

ISSN 0044-0027

Том 86, Номер 3

Май - Июнь 2023



ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА



КУРЧАТОВСКИЙ
ИНСТИТУТ
ДЛЯ СТРАНЫ
И МИРА

www.sciencejournals.ru



СОДЕРЖАНИЕ

Том 86, номер 3, 2023

ЯДРА

Теория

Sp-аномалия в кулоновских энергиях и аналоговые резонансы нейтронно-избыточных изотопов олова

Ю. С. Лютостанский

370

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

Эксперимент

Зенитно-угловые характеристики частиц ШАЛ с $E_0 \approx 10^{18}$ эВ по данным Якутской установки

А. В. Глушков, К. Г. Лебедев, А. В. Сабуров

379

Измерение сечения $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$ вблизи порога рождения с высоким разрешением по энергии

А. В. Бобров, А. Е. Бондарь

388

Измерение радиоактивных примесей в источнике ^{51}Cr по фотонному излучению в эксперименте BEST

В. Н. Гаврин, В. В. Горбачёв, Т. В. Ибрагимова, А. А. Шихин

396

Теория

Электромагнитные свойства нейтрино в упругом рассеянии нейтрино на протоне

К. А. Кузаков, Ф. М. Лазарев, А. И. Студеникин

407

Поиск связанных состояний $\Xi^- nn$ -, $\Xi^- pn$ - и $\Xi^- pp$ -систем

М. В. Егоров

416

Уравнения квантовой релятивистской гидродинамики и солитонные решения при описании столкновений атомных ядер

А. Т. Дьяченко

428

**Материалы LXXII Международной конференции
“Ядро-2022: Фундаментальные вопросы и приложения”,
11–16 июля 2022 г.; Москва, Россия***

ЯДРА

Теория

Деформационные свойства и ядерные радиусы изотопов Hg

И. Н. Борзов, С. С. Панкратов, С. В. Толоконников

436

Функционал Фаянса. Ограничения из уравнений состояния

И. Н. Борзов, С. В. Толоконников

444

* Окончание публикации. Начало см. ЯФ 86, № 1 (2023).

Sn-АНОМАЛИЯ В КУЛОНОВСКИХ ЭНЕРГИЯХ И АНАЛОГОВЫЕ РЕЗОНАНСЫ НЕЙТРОННО-ИЗБЫТОЧНЫХ ИЗОТОПОВ ОЛОВА

© 2023 г. Ю. С. Лютостанский^{1)*}

Поступила в редакцию 24.11.2022 г.; после доработки 21.12.2022 г.; принята к публикации 26.12.2022 г.

Определена аномалия в распределении кулоновских энергий изотопов олова (Sn-аномалия), которая проявляется в том, что в зависимости $\Delta E_C A^{1/3}$ от A для изотопов $^{112-132}\text{Sn}$ наблюдается линейная зависимость экспериментальных данных по ΔE_C , близкая к Const. Разность кулоновских энергий $\Delta E_C(A, Z)$ соседних ядер-изобар Sn–Sb аппроксимируется с помощью двухпараметрической формулы. Рассчитаны энергии изобар-аналоговых резонансов E_{AR} как с помощью полученной аппроксимации в феноменологической модели, так и в рамках микроскопической теории конечных ферми-систем для изотопов $^{110-140}\text{Sn}$. Проведено сравнение с экспериментальными данными по E_{AR} и с другими известными расчетами в самосогласованных подходах. Показано, что феноменологическая модель описывает энергии E_{AR} с хорошей точностью, как и новая самосогласованная релятивистская модель.

DOI: 10.31857/S0044002723030133, EDN: RLFZWC

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование кулоновских энергий атомных ядер $E_C(A, Z)$ было стимулировано в начале 1960-х гг. открытием аналогового резонанса (AR) [1]. Появилась возможность с большой точностью в реакциях перезарядки измерять разницу кулоновских энергий соседних ядер-изобар:

$$\Delta E_C(A, Z) = E_C(A, Z + 1) - E_C(A, Z). \quad (1)$$

Оказалось, что AR имеет малую ширину и его энергия измеряется с хорошей точностью [1, 2].

Феноменологическая теория аналоговых состояний была построена Лейном [2, 3], и было введено новое квантовое число — изоспин, значение которого в основном состоянии соответствует $T_0 = (T_0)_Z = (N - Z)/2$. Согласно Лейну, при возбуждении AR в зарядово-обменных реакциях изоспин должен сохраняться.

Микроскопическая теория аналоговых состояний развивалась в то время в методе Хартри–Фока группой японских авторов [4, 5] и в теории конечных ферми-систем (ТКФС) [6] группой А.Б. Мигдала [7, 8].

В последние годы интерес к изобарическим состояниям резонансного типа, в том числе и к AR, возрос как в связи с развитием новых теоретических самосогласованных методов расчета [9–12]

(см. ниже), так и в связи с развитием экспериментальных возможностей [13], а также появлением новых данных по зарядово-обменным резонансам, в частности по изотопам олова [14, 15].

Действительно, наиболее полные экспериментальные исследования зарядово-обменных возбуждений в девяти изотопах олова с $A = 112-124$ были проведены в [14], где исследовалась реакция перезарядки $\text{Sn}(^3\text{He}, t)\text{Sb}$ при энергии $E(^3\text{He}) = 200$ МэВ. Энергии возбуждения (E_x), ширины (Γ) и сечения $d\sigma/d\Omega$ (мбн/ср) были измерены для гигантского гамов-теллеровского, аналогового и трех пигми-резонансов. Относительно недавно были проведены исследования зарядово-обменных резонансов в реакции $^{132}\text{Sn}(p, n)^{132}\text{Sb}$ при энергии $E(p) = 216$ МэВ на дважды магическом очень нейтронно-избыточном изотопе ^{132}Sn [15]. В этом эксперименте была также получена константа локального спин-изоспинового взаимодействия Ландау–Мигдала, которая сравнивается с настоящими расчетами.

В настоящей работе исследуются кулоновская энергия и связанная с ней энергия аналоговых резонансов изотопов олова, по которым имеется наиболее полный набор экспериментальных данных. Полученные зависимости сравниваются с работой [16], в которой ранее было представлено феноменологическое описание кулоновских энергий для более чем 400 ядер. Определена аномалия в распределении кулоновских энергий изотопов олова (Sn-аномалия). В настоящей работе новая аппроксимация кулоновских энергий для цепочки изото-

¹⁾Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

*E-mail: lutostansky@yandex.ru

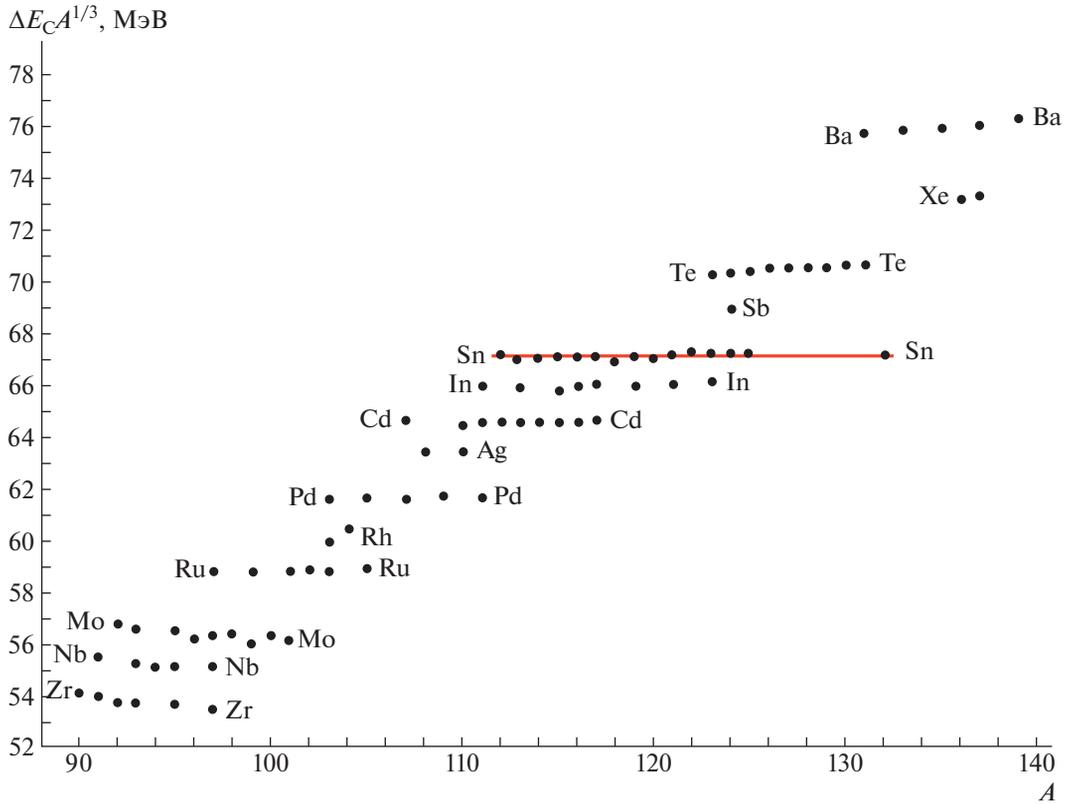


Рис. 1. Зависимость величины $\Delta E_C A^{1/3}$ от массового числа A для ядер в диапазоне $A = 90-140$.

пов Sn отличается от аппроксимаций, полученных ранее, что позволило рассчитать энергии AR для большого количества изотопов олова, в том числе и короткоживущих ядер с большим нейтронным избытком.

В настоящей работе также анализируются параметры изоспин-изоспинового взаимодействия из сравнения расчетных значений с экспериментальными данными по энергиям аналоговых резонансов. Зарядово-обменные резонансы исследуются в настоящей работе в рамках микроскопической теории конечных ферми-систем [6] с параметрами взаимодействия, полученными недавно [17, 18].

2. КУЛОНОВСКАЯ ЭНЕРГИЯ ИЗОТОПОВ ОЛОВА

В капельной модели ядра кулоновская энергия ядра с учетом обменных эффектов имеет вид [19]:

$$E_C(A, Z) = \frac{3 Z^2 e^2}{5 R_C} \left[1 - 5 \left(\frac{3}{16\pi Z} \right)^{2/3} \right] = \quad (2)$$

$$= a_C \frac{Z^2}{R_C} \left(1 - 0.76 Z^{-2/3} \right),$$

где обычно полагается $R_C = r_0 A^{1/3}$. Если положить $r_0 = 1.25$ фм, то $a_C/R_C = 0.7/A^{1/3}$ как в [19]

(соотношение (2.19)). В работе [20] была предложена поправка к R_C с учетом поверхностных эффектов $R_D = R_C(1 + \Delta)$, где

$$\Delta = \frac{5\pi^2}{6} \frac{d^2}{r_0^2 A^{1/3}} - \frac{1}{1 + A^{1/3}/k} \frac{N - Z}{6Z}. \quad (3)$$

Здесь $d \approx 0.55$ фм, $3/(4\pi r_0^3) = 0.16$ фм⁻³, $k < 1$ [21] и для $A > 60$, $Z \geq 30$ величина $\Delta \ll 1$, и в дальнейшем мы ее учитывать не будем.

Соответственно для энергетической разности $\Delta E_C(A, Z)$ получается:

$$\Delta E_C(A, Z) = \frac{a_C}{R_C} \bar{Z} \left(1 - 0.500 Z^{-2/3} \right), \quad (4)$$

где $\bar{Z} = Z + 1/2$.

Слагаемое с $0.50 Z^{-2/3}$ соответствует обменному члену в кулоновской энергии (2) и мало в тяжелых ядрах. Так, для изотопов Sn с $Z = 50$ — это будет $0.5/50^{2/3} \approx 0.037 \ll 1$, и, следовательно, имеем:

$$\Delta E_C(A, Z = 50) R_C = r_0 \Delta E_C A^{1/3} = \quad (5)$$

$$= a_C (Z + 1/2) = \text{Const.}$$

Это хорошо видно на графике рис. 1, где линейная зависимость $\Delta E_C A^{1/3}$ от A наблюдается для всех представленных изотопических цепочек в

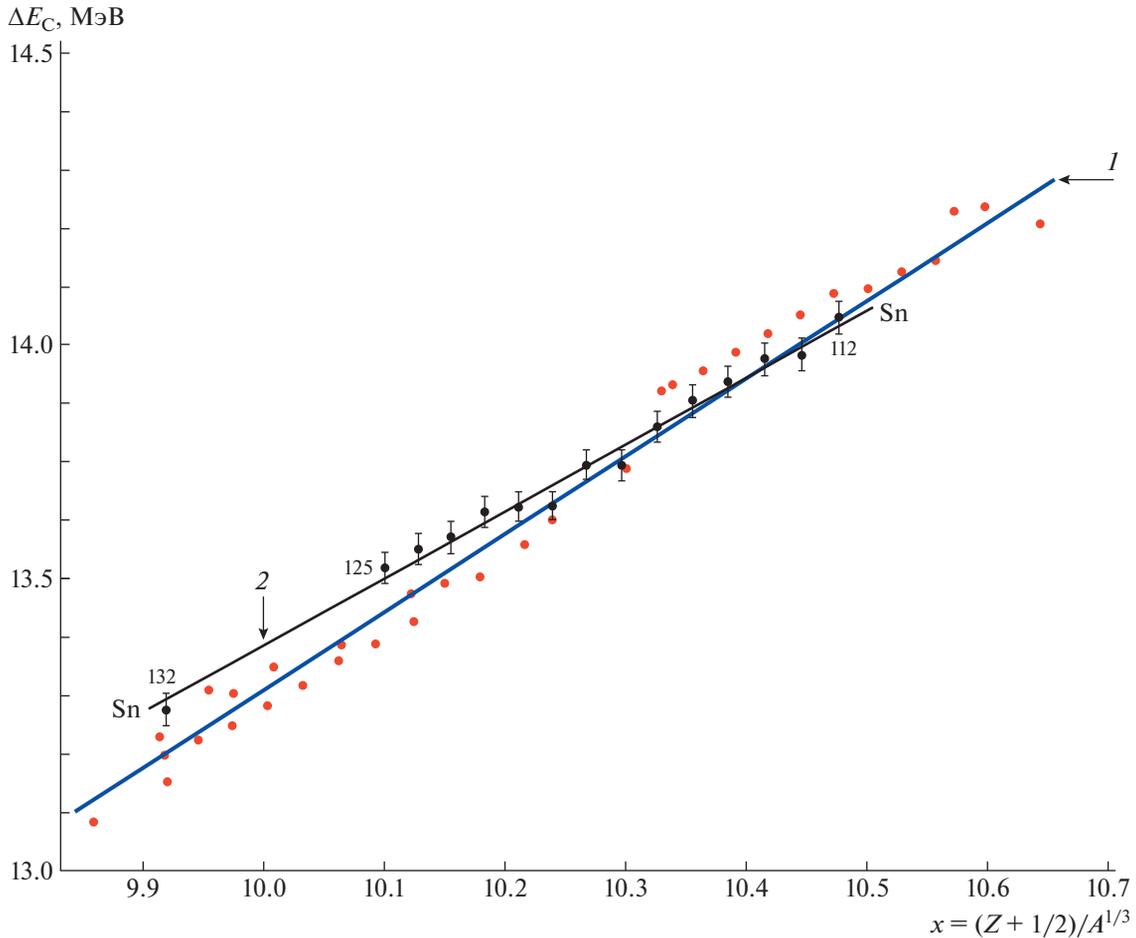


Рис. 2. Зависимость разности кулоновских энергий ΔE_C от параметра $x = (Z + 1/2)A^{1/3}$. Кривые (см. формулу (6)): 1 — для $A = 5-244$ [16], где $a = 1.425$ МэВ и $b = -0.969$ МэВ, 2 — для изотопов $^{112-132}\text{Sn}$, где $a = 1.2262$ МэВ и $b = 1.1540$ МэВ.

диапазоне $90 < A < 140$, а для всех изотопов Sn наблюдается линейная аномалия, близкая к Const (Sn-аномалия). Расчеты для Sn с экспериментальными данными по ΔE_C дают: $\Delta E_C A^{1/3} = 67.606 \pm \pm 0.124$ МэВ, т.е. отклонения от Const составляют $< 0.20\%$. Такое исключительное поведение изотопов олова позволяет использовать в дальнейших расчетах упрощенный феноменологический подход.

Известна простая двухпараметрическая аппроксимационная формула для энергии ΔE_C :

$$\Delta E_C(A, Z) = axf(A) + b \text{ [МэВ]}, \quad (6)$$

где $x = (Z + 1/2)A^{1/3}$ и $f(A)$ — функция коррекции радиуса, в данном случае связанная с деформацией. Для $f(A) = 1$ соотношение (6) переходит в известную формулу J. Jänecke [22], впервые параметризованную в [23]. Для более чем 400 ядер (точнее 413) в интервале массовых чисел $A = 5-244$ в работе [16] было получено, что $a = 1.425$ МэВ и $b = -0.969$ МэВ со среднеквадратичным отклонением ΔE_C от экспериментальных значений 102 кэВ.

Если взять экспериментальные данные по ΔE_C [24] только для изотопов Sn, то получим:

$$\Delta E_C(A, Z = 50) = 1.2262x + 1.1540 \text{ [МэВ]}, \quad (7)$$

что отличается от общей зависимости в силу Sn-аномалии (см. рис. 2). Среднеквадратичное отклонение полученных из этой зависимости величин ΔE_C от экспериментальных значений составляет $\delta(\Delta E_C) = 0.024$ МэВ, т.е. $< 0.2\%$ от минимального значения ΔE_C для ^{132}Sn из рассматриваемой цепочки изотопов.

Рассчитанные согласно (7) энергии ΔE_C для 31 изотопа олова $^{110-140}\text{Sn}$ представлены на рис. 3 в зависимости от массовых чисел A . Получена зависимость

$$\Delta E_C(A, Z = 50) = 17.70 - 0.033A. \quad (8)$$

Видно хорошее согласие с экспериментальными данными и линейный характер полученной зависимости, что связано с Sn-аномалией.

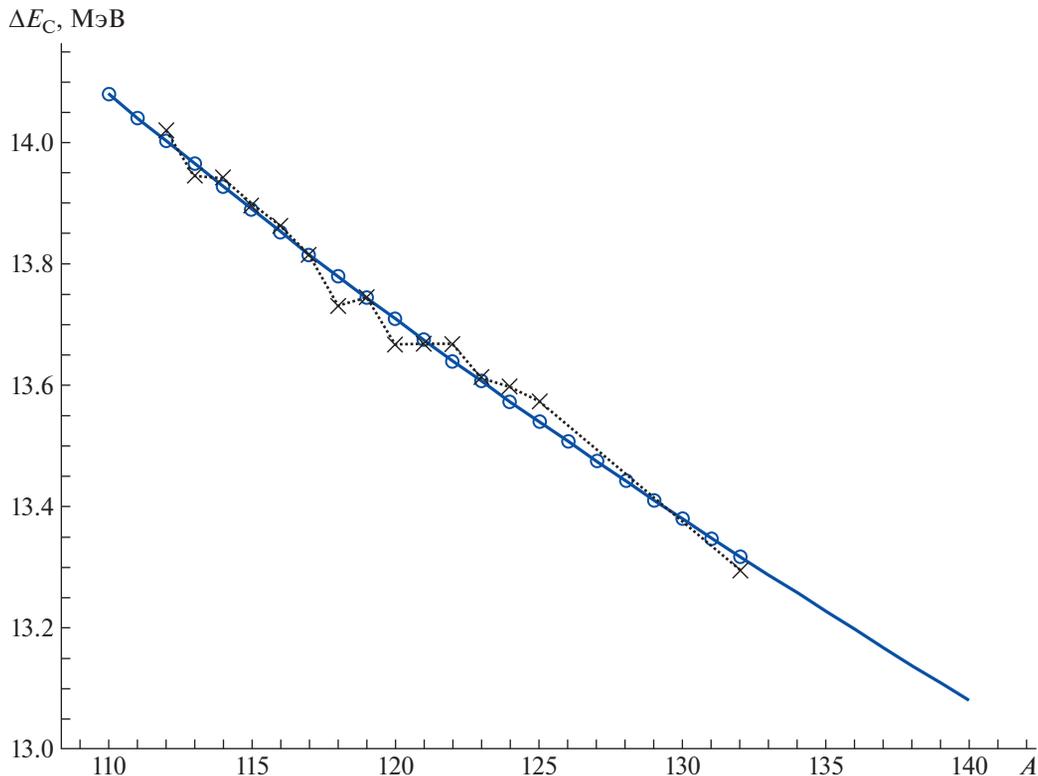


Рис. 3. Зависимость разности кулоновских энергий ΔE_C от массового числа A для изотопов олова. Кружки — расчет ΔE_C по формуле (7); сплошная синяя линия — фитирование (8), штриховая кривая (крестики) — экспериментальные данные.

3. АНАЛОГОВЫЕ РЕЗОНАНСЫ ИЗОТОПОВ ОЛОВА

Энергии изобарических аналоговых состояний E_{IAS} нейтронно-избыточных материнских ядер $A(N, Z)$, наблюдаемые в дочерних ядрах-изобарах $A(N-1, Z+1)$, связаны с энергией ΔE_C известным соотношением [23]:

$$E_{IAS} = \Delta E_C + M(A, Z) - M(A, Z+1) + \quad (9)$$

$$+ M(H) - M(n),$$

которое для короткоживущих нейтронно-избыточных изотопов олова имеет вид:

$$E_{IAS} = \Delta E_C(\text{Sn}) + Q_{\beta^-}(\text{Sn}) - \Delta_{np}, \quad (10)$$

$$\Delta_{np} = M_n - M_H = 0.782 \text{ МэВ},$$

где $Q_{\beta^-}(\text{Sn})$ — энергия β^- -распада материнского изотопа олова [25]. Таким образом, зная энергию ΔE_C , например, из феноменологического подхода и энергию Q_{β^-} [25], можно определять энергию $E_{AR} = E_{IAS}$. В рамках развитой феноменологической модели (FM) рассчитаны энергии изобар-аналоговых резонансов E_{AR} для Sn-изотопов с $A = 110-140$, наблюдаемых в зарядово-обменных реакциях (см., например, [14]) как для четных значений A , так и для нечетных. Полученные таким

образом энергии E_{AR} для изотопов олова с $N > Z$ представлены ниже в табл. 1, 2.

В микроскопической теории изобарические — зарядово-обменные возбуждения — рассчитывались в теории конечных ферми-систем [6] и первые предсказания энергий аналоговых резонансов для 72 ядер были получены 50 лет тому назад в работе автора [8].

В микроскопической ТКФС зарядово-обменные возбуждения описываются системой уравнений для эффективного поля [6]:

$$V_{pn} = e_q V_{pn}^\omega + \sum_{p'n'} F_{np,n'p'}^\omega \rho_{p'n'}, \quad (11)$$

$$V_{pn}^h = \sum_{p'n'} F_{np,n'p'}^\omega \rho_{p'n'}^h,$$

где V_{pn} и V_{pn}^h — эффективные поля квазичастиц и дырок в ядре, V_{pn}^ω — внешнее зарядово-обменное поле. Энергии возбужденных состояний дочернего ядра определялись системой секулярных уравнений ТКФС для эффективного поля [6]. Расчеты проводились в координатном представлении с учетом спаривания в одночастичном базисе, как в [17]. Пренебрегалось эффектами изменения спаривательной щели во внешнем поле, т.е. полагалось

Таблица 1. Энергии аналоговых резонансов изотопов Sn, отсчитываемые в МэВ от основного состояния дочернего ядра Sb (приведены экспериментальные данные [14, 15] и результаты различных расчетов)

Ядро нач./конечн.	E_{AR} , Эксп. [14, 15]	Расчет [8], 1972 г.	Расчет ТКФС	Расчет FM	Расчет DF3-f [9]	Расчет DF3-f [31]
$^{110}\text{Sn}-^{110}\text{Sb}$			5.09	4.904	5.13	5.21
$^{112}\text{Sn}-^{112}\text{Sb}$	6.16		6.26	6.163	6.27	6.31
$^{114}\text{Sn}-^{114}\text{Sb}$	7.28	6.91	7.12	7.080	7.15	7.16
$^{116}\text{Sn}-^{116}\text{Sb}$	8.36	8.47	8.45	8.365	8.56	8.39
$^{117}\text{Sn}-^{117}\text{Sb}$	11.27		11.34	11.275		
$^{118}\text{Sn}-^{118}\text{Sb}$	9.33	9.23	9.28	9.340	9.60	9.46
$^{119}\text{Sn}-^{119}\text{Sb}$	12.36		12.42	12.373		
$^{120}\text{Sn}-^{120}\text{Sb}$	10.24	10.20	10.20	10.246	10.49	10.34
$^{122}\text{Sn}-^{122}\text{Sb}$	11.24	11.17	11.17	11.252	11.41	11.31
$^{124}\text{Sn}-^{124}\text{Sb}$	12.19	12.05	12.15	12.178	12.16	12.30
$^{126}\text{Sn}-^{126}\text{Sb}$			13.12	13.102	13.08	13.03
$^{128}\text{Sn}-^{128}\text{Sb}$			13.83	13.927	13.94	13.94
$^{130}\text{Sn}-^{130}\text{Sb}$			14.82	14.749	14.87	14.77
$^{132}\text{Sn}-^{132}\text{Sb}$	15.6		15.71	15.623	15.6	15.61

$d_{pn}^1 = d_{pn}^2 = 0$, что оправдано для внешних полей с нулевыми диагональными элементами (см. [6], с. 200).

Система секулярных уравнений (11) решалась для разрешенных переходов с локальным нуклон-нуклонным взаимодействием F^ω в форме Ландау–Мигдала:

$$F^\omega = C_0 (f'_0 + g'_0 (\sigma_1 \sigma_2)) (\tau_1 \tau_2) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (12)$$

где $C_0 = (d\rho/d\varepsilon_F)^{-1} = 300 \text{ МэВ фм}^3$ (ρ — средняя плотность ядерной материи), f'_0 и g'_0 — параметры соответственно изоспин-изоспинового и спин-изоспинового взаимодействий квазичастиц. Эти константы взаимодействия являются феноменологическими параметрами и подбираются из сравнения с экспериментальными данными (см., например, [17]).

Энергия аналогового резонанса E_{AR} линейно зависит от параметра изоспин-изоспинового взаимодействия f'_0 (11), определяющего наклон в зависимости

$$E_{AR} = f'_0 \Delta E_F = f'_0 \frac{4}{3} \varepsilon_F \frac{N - Z}{A}, \quad (13)$$

$$\varepsilon_F \approx 40 \text{ МэВ.}$$

Такая линейная зависимость E_{AR} от изотопического параметра $(N - Z)/A$ получается в расчетах с использованием ТКФС [17], и такая же зависимость наблюдается в эксперименте, как видно из

рис. 4 для четных изотопов олова. Как видно из рис. 4, недавно измеренный экстремальный изотоп ^{132}Sn [15] хорошо ложится на эту зависимость, но для изотопов $^{112,114}\text{Sn}$ наблюдается небольшое отклонение, связанное с их деформацией [26] (см. ниже). В настоящих расчетах использовалось значение $f'_0 = 1.351 \pm 0.027$, полученное недавно [17], мало отличающееся от значения $f'_0 = 1.35$, полученного ранее [8, 27].

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В настоящей работе энергии аналоговых резонансов рассчитывались в рамках ТКФС для изотопов $^{112-132}\text{Sn}$ с известными экспериментальными значениями E_{AR} , а также для четно-четных изотопов Sn с $A = 110-132$, которые рассчитывались ранее в работе [9]. Результаты наших расчетов по E_{AR} представлены на рис. 5 вместе с расчетами по феноменологической модели и с экспериментальными данными. Как видно из рис. 5, значения энергий E_{AR} в зависимости от массового числа A аппроксимируются линейно для четных и нечетных значений A , что является следствием Sn-аномалии и наличием энергий Q_β для соседних ядер-изобар.

Энергии аналоговых резонансов изотопов $^{110-132}\text{Sn}$ представлены в табл. 1, где приведены экспериментальные данные [14, 15] и результаты различных расчетов, в том числе предсказания

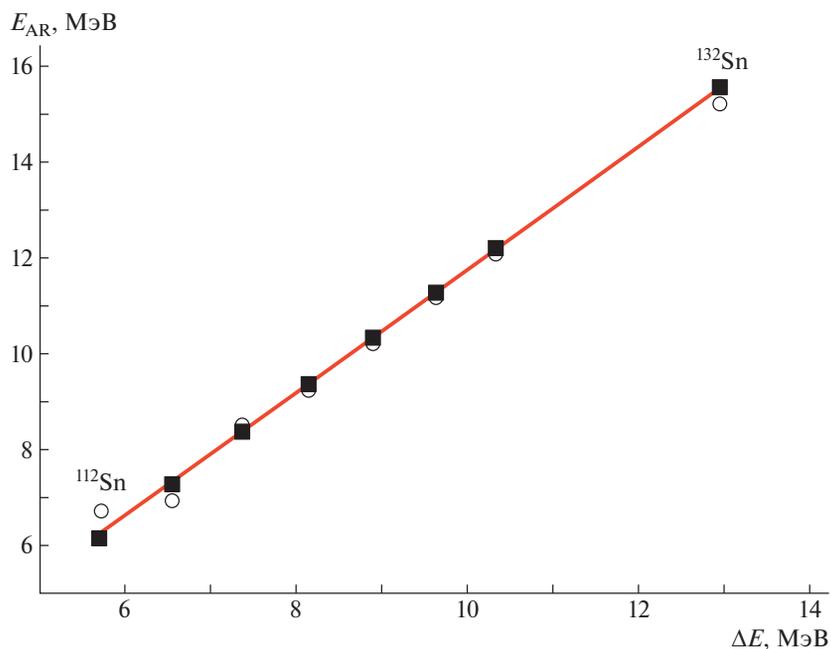


Рис. 4. Зависимость энергии аналогового резонанса от параметра $\Delta E = (4/3)\varepsilon_F(N - Z)/A$, $\varepsilon_F \approx 40$ МэВ для четно-четных изотопов олова. Квадраты — экспериментальные данные, кружки — расчеты по ТКФС.

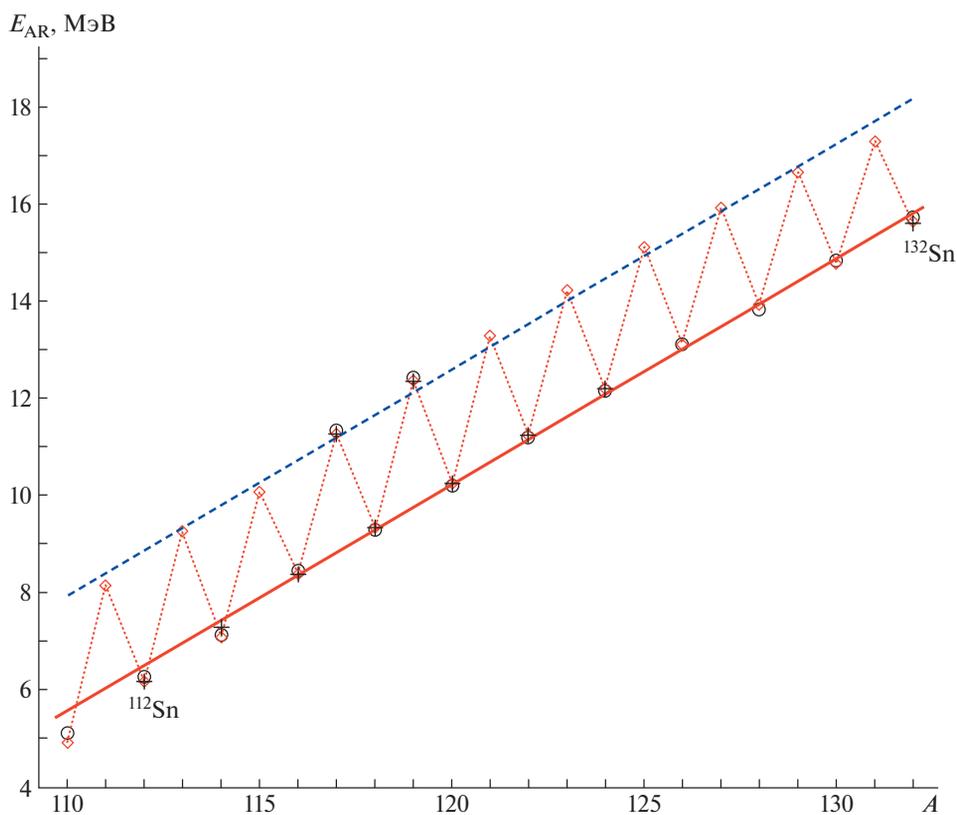


Рис. 5. Зависимость энергии аналогового резонанса E_{AR} от массового числа A для изотопов олова с $A = 110-132$. Кривые: сплошная красная — четные изотопы Sn, штриховая синяя — нечетные изотопы Sn. Точки: крестики — экспериментальные данные, кружки — расчеты по ТКФС (см. табл. 1), красные ромбики — расчеты по FM (см. табл. 1).

автора 50-летней давности [8]. Результаты настоящих расчетов по ТКФС и FM также представлены на рис. 5. В табл. 1 приведены результаты расчетов

из работы [9], проведенные в рамках развиваемого И.Н. Борзовым и С.В. Толоконниковым самосогласованного подхода со спариванием, исполь-

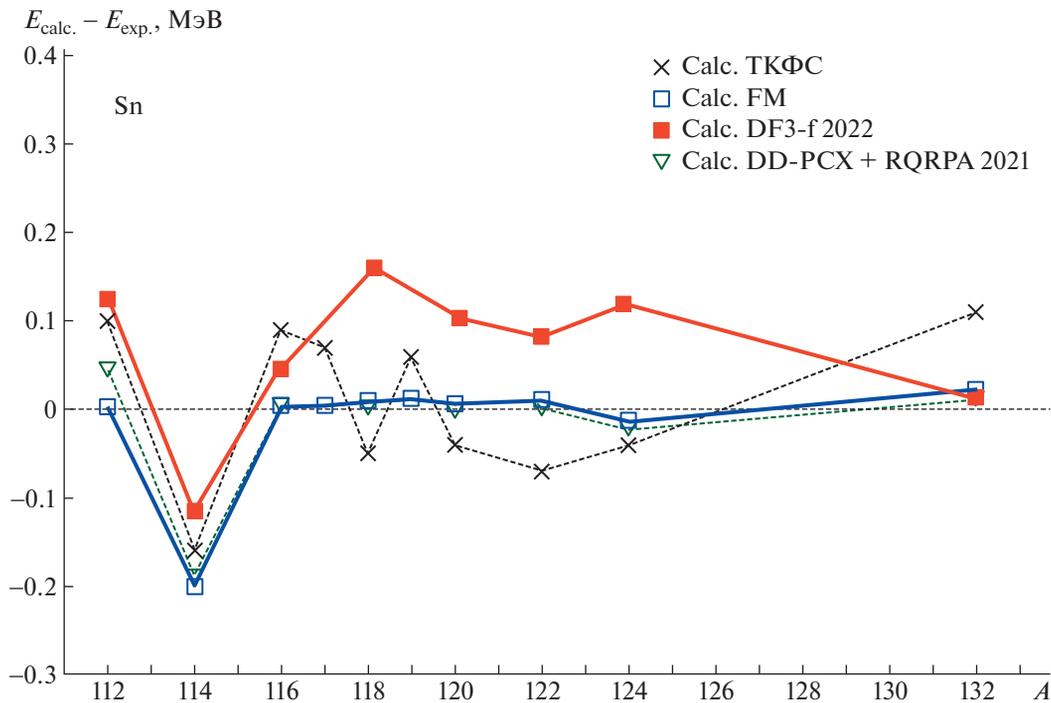


Рис. 6. Разности рассчитываемых и экспериментальных [14, 15] энергий аналоговых резонансов. Представлены расчеты по ТКФС, по FM, в самосогласованном DF3-f [9, 31] подходе и расчеты в релятивистской модели DD-PCX + RQRPA [11, 12].

зующего квазичастичное приближение случайных фаз с учетом континуума. Этот подход основан на новой модификации энергетического функционала плотности, предложенного ранее С.А. Фаянсом [28–30]. Также представлены результаты последних расчетов в этом подходе с уточненными параметрами теории [31].

Сравнение экспериментальных данных по E_{AR} с различными расчетами, представленными в табл. 1, показывает неплохую точность предсказаний 1972 г. и хорошую точность расчетов по FM. Результаты сравнения нескольких расчетов с экспериментальными данными представлены на рис. 6. Дополнительно к табл. 1 на рис. 6 представлены расчеты [11, 12], использующие релятивистскую модель, зависящую от плотности со спариванием DD-PCX + RQRPA. Как видно из рис. 6 два расчета: по FM и расчеты DD-PCX + RQRPA [11, 12] имеют примерно одинаковую рекордную точность со средними отклонениями от эксперимента, меньшими 50 кэВ, а ТКФС и самосогласованные DF3-f расчеты [9, 31] имеют большие расхождения с экспериментом. Отметим расхождения для изотопов ^{112}Sn и особенно для ^{114}Sn , которые, скорее всего, связаны с их деформацией [26].

Расчеты для более тяжелых короткоживущих нейтронно-избыточных изотопов олова $^{132-140}\text{Sn}$

представлены в табл. 2. Для этих изотопов характерны большие энергии бета-распадов Q_{β^-} , что определяет и большие энергии AR, измеряемые в соседнем ядре-изобаре Sb. Так, для изотопов $^{133-140}\text{Sn}$ E_{AR} превышает 20 МэВ, хотя кулоновские энергии ΔE_C изменяются для этих тяжелых изотопов не сильно (см. также рис. 3). Отметим и резкое уменьшение периодов полураспада при переходе от ^{132}Sn к ^{133}Sn [32], что объясняется увеличением энергии Q_{β^-} при переходе на новую одночастичную оболочку в структуре ^{133}Sn . Более того, в новой оболочке возможны сильные деформации, которые в микроскопической теории пока не учитываются.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе определена аномалия в распределении кулоновских энергий ΔE_C изотопов олова, которая проявляется в том, что в зависимости $\Delta E_C A^{1/3}$ от A для изотопов $^{112-132}\text{Sn}$ наблюдается линейная зависимость экспериментальных данных по ΔE_C , близкая к Const (Sn-аномалия). Такое упрощение позволило с хорошей точностью аппроксимировать разность кулоновских энергий $\Delta E_C(A, Z)$ соседних ядер-изобар Sn–Sb с помощью двухпараметрической формулы. Рассчитываются разность кулоновских энергий ΔE_C соседних ядер-изобар Sn–Sb и связанная с ней энергия

Таблица 2. Энергии кулоновских энергий и аналоговых резонансов короткоживущих нейтронно-избыточных изотопов $^{132-140}\text{Sn}$

Ядро нач./конечн.	$T_{1/2}$, с [32]	Q_{β^-} , МэВ \pm кэВ [25]	ΔE_C Расчет ФМ	E_{AR} Расчет ФМ
$^{132}\text{Sn}-^{132}\text{Sb}$	39.7	3.0890 ± 3	13.316	15.623
$^{133}\text{Sn}-^{133}\text{Sb}$	1.46	8.054 ± 4	13.285	20.553
$^{134}\text{Sn}-^{134}\text{Sb}$	1.070	7.585 ± 4	13.255	20.058
$^{135}\text{Sn}-^{135}\text{Sb}$	0.510	9.058 ± 4	13.225	21.501
$^{136}\text{Sn}-^{136}\text{Sb}$	0.369	8.340 ± 200	13.196	20.754
$^{137}\text{Sn}-^{137}\text{Sb}$	0.204	9.910 ± 300	13.166	22.294
$^{138}\text{Sn}-^{138}\text{Sb}$	0.158	9.140 ± 500	13.137	21.495
$^{139}\text{Sn}-^{139}\text{Sb}$	0.114	10.740 ± 570	13.108	23.066
$^{140}\text{Sn}-^{140}\text{Sb}$	—	9.900 ± 670	13.080	22.198

аналоговых резонансов E_{AR} изотопов олова, по которым имеется наиболее полный набор экспериментальных данных. Расчеты E_{AR} проводились как с помощью полученной аппроксимации в феноменологической модели, так и в рамках микроскопической теории конечных ферми-систем для изотопов $^{110-140}\text{Sn}$. Проведено сравнение с экспериментальными данными по E_{AR} и с другими известными расчетами в самосогласованных подходах. Показано, что феноменологическая модель описывает энергии E_{AR} с хорошей точностью, как и новая самосогласованная релятивистская модель [11, 12] со средними отклонениями от эксперимента, меньшими 50 кэВ, а ТКФС и самосогласованные DF3-f расчеты [9, 31] имеют большие расхождения с экспериментом.

В настоящей работе также анализируются параметры ТКФС — изоспин-изоспинового взаимодействия f'_0 , и из сравнения расчетных значений E_{AR} с экспериментальными данными по энергиям аналоговых резонансов для изотопов олова показано, что практически нет расхождений со значениями параметра f'_0 , полученными ранее [8, 27] и недавно [17].

Разработанная методика в рамках феноменологической модели позволяет также рассчитывать энергии гамов-теллеровского [27, 33] и пигми-резонансов [34] с хорошей точностью и не только для изотопов олова.

