривать функцию

$$\tilde{\Delta} \left( q^2, \, k^2 \right) \, = \, \Delta \left( q^2, \, k^2 \right) - \Delta \left( 0, \, k^2 \right) \, \approx \, \frac{q^2}{M_2^2} \, \Delta \left( q^2, \, k^2 \right),$$

для которой  $\tilde{\Delta}\left(0,\,k^{2}\right)=0.$  Окончательно

$$d(q^2, k^2) = \frac{Q_{D_s} f_{D_s}}{M_1} \frac{1}{1 - x_{34}} + \frac{q^2}{M_2^2} \Delta(q^2, k^2).$$
 (10)

Теперь рассмотрим комбинацию формфакторов при  $q_{\rm v}\,q_{\rm \mu}/q^2$ . Имеем

$$Q_{D_s} f_{D_s} + \frac{2(qk)}{M_1} c(q^2, k^2) - M_1 b(q^2, k^2) \Big|_{q^2 \to 0} = 0.$$

Это дает следующее выражение для функции  $c(0, k^2)$ :

$$c(0, k^2) = -\frac{Q_{D_s} f_{D_s}}{M_1} \frac{1}{1 - x_{34}} + \frac{b(0, k^2)}{1 - x_{34}}.$$

Если для вычисления функций  $b\left(q^2,\,k^2\right)$  и  $c\left(q^2,\,k^2\right)$  снова воспользоваться приближением VMD с вычитательной процедурой, то получим:

$$b(q^2, k^2) = \frac{q^2}{M_2^2} \frac{g(k^2)}{q^2 - \delta}.$$
 (11)

Из (11) следует, что  $b(0, k^2) = 0$ . Тогда

$$c(q^2, k^2) = -\frac{Q_{D_s} f_{D_s}}{M_1} \frac{1}{1 - x_{34}} + \frac{q^2}{M_2^2} \frac{h(k^2)}{q^2 - \delta}.$$
 (12)

Вопрос о проведении вычитательной процедуры для функции  $a\left(q^2,\,k^2\right)$  из формулы (7) остается открытым. В данной работе мы предполагаем, что

$$a(q^2, k^2) = \frac{q^2}{M_2^2} \frac{r(k^2)}{q^2 - \delta}.$$
 (13)

Функции  $f(k^2)$ ,  $g(k^2)$ ,  $h(k^2)$  и  $r(k^2)$  однозначно вычисляются в рамках приближения VMD.

При помощи выражений (7), (8) и уравнений движения в пределе нулевых лептонных масс можно написать следующую общую структуру для амплитуды (6):

$$\mathcal{M}_{fi}\left(q^{2},k^{2}\right) \sim \frac{e}{q^{2}} \left(\epsilon_{\nu\mu qk} \frac{a\left(q^{2},k^{2}\right)}{M_{1}} - ig_{\nu\mu} M_{1} b\left(q^{2},k^{2}\right) + ik_{\nu} q_{\mu} \frac{2ic\left(q^{2},k^{2}\right)}{M_{1}}\right) j^{\nu}(k_{2},k_{1}) J^{\mu}(k_{4},k_{3}). \quad (14)$$

В этом пределе функция  $d\left(q^2,\,k^2\right)$  выпадает из амплитуды (14). Однако для ненулевых масс заряженных лептонов вклад от  $d\left(q^2,\,k^2\right)$  необходимо учитывать.

Последовательное вычисление функций  $a\left(q^2,k^2\right)$ ,  $b\left(q^2,k^2\right)$  и  $c\left(q^2,k^2\right)$  представляет собой сложную задачу. В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением только резонансного вклада легчайшего векторного мезона, который будет записан с учетом вычитательной процедуры, и процессами тормозного излучения.

#### 4. ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСПАДА $D_s^- o \ell^+ \ell^- ar{ u}_{\ell'} \ell'^-$

Рассмотрим распады  $D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^-$  и  $D_s^- \to e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \, \mu^-$ , когда в конечном состоянии отрицательно заряженные легкие лептоны имеют разный аромат. В общем виде эти распады можно записать как  $D_s^-(p,\,M_1) \to \ell^+(k_1)\,\ell^-(k_2)\,\bar{\nu}_{\ell'}(k_3)\,\ell'^-(k_4)$ .

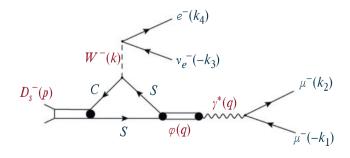
Начнем с вычисления вклада от излучения виртуального фотона s-кварком, который показан на рис. 1. Если положить  $m_\ell=m_{\ell'}=0$  и воспользоваться явным видом эффективных гамильтонианов (3) и (4), то можно найти, что в рамках модели доминантности векторных мезонов с вычитанием вклад процесса рис. 1 описывается при помощи диаграммы рис. 4, а соответствующая этой диаграмме амплитуда имеет вид

$$\mathcal{M}_{fi}^{(s)} = \frac{\mathcal{A}}{f_V} \frac{1}{q^2 - M_2^2 + i\Gamma_2 M_2} \mathcal{F}_{\mu\nu} j^{\nu}(k_2, k_1) J^{\mu}(k_4, k_3), \tag{15}$$

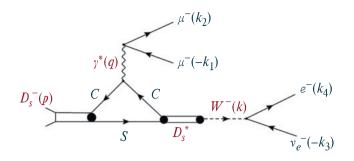
где  $\mathcal{A} = \frac{G_{\rm F}}{\sqrt{2}} 4 \pi \, \alpha_{\rm em} \, V_{cs}$ . С учетом определения (5) и уравнений движения для безмассовых лептонов находим структуру  $\mathcal{F}_{\mu\nu}$  в виде:

$$\begin{split} \mathcal{F}_{\mu\nu} \, = \, \frac{2 \, V(k^2)}{M_1 + M_2} \, \pmb{\epsilon}_{\mu\nu kq} \, - \, i \, (M_1 + M_2) A_1(k^2) g_{\mu\nu} \, + \\ + \, 2 i \, \frac{A_2(k^2)}{M_1 + M_2} \, q_\mu k_\nu. \end{split}$$

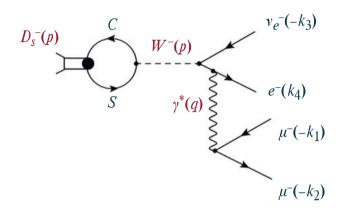
В формуле (15) принимается во внимание вклад только одного легчайшего  $\phi(1020)$ -резонанса. Формфакторы  $V(k^2)$ ,  $A_1(k^2)$  и  $A_2(k^2)$  являются формфакторами перехода  $D_s \to \phi(1020)$ . Данная формула позволя-



**Рис. 4.** Диаграмма для вычисления амплитуды  $\mathcal{M}_{fi}^{(s)}$  (см. формулу (15)) на примере распада  $D_s^- \to \mu^+\mu^-\bar{\nu}_e\,e^-$ . Излучение виртуального фотона s-кварком описывается в рамках модели доминантности векторных мезонов (4).



**Рис. 5.** Диаграмма для вычисления амплитуды  $\mathcal{M}_{fi}^{(c)}$  (см. формулу (16)) на примере распада  $D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^-$ .



**Рис. 6.** Диаграмма для вычисления амплитуды тормозного излучения (см. формулу (17)) на примере распада  $D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \ e^-$ .

ет найти явный вид функций  $g(k^2)$ ,  $h(k^2)$  и  $r(k^2)$ , которые были введены в предыдущем разделе. Масса  $M_2$  соответствует массе  $\phi(1020)$ -резонанса.

Вклад процесса рис. 2 дается диаграммой рис. 5, которая является кросс-каналом распада  $D_s^* \to D_s \gamma^*$  векторного мезона в псевдоскалярный мезон и виртуальный фотон. С учетом определения (5) амплитуда такого процесса может быть записана в виде

$$\mathcal{M}_{fi}^{(c)} = -\frac{4}{3} \frac{\mathcal{A}}{q^2} \frac{M_{D_s^*} f_{D_s^*}}{k^2 - M_{D_s^*}^2} \frac{V_c(q^2)}{M_1 + M_{D_s^*}} \epsilon_{\mu\nu kq} \times \\ \times j^{\nu}(k_2, k_1) J^{\mu}(k_4, k_3). \quad (16)$$

Мнимая добавка в пропагаторе отсутствует, поскольку  $k^2 \leqslant (M_{D_s} - 2m_\ell)^2 < M_{D_s^*}^2.$ 

Перейдем к рассмотрению процесса тормозного излучения виртуального фотона, который описывается при помощи диаграммы рис. 6. Данный процесс корректно рассматривать, когда  $m_\ell \neq 0$  и  $m_{\ell'} \neq 0$ . В этом случае амплитуда тормозного излучения имеет вид

$${\cal M}_{fi}^{({\rm brem})} \ = \ i \, \frac{{\cal A}}{q^2} \, f_{D_s} \, g_{\mu\nu} \, j^{\nu}(k_2, \, k_1) \, \tilde{J}^{\mu}(k_4, \, k_3), \label{eq:Mfi}$$

где

$$\begin{split} \tilde{J}^{\mu}(k_4, \, k_3) \, &= \, J^{\mu}(k_4, \, k_3) \, + \, \frac{m \, \ell'}{(p - k_3)^2 - m_{\ell'}^2} \, \times \\ & \times \, \Big( \overline{\ell'}(k_4) \, \gamma^{\mu} \, (\hat{p} + m \, \ell') \, (1 - \gamma^5) \, \mathbf{v}_{\ell'}(-k_3) \Big). \end{split}$$

Поскольку  $(2m_\ell+m_{\ell'})^2\leqslant (p-k_3)^2\leqslant M_1^2$ , то второе слагаемое не содержит полюсов во всей кинематически разрешенной области. Второе слагаемое может быть сравнимо с первым только в области, где  $(p-k_3)^2\sim (2m_\ell+m_{\ell'})^2$ . Но эта область подавлена при интегрировании по фазовому объему (А.3). Поэтому с хорошей степенью точности можем положить, что амплитуда тормозного излучения имеет вид

$$\mathcal{M}_{fi}^{(\text{brem})} = i \frac{\mathcal{A}}{g^2} f_{D_s} g_{\mu\nu} j^{\nu}(k_2, k_1) J^{\mu}(k_4, k_3).$$
 (17)

Суммируя результаты предыдущего и данного разделов можем окончательно записать амплитуду распада  $D_s^- \to \ell^+ \ell^- \bar{\mathbf{v}}_{\ell'} \ \ell'^-$  в виде

$$\mathcal{M}_{fi} = \mathcal{M}_{fi}^{(s)} + \mathcal{M}_{fi}^{(c)} + \mathcal{M}_{fi}^{(brem)} =$$

$$= \frac{\mathcal{A}}{q^2} \left[ \frac{a(q^2, k^2)}{M_1} \, \varepsilon_{\mu\nu k \, q} - i M_1 b(q^2, k^2) \, g_{\mu\nu} + \right.$$

$$\left. + 2i \, \frac{c(q^2, k^2)}{M_1} \, q_{\mu} k_{\nu} \right] j^{\nu}(k_2, \, k_1) \, J^{\mu}(k_4, \, k_3), \quad (18)$$

где безразмерные функции  $a(q^2,k^2)\equiv a(x_{12},\,x_{34}),$   $b(q^2,k^2)\equiv b(x_{12},\,x_{34})$  и  $c(q^2,k^2)\equiv c(x_{12},\,x_{34})$  заданы выражениями:

$$a(x_{12}, x_{34}) = -\frac{2}{3} \frac{\hat{M}_{D_s^*} \hat{f}_{D_s^*}}{x_{34} - \hat{M}_{D_s^*}^2 + i\hat{\Gamma}_{D_s^*} \hat{M}_{D_s^*}} \frac{2V_c \left(M_1^2 x_{12}\right)}{1 + \hat{M}_{D_s^*}} + \frac{1}{f_V} \frac{x_{12}}{x_{12} - \hat{M}_2^2 + i\hat{\Gamma}_2 \hat{M}_2} \frac{2V(M_1^2 x_{34})}{1 + \hat{M}_2};$$

$$b(x_{12}, x_{34}) = -\hat{f}_{D_s} + \frac{1}{f_V} \frac{x_{12}}{x_{12} - \hat{M}_2^2 + i\hat{\Gamma}_2 \hat{M}_2} \times (19)$$

$$\times (1 + \hat{M}_2) A_1(M_1^2 x_{34});$$

$$c(x_{12}, x_{34}) = \frac{\hat{f}_{D_s}}{1 - x_{34}} + \frac{1}{f_V} \frac{x_{12}}{x_{12} - \hat{M}_2^2 + i\hat{\Gamma}_2 \hat{M}_2} \frac{A_2(M_1^2 x_{34})}{1 + \hat{M}_2}.$$

Безразмерные переменные  $x_{12}=q^2/M_1^2$  и  $x_{34}=k^2/M_1^2$  определены в Приложении А. Входящие в (19) безразмерные постоянные заданы следующим образом:  $\hat{f}_{D_s}=f_{D_s}/M_1,~\hat{f}_{D_s^*}=f_{D_s^*}/M_1,$   $\hat{\Omega}_2=M_2/M_1,~\hat{M}_{D_s^*}=M_{D_s^*}/M_1,~\hat{\Gamma}_2=\Gamma_2/M_1$  и  $\hat{\Gamma}_{D_s^*}=\Gamma_{D_s^*}/M_1.$  Заметим, что формфакторы  $V_c(q^2),~V(k^2),~A_1(k^2)$  и  $A_2(k^2)$  также являются безразмерными функциями.