Автор благодарен И.Н. Борзову, А.Н. Фазлиахметову, Г.А. Коротееву, В.Н. Тихонову и С.В. Толоконникову за дискуссии и помощь в работе.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта НИЦ “Курчатовский институт” (приказ № 2767 от 28.10.2021).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J. D. Anderson, C. Wong, and J. W. McClure, Phys. Rev. **126**, 2170 (1962).
2. A. M. Lane and J. M. Soper, Nucl. Phys. **37**, 663 (1962).
3. A. M. Lane, Nucl. Phys. **35**, 676 (1962).
4. J. I. Fujita and K. Ikeda, Nucl. Phys. **67**, 145 (1965).
5. J. I. Fujita, S. Fujii, and K. Ikeda, Phys. Rev. **133**, B549 (1964).
6. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, Москва, 1983) [A. B. Migdal, *Theory of Finite Fermi Systems and Applications to Atomic Nuclei* (Nauka, Moscow, 1983, 2nd ed.; Interscience, New York, 1967, transl. 1st ed.)].
7. Д. Ф. Зарецкий, М. Г. Урин, ЖЭТФ **53**, 324 (1967).
8. Ю. В. Гапонов, Ю. С. Лютостанский, ЯФ **16**, 484 (1972) [Sov. J. Nucl. Phys. **16**, 270 (1972)].
9. И. Н. Борзов, С. В. Толоконников, ЯФ **82**, 471 (2019) [Phys. At. Nucl. **82**, 560 (2019)].
10. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **79**, 703 (2016) [Phys. At. Nucl. **79**, 1030 (2016)].
11. N. Paar, T. Nikšić, D. Vretenar, and P. Ring, Phys. Rev. **69**, 054303 (2004).
12. D. Vale, Y. F. Niu, and N. Paar, Phys. Rev. C **103**, 064307 (2021); arXiv: 2012.11977 v2 [nucl-th] (2021).
13. P. N. Huan, N. L. Anh, B. M. Loc, and I. Vidaña, Phys. Rev. C **103**, 024601 (2021).
14. K. Pham, J. Jänecke, D. A. Roberts, M. N. Harakeh, G. P. A. Berg, S. Chang, J. Liu, E. J. Stephenson, B. F. Davis, H. Akimune, and M. Fujiwara, Phys. Rev. C **51**, 526 (1995).
15. J. Yasuda, M. Sasano, R. G. T. Zegers, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **121**, 132501 (2018).
16. Ю. С. Лютостанский, В. Н. Тихонов, Изв. РАН. Сер. физ. **79**, 466 (2015) [Bull. Acad. Sci.: Phys. **79**, 425 (2015)].

17. Ю. С. Лютостанский, ЯФ **83**, 34 (2020) [Phys. At. Nucl. **83**, 33 (2020)].
18. Yu. S. Lutostansky, EPJ Web Conf. **194**, 02009 (2018).
19. О. Бор, Б. Моттelson, *Структура атомного ядра* (Мир, Москва, 1971), т. 1 [A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* (W. A. Benjamin, New York, 1969), Vol. 1].
20. P. Danielewicz, Nucl. Phys. A **727**, 233 (2003).
21. J. Dong, H. Zhang, L. Wang, and W. Zuo, Phys. Rev. C **88**, 014302 (2013).
22. J. Jänecke, Z. Phys. **160**, 171 (1960); J. Jänecke, F. D. Vecchetti, A. M. van Berg, G. P. A. Berg, G. Brouwer, M. B. Greenfield, M. N. Harakeh, M. A. Hofstee, A. Nadasen, D. A. Roberts, R. Sawafita, J. M. Schippers, E. J. Steohenson, D. P. Stewart, and S. Y. van der Werf, Nucl. Phys. A **526**, 1 (1991).
23. J. D. Anderson, C. Wong, and J. W. McClure, Phys. Rev. B **138**, 615 (1965).
24. M. S. Antony, A. Pape, and J. Britz, At. Data Nucl. Data Tables **66**, 1 (1997).
25. M. Wang, W. J. Huang, F. G. Kondev, G. Audi, and S. Naimi, Chin. Phys. C **45**, 030003 (2021).
26. J. Kvasil, V. O. Nesterenko, W. Kleinig, D. Božik, and P.-G. Reinhard, Int. J. Mod. Phys. E **20**, 281 (2011).
27. Ю. С. Лютостанский, ЯФ **74**, 1207 (2011) [Phys. At. Nucl. **74**, 1176 (2011)].
28. I. N. Borzov, S. A. Fayans, E. Krömer, and D. Zawischa, Z. Phys. A **355**, 117 (1996).
29. S. A. Fayans, S. V. Tolokonnikov, E. L. Trykov, and D. Zawischa, Nucl. Phys. A **676**, 49 (2000).
30. С. А. Фаянс, Письма в ЖЭТФ **68**, 161 (1998) [JETP Lett. **68**, 169 (1998)].
31. И. Н. Борзов, С. В. Толоконников (2022), частное сообщение.
32. J. Wu, S. Nishimura, P. Möller, M. R. Mumpower, R. Lozeva, C. B. Moop, A. Odahara, H. Baba, F. Browne, R. Daido, P. Doornenbal, Y. F. Fang, M. Haroon, T. Isobe, H. S. Jung, G. Lorusso, *et al.*, arXiv: 2004.00119v1 [nucl-ex] (2020).
33. Ю. В. Гапонов, Ю. С. Лютостанский, ЯФ **19**, 62 (1974) [Sov. J. Nucl. Phys. **19**, 33 (1974)].
34. Ю. С. Лютостанский, Письма в ЖЭТФ **106**, 9 (2017) [JETP Lett. **106**, 7 (2017)].

Sn-ANOMALY IN COULOMB ENERGIES AND ANALOG RESONANCES OF THE NEUTRON-RICH TIN ISOTOPES

Yu. S. Lutostansky¹⁾

¹⁾ National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia

An anomaly in the distribution of Coulomb energies of tin isotopes (Sn-anomaly) is determined, which consists in the fact that in the dependence of $\Delta E_C A^{1/3}$ on A for $^{112-132}\text{Sn}$ isotopes, a linear dependence is observed for experimental data on ΔE_C close to Const. The difference between the Coulomb energies $\Delta E_C(A, Z)$ of neighboring Sn–Sb isobar nuclei is approximated using a two-parameter formula. The energies of isobar-analog resonances E_{AR} are calculated both using the obtained approximation in the phenomenological model and in the framework of the microscopic theory of finite Fermi systems for $^{110-140}\text{Sn}$ isotopes. A comparison is made with the experimental data on the E_{AR} and with other well-known calculations in self-consistent approaches. It is shown that the phenomenological model describes the E_{AR} energies with good accuracy, as well as the new self-consistent relativistic model.

ЗЕНИТНО-УГЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧАСТИЦ ШАЛ С $E_0 \approx 10^{18}$ эВ ПО ДАННЫМ ЯКУТСКОЙ УСТАНОВКИ

© 2023 г. А. В. Глушков^{1)*}, К. Г. Лебедев¹⁾, А. В. Сабуров^{1)**}

Поступила в редакцию 03.11.2022 г.; после доработки 17.12.2022 г.; принята к публикации 27.12.2022 г.

Исследованы пространственные распределения частиц в широких атмосферных ливнях (ШАЛ) на Якутской установке наземными и подземными сцинтилляционными детекторами с порогом $E_\mu \approx \approx 1.0 \text{ sec } \theta$ ГэВ от космических лучей с энергией $E_0 \approx 10^{18}$ эВ за период непрерывных наблюдений 1986–2016 гг. Используются все данные с зенитными углами $\theta \leq 60^\circ$ в пяти интервалах с шагом $\Delta \cos \theta = 0.1$. Экспериментальные величины сравниваются с расчетными, выполненными по модели развития ШАЛ QGSJET-01-d из пакета программ CORSIKA. Вся совокупность рассмотренных данных указывает на вероятный состав космических лучей, близкий к чисто протонному.

DOI: 10.31857/S004400272303011X, EDN: RLBVYM

1. ВВЕДЕНИЕ

Космические лучи (КЛ) сверхвысоких энергий ($E_0 \geq 10^{15}$ эВ) активно исследуются во всем мире более 50 лет [1]. До сих пор точно не известен их массовый состав, без знания которого трудно понять характер ядерных взаимодействий в этой области энергий и источники происхождения первичных частиц. Для его оценки используются различные параметры ливней d , чувствительные к массовому составу КЛ. На Якутской установке это делается с помощью функций пространственного распределения (ФПР) электронной, мюонной и черенковской компонент ШАЛ (см., например, [2–7]). Ключом к решению проблемы состава КЛ служит простое соотношение, вытекающее из принципа наклонной суперпозиции:

$$\ln A = ((d_p - d_{\text{exp}})/(d_p - d_{\text{Fe}})) \ln 56,$$

где A — атомный номер первичной частицы, d — любой чувствительный к составу КЛ параметр, полученный в эксперименте (exp) и расчетным путем для первичных протонов (p) и ядер железа (Fe). Здесь не обойтись без теоретических представлений о развитии ШАЛ. В [8] рассчитаны ФПР откликов наземных и подземных сцинтилляционных детекторов Якутской установки от первичных частиц с $E_0 \geq 10^{17}$ эВ по моделям QGSJET-01-d [9], QGSJET-II-04 [10], EPOS-LHC [11] и SIBYLL-2.1 [12] в рамках пакета программ CORSIKA [13].

На рис. 1 приведены оценки состава первичных частиц мировыми установками ШАЛ. Они показывают противоречивую картину в этом вопросе. Установки NEVOD-DECOR и Auger, регистрирующие мюоны в наклонных ливнях, дают значения A при $E_0 \geq 3 \times 10^{17}$ эВ, выходящие за рамки традиционных представлений на этот счет. Это привело к появлению проблемы “muon excess” [14, 15], которая ставит под сомнение существующие модели развития ШАЛ. В этой связи мы анализируем данные Якутской установки при $E_0 \approx \approx 10^{18}$ эВ, которые имеют большую статистику и хорошие точности измерений.

2. ОТБОР И ОБРАБОТКА ЛИВНЕЙ

Были рассмотрены средние плотности всех частиц ШАЛ $\langle \rho_{s,R}(\theta) \rangle$ и мюонов $\langle \rho_{\mu,R}(\theta) \rangle$ с пороговой энергией $E_\mu \approx 1.0 \text{ sec } \theta$ ГэВ, измеренные наземными и подземными сцинтилляционными детекторами на расстояниях $R = 300, 600$ и 1000 м от оси в ливнях со средними зенитными углами $\langle \cos \theta \rangle = = 0.95, 0.90, 0.85, 0.75, 0.65$ и 0.55 . В табл. 1 приведена статистика использованных ливней. Экспериментальные ФПР обеих компонент строились в интервалах $\Delta \cos \theta = 0.1$ с шагом по энергии $\Delta \log E_0 = 0.2$. Зенитные углы ШАЛ были $\theta \leq 60^\circ$. Их оси отбирались в центральный круг установки с радиусом 1 км и были найдены с точностью не хуже 50 м. Первичная энергия ливней находилась из соотношений:

$$E_0 = (3.76 \pm 0.3) \times 10^{17} \times (\rho_{s,600}(0^\circ))^{1.02 \pm 0.02} [\text{эВ}], \quad (1)$$

¹⁾Институт космофизических исследований и аэронауки Якутского научного центра им. Ю. Г. Шафера Сибирского отделения Российской академии наук, Якутск, Россия.

*E-mail: glushkov@ikfia.ysn.ru

**E-mail: vs.tema@gmail.com

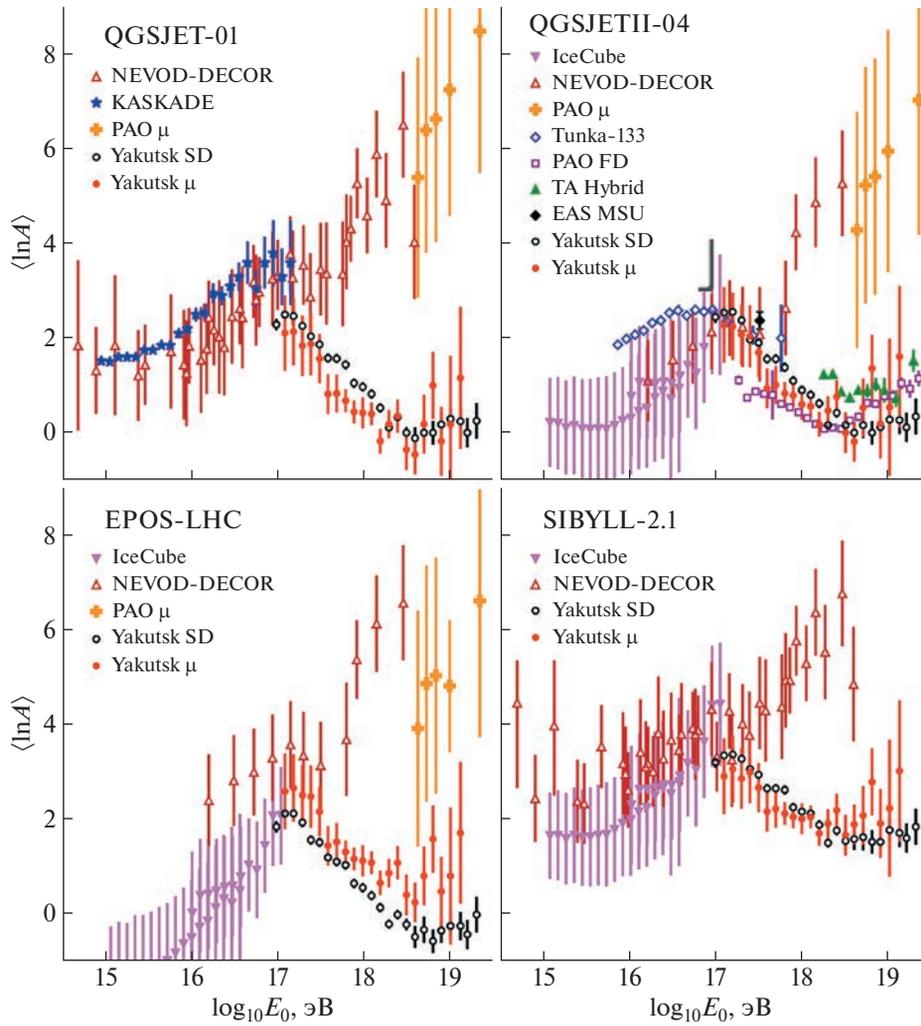


Рис. 1. Энергетические зависимости массового состава КЛ, полученные на разных установках ШАЛ. Пустые кружки — оценки, полученные на Якутской установке по данным наземных детекторов (SD) [16, 17], закрашенные кружки — оценки по мюонной компоненте ШАЛ (μ) [18]. Здесь же приведены оценки, полученные из масштабного параметра z [19] для экспериментов IceCube [20], NEVOD-DECOR [21, 22], ШАЛ-МГУ [23] и PAO (Auger) [24–26]. Также приведены данные установок KASCADE [27], Тунка-133 [28], флуоресцентной части PAO (FD) [29] и TA [30, 31].

$$\rho_{s,600}(0^\circ) = \rho_{s,600}(\theta) \times \exp((\sec \theta - 1)h/\lambda) \text{ [м}^{-2}\text{]}, \quad (2)$$

с пробегом поглощения λ , показанным на рис. 2; $h = 1020 \text{ г/см}^2$ — глубина атмосферы Якутской установки. Точность определения $\rho_{s,600}(\theta)$ в индивидуальных ШАЛ была не хуже 10%. Соотношение (1) однозначно связывает $\rho_{s,600}(0^\circ)$ и E_0 при любом составе КЛ благодаря тому, что на расстоянии $\approx 600 \text{ м}$ от оси ФПР всех заряженных частиц

пересекаются между собой. Это видно на рис. 3, где в качестве примера показаны ФПР в ливнях с $E_0 = 10^{18} \text{ эВ}$ и $\cos \theta = 0.9$ для первичных протонов (светлые кружки) и ядер железа (темные кружки), вычисленные по модели QGSJET-II-04.

Координаты оси и $\rho_{s,600}(\theta)$ находились по преобразованной функции Линсли [32]:

$$f_s(R, \theta) = \rho_{s,600}(\theta)(600/R)^\alpha \times ((R_M + 600)/(R_M + R))^{b_s - \alpha}, \quad (3)$$

где R_M — мольеровский радиус, $\alpha = 1$. Последний зависит от температуры (T) и давления (P):

$$R_M \approx (7.5 \times 10^4 / P)(T/273) \text{ [м]}. \quad (4)$$

Значение R_M определялось в каждом ливне (для Якутска $\langle T \rangle \approx -18^\circ\text{C}$ и $\langle R_M \rangle \approx 70 \text{ м}$). В формуле

Таблица 1

$\langle \cos \theta \rangle$	0.95	0.90	0.85	0.75	0.65	0.55
Число ливней	2835	1774	983	637	461	246

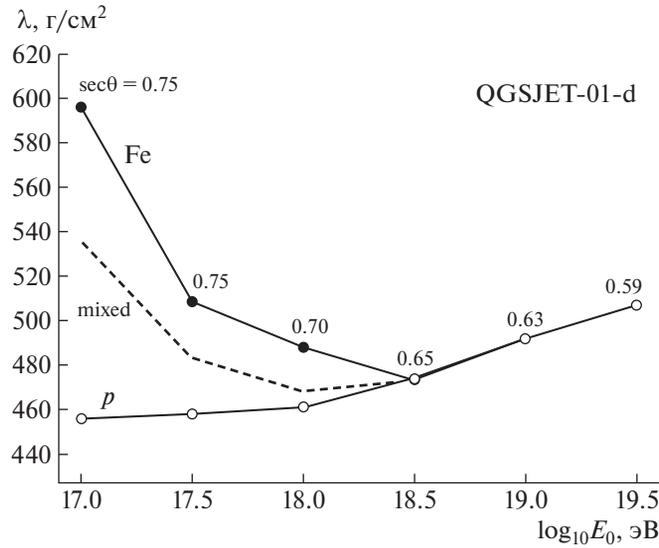


Рис. 2. Значения пробегов поглощения в (2) при пересчете $\rho_{s,600}(\theta)$ от наклонных к вертикальным ливням по модели QGSJET-01-d для первичных протонов (p), смешанного состава и ядер железа (Fe) в зависимости от E_0 . Цифры — предельно допустимые значения $\cos \theta$.

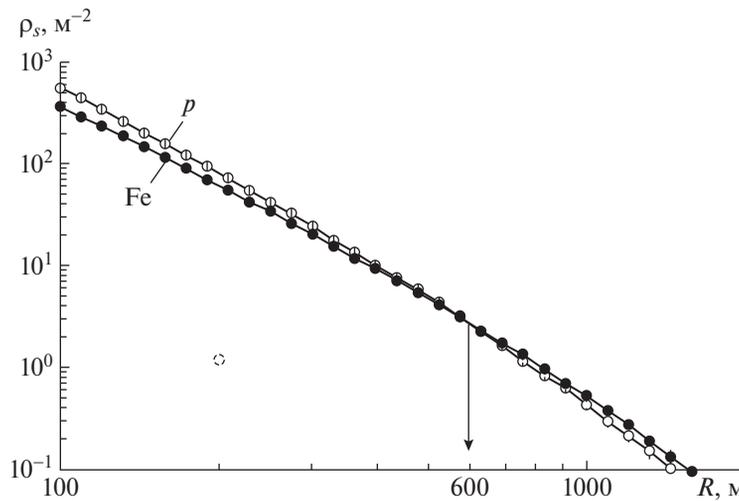


Рис. 3. ФПР заряженных частиц в ливнях с $E_0 = 10^{18}$ эВ и $\cos \theta = 0.9$ для первичных протонов (светлые кружки) и ядер железа (темные кружки), вычисленные по модели QGSJET-II-04 [8].

(4) b_s — параметр, определенный ранее [33]:

$$b_s = 1.38 + 2.16 \cos \theta + 0.15 \log(\rho_{s,600}(\theta)). \quad (5)$$

При построении ФПР плотности частиц в отдельных ливнях умножались на нормировочный коэффициент $\langle E_0 \rangle / E_0$ ($\langle E_0 \rangle$ — средняя энергия в группе) и усреднялись между собой в бинах $\Delta \log(R) = 0.04$. Средние плотности частиц находились по формуле

$$\langle \rho_s(R_i) \rangle = \left(\sum_{k=1}^N \rho_k(R_i) \right) / N, \quad (6)$$

где N — число показаний детекторов на расстояниях от оси в интервалах $(\log(R_i), \log(R_i) + 0.04)$. Полученные ФПР аппроксимировались функцией

$$\rho_s(R, \theta) = f_s(R, \theta) \left((600 + R_1) / (R + R_1) \right)^g, \quad (7)$$

где $a = 2$, $R_M = R_0 = 8$ м, $R_1 = 10^4$ м и $g = 10$. Второй множитель (7) корректирует крутизну ФПР на периферии ливня. В этой функции был сделан переход от мольеровского радиуса R_M к формальному параметру R_0 , который в совокупности с другими параметрами аппроксимации (7) обеспечивает ее наилучшее согласие с усредненными плотностями (6) в широком диапазоне рас-

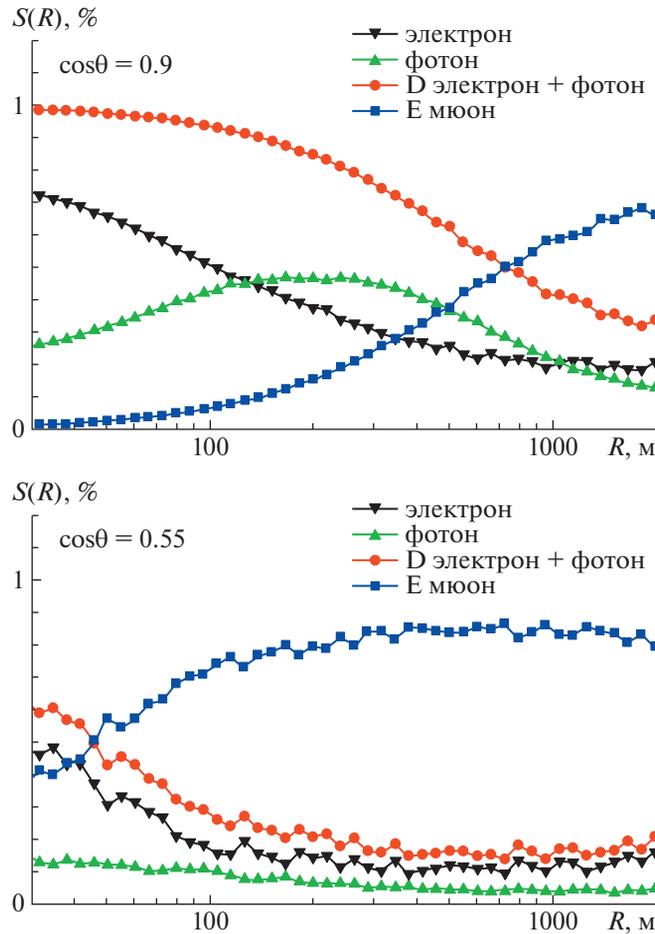


Рис. 4. Относительные вклады частиц ШАЛ в суммарный отклик наземного сцинтилляционного детектора на расстояниях от оси $R = 30\text{--}2000$ м в ливнях с разными зенитными углами, вычисленные по модели QGSJET-01 для первичных протонов [8].

стояний от оси ливня. Величины $\rho_{s,600}(\theta)$ и b_s были свободными параметрами, которые находились методом наименьших квадратов с помощью χ^2 -минимизации. С помощью построенных таким образом средних ФПР находились окончательные значения энергии по пересмотренному калориметрическому методу [34].

ФПР мюонов строились аналогично сказанному выше. Средние плотности находились по формуле

$$\langle \rho_\mu(R_i) \rangle = \left(\sum_{n=1}^{N_1} \rho_n(R_i) \right) / (N_1 + N_0), \quad (8)$$

где N_1 и N_0 — число ненулевых и нулевых показаний мюонных детекторов на расстояниях от оси в интервалах $(\log(R_i), \log(R_i) + 0.04)$. Нулевые показания N_0 относятся к случаям, когда детекторы не зарегистрировали ни одного мюона, но находились в режиме ожидания. ФПР аппроксимировались функцией

$$\rho_\mu(R, \theta) = f_\mu(R, \theta) \cdot ((600 + R_1)/(R + R_1))^g, \quad (9)$$

где $R_1 = 2000$ м и $g = 6.5$, с соотношением Грейзена [35]

$$f_\mu(R, \theta) = \rho_{\mu,600}(\theta) (600/R)^{0.75} \times ((R_0 + 600)/(R_0 + R))^{b_\mu - 0.75}, \quad (10)$$

где $R_0 = 280$ м, b_μ — параметр. Наиболее подходящие значения b_μ и $\rho_{\mu,600}(\theta)$ в (10) находились методом наименьших квадратов с помощью χ^2 -минимизации.

3. ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

Пространственные распределения частиц ШАЛ измеряются на Якутской установке в единицах энерговыделений вертикальных релятивистских мюонов в пластическом сцинтилляторе (плотность 1.06 г/см^2) толщиной 5 см. Эта энергия $E_1 = 5 \times 1.06 \times 2.217 = 11.75$ МэВ расходуется мюоном на ионизацию вещества пластика и превращается

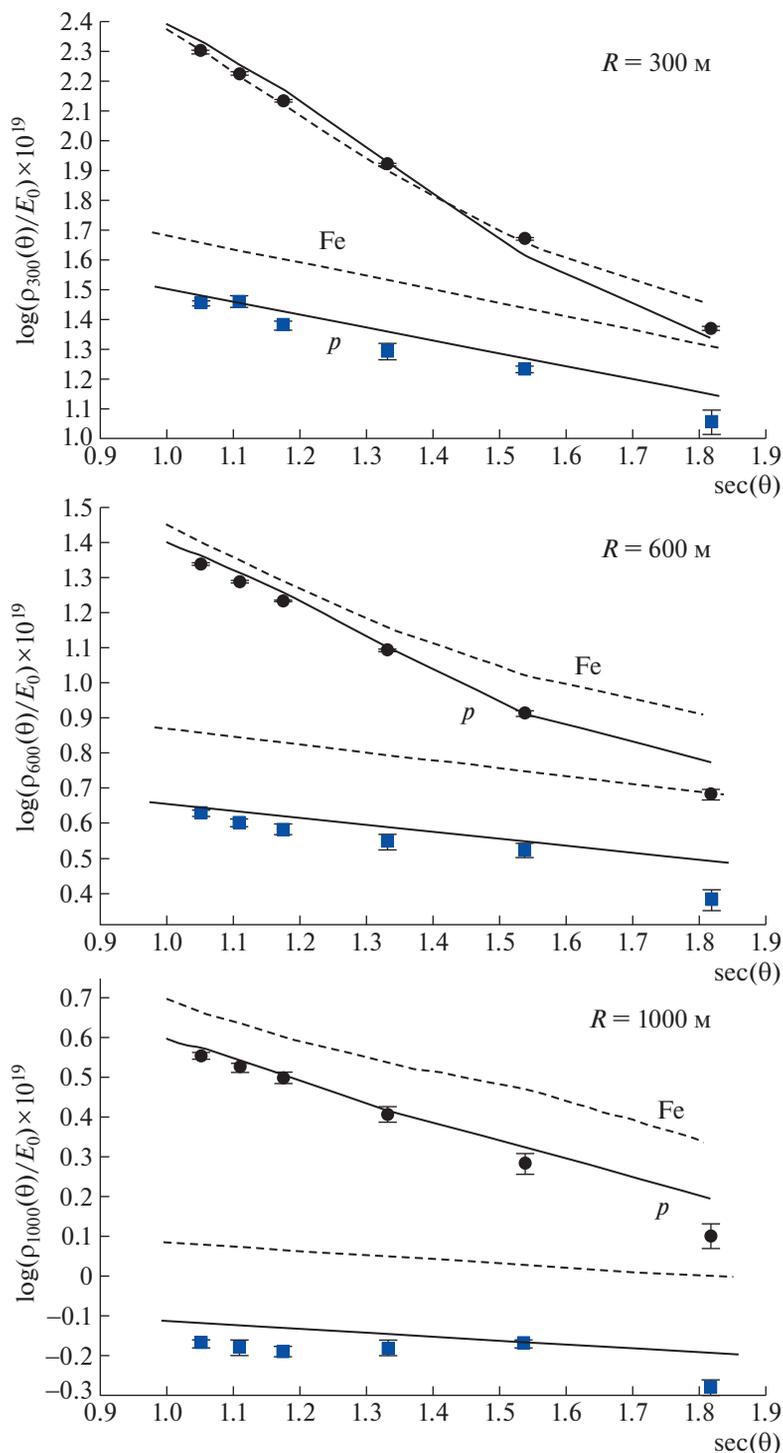


Рис. 5. Зенитно-угловые зависимости откликов наземных (кружки) и подземных с порогом 1.0 sec θ ГэВ (квадраты) сцинтилляционных детекторов на разных расстояниях от оси ШАЛ с энергией 10^{18} эВ, нормированные на экспериментально измеренную первичную энергию (1). Линии — расчеты, выполненные по модели QGSJET-01-d для первичных протонов (сплошные) и ядер железа (штриховые).

в световую вспышку (отклик), прямо пропорциональную числу прошедших через детектор частиц (электронов, мюонов и фотонов). На практике измеряют суммарное энерговыделение этих частиц

$\Delta E_s(R)$ в виде условной плотности в единицах: $\rho_s(R) = \Delta E_s(R)/E_1$ [м⁻²]. Фотоны регистрируются при распаде на электрон-позитронную пару и за счет рождения комптоновских электронов отдачи.

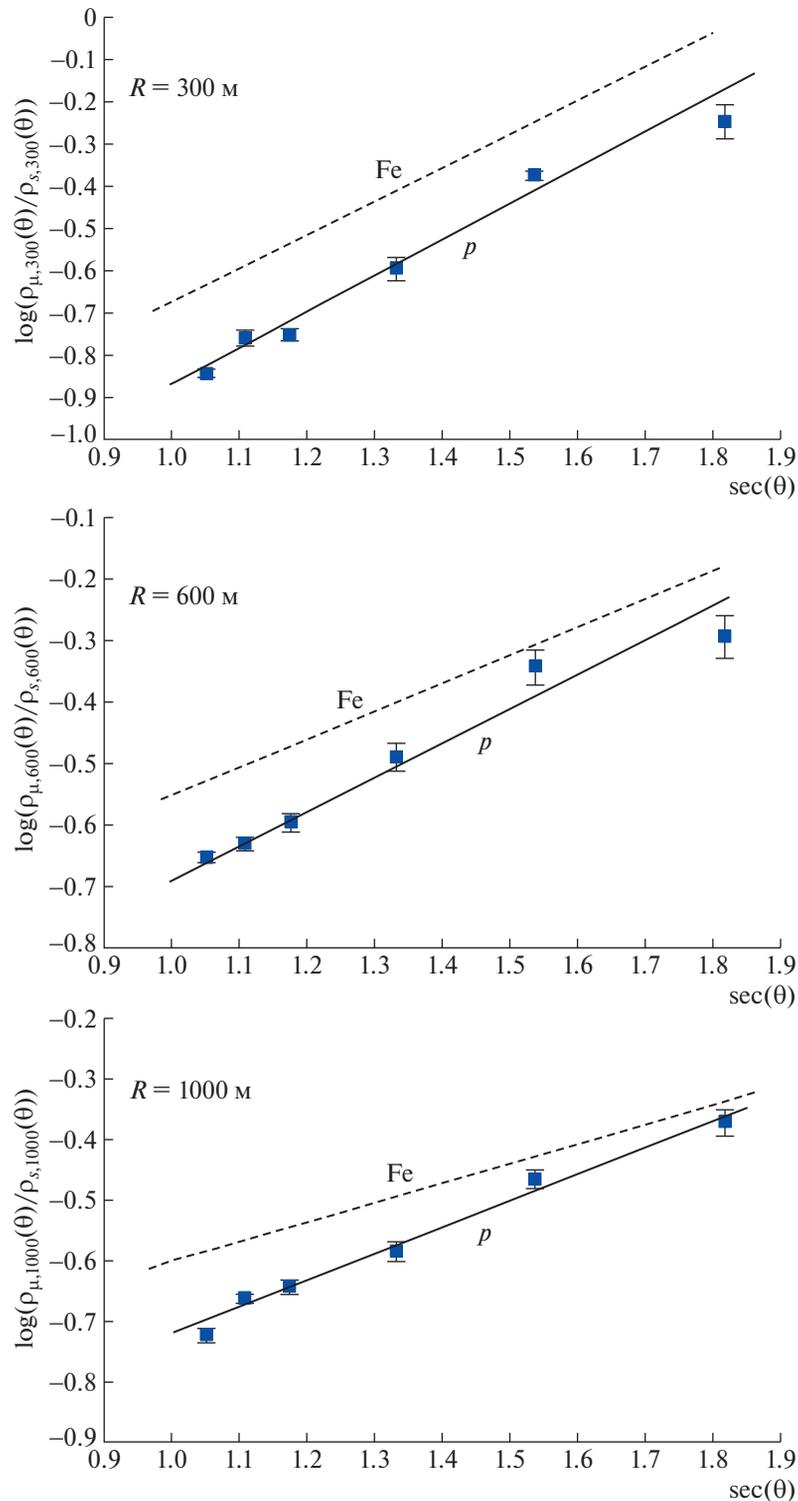


Рис. 6. Зенитно-угловые зависимости доли мюонов с порогом $1.0 \text{ sec } \theta$ ГэВ от полного числа наземных частиц на разных расстояниях от оси ШАЛ с энергией 10^{18} эВ. Линии — расчеты по моделям QGSJET-01-d для первичных протонов (p) и ядер железа (Fe) соответственно.

Они вносят существенный вклад в ФПР наземных детекторов Якутской установки.

На рис. 4 показаны относительные вклады $S(R)$ этих частиц в суммарный отклик на расстояниях

от оси $R = 30\text{--}2000$ м в ливнях с зенитными углами $\theta = 25.8^\circ$ и 56.6° , вычисленные по модели QGSJET-01 для первичных протонов [8]. В качестве модели низких энергий была использова-

на FLUKA [36]. Сначала рассчитывались отклики $U_k(E, \theta)$ от одиночных частиц k -типа (где k — электрон, мюон или гамма-квант) с энергией E . При этом учитывались все процессы выделения и поглощения энергии в экране и сцинтилляторе и сечения их взаимодействий. Затем развитие ШАЛ в реальной атмосфере оценивалось с помощью кода CORSIKA. Для каждого набора первичных параметров (масса первичной частицы, энергия, зенитный угол) было разыграно по 200 ливней. С целью ускорения расчетов был задействован механизм статистического прореживания (hinning) со следующими параметрами: $E_i/E_0 = 10^{-5}$, $\mathbf{w}_{\max} = 10^4$. При пересчете в плотность учитывалось число частиц, приходящих на детектор заданной площади. Ливни усреднялись между собой. Вычислялись энергетические спектры $d_k(E, R, \theta)$ всех типов частиц в интервалах расстояний $\Delta \log R = 0.04$. Их совместный отклик определяется суммой

$$\rho_s(R) = \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^{I_k} U_k(E_i, \theta_i) d_k(E_i, R, \theta_i), \quad (11)$$

где I_k — число частиц типа k , которые попали в детектор. Плотность D на рис. 4 состоит из суммы электронов и фотонов (чистая электромагнитная компонента ШАЛ). В сумме с мюонами (E) она формирует полный отклик $S(R)$. В наклонных ливнях при $R \geq 300$ м наземные сцинтилляционные детекторы регистрируют более 80% мюонов.

Далее рассмотрим величины $\langle \rho_{s,R}(\theta) \rangle$ и $\langle \rho_{\mu,R}(\theta) \rangle$, найденные вычислением из аппроксимаций (7) и (10). Мы приводим суммарные ошибки, которые включают в себя как статистические, так и методические. На практике разделить их между собой бывает трудно и не всегда целесообразно. На рис. 5 показаны зенитно-угловые зависимости плотностей $\log(\langle \rho_{s,R}(\theta) \rangle / \langle E_0 \rangle) \times 10^{19}$ и $\log(\langle \rho_{\mu,R}(\theta) \rangle / \langle E_0 \rangle) \times 10^{19}$, нормированных на энергию (1). Экспериментальные значения сравниваются с расчетными, выполненными по модели QGSJET-01 для первичных протонов и ядер железа. Видно, что все измеренные плотности обеих компонент ШАЛ в разных угловых интервалах не противоречат предположению о том, что космические лучи с энергией $\sim 10^{18}$ эВ состоят из протонов. Мюоны показывают $\approx 10\%$ нехватку плотности по сравнению с расчетами.

На рис. 6 показана доля мюонов $\log(\langle \rho_{\mu,R}(\theta) \rangle / \langle \rho_{s,R}(\theta) \rangle)$, которая напрямую зависит от состава первичных частиц. Она имеет лучшее согласие модели QGSJET-01 с экспериментом. Из этого можно предположить, что общая для всех данных первичная энергия на рис. 5, найденная

по формуле (1), вероятно, завышена в ≈ 1.1 раза. Эта гипотеза имеет пока право на существование, но нуждается в глубоком и всестороннем дальнейшем исследовании. Глубины максимума развития каскадной кривой в ливнях с энергией 10^{18} эВ от первичных протонов и ядер железа в рамках модели QGSJET-01 соответственно равны 721 ± 3 и 636 ± 2 г/см². В последнем угловом интервале с $\sec \theta = 1.818$ во всех данных наблюдаются заниженные экспериментальные плотности на $\approx 20\%$ по сравнению с расчетными значениями. Это обусловлено тем, что найденная по формуле (1) первичная энергия оказалась больше (одинаковой во всех первых пяти угловых интервалах энергии) в ≈ 1.1 раза. Вероятно, эта тенденция в более наклонных ШАЛ может усиливаться. Из рис. 6 видно, что доля мюонов на расстояниях от оси $R \approx 300$ м в ливнях с зенитными углами $\approx 60^\circ$ близка к единице. Это свидетельствует о том, что наземные и подземные детекторы регистрируют практически одни и те же частицы: а именно — мюоны с энергией ≥ 2 ГэВ. В этих условиях результаты экспериментов NEVOD-DECOR и Auger, которые согласуются на рис. 1 с аномально тяжелым составом первичных частиц с энергией $\sim 10^{18}$ эВ, могут быть обусловлены этим обстоятельством. Они регистрируют мюоны в сильно наклонных ШАЛ (с $\theta > 60^\circ$), где правильные измерения плотностей мюонов и оценка первичной энергии космических лучей являются актуальными и трудными задачами.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Многолетние измерения пространственной структуры частиц ШАЛ на Якутской установке наземными и подземными мюонными детекторами и их сравнение с расчетными ФПР позволило еще раз критически оценить массовый состав космических лучей в области энергий $E_0 \approx 10^{18}$ эВ, где на установке накоплен значительный экспериментальный материал. Совместный анализ зенитно-угловых зависимостей этих двух компонент, которые измеряются однотипными сцинтилляционными детекторами и одинаково калибруются по частоте фоновых частиц ШАЛ, показал их удовлетворительное согласие с моделью QGSJET-01-d с протонным составом первичных частиц рассмотренной энергии. Вывод основан на измерениях $6 \times 3 = 18$ независимых плотностей $\langle \rho_{s,R}(\theta) \rangle$ и такого же числа независимых плотностей $\langle \rho_{\mu,R}(\theta) \rangle$, у которых порог регистрации мюонов увеличился от ≈ 1000 до 1800 МэВ в наклонных ливнях. В расчетах, как и в эксперименте, находились отклики — условное число частиц в единицах вертикальных релятивистских мюонов под слоем свинца толщиной 35 см. Модель QGSJET-II-04 не рассматривалась,

так как она ранее (см., например, рис. 1) не противоречит сказанному выше о составе первичных частиц [16–18]. Мы планируем продолжить эти исследования с другими энергиями ШАЛ. А также рассмотрим более детально модели EPOS-LHC и Sibyll-2.3d, которые хуже согласуются с данными Якутской установки, особенно последняя из них [16–18].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. P. K. F. Grieder, *Extensive Air Showers: High Energy Phenomena and Astrophysical Aspects* (Springer, Berlin, 2010), <https://doi.org/10.1007/978-3-540-76941-5>
2. A. V. Glushkov, V. M. Grigoriev, N. N. Efimov, M. I. Pravdin, O. S. Diminstein, and V. P. Sokurov, in *Proceedings of the 16th ICRC, Kyoto, 1979*, Ed. by S. Miyake and N. Gakujutsu Kaigi (Tokyo, 1979), ADS: 1979ICRC....8..158G.
3. А. В. Глушков, Дисс. ... канд. физ.-мат. наук, НИИЯФ МГУ (Москва, 1982).
4. А. В. Глушков, Л. Г. Деденко, Н. Н. Ефимов, Н. Н. Ефремов, И. Т. Макаров, П. Д. Петров, М. И. Правдин, Изв. АН СССР. Сер. физ. **55**, 2166 (1986).
5. А. В. Глушков, М. И. Правдин, И. Е. Слепцов, В. Р. Слепцова, Н. Н. Калмыков, ЯФ **63**, 1557 (2000).
6. А. В. Глушков, А. В. Сабуров, Письма в ЖЭТФ **98**, 661 (2013), <https://doi.org/10.7868/S0370274X13220025>
7. E. G. Berezhko, S. P. Knurenko, and L. T. Ksenofontov, *Astropart. Phys.* **36**, 31 (2013), doi: 10.1016/j.astropartphys.2012.04.014
8. А. В. Сабуров, Дисс. ... канд. физ.-мат. наук, ИЯИ РАН (Москва, 2018).
9. N. N. Kalmykov, S. S. Ostapchenko, and A. I. Pavlov, *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **52**, 17 (1997), doi: 10.1016/S0920-5632(96)00846-8
10. S. Ostapchenko, *Phys. Rev. D* **83**, 014018 (2011), <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.014018>; arXiv: 1010.1869 [hep-ph].
11. T. Pierog, Iu. Karpenko, J. M. Katzy, E. Yatsenko, and K. Werner, *Phys. Rev. C* **92**, 034906 (2015), doi: 10.1103/PhysRevC.92.034906; arXiv: 1306.0121 [hep-ph].
12. E.-J. Ahn, R. Engel, T. K. Gaisser, P. Lipari, and T. Stanev, *Phys. Rev. D* **80**, 094003 (2009), doi: 10.1103/PhysRevD.80.094003; arXiv: 0906.4113 [hep-ph].
13. D. Heck, J. Knapp, J. N. Capdevielle, G. Schatz, and T. Thouw, *Forschungszentrum Karlsruhe Report FZKA 6019* (Karlsruhe, 1988).
14. A. Aab *et al.* (Pierre Auger Collab.), arXiv: 1408.1421 v6 [astro-ph.HE].
15. Gesualdi, A. D. Supanitsky, and A. Etchegoyen, arXiv: 2003.03385v1 [astro-ph.HE].
16. А. В. Глушков, А. В. Сабуров, Письма в ЖЭТФ **100**, 793 (2014).
17. А. В. Глушков, М. И. Правдин, А. В. Сабуров, Письма в Астрон. журн. **44**, 643 (2018), <https://doi.org/10.1134/S0320010818100029>
18. А. В. Глушков, А. В. Сабуров, Письма в ЖЭТФ **109**, 579 (2019).
19. H. P. Dembinsky, J. C. Arteaga-Velázquez, L. Cazon, *et al.* (for the WHISP group), in *Proceedings of the UHECR2018, Paris, 2018*, Talk id: 64367, arXiv: 1902.08124 [astro-ph.HE].
20. J. G. Gonzales, M. G. Aartsen, M. Ackermann, *et al.* (IceCube Collab.), in *Proceedings of the 20th ISVHECRI, Nagoya, 2018*, Talk id: 2964861.
21. А. Г. Богданов, Д. М. Громушкин, Р. П. Кокоулин, Дж. Маннокки, А. А. Петрухин, О. Сааведра, Дж. Тринкоро, Д. В. Чернов, В. В. Шутенко, И. И. Яшин, ЯФ **73**, 1904 (2010) [A. G. Bogdanov, D. M. Gromushkin, R. P. Kokoulin, G. Mannocchi, A. A. Petrukhin, O. Saavedra, G. Trinchero, D. V. Chernov, V. V. Shutenko, and I. I. Yashin, *Phys. At. Nucl.* **73**, 1852 (2010), doi: 10.1134/S1063778810110074].
22. А. Г. Богданов, Р. П. Кокоулин, Г. Маннокки, А. А. Петрухин, О. Сааведра, В. В. Шутенко, Г. Тринчеро, и И. И. Яшин, *Astropart. Phys.* **98**, 13 (2018), doi: 10.1016/j.astropartphys.2018.01.003
23. Yu. A. Fomin, N. N. Kalmykov, I. S. Karpikov, G. V. Kulikov, M. Yu. Kuznetsov, G. I. Rubtsov, V. P. Sulakov, and S. V. Troitsky, *Astropart. Phys.* **92**, 1 (2017), doi: 10.1016/j.astropartphys.2017.04.001; arXiv: 1609.05764 [astro-ph.HE].
24. A. Aab *et al.* (Pierre Auger Collab.), *Phys. Rev. D* **91**, 032003 (2015), <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.032003>; arXiv: 1408.1421 [astro-ph.HE].
25. A. Aab *et al.* (Pierre Auger Collab.), *Phys. Rev. Lett.* **117**, 192001 (2016), <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.192001>; arXiv: 1610.08509 [hep-ex].
26. S. Müller *et al.* (Pierre Auger Collab.), in *Proceedings of the UHECR2018, Paris, 2018*, id: 65721.
27. H. Ulrich *et al.* (KASCADE Collab.), in *Proceedings of the 27th ICRC, Hamburg, 2001*, Ed. by K.-H. Kampert, G. Hainzelmann, and C. Spiering (Copernicus, Berlin, 2001), ADS: 2001ICRC....1...97U.
28. V. V. Prosin *et al.* (Tunka Collab.), *Nucl. Instrum. Methods A* **756**, 94 (2014), <https://doi.org/10.1016/j.nima.2013.09.018>
29. J. Bellido for the Pierre Auger Collab., in *Proceedings of the 35th ICRC, Busan, 2017*, PoS (ICRC2017) 506, doi: 10.22323/1.301.0506
30. R. U. Abbasi *et al.* (Telescope Array Collab.), *ApJ* **858**, 76 (2018), <https://doi.org/10.3847/1538-4357/aabad7>; arXiv: 1801.09784 [astro-ph.HE].
31. R. U. Abbasi *et al.* (Telescope Array Collab.), *Phys. Rev. D* **99**, 022002 (2019), <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.99.022002>; arXiv: 1808.03680 [astro-ph.HE].

32. J. Linsley *et al.*, J. Phys. Soc. Japan **17**, Suppl. A-III, 91 (1962).
33. А. В. Глушков, О. С. Диминштейн, Н. Н. Ефимов и др., *Сб. науч. трудов* (ЯФ СО АН СССР, Якутск, 1976), с. 45.
34. А. В. Глушков, М. И. Правдин, А. В. Сабуров, ЯФ **81**, 535 (2018), <https://doi.org/10.1134/S0044002718040049>
35. K. Greisen, Annu. Rev. Nucl. Sci. **10**, 63 (1960), doi: 10.1146/annurev.ns.10.120160.000431
36. G. Battistoni, S. Muraro, P. R. Sala, F. Cerutti, A. Ferrari, S. Roesler, A. Fasso, and J. Ranft, in *Proceedings of the Hadronic Shower Simulation Workshop 2006, Fermilab, September 6–8, 2006*, Ed. by M. Albrow and R. Raja; AIP Conf. Proc. **896**, 31 (2007).

ZENITH-ANGULAR CHARACTERISTICS OF AIR SHOWER PARTICLES IN COSMIC RAY EVENTS WITH ENERGY $\sim 10^{18}$ eV ACCORDING TO THE DATA OF THE YAKUTSK ARRAY

A. V. Glushkov¹⁾, K. G. Lebedev¹⁾, A. Saburov¹⁾

¹⁾ *Yu. G. Shafer Institute of Cosmophysical Research and Aeronomy of Siberian Branch
of the Russian Academy of Science, Yakutsk, Russia*

We present the results of the analysis of the extensive air shower particle lateral distribution obtained from the data of the Yakutsk array. Events were selected with preliminary energy estimation above 10^{18} eV and with fired underground muon detectors with $E_{\mu} \approx 1.0 \sec \theta$ GeV energy threshold. The analysis covers the period of continuous observation from 1986 to 2016 and includes all events with arrival direction zenith angles $\theta \leq 60^{\circ}$. Experimentally measured values were compared to those obtained in simulation performed with the use of CORSIKA code within the framework of the QGSJET-01-d hadron interaction model. The whole set of data hints of a probable pure protonic cosmic ray mass composition.

ИЗМЕРЕНИЕ СЕЧЕНИЯ $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$ ВБЛИЗИ ПОРОГА РОЖДЕНИЯ С ВЫСОКИМ РАЗРЕШЕНИЕМ ПО ЭНЕРГИИ

© 2023 г. А. В. Бобров^{1),2)*}, А. Е. Бондарь^{1),2)**}

Поступила в редакцию 30.10.2022 г.; после доработки 30.11.2022 г.; принята к публикации 21.12.2022 г.

В работе предложен способ измерения сечений на e^+e^- -коллайдерах с пучками, сталкивающимися под углом. В данном подходе энергетический ход сечения извлекается из углового распределения продуктов взаимодействия. На примере процесса $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$ продемонстрирована чувствительность метода. Предложенный способ открывает принципиальную возможность для изучения тонкой структуры сечения вблизи порога, на масштабах, много меньших энергетического разброса в пучках. Подобные измерения могут быть реализованы в экспериментах на Супер Чарм-Тау фабрике.

DOI: 10.31857/S0044002723030042, EDN: RKGVBV

1. ВВЕДЕНИЕ

Основным методом измерения сечений на электрон-позитронных коллайдерах является метод прямого счета. Используя процессы с большими сечениями, описываемые квантовой электродинамикой, $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ и др., измеряется интегральная светимость, полученная в эксперименте. Сечение исследуемого процесса определяется с использованием количества зарегистрированных событий за вычетом фона и интегральной светимости в каждой точке по энергии. В таком традиционном подходе разрешение к узким или быстро меняющимся с энергией структурам в сечении определяется разбросом энергии пучков. Существующие e^+e^- -коллайдеры имеют весьма высокую степень монохроматичности $\frac{\delta E_b}{E_b} \sim 10^{-3}$, где E_b — энергия пучков. Если сечение σ как функция W инвариантной массы рожденных частиц ($W \simeq 2E_b$) меняется относительно быстро в сравнении с разбросом по инвариантным массам δW ($\delta W \simeq \sqrt{2}\delta E_b$), т.е. $\frac{d\sigma}{\sigma dW} \gg \frac{1}{\delta W}$, то изучение энергетической зависимости сечения методом прямого счета будет затруднено или невозможно. Предлагаемый метод преодолевает эти трудности.

Если система центра инерции (С.Ц.И.) движется в лабораторной системе (Л.С.), угол вылета

тяжелой рожденной частицы относительно направления движения С.Ц.И. связан с импульсом и, следовательно, кинетической энергией этой частицы в С.Ц.И. Измеряя угловое распределение рожденных тяжелых частиц в лабораторной системе отсчета, можно существенно улучшить разрешение по энергии при измерении энергетической зависимости сечения рождения пары тяжелых частиц. Рассматриваемый в работе метод предполагает, что по каким-то причинам величину импульса рожденной тяжелой частицы измерить невозможно, например, в случае рождения $n\bar{n}$ -пары или $p\bar{p}$, когда энергия протонов недостаточна, чтобы пройти вакуумную камеру ускорителя, и можно измерить лишь направление вылета по точке аннигиляции античастицы в детекторе.

Движение С.Ц.И. обеспечивается применением схемы Crab Waist [1]. В данном подходе изменяется организация места встречи таким образом, что пучки пересекаются с относительно большим углом в горизонтальной плоскости. Этот угол, например, равен 82 мрад в случае Super KEKB фабрики. Если энергии сталкивающихся пучков равны, то система центра инерции движется в лабораторной системе по направлению биссектрисы угла пересечения практически перпендикулярно направлению движения начальных пучков³⁾. Величина скорости С.Ц.И. равна синусу половинного угла пересечения в единицах скорости света. Важным параметром является точность измерения средней энергии и энергетического разброса пучков. Для того чтобы измерить сечение на масштабах, много меньших

¹⁾Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия.

²⁾Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия.

*E-mail: A.V.Bobrov@inp.nsk.su

**E-mail: A.E.Bondar@inp.nsk.su

³⁾В настоящее время рассматриваются два схожих проекта Супер Чарм-Тау фабрики в Китае [2, 3] и Новосибирске [4]. Оба позволяют реализовать предлагаемую схему измерения сечения $e^+e^- \rightarrow N\bar{N}$ на пороге рождения.

δ_W , абсолютная точность измерения этих величин должна быть много меньше δ_W . Метод обратного комптоновского рассеяния, который применяют на существующих коллайдерах, имеет точность порядка 100 кэВ (на пороге рождения $n\bar{n}$) и удовлетворяет данному критерию [5].

Имеющиеся в настоящий момент экспериментальные данные указывают на интересное поведение сечения рождения пары барион–антибарион ($N\bar{N}$) вблизи порога в e^+e^- -аннигиляции. Вероятно, взаимодействие барионов в конечном состоянии приводит к тому, что сечение быстро растет непосредственно вблизи порога [6–9]. Характерный масштаб, на котором изменяется сечение, возможно, существенно меньше δ_W . Для проверки теоретических предсказаний [10–13] требуется повышение точности экспериментальных измерений зависимости сечений от энергии, в том числе и на масштабах энергий, заметно меньших энергетического разброса пучков.

Данная работа посвящена изучению разрешающей способности метода и возможных ограничений на точность с помощью численного моделирования.

2. ОПИСАНИЕ МЕТОДА

Рассмотрим предлагаемый метод на примере процесса $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$ при энергии сталкивающихся пучков вблизи порога рождения нейтрон–антинейтронной пары. Вблизи порога (даже с учетом того, что С.Ц.И. движется в Л.С. со скоростью, много меньшей скорости света) вероятность регистрации нейтрона много меньше регистрации антинейтрона, который с высокой эффективностью может быть зарегистрирован по его аннигиляции в калориметре. По координатам центра кластера в калориметре и места встречи пучков угол вылета антинейтрона может быть измерен с достаточно хорошей точностью. Положение места встречи пучков известно с высокой точностью, поскольку они пересекаются под большим углом и размер области светимости существенно ограничен.

В случае фиксированной инвариантной массы рожденной пары W (меньше критического значения $W^* = m_n(2 + v^2)$) максимальный угол вылета антинейтрона относительно направления скорости С.Ц.И. α_{\max} ограничен и связан с W простым соотношением (формула получена в нерелятивистском приближении):

$$\alpha_{\max} = \sqrt{\frac{W - 2m_n}{m_n v^2}}, \quad (1)$$

где m_n — масса нейтрона, а v — скорость С.Ц.М., равная $v = \sin \gamma$, γ — половинный угол пересечения пучков. Предполагая, что распределение по углу вылета антинейтрона в системе центра масс

известно, можно получить распределение событий по углу вылета в лабораторной системе отсчета в пределах от 0 до α_{\max} . Полное угловое распределение можно получить, суммируя угловые распределения для всех интервалов энергий с весом, равным интегральной светимости, умноженной на сечение для данного интервала энергий. Точные выражения для критического угла распределений для фиксированной инвариантной массы приведены в Приложении. В предложенном методе зависимость сечения от энергии извлекается статистически по всему ансамблю событий, как и в методе прямого счета. В каждом же отдельном событии инвариантная масса рожденной пары не определяется.

Для изучения процесса реконструкции сечения $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$ по угловому распределению использовалась программа быстрого моделирования. Энергии и углы начальных частиц в пучках разыгрывались с учетом следующих предположений. Энергия частиц в пучке имеет нормальное распределение с относительным разбросом $\delta E_b/E_b = 10^{-3}$. Угловой разброс в пучке составляет 10^{-3} рад. Угловое распределение антинейтронов в С.Ц.И. соответствует рождению в S -волне⁴). Половинный угол пересечения пучков был выбран $\gamma = 0.05$. Моделировалось рождение нейтрон–антинейтронных пар в 10 точках по энергии пучков в интервале от [939.75; 942.0] МэВ с шагом 0.25 МэВ. Порогу рождения пары $n\bar{n}$ соответствует энергия 940.74 МэВ. Энергетическая зависимость сечения рождения нейтрон–антинейтронной пары описывалась либо Θ -функцией Хевисайда со скачком на пороге рождения (величина сечения 1 нбн), либо растущим монотонно сечением с дополнительным вкладом одного или двух гипотетических резонансов вблизи порога. Ширины резонансов предполагались равными 100 кэВ.

Для получения сечения события моделирования разделялись на статистически независимые наборы. Одна группа данных использовалась для определения формы угловых распределений как функции инвариантной массы W . Затем полученные угловые распределения использовались для описания распределений другой части данных, которая выполняла роль “экспериментальных”. Величины сечений измерялись несколько раз на независимых наборах “экспериментальных” данных. Точность измерения определялась из среднеквадратичного отклонения этих измерений.

⁴Что представляется вполне оправданным, поскольку метод применим в узкой области энергий выше порога рождения. Существенный вклад D -волны будет проявляться в ϕ -асимметрии относительно направления движения С.Ц.И в лабораторной системе отсчета.

Функция распределения событий по инвариантным массам $\frac{dN}{dW}$ определялась из минимизации распределений $\frac{d^2N}{dn_y dn_z}$ и $\frac{d^2N}{d \cos \alpha dE_b}$. Здесь n_i — проекции направления движения антинейтрона (вектор $\frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$, где \mathbf{p} — вектор импульса антинейтрона) на соответствующие оси (С.Ц.И. движется по оси x), α — угол между скоростями нейтрона и С.Ц.И. Подгоночная функция линейно зависела от искомых параметров $\frac{dN}{dW}$. Сечение же определялось по следующей формуле: $\sigma(W) = \frac{dN}{dW} / \frac{d\mathcal{L}}{dW}$ (здесь \mathcal{L} — интегральная светимость). Функция распределения светимости в зависимости от инвариантной массы $\frac{d\mathcal{L}}{dW}$ считалась известной. На эксперименте она вычисляется из энергии пучков и энергетического разброса.

3. РАЗРЕШЕНИЕ ПО ИНВАРИАНТНОЙ МАССЕ

Как уже отмечалось, между углом вылета антинейтрона и инвариантной массой пары $n\bar{n}$ нет прямой функциональной зависимости. Если выразить разность $W - 2m_n$ через максимальный угол рассеяния α , то получится следующее соотношение:

$$W - 2m_n = m_n v^2 \sin \alpha.$$

Эта формула получена в приближении, что отклонения 4-импульса пары рожденных нуклонов δP_i от значения P_i , вычисленного по средним значениям 4-импульсов начальных частиц, имеют только параллельную $\delta P_{i\parallel}$ -составляющую (Приложение). Отличие от 0 $\delta P_{i\perp}$ перпендикулярной составляющей приводит к ошибкам в измерении угла α . На пороге $\alpha = 0$, поэтому в формуле переноса ошибок нужно использовать разложение до второго порядка по малому параметру $\delta\alpha$.

$$\frac{\delta W}{m_n} = v^2 \sqrt{4\alpha^2 (\delta\alpha)^2 + (\delta\alpha)^4}. \quad (2)$$

Нужно отметить, что слагаемое, содержащее первую производную, начинает приводить к относительно быстрому ухудшению разрешения. Действительно, когда критические углы становятся порядка разрешения по углу, вклады от первого и второго порядка сравниваются.

Получим численную оценку разрешения по инвариантной массе, используя эту формулу. Для этого рассмотрим следующие основные факторы, которые дают вклад в разрешение по инвариантной массе:

- Точность измерения угла вылета антинейтрона;
- Энергетический разброс частиц в пучках;
- Радиационные поправки;
- Точность измерений энергии и энергетического разброса пучков.

Характерный поперечный размер кристалла электромагнитного калориметра примерно 5 см, а расстояние от места встречи (для частиц, вылетевших по направлению скорости С.Ц.И.) около одного метра. Предполагая, что точку аннигиляции антинейтрона в электромагнитном калориметре можно определить с точностью до одного кристалла, угловое разрешение будет $\sim 1/20$ рад. После подстановки в (2) относительное разрешение по инвариантной массе получается около 10^{-5} . Рассеяние антинейтрона в веществе детектора до взаимодействия в калориметре может дополнительно ухудшать угловое разрешение направления вылета антинейтрона, однако согласно оценкам, это не дает существенного вклада в разрешение по инвариантной массе.

Энергетический разброс приводит к тому, что направление скорости движения С.Ц.И. и ее величина меняются от события к событию. Характерный угловой разброс будет $\delta\alpha = \frac{\delta E_b}{\sqrt{2}E_b v}$. Подстановка в формулу (2) дает соответственно квадратичную зависимость разрешения по инвариантной массе от относительного энергетического разброса на пороге рождения:

$$\frac{\delta W}{m_n} = \frac{(\delta E_b)^2}{2E_b^2} \sim 10^{-6}. \quad (3)$$

Влияние радиационных поправок в случае измерения сечения рождения тяжелых частиц вблизи порога подавлено по двум причинам. Во-первых, излучение в конечном состоянии медленных тяжелых частиц мало. А во-вторых, энергия излученных фотонов начальными электронами ограничена разностью энергий между энергией e^+e^- и энергией порога рождения тяжелых частиц и порядка энергетического разброса пучков. Поэтому влияние радиационных поправок на точность измерения сечения того же порядка, что и влияние энергетического разброса.

4. СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ СЕЧЕНИЯ

Наибольшая проблема, ограничивающая точность измерения сечения рождения нейтрон-антинейтронной пары, заключается в определении эффективности регистрации антинейтрона в

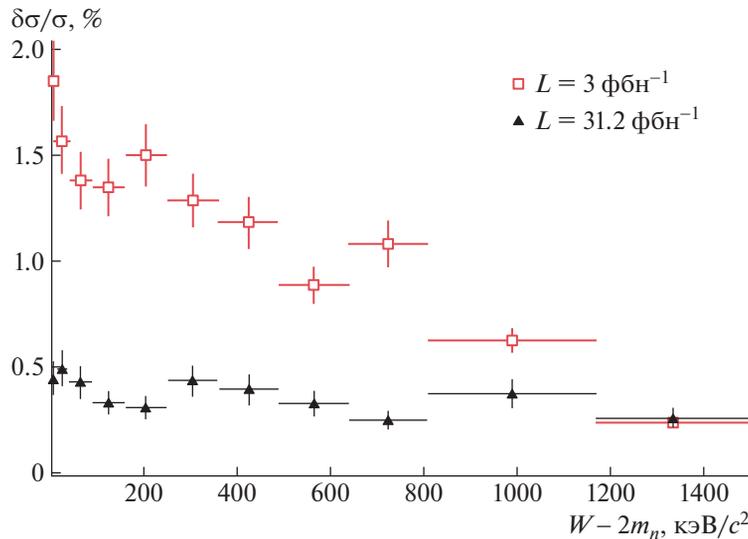


Рис. 1. Зависимость относительной точности измерения сечения от инвариантной массы и интеграла светимости. Горизонтальные усы показывают ширину бинов, разбиение на бины табл. 1, энергия пучков 940.75 МэВ.

детекторе. Существующие в настоящий момент программы, рассчитывающие взаимодействие антинейтронов с веществом при низких энергиях, не позволяют достоверно получить как вероятность аннигиляции антинейтрона, так и отклик детектора в этом случае. Единственным надежным способом получения эффективности регистрации остается калибровка детектора мечеными антинейтронами в процессе $e^+e^- \rightarrow \Lambda^0 \bar{\Lambda}^0 \rightarrow p\pi^- + \bar{n}\pi^0$.

Кроме того, как отмечалось выше, предполагаемая точность измерения энергии пучков и энергетического разброса методом обратного комптоновского рассеяния примерно 100 кэВ или $10^{-4} E_b$ [5] и слабо сказывается на разрешении по инвариантной массе. Однако, как показало моделирование, ошибки в измерении энергии и особенно энергетического разброса вносят вклад в точность измерения сечения. При точности измерения энергетического разброса в 10% (абсолютная точность 130 кэВ) относительные систематические сдвиги в сечении достигали 10%. Это влияние может быть частично уменьшено оптимизацией распределения интеграла светимости по инвариантной массе (имеется в виду средняя инвариантная масса, вычисленная по равновесным параметрам начальных частиц). При наборе в фиксированной точке по энергии функция распределения $\frac{d\mathcal{L}}{dW}$ имеет гауссовский вид $\frac{\mathcal{L}_{\text{exp}}(- (W - W_0)^2 / (2\delta_W^2))}{\sqrt{2\pi}\delta_W}$, где W_0 — среднее значение инвариантной массы. Здесь мы не делаем различий между инвариантной массой начальных e^+e^- и конечных $n\bar{n}$, пренебрегая радиационными поправками. Если функция распре-

деления $\frac{d\mathcal{L}}{dW_0}$ равномерная, то итоговое распределение $\frac{d\mathcal{L}}{dW}$, получаемое после свертки с гауссовским распределением, тоже будет равномерное. В таком сценарии набора интеграла светимости вклад в ошибку сечения от точности измерения энергии и энергетического разброса подавлен потому, что $\frac{d\mathcal{L}}{dW}$ не зависит от энергии пучков и энергетического разброса.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ

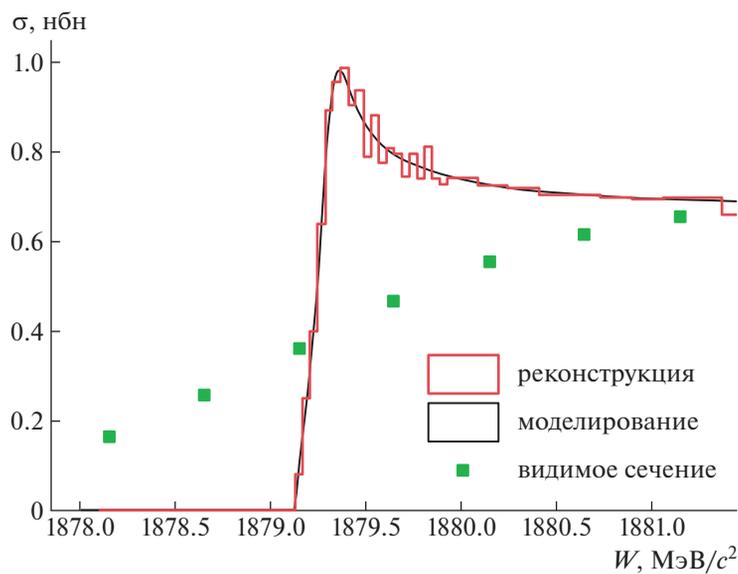
По результатам моделирования удалось установить, что чувствительность метода достаточно высокая, если большинство событий удовлетворяют условию: инвариантная масса рожденной пары меньше критической энергии $W < m_n(2 + v^2) = W^*$. В обратном случае разрешение по инвариантной массе ухудшается скачком в несколько раз. Реализация режима с высоким разрешением требует, чтобы количество событий с $W > W^*$ было относительно мало. Это накладывает ограничения на параметр $R = \frac{W^* - 2m_n}{\delta_W}$. Если он мал, то режим высокого разрешения недоступен. В нашем моделировании этот параметр был равен 1.7.

Таблица 1. Размер бинов по инвариантной массе для постоянного сечения

Бин	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$W - 2m_n$, кэВ	10	40	90	160	250	360	490	640	810	1170	∞

Таблица 2. Разбиение бина по инвариантной массе для гипотетических резонансов

Бин	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$W - 2m_n$, кэВ	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400
Бин	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$W - 2m_n$, кэВ	440	480	520	560	600	640	680	720	760	800
Бин	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$W - 2m_n$, МэВ	0.96	1.12	1.28	1.44	1.60	1.76	1.92	2.08	2.24	2.4
Бин	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$W - 2m_n$, МэВ	3.34	4.28	5.22	6.16	7.10	8.04	8.98	9.92	10.86	11.80

**Рис. 2.** Реконструкция сечения для одного гипотетического резонанса вблизи порога. Тонкая структура сечения надежно идентифицируется предложенным методом. Разбиение на бины по инвариантным массам приведено в табл. 2.

На рис. 1 приведена относительная точность измерения сечения в зависимости от инвариантной массы и интегральной светимости в случае, когда форма сечения в моделировании была Θ -функцией Хевисайда. Для области до 10 кэВ характерное значение разрешения составляет 0.5–0.25% при интегральной светимости 31.2 фбн⁻¹. Разбиение по интервалам инвариантных масс приведено в табл. 1. Интересно сравнить полученную точность измерения сечения с предельно возможной точностью измерения на “идеальном” (с монохроматическими пучками) коллайдере методом прямого счета. При том же интеграле светимости (разделенном на 11 точек по энергии) в идеальном случае точность измерения сечения порядка 0.06% в каждой точке. На рис. 2 и 3 представлен результат реконструкции сечения с гипотетическими резонансами. Здесь полная интегральная свети-

мость составляет 70 фбн⁻¹, распределенная равномерно по семи точкам по энергии от $E_b = 940.25$ до $E_b = 941.75$ МэВ, с шагом 0.25 МэВ. Можно заметить, что в зависимости сечения от энергии, полученной методом прямого счета, резонансные структуры не наблюдаются. Однако при использовании углового распределения антинейтронов эти узкие пики становятся различимы.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный подход позволяет получить разрешение по инвариантной массе $n\bar{n}$ (а значит, и точность измерения сечений) много лучше, чем при использовании метода прямого счета. Что позволяет изучать структуру сечений на масштабах, много меньших, чем энергетический разброс. Этот подход

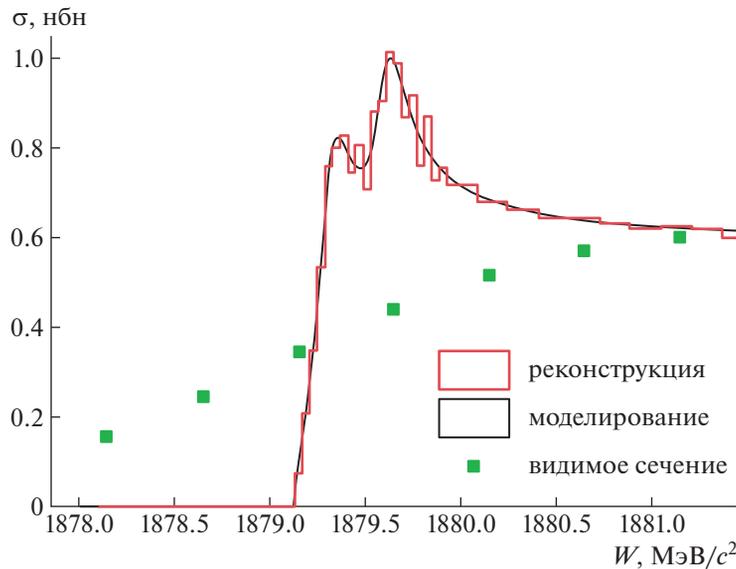


Рис. 3. Реконструкция сечения для двух гипотетических резонансов вблизи порога. Видимое сечение слабо меняется при переходе к двум резонансам, а измерения по угловому распределению имеют существенное различие. Разбиение на бины по инвариантным массам приведено в табл. 2.

можно обобщить и на другие процессы с использованием информации о скорости реконструированной частицы в Л.С.

Статистическая точность измерения сечения изменяется в пределах 0.5–0.25% при инвариантных массах ниже критической W^* при интегральной светимости порядка 30 фбн⁻¹ и сечении исследуемого процесса 1 нбн. Основным параметром, который задает область с высокой точностью измерения сечения, является скорость С.Ц.И. и, следовательно, величина угла пересечения сталкивающихся частиц.

Вклад в точность определения сечения от энергетического и углового разброса начальных частиц в пучке пренебрежимо мал по сравнению с другими факторами. Среди них нужно выделить следующие:

- Точность измерения угла вылета антинейтрона;
- Эффективность регистрации;
- Рассеяние антинейтронов до их аннигиляции в калориметре;
- Доступный интеграл светимости и абсолютная величина сечения;
- Абсолютная точность измерения средней энергии и энергетического разброса в пучках;
- Отличие углового распределения в С.Ц.И. от изотропного;
- Эффекты, связанные с радиационными поправками;
- Фоновые условия.

Для аккуратного учета этих эффектов необходимо полное моделирование детектора, процессов

взаимодействия антинейтронов с веществом, их реконструкции, а также процесса рождения пар $n\bar{n}$. Однако качественное рассмотрение этих эффектов показывает, что их учет не меняет основных выводов работы.

Оба проекта Супер Чарм-Тау фабрик [2–4] рассматривают возможность набора данных на пороге рождения $n\bar{n}$ для изучения этого процесса. Получение высокой светимости на низких энергиях усложняет проект коллайдера. В текущем состоянии светимость на пороге рождения $n\bar{n}$ составляет около 10^{34} см⁻² с⁻¹. Из приведенных выше оценок точности измерения сечения следует, что при интеграле светимости порядка 3 фбн⁻¹ (предполагая, что величина сечения изучаемого процесса 1 нбн) достижимая точность измерения сечения будет составлять 1–2%. Для сравнения точность, полученная в работе коллаборации СНД [8], составляет ~10–20% на масштабе разрешения порядка 1 МэВ.

Приложение

Рассмотрим случай рождения $n\bar{n}$ -пары при условии, что угол вылета \bar{n} измеряется в эксперименте. Угловое распределение \bar{n} в Л.С. можно определить из углового распределения и скорости в С.Ц.И.

Пусть P_i — 4-импульс начального состояния, вычисленный без учета отклонений 4-импульсов начальных частиц от средних значений. Если δP_i — это самое отклонение, его можно разложить на параллельную и перпендикулярную составляющие

к начальному P_i , $\delta P_i = \delta P_{i\parallel} + \delta P_{i\perp}$. Возмущение δP_i можно считать малым, а ведущее слагаемое по δW — это $\frac{P_i \delta P_{i\parallel}}{W}$. Не учитывая изменение скорости С.Ц.И., мы отбрасываем слагаемое $\frac{\delta P_{i\perp}^2}{2W}$, что является оправданным с точки зрения теории возмущений.

Рассмотрим преобразования Лоренца из С.Ц.И. в Л.С. (скорость света примем равную 1). Вместо двух осей, перпендикулярных направлению движения С.Ц.И., можно оставить одну. Пусть T — кинетическая энергия нуклона в Л.С., W — инвариантная масса пары нуклон–антинуклон, m_n — масса нуклона, v — скорость С.Ц.И. в Л.С., α — угол между направлением движения нуклона и осью x в Л.С. (по направлению которой движется С.Ц.И.), ω — угол рассеяния в С.Ц.И. относительно направления скорости С.Ц.И. в Л.С. В нерелятивистском пределе преобразования имеют следующий вид:

$$\begin{bmatrix} 1 + v^2/2 & -v & 0 \\ -v & 1 + v^2/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_n + T \\ \sqrt{2m_n T} \cos \alpha \\ \sqrt{2m_n T} \sin \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W/2 \\ \sqrt{W^2/4 - m_n^2} \cos \omega \\ \sqrt{W^2/4 - m_n^2} \sin \omega \end{bmatrix}.$$

Верхнее уравнение на W :

$$W/2 = (1 + v^2/2)(m_n + T) - v\sqrt{2m_n T} \cos \alpha. \quad (\text{П.1})$$

Из уравнения (П.1) можно вычислить кинетическую энергию нуклона T в Л.С. как функцию угла вылета антинейтрона α и инвариантной массы

системы двух нуклонов W :

$$T - \frac{v \cos \alpha \sqrt{2m_n T}}{1 + v^2/2} + m_n - \frac{W}{2(1 + v^2/2)} = 0.$$

Решим это квадратное уравнение относительно \sqrt{T} :

$$\begin{aligned} \sqrt{T} &= \frac{v \cos \alpha \sqrt{2m_n}}{2(1 + v^2/2)} \pm \\ &\pm \sqrt{\frac{v^2 \cos^2 \alpha m_n}{2(1 + v^2/2)^2} - m_n + \frac{W}{2(1 + v^2/2)}}. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

При условии равенства нулю подкоренного выражения (П.2) получаем следующее соотношение (1) между максимальным углом рассеяния и инвариантной массой.

Используя вполне разумные начальные приближения, можно получить формулу, которая определяет зависимость $\frac{dN}{dW}$ по распределению $\frac{dN}{d \cos \alpha}$ (мы специально используем $\frac{dN}{dW}$, чтобы подчеркнуть необходимость перехода к сечению, через $\frac{d\mathcal{L}}{dW}$). Условия, описывающие это приближение, следующие:

- Не учитывается угловое разрешение;
- Изменение скорости С.Ц.И. из-за отклонений начальных частиц от средних значений не учитывается;
- Пренебрегаем событиями с инвариантной массой выше W^* ;
- Угловое распределение рожденных частиц в С.Ц.И. изотропно;
- Радиационные поправки не учитываются.

В данном приближении мы можем записать угловое распределение в Л.С. относительно направления скорости С.Ц.И.:

$$\frac{d\rho(\cos \alpha, \beta)}{d \cos \alpha} = \begin{cases} \frac{\Theta\left(\cos \alpha - \sqrt{1 - \sinh^2 \beta / \sinh^2 \psi}\right) (\sinh^2 \beta - \sinh^2 \psi \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cosh^2 \beta \tanh^2 \psi)}{\cosh^2 \psi \sinh \beta (1 - \cos^2 \alpha \tanh^2 \psi)^2 \sqrt{\sinh^2 \beta - \sinh^2 \psi \sin^2 \alpha}}, & \text{если } \beta \leq \psi, \\ \frac{\left(\sqrt{\sinh^2 \beta - \sinh^2 \psi \sin^2 \alpha} + \cos \alpha \cosh \beta \tanh \psi\right)^2}{2 \cosh^2 \psi \sinh \beta (1 - \cos^2 \alpha \tanh^2 \psi)^2 \sqrt{\sinh^2 \beta - \sinh^2 \psi \sin^2 \alpha}}, & \text{если } \beta > \psi. \end{cases} \quad (\text{П.3})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. P. Raimondi, *Status of the SuperB Effort, Presentation at the 2nd Workshop on SuperB Factory*, LNF-INFN, Frascati, March 2006.
2. Q. Luo and D. Xu, in *Proceedings of the 9th International Particle Accelerator Conference (IPAC2018), Vancouver, Canada*, p. MOPML013.
3. H.-P. Peng, in *Proceedings of the Charm2018, Novosibirsk, Russia, May 21–25, 2018*.
4. A. Bondar, *Phys. At. Nucl.* **76**, 1072 (2013).
5. V. E. Blinov, V. V. Kaminsky, E. B. Levichev, N. Yu. Muchnoi, S. A. Nikitin, I. B. Nikolaev, A. G. Shamov, Yu. A. Tikhonov, and V. N. Zhilich, *ICFA Beam Dyn. Newslett.* **48**, 195 (2009).
6. B. Aubert, R. Barate, D. Boutigny, F. Couderc, Y. Karyotakis, J. P. Lees, V. Poireau, V. Tisserand, A. Zghiche, E. Grauges, A. Palano, M. Pappagallo, A. Pompili, J. C. Chen, N. D. Qi, G. Rong, *et al.*, *Phys. Rev. D* **73**, 012005 (2006).
7. R. R. Akhmetshin, A. N. Amirkhanov, A. V. Anisenzkov, V. M. Aulchenko, V. Sh. Banzarov, N. S. Bashtovoy, D. E. Berkaev, A. E. Bondar, A. V. Bragin, S. I. Eidelman, D. A. Epifanov, L. B. Epshteyn, A. L. Erofeev, G. V. Fedotov, S. E. Gayazov, A. A. Grebenuk, *et al.*, *Phys. Lett. B* **759**, 634 (2016).
8. M. N. Achasov, A. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin, D. E. Berkaev, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, V. B. Golubev, L. V. Kardapoltsev, A. S. Kasaev, A. G. Kharlamov, A. N. Kirpotin, I. A. Koop, A. A. Korol, *et al.*, *Phys. Rev. D* **90**, 112007 (2014).
9. M. Ablikim, M. N. Achasov, P. Adlarson, S. Ahmed, M. Albrecht, R. Aliberti, A. Amoroso, M. R. An, Q. An, X. H. Bai, Y. Bai, O. Bakina, R. Baldini Ferroli, I. Balossino, Y. Ban, K. Begzsuren, *et al.*, arXiv: 2103.12486.
10. V. F. Dmitriev and A. I. Milstein, *Phys. Lett. B* **658**, 13 (2007).
11. J. Haidenbauer, X.-W. Kang, and U.-G. Meißner, *Nucl. Phys. A* **929**, 102 (2014).
12. A. I. Milstein and S. G. Salnikov, *Nucl. Phys. A* **966**, 54 (2017).
13. A. I. Milstein and S. G. Salnikov, *Nucl. Phys. A* **977**, 60 (2018).

PRECISION MEASUREMENT OF THE $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$ CROSS SECTION NEAR THRESHOLD WITH HIGH ENERGY RESOLUTION

A. V. Bobrov^{1),2)}, A. E. Bondar^{1),2)}

¹⁾*Budker Institute of Nuclear Physics of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia*

²⁾*Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*

In this article new technique of the cross section measurement at e^+e^- collider, in case if c.m.s. is moving in the laboratory frame, is suggested. The cross section is calculated from the angular distribution in the laboratory frame as a function of beam energy. This method was tested in the process of $e^+e^- \rightarrow n\bar{n}$. The new approach allows one to study the fine structure of the cross section at threshold at scales smaller than the beam energy spread. Such measurements can be done at the Super Charm-Tau factory.

ИЗМЕРЕНИЕ РАДИОАКТИВНЫХ ПРИМЕСЕЙ В ИСТОЧНИКЕ ^{51}Cr ПО ФОТОННОМУ ИЗЛУЧЕНИЮ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ BEST

© 2023 г. В. Н. Гаврин¹⁾, В. В. Горбачёв^{1)*}, Т. В. Ибрагимова¹⁾, А. А. Шихин¹⁾

Поступила в редакцию 19.12.2022 г.; после доработки 12.01.2023 г.; принята к публикации 13.01.2023 г.

В работе представлены результаты определения примесей, содержащихся в искусственном источнике нейтрино в эксперименте BEST. Источник ^{51}Cr активностью 3.6 МКи был получен облучением обогащенного хрома тепловыми нейтронами в ядерном реакторе. Количество примесей оценивалось по линиям в спектре фотонов от источника. Показано, что вклад радиоактивных изотопов от примесей в тепловыделение источника пренебрежимо мал по сравнению с тепловыделением ^{51}Cr . Показана высокая чистота материала, из которого изготовлен источник. Проведены оценки сечений захвата нейтронов рядом элементов.

DOI: 10.31857/S0044002723030108, EDN: RLAEBK

1. ВВЕДЕНИЕ

В эксперименте BEST с искусственным источником нейтрино исследовалась возможность существования стерильных состояний нейтрино [1, 2]. Эксперимент проводился в лаборатории Галлий-германиевого телескопа Баксанской нейтринной обсерватории ИЯИ РАН. Для проведения эксперимента BEST в научно-исследовательском институте атомных реакторов (НИИАР, г. Димитровград Ульяновской области) был изготовлен компактный искусственный источник монохроматических нейтрино на основе изотопа ^{51}Cr активностью 3.6 МКи [3]. Источник помещался в центр мишени из 50 т жидкого металлического галлия, разделенной на две зоны — внутреннюю и внешнюю — с примерно равной толщиной галлия в каждой зоне. В такой геометрии нейтрино проходят разные расстояния от точки рождения в источнике до взаимодействия в двух зонах. Поэтому если существуют стерильные состояния, в которые электронные нейтрино от источника переходят через осцилляции с короткой базой ($\Delta m^2 \sim 1 \text{ эВ}^2$), то скорости взаимодействия нейтрино с галлием в двух зонах будут различными, либо будет наблюдаться подавление скорости взаимодействия в обеих зонах.

В настоящей работе мы описываем результаты измерений спектров фотонов от источника, определение фотонных линий в спектрах и идентификацию радиоактивных элементов, с которыми эти линии связаны.

Определение радиоактивных примесей является частью работ по измерению активности источника,

неопределенность которой существенно влияет на ошибку эксперимента BEST в целом.

Основной метод измерения активности источника — калориметрический, основанный на измерении его тепловыделения. В источнике активностью 3 МКи выделяется около 650 Вт тепла [3, 4], т.е. энергии, которая не уносится нейтрино. Тепло от распада элементов радиоактивных примесей вносит ошибку в калориметрическое измерение активности источника.

Другой метод измерения активности связан с измерением спектра внутреннего тормозного излучения (ВТИ) ^{51}Cr [5]. ВТИ имеет непрерывный спектр от 0 до 750 кэВ и суммарную интенсивность порядка 5×10^{-4} фотонов/распад [6]. Фотоны разных энергий с разной вероятностью выходят из источника и по-разному регистрируются в детекторе. Зная спектр ВТИ в источнике, можно по форме измеренного спектра вычислить активности разных частей источника и, соответственно, источника в целом. При этом каждая фотонная линия от радиоактивных примесей влияет на форму регистрируемого спектра в области меньших энергий из-за неполного поглощения взаимодействующих с веществом защиты источника и детектора фотонов.