Дифференциальная парциальная ширина распада  $D_s^- o \ell^+ \ell^- ar{\mathbf{v}}_{\ell'} \, \ell'^-$  вычисляется по формуле

$$\frac{1}{\tau_{D_{-}}} \frac{d \operatorname{Br}(D_{s}^{-} \to \ell^{+} \ell^{-} \bar{\mathbf{v}}_{\ell'} \ell'^{-})}{d \Phi_{4}} = \frac{\sum_{s_{1}, s_{2}, s_{3}, s_{4}} |\mathcal{M}_{fi}|^{2}}{2M_{1}}, (20)$$

где  ${\bf \tau}_{D_s^-}$  — время жизни  $D_s^-$ -мезона, 4-частичный фазовый объем  $d\Phi_4$  задается выражением (А.3), суммирование происходит по спинам всех конечных лептонов. Номер спина лептона соответствует номеру 4-импульса этого лептона.

В заключении данного раздела имеет смысл обсудить соответствие между формфакторами  $F_V$ ,  $F_{1A}$  и  $F_{2A}$  работы [7] и аналогичными им безразмерными функциями (19). Пусть  $\tilde{F}_V = F_V$ — вычитательные члены. Аналогично введем  $\tilde{F}_{1A}$ ,  $\tilde{F}_{2A}$ ,  $\tilde{b}$  и  $\tilde{c}$ . Наконец обозначим  $\tilde{a}=a$ — вклад (16). Тогда имеет место следующее соответствие:  $\tilde{F}_V(\ldots)=\tilde{a}(\ldots),\ \tilde{F}_{1A}(\ldots)==M_1^2\,\tilde{b}(\ldots)/(kq)$  и  $\tilde{F}_{2A}=M_1^2\,\tilde{b}(\ldots)/(kq)-2\,\tilde{c}(\ldots)$ . Вычитательные члены и дополнительные вклады в обеих работах разные и прямо не переходят друг в друга.

#### 5. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

### 5.1. Выбор численных значений для адронных констант и формфакторов переходов

Для вычисления парциальных ширин и нахождения формы дифференциальных распределений используются значения масс, времен жизни, ширин распадов псевдоскалярных и векторных мезонов и матричные элементы ККМ-матрицы из [10]. Численная параметризация формфакторов переходов  $D_s \to \phi(1020)$  взята из работы [21]. Лептонная константа  $f_{D_s} \approx 220~{\rm M}{\ni}{\rm B}$  [21], что не более чем на 10% отличается от актуальных результатов, полученных при помощи вычислений на решетке [22]. Поскольку предложенный нами метод имеет худшую точность, то данное численное различие не является критичным.

В выражение (19) для  $a(x_{12}, x_{34})$  входят константа  $f_{D_s^*}$  и формфактор  $V_c(q^2)$ . Чтобы оценить величину  $f_{D_s^*}$ , воспользуемся подходом эффективной теории тяжелых кварков (HQET). Тогда

$$\frac{f_{D_s^*}}{f_{D_s}} \approx \frac{f_{B^*}}{f_{B_u}}.$$

Если взять численные значения лептонных констант  $f_{B^*}$  и  $f_{B_u}$  из работы [1], то  $f_{D_s^*}/f_{D_s}\approx 0.96$ . С той точностью, с которой в настоящей статье проводятся вычисления, это означает, что фактически можно выбрать  $f_{D_s^*}=f_{D_s}$ .

Аналогично в приближении эффективной теории тяжелых кварков можем написать

$$\frac{V_c(0)}{V_b(0)} \approx \frac{f_D}{f_{B_u}}.$$

Заимствуя численные значения константы  $f_D$  из [21], а величин  $f_{B_u}$  и  $V_b(0)$  — из [1], найдем, что  $V_c(0)\approx 1.1$ . Применяя аргументацию работы [20] к диаграмме рис. 2, для формфактора  $V_c(q^2)$  запишем простую полюсную параметризацию:

$$V_c(q^2) = \frac{V_c(0)}{1 - q^2/M_{J/\psi}^2}.$$

5.2. Вычисление парциальных ширин распадов 
$$D_s^- o \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^- \, u \, D_s^- o e^+ e^- \bar{\nu}_u \, \mu^-$$

Согласно (18) амплитуда распадов  $D_s^- \to \ell^+\ell^-\bar{\bf v}_{\ell'}\,\ell'^-$  может быть записана в виде:

$$\mathcal{M}_{fi} = \frac{2\sqrt{2}\pi G_{\rm F}\alpha_{\rm em}V_{cs}}{M_1^2} \sum_{\{L\}} \frac{1}{x_{12}} L_{\mu\nu} j^{\nu} J^{\mu}, \quad (21)$$

где  $j^{\nu}$  и  $J^{\mu}$  — лептонные токи, а  $L_{\mu\nu}$  — различные лоренцевы структуры, которые входят в формулу (18). Тогда из (20) получаем, что

Br 
$$(D_s^- \to \ell^+ \ell^- \bar{\mathbf{v}}_{\ell'} \ell'^-) =$$

$$= \frac{\tau_{D_s^-}}{2M_1} \int \left( \sum_{s_1, s_2, s_3, s_4} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \right) d\Phi_4 =$$

$$= \frac{4\pi^2 G_F^2 \alpha_{\text{em}}^2 |V_{cs}|^2}{M_1^5} \tau_{D_s^-} \times$$

$$\times \int \left( \sum_{s_1, s_2, s_3, s_4} \left| \sum_{\{L\}} \frac{1}{x_{12}} L_{\mu\nu} j^{\nu} J^{\mu} \right|^2 \right) d\Phi_4. \quad (22)$$

Для проведения численного интегрирования выражения (22) по фазовому объему будем использовать программный пакет EvtGen [23] и перепишем (22) в виде:

$$\begin{split} \operatorname{Br}\left(D_{s}^{-} \to \ell^{+}\ell^{-}\bar{\mathbf{v}}_{\ell'}\ell'^{-}\right) &\approx \\ &\approx \frac{4\pi^{2}G_{\mathrm{F}}^{2}\alpha_{\mathrm{em}}^{2}|V_{cs}|^{2}}{M_{1}^{5}}\mathbf{\tau}_{D_{s}^{-}}\left(M_{1}^{6}|X|^{2}\right)\frac{N_{0}}{N_{\mathrm{tot}}}\Phi_{4}(0) = \\ &= \frac{\alpha_{\mathrm{em}}^{2}\left|V_{cs}\right|^{2}}{3\cdot2^{11}\cdot\pi^{3}}\mathbf{\tau}_{D_{s}^{-}}G_{\mathrm{F}}^{2}M_{1}^{5}|X|^{2}\frac{N_{0}}{N_{c}}, \quad (23) \end{split}$$

где  $N_{\rm tot}$  — полное число событий, разыгранных Монте-Карло генератором EvtGen при помощи амплитуды (21);  $N_0$  — число принятых событий;  $|X|^2$  — максимальное значение безразмерной величины

$$\frac{\sum\limits_{s_1,\,s_2,\,s_3,\,s_4} \left| \sum\limits_{\{L\}} \frac{1}{x_{12}} \, L_{\mu\nu} \, j^{\nu} \, J^{\mu} \right|^2}{M_1^6},$$

а  $\Phi_4(0)=\frac{M_1^4}{3\cdot 2^{13}\cdot \pi^5}$  — четырехчастичный фазовый объем при нулевых значениях лептонных масс. Поясним, откуда в знаменателе последней формулы появляется множитель  $M_1^6$ . В используемом нами методе величина  $|X|^2$  должна быть безразмерной. Хорошо известно, что размерность лептонных токов  $j^{\rm v}(k_2,\,k_1)$  и  $J^{\rm u}(k_4,\,k_3)$  совпадает с размерностью массы. А из формул (18) и (19) сразу следует, что любая лептонная структура  $L_{\rm uv}$  также имеет размерность массы. Отсюда видно, что обезразмеривать числитель надо шестой степенью массы.

Используемый нами алгоритм вычисления парциальной ширины работает следующим образом. На

первом шаге следует определить значение константы  $|X|^2$ . Для этого проводится генерация событий в районе предполагаемого максимума матричного элемента. На втором шаге выполняется Монте-Карло интегрирование методами EvtGen при различных значениях  $N_{\rm tot}$ , последовательно увеличивая полное число событий. Когда численное значение парциальной ширины, вычисленное при каждой последующей итерации, стабильно отличается от предыдущей итерации менее чем на 1%, процедура интегрирования прекращается. Заметим, что основная ошибка численного значения парциальной ширины возникает из неточности непертурбативного вычисления адронных матричных элементов.

Начнем с вычисления парциальной ширины распада  $D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\mathbf{v}}_e \, e^-$ . В этом случае максимум квадрата модуля матричного элемента приходится на область  $\phi(1020)$ -резонанса. В качестве кинематических ограничений снизу выберем  $x_{12\,\mathrm{min}}=4\,\hat{m}_\mu^2\approx 0.01$  и  $x_{34\,\mathrm{min}}=\hat{m}_e^2\approx 0$ , где  $\hat{m}_\ell=m_\ell/M_1$ . Значение  $M_1^2\,x_{12\,\mathrm{min}}$  служит естественным параметром обрезания вклада фотонного полюса  $\sim 1/q^2$  в формуле (18). Численное интегрирование дает

$$\begin{split} \text{Br} \left( D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^- \right) \, \Big|_{x_{12 \, \text{min}} = 0.01} &\approx \\ &\approx 0.2 \, \frac{\tau_{D_s}}{5.04 \times 10^{-13} \, \, \text{c}} \, \frac{\left| V_{cs} \right|^2}{0.95} \times 10^{-5}. \end{split} \tag{24}$$

Результат (24) хорошо согласуется с наивной оценкой (1), что является дополнительным аргументом в пользу правильности проведенных вычислений. Неопределенность численного предсказания (24) напрямую зависит от неопределенности в величинах и параметризации адронных формфакторов и составляет примерно 30%.

Теперь рассмотрим парциальную ширину распада  $D_s^- \to e^+e^- \bar{\rm v}_{\mu} \mu^-$ . Как было отмечено в работе [1], если в качестве  $x_{12\, {
m min}}$  для этого случая выбрать значение  $4\,\hat{m}_e^2$ , то такой выбор не будет соответствовать экспериментальной процедуре отбора событий, поскольку эффективность регистрации электрон-позитронных пар мала, если  $\sqrt{q^2}$  меньше примерно  $100\,{
m M}_2$  В. Таким образом, область  $\sqrt{q^2}$  от  $2m_e$  до  $100\,{
m M}_2$  не детектируется на современных установках и, следовательно, должна быть исключена из теоретических предсказаний. В свете вышесказанного для вычисления парциальной ширины распада  $D_s^- \to e^+e^- \bar{\rm v}_{\mu}\,\mu^-$  выберем  $x_{12\, {
m min}} = \Lambda^2/M_1^2$ . При  $\Lambda = 100\,{
m M}_2$  В величина  $x_{12\, {
m min}} = 0.003$ . В этом случае численное интегрирование дает

$$\begin{split} \text{Br} \left( D_s^- \to e^+ e^- \bar{\nu}_{\mu} \, \mu^- \right) \, \Big|_{x_{12 \, \text{min}} = 0.003} \approx \\ \approx 0.5 \, \frac{\tau_{D_s}}{5.04 \times 10^{-13} \, \text{c}} \, \frac{\left| V_{cs} \right|^2}{0.95} \times 10^{-5}, \quad \text{(25)} \end{split}$$

что прекрасно согласуется с наивной оценкой (2). Если выбрать  $\Lambda = 200~{
m M}{
m 9}{
m B}$  (чему соответствует

 $x_{12\,\mathrm{min}}=0.01$ ), то в рамках 30%-ной точности настоящих вычислений, при которой можно пренебречь различием в фазовых объемах конечных состояний  $\mu^+\mu^-\bar{\nu}_e\,e^-$  и  $e^+e^-\bar{\nu}_\mu\,\mu^-$ , имеет место следующее приближенное равенство:

$$\begin{split} \operatorname{Br}\left(D_s^- \to e^+ e^- \bar{\mathbf{v}}_{\boldsymbol{\mu}} \, \boldsymbol{\mu}^-\right) \; \Big|_{x_{12\, \text{min}} = 0.01} \; \approx \\ & \approx \operatorname{Br}\left(D_s^- \to \boldsymbol{\mu}^+ \boldsymbol{\mu}^- \bar{\mathbf{v}}_e \, e^-\right) \; \Big|_{x_{12\, \text{min}} = 0.01}. \end{split}$$

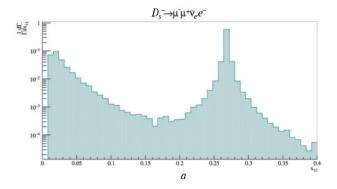
С ростом значения  $x_{12\,\mathrm{min}}$  парциальные ширины распадов  $D_s^- \to \ell^+\ell^- \bar{\mathrm{v}}_{\ell'}$   $\ell'^-$  будут убывать и практически обратятся в нуль при  $x_{12\,\mathrm{min}} > M_{\phi(1020)}^2/M_1^2 \approx 0.3$ . При выборе  $x_{12\,\mathrm{min}} > 0.3$  представленная в настоящей работе теория, по всей видимости, неприменима, поскольку в данной области следует учитывать нерезонансный вклад от распада  $D_s^- \to \left(\gamma^* \to \ell^+\ell^-\right) \bar{\mathrm{v}}_{\ell'}$   $\ell'^-$  и резонансный вклад от  $\phi(1680)$ -мезона. Отметим, что учет данных вкладов практически не скажется на численных результатах (24) и (25). Похожая ситуация обсуждалась в работах [1, 4] применительно к распадам  $B^- \to \ell^+\ell^- \bar{\mathrm{v}}_{\ell'}$   $\ell'^-$ .

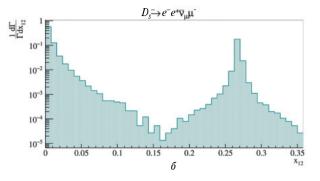
5.3. Дифференциальные распределения в распадах 
$$D_s^- o \mu^+\mu^-ar{\mathbf{v}}_e\,e^-$$
 и  $D_s^- o e^+e^-ar{\mathbf{v}}_\mu\,\mu^-$ 

Рассмотрим распределения по переменной  $x_{12}$ , которые представлены на рис. 7. В связи с тем, что данные распределения имеют фотонный полюс и полюс в области  $\phi(1020)$ -резонанса, эти распределения удобно строить в логарифмическом масштабе. Распределения по переменной  $x_{12}$  представлены вплоть до значения 0.4, что соответствует области применения рассматриваемой в настоящей работе теории. Для распада  $D_s^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^-$  значение квадрата инвариантной массы  $\mu^+\mu^-$ -пары ограничено снизу величиной  $4m_{\mu}^2$ , что соответствует  $x_{12\,{\rm min}}=0.01.$  В распаде  $D_s^- \to e^+e^-\bar{\nu}_{\mu}\,\mu^-$  квадрат инвариантной массы  $e^+e^-$ -пары ограничен снизу параметром  $\Lambda^2$ , где  $\Lambda=$  $= 100 \text{ M} \rightarrow \text{B} \sim m_{\text{H}}$ . Поэтому на рис. 7*a* резонансный вклад доминирует над вкладом фотонного полюса, в то время как на рис. 7b вклад фотонного полюса доминирует над резонансным вкладом.

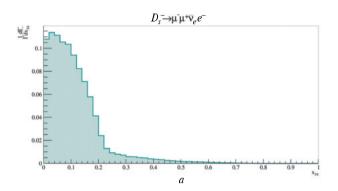
Перейдем к распределениям по переменной  $x_{34}$ , которые изображены на рис. 8. Исходя из свойств рассматриваемой модели, в которой данные распределения в основном определяются интегрированием по резонансному вкладу, распределения по  $x_{34}$  имеют следующий качественный вид:

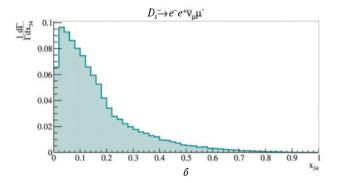
$$\frac{d\Gamma}{dx_{34}} \sim g(x_{34}) \int_{x_{12\min}}^{(1-\sqrt{x_{34}})^2} dx_{12} \frac{f(x_{12})}{\left(x_{12} - \hat{M}_2^2\right)^2 + \hat{\Gamma}_2^2 \hat{M}_2^2} \approx 
\approx g(x_{34}) \left(C_1 + C_2 \arctan\left(\frac{(1-\sqrt{x_{34}})^2 - \hat{M}_2^2}{\hat{\Gamma}_2 \hat{M}_2}\right)\right).$$
(26)





**Рис. 7.** Нормированные дифференциальные распределения  $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dx_{12}}$  для распадов  $D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^-$  при  $x_{12\, \mathrm{min}} = 0.01$  (a) и  $D_s^- \to e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \, \mu^-$  при  $x_{12\, \mathrm{min}} = 0.003$  (б).





**Рис. 8.** Нормированные дифференциальные распределения  $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dx_{34}}$  для распадов  $D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^-$  (*a*) и  $D_s^- \to e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \, \mu^-$  (*б*).

При вычислении интеграла в (26) мы положили  $f(x_{12}) \approx f(\hat{M}_2^2)$ , поскольку основной интеграл набирается в области узкого пика  $\phi(1020)$ -резонанса. Из формулы (26) видно, что "скачок" распределений  $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dx_{34}}$  должен происходить при

$$x_{34} = (1 - \hat{M}_2)^2 \approx 0.23.$$

Рис. 8 подтверждает данный качественный анализ.

Помимо распределений по переменным  $x_{12}$  и  $x_{34}$  с экспериментальной точки зрения имеет смысл ввести безразмерный квадрат инвариантной массы всех заряженных лептонов в четырехлептонных распадах  $D_s^-$ -мезонов. Данная переменная задается формулой

$$x_{124} = (k_1 + k_2 + k_4)^2 / M_1^2$$
.

На рис. 9 показаны нормированные распределения по  $x_{124}$ . Из рисунка видно, что форма представленных распределений чувствительна к кинематике распада и выбору значения  $x_{12\,\mathrm{min}}$ . На рис. 10 и 11 даны распределения по угловым переменным  $\cos\theta_{12}$  и  $\cos\theta_{34}$ , которые задаются формулами (A.2). Эти распределения также проявляют чувствительность к выбору конечного лептонного состояния.

#### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе

• в рамках Стандартной модели получено предсказание для парциальной ширины распада  $D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^-$  на уровне

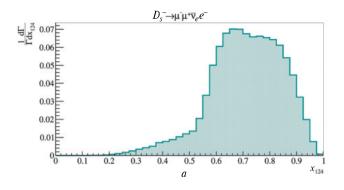
$$\begin{split} \operatorname{Br}\left(D_{s}^{-} \to \mu^{+}\mu^{-}\bar{\mathbf{v}}_{e}\,e^{-}\right) \, \Big|_{\sqrt{q^{2}}=2\,m_{\mu}} &\approx \\ &\approx 0.2\,\frac{\mathbf{\tau}_{D_{s}}}{5.04\times10^{-13}\;\mathrm{c}}\,\frac{\left|V_{cs}\right|^{2}}{0.95}\times10^{-5}. \end{split}$$

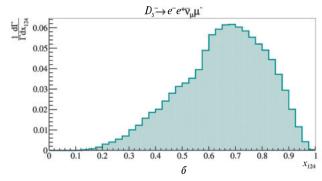
Неопределенность данного предсказания составляет порядка 30%;

• в рамках Стандартной модели найдена парциальная ширина распада  $D_s^- o e^+ e^- \bar{\mathbf{v}}_\mu \, \mu^-$ 

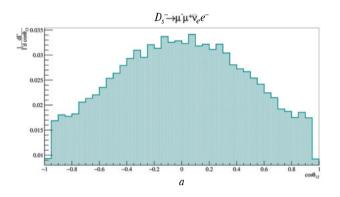
$$\begin{split} & \text{Br} \left( D_s^- \to e^+ e^- \bar{\mathbf{v}}_{\mu} \, \mu^- \right) \, \left|_{\sqrt{q^2} = 100 \; \text{MaB}} \approx \right. \\ & \approx 0.5 \, \frac{\mathbf{\tau}_{D_s}}{5.04 \times 10^{-13} \; \text{c}} \, \frac{\left| V_{cs} \right|^2}{0.95} \times 10^{-5}. \end{split}$$

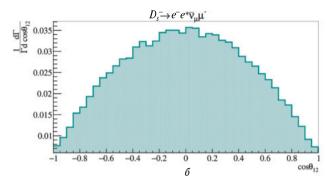
Неопределенность данного предсказания также оказывается порядка 30%;



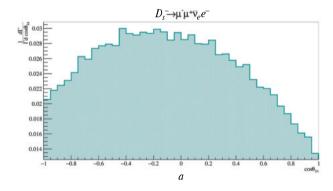


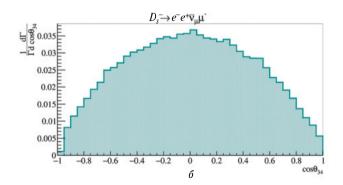
**Рис. 9.** Нормированные дифференциальные распределения  $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dx_{124}}$  по безразмерному квадрату инвариантной массы всех заряженных лептонов в распадах  $D_s^- \to \mu^+\mu^-\bar{\mathbf{v}}_e\,e^-$  (a) и  $D_s^- \to e^+e^-\bar{\mathbf{v}}_\mu\,\mu^-$  (б).





**Рис. 10.** Нормированные дифференциальные распределения  $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\cos\theta_{12}}$  для распадов  $D_s^- \to \mu^+\mu^-\bar{\nu}_e\,e^-$  (a) и  $D_s^- \to e^+e^-\bar{\nu}_\mu\,\mu^-$  (б).



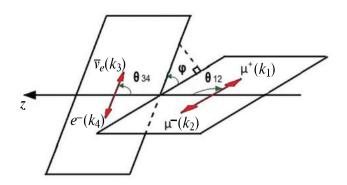


**Рис. 11.** Нормированные дифференциальные распределения  $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\cos\theta_{34}}$  для распадов  $D_s^- \to \mu^+\mu^-\bar{\nu}_e\,e^-$  (a) и  $D_s^- \to e^+e^-\bar{\nu}_u\,\mu^-$  (б).

- показано, что распады  $D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^-$  и  $D_s^- \to e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \, \mu^-$  можно попытаться зарегистрировать на установке BESIII;
- построены и проанализированы однократные дифференциальные распределения для различных кинематических переменных в распадах  $D_s^- \to \ell^+ \ell^- \bar{\mathbf{v}}_{\ell'} \, \ell'^-$ .

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят И.М. Беляева, Э.Э. Бооса, А.А. Бузину, Л.В. Дудко и В.Ю. Егорычева за плодотворные дискуссии, способствовавшие улучшению работы. Кроме того авторы выражают благодарность за финансовую поддержку Российскому научному фонду, грант N 22-22-00297 "Редкие четырехлептон-



**Рис.** 12. Кинематика распада  $D_s^-(p) \to \mu^+(k_1)\,\mu^-(k_2)\,\bar{\mathbf{v}}_e(k_3)\,e^-(k_4)$ . Угол  $\theta_{12}$  определяется в системе покоя  $\mu^+(k_1)\,\mu^-(k_2)$ -пары;  $\theta_{34}$  определяется в системе покоя  $\bar{\mathbf{v}}_e(k_3)\,e^-(k_4)$ -пары; угол  $\phi$  задается в системе покоя  $D_s^-$ -мезона.

ные распады тяжелых мезонов в Стандартной модели и ее расширениях".

## Приложение A: Кинематика четырехлептонных распадов $D_s$ -мезонов

Обозначим через  $k_i$  4-импульсы конечных лептонов в четырехлептонном распаде  $D_s^-(p,M_1) \to \ell^+(k_1)\,\ell^-(k_2)\,\bar{\mathbf{v}}_{\ell'}(k_3)\,\ell'^-(k_4)$ , где  $i=\{1,2,3,4\}$ . Введем следующие 4-импульсы:

$$q = k_1 + k_2$$
;  $k = k_3 + k_4$ ;  $p = q + k = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$ 

и  $p^2=M_1^2$ . При дальнейших вычислениях удобно пользоваться безразмерными переменными  $x_{ij}=(k_i+k_j)^2/M_1^2$ , для которых справедливо равенство  $x_{ij}=x_{ji}$ . В данной статье используются  $x_{12}=q^2/M_1^2$  и  $x_{34}=k^2/M_1^2$ . Практически во всех вычислениях настоящей работы, кроме вычисления вклада тормозного излучения, лептоны можно считать безмассовыми, т.е. полагать  $k_i^2=0$ . Поэтому, вообще говоря, следует учитывать зависимость четырехчастичного фазового объема от масс конечных лептонов. Интервалы изменения переменной  $x_{12}$  и переменной  $x_{34}$  (при фиксированном значении переменной  $x_{12}$ ) следующие:

$$4 \,\hat{m}_{\ell}^2 \leqslant x_{12} \leqslant (1 - \hat{m}_{\ell'})^2; \tag{A.1}$$

$$\hat{m}_{\ell'}^2 \leqslant x_{34} \leqslant (1 - \sqrt{x_{12}})^2.$$

где  $\hat{m}_\ell = m_\ell/M_1$  и  $\hat{m}_{\ell'} = m_{\ell'}/M_1$ . Если лептон  $\ell$  или  $\ell'$  совпадает с электроном, то с экспериментальной точки зрения не имеет смысла задавать нижнюю границу переменной  $x_{12}$  или  $x_{34}$  в терминах массы покоя электрона. Действительно, в любом современном эксперименте происходит отбор по поперечным импульсам частиц, для которого справедливы условия  $p_{T\,\mathrm{min}}\sim \Lambda\gg m_e$ .