2. ИЗМЕРЕНИЕ СПЕКТРОВ ФОТОНОВ

Измерения спектров фотонов от источника проводились после каждого облучения источником галлиевой мишени. С 5 июля 2019 г. в эксперименте BEST было выполнено 10 облучений. По окончании каждого облучения длительностью 9 сут в течение 1 сут проводились процедуры извлечения

¹⁾Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия.

*E-mail: vvgor_gfb1@mail.ru

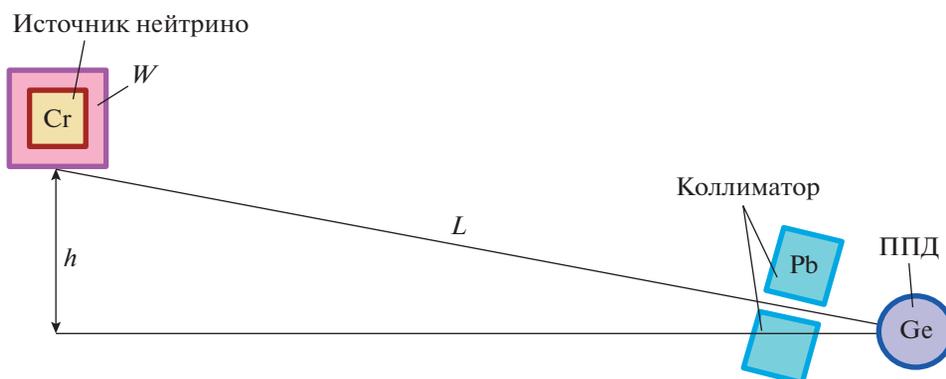


Рис. 1. Схема измерений спектров фотонов от источника. Расстояние от внешней стенки свинцового коллиматора до германиевого кристалла полупроводникового детектора (ППД) 35 см; $h = 117$ см; $L = 22$ м.

атомов ^{71}Ge , образующихся в результате взаимодействия нейтрино с галлием мишени. В это же время проводились измерения спектров фотонов от источника и калориметрические измерения тепловыделения.

Всего было выполнено 16 измерений спектров в различных условиях. Изменение условий означает либо поворот источника около вертикальной оси, либо удаление коллиматора для регистрации фотонов всей поверхностью детектора со стороны излучающего источника. Длительность измерений составляла около 1 ч при скорости счета детектора $30\text{--}50\text{ с}^{-1}$. Измерения с поворотом источника около вертикальной оси применялись для определения активности источника по форме ВТИ [5].

3. ГЕОМЕТРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

В источнике ^{51}Cr фотоны рождаются в результате двух разных процессов: во-первых, в 10% распадов излучаются фотоны с энергией 320 кэВ, когда ядро ^{51}Cr распадается с предварительным переходом на возбужденный уровень; и, во-вторых, с вероятностью около 5×10^{-4} рождаются фотоны ВТИ с непрерывным спектром до 750 кэВ. Подавляющая часть фотонов поглощается в защитной оболочке источника, и интенсивность фотонов вне оболочки от источника активностью 3 МКи составляла порядка $5 \times 10^{10}\text{ с}^{-1}$. Для измерений спектров использовался германиевый полупроводниковый детектор (ППД), который без искажений разрешения регистрирует импульсы порядка 10^2 в секунду. Источник располагался в 22 м от ППД, излучение от источника попадало в кристалл детектора через отверстие в свинцовом коллиматоре (рис. 1). Коллиматор толщиной 10 см, во-первых, ограничивал скорость счета ППД, во-вторых, фотоны одинаковых энергий, попадая в область кристалла ППД, ограниченную отверстием коллиматора, регистрировались с одинаковой

вероятностью. И, в-третьих, применение коллиматора является условием, позволяющим определить активности разных частей источника [5]. Использовались коллиматоры с отверстиями от 3 до 10 мм в диаметре, которые менялись по мере уменьшения активности источника ($T_{1/2}(^{51}\text{Cr}) = 27.7$ сут).

4. ИСТОЧНИК И ЕГО ЗАЩИТА

Хромовый источник — это сборная герметичная цилиндрическая конструкция, состоящая из непосредственно источника ^{51}Cr и элементов его защиты. Центральная часть состоит из 26 хромовых дисков (дисковых колец) толщиной около 4 мм, общей высотой 10.7 см, по 13 дисков с диаметрами (внешний диаметр \times диаметр внутреннего отверстия) $\varnothing 88 \times 22$ мм и $\varnothing 84 \times 6$ мм, чередующихся по высоте. Диски, спрессованные из хрома плотностью 6.62 г/см^3 , обогащенного до 96.5% по изотопу ^{50}Cr , общей массой 4007.5 г, облучались в ядерном реакторе тепловыми нейтронами. Хромовые диски помещены в стальной стакан с толщиной стенки 3 мм, который помещен в биологическую защиту из вольфрамового сплава (W — 95%, Ni — 3%, Cu — 2%, $\rho = 17.6\text{ г/см}^3$) толщиной 2.8 см, который, в свою очередь, помещен в стальной стакан с толщиной стенки 2.5 мм.

Таким образом, фотон, рожденный в источнике, перед тем как зарегистрироваться в ППД, проходит через вещество самого хрома, защитных оболочек, а также воздушного слоя толщиной 22 м.

Во время измерений источник устанавливался на горизонтальную площадку, находившуюся на высоте 117 см относительно горизонтальной плоскости, проходящей через горизонтальную ось кристалла ППД.

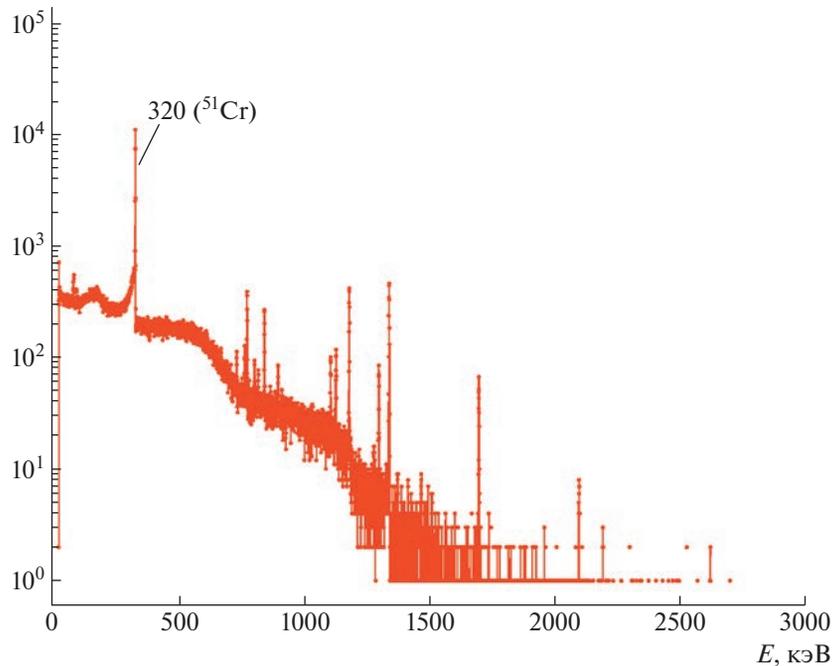


Рис. 2. Спектр фотонов от источника.

5. ГЕРМАНИЕВЫЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЙ ДЕТЕКТОР

Для измерений использовался германиевый ППД с цилиндрическим кристаллом, ось которого направлена горизонтально, перпендикулярно направлению на источник. Размер кристалла $\varnothing 5.36 \times 4.95$ см. ППД со всех сторон окружен пассивной защитой из свинцовых кирпичей толщиной 20 см. Шкала АЦП (8092 канала) выставлена для измерений фотонов с энергией до 3 МэВ. Скорость счета фотонов в отсутствие источника составляет около 1.5 с^{-1} по всему спектру. Энергетическая разметка шкалы ППД производилась по измерениям фотонных линий от стандартных источников ОСГИ (^{60}Co , ^{22}Na , ^{152}Eu и др.), а также фотонных линий в измерениях фона. Энергетическая шкала с хорошей точностью линейна во всем диапазоне измеряемых энергий. Разрешение ППД $R = 0.13\%$ на линии 1.46 МэВ (примерно 0.16% на линии 1 МэВ) заметно не ухудшается при скоростях счета до 100–200 событий в секунду.

6. ИЗМЕРЕННЫЕ СПЕКТРЫ ФОТОНОВ

На рис. 2 приведен спектр фотонов от источника, полученный в измерениях, когда кристалл ППД не был защищен коллиматором.

Измерения спектра, который использовался для данного анализа, проводились через 135 сут после начала первого облучения галлиевой мишени в эксперименте BEST, когда активность хромового

источника упала примерно в 30 раз. В таких условиях в спектре становятся видны линии элементов радиоактивных примесей, которые были скрыты ранее на фоне относительно высокой скорости счета фотонов ВТИ ^{51}Cr и наложенных друг на друга импульсов ВТИ и линии 320 кэВ. На рис. 3 приведен спектр фотонов в области энергий от 650 до 900 кэВ. Все линии элементов в этой области энергий практически однозначно указывают на излучающий изотоп.

7. ИЗОТОПЫ И ПРИМЕСИ В МАТЕРИАЛЕ ИСТОЧНИКА

Обнаруженные по найденным в измеренных спектрах фотонов линиям радиоактивные элементы в источнике образовались во время облучения хрома в ядерном реакторе. Оценки загрязнения исходного материала примесями, которые привели в результате к измеренному количеству радиоактивных элементов, сделаем, исходя из среднего значения потока тепловых нейтронов в реакторе, которое оценим из образовавшейся активности ^{51}Cr . В постоянном потоке тепловых нейтронов ^{51}Cr образуется из ^{50}Cr по закону

$$n(t) = \frac{\Phi \sigma_0 N_0}{\lambda_1 + \Phi(\sigma_1 - \sigma_0)} \times (e^{-\Phi \sigma_0 t} - e^{-(\lambda_1 + \Phi \sigma_1)t}), \quad (1)$$

где Φ — поток тепловых нейтронов, облучающих ^{50}Cr ; $\sigma_0 = 15.9$ бн и $\sigma_1 = 10.2$ бн — сечения захвата тепловых нейтронов ядрами ^{50}Cr и ^{51}Cr ; λ_1 —

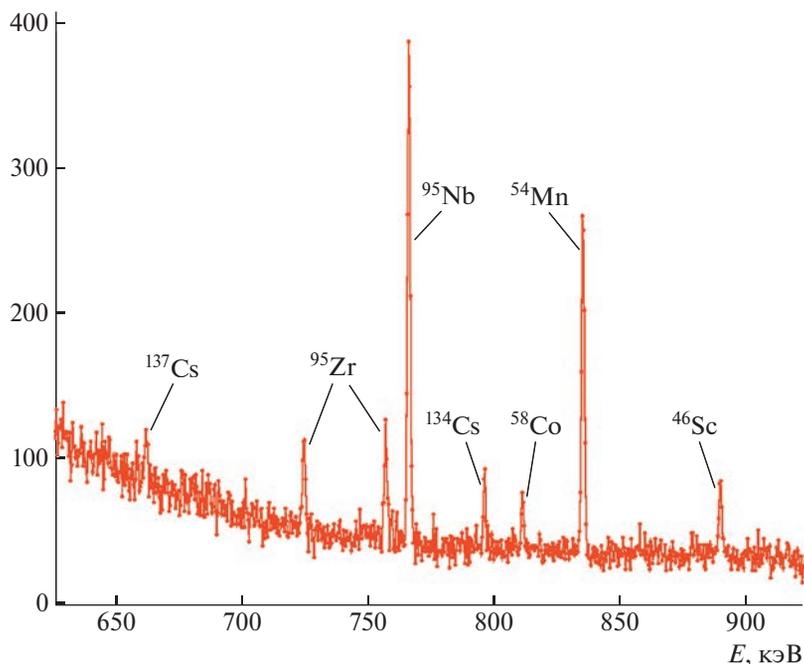


Рис. 3. Часть спектра фотонов от источника ^{51}Cr в линейном масштабе с указанием изотопов, излучающих найденные фотонные линии.

постоянная распада ^{51}Cr ; N_0 — начальное количество ^{50}Cr в реакторе. По calorиметрическим измерениям активность источника в конце облучения в ядерном реакторе составила 3.6 МКи. За время облучения около 100 сут такая активность из 4007 г ^{50}Cr могла быть наработана при среднем потоке $\Phi = 2.1 \times 10^{14} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$. Это значение потока тепловых нейтронов использовалось для оценок количества примесей в хrome.

В оценках считалось, что примеси распределены равномерно по объему активной части источника. Считалось также, что любое взаимодействие приводит к изменению энергии фотона и, следовательно, удаляет фотон из области энергий вблизи рассматриваемой линии. При этом регистрация фотона в линии означает полное поглощение фотона в кристалле ППД. Считалось, что все фотоны, которые попадают в область кристалла ППД, выходят из источника в направлении центра кристалла ППД, а в кристалле ППД они проходят через случайную точку, равномерно распределенную по сечению кристалла, проходящему через ось кристалла. Соответственно, длина пути фотона в кристалле составляет длину хорды окружности цилиндра кристалла ППД с центром в найденной случайной точке.

На рис. 4 приведена зависимость вероятности регистрации фотонов от источника в ППД от энергии фотонов с учетом прохождения слоев защиты и воздуха.

Рисунок 4 получен методом Монте-Карло для фотонов с энергиями от 300 до 2700 кэВ с интервалом 10 кэВ. Особенности полученной зависимости, которые видны в районе энергий 1000, 1500, 2000 кэВ, связаны с линейной аппроксимацией табличных значений коэффициентов взаимодействия [7].

Вероятность регистрации фотонов, дошедших до ППД без взаимодействия (рис. 4), начинает быть заметной только для энергий выше 500 кэВ, поэтому оценка активности ^{51}Cr по линии 320 кэВ таким способом здесь не проводилась. Для энергий выше 500 кэВ определялись линии в спектре и измерялось число событий в них.

На рис. 5 приведена зависимость числа фотонов, которые выбывают из пучка во взаимодействии с воздухом, от энергии. Зависимость получена методом Монте-Карло для давления воздуха на уровне установки 620 мм Hg (1750 м над уровнем моря) на длине пути фотонов в воздухе 22 м.

7.1. Определение числа событий в линиях спектра

Для определения числа импульсов в линии E считалось число событий в интервалах между точками $(x_1, x_2, x_3, x_4) = E((1 - 4R), (1 - 2R), (1 + 2R), (1 + 4R))$ (здесь значения точек получаются умножением величины энергии E на коэффициент): $n_{s1} = N(x_2, x_3)$ и $n_f = N(x_1, x_2) + N(x_3, x_4)$. Величина R — разрешение ППД на линии E . Интервал (x_2, x_3) включает в себя практически

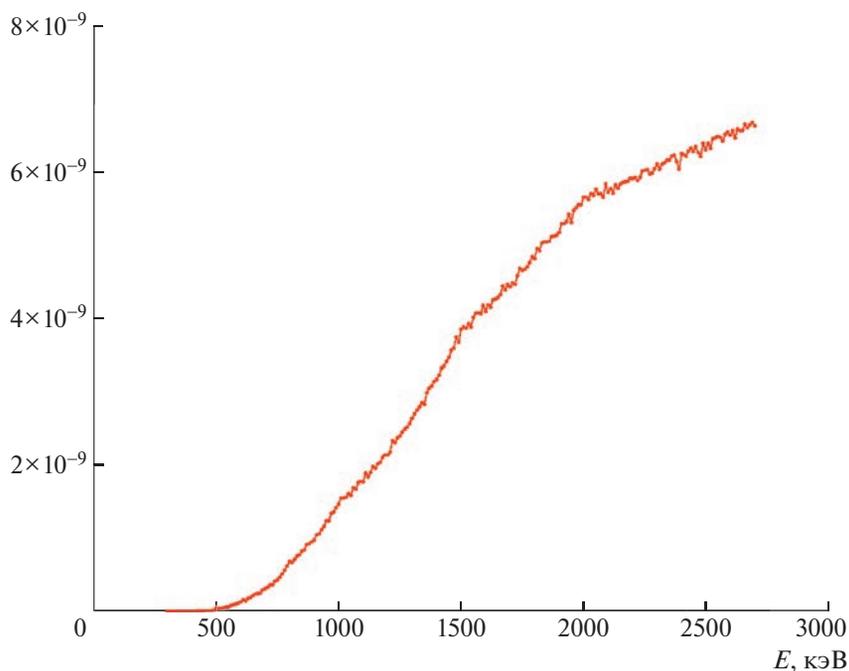


Рис. 4. Вероятности регистрации фотонов от линий от источника в спектре ППД.

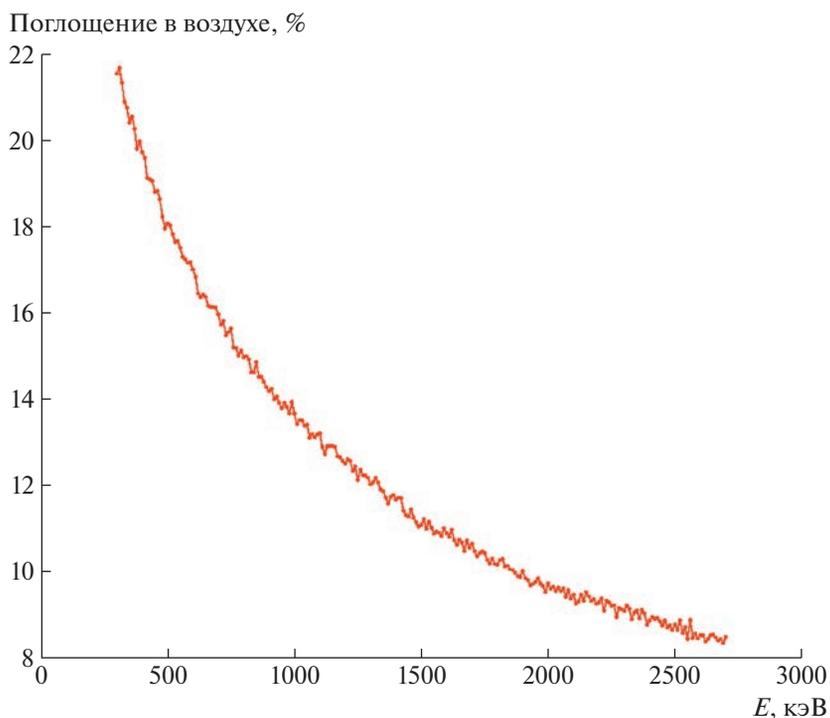


Рис. 5. Часть фотонов, которая взаимодействует с воздухом на пути 22 м при давлении 620 мм Hg.

все импульсы, регистрируемые в линии, если их амплитуды распределены по нормальному закону. Длины интервалов, по которым определялось число n_{s1} и сумма интервалов для определения числа фоновых импульсов n_f , равны, поэтому число импульсов в линии получалось как разность: $n_s =$

$= n_{s1} - n_f$. Ошибка определения числа импульсов $\sigma = \sqrt{n_{s1} + n_f}$.

Пример определения числа событий в линии приведен на рис. 6 для линии 835 кэВ.

Вертикальные отрезки определяют границы

Таблица 1

	Изотоп, $T_{1/2}$	Энергия в линии, кэВ	Выход линии, %	n_s	n_f	Активность на 5.07.2019, мКи	W , мВт
1	^{137}Cs 30.05 г	662	85	229	1268	$8.5 \times (1 \pm 0.23)$	0.06
2	^{95}Zr 64 сут	724 757	11.1 54.38	356 334	768 748	$60 \times (1 \pm 0.12)$	2.1
3	^{95}Nb 35 сут	766	99.8	1313	682	$87 \times (1 \pm 0.04)$	
4	^{134}Cs 2.06 г	796	85.5	217	626	$3.3 \times (1 \pm 0.18)$	0.041
5	^{58}Co 70.85 сут	811	99.44	141	632	$6.0 \times (1 \pm 0.27)$	0.08
6	^{54}Mn 312 сут	835	100	963	570	$13 \times (1 \pm 0.05)$	0.10
7	^{46}Sc 83.8 сут	889 1120	100 100	254 346	569 400	$5.2 \times (1 \pm 0.10)$	0.07
8	^{59}Fe 44.5 сут	1099 1291	57 43.2	403 383	401 97	$23 \times (1 \pm 0.07)$	0.22
9	^{60}Co 5.27 г	1173 1332	100 100	1863 2300	286 85	$6.6 \times (1 \pm 0.03)$	0.11
10	^{124}Sb 60.2 сут	1690 2091	47.5 5.5	341 49	16 3	$5.8 \times (1 \pm 0.06)$	0.10
11	$^{140}\text{Ba}-^{140}\text{La}$ 12.76 сут	1595	95	$\langle 24 \rangle$	$\langle 3 \rangle$	$0.78 \times (1 \pm 0.30)$	0.80
Σ							3.7

описанных интервалов; горизонтальный отрезок обозначает среднее значение фона в спектре в районе данной энергии. Ширина интервала, внутри которого считается число событий, достаточно велика для того, чтобы в него попадали все события данной линии.

В табл. 1 приведены все линии, которые обнаруживаются в спектрах, набранных без применения коллиматоров. Интенсивность линий фоновых источников одинакова для любых измерений спектров фотонов, поэтому здесь они не анализируются.

Активности элементов в таблице приведены на 5 июля 2019 г., когда источник был установлен в 2-зонную галлиевую мишень для первого нейтринного облучения. Активности приводятся со значениями относительных статистических ошибок.

Значения n_s и n_f для $^{140}\text{Ba}-^{140}\text{La}$, приведенные в угловых скобках, получены в измерениях спектров с коллиматорами через 30 сут после начала облучений галлиевой мишени.

8. ПАРА $^{95}\text{Zr}-^{95}\text{Nb}$

В измеренном спектре (рис. 3) обнаруживается линия 766 кэВ, источником которой является распад ^{95}Nb . Этот изотоп образуется в источнике при β -распаде ^{95}Zr . Образование ^{95}Nb в ядерном реакторе и последующее изменение его количества внутри сформированного хромового источника описываются формулами (2) и (3):

$$n_{\text{Nb}}(t) = \frac{\lambda_1 \Phi \sigma_0 N_0}{\lambda_1 - \Phi \sigma_0} \times \quad (2)$$

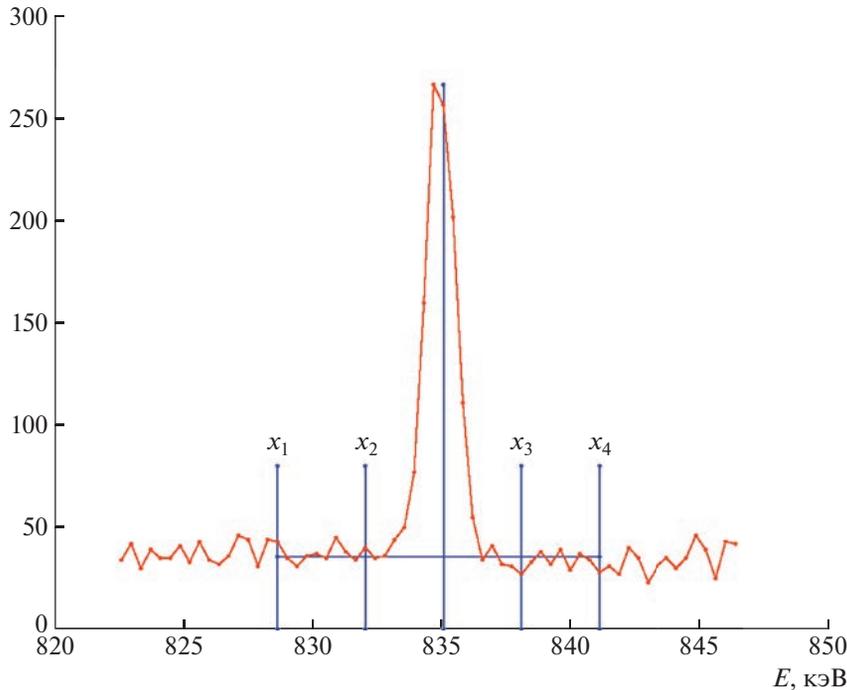


Рис. 6. Определение числа событий в линии 835 кэВ.

$$\times \left(\frac{1}{\lambda_2 - \Phi\sigma_0} (e^{-\Phi\sigma_0 t} - e^{-\lambda_2 t}) - \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \right),$$

$$n_{\text{NbI}}(t) = n_{02}e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 n_{01}}{\lambda_1 - \lambda_2} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}). \quad (3)$$

Здесь N_0 и σ_0 — начальное количество ^{94}Zr в хроме и сечение (n, γ) -реакции на нем; Φ — средний поток тепловых нейтронов; λ_1 и λ_2 — постоянные распада ^{95}Zr и ^{95}Nb ; n_{01} и n_{02} — количество ^{95}Zr и ^{95}Nb в источнике в момент окончания облучения нейтронами.

В момент окончания облучения нейтронами в реакторе соотношение ^{95}Nb и ^{95}Zr в материале источника составляло примерно $n_{02}/n_{01} = 0.63$. На рис. 7 приведены зависимости количества ^{95}Zr и ^{95}Nb от времени. Через $t = 135$ сут, когда произведено измерение спектра, их количества оказываются примерно равными.

9. СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ ОШИБКИ И ТЕПЛО ВЫДЕЛЕНИЕ ПРИМЕСЕЙ

Кроме статистических ошибок измерений существуют также ошибки определения вероятностей выхода излучения из защиты источника и регистрации его в ППД. Наибольшая систематическая ошибка связана с неточностью горизонтальной

установки цилиндрического источника, из-за чего может увеличиться толщина проходимого фотонами вещества защиты. Считая, что отклонения оси источника от вертикали не могут составлять больше 5° , когда такие отклонения будут явно заметны, ошибка составит до 10% для фотонов от 600 до 1000 кэВ и 2–3% для фотонов более высоких энергий. Точность определения направления оси коллиматора на точность оценки количества примесей не влияет, поскольку в данной работе оценки производились в основном по спектру фотонов в отсутствие коллиматора.

Заметим, что вклад радиоактивных примесей в тепловыделение источника составляет около 3.7 мВт

$\frac{650 \text{ Вт/3 МКи} \times 3.4 \text{ МКи}}{\sim 5 \times 10^{-6}}$, т.е. пренебрежимо мал по сравнению с систематическими ошибками калориметрических измерений ($\sim 0.5\%$) [3].

В первых измерениях спектров на большом фоне фотонов ВТИ ^{51}Cr различаются некоторые линии указанных в табл. 1 элементов. При этом никакие другие линии в спектрах не проявляются, поэтому влиянием элементов с малым временем жизни на тепловыделение в источнике мы пренебрегаем.

10. ОЦЕНКА МАССЫ ПРИМЕСЕЙ В ОБЛУЧЕННОМ ХРОМЕ

Массу примесных элементов, образующих обнаруженную активность радиоактивных изотопов,

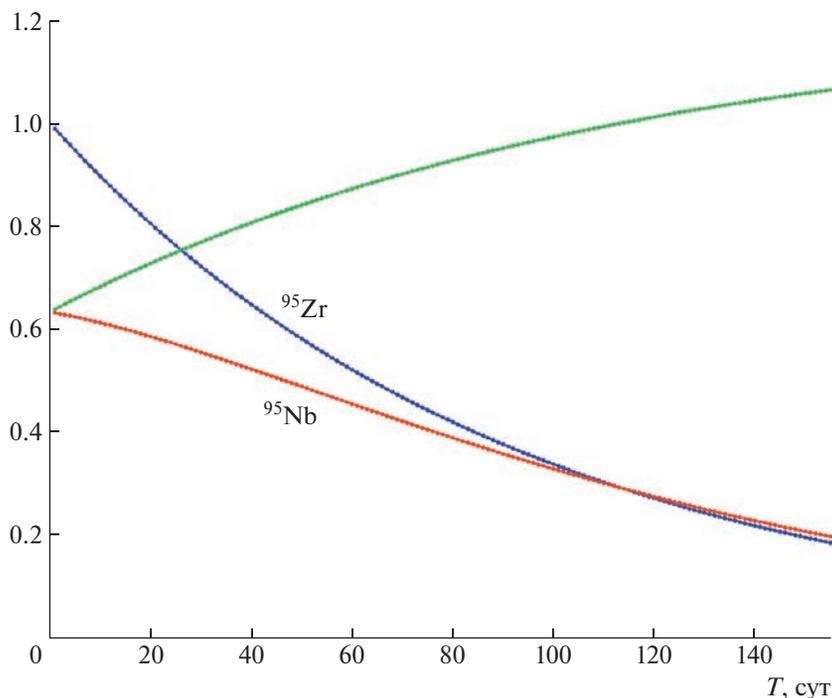


Рис. 7. Относительное количество изотопов ^{95}Zr и ^{95}Nb в зависимости от времени после окончания облучения хрома в ядерном реакторе. Приведено также их отношение $n(^{95}\text{Nb})/n(^{95}\text{Zr})$.

находим из уравнения (1), считая везде $\sigma_1 = 0$ и $t = 100$ сут:
$$N = \frac{n(\lambda_1 - \Phi\sigma_0)}{\Phi\sigma_0(e^{-\Phi\sigma_0 t} - e^{-\lambda_1 t})}$$
 В табл. 2 приводятся родительские элементы, при облучении которых образовались изотопы, необходимые массы этих элементов и массы элементов с учетом их среднего природного содержания.

В последних столбцах табл. 2 приводятся массы элементов, которые необходимы для образования радиоактивных изотопов в ядерном реакторе. Эти массы сравниваются с массами, которые получены масс-спектрометрическим способом для образца материала хромового источника до облучения в реакторе. Масс-спектрометрические измерения, проведенные в НИЦ “Курчатовский институт” — ИРЭА в январе 2019 г. [8], показали содержание 70 элементов с точностью 10^{-7} г/г. Между тем по некоторым элементам по измерению спектра фотонов удастся определить количество примесей до величины 10^{-8} – 10^{-9} г/г (цезий, скандий, сурьма, кобальт, европий).

Таким образом, определение масс элементов примесей по измеренному спектру фотонов оказывается вариантом нейтронно-активационного анализа. Особенности такого метода определения концентраций примесей связаны с большой массой облученного материала хромового источника и с условиями облучения в ядерном реакторе, при которых чувствительность к массам примесей оказывается столь высокой. При этом те же усло-

вия ограничивают список примесей, которые могут быть таким образом изучены. Причина такого ограничения в том, что фотонные линии в спектре проявляются только после распада основного элемента. Поэтому наблюдаемые изотопы имеют относительно большое время жизни. Кроме того, изотопы должны излучать фотонные линии достаточно больших энергий, чтобы проходить сквозь защиту и выявляться в спектре.

Значения сечений (n, γ)-реакций приведены из справочника [9]. Массы элементов получены из (n, γ)-реакций с учетом природного содержания стабильных изотопов. В скобках приведены значения масс, которые определялись из анализа других реакций. Например, масса железа для изотопа ^{54}Mn (150 мг) была определена из реакции (n, γ) для изотопа ^{59}Fe .

11. ПРОТИВОРЕЧИЯ В ИЗМЕРЕНИЯХ СПЕКТРОВ

Почти все фотонные линии можно однозначно связать с излучающими элементами, и анализ их образования в атомном реакторе выглядит вполне удовлетворительно. Вместе с тем есть линии, источники которых также можно определить, но при этом остается неясным, как эти элементы образовались в хромовом источнике.

В наших спектрах есть три группы линий с неоднозначной интерпретацией.

Таблица 2

	Изотоп	Родительский изотоп, содержание в природной смеси, %	Реакция облучения на изотопе, сечение σ_1 , бн	Масса родительского изотопа	Масса элемента	Масса из масс-спектр
1	^{137}Cs	^{136}Xe , 8.9 ^{137}Ba , 11.23	$(n, \gamma) +$ распад, 0.26 (n, p)	22 мг —	246 мг —	— < 400 мкг
2	^{95}Zr	^{94}Zr , 17.33	(n, γ) , 0.05	54 мг	312 мг	1.6 мг
3	^{95}Nb	^{95}Zr	β^- —распад			
4	^{134}Cs	^{133}Cs , 100	(n, γ) , 29	53 мкг	53 мкг	< 400 мкг
5	^{58}Co	^{58}Ni , 68.27 ^{59}Co , 100	(n, p) $(n, 2n)$	6.8 мг (189 мкг)	10 мг (189 мкг)	10 мг < 400 мкг
6	^{54}Mn	^{54}Fe , 5.8	(n, p)	(8.7 мг)	(150 мг)	360 мг
7	^{46}Sc	^{45}Sc , 100	(n, γ) , 17	7.8 мкг	7.8 мкг	< 400 мкг
8	^{59}Fe	^{58}Fe , 0.28 ^{59}Co , 100	(n, γ) , 1.26 (n, p)	419 мкг (189 мкг)	150 мг (189 мкг)	360 мг < 400 мкг
9	^{60}Co	^{59}Co , 100	(n, γ) , 18.7	189 мкг	189 мкг	< 400 мкг
10	^{124}Sb	^{123}Sb , 42.7	(n, γ) , 4.1	83 мкг	195 мкг	< 400 мкг
11	^{140}Ba — ^{140}La	^{138}Ba , 71.7	$(n, \gamma) + (n, \gamma)$, 0.4 бн + 6 бн	—	—	< 400 мкг

Первая — линия 662 кэВ, которая указывает на распад ^{137}Cs . Этот изотоп в реакторе может образовываться в (n, γ) -реакции при облучении с последующим распадом ^{136}Xe или в (n, p) -реакции из ^{137}Ba . Но рождение ^{137}Cs из ^{136}Xe кажется невозможным из-за отсутствия ксенона в глубоко очищенном облучаемом материале. Тем более, что необходимое количество ксенона (40 см³) оказывается чрезвычайно большим. Также маловероятно рождение ^{137}Cs из ^{137}Ba по (n, p) -реакции, поскольку количество ^{137}Cs , обеспечивающее найденную активность (8.5 мКи/л = 4.2×10^{17} атомов), оказывается больше верхней границы массы бария в материале 400 мкг, полученной в масс-спектрометрических измерениях [8]. Поэтому приходится предположить, что ^{137}Cs либо рождается во взаимодействии космического излучения с тяжелыми элементами материала мишени, либо он занесен в хромовый источник извне.

Другая группа состоит из трех линий, которые однозначно связываются с ^{95}Zr — ^{95}Nb . При этом оцененная масса циркония оказывается в 200 раз больше значения, полученного в масс-спектрометрических измерениях. Связано это может быть с тем, что из циркония были сделаны формы, в которых хромовые диски помещались в ядерный реактор для облучения нейтронами. При площади касания хромовых дисков и циркониевой

оболочки порядка 1800 см² средняя толщина циркония, который перешел в хром, составила 27 мкм или 1000 атомных слоев. При том, что температура плавления циркония 1852°С, условий для столь интенсивной диффузии скорее всего не было, и цирконий, видимо, переносился на поверхность хрома механическим путем в местах с повреждениями кристаллической решетки.

Третья группа линий — это одна линия 1596 кэВ, которая наблюдалась во всех измеренных спектрах, начиная с самых первых, и, учитывая размеры отверстий коллиматоров, интенсивность ее уменьшалась со временем с периодом полураспада от 10 до 20 сут. Единственный элемент, с которым можно связать линию 1596 кэВ, который имеет похожее время жизни, — ^{140}La . Это единственная интенсивная линия в спектре ^{140}La ; ^{140}La находится в равновесии с ^{140}Ba , период полураспада которого 12.76 сут. Возможный канал образования ^{140}Ba в реакторе — захват теплового нейтрона стабильным ^{138}Ba (содержание в природном барии 71.7%) с последующим захватом еще одного нейтрона изотопом ^{139}Ba . В существующих условиях облучения, однако, для получения нужного количества ^{140}Ba необходимо облучить в реакторе около 0.7 кг природного бария, при том, что его количество в материале источника по данным масс-спектрометрии не превышало 400 мкг. Поэтому объяснить появление такого элемента в

хромовом источнике можно тоже либо наработкой космическими лучами по неизвестному каналу, либо тем, что этот элемент был внесен в источник извне.

12. ОЦЕНКА СЕЧЕНИЙ (n, p) - И $(n, 2n)$ -РЕАКЦИЙ

По результатам измерения спектров можно оценить сечения некоторых возможных реакций с тепловыми нейтронами. Облучение одного элемента иногда приводит к образованию разных изотопов. Поэтому, полагая известными сечения (n, γ) -реакций [8], можно оценить сечения некоторых реакций (n, p) и $(n, 2n)$.

Например, количество облучаемого железа в образце определяется из реакции $^{58}\text{Fe}(n, \gamma)^{59}\text{Fe}$ (150 мг). Считая, что соотношение стабильных изотопов железа в образце соответствует природному соотношению, получаем, что реакция $^{54}\text{Fe}(n, p)^{54}\text{Mn}$ должна идти с сечением 0.13 бн.

Таким же образом оцениваем сечение реакции $(n, 2n)$ на ^{59}Co . Определяя по реакции $^{59}\text{Co}(n, \gamma)^{60}\text{Co}$ массу облучаемого кобальта (189 мкг), находим верхнее значение сечения реакции $^{59}\text{Co}(n, 2n)^{58}\text{Co}$ (0.92 бн). Получить конкретное значение сечения этой реакции не удастся из-за того, что изотоп ^{58}Co может рождаться также из ^{58}Ni в (n, p) -реакции. Масса никеля в образце по результатам масс-спектрометрического анализа составляет 10 мг, что дает верхний предел на сечение (n, p) -реакции на ^{58}Ni $\sigma(n, p) \leq 26$ мбн.

Заметим, что в отличие от сечений (n, γ) -реакций, в которых ядра в основном захватывают тепловые нейтроны, в реакциях (n, p) и $(n, 2n)$ большой вес могут иметь нейтроны высоких энергий. Поэтому полученные сечения можно, скорее, считать оценками средних сечений по всему спектру нейтронов в реакторе.

13. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Искусственный источник монохроматических нейтрино ^{51}Cr в эксперименте BEST является уникальным инструментом для исследования свойств нейтрино. Компактный (объемом менее 1 л) и интенсивный (3.6 МКи = 1.3×10^{17} Бк) источник может быть использован в измерениях с практически любым современным нейтринным детектором.

Особые условия источника для эксперимента BEST — большое количество материала (4 кг), облучаемого в атомном реакторе длительное время (100 сут) в плотном потоке тепловых нейтронов (2.1×10^{14} см⁻² с⁻¹) — позволили определить

концентрации ряда примесей по энергетическим линиям в фотонном спектре с точностью, превышающей точность масс-спектрометрических измерений более чем на порядок.

Измерения спектров фотонов от источника ^{51}Cr в эксперименте BEST подтвердили высокую чистоту материала, из которого изготовлен источник. Вклад радиоактивных изотопов от примесей в тепловыделение источника составил в начале счета около 5×10^{-6} . По результатам измерений спектров фотонов оценен элементный количественный состав примесей. Показана возможность выявления некоторых примесей нейтронной активацией на уровне 10^{-8} – 10^{-9} г/г.

Авторы благодарят сотрудников НИИАР В.А. Тарасова и А.И. Звира за особое внимание к задаче изготовления нейтринного источника.

Работа выполнена с использованием научного оборудования УНУ ГГНТ ЦКП БНО ИЯИ РАН при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации: соглашение № 14.619.21.0009, уникальный идентификатор проекта RFMEFI61917X0009, и соглашение № 05.621.21.0025, уникальный идентификатор проекта RFMEFI62119X0025.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V. V. Barinov, B. T. Cleveland, S. N. Danshin, H. Ejiri, S. R. Elliott, D. Frekers, V. N. Gavrin, V. V. Gorbachev, D. S. Gorbunov, W. X. Haxton, T. V. Ibragimova, I. Kim, Yu. P. Kozlova, L. V. Kravchuk, V. V. Kuzminov, B. K. Lubandorzhiev, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **128**, 232501 (2022); arXiv: 2109.11482v1 [nucl-ex].
2. V. V. Barinov, S. N. Danshin, V. N. Gavrin, V. V. Gorbachev, D. S. Gorbunov, T. V. Ibragimova, Yu. P. Kozlova, L. V. Kravchuk, V. V. Kuzminov, B. K. Lubandorzhiev, Yu. M. Malyshkin, I. N. Mirmov, A. A. Shikhin, E. P. Veretenkin, B. T. Cleveland, H. Ejiri, *et al.*, Phys. Rev. C **105**, 065502 (2022).
3. V. N. Gavrin, T. V. Ibragimova, J. P. Kozlova, V. A. Tarasov, E. P. Veretenkin, and A. I. Zvir, J. Instrum. **16**, P04012 (2021).
4. J. N. Abdurashitov *et al.* (The SAGE Collab.), Phys. Rev. C **59**, 2246 (1999).
5. В. В. Горбачев, Ю. М. Малышкин, ПТЭ, № 3, **110** (2015) [Instrum. Exp. Techn. **58**, 418 (2015)].
6. *Table of Radioactive Isotopes*, Ed. by V. S. Shirley (Wiley, New York, 1986).
7. О. Ф. Немец, Ю. В. Гофман, *Справочник по ядерной физике* (Наукова думка, Киев, 1975).
8. Протокол исследований № И1391-8 ЦКП "Исследовательский научно-аналитический центр НИЦ Курчатовский институт — ИРЭА", 24 янв 2019.
9. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 69th ed., Ed. by R. C. Weast, M. J. Astle, and W. H. Beyer (CRC Press, Boca Raton, 1988–1989).

MEASUREMENT OF RADIOACTIVE IMPURITIES IN THE ^{51}Cr SOURCE BY PHOTON RADIATION IN THE BEST EXPERIMENT

V. N. Gavrin¹⁾, V. V. Gorbachev¹⁾, T. V. Ibragimova¹⁾, A. A. Shikhin¹⁾

¹⁾Institute for Nuclear Research of the RAS, Moscow, Russia

The paper presents the results of the determination of impurities contained in an artificial neutrino source in the BEST experiment. A source of ^{51}Cr with an activity of 3.6 MCi was obtained by irradiation of enriched chromium with thermal neutrons in a nuclear reactor. The amount of impurities was estimated by the lines in the photon spectrum from the source. It is shown that the contribution of radioactive isotopes from impurities to the heat release of the source is negligible compared to the heat release of ^{51}Cr . The high purity of the material from which the source is made is shown. Estimates of neutron capture cross sections by a number of elements have been carried out.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА НЕЙТРИНО В УПРУГОМ РАССЕЯНИИ НЕЙТРИНО НА ПРОТОНЕ

© 2023 г. К. А. Кузаков^{1)*}, Ф. М. Лазарев^{1)**}, А. И. Студеникин^{1)***}

Поступила в редакцию 07.12.2022 г.; после доработки 07.12.2022 г.; принята к публикации 07.12.2022 г.