Введем угол  $\theta_{12}$  между направлением импульса положительно заряженного лептона  $\ell^+(k_1)$  и направлением движения  $D_s$ -мезона (ось z) в системе покоя  $\ell^+\ell^-$ -пары и угол  $\theta_{34}$  между направлением движения антинейтрино  $\bar{\nu}_{\ell'}(k_3)$  и направлением движения  $D_s$ -мезона (ось z) в системе покоя  $\ell'^-\bar{\nu}_{\ell'}$ -пары. На рис. 12 показаны соответствующие углы для ситуации, когда  $\ell \equiv \mu$  и  $\ell' \equiv e$ . В случае безмассовых лептонов для углов  $\theta_{ij}$  можем написать следующие формулы:

$$y_{12} \equiv \cos \theta_{12} = \frac{1}{\lambda^{1/2}(1, x_{12}, x_{34})} (x_{23} + x_{24} - x_{13} - x_{14}),$$
(A.2)

$$y_{34} \equiv \cos \theta_{34} = \frac{1}{\lambda^{1/2}(1, x_{12}, x_{34})} (x_{14} + x_{24} - x_{13} - x_{23}),$$

где  $\lambda(a,\ b,\ c)=a^2+b^2+c^2-2ab-2ac-2bc$  — треугольная функция. Углы  $\theta_{12}\in[0,\ \pi]$  и  $\theta_{34}\in[0,\ \pi]$ . Поэтому  $y_{12}\in[-1,\ 1]$  и  $y_{34}\in[-1,\ 1]$ . Отсчет углов производится от оси z. Кроме того, в системе покоя  $D_s$ -мезона определим угол  $\phi\in[0,\ 2\pi)$  между плоскостями, которые образованы парами векторов  $(\mathbf{k}_1,\ \mathbf{k}_2)$  и  $(\mathbf{k}_3,\ \mathbf{k}_4)$ . Для этого введем вектор  $\mathbf{a}_1=\mathbf{k}_1\times\mathbf{k}_2$ , перпендикулярный плоскости  $(\mathbf{k}_1,\ \mathbf{k}_2)$ , и вектор  $\mathbf{a}_3=\mathbf{k}_4\times\mathbf{k}_3$ , перпендикулярный плоскости  $(\mathbf{k}_3,\ \mathbf{k}_4)$ . Тогда

$$\cos \phi = \frac{\left(\mathbf{a}_1, \, \mathbf{a}_3\right)}{|\mathbf{a}_1| \, |\mathbf{a}_3|}.$$

Используя технику из книги [24], данный угол можно выразить через переменные  $x_{ij}$ ,  $y_{12}$  и  $y_{34}$  [4, 25]. Отметим, что в настоящей работе определение переменных  $y_{ij}$  отличается знаком от определения аналогичных переменных в статье [25].

Четырехчастичный фазовый объем имеет вид

$$d\Phi_4 = M_1^4 \frac{dx_{12}}{2\pi} \frac{dx_{34}}{2\pi} d\Phi_2^{(qk)} d\Phi_2^{(12)} d\Phi_2^{(34)},$$

где с учетом ненулевой массы лептонов  $\ell^\pm$  и  $\ell'^-$  можно написать

$$\begin{split} d\Phi_2^{(qk)} &= 2\pi\delta \left(q^2 - x_{12}M_1^2\right) \frac{d^4q}{(2\pi)^4} 2\pi\delta \left(k^2 - x_{34}M_1^2\right) \times \\ &\quad \times \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta^4 \left(p - q - k\right), \\ d\Phi_2^{(12)} &= 2\pi\delta \left(k_1^2 - m_\ell^2\right) \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4} 2\pi\delta \left(k_2^2 - m_\ell^2\right) \times \\ &\quad \times \frac{d^4k_2}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta^4 \left(q - k_1 - k_2\right), \\ d\Phi_2^{(34)} &= 2\pi\delta \left(k_3^2\right) \frac{d^4k_3}{(2\pi)^4} 2\pi\delta \left(k_4^2 - m_{\ell'}^2\right) \times \\ &\quad \times \frac{d^4k_4}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta^4 \left(k - k_3 - k_4\right). \end{split}$$

При вычислении четырехчастичного фазового объема в качестве независимых переменных интегрирования

удобно выбрать  $x_{12}, x_{34}, y_{12}, y_{34}$  и  $\varphi$ . Тогда

$$\Phi_2^{(qk)} = \frac{1}{2^3 \pi} \lambda^{1/2} \left( 1, \, x_{12}, \, x_{34} \right)$$

И

$$d\Phi_2^{(12)} = \frac{1}{2^4 \pi} \sqrt{1 - \frac{4\hat{m}_\ell^2}{x_{12}}} dy_{12};$$
  
$$d\Phi_2^{(34)} = \frac{1}{2^5 \pi^2} \left(1 - \frac{\hat{m}_{\ell'}^2}{x_{34}}\right) dy_{34} d\varphi.$$

Это дает

$$d\Phi_4 = \frac{M_1^4}{2^{14} \pi^6} \lambda^{1/2} (1, x_{12}, x_{34}) \sqrt{1 - \frac{4\hat{m}_\ell^2}{x_{12}}} \times \left(1 - \frac{\hat{m}_{\ell'}^2}{x_{34}}\right) dx_{12} dx_{34} dy_{12} dy_{34} d\varphi. \quad (A.3)$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. А. В. Данилина, Н. В. Никитин, ЯФ **81**, 347 (2018) [Phys. At. Nucl. **81**, 331 (2018)].
- 2. R. Aaij *et al.* [LHCb Collab.], Eur. Phys. J. C **79**, 675 (2019).
- 3. A. Danilina and N. Nikitin, EPJ Web Conf. **191**, 02011 (2018).
- 4. A. V. Danilina, N. V. Nikitin, and K. S. Toms, Phys. Rev. D **101**, 096007 (2020).
- 5. M. Beneke, P. Boer, P. Rigatos, and K. K. Vos, Eur. Phys. J. C **81**, 638 (2021).
- 6. A. Bharucha, B. Kindra, and N. Mahajan, arXiv: 2102.03193 [hep-ph].
- 7. M. Ivanov and D. Melikhov, Phys. Rev. D **105**, 014028 (2022); Phys. Rev. D **106**, 119901 (Erratum) (2022).

- 8. C. Wang, Yu-M. Wang, and Y.-B. Wei, JHEP **2202**, 141 (2022).
- 9. S. Kurten, M. Zanke, B. Kubis, and D. van Dyk, Phys. Rev. D **107**, 053006 (2023).
- R. L. Workman, Prog. Theor. Exp. Phys. 2022, 083C01 (2022).
- 11. M. Ablikim *et al.* [BESIII Collab.], Phys. Rev. D **99**, 072002 (2019).
- 12. G. Burdman, J. T. Goldman, and D. Wyler, Phys. Rev. D **51**, 111 (1995).
- 13. D. Atwood, G. Eilam, and A. Soni, Mod. Phys. Lett. A **11**, 1061 (1996).
- 14. J.-C. Yang and M.-Z. Yang, Nucl. Phys. B **889**, 778 (2014).
- 15. J.-C. Yang and M.-Z. Yang, Nucl. Phys. B **914**, 301 (2017).
- 16. L. S. Lu, Chin. Phys. C 45, 073101 (2021).
- 17. R. Frezzotti et al., Phys. Rev. D 108, 074505 (2023).
- 18. M. Ablikim *et al.* (BESIII Collab.), Nucl. Instrum. Methods A **614**, 345 (2010).
- 19. D. Melikhov, N. Nikitin, and K. Toms, Phys. At. Nucl. **68**, 1842 (2005).
- A. Kozachuk, D. Melikhov, and N. Nikitin, Phys. Rev. D 97, 053007 (2018).
- 21. D. Melikhov and B. Stech, Phys. Rev. D **62**, 014006 (2000).
- 22. Y. Aoki *et al.* [FLAG Collab.], Eur. Phys. J. C **82**, 869 (2022).
- 23. The development page for the EvtGen project, https://evtgen.hepforge.org/
- 24. E. Byckling and K. Kajantie, *Particle Kinematics* (John Wiley and Sons, London, New York, Sydney, Toronto, 1973).
- 25. A. R. Barker, H. Huang, P. A. Toale, and J. Engle, Phys. Rev. D **67**, 033008 (2003).

# THE RARE $D_s$ -MESONS' DECAYS INTO THREE CHARGED LEPTONS AND NEUTRINOS IN THE FRAMEWORK OF STANDARD MODEL

A. V. Danilina<sup>1),2)</sup>, N. V. Nikitin<sup>1),2),3),4)</sup>

<sup>1)</sup> Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Moscow, Russia
<sup>2)</sup> NRC "Kurchatov Institute" — ITEP, Moscow, Russia
<sup>3)</sup> Lomonosov Moscow State University, Physics Faculty, Moscow, Russia
<sup>4)</sup> The Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region, Russia

In the framework of the Standard Model, the values of branching ratios and differential distributions for four-lepton decays  $D_s^- \to \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \, e^-$  and  $D_s^- \to e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \, \mu^-$  are found. In our calculations we took into account the processes of a virtual photon emission by s- and c-quarks of the  $D_s^-$ -meson and bremsstrahlung. The emission of a virtual photon by s-quark have been described using the vector mesons dominance model.

#### = ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ =

# УРАВНЕНИЕ КЛЕЙНА—ГОРДОНА, УРАВНЕНИЯ КВАНТОВОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ГИДРОДИНАМИКИ И КВАНТОВЫЕ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ ПРИ ОПИСАНИИ СТОЛКНОВЕНИЙ АТОМНЫХ ЯДЕР

© 2024 г. А. Т. Дьяченко<sup>1),2),</sup>\*

Поступила в редакцию 04.03.2024 г.; после доработки 06.04.2024 г.; принята к публикации 27.04.2024 г.

В настоящей работе получены уравнения квантовой релятивистской гидродинамики из эффективного уравнения Клейна—Фока—Гордона с учетом диссипации. Учет диссипации в уравнении Клейна—Гордона приводит к необходимости введения дополнительного теплового члена и уравнения для него. В результате получена замкнутая система уравнений с учетом неравновесных процессов, позволяющая описывать динамику процесса столкновений атомных ядер и вычислять выходы вторичных частиц. Решение полученных уравнений позволяет выделить квантовые ударные волны и временную эволюцию образующегося hot spot. Вычисленные спектры испускаемых протонов в столкновениях тяжелых ионов сопоставлены с имеющимися экспериментальными данными.

DOI: 10.31857/S0044002724050094, EDN: JEUYFJ

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Уравнения квантовой релятивистской гидродинамики можно получить из уравнения Клейна-Фока-Гордона [1-3] по аналогии с представлением Маделунга [4] для временного уравнения Шредингера. В работах [5, 6] были получены уравнения квантовой гидродинамики путем использования записи уравнения Клейна-Гордона с помощью уравнения Шредингера. В [5] это получено путем расщепления уравнения Клейна-Гордона для пар частиц-античастиц, а в [6] за счет формальной записи уравнения Клейна-Гордона как уравнения Шредингера. Получение уравнений гидродинамики было проведено нами в работе [7] в релятивистки инвариантной форме прямо из уравнения Клейна-Гордона. В квазиклассическом приближении получаются традиционные уравнение непрерывности и уравнение Эйлера.

Не останавливаясь подробно на работах [5,6], о которых нам стало известно уже после выхода работы [7], укажем только, что в работе [5], на наш взгляд, в нерелятивистском пределе не получается уравнение Маделунга (уравнение (33) в работе [5]) из-за введения скалярного потенциала S в уравнение Клейна—Гордона. Он должен вводиться иначе. А в работе [6] получены уравнения нерелятивистской гидродинамики, где релятивистские и квантовые члены выделены отдельно. Это может быть удобно для выработки алгоритма решения уравнений, но трудно ожидать

четы находятся в согласии с имеющимися экспери-

простых уравнений, в частности, для релятивистских

сипация. Введение дополнительного теплового чле-

на к потенциалу в уравнении Клейна-Гордона, необ-

ходимого для вычисления температуры, требует до-

бавления дополнительных уравнений для определе-

ния теплового члена. В равновесном случае это за-

кон сохранения энтропии, как в уравнениях гидроди-

намики [12, 13]. В неравновесном случае можно вос-

пользоваться нашим подходом учета отклонения от

состояния локального термодинамического равнове-

сия путем введения анизотропного уравнения состо-

яния с деформированной ферми-поверхностью [14] и

последующим рассмотрением решения кинетическо-

го уравнения для функции распределения совместно

с уравнениями гидродинамики [15-21]. Отметим, что

диссипация для временного уравнения Шредингера

вводилась ранее эмпирически в равновесном случае в

Однако в уравнениях работ [5-7] отсутствует дис-

ударных волн (адиабата Тауба) [8–12].

работе [22].

В настоящей работе получена замкнутая система квантовых уравнений с учетом диссипации и неравновесных процессов. В работе проанализировано решение полученного таким образом эффектив-

ного уравнения Клейна—Гордона с учетом диссипации в одномерном и двумерном случаях путем выделения квантовых ударных волн и временной эволюции hot spot. В таком приближении вычислены двойные дифференциальные сечения испускания протонов в столкновениях ядер одинакового размера при энергиях 400 и 800 МэВ на нуклон. Проведенные рас-

 $<sup>^{1)}</sup>$  НИЦ "Курчатовский институт" — ПИЯ $\Phi$ , Гатчина, Россия.

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup> Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия.

<sup>\*</sup> E-mail: dyachenko a@mail.ru

ментальными данными [23] и расчетами по двухжид-костной гидродинамической модели [24].

Заметим, что концепция образования ударных волн в столкновениях тяжелых ионов имеет долгую историю. Еще в первых работах по множественному рождению вторичных частиц в столкновениях протонов и ядер Л.Д. Ландау [9–11] обратил внимание на образование ударной волны как на единственную возможность реализации первой стадии процесса центрального столкновения частиц при высоких энергиях. В работах [10, 11] прямо указано, что было бы неправильно рассматривать столкновение нуклонов с ядрами и ядер с ядрами как ряд соударений ядерных протонов и нейтронов. Нуклон будет взаимодействовать не со всем ядром, а лишь с частью ядра, т.е. им будет вырезаться из ядра "трубка". А затем идет стадия изоэнтропического гидродинамического расширения ядерной среды, которую тогда удалось рассмотреть аналитически в одномерном [9-11] и трехмерном случаях [25, 26]. В работе [27] этот подход в одномерном случае был рассмотрен для столкновения ядер промежуточных энергий введением классического ядерного уравнения состояния. В работе [28] были обнаружены ударные волны в численных одномерных расчетах по времени-зависящему методу Хартри-Фока (TDHF) с взаимодействием Скирма. В нашей работе [29] в гидродинамическом подходе получено близкое согласие с расчетами по методу TDHF, а в работах [30, 31] получено приближенное аналитическое решение гидродинамической эволюции образующегося hot spot при переходе от одномерной стадии ударноволнового сжатия к сферически-симметричной стадии расширения. В 1970-х гг. была предложена модель ударной волны с изменяющимся фронтом для описания симметричных столкновений тяжелых ионов промежуточных энергий [32]. Она теоретически была доработана и для ассиметричных столкновений ядер с предсказанием образования "конуса Маха" и получила экспериментальное подтверждение еще в те [33, 34] и в последующие [35, 36] годы.

В последующие годы с развитием вычислительной и ускорительной техники интерес к ударным волнам вновь возродился. Образование ударных волн для асимметричных систем было обнаружено в теоретических работах [37, 38] в столкновениях тяжелых ионов промежуточных и высоких энергий и экспериментально было подтверждено на коллайдере RHIC (США) (см., например, [39–42]). В работах [37, 38] отмечается, что ударные волны являются решением уравнений для среды, рассматриваемой как жидкость. В [37] замечено, что этот эффект ослабевает в случае использования кода UrQMD, в котором преобладают каскадные бинарные соударения нуклонов. В работе [43] были исследованы ударные волны для ультрарелятивистской гидродинамики партонов в случае асимметричных систем, а в работе [44] для анизотропной гидродинамики в случае симметричных систем.

К настоящему времени техника расчетов достигла весьма высокого уровня и имеется очень большое число релятивистских гидродинамических моделей (см., например, [24, 45, 46]), посвященных одножидкостной [45], двухжидкостной [24] и трехжидкостной [46] гидродинамике, а также разработаны гибридные модели, монте-карловские коды [47, 48], включающие гидродинамику как промежуточную стадию. Выделение ударной волны в расчете представляет интерес, например, для более непосредственного анализа уравнения состояния, реализующегося в процессе столкновений тяжелых ионов.

В настоящей работе мы рассматриваем ударные волны только в ограниченном смысле для приближенного описания временной эволюции образующегося "файербола" - hot spot. У нас нет "конуса Маха" и эффекта "бокового выдавливания". В наших работах [14-20] для описания столкновений тяжелых ионов при образовании hot spot предложено выделять стадию сжатия, стадию расширения и стадию разлета с использованием неравновесного уравнения состояния. При этом стадия сжатия областей перекрытия рассматривается с помощью ударной волны с изменяющимся фронтом [14]. Неравновесный характер процесса столкновения учитывается в релаксационном приближении для нахождения решения кинетического уравнения [18]. В таком подходе [15–17], например, удалось в широком диапазоне энергий превзойти результаты расчетов по стандартным монтекарловским транспортным кодам [49-52], встроенным в пакет GEANT4, при описании эмиссии высокоэнергичных частиц, включая кумулятивную область спектра вторичных частиц [53, 54].

Далее в разд. 2 устанавливается связь эффективного уравнения Клейна—Гордона с учетом диссипации с уравнениями квантовой релятивистской гидродинамики, затем в разд. 3 анализируются решения полученных уравнений в одномерном и двумерном случаях с образованием ударных волн, в разд. 4 проведено сравнение с экспериментальными данными и в Заключении (разд. 5) приведены основные выводы работы.

#### 2. СВЯЗЬ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ С ЭФФЕКТИВНЫМ УРАВНЕНИЕМ КЛЕЙНА—ФОКА—ГОРДОНА

Уравнения квантовой релятивистской гидродинамики могут быть связаны с уравнением Клейна—Фока—Гордона. Для представления энергии E через импульс p и потенциальную энергию U частицы массы m имеем

$$(E - (U/mc^2)E)^2 = (p - (U/mc^2)p)^2c^2 + m^2c^4,$$
 (1)

поскольку согласно известной формуле  ${f p}=\frac{E{m v}}{c^2}$ , где  ${m v}$  — скорость частицы,  ${f p}$  — ее импульс, E — энергия. Здесь в (1) для формулы  $E_0^2=p_0^2c^2+m^2c^4$  из энер-

гии  $E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$  свободной частицы мы вычитаем потенциальную энергию U:

$$E_0 = \frac{mc^2 - U}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = E - U/(mc^2)E$$

с учетом движения со скоростью v и аналогично отсчитываем импульс  ${\bf p}$  от импульса поля U. Выражение (1) для небольших U по сравнению с  $mc^2$  переходит в выражение  $E^2=p^2c^2+2mUc^2+m^2c^4$ , использованное нами в предыдущей работе [7].

Соответствующее (1) уравнение Клейна—Гордона при переходе к операторам имеет вид

$$-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^0 \partial x_0} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^l \partial x_l} = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \frac{1}{(1 - U/mc^2)^2} \Psi, \quad (2)$$

где  $\Psi = \Phi \exp\left(\frac{i\mathcal{Q}}{\hbar}\right)$  — волновая функция с амплитудой  $\Phi$  и фазой  $\hat{Q}$ , одинаковой для всех частиц как в приближении Томаса-Ферми,  $\hbar$  — постоянная Планка, c — скорость света. Здесь фаза  $Q = (Et - \mathbf{pr})$ ,  $x_0$  и  $x_l$  — временная и пространственная координаты с предполагаемым суммированием по повторяющимся значкам. Уравнение (2) — это эффективное одночастичное уравнение Клейна-Гордона для приближения Томаса—Ферми с эффективным потенциалом U. Эффективный потенциал <math>U, который для простоты можно выбрать в виде  $U = 2K(\rho - \rho_0)$ , K — модуль сжатия, включает в себя среднее поле и томасфермиевскую кинетическую энергию. Потенциал Uвыбран, как в работе [13] для жидкой капли и как было использовано в нашей работе [7]. Можно использовать для среднего поля традиционные потенциалы типа взаимодействия Скирма [15-21, 24]. Это не очень принципиально и будет использовано ниже.

Для описания процессов взаимодействия частиц в уравнение (2) будет необходимо ввести дополнительно диссипативный тепловой член J, который проявится в уравнениях диссипативной гидродинамики. Это означает переход от рассмотрения "чистых состояний" к рассмотрению "смешанных состояний". Соответствующее уравнение Клейна—Гордона имеет в этом случае вид

$$-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^0 \partial x_0} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^l \partial x_l} = \left(\frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \frac{1}{(1 - U/mc^2)^2} + \frac{2m}{\hbar^2} J\right) \Psi.$$
(3)

Для теплового члена J должно быть получено дополнительное уравнение. Далее, следуя работе [7], используем

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^k \partial x_k} = \Psi \left[ \frac{\partial^2 \ln \Psi}{\partial x^k \partial x_k} + \frac{\partial \ln \Psi}{\partial x^k} \frac{\partial \ln \Psi}{\partial x_k} \right]. \tag{4}$$

где k=0,1,2,3, и после подстановки (4) в (3) и последующего дифференцирования (3) с оператором

 $\nabla_k = rac{\partial}{\partial x_k}$  имеем аналогично [7]

$$-\frac{i\hbar}{2m} \left( \frac{\partial^2 w_k}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 w_k}{\partial x^l \partial x_l} \right) + c \left( w^0 \frac{\partial w_k}{\partial x^0} + w^l \frac{\partial w_k}{\partial x^l} \right) =$$

$$= \frac{\partial (U_f + J)}{mc\partial x^k}. \quad (5)$$

Здесь  $U_f=mc^2/(1-U/mc^2)^2/2-mc^2/2$ , где  $U_f\to U$  при  $U\ll mc^2$ , и обозначено дифференцирование  $\Psi$  в терминах локальной плотности  $\rho=\Phi^2$  и фазы  $\mathcal Q$ :

$$w_k c = -\frac{i\hbar}{m} \nabla_k \ln \Psi = -\frac{i\hbar}{m} \left( \frac{\partial \ln \rho^{1/2}}{\partial x_k} + \frac{i}{\hbar} \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial x_k} \right). \quad (6)$$

Заметим, что потенциал  $U_f$ , входящий в правую часть уравнения (5), в наше уравнение Клейна-Гордона (3) и в выражение для связи энергииимпульса частицы массы m (1), свободен от противоречия со скалярным потенциалом S, введенным в работе [5]. Там для малых масс при  $m \to 0$  левая часть уравнения стремится к нулю, а правая часть нулю не равна. В нашем уравнении (1) для энергииимпульса такого противоречия не возникает. Потенциал  $U_f$ , энергия и импульс стремятся к нулю при  $m \to 0$ . В работе [6] потенциал в уравнении Клейна— Гордона не конкретизируется в начале работы, а потом указывается на необходимость условия  $\frac{dU_f}{do} > 0$ для гиперболичности уравнений и предлагается политропное уравнение состояния с  $U_f = k \rho^n$ . Для нашего потенциала  $U_f$  с U, выбранным в форме капельного потенциала [13], это условие выполняется при модуле сжатия K > 0 всегда.

Обозначим далее

$$u_k c = \nabla_k \mathcal{Q}/m. \tag{7}$$

Здесь  $u_k$  — четырехмерная скорость, которая для l=1,2,3 равна  $u^l=v_l/c/\sqrt{1-(v/c)^2},\ u_l=-u^l,$  а  $u_0=1/\sqrt{1-(v/c)^2},$  где v — обычная трехмерная скорость. Разделяя действительную и мнимую части уравнения (5), получаем для действительной части

$$\begin{split} &\frac{\hbar^2}{2m} \rho \nabla_k \left( \frac{\partial^2 \rho^{1/2}}{\rho^{1/2} \partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 \rho^{1/2}}{\rho^{1/2} \partial x^l \partial x_l} \right) - \\ &- c^2 \left( \frac{\partial (m \rho u_0 u_k)}{\partial x_0} + \frac{\partial (m \rho u_l u_k)}{\partial x_l} \right) = - \rho \frac{\partial (U_f + J)}{\partial x_k}. \end{split} \tag{8}$$

Здесь мы использовали уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho u_0}{\partial x_0} + \frac{\partial \rho u_l}{\partial x_I} = 0 \tag{9}$$

следующее из мнимой части для уравнения Клейна— Гордона (3) с учетом (4) и (7).

Члены, содержащие производные от  $\ln \rho^{1/2}$  в (5), (6), собираются в (8) в потенциал Маделунга после взаимных сокращений произведений

производных от  $\rho^{1/2}$ . Таким образом, мы получили для пространственных компонент k=1,2,3 ( $u_k=-v_k/c/\sqrt{1-(v/c)^2}$ ) релятивистский аналог уравнения Эйлера, которое содержит квантовый потенциал Маделунга

$$\frac{\partial \left(m\rho v_k (1 - (v/c)^2)\right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(m\rho v_k v_l / (1 - (v/c)^2)\right)}{\partial x_l} = 
= -\rho \frac{\partial (U_f + J)}{\partial x_k} - \rho \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \rho^{1/2}}{\rho^{1/2} c^2 \partial t^2} - \frac{\Delta \rho^{1/2}}{\rho^{1/2}}\right).$$
(10)

Уравнение для временной компоненты четырехмерной скорости является следствием этих уравнений. При малых скоростях  $v\ll c$ , а также при  $U\ll mc^2$  и J=0 уравнение (10) переходит в нерелятивистское уравнение Маделунга [4] с квантовым потенциалом  $\frac{\hbar^2}{2m\sqrt{\rho}}\Delta\sqrt{\rho}$ , где  $\Delta$  — оператор Лапласа. В работе [5] при предельном переходе к уравнению Маделунга не получится потенциал Маделунга из-за неправильно введенного скалярного потенциала S (уравнение (33) работы [5]).