Подробно рассматривается вклад электромагнитных характеристик нейтрино в упругое рассеяние нейтрино на протоне. Электромагнитные свойства нейтрино вводятся через зарядовый, магнитный, электрический и анапольный формфакторы в базисе массовых состояний нейтрино. При этом учитываются эффекты смешивания трех нейтринных состояний и эффекты изменения флейвора нейтрино, движущегося от источника к детектору. Также учитываются слабые нейтральные и электромагнитные формфакторы нуклона. Проведено сравнение численных результатов для дифференциального сечения упругого рассеяния нейтрино на протоне с учетом нейтринных зарядового радиуса и магнитного момента с предсказаниями Стандартной модели для реакторных и ускорительных нейтрино.

DOI: 10.31857/S0044002723030121, EDN: RLDCSF

1. ВВЕДЕНИЕ

В Стандартной модели (СМ) нейтрино считаются безмассовыми нейтральными частицами, которые слабо взаимодействуют с веществом за счет обмена W^\pm - и Z^0 -бозонами. Однако ненулевая масса и смешивание нейтрино указывают на наличие нейтринных свойств и взаимодействий за пределами СМ. В этой связи, в частности, представляет интерес поиск электромагнитных характеристик нейтрино [1–3]. Действительно, уже в СМ предсказывается отличный от нуля нейтринный зарядовый радиус [4–6], а в минимально расширенной СМ — еще и ненулевой нейтринный магнитный момент [7]. В представленном ниже исследовании рассматривается наиболее общий случай электромагнитных свойств нейтрино: наряду с зарядовым радиусом и магнитным моментом мы также учитываем электрический миллизаряд, анапольный и электрический дипольный моменты.

Эффекты электромагнитных свойств нейтрино могут проявляться как в астрофизических процессах, когда нейтрино распространяются в сильных магнитных полях и плотных средах, так и в лабораторных экспериментах с потоками нейтрино от различных источников. В последнем случае весьма чувствительным и широко используемым методом является измерение сечений рассеяния нейтрино на

различных мишенях. Так, в работах [8, 9] обсуждается рассеяние нейтрино на нуклонах и ядрах при разных энергиях, а также указывается на необходимость проведения точных теоретических расчетов для нужд экспериментов. Для экспериментального исследования процессов рассеяния нейтрино на нуклоне или ядре необходимо учитывать радиационные поправки [10–12], детали внутренней структуры нуклона и ядра как для упругих [13–15], так и для неупругих столкновений [16].

В последнее время особый интерес представляют исследования когерентного упругого рассеяния нейтрино на ядре ($CE\nu NS$), которое было предсказано почти 50 лет назад [17] и впервые зарегистрировано в эксперименте только недавно — в 2017 г. коллаборацией COHERENT [18]. $CE\nu NS$ является не только новым инструментом для исследования свойств нейтрино, но и позволяет изучать структуру ядра [19–21]. Кроме того, этот процесс может давать вклад в фоновый сигнал в экспериментах по поиску частиц темной материи.

Одними из ожидаемых проявлений новой физики в $CE\nu NS$ -экспериментах могут быть эффекты электромагнитных взаимодействий нейтрино. Данные $CE\nu NS$ -экспериментов COHERENT, CONUS и Dresden-II уже использовались для получения ограничений на нейтринные миллизаряд, зарядовый радиус и магнитный момент [22–26]. Ожидается, что в ближайшем будущем появятся данные ряда других новых экспериментов по исследованию процесса $CE\nu NS$.

Для исследования электромагнитных свойств нейтрино в $CE\nu NS$ -экспериментах требуется разработка теоретического аппарата, учитывающего

¹⁾Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва 119991, Россия.

*E-mail: kouzakov@srd.sinp.msu.ru

**E-mail: lazarev_fm15@physics.msu.ru

***E-mail: studenik@srd.sinp.msu.ru

различные электромагнитные формфакторы нейтрино и ядра. Реализацию такой задачи целесообразно начать с процесса упругого рассеяния нейтрино на протоне, представляющем собой простейшую ядерную мишень. Кроме того, упругое нейтрино-протонное рассеяние является многообещающим инструментом для обнаружения нейтрино от сверхновых [27].

Статья организована следующим образом. В разд. 2 обсуждается структура вершинной функции для частицы со спином 1/2, учитывающая используемые слабые нейтральные формфакторы нуклона и электромагнитные формфакторы нуклона и нейтрино. Также в этом разделе приводится параметризация нуклонных формфакторов, которые затем используются в численных расчетах. В разд. 3 представлен расчет сечения упругого рассеяния нейтрино на нуклоне при условиях, характерных для лабораторных экспериментов по рассеянию нейтрино на мишени. В разд. 4 обсуждаются результаты численных расчетов нейтрино-протонных сечений на основе полученных формул для различных значений электромагнитных характеристик нейтрино, а также проводится сравнение с предсказанием СМ. В Заключение приведены основные выводы данной работы.

2. ФОРМФАКТОРЫ НЕЙТРИНО И НУКЛОНА

Кратко остановимся на общем подходе к описанию свойств электромагнитного и слабого взаимодействия фермиона со спином 1/2 (подробное изложение данного вопроса для случая электромагнитного взаимодействия нейтрино содержится в [1]). Параметры взаимодействия фермиона с фотоном и Z^0 -бозоном задаются вершинной функцией $\Lambda_\mu^{fi}(p_i, p_f)$ (здесь $p_{i(f)}$ — импульс начальной (конечной) частицы с массой $m_{i(f)}$ и спином 1/2), которая определяет матричный элемент фермионного тока:

$$\langle p_f | j_\mu(0) | p_i \rangle = \bar{u}_f(p_f) \Lambda_\mu^{fi}(q, l) u_i(p_i), \quad (1)$$

где $u_i(p_i)$ и $u_f(p_f)$ — биспинорные амплитуды свободных частиц. Используя 4-импульсы $q^\mu = p_i^\mu - p_f^\mu$, $l^\mu = p_i^\mu + p_f^\mu$, метрический тензор $g^{\mu\nu}$ и антисимметричный тензор Леви-Чивиты $\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$, 4×4 -матрица $\Lambda_\mu^{fi}(q, l)$ может быть представлена в виде линейной комбинации 16 матриц: $\mathbb{1}$, γ_5 , γ^μ , $\gamma^\mu \gamma_5$ и $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$. Из условия эрмитовости, т.е. $j_\mu^\dagger = j_\mu$, следует, что

$$[\Lambda_\mu^{fi}(q, l)]^\dagger = \gamma^0 \Lambda_\mu^{if}(-q, l) \gamma^0. \quad (2)$$

В результате с помощью соотношений Гордона можно прийти к виду [28]

$$\begin{aligned} \Lambda_\mu^{fi}(q) = & f_1^{fi}(q^2) q_\mu + f_2^{fi}(q^2) q_\mu \gamma_5 + \\ & + f_3^{fi}(q^2) \gamma_\mu + f_4^{fi}(q^2) \gamma_\mu \gamma_5 + f_5^{fi}(q^2) \sigma_{\mu\nu} q^\nu + \\ & + f_6^{fi}(q^2) \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q^\nu \sigma^{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь шесть формфакторов $f_{1,2,3,4,5,6}^{fi}(q^2)$ в силу требования лоренц-инвариантности являются функциями q^2 . При этом $f_{2,3,4}^{fi}$ принимают вещественные значения, а $f_{1,5,6}^{fi}$ принимают мнимые значения.

В случае электромагнитного тока из калибровочной инвариантности следует его сохранение $\partial_\mu j^\mu = 0$. Отсюда имеем

$$q^\mu \bar{u}_f(p_f) \Lambda_\mu^{fi}(q, l) u_i(p_i) = 0. \quad (4)$$

Это условие (вместе с соотношениями Гордона) приводит к

$$\begin{aligned} f_1^{fi} q^2 + f_3^{fi} (m_f - m_i) &= 0, \\ f_2^{fi} q^2 + f_4^{fi} (m_f + m_i) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, электромагнитную вершину фермиона в общем случае можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Lambda_\mu^{(EM)fi}(q) = & \\ = \left(\gamma_\mu - \frac{q_\mu \not{q}}{q^2} \right) & \left[f_3^{fi}(q^2) - \frac{q^2}{m_i + m_f} f_2^{fi}(q^2) \gamma_5 \right] + \\ & + \sigma_{\mu\nu} q^\nu [f_5^{fi}(q^2) - 2i f_6^{fi}(q^2) \gamma_5]. \end{aligned} \quad (6)$$

2.1. Электромагнитные формфакторы нейтрино

Как следует из (6), электромагнитную вершинную функцию нейтрино можно представить в виде (см. также [1]):

$$\begin{aligned} \Lambda_\mu^{(EM;\nu)fi}(q) = & \\ = (\gamma_\mu - q_\mu \not{q}/q^2) & [f_Q^{fi}(q^2) + f_A^{fi}(q^2) q^2 \gamma_5] - \\ & - i \sigma_{\mu\nu} q^\nu [f_M^{fi}(q^2) + i f_E^{fi}(q^2) \gamma_5], \end{aligned} \quad (7)$$

где f_Q^{fi} , f_A^{fi} , f_M^{fi} , f_E^{fi} — зарядовый, анапольный, магнитный и электрический формфакторы диагонального ($f = i$) и переходного ($f \neq i$) типов в базе массовых нейтринных состояний. Причем вследствие справедливости условия эрмитовости (2) имеем

$$f_{Q,A,M,E}^{fi}(q^2) = (f_{Q,A,M,E}^{if}(q^2))^*. \quad (8)$$

При взаимодействии с реальным фотоном ($q^2 = 0$) электромагнитные формфакторы определяют стационарные свойства нейтрино

$$f_Q^{fi}(0) = e_{fi}, \quad 6 \left. \frac{df_Q^{fi}(q^2)}{dq^2} \right|_{q^2=0} = \langle r^2 \rangle_{fi}, \quad (9)$$

$$f_A^{fi}(0) = a_{fi}, \quad f_M^{fi}(0) = \mu_{fi}, \quad f_E^{fi}(0) = \epsilon_{fi},$$

где e_{fi} , $\langle r^2 \rangle_{fi}$, a_{fi} , μ_{fi} , ϵ_{fi} есть соответственно миллизаряд, зарядовый радиус (устоявшийся в литературе термин для квадрата среднеквадратического зарядового радиуса), анапольный, магнитный и электрический моменты нейтрино.

Нейтринные электромагнитные формфакторы играют фундаментальную роль. В частности, электромагнитные свойства нейтрино способны пролить свет на дираковскую или майорановскую природу нейтрино: например, дираковские нейтрино могут иметь как диагональные, так и недиагональные зарядовый, магнитный и электрический формфакторы, в то время как майорановские нейтрино могут иметь только недиагональные формфакторы указанных типов.

Магнитный и электрический дипольные моменты являются наиболее теоретически изученными из электромагнитных свойств нейтрино. Минимально расширенная СМ, учитывающая правые массивные нейтрино, предсказывает следующие значения магнитного и электрического дипольных моментов (диагонального типа) для дираковского нейтрино [7]:

$$\mu_{kk}^D \approx 3.2 \times 10^{-19} \mu_B \left(\frac{m_k}{1 \text{ эВ}} \right), \quad \epsilon_{kk}^D = 0, \quad (10)$$

где μ_B — магнетон Бора. Вследствие пропорциональности нейтринным массам, значения магнитных моментов на много порядков меньше имеющихся экспериментальных ограничений $\mu_\nu \lesssim 10^{-12} - 10^{-11} \mu_B$ (см. [29]). Тем не менее, эти электромагнитные свойства являются предметом поиска различных экспериментов, так как некоторые теории за пределами минимально расширенной СМ предсказывают для них гораздо большие значения.

Отметим, что в настоящее время единственное указание на конкретный диапазон, в котором может быть заключена величина магнитного момента нейтрино, следует из возможного объяснения данных эксперимента XENON1T по детектированию потоков нейтрино от Солнца: $(1.4, 2.9) \times 10^{-11} \mu_B$ [30]. Также укажем на механизм возникновения индуцированного магнитного момента массивного нейтрино, движущегося в плотном вырожденном электронном газе, эффективная величина которого может на порядки превышать (10) (см. [31, 32]).

Зарядовый и анапольный электромагнитные формфакторы нейтрино также представляют интерес. В некоторых теориях за пределами СМ рассматривается возможность существования ненулевого электрического заряда (миллизаряда) нейтрино. Однако, даже если миллизаряд равен нулю, у нейтрино может быть ненулевой зарядовый радиус, который будет вносить вклад в рассеяние нейтрино на мишени. Также нейтрино может иметь и анапольный момент, эффект которого в рассеянии нейтрино на мишени аналогичен эффекту зарядового радиуса (подробно этот вопрос обсуждается в [1]).

В СМ электрическая нейтральность нейтрино обусловлена сокращением калибровочных аномалий в случае электрослабого взаимодействия. Если же, например, рассматривать теории с правыми массивными дираковскими нейтрино, являющимися синглетами группы слабого изоспина $SU(2)$ и имеющими ненулевой гиперзаряд, то становятся возможными сценарии с отличным от нуля нейтринным электрическим зарядом [33]. В результате для сокращения калибровочных аномалий требуется соответствующий сдвиг значений зарядов заряженных лептонов и кварков, а значит, электрона, протона и нейтрона. Следовательно, заряд нейтрино должен быть достаточно мал, чтобы не нарушалось условие нейтральности вещества. Последнее дает ограничение [34]

$$|e_{\nu_e}| \lesssim 3 \times 10^{-21} e. \quad (11)$$

Даже если электрический заряд нейтрино равен нулю, зарядовый формфактор $f_Q^{fi}(q^2)$ может содержать нетривиальную информацию об электрических свойствах нейтрино, а именно о его зарядовом радиусе. Вычисления зарядового радиуса нейтрино в рамках СМ приводят к [4–6]

$$\langle r^2 \rangle_{\nu_\ell} = \frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \left[3 - 2 \log \frac{m_\ell^2}{m_W^2} \right], \quad (12)$$

где m_W и m_ℓ — массы W -бозона и заряженного лептона ($\ell = e, \mu, \tau$). Из (12) следуют численные оценки:

$$\begin{aligned} \langle r_\nu^2 \rangle_e &= 4.1 \times 10^{-33} \text{ см}^2, \\ \langle r_\nu^2 \rangle_\mu &= 2.4 \times 10^{-33} \text{ см}^2, \\ \langle r_\nu^2 \rangle_\tau &= 1.5 \times 10^{-33} \text{ см}^2, \end{aligned} \quad (13)$$

что лишь где-то на порядок меньше современных экспериментальных ограничений $|\langle r^2 \rangle_{\nu_\ell}| \lesssim 10^{-32} \text{ см}^2$ [29].

2.2. Электромагнитные и слабые нейтральные формфакторы нуклона

При описании рассеяния нейтрино на нуклоне будет использоваться электромагнитная вершинная функция нуклона в традиционном виде [35]

(полагая $m_f = m_i = m_N$ в (7), где m_N — масса нуклона)

$$\begin{aligned} \Lambda_\mu^{(EM;N)}(q) &= \gamma_\mu F_Q^N(q^2) - \\ &- \frac{i}{2m_N} \sigma_{\mu\nu} q^\nu F_M^N(q^2) + \frac{1}{2m_N} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 F_E^N(q^2) - \\ &- (q^2 \gamma_\mu - q_\mu \not{q}) \gamma_5 \frac{F_A^N(q^2)}{m_N^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь $F_{Q,M,E,A}^N$ есть зарядовый, магнитный, электрический и анапольный формфакторы, соответственно, для протона ($N = p$) и нейтрона ($N = n$).

В случае нейтрального слабого тока мы пренебрегаем токами второго рода, нарушающими изотопическую инвариантность сильного взаимодействия (т.е. полагаем $f_1 = f_6 = 0$ в (3)), и в результате получаем [36, 37]

$$\begin{aligned} \Lambda_\mu^{(NC;N)}(q) &= \gamma_\mu F_1^N(q^2) - \\ &- \frac{i}{2m_N} \sigma_{\mu\nu} q^\nu F_2^N(q^2) - \gamma_\mu \gamma_5 G_A^N(q^2) + \\ &+ \frac{1}{m_N} G_P^N(q^2) q_\mu \gamma_5, \end{aligned} \quad (15)$$

где F_1^N, F_2^N, G_A^N и G_P^N называются соответственно дираковским, паулевским, аксиальным и псевдоскалярным слабыми нейтральными формфакторами нуклона. Ниже мы опускаем псевдоскалярный формфактор G_P^N , поскольку его вклад в нейтрино-нуклонное сечение исчезает в пределе нулевой массы нейтрино.

Ограничиваясь при описании внутренней структуры нуклона легкими кварками u, d и s , для которых приближенно справедлива флейворная $SU(3)$ симметрия, на основе гипотез сохранения векторного тока и частичного сохранения аксиального тока можно получить связь слабых нейтральных токов нуклона с его электромагнитными токами. Отсюда вытекают соотношения между соответствующими формфакторами [36, 38] (здесь мы ограничиваемся только зарядовым и магнитным формфакторами в случае электромагнитного тока):

$$\begin{aligned} F_{1,2}^p(q^2) &= \\ &= \left(\frac{1}{2} - 2 \sin^2 \theta_W \right) F_{Q,M}^p - \frac{3}{2} F_{Q,M}^n - \frac{1}{2} F_{1,2}^S, \\ F_{1,2}^n(q^2) &= \\ &= \left(\frac{1}{2} - 2 \sin^2 \theta_W \right) F_{Q,M}^n - \frac{3}{2} F_{Q,M}^p - \frac{1}{2} F_{1,2}^S, \\ G_A^p(q^2) &= \frac{1}{2} G_A(q^2) - \frac{1}{2} G_A^S(q^2), \\ G_A^n(q^2) &= -\frac{1}{2} G_A(q^2) - \frac{1}{2} G_A^S(q^2), \end{aligned} \quad (16)$$

где G_A — аксиальный формфактор; $F_{1,2}^S, G_A^S$ — странные формфакторы нуклона.

2.3. Параметризация нуклонных формфакторов

В литературе зависимость нуклонных формфакторов от q^2 часто описывается с помощью дипольного приближения. Однако для проведения детального анализа экспериментальных данных по рассеянию лептонов на нуклонах параметризация нуклонных формфакторов в рамках дипольного приближения оказывается не всегда достаточной и по этой причине в нашем исследовании мы используем более точный подход [37, 38].

Введем заксовские электромагнитные формфакторы $G_{E,M}^N$:

$$\begin{aligned} F_Q^N(q^2) &= \frac{G_E^N(q^2) - \frac{q^2}{4m_N^2} G_M^N(q^2)}{1 - \frac{q^2}{4m_N^2}}, \\ F_M^N(q^2) &= \frac{G_M^N(q^2) - G_E^N(q^2)}{1 - \frac{q^2}{4m_N^2}}, \end{aligned} \quad (17)$$

которые параметризуются как

$$\begin{aligned} \frac{G_M^N(q^2)}{\mu_N} &= \\ &= \frac{1 - \frac{q^2}{4m_N^2} a_M^N}{1 - \frac{q^2}{4m_N^2} b_{M1}^N + \left(\frac{q^2}{4m_N^2} \right)^2 b_{M2}^N - \left(\frac{q^2}{4m_N^2} \right)^3 b_{M3}^N}, \\ G_E^p(q^2) &= \\ &= \frac{1 - \frac{q^2}{4m_N^2} a_E^p}{1 - \frac{q^2}{4m_N^2} b_{E1}^p + \left(\frac{q^2}{4m_N^2} \right)^2 b_{E2}^p - \left(\frac{q^2}{4m_N^2} \right)^3 b_{E3}^p}, \\ G_E^n(q^2) &= \frac{-\frac{q^2}{4m_N^2} \lambda_1}{1 - \frac{q^2}{4m_N^2} \lambda_2} \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2} \right)^{-2}, \end{aligned} \quad (18)$$

где μ_N — магнитный момент нуклона в ядерных магнетонах. Для аксиального формфактора используем следующую параметризацию:

$$G_A(q^2) = g_A \left(1 - \frac{q^2}{M_A^2} \right)^{-2}. \quad (19)$$

Приведем численные значения всех используемых параметров [37]

$$\begin{aligned} m_N &= 938 \text{ МэВ}, \\ \mu_p &= 2.793, \quad \mu_n = -1.913, \\ M_V &= 843 \text{ МэВ}, \quad g_A = 1.267, \quad M_A = 1049 \text{ МэВ}, \\ a_E^p &= -0.19, \quad b_{E1}^p = 11.12, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
 b_{E2}^p &= 15.16, & b_{E3}^p &= 21.25, \\
 a_M^p &= 1.09, & b_{M1}^p &= 12.31, \\
 b_{M2}^p &= 25.57, & b_{M3}^p &= 30.61, \\
 \lambda_1 &= 1.68, & \lambda_2 &= 3.63, \\
 a_M^n &= 8.28, & b_{M1}^n &= 21.3, \\
 b_{M2}^n &= 77, & b_{M3}^n &= 238.
 \end{aligned}$$

Приведем также параметризацию для странных формфакторов [39]:

$$F_1^S(q^2) = \frac{\frac{q^2}{6} \langle r_S^2 \rangle}{\left(1 - \frac{q^2}{4m_N^2}\right)} \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2}\right)^{-2}, \quad (21)$$

$$F_2^S(q^2) = \frac{\mu_S}{\left(1 - \frac{q^2}{4m_N^2}\right)} \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2}\right)^{-2},$$

$$F_A^S(q^2) = g_A^S \left(1 - \frac{q^2}{M_A^2}\right)^{-2},$$

где $\langle r_S^2 \rangle$ — странный радиус нуклона, μ_S — странный магнитный момент нуклона, g_A^S — странный вклад в спин нуклона. В нашем исследовании будет проведено сравнение сечений рассеяния как с учетом указанных странных формфакторов, так и без их учета. При этом будет использоваться только один ненулевой параметр $g_A^S = -0.15 \pm 0.07$.

3. СЕЧЕНИЕ РАССЕЯНИЯ НЕЙТРИНО НА НУКЛОНЕ

Рассмотрим процесс, в котором ультрарелятивистское нейтрино с энергией E_ν , родившееся в источнике (реакторе, ускорителе, Солнце и т.д.), распространяется до мишени и упруго рассеивается в ней на нуклоне с передачей 4-импульса $q = (T, \mathbf{q})$. Если нейтрино родилось в источнике во флэйворном состоянии $|\nu_\ell\rangle$, тогда его состояние в мишени перед моментом рассеяния будет

$$|\nu_\ell(\mathcal{L})\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{\ell k}^* e^{-i\frac{m_k^2}{2E_\nu}\mathcal{L}} |\nu_k\rangle, \quad (22)$$

где \mathcal{L} — расстояние от источника до мишени. Матричный элемент процесса $\nu_\ell(L) + N \rightarrow \nu_j + N$ за счет слабого взаимодействия дается выражением

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_j^{(w)} &= -\frac{G_F}{\sqrt{2}} U_{\ell j}^* e^{-i\frac{m_j^2}{2E_\nu}\mathcal{L}} \bar{u}_{j,\lambda'}^{(\nu)}(k') \times \\
 &\times \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_{j,\lambda}^{(\nu)}(k) J_\mu^{(\text{NC})},
 \end{aligned} \quad (23)$$

здесь $J_\mu^{(\text{NC})}$ — слабый нейтральный ток нуклона; $\bar{u}_{j,\lambda'}^{(\nu)}(k') = u_{j,\lambda'}^{(\nu)\dagger}(k')\gamma^0$, где $u_{j,\lambda}^{(\nu)}(k)$ — биспинорная амплитуда массивного нейтринного состояния $|\nu_j\rangle$

с 4-импульсом k_μ и спиральностью λ . Вклад электромагнитного взаимодействия в амплитуду рассеяния есть

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_j^{(\gamma)} &= \frac{4\pi\alpha}{q^2} \sum_{k=1}^3 U_{\ell k}^* e^{-i\frac{m_k^2}{2E_\nu}\mathcal{L}} \bar{u}_{j,\lambda'}^{(\nu)}(k') \times \\
 &\times \Lambda_{jk}^{(\text{EM};\nu)\mu}(q) u_{k,\lambda}(k) J_\mu^{(\text{EM})},
 \end{aligned} \quad (24)$$

где $J_\mu^{(\text{EM})}$ — электромагнитный ток нуклона. Предполагая нуклон свободным, нуклонные токи можно разложить следующим образом:

$$\begin{aligned}
 J_\mu^{(\text{NC})}(q) &= \bar{u}^{(N)}(p') \Lambda_\mu^{(\text{NC};N)}(-q) u^{(N)}(p) = \\
 &= F_1^N(q^2) J_\mu^V(q) - G_A^N(q^2) J_\mu^A(q) + \\
 &\quad + \frac{i}{2m_N} F_2^N(q^2) J_\mu^M(q), \\
 J_\mu^{(\text{EM})}(q) &= \bar{u}^{(N)}(p') \Lambda_\mu^{(\text{EM};N)}(-q) u^{(N)}(p) = \\
 &= F_Q^N(q^2) J_\mu^V(q) - \left(\delta_\mu^\lambda q^2 - q^\lambda q_\mu\right) \frac{F_A^N(q^2)}{m_N^2} J_\lambda^A(q) + \\
 &\quad + \frac{i}{2m_N} F_M^N(q^2) J_\mu^M(q) - \frac{F_E^N(q^2)}{2m_N} J_\mu^E(q),
 \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned}
 J_\mu^V(q) &= \bar{u}^{(N)}(p') \gamma_\mu u^{(N)}(p), \\
 J_\mu^A(q) &= \bar{u}^{(N)}(p') \gamma_\mu \gamma_5 u^{(N)}(p), \\
 J_\mu^M(q) &= \bar{u}^{(N)}(p') \sigma_{\mu\lambda} q^\lambda u^{(N)}(p), \\
 J_\mu^E(q) &= \bar{u}^{(N)}(p') \sigma_{\mu\lambda} q^\lambda \gamma_5 u^{(N)}(p).
 \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь $u^{(N)}(p)$ — биспинорная амплитуда нуклона с 4-импульсом p .

Так как интерес представляет рассеяние ультрарелятивистских нейтрино, то в расчетах сечения мы пренебрегаем нейтринной массой. Поскольку конечные состояния нейтрино не регистрируются, дифференциальное сечение рассеяния дается формулой

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{32\pi E_\nu^2 m_N} \quad (27)$$

со следующим квадратом модуля матричного элемента:

$$|\mathcal{M}|^2 = \sum_{j=1}^3 \left| \mathcal{M}_j^{(w)} + \mathcal{M}_j^{(\gamma)} \right|^2, \quad (28)$$

где, как обычно, предполагается усреднение по начальным и суммирование по конечным спиновым состояниям частиц. Заметим, что мы рассматриваем типичную ситуацию, когда нейтрино рождается в источнике и распространяется до мишени в левокиральном состоянии. После вычисления

спиновых сумм получаем дифференциальное сечение, которое содержит как сохраняющую, так и меняющую спиральность нейтрино компоненты (для краткости опускаем аргумент $q^2 = -2m_N T$ при записи формфакторов):

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dT} &= \frac{d\sigma_{hp}}{dT} + \frac{d\sigma_{hf}}{dT}, \quad (29) \\ \frac{d\sigma_{hp}}{dT} &= \frac{G_F^2 m_N}{2\pi} \left[(C_V - 2\text{Re} C_{V\&A} + C_A) + \right. \\ &+ (C_V + 2\text{Re} C_{V\&A} + C_A) \left(1 - \frac{T}{E_\nu}\right)^2 + \\ &+ (C_A - C_V) \frac{m_N T}{E_\nu^2} + \\ &+ C_M \frac{T}{2m_N} \left(2 + \frac{m_N T}{E_\nu^2} - \frac{2T}{E_\nu}\right) - \\ &- C_E \frac{T}{2m_N} \left(2 - \frac{m_N T}{E_\nu^2} - \frac{2T}{E_\nu}\right) + \\ &+ 2 \frac{T}{E_\nu} \text{Re} C_{A\&M} \left(2 - \frac{T}{E_\nu}\right) - 2\text{Re} C_{V\&M} \frac{T^2}{E_\nu^2} \left. \right], \\ \frac{d\sigma_{hf}}{dT} &= \frac{\pi\alpha^2}{m_e^2} |\mu_\nu(\mathcal{L}, E_\nu)|^2 \left[\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{E_\nu}\right) F_Q^2 + \right. \\ &+ \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{E_\nu} - \frac{m_N}{2E_\nu^2}\right) \frac{4T^2}{m_N^2} F_A^2 - \\ &- \frac{T}{2E_\nu^2} F_Q F_M + \frac{\left(2 - \frac{T}{E_\nu}\right)^2 - \frac{2m_N T}{E_\nu^2}}{8m_N} F_M^2 - \\ &- \left.\frac{\left(2 - \frac{T}{E_\nu}\right)^2}{8m_N} F_E^2 + \frac{\left(2 - \frac{T}{E_\nu}\right)T}{E_\nu m_N} F_A(F_M - F_Q)\right], \end{aligned}$$

где [40]

$$\begin{aligned} C_V &= \quad (30) \\ &= \sum_j \left| \sum_k U_{lk}^* e^{-i\frac{m_k^2}{2E_\nu} \mathcal{L}} (-\delta_{jk} F_1 + F_Q Q_{jk}) \right|^2, \\ Q_{jk} &= \frac{2\sqrt{2}\pi\alpha}{G_F q^2} (f_{jk}^Q - q^2 f_{jk}^A), \\ C_{V\&A} &= \\ &= \sum_j \left(\sum_k U_{lk}^* e^{-i\frac{m_k^2}{2E_\nu} \mathcal{L}} (-\delta_{jk} F_1 + F_Q Q_{jk}) \right) \times \\ &\times \left(\sum_n U_{ln} e^{i\frac{m_n^2}{2E_\nu} \mathcal{L}} (\delta_{jn} G_A - F_A \frac{q^2}{m_N^2} Q_{jn}) \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_A &= \sum_j \left| \sum_k U_{lk}^* e^{-i\frac{m_k^2}{2E_\nu} \mathcal{L}} (G_A \delta_{jk} - F_A \frac{q^2}{m_N^2} Q_{jk}) \right|^2, \\ C_M &= \sum_j \left| \sum_k U_{lk}^* e^{-i\frac{m_k^2}{2E_\nu} \mathcal{L}} (-iF_2 \delta_{jk} + iF_M Q_{jk}) \right|^2, \\ C_{A\&M} &= -i \times \\ &\times \sum_j \left(\sum_k U_{lk}^* e^{-i\frac{m_k^2}{2E_\nu} \mathcal{L}} (\delta_{jk} G_A - F_A \frac{q^2}{m_N^2} Q_{jk}) \right) \times \\ &\times \left(\sum_n U_{ln} e^{i\frac{m_n^2}{2E_\nu} \mathcal{L}} (iF_2 \delta_{jn} - iF_M Q_{jn}) \right), \\ C_{V\&M} &= \\ &= -i \sum_j \left(\sum_k U_{lk}^* e^{-i\frac{m_k^2}{2E_\nu} \mathcal{L}} (-\delta_{jk} F_1 + F_Q Q_{jk}) \right) \times \\ &\times \left(\sum_n U_{ln} e^{i\frac{m_n^2}{2E_\nu} \mathcal{L}} (iF_2 \delta_{jn} - iF_M Q_{jn}) \right), \\ C_E &= \sum_j \left| \sum_k U_{lk}^* e^{-i\frac{m_k^2}{2E_\nu} \mathcal{L}} F_E Q_{jk} \right|^2, \\ &|\mu_\nu(\mathcal{L}, E_\nu)|^2 = \\ &= \sum_j \left| \sum_k U_{lk}^* e^{-i\frac{m_k^2}{2E_\nu} \mathcal{L}} 2m_e (f_{jk}^M - i f_{jk}^E) \right|^2. \end{aligned}$$

Дифференциальное сечение (29) определяет форму спектра нуклонов отдачи, который может быть измерен в эксперименте.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ НЕЙТРИНО НА ПРОТОНЕ

Очевидно, что при рассеянии нейтрино на протоне следует ожидать гораздо более сильного проявления электромагнитных свойств нейтрино, чем в случае его рассеяния на нейтроне. В целях иллюстрации характерных эффектов этих свойств ниже представлены результаты численных расчетов дифференциального сечения упругого нейтрино-протонного рассеяния.

На рис. 1 показаны сечения для случаев реакторных и ускорительных нейтрино с учетом и без учета зарядовых радиусов нейтрино диагонального и переходного типов. Расчеты выполнены в предположении достаточно малого расстояния между источником и мишенью, чтобы эффектами осцилляций можно было пренебречь ($\mathcal{L} = 0$). Результаты в рамках СМ показаны как с учетом, так и без учета странного вклада в формфакторы протона согласно подходу, изложенному в разделе 2.3. В

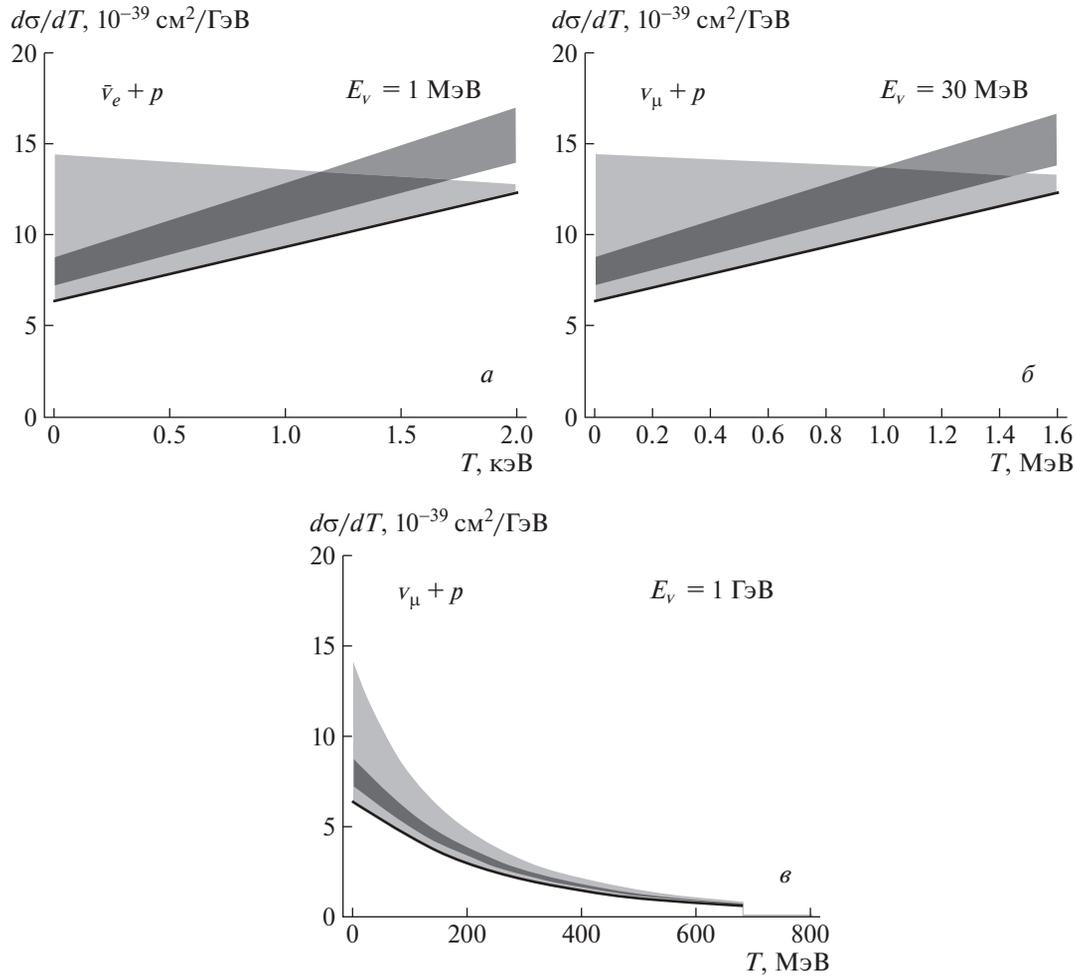


Рис. 1. Дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрино на протоне: *a* — электронное антинейтрино с характерной для реакторного источника энергией $E_\nu = 1$ МэВ; *б* — мюнное нейтрино с характерной для ускорительного источника в эксперименте COHERENT энергией $E_\nu = 30$ МэВ [18]; *в* — мюнное нейтрино с характерной для ускорительного источника в эксперименте MicroBooNE энергией $E_\nu = 1$ ГэВ [41]. Черная сплошная кривая — сечение в рамках СМ, темно-серая область — СМ-сечение с учетом странного вклада в спин протона (см. разд. 2.3), а светло-серая область — сечение с учетом переходного зарядового радиуса нейтрино (31).

случае диагональных зарядовых радиусов нейтрино использованы значения, предсказываемые СМ (13). Однако вклад их настолько мал, что соответствующие результаты визуально неотличимы от результатов без их учета. В случае переходных зарядовых радиусов, исходя из имеющихся экспериментальных ограничений [24, 26, 29], использованы значения в диапазоне

$$0 \leq |\langle r_\nu^2 \rangle_{e\mu}| < 3 \times 10^{-31} \text{ см}^2. \quad (31)$$

На рис. 2 вместо зарядового радиуса учитывается магнитный момент нейтрино в интервале

$$10^{-12} \mu_B < \mu_\nu < 2.8 \times 10^{-11} \mu_B, \quad (32)$$

отражающем характерный диапазон верхних ограничений на его величину, которые получены из данных лабораторных экспериментов и астрофизических наблюдений [24, 26, 29, 30]. Так как сечение

(29) сингулярно при отличном от нуля магнитном моменте нейтрино, то показана область малых значений переданной энергии $T \ll E_\nu$. При этом в данном кинематическом режиме сечение не зависит от E_ν .

Как видно на рис. 1 и 2, электромагнитные свойства нейтрино могут давать существенный вклад в сечение упругого рассеяния нейтрино на протоне. В то же время, для полноценного поиска этих свойств важно обеспечить в эксперименте измерение дифференциального сечения в достаточно широком интервале переданных энергий. Это позволит, во-первых, отделить эффекты электромагнитных взаимодействий нейтрино от эффектов, связанных с нуклонными формфакторами, а, во-вторых, установить, какими именно электромагнитными характеристиками нейтрино обусловлены наблюдаемые эффекты.

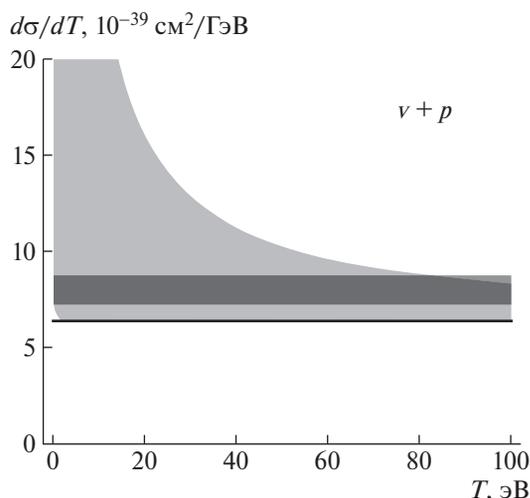


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, но светло-серая область — учет магнитного момента нейтрино (32).

Отметим также, что в рассмотренных выше сечениях в случаях ненулевых нейтринных переходного зарядового радиуса и магнитного момента отсутствует интерференция Z^0 -бозонного и фотонного каналов взаимодействия нейтрино с протоном. Это означает, что знак (плюс или минус) указанных нейтринных электромагнитных характеристик не играет роли в обсуждаемом процессе рассеяния. В случаях же таких нейтринных электромагнитных свойств, как миллизаряд, диагональные (во флейворном базисе) зарядовый радиус и анапольный момент играет роль не только их абсолютное значение, но и знак.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе развивается теория упругого рассеяния нейтрино на нуклоне с учетом электромагнитных взаимодействий массивных нейтрино. Рассматриваемый процесс имеет два канала взаимодействия: посредством обмена Z^0 -бозоном и фотоном. В обоих случаях в развитом формализме учтены нуклонные формфакторы. Кроме того, учтены эффекты смешивания и осцилляций нейтрино при движении от источника к мишени. Получены общие выражения для дифференциального сечения упругого рассеяния нейтрино на нуклоне и на их основе выполнены численные расчеты для рассеяния реакторных и ускорительных нейтрино на протонной мишени. Проиллюстрированы возможные проявления в сечении эффектов магнитного момента и переходного (во флейворном базисе) зарядового радиуса нейтрино.

Полученные выражения для сечений содержат информацию как о нейтринных, так и о нуклонных электромагнитных формфакторах. Это обстоятельство позволяет применять их для анализа

результатов различных экспериментов. Среди них такие, как нейтринные эксперименты с короткой и длинной базой, изучение взаимодействий и осцилляций нейтрино в веществе, регистрация нейтрино от взрывов сверхновых с помощью упругого рассеяния нейтрино на протонах, изучение анапольного момента нуклона, поиск электрического дипольного момента нейтрона.