Здесь, в отличие от работы [7], мы ввели дополнительно тепловой член  $J=\kappa \frac{I}{\rho}$ , где I — плотность тепловой энергии,  $\kappa$  — показатель адиабаты. Для него нужно выписать дополнительное уравнение, чтобы получить замкнутую систему уравнений. Для адиабатического движения можно написать уравнение постоянства энтропии [12]

$$u^k \frac{\partial(\sigma/\rho)}{\partial x^k} = 0, \tag{11}$$

где  $\sigma$  — удельная энтропия. Отсюда приходим [12] с использованием известного из термодинамики соотношения  $d\left(\frac{e+P}{\rho}\right) = Td\frac{\sigma}{\rho} + \frac{1}{\rho}dP$  и уравнения непрерывности к

$$\frac{\partial (e+P)u^k}{\partial x^k} - u^k \frac{\partial P}{\partial x^k} = 0, \tag{12}$$

где e=I — плотность тепловой энергии, P=2I — продольная компонента давления в неравновесном случае и  $P=\frac{2}{3}I$  — давление в случае локального равновесия [13, 14], T — температура. Уравнение (12) можно переписать как

$$\frac{\partial I}{\partial t} + v_l \frac{\partial I}{\partial x_l} + \kappa I \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0, \quad (13)$$

которое с учетом уравнения непрерывности (k=0,1,2,3)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_l \frac{\partial \rho}{\partial x_l} + \rho \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0, \quad (14)$$

приводит к соотношению  $I=I_1\left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^\kappa$ , где к — по-казатель адиабаты, равный 3 в неравновесном случае

и  $\frac{5}{3}$  в равновесном случае,  $I_1$  — не зависящий от  $\rho$  коэффициент, находящийся из совместного решения трех уравнений гидродинамики и позволяющий находить температуру ударной волны,  $\rho_1$  — максимальная плотность нуклонов на ударной волне.

Таким образом, дополнительно к уравнению Клейна—Гордона (3) с диссипативным членом, или уравнениям гидродинамики (уравнению непрерывности (9) и уравнению Эйлера (10)) должно быть добавлено уравнение (13) для теплового члена, чтобы система уравнений была замкнутой. Неоднозначность в выборе показателя адиабаты в нашем подходе [15—20] снимается тем, что мы предложили совместно с уравнениями гидродинамики решать кинетическое уравнение для релаксационного фактора q. При этом в процессе релаксации сохраняется плотность p0 и плотность полной энергии. Это уравнение для функции распределения p1 и, тем самым, для фактора p2 имеет вид

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0 - f}{\tau},\tag{15}$$

где  $f_0$  — локально равновесная функция распределения, т — время релаксации. Решение уравнения (15) ищется для функции распределения в виде  $f = f_1 q +$  $+f_0(1-q)$ , где  $f_1$  — неравновесная функция распределения, отвечающая равновесию только в продольном направлении для процесса столкновения [14, 29]. В крайних пределах: при q=0 мы имеем полностью равновесный случай, при q=1 имеем предельный полностью неравновесный случай. Для показателя адиабаты к в уравнениях (3) и (13) надо подставить  $\kappa = 3q + \frac{5}{3}(1-q)$ . Он может быть найден для ударной волны при фиксированной плотности  $\rho_1$  и сохраняться на стадии расширения. В общем случае можно не фиксировать q, а решать систему уравнений (3), (13), (15) для нахождения полей  $\rho$ , v, I и q. Это уже использовалось нами в нерелятивистской анизотропной гидродинамике [18].

Заметим, что введение диссипативных членов не для уравнения Клейна—Гордона, а для уравнения Шредингера рассматривалось ранее в работе [22] подругому (эмпирически), не вводя плотность тепловой энергии. Добавление еще одного уравнения возникает естественно для уравнений гидродинамики [12], за счет закона сохранения энергии

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial E v_l}{\partial x_l} = -\nabla^l (v_l P), \tag{16}$$

где  $E=\frac{\rho mc^2+e+P}{1-(v/c)^2}-P$ . Это уравнение (16) можно получить из уравнений (9) и (10) после простых преобразований, умножив уравнение Эйлера на 4-скорость с учетом уравнения (13) для теплового члена, входящего в плотность энергии и давление. Здесь уже плотность внутренней энергии  $e=e_{\rm kin}+e_{\rm int}$ , где  $e_{\rm kin}$  включает квантовые члены и плотность тепловой энергии I, плотность энергии взаимодействия

 $e_{\rm int} = \int_0^\rho U_f d\rho$ . При этом давление  $P = -\frac{d(e/\rho)}{d(1/\rho)}$ . Уравнение (16) имеет дивергентный вид, обеспечивающий сохранение полной энергии, включая диссипацию. Это позволяет из трех уравнений гидродинамики получить, например, уравнение ударной адиабаты (одномерная адиабата Тауба) [8]. Этого не получить из уравнений в работах [5, 6] и из нашей предыдущей работы [7], поскольку в них отсутствует тепловой член, входящий в давление и в плотность тепловой энергии.

#### 3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ КЛЕЙНА—ГОРДОНА ДЛЯ УДАРНЫХ ВОЛН

Таким образом, можно вместо уравнений квантовой релятивистской гидродинамики решать уравнение Клейна—Гордона с диссипацией согласно уравнениям (3), (13), (15). Рассмотрим вначале одномерный случай, когда действительную часть уравнения (3) можно привести к виду волнового уравнения с нелинейностью в правой части

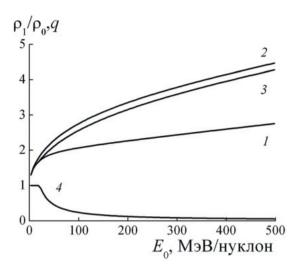
$$\frac{\partial^2 \rho^{1/2}}{c^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2 \rho^{1/2}}{\partial x^2} =$$

$$= -\left(1 + 2J/mc^2 + \frac{1}{(1 - U/mc^2)^2}\right) \frac{(mc)^2}{\hbar^2} \rho^{1/2}. \quad (17)$$

Рассматривая решение в виде ударной волны, распространяющейся со скоростью D, после замены  $\frac{\partial}{\partial t}=$   $=-D\frac{\partial}{\partial x}$  уравнение становится обыкновенным, и мы получаем для  $U=2K(\rho-\rho_0)$  первый интеграл

$$\left(\frac{d\rho^{1/2}}{dx}\right)^{2} = \frac{1}{1 - (D/c)^{2}} \left(\rho - \rho_{1} + I_{1}/mc^{2} \left(\left(\frac{\rho}{\rho_{1}}\right)^{k} - 1\right) + \left(\frac{1}{1 - U/mc^{2}} - \frac{1}{1 - U_{1}/mc^{2}}\right) \frac{mc^{2}}{2K} \frac{(mc)^{2}}{\hbar^{2}}, \quad (18)$$

где  $\rho_1$  — плотность, соответствующая максимуму на ударной волне,  $U_1 = 2K(\rho_1 - \rho_0)$ ,  $K \times 18\rho_0$  модуль сжатия полагаем равным 200 МэВ, нормальная плотность  $\rho_0 = 0.15 \ \Phi \text{м}^{-3}, I_1 - \text{плотность теп-}$ ловой энергии ударной волны. Максимальную плотность сжатия  $\rho_1$  и тепловой член  $I_1$  находим, зная скорость ударной волны  $D=-\frac{\rho_0 v_0}{\rho_1 \sqrt{1-(v_0/c)^2-\rho_0}},$  из равенства потоков плотности импульса и потоков плотности энергии до и после разрыва (адиабата Тауба). Показатель адиабаты к, связанный с релаксационным фактором q, находится в результате совместного решения уравнений непрерывности потоков плотности энергии-импульса и уравнения (15), спроектированного на направление  $p_\parallel^2-p_\perp^2$ , где  $p_\parallel$  и  $p_\perp$  — продольная и поперечная компоненты импульса нуклонов соответственно. Это сделано здесь для релятивистских уравнений также, как для нерелятивистского случая анизотропного уравнения состояния с неравновесной ударной волной в работе [18]. Соответствующие уравнения для нахождения  $\rho_1$ ,  $I_1$  и q после преобразования



**Рис. 1.** Зависимости от энергии столкновения в системе центра масс  $E_0$  максимальной степени сжатия  $\rho_1/\rho_0$  для полностью неравновесного случая с q=1 (кривая I), равновесного случая с q=0 (кривая 2) и случая с найденным из расчета промежуточным значением q (кривая 3), кривая 4 соответствует изменению с энергией столкновения найденного нами релаксационного фактора q.

и замены  $U_f$  на U ( $U \ll mc^2$ ) имеют вид

$$K(\rho_1^2 - \rho_0^2) + (\kappa - 1)I_1 = \frac{m\rho_1\rho_0v_0^2}{\sqrt{1 - (v_0/c)^2} \left(\rho_1\sqrt{1 - (v_0/c)^2} - \rho_0\right)}, \quad (19)$$

$$m\rho_1 c^2 + K(\rho_1 - \rho_0)^2 + I_1 = \frac{m\rho_1 c^2}{\sqrt{1 - (v_0/c)^2}},$$
 (20)

$$I_1 q = \frac{2}{3} E_{\rm F} \frac{\left(\rho_1 \sqrt{1 - (v_0/c)^2} - \rho_0\right)}{1 - (v_0/c)^2},\tag{21}$$

где  $\kappa = 3q + \frac{5}{3}(1-q), E_{\rm F}$  — энергия Ферми для нуклонов.

На рис. 1 представлены зависимости от энергии столкновения в системе центра масс  $E_0$  максимальной степени сжатия  $\rho_1/\rho_0$  для трех случаев: полностью неравновесный случай с q=1 (кривая I), равновесный случай с q=0 (кривая 2) и случай с найденным из расчета промежуточным значением q (кривая 3). Кривая 4 соответствует изменению с энергией столкновения найденного нами релаксационного фактора q.

Выделяя далее главные члены в правой части уравнения (18), избегая громоздких выкладок, находим изменение плотности на фронте ударной волны (кинк)

$$\rho = \rho_0 + \frac{\rho_1 - \rho_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{mc}{\hbar \sqrt{1 - (D/c)^2}} (x - x_0) \right) \right), \tag{22}$$

соответствующее ширине фронта  $\frac{\hbar}{mc}\sqrt{1-(D/c)^2}\sim \Phi$ м. Решение (22) можно аппроксимировать солитонным выражением

$$\rho' = \rho_0 + 4 \frac{\rho_1 - \rho_0}{(\exp(\alpha x) + \exp(-\alpha x))^2},$$
 (23)

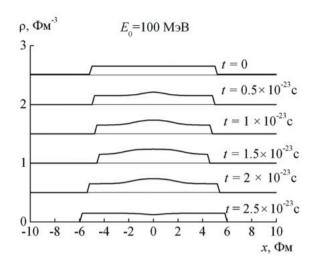
где  $\alpha=\frac{mc}{\hbar\sqrt{1-(D/c)^2}}$ , и найти интеграл  $\rho=\frac{1}{L}\int_{l_1}^{l_2}\rho'dx_1$  (L — длина слоя,  $L=l_2-l_1, x\to x-x_1\pm Dt$ ) от выражения (23) для распространяющейся ударной волны вправо и влево. Здесь нам нужно иметь сохраняющееся солитоноподобное решение, допускающее для максимума плотности в волновом уравнении решение Даламбера, как мы делали ранее в предыдущих работах [7, 21].

Нами проведен учет возможного отклонения такого решения от решения уравнения (17). С этой целью рассмотрено решение линеаризованного уравнения (17), которое получается, если в правой части уравнения в качестве коэффициента перед  $\rho^{1/2}$ подставлять для о наше решение для ударной волны. Используя формулу Пуассона для такого обобщенного волнового уравнения, можно, проведя итерации, найти решение и сравнить его с исходным "затравочным" ударно-волновым решением. При этом для перемещения координат частиц — движения сетки — использовалось уравнение для фазы уравнения Клейна-Гордона для мнимой части уравнения (3).  $\Phi$ аза  $\mathcal{Q}$  определяет положение координаты частиц и движение границ. Однако полученное таким образом численное решение полностью совпало с нашим аналитическим решением.

На рис. 2 приведены мгновенные профили плотности столкновения одинаковых ядерных слоев-слэбов при энергии 100 МэВ/нуклон в системе центра масс в различные моменты времени. Можно видеть первоначальное сжатие с образованием hot spot и последующее разрежение в центре. Различия между аналитическим решением и численным решением невозможно заметить. Они практически совпадают.