Результаты работы также вносят вклад в развитие систематического подхода к изучению электромагнитных свойств нейтрино в его упругом рассеянии на сложных мишенях (ядрах, атомах, конденсированных средах).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 22-22-00384). Ф.М. Лазарев выражает признательность за поддержку со стороны Национального центра физики и математики (Саров, Россия).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. C. Giunti and A. Studenikin, *Rev. Mod. Phys.* **87**, 531 (2015).
2. C. Giunti, K. A. Kouzakov, Y.-F. Li, A. V. Lokhov, A. I. Studenikin, and S. Zhou, *Ann. Phys. (Berlin)* **528**, 198 (2016).
3. А. И. Студеникин, К. А. Кузаков, *Вестн. Моск. унта. Сер. 3. Физ. Астрон.* № 5, 3 (2020) [*Mosc. Univ. Phys. Bull.* **75**, 379 (2020)].
4. J. Bernabéu, L. G. Cabral-Rosetti, J. Papavassiliou, and J. Vidal, *Phys. Rev. D* **62**, 113012 (2000).
5. J. Bernabéu, J. Papavassiliou, and J. Vidal, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 101802 (2002).
6. J. Bernabéu, J. Papavassiliou, and J. Vidal, *Nucl. Phys. B* **680**, 450 (2004).
7. K. Fujikawa and R. Shrock, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 963 (1980).
8. L. Alvarez Ruso *et al.*, arXiv:2203.09030 [hep-ph].
9. Q. Chen, *Effective Field Theory Applications: From Dark Matter to Neutrino Nucleon Scattering*, Theses and Dissertations—Physics and Astronomy (University of Kentucky, 2021), p. 86.
10. O. Tomalak, P. Machado, V. Pandey, and R. Plestid, *J. High Energy Phys.* **2021**, 97 (2021).
11. O. Tomalak, Q. Chen, R. J. Hill, and K. S. McFarland, arXiv:2105.07939.
12. O. Tomalak, Q. Chen, R. J. Hill, and K. S. McFarland, *Nat. Commun.* **13**, 5286 (2022).
13. R. S. Sufian, K.-F. Liu, and D. G. Richards, *J. High Energy Phys.* **2020**, 1 (2020).
14. G. D. Megias, S. Bolognesi, M. B. Barbaro, and E. Tomasi-Gustafsson, *Phys. Rev. C* **101**, 025501 (2020).
15. X. Zhang, T. J. Hobbs, and G. A. Miller, *Phys. Rev. D* **102**, 074026 (2020).
16. J. Liang and K.-F. Liu, arXiv:2008.12389 [hep-lat].
17. D. Z. Freedman, *Phys. Rev. D* **9**, 1389 (1974).
18. D. Akimov *et al.*, *Science* **357**, 1123 (2017).
19. J. Yang, J. A. Hernandez, and J. Piekarewicz, *Phys. Rev. C* **100**, 054301 (2019).

20. C. G. Payne, S. Bacca, G. Hagen, W. G. Jiang, and T. Papenbrock, *Phys. Rev. C* **100**, 061304(R) (2019).
21. M. Hoferichter, J. Menendez, and A. Schwenk, *Phys. Rev. D* **102**, 074018 (2020).
22. M. Cadeddu, C. Giunti, K. A. Kouzakov, Y. F. Li, A. I. Studenikin, and Y. Y. Zhang, *Phys. Rev. D* **98**, 113010 (2018).
23. O. G. Miranda, D. K. Papoulias, G. Sanchez Garcia, O. Sanders, M. Tórtola, and J. W. F. Valle, *J. High Energy Phys.* **2020**, 130 (2020).
24. M. Cadeddu, F. Dordei, C. Giunti, Y. F. Li, E. Picciau, and Y. Y. Zhang, *Phys. Rev. D* **102**, 015030 (2020).
25. H. Bonet, A. Bonhomme, C. Buck, K. Fülber, J. Hakenmüller, J. Hempfling, G. Heusser, T. Hugle, M. Lindner, W. Maneschg, T. Rink, H. Strecker, R. Wink, and CONUS Collab., *Eur. Phys. J. C* **82**, 813 (2022).
26. M. Atzori Corona, M. Cadeddu, N. Cargioli, F. Dordei, C. Giunti, Y. F. Li, C. A. Ternes, and Y. Y. Zhang, *J. High Energy Phys.* **2022**, 164 (2022).
27. F. An *et al.*, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **43**, 030401 (2016).
28. M. Nowakowski, E. A. Paschos, and J. M. Rodriguez, *Eur. J. Phys.* **26**, 545 (2005).
29. R. L. Workman *et al.* (Particle Data Group), *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2022**, 083C01 (2022).
30. E. Aprile *et al.*, *Phys. Rev. D* **102**, 072004 (2020).
31. А. И. Тернов, *Письма в ЖЭТФ* **104**, 75 (2016) [*JETP Lett.* **104**, 75 (2016)].
32. A. I. Ternov, *Phys. Rev. D* **94**, 093008 (2016).
33. K. S. Babu and R. N. Mohapatra, *Phys. Rev. D* **41**, 271 (1990).
34. G. G. Raffelt, *Phys. Rep.* **320**, 319 (1999).
35. W. C. Haxton and C. E. Wieman, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **51**, 261 (2001).
36. C. Giunti and C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics* (Oxford University Press, 2007).
37. W. M. Alberico, S. M. Bilenky, C. Giunti, and K. M. Graczyk, *Phys. Rev. C* **79**, 065204 (2009).
38. D. K. Papoulias and T. S. Kosmas, *Adv. High Energy Phys.* **2016**, 1490860 (2016).
39. G. T. Garvey, W. C. Louis, and D. H. White, *Phys. Rev. C* **48**, 761 (1993).
40. K. A. Kouzakov and A. I. Studenikin, *Phys. Rev. D* **95**, 055013 (2017).
41. P. Abratenko *et al.* (MicroBooNE Collab.), *Phys. Rev. Lett.* **128**, 151801 (2022).

NEUTRINO ELECTROMAGNETIC PROPERTIES IN ELASTIC NEUTRINO-PROTON SCATTERING

К. Kouzakov¹⁾, F. Lazarev¹⁾, A. Studenikin¹⁾

¹⁾*Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Moscow 119991, Russia*

The contribution of the electromagnetic characteristics of the neutrino to the elastic neutrino-proton scattering is considered in detail. The electromagnetic properties of neutrinos are introduced through the charge, magnetic, electric, and anapole form factors in the basis of neutrino mass states. This takes into account the mixing effects of the three neutrino states and the effects of changing the flavor of the neutrino moving from the source to the detector. The weak neutral and electromagnetic form factors of the nucleon are also taken into account. The numerical results for the differential cross section of elastic neutrino-proton scattering with the neutrino charge radius and magnetic moment taken into account are compared with the predictions of the Standard Model for reactor and accelerator neutrinos.

ПОИСК СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ Ξ^-nn -, Ξ^-pn - И Ξ^-pp -СИСТЕМ

© 2023 г. М. В. Егоров^{1)*}

Поступила в редакцию 07.11.2022 г.; после доработки 12.12.2022 г.; принята к публикации 12.12.2022 г.

В работе осуществлен поиск связанных состояний систем Ξ^-nn , Ξ^-pn и Ξ^-pp с использованием решений связанных однородных интегральных уравнений Фаддеева, записанных относительно компонент T -матрицы. В данных уравнениях вместо традиционного парциально-волнового разложения используется прямое интегрирование по угловым переменным, с точным учетом связывания в фазовом пространстве трехчастичных каналов в каждой из систем $\Xi^-nn-\Lambda\Sigma^-n-\Sigma^0n$, $\Xi^-np-\Lambda\Lambda n-\Lambda\Sigma^0n$ и $\Xi^-pp-\Lambda\Lambda p-\Lambda\Sigma^0p$. Единственными ингредиентами представленного метода являются двухчастичные t -матрицы, которые в случае парного Ξ^-N -взаимодействия находились путем решения связанных интегральных уравнений Липпмана–Швингера для систем $\Xi N-\Lambda\Lambda-\Sigma\Sigma$ в состоянии ($I = 0, {}^1S_0$), ΞN в состоянии ($I = 0, {}^3S_1$), $\Xi N-\Lambda\Sigma$ в состоянии ($I = 1, {}^1S_0$) и $\Xi N-\Lambda\Sigma-\Sigma\Sigma$ в состоянии ($I = 1, {}^3S_1$). Для получения парных Ξ^-N -, $Y\bar{Y}$ - и YN -взаимодействий, генерирующих t -матрицы, используется обновленный вариант ESC16 микроскопической модели. Парное NN -взаимодействие восстанавливалось на основе зарядово-зависимой Боннской модели. Прямые численные расчеты энергий связи рассматриваемых систем ясно свидетельствуют о существовании по одному связанному состоянию с энергиями связи 4.5 и 5.5 МэВ для Ξ^-nn - и Ξ^-np -систем соответственно и двух состояний с энергиями связи 2.7 и 4.4 МэВ для системы Ξ^-pp .

DOI: 10.31857/S004400272303008X, EDN: RKUYUC

1. ВВЕДЕНИЕ

Последние два десятилетия получило дальнейшее развитие направление ядерной физики, посвященное исследованию барион-барионного взаимодействия в секторе со странностью $S = -2$. Подверженные слабому распаду гипероны не могут выступать в роли бомбардирующих частиц и, также как в двухбарионном секторе $S = -1$, построение гиперон-нуклонных и гиперон-гиперонных взаимодействий опирается, во многом, на теоретические расчеты и опыты со вторичными пучками каонов в реакциях (K^-, K^+) и (K^-, π^\pm).

С экспериментальной точки зрения существует крайне мало данных для двухбарионного сектора $S = -2$, ограниченных одной точкой полного сечения неупругих $\Xi^-p \rightarrow \Lambda\Lambda$ и $\Xi^-p \rightarrow \Xi^0n$ процессов и упругого $\Xi^-p \rightarrow \Xi^-p$ рассеяния при лабораторном импульсе Ξ^- -гиперона $p_{\Xi}^{\text{ЛАБ}} \approx 0.5$ ГэВ [1–3]. В отличие от обнаруженного в 1968 г. в опытах с эмульсиями связанного состояния $S = -1$ гипертритона ${}^3\text{H}$ с энергией Λ отщепления $S_{\Lambda} = 0.13$ МэВ экспериментальный поиск связанных

ΞNN -состояний еще не увенчался успехом. Первое экспериментальное подтверждение существования связанных Ξ^- -ядерных состояний было получено в опыте E373 в КЕК-PS [4] с помощью реакции $\Xi^- + {}^{14}\text{N} \rightarrow {}^{10}_{\Lambda}\text{Be} + {}^5_{\Lambda}\text{He}$. Экспериментальная оценка энергии отщепления Ξ^- -гиперона в экзотической ${}^{14}_{\Xi^-}\text{N}$ -системе составила $S_{\Xi^-} = 4.38 \pm 0.25$ МэВ с точностью до поправки на энергию возбуждения конечного Λ -гиперядра ${}^{10}_{\Lambda}\text{Be}$. В связи с указанным недостатком экспериментальных данных в двухбарионном секторе $S = -2$ большой интерес представляет планируемая коллаборацией J-PARC [5] серия опытов по прецизионному поиску экзотических гиперядерных состояний.

Теоретические работы за последние пять лет демонстрируют определенный оптимизм относительно существования связанной ΞNN -системы, характеризующейся различными спин-изоспиновыми квантовыми состояниями $(I, J^P) = (1/2, 1/2^+)$ [6–8], $(I, J^P) = (1/2, 3/2^+)$ [9–12], $(I, J^P) = (3/2, 1/2^+)$ [9, 10]. Существенный скепсис ожиданию связанных состояний в системе ΞNN придает тот факт, что величина энергии связывания E_b системы крайне чувствительна к выбору модели ΞN -взаимодействия. В результате чего в одном и том же подходе с использованием одного и того же вычислительного инструмента,

¹⁾Томский государственный университет, физический факультет, Томск, Россия.

*E-mail: egorovphys@mail.ru

но с разными моделями двухбарионного ΞN -взаимодействия можно получить как связанное, так и не связанное ΞNN -состояние. Иллюстративным примером являются расчеты с HAL QCD-потенциалом [11, 12] системы ΞNN в состоянии $(I, J^P) = (1/2, 3/2^+)$, которая оказывается несвязанной. Расчеты с киральной составной кварковой моделью CCQM и с микроскопическим ESC08c-потенциалом дают [8] энергию связи системы ΞNN в обоих состояниях $(I, J^P) = (1/2, 3/2^+)$ и $(3/2, 1/2^+)$. Можно отметить, на сегодняшний день только расчеты с киральной составной кварковой моделью [6, 7] приводят к связанному состоянию ΞNN -системы в состоянии $(I, J^P) = (1/2, 1/2^+)$, тогда как такие же микроскопические расчеты с ΞN -потенциалом Jülich Ch-EFT [12] не дают связанного состояния в этом же состоянии. Расхождения между различными микроскопическими расчетами можно связать не столько с недостатком сведений о реалистичном поведении двухбарионного ΞN -потенциала (что отражается в постоянном обновлении барион-барионных моделей, например, Nijmegen extended-soft-core model²⁾ от ESC08c [13] к ESC16 [14] и др.), но и со сложной динамической природой взаимодействия в системе ΞNN . Динамические особенности можно условно разделить на те, которые связаны с двухбарионными взаимодействиями и те, которые продиктованы трехчастичной природой системы ΞNN . Двухбарионное ΞN -взаимодействие уже на пороге рождения Ξ ввиду его большой массы приводит к открытию неупругих каналов $\Lambda\Lambda$, $\Lambda\Sigma$ и $\Sigma\Sigma$. Причем переходы в неупругие каналы устроены таким образом, что вклады с $I = 0$ возникают в системе $\Xi N - \Lambda\Lambda - \Sigma\Sigma$ в синглетной 1S_0 -волне и только в системе ΞN в триплетных волнах $^3S_1 - ^3D_1$. Вклады с $I = 1$ устроены иначе и возникают в системе $\Xi N - \Lambda\Sigma$ в синглетной 1S_0 -волне и в системе $\Xi N - \Lambda\Sigma - \Sigma\Sigma$ в триплетных волнах $^3S_1 - ^3D_1$. Такие двухчастичные особенности парных взаимодействий вместе с высокой массой Ξ -гиперона приводят к тому, что система ΞNN уже на пороге рождения Ξ -гиперона представляет собой связанную систему целого ансамбля частиц. В представлении частиц ΞNN выглядит как связанные системы $\Xi^- nn - \Lambda\Sigma^- n - \Sigma^- \Sigma^0 n$ и $\Xi^- pn - \Lambda\Lambda n - \Sigma^0 \Lambda n - \Sigma^+ \Sigma^- n$. В обеих системах каналы с $\Sigma\Sigma$ лежат примерно на 80 МэВ выше по энергии каналов с частицами $\Sigma\Lambda$ и открываются последними. Канал с $\Lambda\Lambda$ уже является открытым в области порога $\Xi^- n$, что с

самого начала не позволяет рассматривать систему $\Xi^- pn$ изолировано от канала $\Lambda\Lambda n$. Аналогично $\Xi^- nn$ устроено наполнение системы $\Xi^- pp$. Учет расширенного фазового пространства состояний системы ΞNN на каналы $Y\bar{Y}N$ проводился только в работах [6, 7] для состояния $(I, J^P) = (1/2, 1/2^+)$, которое соответствует системе $\Xi^- np - \Lambda\Lambda n$. Было показано, что влияние других неупругих каналов $N\Lambda\Sigma$ и $N\Sigma\Sigma$ сводится к снижению энергии связи системы $\Xi^- np - \Lambda\Lambda n$ в среднем на 80–150 кэВ, оставляя при этом систему в связанном состоянии. В остальных теоретических работах система ΞNN рассматривалась в микроскопических подходах изолировано от влияния других трехчастичных каналов.

В настоящей работе проводятся микроскопические расчеты энергий связи систем $\Xi^- nn - \Lambda\Sigma^- n - \Sigma^- \Sigma^0 n$, $\Xi^- pp - \Lambda\Sigma^0 p - \Sigma^+ \Sigma^- p$ и $\Xi^- pn - \Lambda\Lambda n - \Sigma^0 \Lambda n$. Данные трехчастичные системы частиц описываются связанными по типам каналов уравнениями Фаддеева [15]. Необходимость продолжения теоретических исследований в данной области следует из недостатка экспериментальных сведений и противоречивых теоретических данных относительно существования связанных состояний у системы ΞNN . В отличие от предыдущих микроскопических расчетов энергий связи ΞNN -системы в данной работе решается система трехчастичных уравнений Фаддеева относительно компонент трехчастичных T -матриц без использования парциально-волнового разложения [16]. Данный подход к решению фаддеевских уравнений позволяет избавиться от дополнительного связывания уравнений по орбитальным волнам путем прямого интегрирования по угловым переменным в выбранной системе координат. Данный подход прямого численного интегрирования трехчастичных уравнений обладает большей предсказательной способностью, чем решения фаддеевских уравнений в форме АГС (Альт-Грассбергер-Сандхас), поскольку задействует двухчастичные t -матрицы без их трансформации в форму матричных элементов операторов перехода, что позволяет использовать локальные потенциалы в самой общей форме, не допускающие сепарабельного представления. Кроме того, в алгебраической матричной форме однородная система уравнений Фаддеева относительно компонент T -матрицы в точке, соответствующей связанному состоянию $E = E_b$, имеет собственный вектор, компоненты которого описывают связанное состояние системы. Поиск таких собственных состояний на основе решения уравнений Фаддеева относительно компонент T -матриц без использования парциально-волнового разложения положительно зарекомендовал себя в задачах о гиперон-ядерном и каон-ядерном взаимодействиях [17].

²⁾Отметим, что представленные в работах [13] и [14] параметризации действительно отличаются, что несомненно будет влиять на результаты цитируемых выше работ, в которых используется потенциал ESC08c.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 приведены уравнения Фаддеева для трех тел разной массы и описана процедура нахождения энергий связи трехчастичных систем без использования парциально-волнового разложения. В разд. 3 описана процедура получения двухчастичных t -матриц для гиперон-нуклонного, гиперон-гиперонного и нуклон-нуклонного взаимодействий. В разд. 4 приведены численные значения энергий связи всех рассмотренных систем и дано сравнение с имеющимися в литературе данными. В Заключении кратко сформированы полученные в данной работе результаты.

2. УРАВНЕНИЯ ФАДДЕЕВА ДЛЯ T -МАТРИЦЫ БЕЗ ПАРЦИАЛЬНО- ВОЛНОВОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

В операторной форме для компонент трехчастичной T -матрицы уравнения Фаддеева имеют вид

$$T|\Psi\rangle = tP|\Psi\rangle + tPR_0T|\Psi\rangle. \quad (1)$$

Полная волновая функция трехчастичной системы $|\Psi\rangle$ может быть найдена решением однородного аналога уравнения (1) при фиксированной энергии $E = E_b < 0$, соответствующей связанному состоянию системы. Взаимодействия между частицами вводятся в систему (1) через двухчастичные t -матрицы, поведение которых, как правило, хорошо известно на массовой поверхности. Во вне массовой поверхности, когда in- и out-импульсы t -матрицы не совпадают с импульсом, диктуемым законом сохранения энергии для взаимодействующей пары частиц, начинает играть роль аналитическое продолжение данной t -матрицы. Наиболее естественно такое продолжение заложено в кинематике трехчастичного уравнения (1), когда границы интервалов двухчастичных энергий $z \in [E, -\infty)$ не могут принимать произвольных значений в каждой взаимодействующей паре частиц, что выгодно отличает [18] фаддеевский подход от традиционных вариационных исчислений. Кроме того, без ограничения общности известные аналитические функции t -матриц, полученные, например, суммированием диаграмм Фейнмана, могут быть использованы в уравнении (1) без введения сепарабелизующей процедуры (т.е. без преобразования уравнения (1) в форму АГС). Свободная от взаимодействия резольвента $R_0 = (E + i\epsilon - H_0)^{-1}$ (где H_0 — оператор кинетической энергии трех тел) зависит только от текущей энергии системы E , перебор значений которой задается. Трехчастичный аспект уравнения (1) возникает из-за операторов циклической перестановки частиц $P = P_{12}P_{23} + P_{13}P_{23}$ [19]. В фазовом пространстве действие

этого оператора сводится к перебору промежуточных бра- и кет-состояний для Ψ и t -матрицы соответственно

$$\langle \mathbf{q}\mathbf{p} | tP\Psi \rangle = \int d^3q' d^3p' d^3q'' d^3p'' \langle \mathbf{p}\mathbf{q} | t | \mathbf{p}'\mathbf{q}' \rangle, \quad (2)$$

$$\langle \mathbf{p}'\mathbf{q}' | P | \mathbf{p}''\mathbf{q}'' \rangle \langle \mathbf{p}''\mathbf{q}'' | \Psi \rangle.$$

Для импульсных состояний в (2) системы трех частиц принята нормировка

$$\langle \mathbf{p}'\mathbf{q}' | \mathbf{p}'\mathbf{q}' \rangle = \delta^3(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \delta^3(\mathbf{q}' - \mathbf{q}). \quad (3)$$

Векторы \mathbf{p} и \mathbf{p}' характеризуют относительное движение в выделенных подсистемах взаимодействующих пар частиц. Частицы-спектаторы задаются импульсами \mathbf{q} и \mathbf{q}' в бра- и кет-фазовых пространствах соответственно. Для того чтобы найти матричные элементы оператора перестановки частиц, достаточно ввести набор переменных Якоби. Перестановка трех частиц с неравными в общем случае массами m_1, m_2, m_3 приводит к появлению трех эквивалентных наборов переменных Якоби для импульсов частиц-спектаторов и импульсов во взаимодействующих парах:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{p}_3 = \frac{m_3}{m_1 + m_2} \mathbf{k}_1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{k}_2; \\ \mathbf{q}_3 = \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3} \mathbf{k}_3 - \\ - \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3} (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2); \\ \mathbf{p}_2 = \frac{m_1}{m_3 + m_1} \mathbf{k}_3 - \frac{m_3}{m_3 + m_1} \mathbf{k}_1; \\ \mathbf{q}_2 = \frac{m_3 + m_1}{m_1 + m_2 + m_3} \mathbf{k}_2 - \\ - \frac{m_2}{m_1 + m_2 + m_3} (\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_1); \\ \mathbf{p}_1 = \frac{m_3}{m_2 + m_3} \mathbf{k}_2 - \frac{m_2}{m_2 + m_3} \mathbf{k}_3; \\ \mathbf{q}_1 = \frac{m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \mathbf{k}_1 - \\ - \frac{m_1}{m_1 + m_2 + m_3} (\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3). \end{array} \right. \quad (4)$$

Нижний индекс у импульсов \mathbf{p} и \mathbf{q} слева обозначает выделенную подсистему частиц, где взаимодействие генерирует двухчастичную t -матрицу. Импульсы трех частиц в общей системе центра масс обозначены как \mathbf{k}_i и $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = \mathbf{0}$. Поскольку для каждой выделенной пары переменных Якоби существуют два эквивалентных способа представления через оставшиеся две пары других переменных Якоби, то матричные элементы операторов перестановки имеют структуру, например, для разбиения 1 (частицы 2 и 3):

$$\langle \mathbf{p}'\mathbf{q}' | P | \mathbf{p}''\mathbf{q}'' \rangle = \langle \mathbf{p}'\mathbf{q}' | \mathbf{p}''\mathbf{q}'' \rangle_2 + \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 & + \langle \mathbf{p}'\mathbf{q}' | \mathbf{p}''\mathbf{q}'' \rangle_3 = \\
 & = \delta^3(\mathbf{q}' - \mathbf{q}'')_2 \delta^3(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')_2 + \\
 & + \delta^3(\mathbf{q}' - \mathbf{q}'')_3 \delta^3(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')_3.
 \end{aligned}$$

Индексы в правой части (5) указывают на подсистему частиц, чьи импульсы (переменные Якоби) определяют функциональные зависимости $\mathbf{q}'_1(\mathbf{q}'_2, \mathbf{p}'_2)$ и $\mathbf{q}'_1(\mathbf{q}'_3, \mathbf{p}'_3)$. В явном виде такая функциональная форма имеет вид

$$\begin{cases}
 \mathbf{q}_1 = \mathbf{p}_3 - \mathbf{q}_3 \frac{m_1}{m_1 + m_2}; \\
 \mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_3 \frac{m_3}{m_2 + m_3} - \\
 - \mathbf{q}_3 \left(\frac{m_2(m_1 + m_2 + m_3)}{(m_1 + m_2)(m_2 + m_3)} \right); \\
 \mathbf{q}_1 = -\mathbf{p}_2 - \mathbf{q}_2 \frac{m_1}{m_1 + m_3}; \\
 \mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2 \frac{m_2}{m_2 + m_3} + \\
 + \mathbf{q}_2 \left(\frac{m_3(m_1 + m_2 + m_3)}{(m_1 + m_3)(m_2 + m_3)} \right).
 \end{cases} \quad (6)$$

Аналогично можно получить выражения для функций $\mathbf{q}_2(\mathbf{q}_3, \mathbf{p}_3)$, $\mathbf{p}_2(\mathbf{q}_3, \mathbf{p}_3)$, $\mathbf{q}_2(\mathbf{q}_1, \mathbf{p}_1)$, $\mathbf{p}_2(\mathbf{q}_1, \mathbf{p}_1)$, $\mathbf{q}_3(\mathbf{q}_1, \mathbf{p}_1)$, $\mathbf{p}_3(\mathbf{q}_1, \mathbf{p}_1)$ и $\mathbf{q}_3(\mathbf{q}_2, \mathbf{p}_2)$, $\mathbf{p}_3(\mathbf{q}_2, \mathbf{p}_2)$. Принимая во внимание формулу (6), можно получить для (5) выражение

$$\begin{aligned}
 & \langle \mathbf{p}'\mathbf{q}' | P | \mathbf{p}''\mathbf{q}'' \rangle = \\
 & = \delta^3 \left(-\mathbf{p}'_2 - \mathbf{q}'_2 \frac{m_1}{m_1 + m_3} - \mathbf{q}'' \right)_2 \times \\
 & \times \delta^3 \left(\mathbf{q}'' \frac{m_2}{m_2 + m_3} + \mathbf{q}'_2 - \mathbf{p}'' \right)_2 + \\
 & + \delta^3 \left(-\mathbf{p}'_3 - \mathbf{q}'_3 \frac{m_1}{m_1 + m_2} - \mathbf{q}'' \right)_3 \times \\
 & \times \delta^3 \left(-\frac{m_3}{m_2 + m_3} + \mathbf{q}'' - \mathbf{q}'_3 - \mathbf{p}'' \right)_3 = \\
 & = \delta^3 \left(\mathbf{p}' + \mathbf{q}' \frac{m_1}{m_1 + m_3} + \mathbf{q}'' \right)_2 \times \\
 & \times \delta^3 \left(\mathbf{p}'' - \frac{m_2}{m_2 + m_3} \mathbf{q}'' - \mathbf{q}' \right)_2 + \\
 & + \delta^3 \left(\mathbf{p}' - \mathbf{q}' \frac{m_1}{m_1 + m_2} - \mathbf{q}'' \right)_3 \times \\
 & \times \delta^3 \left(\mathbf{p}'' + \mathbf{q}' + \frac{m_3}{m_2 + m_3} \mathbf{q}'' \right)_3.
 \end{aligned} \quad (7)$$

В последнем равенстве (7) использовалась четность δ -функции, и индекс подсистемы у импульсных методов был вынесен за скобки.

Две трехмерные δ -функции снимают шесть интегралов в (2) по переменным \mathbf{p}' и \mathbf{p}'' . Интегрирование по переменной \mathbf{q}' снимается δ -функцией, содержащейся в двухчастичных t -матрицах, действующих в трехчастичном фазовом пространстве

$$\langle \mathbf{p}\mathbf{q} | t | \mathbf{p}'\mathbf{q}' \rangle = \langle \mathbf{p} | t | \mathbf{p}' \rangle \delta^3(\mathbf{q} - \mathbf{q}'). \quad (8)$$

В выбранной системе координат [16] явная зависимость двухчастичных t -матриц от угловых переменных имеет нетривиальный вид

$$\begin{aligned}
 & t \left(\mathbf{p}, \mathbf{p}', E - \frac{q^2}{2M} \right) = \\
 & = t \left(p, x_p, \sqrt{\kappa_1^2 q^2 + \kappa_2^2 q'^2 + 2\kappa_1 \kappa_2 q q' x_{q''}}, \right. \\
 & \left. x_{if}, E - \frac{q^2}{2M} \right),
 \end{aligned} \quad (9)$$

где $x_p, x_q, x_{q''}$ — косинусы углов, ассоциированных с импульсами \mathbf{p}, \mathbf{q} и \mathbf{q}'' . Азимутальные углы, ассоциированные с этими же импульсами, здесь и далее обозначены как ϕ_p, ϕ_q и ϕ'' . Проекция импульса $|\kappa_1 \mathbf{q} + \kappa_2 \mathbf{q}''|$ на вектор \mathbf{p} определяется косинусом полярного угла разлета частиц:

$$x_{if} = \frac{\kappa_1 q y_{pq} + \kappa_2 q'' y_{pq''}}{\sqrt{\kappa_1^2 q^2 + \kappa_2^2 q'^2 + 2\kappa_1 \kappa_2 q q' x_{q''}}}. \quad (10)$$

Величины y_{pq} и $y_{pq''}$ в (10) определяются соотношениями

$$y_{pq} = x_p x_q + \sqrt{1 - x_p^2} \sqrt{1 - x_q^2} \cos(\phi_p - \phi_q), \quad (11)$$

$$y_{pq''} = y_{pq} x_{q''} + \sqrt{1 - x_{q''}^2} \sqrt{1 - y_{pq}^2} \cos(\phi_p - \phi'').$$

Коэффициенты κ_1, κ_2 в (9), (10) определяются массами m_1 -, m_2 - и m_3 -частиц. Обратим внимание, что энергия трехчастичной системы E связана с относительным импульсом \mathbf{q}_0 частицы-спектора в начальном состоянии

$$E = \frac{p^2}{2\mu} + \frac{q_0^2}{2M}. \quad (12)$$

Приведенная масса частицы-спектора и взаимодействующей пары частиц массой μ обозначена в (9) и (12) как M . Таким образом, из формулы (12) модуль импульса \mathbf{p} не является независимой величиной.

Для системы, допускающей один трехчастичный канал (например, $\Lambda\Lambda N$), энергия связи E_b получается решением однородного уравнения Фаддеева на численной сетке $N \times N$ импульсов (q_0, q)

$$\det \left[\begin{pmatrix} 1_{N \times N} & 0 & 0 \\ 0 & 1_{N \times N} & 0 \\ 0 & 0 & 1_{N \times N} \end{pmatrix} - \right] \quad (13)$$

$$- \left(\begin{array}{ccc} 0 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{array} \right) \Bigg|_{E=E_b} = 0.$$

Элементы a_{ij} получены из формулы (2) с использованием приведенной выше процедуры получения матричных элементов оператора перестановки частиц P . Матричные элементы a_{ij} имеют вид:

$$\begin{aligned} a_{12} &= \int d^3 q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_1 | - \mathbf{q} \frac{m_1}{m_1 + m_3} - \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \\ &\quad \times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{23}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{13}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_3} \right)^{-1}; \\ a_{13} &= \int d^3 q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_1 | - \mathbf{q} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \\ &\quad \times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{23}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{12}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_2} \right)^{-1}; \\ a_{21} &= \int d^3 q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_2 | - \mathbf{q} \frac{m_2}{m_3 + m_2} + \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \\ &\quad \times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{31}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{23}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_3} \right)^{-1}; \\ a_{23} &= \int d^3 q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_2 | - \mathbf{q} \frac{m_2}{m_1 + m_2} - \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \\ &\quad \times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{31}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{12}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_1} \right)^{-1}; \\ a_{31} &= \int d^3 q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_3 | - \mathbf{q} \frac{m_3}{m_3 + m_2} - \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \\ &\quad \times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{12}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{23}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_2} \right)^{-1}; \\ a_{32} &= \int d^3 q'' \left\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} | t_3 | - \mathbf{q} \frac{m_3}{m_1 + m_3} - \mathbf{q}'', \mathbf{q} \right\rangle \times \\ &\quad \times \left(-|E| - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_{12}} - \frac{\mathbf{q}''^2}{2\mu_{31}} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{q}''}{m_1} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Приведенные массы двухчастичных подсистем в (14) введены символами μ_{ij} , где i, j — номера взаимодействующих частиц. Индекс у t -матрицы определяет тип двухчастичной подсистемы, взаимодействие в которой генерирует данную t -матрицу.

Появление трехчастичных неупругих каналов, спровоцированное высокой массой рассматриваемой системы ΞNN , приводит к дополнительному

суммированию в (2) по промежуточным состояниям

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{q}\mathbf{p} | t P \Psi \rangle &= \sum_{\alpha} \int d^3 q' d^3 p' d^3 q'' d^3 p'' \times \\ &\quad \times \langle \mathbf{p}\mathbf{q} | t | \mathbf{p}'\mathbf{q}' \rangle_{\alpha}, \\ &\quad \langle \mathbf{p}\mathbf{q} | P | \mathbf{p}''\mathbf{q}'' \rangle_{\alpha} \langle \mathbf{p}''\mathbf{q}'' | \Psi_{\alpha} \rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Полная волновая функция многоканальной трехчастичной системы распадается не только по типам разбиений (индексы 1, 2, 3), но и по типам трехчастичных пространств (индекс α)

$$\begin{aligned} \Psi &= \sum_{\alpha} \Psi_{\alpha} = \\ &= \sum_{\alpha} (\phi_{12}\phi_3 + \phi_{23}\phi_1 + \phi_{31}\phi_2)_{\alpha}. \end{aligned} \quad (16)$$

Волновые функции взаимодействующих пар частиц в (16) обозначены как ϕ_{ij} , частицы-спектора — ϕ_k , $k \neq i, j$. В действительности уже для ΛNN -канала, учитывая связь импульсов (12), при которой $p \in \left[\sqrt{2\mu \left(E - \frac{q_0^2}{2M} \right)}, +\infty \right)$ при достижении определенного значения импульса \mathbf{q} в двухчастичных подсистемах возможно открытие других неупругих каналов. В данной работе для каждой из рассматриваемых систем $\Xi^- nn$, $\Xi^- np$, $\Xi^- pp$ в расчетах задействовались по три канала

$$\begin{aligned} &\Xi^- nn(3200.7) - \Lambda \Sigma^- n(3252.7) - \\ &\quad - \Sigma^- \Sigma^0 n(3329.6); \\ &\Xi^- np(3199.1) - \Lambda \Lambda n(3170.7) - \Lambda \Sigma^0 n(3252.7); \\ &\Xi^- pp(3198.7) - \Lambda \Lambda p(3169.9) - \Lambda \Sigma^0 p(3251.4). \end{aligned} \quad (17)$$

В скобках в (17) указаны массы систем в МэВ. Для определенности нумерация масс частиц организована по следующему принципу:

$$\begin{array}{ccc} 1: & p & \Lambda & \Sigma^+ & 1: & n & \Lambda & \Sigma^0 \\ 2: & \Xi^- & \Sigma^0 & \Sigma^- & 2: & \Xi^- & \Sigma^- & \Sigma^- \\ 3: & p & p & p & 3: & n & n & n \\ & & & & 1: & p & \Lambda & \Lambda, \\ & & & & 2: & \Xi^- & \Lambda & \Sigma^0, \\ & & & & 3: & n & n & n. \end{array} \quad (18)$$

В каждом столбце (18) указана нумерация по частицам для систем $\Xi^- pp$, $\Xi^- nn$ и $\Xi^- pn$ соответственно. Поскольку волновая функция для трехчастичной системы с открытыми неупругими трехчастичными каналами есть разложение по трехчастичным каналам (16), то уравнение Фаддеева для

компонент T -матриц, соответствующих разбиениям (18), на примере системы Ξ^{-np} есть система трехчастичных уравнений

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} \times \quad (19) \\ & \times \begin{pmatrix} (\phi_{23}\phi_1)_{\Xi^{-pn}} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{31}\phi_2)_{\Xi^{-pn}} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{12}\phi_3)_{\Xi^{-pn}} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Sigma^0 n} \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} 0 & t_1 & t_1 \\ t_2 & 0 & t_2 \\ t_3 & t_3 & 0 \end{pmatrix} \times \\ & \times \begin{pmatrix} (\phi_{23}\phi_1)_{\Xi^{-pn}} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{31}\phi_2)_{\Xi^{-pn}} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{12}\phi_3)_{\Xi^{-pn}} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Sigma^0 n} \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} 0 & t_1 R_0 T_2 & t_1 R_0 T_3 \\ t_2 R_0 T_1 & 0 & t_2 R_0 T_3 \\ t_3 R_0 T_1 & t_3 R_0 T_2 & 0 \end{pmatrix} \times \\ & \times \begin{pmatrix} (\phi_{23}\phi_1)_{\Xi^{-pn}} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{23}\phi_1)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{31}\phi_2)_{\Xi^{-pn}} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{31}\phi_2)_{\Lambda\Sigma^0 n} \\ (\phi_{12}\phi_3)_{\Xi^{-pn}} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Lambda n} + (\phi_{12}\phi_3)_{\Lambda\Sigma^0 n} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Факторизованный вид функций Ψ в (16) и (19) следует понимать условно как иллюстрацию факта кинематического отделения взаимодействующей пары частиц от частицы-спектатора. Выделение взаимодействующей пары частиц отражено в нижнем индексе у t - и T -матриц.

Появление трех конкурирующих каналов расширяет систему алгебраических уравнений (13) появлением дополнительных произведений вида

$$\forall k = 1, 2, 3 (t_k R_0) \rightarrow (t_k R_0)_{\Xi^{-pn}} + (20) \\ + (t_k R_0)_{\Lambda\Lambda n} + (t_k R_0)_{\Lambda\Sigma^0 n}.$$

Согласно (20) каждая из величин a_{ij} для связанных трехчастичных каналов распадается на сумму интегралов от соответствующих парных t -матриц и свободных от взаимодействия трехчастичных резольвент R_0 , отличающихся для каждого канала массами частиц разбиений (18). Естественное перераспределение энергии между частицами в двухчастичных подсистемах, характерное для фаддеевских уравнений, сводится к простому соотношению

между энергиями $z_{i(jk)}$ двухчастичных подсистем (jk) трехчастичного канала α с каналом β :

$$(z_{i(jk)})_{\beta} \neq_{\alpha} = (z_{i(jk)})_{\alpha} + (m_j + m_k)_{\alpha} - (21) \\ - (m_j + m_k)_{\beta}.$$

Выполнение равенства (21) соответствует открытию трехчастичного канала β в уравнении Фаддеева (19), когда при $(z_{i(jk)})_{\alpha} < 0$ величина $(z_{i(jk)})_{\alpha} + (m_j + m_k)_{\alpha} - (m_j + m_k)_{\beta} < 0$ также меньше нуля. В противном случае трехчастичный канал β считается закрытым. Связь энергий $(z_{i(jk)})_{\alpha}$ с импульсами \mathbf{q} гарантирует, что условие (21) соответствует динамической связи импульсов частиц-спектаторов в связанных трехчастичных каналах.

Отличие изложенного выше подхода к построению и решению связанных трехчастичных уравнений Фаддеева от работ [6, 7] заключается в том, что в последних приводится нелинейная система фаддеевских уравнений для связанной $\Xi NN-\Lambda\Lambda N$ -системы. Решение такой нелинейной системы не может быть сведено на численной сетке к квадратной матрице (13), что побуждает предположить итеративный характер полученных в работах [6, 7] решений.

Для используемого в данных расчетах зарядово-зависимого Боннского NN -потенциала [20] верификация развиваемого метода решений однородных интегральных уравнений Фаддеева (13) проводилась путем поиска связанных состояний ядер ${}^3\text{H}$ и ${}^3\text{He}$. Численные значения энергий связи для тритона и гелия-3 составили [17] близкие к экспериментальным значения 8.301 МэВ (эксперимент 8.480 МэВ) и 7.756 МэВ (эксперимент 7.718 МэВ) соответственно. Кроме того, для энергий отщепления Λ -гиперона из ядра ${}^3\Lambda\text{H}$ решение уравнения (13) с Боннским NN -потенциалом и гиперон-нуклонным микроскопическим ESC16 [21] и феноменологическим [22] потенциалами приводит к значениям $S_{\Lambda} = 0.32$ МэВ и $S_{\Lambda} = 0.265$ МэВ, что близко к современной экспериментальной оценке этой энергии $S_{\Lambda} = 0.41 \pm 0.12$ МэВ [23].

3. ДВУХЧАСТИЧНЫЕ t -МАТРИЦЫ

Двухчастичные ингредиенты — t -матрицы — находились путем решения уравнений Липпмана—Швингера в импульсном представлении для систем частиц $\Xi N-\Lambda\Lambda-\Sigma\Sigma$ ($I = 0, {}^1S_0$), ΞN ($I = 1, {}^3S_1$), $\Xi N-\Lambda\Sigma$ ($I = 1, {}^1S_0$), $\Xi N-\Lambda\Sigma-\Sigma\Sigma$ ($I = 1, {}^3S_1$). Потенциалы ΞN - и $Y Y$ -взаимодействий рассчитывались на основе результатов микроскопической модели ESC16 [14]. Недостаточно

подробное представление координатных потенциалов модели ESC16 [14] в области нуля координат восстанавливалось с помощью сплайн-экстраполяции. С использованием разложения группы $SU(3)$ по неприводимым представлениям в изоспиновом базисе (см. табл. 26, 27 [14]) на основе приведенных на рис. 8–10 [14] диагональных потенциалов были получены остальные недиагональные компоненты³⁾. В качестве YN -потенциалов использовался результат расчета координатных гиперон-нуклонных потенциалов по коду [21], соответствующему модели ESC16. Дополнительно в расчетах использовался феноменологический зарядово-независимый YN -потенциал [22]. В качестве зарядово-зависимого NN -потенциала использовалось сепарабельное представление четвертого ранга Боннского NN -потенциала [20], хорошо зарекомендовавшее себя в описании NN -фазовых сдвигов вплоть до кинетических энергий $E^{\text{ЛАБ}} = 500$ МэВ. Полученные на основе уравнений Липпмана–Швингера решения для t -матриц после проверки использовались в расчетах полных сечений процессов, представленных на рис. 1. Отметим, что для упругого ΞN -рассеяния в области $p^{\text{ЛАБ}} \approx 380$ МэВ открывается неупругий $\Lambda\Lambda$ -канал, а в области $p^{\text{ЛАБ}} \approx 600$ МэВ открывается канал $\Lambda\Sigma$. В целом поведение упругих и неупругих процессов $\Xi^- N$ и $Y Y$ согласуется с представленными в работе [14] результатами. Для нуклон-нуклонного рассеяния в настоящей работе использовался только сепарабельный вариант [20] Боннского NN -потенциала, который в достаточной мере согласуется с парижским NN -потенциалом в части описания фазовых сдвигов и отражает реальную картину поведения полного сечения упругого np -рассеяния. В секторе YN -рассеяния результат использования микроскопической модели ESC16, доступной по коду [21], и простой двухканальной феноменологической модели [22] также хорошо соответствует известным в литературе экспериментальным данным по полным сечениям.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Поиск энергий связи E_b рассматриваемых трехчастичных систем $\Xi^- nn$, $\Xi^- pn$ и $\Xi^- pp$ осуществлялся с помощью решения алгебраической системы уравнений (13), записанной для связанных по трем трехчастичным каналам систем уравнений Фаддеева (19).

³⁾В исходном виде разложения для “потенциалов” по неприводимым представлениям не использовались, так как в этом случае линейные комбинации “потенциалов” V_{27} , V_{8s} , V_{8a} и др. плохо соответствуют графической информации рис. 8–10 [14].

В численных расчетах была выбрана сетка импульсов (q_0, q) размерностью 35×35 . Число точек в угловых направлениях в интеграле (14) составило 7×7 единиц. Расчет одного матричного элемента всех величин (14) для трех связанных трехчастичных каналов на выбранной сетке с использованием современного мобильного процессора занимает около 80 с. Параллельное заполнение элементов матрицы 35×35 с использованием навязанного машинного распараллеливания позволяет в разы снизить время заполнения таких матриц в зависимости от числа используемых параллельных потоков.

В зависимости от текущего значения трехчастичной энергии E определитель (13) принимает то положительное, то отрицательное значение. Точки, в которых определитель меняет знак, ассоциируются с собственным значением системы (13), характеризующим связанное состояние с энергией $E = E_b$. Поведение определителя алгебраической системы связанных однородных уравнений Фаддеева в зависимости от энергии E представлено на рис. 2. В качестве двухчастичных YN -взаимодействий в расчетах, представленных на данном рисунке, использовались координатные функции, полученные на основе кода [21] и соответствующие YN -модели ESC16. Замена данной микроскопической модели YN -взаимодействия на простую феноменологическую [22] не приводит к видимому изменению кривых рис. 2 в области $|E| < 6$ МэВ. Мнимые части определителя системы уравнений (13) возникают вполне естественным образом из парных t -матриц произведения парных потенциалов и двухчастичных резольвент, в которых содержат полюсные вклады благодаря тому, что двухчастичная энергия $z \in [E, -\infty)$ в каждой паре пробегает нетривиальный полуинтервал. Численные значения энергий связи, полученные в данной работе, представлены в табл. 1. Там же приведены для сравнения известные в литературе значения энергий связи систем $\Xi^- NN$ для различных спин-изоспиновых состояний. В цитируемой литературе, как правило, приводятся значения для энергий отщепления S_{Ξ^-} гиперона из ядра. Сравнение энергий связи $E_b(A - 1_{\Xi^-})$ в табл. 1 для рассматриваемых гиперядерных систем A_{Ξ^-} осуществлялось в том числе с использованием связи между энергиями связи и энергией отщепления

$$S_{\Xi^-} = E_b(A - 1_{\Xi^-}) - E_b(A_{\Xi^-}). \quad (22)$$

Энергия связи $E_b(A - 1_{\Xi^-})$ в (22) характеризует систему, получаемую из исходной ядерной системы A_{Ξ^-} путем удаления Ξ^- -гиперона. В численных расчетах по формуле (22) для энергий связи $\Xi^- N$ -подсистем использовалось значение $E_b(\Xi^- N) = 1.67$ МэВ [13, 28].

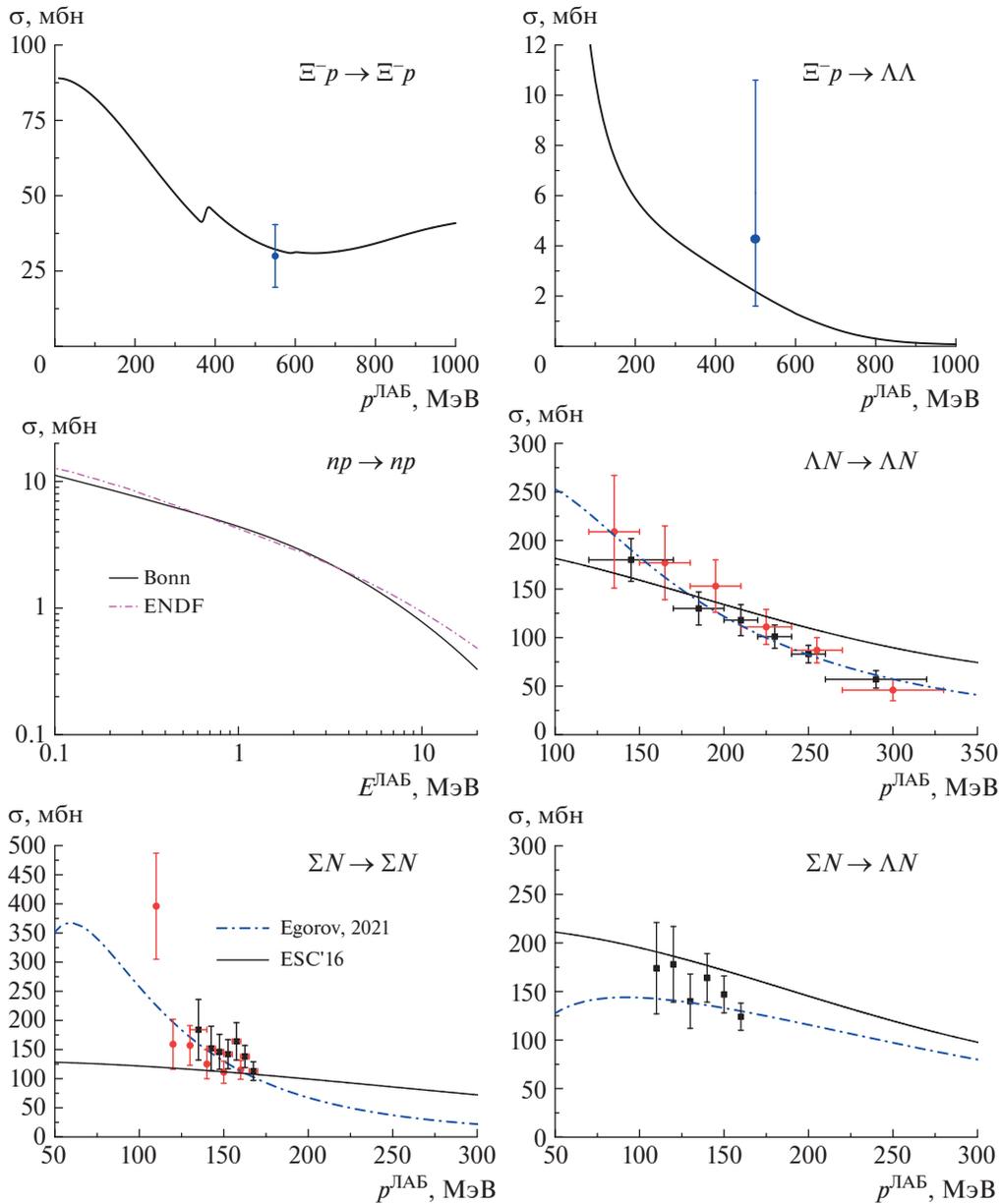


Рис. 1. Сверху: полные сечения процессов $\Xi^- p \rightarrow \Xi^- p$, $\Xi^- p \rightarrow \Lambda\Lambda$, рассчитанные на основе модели ESC16 [14], в сравнении с известными экспериментальными данными [1, 2]; полное сечение упругого np -рассеяния, рассчитанное по Боннской модели [20] в сравнении с данными библиотеки оцененных ядерных данных ENDF. Снизу: полные сечения ΛN -, ΣN -рассеяния и сечение конверсии $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$. Представлены расчеты с использованием микроскопической модели ESC16, доступной по коду [21], и феноменологической модели [22]. Экспериментальные данные: ΛN [24, 25]; ΣN [26, 27]; $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$ [26].

В данной работе не ставилась цель ассоциировать найденные связанные состояния систем $\Xi^- NN$ с конкретным спин-изоспиновым состоянием. Тем не менее, можно отметить, что, поскольку изоспин нейтрон-протонной пары равен нулю, система $\Xi^- np$ может находиться только в состояниях $(I, J^+) = (1/2, 1/2^+)$, $(1/2, 3/2^+)$, тогда как системы $\Xi^- NN$ с изоспином $I = 3/2$ — это либо $\Xi^- nn$, либо $\Xi^- pp$. Фактически только в данной

работе благодаря процедуре решения фаддеевских уравнений без парциально-волнового разложения с полными двухчастичными t -матрицами есть возможность получить весь спектр состояний рассматриваемых систем без необходимости выделения отдельных квантово-механических состояний в двухчастичных ингредиентах модели. Тем не менее, вес различных спин-изоспиновых конфигураций в общей волновой функции систем $\Xi^- NN$ позволяет практически однозначно идентифицировать эти со-

Таблица 1. Известные в литературе результаты расчетов энергий связи E_b систем $\Xi^- NN$, находящихся в фиксированных спин-изоспиновых состояниях с использованием различных моделей ΞN -взаимодействия (здесь же представлены результаты данной работы для систем $\Xi^- nn$, $\Xi^- np$ и $\Xi^- pp$ без выделения отдельных спин-изоспиновых состояний)

E_b , МэВ	(I, J^P) , система	ΞN -модель	Литература
9.425	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+)$, $\Xi^- np$	ESC08c	E. Hiyama <i>et al.</i> [11]
не связана	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+)$, $\Xi^- np$	ESC08c	
не связана	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+)$, $\Xi^- np$	HAL QCD	
не связана	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+)$, $\Xi^- np$	HAL QCD	
2.237	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+)$, $\Xi^- np$	ESC08c	H. Garcilazo [8]
2.886	$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}^+)$, $\Xi^- nn, \Xi^- pp$	s -волновая	I. Filikhin <i>et al.</i> [10]
17.205	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+)$, $\Xi^- np$	симуляция ESC08c	
не связана	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+)$, $\Xi^- np$	Jülich Ch-EFT/HAL QCD	K. Miyagawa, M. Kohno [12]
не связана	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+)$, $\Xi^- np$	Jülich Ch-EFT/HAL QCD	
3.05	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+)$, $\Xi^- np$	ESC08c	
15.74	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+)$, $\Xi^- np$	ESC08c	H. Garcilazo, A. Valcarce [9]
2.89	$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}^+)$, $\Xi^- nn, \Xi^- pp$	ESC08c	
3.37	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}^+)$, $\Xi^- np$	CCQM	
5.23	$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}^+)$, $\Xi^- nn, \Xi^- pp$	CCQM	
1.892–2.306	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+)$, $\Xi^- np$	CCQM	H. Garcilazo <i>et al.</i> [6]
1.814–2.153	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^+)$, $\Xi^- nn, \Xi^- pp$	CCQM	H. Garcilazo <i>et al.</i> [7]
4.50	$\Xi^- nn$	ESC16	Настоящая работа
5.50	$\Xi^- np$	ESC16	
2.70; 4.40	$\Xi^- pp$	ESC16	

стояния с конкретным набором частиц. Например, для системы $\Xi^- np$, в которой np -пара формирует подобное дейтрону состояние веса, составляют $(3 - 2\sqrt{2})/9$ и $(6 + 2\sqrt{2})/9$ для состояний с $J = 1/2$ и $J = 3/2$ соответственно. Поэтому с большой долей вероятности можно считать найденное в данной работе связанное состояние системы $\Xi^- np$ как основное с $(I, J^+) = (1/2, 3/2^+)$. Аналогичные рассуждения для систем $\Xi^- nn$ и $\Xi^- pp$ позволяют идентифицировать их собственные состояния с весовыми множителями $(3 - 2\sqrt{2})/9$ и $(6 + 2\sqrt{2})/9$ для состояний с изоспинами $I = 1/2$ и $I = 3/2$ соответственно. Таким образом, с большой долей вероятности системы $\Xi^- nn$ и $\Xi^- pp$ находятся в состояниях с полным изоспином $I = 3/2$ и полным угловым моментом, равновероятным между значениями $J = 1/2$ и $J = 3/2$.

Наблюдение за поведением определителя с энергией решаемой связанной системы однородных уравнений Фаддеева показывает, что для системы $\Xi^- np$ в области $|E| < 20$ МэВ имеется только одно связанное состояние с энергией связи $E_b \approx 5.5$ МэВ. Эта энергия почти в 3 раза меньше, чем, например, предсказывается в работах [10, 9] для состояния $(1/2, 3/2^+)$, которое можно идентифицировать с системой $\Xi^- np$. Других состояний для системы $\Xi^- np$ в области $|E| < 20$ МэВ не прослеживается. Для системы $\Xi^- pp$ расчеты предсказывают существование двух состояний с энергиями связи 2.7 и 4.4 МэВ в области $|E| < 20$ МэВ. Иными словами, в области энергий $5 < |E| < 20$ система уравнений (13), записанная для системы частиц $\Xi^- pp$, не имеет решения при используемом наборе двухчастичных t -матриц.

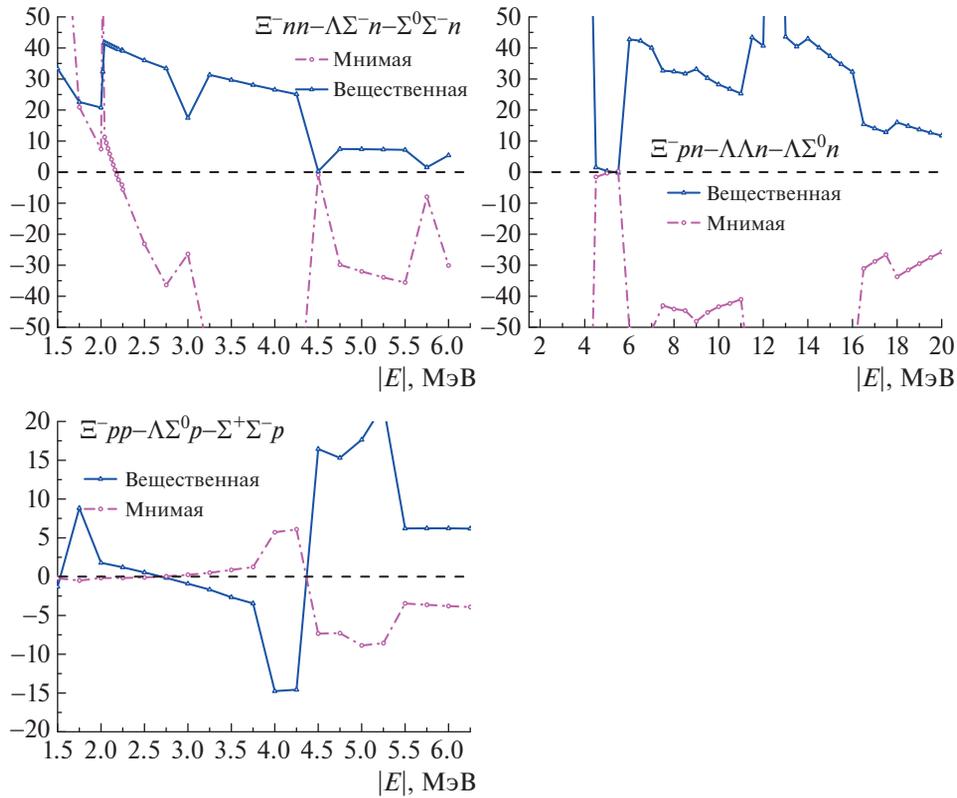


Рис. 2. Определители (масштаб произвольный) однородной системы уравнений Фаддеева для рассматриваемых систем (указаны на рисунках) в зависимости от модуля кинетической энергии трех тел. Сплошная и штрихпунктирные кривые — вещественная и мнимая части определителя соответственно. Точки пересечения вещественных частей определителя с осью абсцисс соответствуют связанным состояниям систем с энергией $|E| = |E_b|$.

В отличие от системы Ξ^-pp система Ξ^-nn имеет только одно четко прослеживаемое состояние при $E_b \approx 4.5$ МэВ. Как показали более подробные расчеты с шагом 20 кэВ в области $|E| \approx 2.17$ МэВ, только мнимая часть определителя (13) меняет знак, тогда как вещественная часть не меняет знак. Учитывая зарядовую независимость pn - и nn -взаимодействий в Боннской параметризации [20], притяжения в системе Ξ^-n недостаточно по сравнению с Ξ^-p -системой для генерации связанного состояния в системе Ξ^-nn в области $|E| \approx 2.17$ МэВ. Отметим, что решаемая система связанных однородных уравнений Фаддеева для системы $\Xi^-nn-\Lambda\Sigma^-n-\Sigma^-\Sigma^0n$ является точной, и ее решение в данной работе не включает каких-либо приближений. Помимо этого, отличием данной работы от результатов расчета работ [10, 9] является более современный вариант ESC-модели Ξ^-N -взаимодействия, а также использование соответствующей ESC микроскопической модели ΛN - и ΣN -взаимодействий [21]. Как отмечалось во Введении, уже визуальный анализ потенциалов двух моделей ESC08c и ESC16 свидетельствует о различиях. Важно отметить, что результаты данной работы с использованием

ESC16-модели Ξ^-N -взаимодействия лучше соответствуют кварковым расчетам CCQM работы [9]. В данной работе не обнаруживаются свидетельства существования резонансно-подобного состояния ($I = 1/2, I = 1/2^+$) системы Ξ^-NN в области $1.5 < |E| < 2.5$ МэВ, найденного в работе [7]. Следует отметить, что с точки зрения состава по частицам система Ξ^-np (в отличие от систем Ξ^-nn и Ξ^-pp с энергией связи $E_b(\Xi^-N) = 1.67$ МэВ) не может иметь состояния с энергией связи $E_b < 2.225$ МэВ меньше, чем энергия связи дейтрона, поэтому привязку состояния ($I = 1/2, I = 1/2^+$) в табл. 1 к системе Ξ^-np в области $E_b < 2.225$ МэВ следует понимать условной. Различие между значениями энергии связи системы Ξ^-NN в состоянии ($I = 1/2, I = 1/2^+$), полученное в работах [6] и [7], как отмечалось во Введении, связано только с влиянием трехчастичных каналов $\Lambda\Sigma N$ и $\Sigma\Sigma N$, которыми пренебрегалось в работе [6]. С учетом уточненных данных работы [7] резонансно-подобному состоянию ($I = 1/2, I = 1/2^+$) системы Ξ^-NN можно приписать как систему Ξ^-nn , так и систему Ξ^-pp . Поскольку в работах [11, 8, 10, 12, 9], в отличие от работ

[6, 7], не проводился корректный учет связывания трехчастичных каналов $\Xi^- NN - \Lambda \Sigma N - \Sigma \Sigma N$ и $\Xi^- NN - \Lambda \Lambda N - \Sigma \Sigma N$, то полученные в этих работах значения энергий связи не являются в требуемой степени информативными. Как показывают расчеты данной работы, пренебрежение связыванием трехчастичных каналов при прочих равных условиях существенно меняет положение и факт наличия корней уравнения (13).

Дальнейший поиск связанных состояний систем $\Xi^- NN$ помимо уточнения парных $\Xi^- N$ -потенциалов должен сопровождаться сравнением вкладов различных моделей гиперон-нуклонных взаимодействий, неизбежно присутствующих в расширенном трехчастичном фазовом пространстве системы $\Xi^- NN$, возникающем из-за связывания трехчастичных каналов. Также представляет интерес влияние различных NN -моделей на энергию связи $\Xi^- NN$ -систем.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты расчета энергий связи трехчастичных систем $\Xi^- nn$, $\Xi^- np$ и $\Xi^- pp$ на основе решения связанных однородных интегральных уравнений Фаддеева относительно компонент трехчастичных T -матриц без использования традиционной процедуры парциального разложения. Точный учет связывания уравнений Фаддеева производился в каждой из рассматриваемых систем $\Xi^- nn - \Lambda \Sigma^- n - \Sigma^- \Sigma^0 n$, $\Xi^- np - \Lambda \Lambda n - \Lambda \Sigma^0 n$ и $\Xi^- pp - \Lambda \Lambda p - \Lambda \Sigma^0 p$. Двухчастичные t -матрицы для ΞN - и YY -взаимодействий находились путем решения связанных уравнений Липпмана-Швингера для фиксированных спин-изоспиновых состояний. Двухчастичные $\Xi^- N$ - и YY -потенциалы, генерирующие t -матрицы, находились с использованием микроскопической ESC16-модели. Рассчитанные по этим потенциалам полные сечения $\Xi^- p \rightarrow \Xi^- p$ и $\Xi^- p \rightarrow \Lambda \Lambda$, а также $\Lambda N \rightarrow \Lambda N$, $\Sigma N \rightarrow \Sigma N$ и $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$ хорошо согласуются с немногочисленными экспериментальными данными. В качестве NN -взаимодействия использовалось сепарабельное представление четвертого ранга Боннского NN -потенциала. Прямые численные расчеты энергий связи рассматриваемых систем подтверждают существование по одному связанному состоянию у систем $\Xi^- nn$ и $\Xi^- np$ с энергиями 4.5 и 5.5 МэВ соответственно. Кроме того, расчеты свидетельствуют о наличии двух связанных состояний у системы $\Xi^- pp$ с энергиями 2.7 и 4.4 МэВ. Данный результат можно считать опорным для последующей модификации ESC и последующих моделей гиперон-нуклонных взаимодействий в

барион-барионном секторе со странностью $S = -2$.

Автор выражает благодарность Е.Б. Хитрук за поддержку в подготовке рукописи. Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РФФИ, проект № 20-02-00004.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J. K. Ahn, S. Aoki, K. S. Chung, M. S. Chung, H. En'yo, T. Fukuda, H. Funahashi, Y. Goto, A. Higashi, M. Ieiri, T. Iijima, M. Inuma, K. Imai, Y. Itow, J. M. Lee, S. Makino, *et al.*, Phys. Lett. B **633**, 214 (2006);
<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2005.12.057>
2. T. Tamagawa, J. K. Ahn, S. Ajimura, H. Akikawa, B. Bassalleck, A. Berdoz, D. Carman, R. E. Chrien, C. A. Davis, P. Eugenio, H. Fischer, G. B. Franklin, J. Franz, T. Fukuda, L. Gan, L. Tang, *et al.*, Nucl. Phys. A **691**, 234 (2001);
[https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(01\)01035-1](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(01)01035-1)
3. Y. Yamamoto, T. Tamagawa, T. Fukuda, and T. Motoba, Prog. Theor. Phys. **106**, 363 (2001);
<https://doi.org/10.1143/PTP.106.363>
4. K. Nakazawa, Y. Endo, S. Fukunaga, K. Hoshino, S. H. Hwang, K. Imai, H. Ito, K. Itonaga, T. Kanda, M. Kawasaki, J. H. Kim, S. Kinbara, H. Kobayashi, A. Mishina, S. Ogawa, and H. Shibuya, Prog. Theor. Exp. Phys. **2015**, 033D02 (2015);
<https://doi.org/10.1093/ptep/ptv008>
5. K. Aoki *et al.* (J-PARC Collab.), arXiv: 2110.04462 [nucl-ex].
6. H. Garcilazo, A. Valcarce, and T. F. Caramés, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **41**, 095103 (2014);
<https://doi.org/10.1088/0954-3899/41/9/095103>
7. H. Garcilazo, A. Valcarce, and T. F. Caramés, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **42**, 025103 (2015);
<https://doi.org/10.1088/0954-3899/42/2/025103>
8. H. Garcilazo, Phys. Rev. C **93**, 024001 (2016);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.93.024001>
9. H. Garcilazo and A. Valcarce, Phys. Rev. C **93**, 034001 (2016);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.93.034001>
10. I. Filikhin, V. Suslov, and B. Vlahovic, Math. Model. Geom. **5**, 1 (2017);
<https://doi.org/10.48550/arXiv.1705.03446>
11. E. Hiyama, K. Sasaki, T. Miyamoto, D. Doi, T. Hatsuda, Y. Yamamoto, and Th. A. Rijken, Phys. Rev. Lett. **124**, 092501 (2020);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.092501>
12. K. Miyagawa and M. Kohno, Few Body Syst. **62**, 65 (2021).
13. M. N. Nagels, Th. A. Rijken, and Y. Yamamoto, arXiv: 1504.02634 [nucl-th].
14. M. N. Nagels, Th. A. Rijken, and Y. Yamamoto, Phys. Rev. C **102**, 054003 (2020);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.102.054003>
15. L. D. Faddeev, Sov. Phys. JETP **12**, 1014 (1961).

16. H. Liu, Ch. Elster, and W. Glockle, Phys. Rev. C **72**, 054003 (2005);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.72.054003>
17. M. Egorov, Phys. Rev. C **107**, 014611(2023);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.107.014611>, см. также препринт:
<https://www.researchsquare.com/article/rs-2021229/v1>
18. J. Revai and N. V. Shevchenko, Phys. Rev. C **90**, 034004 (2014);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.90.034004>
19. W. Glöckle, H. Witała, D. Hüber, H. Kamada, and J. Golak, Phys. Rep. **274**, 107 (1996);
[https://doi.org/10.1016/0370-1573\(95\)00085-2](https://doi.org/10.1016/0370-1573(95)00085-2)
20. J. Haidenbauer, Y. Koike, and W. Plessas, Phys. Rev. C **33**, 439 (1986);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.33.439>
21. M. M. Nagels, Th. A. Rijken, and Y. Yamamoto, Phys. Rev. C **99**, 044003 (2019);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.99.044003>;
<http://nn-online.org>
22. M. Egorov and V. Postnikov, Nucl. Phys. A **1009**, 122172 (2021);
<https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2021.122172>
23. J. Adam *et al.* (STAR Collab.), Nat. Phys. **16**, 409 (2020);
<https://doi.org/10.1038/s41567-020-0799-7>
24. B. Sechi-Zorn, B. Kehoe, and J. Twitty, Phys. Rev. **175**, 1735 (1968);
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.175.1735>
25. G. Alexander, U. Karshon, A. Shapira, and G. Yekutieli, Phys. Rev. **173**, 1452 (1968);
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.173.1452>
26. R. Engelmann, H. Filthuth, V. Hepp, and E. Kluge, Phys. Lett. **21**, 587 (1968);
[https://doi.org/10.1016/0031-9163\(66\)91310-2](https://doi.org/10.1016/0031-9163(66)91310-2)
27. F. Eisele, H. Filthuth, W. Foehlich, V. Hepp, and G. Zech, Phys. Lett. B **37**, 204 (1971);
[https://doi.org/10.1016/0370-2693\(71\)90053-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(71)90053-0)
28. H. Garcilazo, A. Valcarce, and J. Vijande, Phys. Rev. C **94**, 024002 (2016);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.94.024002>

SEARCHING FOR THE BOUND STATES IN THE Ξ^-nn -, Ξ^-pn -, AND Ξ^-pp -SYSTEMS

M. V. Egorov¹⁾

¹⁾Physics department, Tomsk State University, Russia

Searching for the bound states in the systems Ξ^-nn , Ξ^-pn , and Ξ^-pp was done with the usage of solution of coupled homogeneous integral Faddeev equations written with respect to the T -matrix components. In these equations direct integration over the angular variables with the precise consideration of the three-body coupling in the phase space of the each systems $\Xi^-nn-\Lambda\Sigma^-n-\Sigma^-\Sigma^0n$, $\Xi^-np-\Lambda\Lambda n-\Lambda\Sigma^0n$ and $\Xi^-pp-\Lambda\Lambda p-\Lambda\Sigma^0p$ is used instead of the traditional partial-wave decomposition. The only ingredients of the presented method are two-body t -matrices, which were found by solving the coupled Lippmann–Schwinger integral equations in the case of paired Ξ^-N -interaction for systems $\Xi N-\Lambda\Lambda-\Sigma\Sigma$ in the state ($I = 0, {}^1S_0$), ΞN in the state ($I = 0, {}^3S_1$), $\Xi N-\Lambda\Sigma$ in the state ($I = 1, {}^1S_0$), and $\Xi N-\Lambda\Sigma-\Sigma\Sigma$ in the state ($I = 1, {}^3S_1$). To obtain two-body Ξ^-N -, YY -, and YN -interactions generating t -matrices, an updated version of the ESC16 microscopic model is used. Two-body NN -interaction was reconstructed on the basis of the charge-dependent Bonn model. Direct numerical calculations of the binding energies of the systems under consideration clearly indicate the existence of one bound state with binding energies of 4.5 and 5.5 MeV for Ξ^-nn - and Ξ^-np -systems, respectively, and two states with binding energies of 2.7 and 4.4 MeV for the system Ξ^-pp .

УРАВНЕНИЯ КВАНТОВОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ГИДРОДИНАМИКИ И СОЛИТОННЫЕ РЕШЕНИЯ ПРИ ОПИСАНИИ СТОЛКНОВЕНИЙ АТОМНЫХ ЯДЕР

© 2023 г. А. Т. Дьяченко^{1),2)*}

Поступила в редакцию 27.12.2022 г.; после доработки 27.12.2022 г.; принята к публикации 27.12.2022 г.

В настоящей работе получены уравнения квантовой релятивистской гидродинамики из уравнения Клейна—Гордона, которые в нерелятивистском квазиклассическом пределе сводятся к традиционным уравнениям гидродинамики идеальной жидкости. Найдено аналитическое решение уравнений гидродинамики в приближении солитонов для столкновения ядерных слоев в одномерном и двумерном случаях. Отмечается важность учета неравновесных процессов. Рассмотрены стадия сжатия, стадия расширения и стадия разлета в рамках единой формулы для слоев с энергиями порядка десяти МэВ на нуклон. Такое сведение решений уравнений гидродинамики к солитонным решениям ранее не рассматривалось. Обобщение на двумерный случай приводит к представлению об образовании на стадии расширения разреженной области — пузыря. А сам подход может быть использован и в других областях физики при расчетах нелинейной динамики колебаний сложных систем.

DOI: 10.31857/S0044002723030078, EDN: RKTКВС

1. ВВЕДЕНИЕ

Уравнения квантовой релятивистской гидродинамики можно получить из уравнения Клейна—Гордона [1, 2] по аналогии с представлением Маделунга [3] для временного уравнения Шредингера. В квазиклассическом приближении получаются традиционные уравнение непрерывности и уравнение Эйлера.

В случае атомного ядра, состоящего из нуклонов, его свойства могут быть описаны моделью жидкой капли, предложенной Бором и Уиллером для описания процесса деления [4]. Штокер и Грайнер одними из первых применили гидродинамику к столкновениям тяжелых ионов [5].

Для исследования столкновений тяжелых ионов важен выбор уравнения состояния (EOS — equation of state). В гидродинамическом подходе в качестве уравнения состояния можно выбрать локально-равновесное уравнение состояния, отвечающее наступлению локального термодинамического равновесия [5]. В наших работах [6–13] предложено неравновесное уравнение состояния.

Решение этих уравнений гидродинамики в одномерном случае можно получить аналитически с

использованием односолитонных решений уравнения Кортевега—де Фриза [14, 15] как в работе [16] для слабой нелинейности, так и в случае нелинейных возмущений большой амплитуды для ударных волн. В рамках единой формулы могут быть описаны стадии сжатия, расширения и разлета вещества. Это представляет самостоятельный интерес, поскольку солитоны играют большую роль в физике элементарных частиц и ядерной физике. Нам было важно убедиться, что дисперсионные члены, появляющиеся в уравнениях гидродинамики и в уравнении Кортевега—де Фриза, не нарушают представления об образовании горячего пятна hot spot. Обобщение этого рассмотрения на двумерный случай приводит к близкой динамике колебаний сложной системы, а также к возникновению области разрежения — пузыря в центре при расширении системы.

Образование и существование пузырчатых ядер относится к ядерной экзотике. Поиск и исследование пузырчатых ядер имеет долгую историю. Этим занимались, например, Сименс и Бете [17] и Вонг [18]. В работе [19] в капельной модели с оболочечными поправками была обоснована возможность образования устойчивого пузыря только для сверхтяжелых ядер с зарядовым числом $Z > 120$. Но вот в работе [20] было предсказано с помощью метода Хартри—Фока—Боголюбова и подтверждено экспериментально существование разрежения в центре для плотности протонов дважды магического ядра ^{34}Si . В работе [21] с помощью ре-

¹⁾НИЦ “Курчатовский институт” — ПИЯФ, Гатчина, Россия.

²⁾Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия.

*E-mail: dyachenko_a@mail.ru

лятивистского метода Хартри–Фока–Боголюбова показано существование пузырька в ядре ^{48}Si как для плотностей нейтронов, так и протонов в центре ядра. Это статические решения для пузырей. Возникающий динамический пузырь в области разрежения в наших расчетах возникает всегда на стадии расширения гидродинамической системы.

Далее в разд. 2 устанавливается связь эффективного уравнения Клейна–Гордона с уравнениями квантовой релятивистской гидродинамики идеальной жидкости, затем в разд. 3 анализируются солитонные решения уравнений гидродинамики в одномерном и двумерном случаях с образованием горячего пятна и пузыря, в Заключении приведены основные выводы работы.

2. СВЯЗЬ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ С УРАВНЕНИЕМ КЛЕЙНА–ГОРДОНА

Уравнения квантовой релятивистской гидродинамики могут быть связаны с уравнением Клейна–Гордона. Для представления энергии E через не очень большой импульс p_0 и потенциальную энергию U частицы массы m имеем:

$$E^2 = p_0^2 c^2 + 2mUc^2 + m^2 c^4. \quad (1)$$

Соответствующее уравнение Клейна–Гордона имеет вид

$$-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^0 \partial x_0} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^l \partial x_l} - \frac{2mU}{\hbar^2} \Psi = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \Psi, \quad (2)$$

где $\Psi = \Phi \exp\left(\frac{iQ}{\hbar}\right)$ — волновая функция с амплитудой Φ и фазой Q , одинаковой для всех частиц как в приближении Томаса–Ферми, \hbar — постоянная Планка, c — скорость света. Здесь фаза $Q = (Et - \mathbf{p}_0 \mathbf{r})$, x_0 и x_l — временная и пространственная координаты с предполагаемым суммированием по повторяющимся значкам. Уравнение (2) — это эффективное одночастичное уравнение Клейна–Гордона для приближения Томаса–Ферми с эффективным потенциалом U .

Поскольку

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^k \partial x_k} = \Psi \left[\frac{\partial^2 \ln \Psi}{\partial x^k \partial x_k} + \frac{\partial \ln \Psi}{\partial x^k} \frac{\partial \ln \Psi}{\partial x_k} \right], \quad (3)$$

где $k = 0, 1, 2, 3$, то после подстановки (3) в (2) и последующего дифференцирования (2) $\nabla_k = \frac{\partial}{\partial x_k}$ имеем

$$-\frac{i\hbar}{2m} \left[\frac{\partial^2 - \frac{i\hbar}{m} \frac{\partial \ln \Psi}{\partial x_k}}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 - \frac{i\hbar}{m} \frac{\partial \ln \Psi}{\partial x_k}}{\partial x^l \partial x_l} \right] - \quad (4)$$

$$-\left[\frac{i\hbar}{m} \frac{\partial \ln \Psi}{\partial x^0} \frac{\partial - \frac{i\hbar}{m} \frac{\partial \ln \Psi}{\partial x_k}}{\partial x_0} + \frac{i\hbar}{m} \frac{\partial \ln \Psi}{\partial x^l} \frac{\partial - \frac{i\hbar}{m} \frac{\partial \ln \Psi}{\partial x_k}}{\partial x_l} \right] = \frac{\partial U}{m \partial x_k}.$$

Обозначая

$$w_k c = -\frac{i\hbar}{m} \nabla_k \ln \Psi, \quad (5)$$

имеем

$$-\frac{i\hbar}{2m} \left(\frac{\partial^2 w_k}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 w_k}{\partial x^l \partial x_l} \right) + c \left(w^0 \frac{\partial w_k}{\partial x^0} + w^l \frac{\partial w_k}{\partial x^l} \right) = \frac{\partial U}{m c \partial x^k}. \quad (6)$$

Выражение (5) можно переписать в терминах локальной плотности $\rho = \Phi^2$ и фазы Q :

$$w_k c = -\frac{i\hbar}{m} \left(\frac{\partial \ln \rho^{1/2}}{\partial x_k} + \frac{i}{\hbar} \frac{\partial Q}{\partial x_k} \right). \quad (7)$$

Обозначим далее

$$u_k c = \nabla_k Q / m. \quad (8)$$

Здесь u_k — четырехмерная скорость, которая для $l = 1, 2, 3$ равна $u^l = v_l / c / \sqrt{1 - (v/c)^2}$, $u_l = -u^l$, а $u_0 = 1 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$, где v — обычная трехмерная скорость. Разделяя действительную и мнимую части уравнения (6), получаем для действительной части

$$\frac{\hbar^2}{2m} \rho \nabla_k \left(\frac{\partial^2 \rho^{1/2}}{\rho^{1/2} \partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 \rho^{1/2}}{\rho^{1/2} \partial x^l \partial x_l} \right) - c^2 \left(\frac{\partial (m \rho u_0 u_k)}{\partial x_0} + \frac{\partial (m \rho u_l u_k)}{\partial x_l} \right) = -\rho \frac{\partial U}{\partial x_k}. \quad (9)$$

Здесь мы использовали уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho u_0}{\partial x_0} + \frac{\partial \rho u_l}{\partial x_l} = 0, \quad (10)$$

также следующее из уравнения Клейна–Гордона (2). Если умножить уравнение (2) на комплексно-сопряженную функцию Ψ^* и написать его в комплексно-сопряженном виде, умножив последнее на Ψ , то после вычитания одного уравнения из другого с учетом (8) для мнимой части получается уравнение непрерывности (10), действительная часть равна нулю.

При переходе от уравнения (6) к уравнению (9) взаимно сокращаются члены, содержащие дифференцирование вторых производных от Q , и члены,

содержащие произведения производных от $\rho^{1/2}$ и от Q . Это следует из уравнения (2).

Таким образом, мы получили для пространственных компонент $k = 1, 2, 3$ ($u_k = -v_k/c/\sqrt{1-(v/c)^2}$) релятивистский аналог уравнения Эйлера, которое содержит квантовый потенциал, аналогично представлению Маделунга [3]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(m\rho v_k/(1-(v/c)^2))}{\partial t} + \quad (11) \\ & + \frac{\partial(m\rho v_k v_l/(1-(v/c)^2))}{\partial x_l} = \\ & = -\rho \frac{\partial U}{\partial x_k} - \rho \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \rho^{1/2}}{\rho^{1/2} c^2 \partial t^2} - \frac{\Delta \rho^{1/2}}{\rho^{1/2}} \right). \end{aligned}$$

Уравнение для временной компоненты четырехмерной скорости является следствием этих уравнений. При малых скоростях $v \ll c$ уравнение (11) переходит в нерелятивистское уравнение Маделунга [3] с квантовым потенциалом $\frac{\hbar^2}{2m\sqrt{\rho}} \Delta \sqrt{\rho}$, где Δ — оператор Лапласа (см. также о представлении Маделунга для уравнения Шредингера [5]). Этот квантовый потенциал влияет на дисперсию в уравнении Эйлера.

3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ С ПОМОЩЬЮ СОЛИТОНОВ

Уравнения (10), (11) отличаются, как и уравнения Маделунга [3], от уравнений обычной гидродинамики отсутствием членов диссипации. Для описания процессов взаимодействия в эти уравнения необходимо ввести тепловой член $I(\mathbf{r}, t)$. Его можно ввести как в традиционной гидродинамике с локально-равновесной функцией распределения [5]. А можно использовать для этого кинетическое уравнение.

Мы используем кинетическое уравнение (см. [7–11]) для нахождения нуклонной функции распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ ($\mathbf{r}(x_1, x_2, x_3)$ — пространственная координата, $\mathbf{p}(p_1, p_2, p_3)$ — импульс, t — время). Решение кинетического уравнения для функции распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ ищется в виде

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_1 q + f_0(1 - q), \quad (12)$$

где $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ — локально-равновесная функция распределения, $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ — неравновесная функция распределения, q — релаксационный фактор.

В неравновесном случае при $q = 1$ получают уравнения длиннопребойной гидродинамики [6], которые в одномерном случае имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial(m\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(m\rho v^2 + P)}{\partial x} = 0, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(e + m\rho v^2/2)}{\partial t} + \quad (15) \\ & + \frac{\partial(v(e + m\rho v^2/2 + P))}{\partial x} = 0. \end{aligned}$$

К этой системе уравнений в нерелятивистском пределе могут быть сведены уравнения из предыдущего раздела с добавлением третьего уравнения для энергии. Здесь ρ — нуклонная плотность, v — скорость, e — плотность энергии, P — давление.

Обычно решение этой системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных находится численно на компьютере. Здесь развит подход к приближенному аналитическому решению этих уравнений как в случае слабой нелинейности путем сведения их к уравнениям Кортевега—де Фриза, так и в случае возмущений большой амплитуды, используя солитонподобные решения. Проведено обобщение этого подхода на двумерный случай в случае плотности $\rho(x, t)$, зависящей только от координаты x и времени t .

Из уравнений (13)–(15) для нахождения нуклонной плотности $\rho(x, t)$, скорости $v(x, t)$, плотности тепловой энергии $I(x, t)$ при $q = 1$ следует, что тепловой член $I = I_1 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^3$ [6], где I_1 — не зависящий от ρ коэффициент, ρ_0 — равновесная плотность. Совместное решение уравнений (13) и (14) ищем в виде $v = v(\rho)$ и получаем два уравнения Кортевега—де Фриза [16].

Т.е. уравнения гидродинамики могут быть сведены к двум уравнениям Кортевега—де Фриза. Это позволяет перейти к представлению столкновения ядер как столкновению солитонов, если простую волну уравнения Кортевега—де Фриза проинтегрировать по x_1 . Т.е. найти

$$Z = \int_0^L \zeta \frac{dx_1}{L}, \quad (16)$$

где L — толщина слоя, Z является простой волной Кортевега—де Фриза, испущенной этим слоем, $\zeta(x - x_1, t)$ — односолитонное решение уравнения

Кортевега—де Фриза. Такое оказывается возможным благодаря законам сохранения для уравнения Кортевега—де Фриза, которые выполнены приближенно для слоя конечной длины и $\frac{\partial Z}{\partial t} \approx 0$. Это относится к каждому ядерному слою — источнику простых волн. Учитывая отражения волн Кортевега—де Фриза от границ системы, можно рассмотреть динамику столкновения ядерных слоев—слоев и найти плотности и скорости в системе [16].