В двумерном случае можно воспользоваться приближениями работ [7, 14], проинтегрировав дивергентные уравнения по поперечной координате y для центрального столкновения ядер. В таком приближении в уравнениях (9), (10) заменяем  $\frac{\partial}{\partial x^m} \to \frac{\partial}{\partial x^m} S$ , где m=0,1 с площадью поперечного сечения S, зависящего только от координаты x, и задача становится одномерной при задании S(x,t). В случае свободного движения S — просто площадь поперечного сечения данной невозмущенной области ядра. В случае возмущенной области из уравнения непрерывности (9) для ударной волны со скоростью D получаем после замены  $\frac{\partial}{\partial t} = -D\frac{\partial}{\partial x}$  и интегрирования по скачку плотности

$$-D(\rho\sqrt{1-(v_0/c)^2}S-\rho_0S_0)+(0-\rho_0v_0S_0)=0, (24)$$



**Рис. 2.** Профили столкновения ядерных слоев-слэбов при энергии  $E_0=100\,$  МэВ на нуклон в различные моменты времени при t=0;0.5;1.0;1.5;2.0;2.5 в единицах времени  $10^{-23}\,$ с.

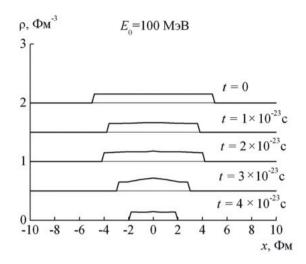
где  $S_0=\Omega_0R_0^2,\,S=\Omega R^2$  , телесные углы  $\Omega=2\pi,\,\Omega_0=\pi.$  Здесь для сферической ударной волны, исходящей в полусферу,  $\Omega=2\pi,\,$ а для набегающего с одной стороны со скоростью  $v_0$  потока вещества  $\Omega_0=2\pi\int_0^{\pi/2}\sin\theta\cos\theta d\theta=\pi.$  Кроме того, из сохранения количества вещества радиусы полусфер относятся как  $R/R_0=(\rho_0/\rho\lambda)^{1/3}$  с  $\lambda=2\sqrt{1-(v_0/c)^2}.$  Отсюда для скорости сферической ударной волны получаем

$$D = -\frac{v_0}{2(\rho/\rho_0/\lambda^2)^{1/3}\sqrt{1 - (v_0/c)^2 - 1}}.$$
 (25)

Исходя из этого, также как в одномерном случае, записывая равенство потоков плотности энергии-импульса и уравнения для релаксационного фактора q аналогично нерелятивистскому случаю в работе [18], находим максимальную степень сжатия  $\rho_1$ , плотность тепловой энергии  $I_1$  и фактор q. В результате получаются аналогичные рис. 1 соответствующие зависимости этих параметров от энергии.

Так, с помощью ударных волн можно проследить динамику столкновения ядер и в двумерном случае. Такое рассмотрение улучшает подход, проведенный в работе [7] и в работе [14], для ударной волны с изменяющимся фронтом. Поле скоростей можно определить из уравнения непрерывности, зная распределение плотности. Для нахождения поля температур T и химического потенциала  $\mu$  используем выражения

$$\rho = \frac{4}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty \frac{4\pi p^2 dp}{\exp\left[\left(\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - \mu\right)/T\right] + 1},$$
(26)



**Рис. 3.** Профили столкновения одинаковых ядер (сплошные кривые) при энергии  $E_0=100$  МэВ на нуклон в различные моменты времени при t=0;1;2;3;4 в единицах времени  $10^{-23}$  с для двумерного случая.

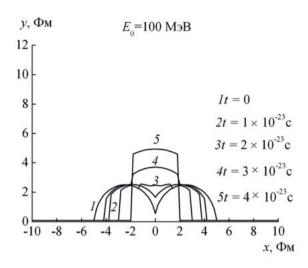
$$m\rho c^{2} + e_{\rm kin} = \frac{4}{(2\pi\hbar)^{3}} \int_{0}^{\infty} \frac{4\pi\sqrt{p^{2}c^{2} + m^{2}c^{4}}p^{2}dp}{\exp\left[\left(\sqrt{p^{2}c^{2} + m^{2}c^{4}} - \mu\right)/T\right] + 1}, \quad (27)$$

где плотность  $e_{\rm kin}$  включает томас-фермиевские члены кинетической энергии и тепловой член I. Для неравновесной компоненты со своими температурой  $T_1$  и химическим потенциалом  $\mu_1$  можно получить аналогичные выражения с измененной плотностью кинетической энергии  $e_{\rm kin}^1$  при "замороженных" поперечных степенях свободы [18].

В качестве иллюстрации полученного решения в двумерном случае на рис. 3 приведены профили плотности по оси x в различные моменты времени для центрального столкновения одинаковых ядер среднего размера при энергии 100 МэВ на нуклон в системе центра масс. Можно видеть различие динамики в двумерном случае на этом рисунке и в одномерном случае на рис. 2. На рис. 4 приведены в различные моменты времени по оси у границы сталкивающихся ядер для того же случая, что и на рис. 3. Изменение плотности по поперечной координате y также может быть учтено [7]. В результате такого рассмотрения можно видеть первоначальное сжатие и последующее разрежение в центре, т.е. образование источника вторичных частиц-нуклонов. Мы сопоставили эти результаты с экспериментальными данными.

#### 4. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

При сравнении с экспериментальными данными для столкновения реальных ядер ограничимся здесь столкновением одинаковых ядер, когда взаимодей-



**Рис. 4.** Профили максимального поперечного размера ядер при энергии  $E_0=100~{\rm MpB}$  на нуклон в различные моменты времени при t=0;1;2;3;4 в единицах времени  $10^{-23}$  с.

ствие областей перекрытия при отличном от нуля параметре удара можно аппроксимировать столкновением двух одинаковых ядер, рассмотренного в предыдущем разделе. Взаимодействующие области перекрытия и представляют наш hot spot таким, как мы делали раньше в работах [15–20]. В результате рассмотрения такого аналитического решения задачи центрального столкновения двух одинаковых ядер можно выделить первоначальное сжатие и затем последующее разрежение в центре взаимодействующей системы по достижении плотности замораживания. Эту область на стадии разрежения можно аппроксимировать шаром радиуса  $R_h$ , вдвое меньшего размера системы областей перекрытия. Это можно сделать из анализа полученного решения для упрощения задачи. Из этой области происходит испускание нуклонов, поскольку среднее поле их уже не держит. Начинается процесс замораживания распределений нуклонов со своими температурой и полем скоростей, и, следовательно, можно вычислить дифференциальное сечение испускания протонов, как в работах [15–20], алгоритм которых был нами здесь использован. При этом взаимодействие hot spot со "спектаторами" мы опускаем.

Такой подход упрощает рассмотрение полной задачи взаимодействия ядер целиком, но он превосходит по смыслу подгонку параметров распределения вторичных частиц с помощью известного приближения blast wave (взрывные волны) [55], широко используемого при фитировании различных экспериментальных данных. В работе [56], например, анализируются ударные волны с помощью приближения blast wave. В нашем подходе все параметры распределений вторичных частиц находятся из расчета. При сопоставлении с экспериментальными данными заменим во всех расчетах потенциал  $U_f$  взаимодействием типа Скирма

 $W=\alpha \rho + \beta \rho^{\chi}$  с учетом кинетических членов, как мы делали в наших работах [15–20], где параметры  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\chi$  определяются заданием значений нормальной плотности, энергии связи и модуля сжатия и не являются подгоночными параметрами. Плотность замораживания определяется из условия  $\frac{\partial W}{\partial \rho}=0$ , как в предыдущих работах.

Двойное дифференциальное сечение испускания протонов имеет вид [15–17]:

$$E\frac{d^{2}\sigma}{p^{2}dpd\Omega} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^{3}} \int G(b)bdbd\mathbf{r}\gamma(E - \mathbf{p}v)f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$$
(28)

для функции распределения протонов в пренебрежении неравновесной компонентой

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = g \left[ \exp \left( \frac{\gamma (E - \mathbf{p} v - \mu) + T \delta}{T} \right) + 1 \right]^{-1},$$
(29)

где  $g=2, E=\sqrt{\mathbf{p}^2+m^2}$ — энергия испускаемых протонов,  $\mathbf{p}$ — импульс,  $\mathbf{\gamma}$ — Лоренц-фактор, T— температура и  $\mathbf{\mu} \to (m+\mathbf{\mu})$ — химический потенциал, найденные на стадии замораживания, b— параметр удара,  $G(b)=\sigma_t/\sigma_g$ — фактор, учитывающий, что полное сечение областей перекрытия  $\sigma_t$  больше геометрического  $\sigma_g$ ,  $\delta$ — поправка на микроканоническое распределение.

В качестве иллюстрации на рис. 5 приведены двойные дифференциальные сечения испускания протонов под углами 30°, 60° и 140° для реакции Ne + NaF  $\rightarrow$   $\rightarrow$  p+X при энергии 400 МэВ на нуклон для налетающих ядер Ne. Можно видеть согласие с экспериментальными данными [23] и расчетами [24], проведенными по двухжидкостной гидродинамической модели. Средняя температура в наших расчетах  $\langle T \rangle \approx$   $\approx 50$  МэВ, средний химический потенциал  $\langle \mu \rangle \approx$   $\approx -36$  МэВ, средний радиус области излучения внутри hot spot  $\langle R_h \rangle \approx 2.5$  Фм.

На рис. 6 приведены двойные дифференциальные сечения испускания протонов под углами  $10^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $80^\circ$  и  $145^\circ$  для реакции  $Ar+KCl\to p+X$  при энергии  $800\,M$  в на нуклон для налетающих ядер Ar. Также как и для предыдущей реакции имеется согласие с экспериментальными данными [23] и расчетами [24]. Средняя температура в наших расчетах  $\langle T \rangle \approx 67\,$  МэВ, средний химический потенциал  $\langle \mu \rangle \approx -85\,$  МэВ, средний радиус области излучения внутри hot spot  $\langle R_h \rangle \approx 3\,$  Фм.

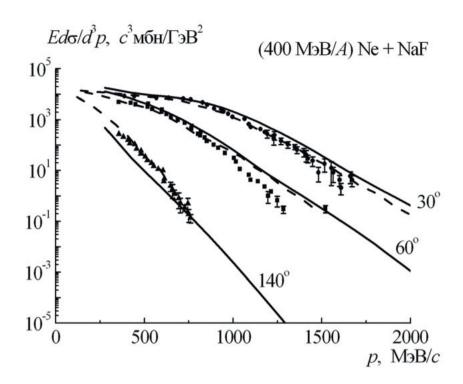
Здесь температура и химический потенциал находились, как обычно, по найденному значению плотности тепловой энергии и плотности на стадии "замораживания". Поле скоростей также определялось в этот момент времени. В работах [15—17] нами вводилась вязкость в релаксационном т-приближении согласно кинетическому уравнению (15). Это важно для успешного описания выходов кумулятивных частиц [53, 54] и, вообще, высокоэнергетических вторичных

частиц [13, 20]. Но при сравнении с этими экспериментальными данными рассматриваемый энергетический спектр протонов оказался коротким, и влияние вязкости мало и не проявляется здесь. Поправка на микроканоническое распределение здесь также не существенна. Поскольку область испускания протонов имеет форму шара с радиусом  $R_h$ , то здесь у нас не возникнет особенностей в угловых распределениях (эффекта "выдавливания", эффекта "отскока спектаторов").

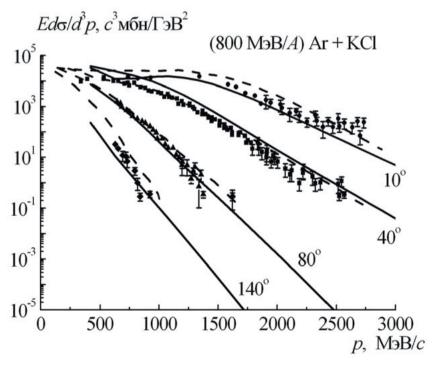
#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе были получены уравнения квантовой релятивистской гидродинамики из уравнения Клейна-Фока-Гордона с учетом диссипации и неравновесных процессов для описания столкновения атомных ядер. Неравновесный подход к гидродинамическим уравнениям позволяет описывать экспериментальные данные лучше, чем уравнение состояния, соответствующее традиционной гидродинамике, предполагающей установление локального термодинамического равновесия. При этом описании существенным было выделение горячего пятна hot spot. В настоящей работе показано, что введение квантовых членов не нарушает это представление и приводит к образованию квантовых ударных волн. Показана возможность распространения ударной волны с изменяющимся фронтом. Это рассмотрение позволило описать имеющиеся экспериментальные данные по спектрам протонов, испускаемым в столкновениях тяжелых ионов промежуточных энергий. Это может быть важно для дальнейшего развития нашего подхода [15-17, 57] и метода расчета кумулятивных процессов в столкновениях тяжелых ионов, рассмотренных в работах [53, 54, 58]. В работе [59] для описания кумулятивного эффекта производилось введение резонансного источника в дополнение к расчету по коду UrQMD, а здесь hot spot является следствием взаимодействия областей перекрытия ядер. Но здесь пока мы "не обнаружили" "конуса Маха" и эффекта "бокового выдавливания". Реальная геометрия сложнее.

Поскольку при малых скоростях уравнение Клейна—Фока—Гордона переходит в нерелятивистское временное уравнение Шредингера, то учет диссипации для уравнения Шредингера можно провести аналогичным образом. В работах [60, 61] для ферми-газов были исследованы образующиеся нерелятивистские квантовые ударные волны для двух уравнений: уравнения непрерывности и уравнения Эйлера, но без учета диссипации и без введения температуры. Как уже отмечалось во Введении, одномерные бесстолкновительные ударные волны получались в численных расчетах по методу ТDHF [28].



**Рис. 5.** Двойные дифференциальные сечения испускания протонов под углами  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $140^\circ$  в реакции  $Ne + NaF \rightarrow p + X$  при энергии 400 МэВ на нуклон для налетающих ядер Ne. Сплошные кривые — результаты нашего расчета по формулам (28), (29), штриховые кривые — результаты расчетов из работы [24], точки (кружки —  $30^\circ$ , квадраты —  $60^\circ$ , треугольники —  $140^\circ$ ) — экспериментальные данные [23].



**Рис. 6.** Двойные дифференциальные сечения испускания протонов под углами  $10^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $80^\circ$  и  $140^\circ$  в реакции  $Ar + KCl \rightarrow p + X$  при энергии  $800 \, MэB$  на нуклон для налетающих ядер Ar. Сплошные кривые — результаты нашего расчета по формулам (28), (29), штриховые кривые — результаты расчетов из работы [24], точки (кружки —  $30^\circ$ , квадраты —  $40^\circ$ , треугольники —  $80^\circ$ , ромбы —  $140^\circ$ ) — экспериментальные данные [23].

Автор выражает благодарность М.Б. Жалову, И.А. Митропольскому и В.Д. Тонееву за полезные обсуждения отдельных частей работы, а также рецензенту за оказанное внимание, ряд критических замечаний, способствовавших, на наш взгляд, усилению значения данной работы, и указание на работы [5, 6], в которых из уравнения Клейна—Гордона получались уравнения квантовой релятивистской гидродинамики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. O. Klein, Z. Phys. 37, 895 (1926).
- 2. V. Fock, Z. Phys. 38, 242 (1926).
- 3. W. Gordon, Z. Phys. 40, 117 (1926).
- 4. E. Madelung, Z. Phys. 40, 332 (1926).
- 5. C.-Y. Wong, J. Math. Phys. **51**, 122304 (2010); arXiv: 1011.5510 [hep-ph].
- 6. C.-K. Lin and K.-C. Wu, J. Math. Pures. Appl. **98**, 328 (2012).
- 7. А. Т. Дьяченко, ЯФ **86**, 428 (2023) [Phys. At. Nucl. **86**, 289 (2023)].
- 8. A. H. Taub, Phys. Rev. 74, 328 (1948).
- L. D. Landau, Izv. Akad. Nauk SSSR. Ser. Fiz. 17, 51 (1953) [Collected papers of L. D. Landau, Ed. by D. Ter-Haar (Pergamon Press, Oxford, 1965), Paper no. 74].
- 10. С. 3. Беленький, Л. Д. Ландау, УФН **56**, 309 (1955).
- 11. S. Z. Belenkij and L. D. Landau, Nuovo Cimento Suppl. 3, 15 (1956).
- 12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Гидродинамика, Наука, Москва, 1986 [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Fluid Mechanics (Pergamon, Oxford, 1987)].
- 13. H. Stocker and W. Greiner, Phys. Rept. **137**, 277 (1986).
- A. T. D'yachenko, K. A. Gridnev, and W. Greiner, J. Phys. G 40, 085101 (2013).
- 15. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, ЯФ **83**, 317 (2020) [A. T. D'yachenko and I. A. Mitropolsky, Phys. At. Nucl. **83**, 558 (2020)].
- 16. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, ЯФ **86**, 285 (2023) [A. T. D'yachenko and I. A. Mitropolsky, Phys. At. Nucl. **85**, 1053 (2023)].
- 17. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, ЭЧАЯ **53**, 464 (2022) [A. T. D'yachenko and I. A. Mitropolsky, Phys. Part. Nucl. **53**, 505 (2022)].
- 18. А. Т. Дьяченко, К. А. Гриднев, И. А. Митропольский, Изв. РАН. Сер. физ. **79**, 952 (2015) [A. T. D'yachenko, K. A. Gridnev, and I. A. Mitropolsky, Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **79**, 858 (2015)].
- 19. A. T. D'yachenko and I. A. Mitropolsky, EPJ Web Conf. **204**, 03018 (2019).
- 20. A. T. D'yachenko and I. A. Mitropolsky, Phys. At. Nucl. **82**, 1641 (2019).
- 21. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, Изв. РАН. Сер. физ. **86**, 1162 (2022) [A. T. D'yachenko, and

- I. A. Mitropolsky, Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **86**, 962 (2022)].
- 22. J. Nemeth, M. Barranco, C. Ngo, and E. Tomasi, Z. Phys. A **323**, 419 (1986).
- 23. S. Nagamiya, M.-C. Lemaire, E. Moeller, S. Schnetzer, G. Shapiro, H. Steiner, and I. Tanihata, Phys. Rev. C 24, 971 (1981).
- 24. И. Н. Мишустин, В. Н. Русских, Л. М. Сатаров, ЯФ **54**, 429 (1991) [Sov. J. Nucl. Phys. **54**, 260 (1991)].
- 25. Г. А. Милехин, ЖЭТФ **35**, 1185 (1958) [Sov. Phys. JETP **35**, 829 (1959)].
- 26. Э. В. Шуряк, ЯФ **16**, 395 (1972) [Sov. J. Nucl. Phys. **16**, 220 (1972)].
- 27. М. Ю. Иванов, Ю. А. Кудеяров, К. П. Станюкович, Г. Д. Ширков, ЯФ **25**, 1293 (1977) [Sov. J. Nucl. Phys. **25**, 685 (1977)].
- P. Bonche, S. Koonin, and J. W. Negele, Phys. Rev. C 13, 1226 (1976).
- 29. А. Т. Дьяченко, В. А. Рубченя, В. П. Эйсмонт, Изв. AH СССР. Сер. физ. **45**, 764 (1981) [Bull. Acad. Sci. USSR: Phys. **45**, 81 (1981)].
- 30. А. Т. Дьяченко, ЯФ **57**, 2006 (1994) [Phys. At. Nucl. **57**, 1930 (1994)].
- 31. A. T. D'yachenko, J. Phys. G 26, 861 (2000).
- 32. W. Sheid, H. Muller, and W. Greiner, Phys. Rev. Lett. **32**, 741 (1974).
- 33. J. Hofmann, H. Stoecker, U. W. Heinz, W. Scheid, and W. Greiner, Phys. Rev. Lett. 36, 88 (1976).
- 34. H. G. Baumgardt, J. U. Schott, Y. Sakamoto, E. Schopper, H. Stoecker, J. Hofmann, W. Scheid, and W. Greiner, Z. Phys. A 273, 359 (1975).
- 35. H. H. Gutbrod, A. M. Poskanzer, and H. G. Ritter, Rept. Prog. Phys. **52**, 1267 (1989).
- 36. H. H. Gutbrod, K. H. Kampert, B. Kolb, A. M. Poskanzer, H. G. Ritter, R. Schicker, and H. R. Schmidt, Phys. Rev. C 42, 640 (1990).
- 37. P. Rau, J. Steinheimer, B. Betz, H. Petersen, M. Bleicher, and H. Stoecker, arXiv: 1003.1232 [nucl-th].
- 38. I. Bouras, E. Molnar, H. Niemi, Z. Xu, A. El, O. Fochler, C. Greiner, and D. H. Rischke, Phys. Rev. Lett. **103**, 032301 (2009).
- 39. J. Adams et al. (STAR Collab.), Phys. Rev. Lett. **95**, 152301 (2005).
- 40. S. S. Adler et al. (PHENIX Collab.), Phys. Rev. Lett. **97**, 052301 (2006).
- 41. J. G. Ulery et al. (STAR Collab.), Nucl. Phys. A **774**, 581 (2006).
- 42. A. Adare et al. (PHENIX Collab.), Phys. Rev. C **78**, 014901 (2008).
- 43. L. M. Satarov, H. Stoecker, and I. N. Mishustin, Phys. Lett. B **627**, 64 (2005).
- 44. A. Kovalenko and A. Leonidov, Eur. Phys. J. C **82**, 378 (2022).
- 45. A. V. Merdeev, L. M. Satarov, and I. N. Mishustin, Phys. Rev. C **84**, 014907 (2011).

- 46. Yu. B. Ivanov, V. N. Russkikh, and V. D. Toneev, Phys. Rev. C **73**, 044904 (2006).
- 47. H. Petersen, J. Steinheimer, G. Burau, M. Bleicher, and H. Stocker, Phys. Rev. C 78, 044901 (2008).
- 48. A. S. Khvorostukhin, E. E. Kolomeitsev, and V. D. Toneev, Eur. Phys. J. A **57**, 294 (2021).
- 49. A. V. Dementev and N. M. Sobolevsky, Nucl. Tracks Radiat. Meas. **30**, 553 (1999).
- S. G. Mashnik, K. K. Gudima, R. E. Prael, A. J. Sierk, M. I. Baznat, and N. V. Mokhov, LAUR-08-2931 (Los Alamos, 2008), arXiv: 0805.0751 [nucl-th].
- 51. S. G. Mashnik, J. S. Bull, H. G. Hughes, R. E. Prael, and A. J. Sierk, Eur. Phys. J. Plus **126**, 49 (2011).
- T. Koi, D. H. Wright, G. Folger, V. Ivanchenko, M. Kossov, N. Starlov, A. Heikkinen, P. Truscott, F. Lei, and H. P. Wellisch, AIP Conf. Proc. 896, 21 (2007).
- 53. Б. М. Абрамов, М. Базнат, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацук, Е. Н. Турдакина, ЯФ 84, 331 (2021) [В. М. Abramov, M. Baznat, Yu. A. Borodin, S. A. Bulychjov, I. A. Dukhovskoy, A. P. Krutenkova, V. V. Kulikov, M. A. Martemianov, M. A. Matsyuk, and E. N. Turdakina, Phys. At. Nucl. 84, 467 (2021)].
- 54. Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Ма

- цук, С. Г. Машник, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, ЯФ 78, 403 (2015) [В. М. Abramov, Р. N. Alekseev, Yu. A. Borodin, S. A. Bulychjov, I. A. Dukhovskoy, A. P. Krutenkova, V. V. Kulikov, M. A. Martemianov, M. A. Matsyuk, S. G. Mashnik, E. N. Turdakina, and A. I. Khanov, Phys. At. Nucl. 78, 373 (2015)].
- 55. P. J. Siemens and J. O. Rasmussen, Phys. Rev. Lett. **42**, 880 (1979).
- 56. J. S. Diaz and S. E. Rigby, arXiv: 2110.09488v1 [physics.flu-dyn].
- 57. A. T. D'yachenko, Phys. At. Nucl. 87, 125 (2024).
- А. Г. Афонин, М. Ю. Боголюбский, А. А. Волков, Д. К. Елумахов, В. Н. Запольский, А. А. Иванилов, А.Ю. Калинин, А. Н. Криницын, Н. В. Кулагин, В. И. Крышкин, Д. И. Паталаха, К. А. Романишин, В. В. Скворцов, В. В. Талов, Л. К. Турчанович, Ю. А. Чесноков, ЯФ 83, 140 (2020) [А. G. Afonin, М. Yu. Bogolyubsky, А. А. Volkov, D. K. Elumakhov, V. N. Zapolsky, A. A. Ivanilov, A. Yu. Kalinin, A. N. Krinitsyn, N. V. Kulagin, V. I. Kryshkin, D. I. Patalakha, K. A. Romanishin, V. V. Skvortsov, V. V. Talov, L. K. Turchanovich, and Yu. A. Chesnokov, Phys. At. Nucl. 83, 228 (2020)].
- O. Panova, A. Motornenko, M. I. Gorenstein, J. Steinheimer, and H. Stoecker, Phys. Rev. C 100, 054617 (2019).
- 60. A. Bulgac, Y.-L. Luo, and K. J. Roche, Phys. Rev. Lett. **108**, 150401 (2012).
- 61. L. Salasnich, Eur. Phys. Lett. **96**, 40007 (2011).

### KLEIN-GORDON EQUATION, QUNTUM RELATIVISTIC HYDRODYNAMICS AND QUANTUM SHOCK WAVES IN DESCRIBING COLLISIONS OF ATOMIC NUCLEI

A. T. D'yachenko<sup>1),2)</sup>

<sup>1)</sup>NRC "Kurchatov Institute" — PNPI, Gatchina, Russia
<sup>2)</sup>Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, St. Petersburg, Russia

In this work, the equations of quantum relativistic hydrodynamics are obtained from the effective Klein–Fock–Gordon equation taking into account dissipation. Taking into account dissipation in the Klein–Gordon equation leads to the need to introduce an additional thermal term and an equation for it. As a result, a closed system of equations was obtained taking into account non-equilibrium processes, which makes it possible to describe the dynamics of the process of collisions of atomic nuclei and calculate the yield of secondary particles. Solving the resulting equations makes it possible to identify quantum shock waves and the time evolution of the resulting hot spot. The calculated spectra of emitted protons in heavy ion collisions are compared with available experimental data.