Рассмотрим теперь распространение возмущений произвольной амплитуды. Для плотности энергии можно использовать простое выражение [5]

$$e = K(\rho - \rho_0)^2, \quad (17)$$

где $\rho_0 = 0.15 \text{ Фм}^{-3}$ — равновесная плотность, плотность энергии $e = \int_0^\rho U d\rho$, $K \times 18\rho_0^2$ — модуль сжатия. Тогда давление

$$P = -\frac{\partial(e/\rho)}{\partial(1/\rho)} = K(\rho^2 - \rho_0^2) - \alpha \left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)^2. \quad (18)$$

Здесь мы добавили дисперсионный член, связанный с квантовыми членами и поверхностной энергией, с коэффициентом α , где можно выбрать $\frac{\alpha}{2mc_{s0}^2}\rho_0 = (\text{Фм})^2$, исходя из ширины поверхностного слоя порядка Фм , скорость звука $c_{s0} \approx 1/3c \approx 10^8 \text{ м/с}$. Квантовый вклад потенциала Маделунга в давление в выражении (18) будем считать, что в основном совпадает с зависимостью $-\alpha \left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)^2$.

Он равен $-\frac{\hbar^2}{4m} \left(\frac{(\nabla\rho)^2}{\rho} - \nabla^2\rho\right)$ для плотности энергии: $\frac{\hbar^2}{8m} \frac{(\nabla\rho)^2}{\rho}$. Коэффициент K можно переопределить.

В случае столкновения двух ядер образуются ударные волны, распространяющиеся со скоростью D , которую можно найти из уравнений (13) и (14), полагая $\frac{\partial}{\partial t} = -D\frac{\partial}{\partial x}$. Тогда из этих уравнений после интегрирования по скачку плотности получаем

$$D = -\frac{\rho_0 v_0}{\rho - \rho_0}, \quad (19)$$

где v_0 — начальная скорость сталкивающихся ядер. Полагая скорость D равной зависящей от плотности скорости звука $c_s = \sqrt{\frac{\partial P}{m\partial\rho}}$, получаем с учетом выражения для давления (18) уравнение для плотности ρ :

$$\pm \frac{(\rho - \rho_0)}{(\rho_1 - \rho)} \frac{d\rho}{dx} \sqrt{\alpha} = \quad (20)$$

$$= \sqrt{K(2\rho_1(\rho - \rho_0) + (\rho - \rho_0)^2)},$$

где ρ_1 — максимальная плотность сжатия на ударной волне

$$2K\rho_1 = \frac{(\rho_0 v_0)^2}{(\rho_1 - \rho_0)^2}. \quad (21)$$

Выражение (20) может быть проинтегрировано неявно в элементарных функциях, но ответ получается довольно громоздким. Выделяя главные члены решения, получаем выражение

$$\frac{(\rho - \rho_1)(\rho - \rho_0)}{\rho_1^2} = -\exp\left(\pm\sqrt{\frac{K}{\alpha}}x\right), \quad (22)$$

где знак "+" отвечает решению вблизи ρ_1 , а знак "-" — вблизи ρ_0 . Решения должны быть сшиты при промежуточном значении плотности в точке перегиба. Так получается решение "кинк" для распространяющейся волны. При отрицательных значениях x рассуждения аналогичны. Однако, поскольку нас не интересуют сейчас детали структуры фронта волны, можно аппроксимировать решение (22) солитоноподобным решением

$$\rho = \rho_0 + 4\frac{(\rho_1 - \rho_0)}{(\exp(-\lambda x/2) + \exp(\lambda x/2))^2}, \quad (23)$$

где $\lambda = \sqrt{\frac{K}{\alpha}}$. Выражение (23) описывает главные особенности решения (22).

Также как мы делали раньше с солитонами Кортевега—де Фриза, можно проинтегрировать выражение (23) по длине слоя и рассматривать распространение фронта ударной волны и его отражение от границ. В результате интегрирования получаем, например, для волны, распространяющейся слева направо

$$\rho = \frac{1}{L} \int_{l_1}^{l_2} \rho' dx = \rho_0 + 4\frac{(\rho_1 - \rho_0)}{\lambda L} \times \left[\frac{1}{1 + \exp(\lambda(x - l_2 - Dt))} - \frac{1}{1 + \exp(\lambda(x - l_1 - Dt))} \right], \quad (24)$$

где ρ' — выражение (23), l_1 и l_2 — границы ядра, а $L = l_2 - l_1$ — его размер. Для максимума плотности ударной волны из уравнений (13) и (14) получается волновое уравнение, допускающее решение Даламбера, и законы сохранения для волн, распространяющихся вправо и влево. Что и было использовано. При этом скорость v можно найти из уравнения (13), используя для плотности выражение (24) с учетом возможных отражений ударных волн от границ системы и движения границ.

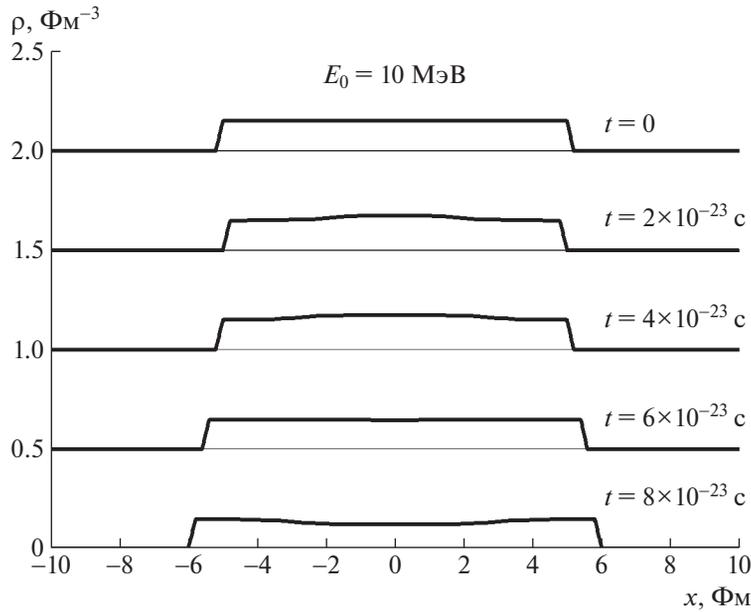


Рис. 1. Мгновенные профили столкновения ядерных слоев-слэбов при энергии $E_0 = 10$ МэВ на нуклон в различные моменты времени при $t = 0, 2, 4, 6, 8$ в единицах времени 10^{-23} с.

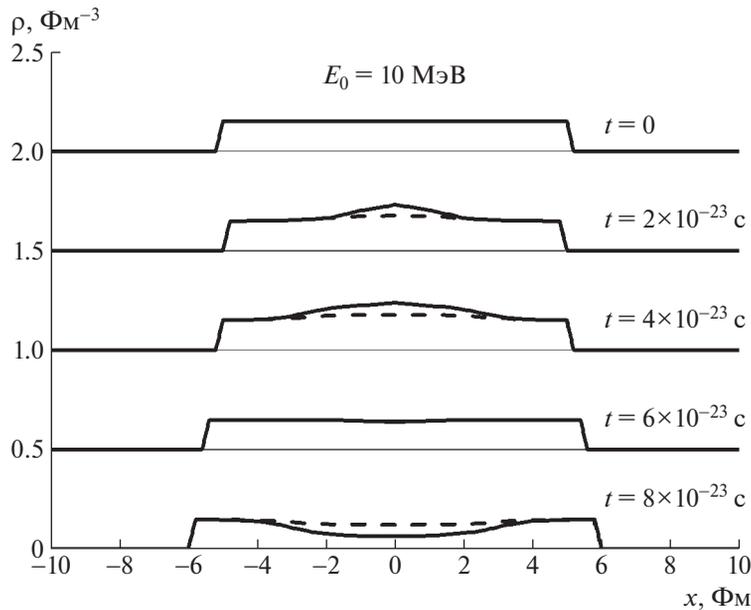


Рис. 2. Мгновенные профили столкновения одинаковых ядер (сплошные кривые) при энергии $E_0 = 10$ МэВ на нуклон в различные моменты времени при $t = 0, 2, 4, 6, 8$ в единицах времени 10^{-23} с для двумерного случая, штриховые кривые — профили плотности для одномерных слоев, как на рис. 1.

Таким образом, с помощью солитонных решений (23) и (24) можно исследовать динамику столкновений ядер в одномерном случае. Так, на рис. 1 представлены профили плотности для столкновения одинаковых ядер размером $L = 5$ Фм с энергией $E_0 = 10$ МэВ на нуклон в моменты времени $t = 2, 4, 6, 8$ в единицах времени 10^{-23} с. Можно ви-

деть первоначальное сжатие, образование hot spot и последующее расширение ядер с образованием разрежения в центральной области.

Мы также нашли упрощенное решение задачи в двумерном случае. Уравнения получаются из уравнений гидродинамики при интегрировании уравнений гидродинамики по поперечной координате, считая, что плотность $\rho(x, t)$ не зависит от

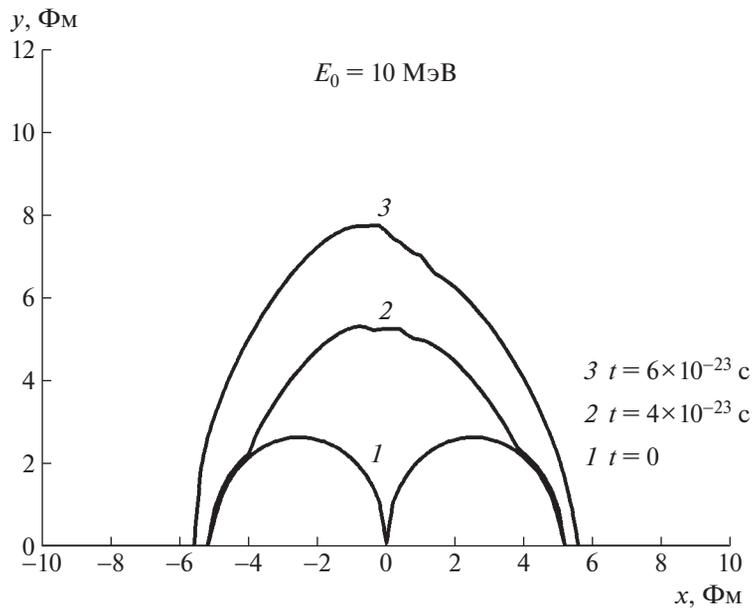


Рис. 3. Профили максимального поперечного размера ядер при энергии $E_0 = 10 \text{ МэВ}$ на нуклон в различные моменты времени при $t = 0, 4, 6$ в единицах времени 10^{-23} с .

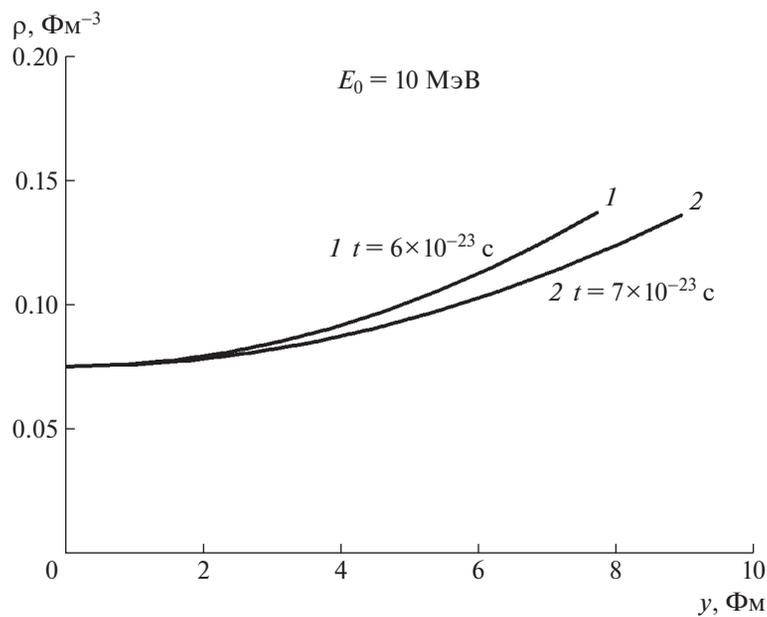


Рис. 4. Зависимость плотности $\rho(y, t)$ от поперечной координаты y для $x = 0$ при энергии $E_0 = 10 \text{ МэВ}$ на нуклон в различные моменты времени при $t = 6, 7$ в единицах времени 10^{-23} с .

координаты y [6]. Решение дается формулой (23) заменой $\rho_1 \rightarrow \rho_1 S(x, y, t)$ и последующим делением возмущения на S , где $S(x, y, t) = (y_0(x) + v_y t)^2 / y_0^2$, $y_0(x)$ — начальное положение движущейся поперечной координаты, а v_y совпадает со скоростью звука.

Так на рис. 2 представлены профили плотности для столкновения одинаковых ядер с продольным размером $L = 5 \text{ Фм}$ с энергией $E_0 = 10 \text{ МэВ}$ на

нуклон в моменты времени $t = 2, 4, 6, 8$ в единицах времени 10^{-23} с . В этом случае результаты отмечены сплошными кривыми. Штриховые кривые соответствуют одномерному случаю. Можно видеть, что в двумерном случае колебания сжатия и разрежения получаются более сильными.

На рис. 3 представлены зависимости поперечного размера $y = y_0(x) + v_y t$ в зависимости от координаты x в моменты времени $t = 0, 4, 6$ в

единицах времени 10^{-23} с. Эти результаты получены для плотности, не зависящей от координаты y . Из рис. 2 видно, что по завершении столкновения образуется в центре разреженная область, а на концах — нормальная плотность. Т.е. можно ожидать образование пузыря в центре ядра.

Для поперечной координаты y можно видеть аналогичную ситуацию. На рис. 4 представлено изменение плотности $\rho(y) = \rho'_0 \left(1 + \frac{(y - y_0)^2}{4t^2 c_s^2} \right)$ при $x = 0$ в различные моменты времени. Эта зависимость получена из решения гидродинамического уравнения Эйлера для скорости $v_y = \frac{y - y_0}{t}$ уже с учетом поправки на изменение плотности с координатой y . Таким образом, оценка для двумерного случая подтверждает образование пузыря в центре ядра, где образуется разреженная область с плотностью ρ'_0 . При низких энергиях сталкивающихся систем в результате колебаний плотности для чередующихся разрежений и сжатий может сформироваться устойчивый пузырь в центре.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе были получены уравнения квантовой релятивистской гидродинамики из уравнения Клейна—Гордона и было продолжено развитие неравновесного гидродинамического подхода для описания столкновения атомных ядер. Неравновесный подход к гидродинамическим уравнениям позволяет описывать экспериментальные данные лучше, чем уравнение состояния, соответствующее традиционной гидродинамике, предполагающей установление локального термодинамического равновесия. При этом описании существенным было выделение горячего пятна hot spot. В настоящей работе показано, что введение дисперсионных членов не нарушает это представление и при низких энергиях. На стадии расширения образуется разреженная область в центре системы — динамический пузырь. Это рассмотрение проведено в одномерном и в двумерном случаях.

Сведение уравнений гидродинамики к решению двух уравнений Кортевега—де Фриза в виде солитонов позволяет найти аналитическое решение задачи. Обобщение результатов данного подхода на случай возмущений большой амплитуды и дополнительных измерений представляет самостоятельный интерес. Рассмотрение может быть продолжено при больших скоростях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. O. Klein, Z. Phys. **37**, 895 (1926).
2. W. Gordon, Z. Phys. **40**, 117 (1926).

3. E. Madelung, Z. Phys. **40**, 332 (1926).
4. N. Bohr and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **56**, 426 (1939).
5. H. Stöcker and W. Greiner, Phys. Rept. **137**, 277 (1986).
6. A. T. D'yachenko, K. A. Gridnev, and W. Greiner, J. Phys. G **40**, 085101 (2013).
7. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, ЯФ **83**, 317 (2020) [Phys. At. Nucl. **83**, 558 (2020)].
8. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, Изв. РАН. Сер. физ. **84**, 508 (2020) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **84**, 391 (2020)].
9. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, ЭЧАЯ **53**, 464 (2022) [Phys. Part. Nucl. **53**, 505 (2022)].
10. А. Т. Дьяченко, К. А. Гриднев, И. А. Митропольский, Изв. РАН. Сер. физ. **79**, 952 (2015) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **79**, 858 (2015)].
11. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, Изв. РАН. Сер. физ. **81**, 1720 (2017) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **81**, 1521 (2017)].
12. A. T. D'yachenko and I. A. Mitropolsky, EPJ Web Conf. **204**, 03018 (2019).
13. A. T. D'yachenko and I. A. Mitropolsky, Phys. At. Nucl. **82**, 1641 (2019).
14. D. J. Korteweg and G. de Vries, Phil. Mag. **39**, 422 (1895).
15. A. T. D'yachenko, in *Proceedings of the International Conference on Nuclear Physics "Nuclear Shells — 50 Years", Dubna, 21–24 April 1999*, Ed. by Yu. Ts. Oganessian and R. Kalpakchieva (World Sci., Singapore, 2000), p. 492.
16. А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, Изв. РАН. Сер. физ. **86**, 1162 (2022) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **86**, 962 (2022)].
17. P. J. Siemens and H. A. Bethe, Phys. Rev. Lett. **18**, 704 (1967).
18. C. Y. Wong, Ann. Phys. **77**, 279 (1973).
19. J. Decharge, J.-F. Beger, K. Dietrich, and M. S. Weiss, Phys. Lett. B **451**, 275 (1999).
20. A. Mutschler, A. Lemasson, O. Sorlin, D. Bazin, C. Borcea, R. Borcea, Z. Dombrádi, J.-P. Ebran, A. Gade, H. Iwasaki, E. Khan, A. Lepailleur, F. Recchia, T. Roger, F. Rotaru, D. Sohler, *et al.*, Nat. Phys. **13**, 152 (2017).
21. X.-H. Fan, G.-C. Yong, and W. Zuo, Phys. Rev. C **99**, 041601 (2019).

EQUATIONS OF QUANTUM RELATIVISTIC HYDRODYNAMICS AND SOLITON SOLUTIONS IN DESCRIBING COLLISIONS OF ATOMIC NUCLEI

A. T. D'yachenko^{1),2)}

¹⁾*NRC "Kurchatov Institute" — PNPI, Gatchina, Russia*

²⁾*Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, St. Petersburg, Russia*

In the present work, the equations of quantum relativistic hydrodynamics are obtained from the Klein–Gordon equation, which in the nonrelativistic semiclassical limit is reduced to the traditional equations of hydrodynamics of an ideal fluid. An analytical solution of the equations of hydrodynamics in the approximation of solitons for the collision of nuclear layers in the one-dimensional and two-dimensional cases is found. The compression stage, the decompression stage, and the expansion stage are considered within the framework of a single formula for layers with energies on the order of ten MeV per nucleon. Such a reduction of solutions of hydrodynamic equations to soliton solutions has not been considered before. Our generalization to the two-dimensional case leads to the idea of the formation of a rarefied bubble region at the stage of expansion. And the approach itself can be used in other areas of physics when calculating the nonlinear dynamics of oscillations of complex systems.

ДЕФОРМАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА И ЯДЕРНЫЕ РАДИУСЫ ИЗОТОПОВ Hg

© 2023 г. И. Н. Борзов^{1),2)*}, С. С. Панкратов^{1),3)**}, С. В. Толоконников^{1),3)***}

Поступила в редакцию 29.11.2022 г.; после доработки 29.11.2022 г.; принята к публикации 06.12.2022 г.

В рамках подхода энергетического функционала плотности Фаянса выполнены самосогласованные расчеты потенциальных поверхностей, квадрупольных моментов и зарядовых радиусов изотопов ртути $^{178-208}\text{Hg}$. Показано существование слабо сплюснутых и сильно вытянутых изомерных состояний. Зарядовые радиусы предсказываются с характерной точностью 0.01 фм, кроме трех особых случаев $^{181,183,185}\text{Hg}$.

DOI: 10.31857/S0044002723030054, EDN: RKPY0S

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время существенно расширились возможности измерений дифференциальных зарядовых радиусов, магнитных дипольных и электрических квадрупольных моментов благодаря развитию методов резонансно-ионизационной лазерной спектроскопии. В серии экспериментов на установке RILIS (CERN) были проведены прецизионные измерения изотопической зависимости дифференциальных среднеквадратичных (ms) радиусов в среднетяжелых и тяжелых ядрах.

Универсальные (не зависящие от массового числа A) особенности изотопического поведения ядерных зарядовых радиусов хорошо известны. Глобальный рост радиусов определяется жидкокапельной формулой $R \propto A^{1/3}$ и отражает свойства ядерной материи. Он сопровождается локальными квантовыми флуктуациями — характерным четно-нечетным “дрожанием” радиусов (odd-even staggering — OES) в их изотопической зависимости и изломами (kinks) при пересечении главных нейтронных оболочек. Недавние систематические измерения и полностью микроскопические самосогласованные расчеты [1, 2] показывают новый эффект — не зависящий от “силы” оболочки универсальный наклон дифференциальных ms-радиусов

(пропорциональный $N - N_{\text{mag}}$) при заселении нейтронами орбиталей над магическими оболочками с $N_{\text{mag}} = 28, 50$.

Особое внимание привлечено к экспериментам по лазерной спектроскопии тяжелых нейтронно-избыточных ядер, в которых получена расширенная информация о свойствах основных состояний. Новые измерения в изотопах Hg [3], во-первых, подтверждают известный эффект — аномальный рост радиусов в области середины оболочки $N = 104$, связываемый с “дрожанием формы” изотопов (shape staggering) [4, 5] при переходе от четных (квазисферических — а точнее, слабо сплюснутых) к нечетным (сильно вытянутым) изотопам. Во-вторых, в этих экспериментах впервые найден характерный излом (kink) в дифференциальных среднеквадратичных (mean square) ms-радиусах $^{207,208}\text{Hg}$ ($Z = 80$) при $N = 126$, аналогичный обнаруженному ранее в изотопах свинца ($Z = 82$).

Представляют интерес одновременные измерения зарядовых ms-радиусов, магнитных и квадрупольных моментов. Такие эксперименты были проведены недавно в работе [6] для изотопов $^{187-191}\text{Bi}$. Как и в изотопах Hg, при $N = 105$ также наблюдался скачок ms-радиуса относительно соседних изотопов с $N = 104$ и 106. Новые измерения магнитных дипольных моментов изотопов платины [7], золота [8] и их анализ с учетом относительных коэффициентов сверхтонкой аномалии позволили пересмотреть существующие экспериментальные данные для ряда этих изотопов.

Ранее в рамках подхода энергетического функционала плотности с использованием семейства ЭФП Фаянса [9–11] была выполнена серия работ по расчетам ms-радиусов в изотопических цепочках в областях Ca [12, 13] и Cu [14]. Показано, что

¹⁾Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

²⁾Лаборатория теоретической физики им. Боголюбова, ОИЯИ, Дубна, Россия.

³⁾Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия.

*E-mail: Borzov_IN@nrcki.ru

**E-mail: Pankratov_SS@nrcki.ru

***E-mail: Tolokonnikov_SV@nrcki.ru

ОЭС-эффекты возникают, в основном, за счет специфической формы спаривания нуклонов, а именно благодаря его зависимости от градиента нуклонной плотности. При этом описывается наблюдаемое уменьшение амплитуды ОЭС при приближении к заполненным нейтронным оболочкам $N = 32$ и $N = 50$. Аномальный рост ms-радиусов изотопов в области $Z = 20$ при пересечении главной нейтронной оболочки $N > 28$ был объяснен нерегулярным вкладом квазичастично-фононной связи [12], которая, в принципе, может быть учтена самосогласованным образом.

Для анализа зарядовых ms-радиусов, измеренных в экспериментах ISOLDE(CERN) по коллинеарной лазерной спектроскопии, широко используются новые модификации функционала Фаянса. В методических целях исследовался “смешанный” вариант [15] с нормальной частью функционала Скирма и аномальной из функционала Фаянса. Для глобальных расчетов применяются гибридные варианты оригинального функционала FaNDF0 с новыми параметрами, определенными в расширенном протоколе фитирования, и получившие названия Fy(Δr , BCS) [15] и Fy(Δr , HFB) [16, 17]. Масштаб ОЭС-эффектов, полученных с данными версиями ЭФП для $^{36-52}\text{Ca}$, $^{36-52}\text{K}$, $^{75-81}\text{Cu}$ [16, 18, 19] заметнее, чем в наших расчетах, так как параметры аномальной части в 1.5 раза больше, чем в оригинальном функционале FaNDF0.

В расчетах gms-радиусов и магнитных моментов в изотопах Hg, Pb и Bi в подходах релятивистского Хартри–Боголюбова и нерелятивистского Хартри–Фока–Боголюбова дано альтернативное объяснение kink- и ОЭС-эффектов, в рамках так называемого функционала Ринга [20], в том числе в области $Z = 8-83$, $N \sim 126$. Был сделан вывод, что природа этих эффектов не только в специфической форме плотностной зависимости спаривания нуклонов. В значительной степени они определяются среднеполевой динамикой, в том числе различиями в заполнении нейтронных орбиталей в A -нечетных и четных ядрах. Одновременные расчеты gms-радиусов и магнитных моментов основных и изомерных состояний проводились в изотопах Bi [6], где также обсуждалось возможное усиление ОЭС-эффекта за счет связи квазичастиц с фононами.

Новые результаты по характеристикам основных состояний ядер важны для понимания эволюции свойств основных состояний при возрастании нейтрон-протонной асимметрии и для установления ограничений на параметры ядерных функционалов плотности и современных ab initio моделей. Целью настоящей работы являются самосогласованные расчеты в рамках единого функционала плотности энергий отделения, потенциальных поверхностей, квадрупольных моментов и ms-радиусов изотопов Hg.

2. МЕТОД

В подходе энергетического функционала плотности (ЭФП) полная энергия атомного ядра представима в виде

$$E = \int \mathcal{E}[\rho_n(\mathbf{r}), \rho_p(\mathbf{r}), \nu_n(\mathbf{r}), \nu_p(\mathbf{r})] d^3\mathbf{r}, \quad (1)$$

а плотность энергии \mathcal{E} зависит от распределений нормальной $\rho(\mathbf{r})$ и аномальной $\nu(\mathbf{r})$ плотностей нейтронов и протонов. В настоящей работе мы используем ЭФП Фаянса FaNDF0 [10].

Плотность энергии содержит кинетический вклад и несколько слагаемых, определяющих вклад сил взаимодействия

$$\mathcal{E}[\rho(\mathbf{r}), \nu(\mathbf{r})] = \mathcal{E}_{\text{kin}} + \mathcal{E}_v + \mathcal{E}_s + \mathcal{E} + \mathcal{E}_{\text{sl}} + \mathcal{E}_{\text{pair}}. \quad (2)$$

Плотность кинетической энергии имеет обычный вид

$$\mathcal{E}_{\text{kin}} = \sum_{\sigma, q} \left\langle \psi_q^+(\mathbf{r}, \sigma) \frac{p^2}{2m_q} \psi_q(\mathbf{r}, \sigma) \right\rangle, \quad (3)$$

где ψ_q — полевые операторы, отвечающие нейтронам $q = n$ и протонам $q = p$, а усреднение производится по квазичастичному вакууму.

Объемная часть энергии

$$\mathcal{E}_v = C_0 \rho_0^2 \times \left(a_+^v \frac{1 - h_{1+}^v x_+^\sigma}{1 + h_2^v x_+^\sigma} x_+^2 + a_-^v \frac{1 - h_{1-}^v x_+}{1 + h_2^- x_+} x_-^2 \right) \quad (4)$$

выражается через безразмерные изоскалярную и изовекторную плотности $x_\pm(\mathbf{r}) = \rho_\pm(\mathbf{r})/2\rho_0$, где $\rho_\pm(\mathbf{r}) = \rho_n(\mathbf{r}) \pm \rho_p(\mathbf{r})$, $2\rho_0 = 0.16 \text{ фм}^{-3}$. Нормировочный множитель $C_0 = (\partial n / \partial \varepsilon)_F^{-1} = 2\varepsilon_F/3\rho_0$ — обратная плотность состояний на поверхности Ферми в равновесной ядерной материи с энергией Ферми $\varepsilon_F = (3\pi^2\rho_0)^{2/3} \hbar^2/2m$, где $\hbar^2/2m = 20.73553 \text{ МэВ фм}^2$ (m отвечает среднему значению между нейтронной и протонной массами). Значения свободных параметров a_\pm^v , $h_{1(2)\pm}^v$, σ приведены в табл. 1.

Поверхностная энергия имеет вид

$$\mathcal{E}_s = C_0 \rho_0^2 \frac{a_+^s r_0^2 (\nabla x_+)^2}{1 + h_+^s x_+^\sigma + h_\nabla^s r_0^2 (\nabla x_+)^2}, \quad (5)$$

где характерная длина $r_0 = (3/8\pi\rho_0)^{1/3}$. Значения свободных параметров a_+^s , h_+^s приведены в табл. 1.

Кулоновская энергия содержит прямой и модифицированный обменный вклады

$$\mathcal{E}_{\text{Coul}} = \frac{1}{2} \rho_{\text{ch}}(\mathbf{r}) \int \frac{\rho_{\text{ch}}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}' - \quad (6)$$

Таблица 1. Параметры нормальной части ЭФП (2)

Параметр	Значение
a_+^v	-9.559
h_{1+}^v	0.633
h_{2+}^v	0.131
σ	1/3
a_-^v	4.428
h_{1-}^v	0.25
h_{2-}^v	1.30
a_+^s	0.60
$h_+^s = h_{2+}^v$	0.131
h_{∇}^s	0.44
h_{Coul}	0.941
κ	0.19
κ'	0.0

Таблица 2. Динамический зарядовый квадрупольный момент нечетных изотопов ртути в основном состоянии (бн), наблюдаемый экспериментально [29, 30] и вычисленный для ЭФП FaNDF0

A	J^P	Q экс.	Q FaNDF0
181	1/2 ⁻	0	0
183	1/2 ⁻	0	0
185	1/2 ⁻	0	0
187	3/2 ⁻	-0.75(18)	-0.793
189	3/2 ⁻	-0.8(4)	-0.794
191	3/2 ⁻	-0.80(13)	-0.781
193	3/2 ⁻	-0.7(3)	-0.754
195	1/2 ⁻	0	0
197	1/2 ⁻	0	0
199	1/2 ⁻	0	0
201	3/2 ⁻	0.387(6)	-0.529
203	5/2 ⁻	0.344(7)	0.259
205	1/2 ⁻	0	0
207	9/2 ⁺	-	-0.293

$$-\frac{3}{4} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{1/3} e^2 \rho_p(\mathbf{r})^{4/3} (1 - h_{\text{Coul}} x_+^\sigma),$$

где $\rho_{\text{ch}}(\mathbf{r})$ — плотность распределения заряда,

$e^2 = 1.439978$ МэВ фм. Учитывается ядерная экранировка обменного кулоновского взаимодействия, что позволяет устранить известную аномалию Нолена–Шиффера. Значение соответствующего параметра h_{Coul} приведено в табл. 1.

Плотность энергии \mathcal{E}_{sl} отвечает спин-орбитальному локальному двухчастичному взаимодействию

$$V_{\text{sl}} = C_0 r_0^2 (\kappa + \kappa' \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\tau}') \times \quad (7)$$

$$\times [\nabla_1 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)] (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2)$$

и имеет вид

$$\mathcal{E}_{\text{sl}} = C_0 r_0^2 (\kappa J_+ \nabla \rho_+ + \kappa' J_- \nabla \rho_-). \quad (8)$$

Здесь $J_{\pm} = J_n \pm J_p$, где нейтронный (протонный) спин-орбитальный ток $J_q = (-i) \sum_{\sigma, \sigma'} \langle \psi_q^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \times [\nabla \times \boldsymbol{\sigma}_{\sigma, \sigma'}] \psi_q(\mathbf{r}, \sigma') \rangle$. Значения параметров κ , κ' приведены в табл. 1.

Перечисленные выше слагаемые составляют нормальную компоненту используемого нами ЭФП Фаянса FaNDF0, предложенного в работе [10]. Значения соответствующих параметров были найдены в [10] из описания спин-орбитального расщепления энергетических уровней ^{208}Pb , масс и радиусов около 100 сферических ядер в области от ^{38}Ca и до ^{220}Th со средним отклонением 1.2 МэВ и 0.01 фм для масс и радиусов соответственно. Кроме того, выполнялось требование воспроизведения уравнения состояния симметричной ядерной и нейтронной материи, предложенного в [21, 22]. В отличие от [10], в настоящей работе используется приближение $\rho_{\text{ch}}(\mathbf{r}) \simeq \rho_p(\mathbf{r})$ для прямой компоненты кулоновского взаимодействия в (6).

Аномальная часть ЭФП (2) имеет вид

$$\mathcal{E}_{\text{pair}} = \frac{1}{2} \sum_q C_0 f^\xi(x_+) |\nu_q(\mathbf{r})|^2, \quad (9)$$

где аномальная плотность частиц q -го типа $\nu_q(\mathbf{r}) = \langle \psi_q(\mathbf{r}, \uparrow) \psi_q(\mathbf{r}, \downarrow) - \psi_q(\mathbf{r}, \downarrow) \psi_q(\mathbf{r}, \uparrow) \rangle$. Форма спаривательного взаимодействия $f^\xi(x_+)$, предложенная в [10], учитывает фононный вклад и дается выражением

$$f^\xi(x_+) = f_{\text{ex}}^\xi + h^\xi x_+^\gamma + f_{\nabla}^\xi r_0^2 (\nabla x_+)^2. \quad (10)$$

Свободные параметры аномальной части ЭФП FaNDF0 были найдены из данных по нейтронным энергиям отделения и зарядовым радиусам цепочки изотопов свинца:

$f_{\text{ex}}^\xi = -2.8$, $h^\xi = 2.8$ и $f_{\nabla}^\xi = 2.2$. Параметр γ был фиксирован, $\gamma = 1$.

В настоящей работе используется более простая параметризация спаривательного взаимодействия (10), апробированная в работах [23–25],

$f_{\text{ex}}^{\xi} = -1.433$, $h^{\xi} = 1.375$, $f_{\nabla}^{\xi} = 0$. Данная параметризация позволила успешно описать не только двухнейтронные энергии отделения и деформационные свойства изотопов свинца [23, 24], но и различные характеристики ядер урановой области [25].

Результаты исследования деформационных свойств изотопов ртути, представленные в следующем разделе, получены с использованием кода HFVTHO [26], адаптированного в [23] для расчетов с настоящей параметризацией ЭФП Фаянса FaNDF0. При этом число используемых осцилляторных оболочек $N_{\text{sh}} = 25$, а энергия квазичастичных состояний, вклад которых учитывается при расчетах распределений нуклонных плотностей, ограничена величиной $E_{\text{cut}} = 60$ МэВ.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Энергии отделения одного и двух нейтронов

Для изотопической цепочки ядер ртути рассчитанные энергии отделения одного и двух нейтронов

$$S_n(N, Z) = B(N, Z) - B(N - 1, Z), \quad (11)$$

$$S_{2n}(N, Z) = B(N, Z) - B(N - 2, Z), \quad (12)$$

где $B(N, Z)$ — энергия связи ядра, представлены на рис. 1 и рис. 2 соответственно. Для изотопов Hg с $A \leq 202$ среднеквадратичное отклонение между экспериментальными и теоретическими значениями составляет примерно 0.16 МэВ для каждой из энергий отделения. Более значительно отклонение (до 1 МэВ для S_n и до 1.5 МэВ для S_{2n}) в области тяжелых изотопов. Причина этого понятна — на энергетической кривой изотопа ^{204}Hg возникает дополнительный локальный минимум, отвечающий метастабильному состоянию со слабо сплюснутой формой. Величина барьера между состояниями составляет всего лишь порядка 50 кэВ. Это должно приводить к их смешиванию, что не учитывается в настоящем подходе.

3.2. Деформационные свойства изотопов Hg

На рис. 3 представлен наш расчет потенциальных поверхностей (зависимость энергии $E(\beta_2)$ от параметра β_2) для четных изотопов ртути с ^{202}Hg – ^{208}Hg . Для каждого ядра энергия отсчитывается от энергии его основного состояния E_{gs} , обладающего равновесной деформацией β_2^{gs} . Видно, что тяжелые изотопы $^{204,206,208}\text{Hg}$ оказываются сферическими. При этом для ^{204}Hg на энергетической кривой возникает дополнительный локальный минимум, отвечающий метастабильному состоянию со слабо сплюснутой формой, а для изотопа

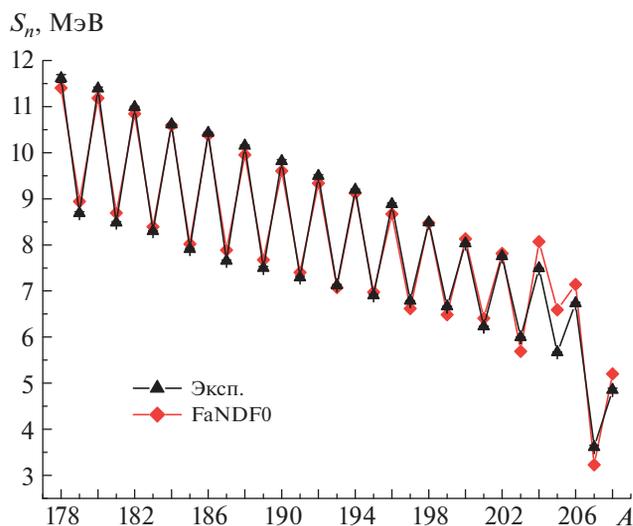


Рис. 1. Энергия отделения нейтрона для изотопической цепочки ртути. Экспериментальные значения взяты из работы [27].

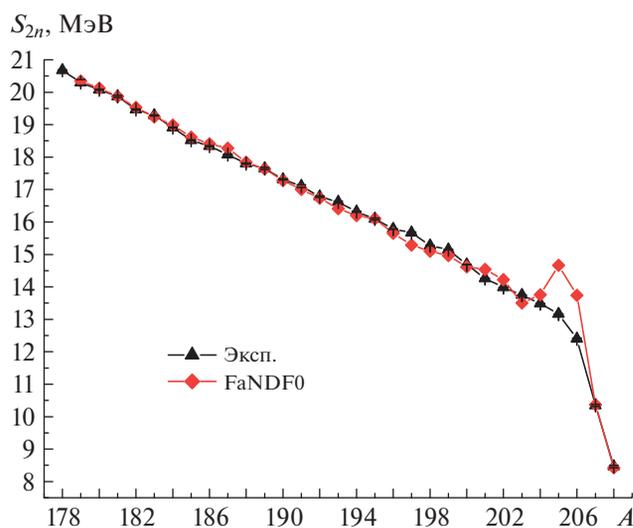


Рис. 2. Энергия отделения двух нейтронов для изотопической цепочки ртути. Экспериментальные значения взяты из работы [27].

^{202}Hg основное состояние приобретает сплюснутую форму.

Потенциальные поверхности для более легких изотопов ртути показаны на рис. 4. Как видно, для четных изотопов с ^{188}Hg по ^{200}Hg основное состояние характеризуется сплюснутой формой. Кроме того, у этих изотопов существует метастабильное состояние с вытянутой формой.

Кривые энергии для самых легких из рассматриваемых изотопов ртути представлены на рис. 5. Данные изотопы обладают двумя метастабильными состояниями со слабо и сильно вытянутой формой наряду со сплюснутым основным состоянием.

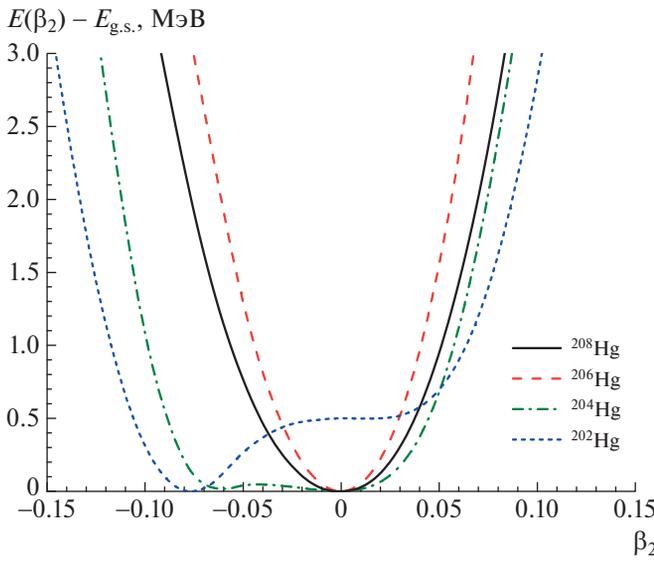


Рис. 3. Полная энергия изотопов ртути $202 \leq A \leq 208$ как функция параметра массовой квадрупольной деформации β_2 .

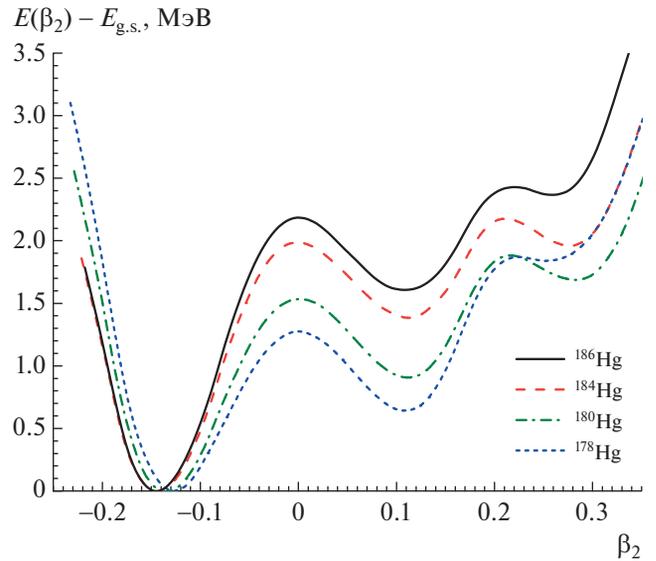


Рис. 5. То же, что на рис. 3, но для $178 \leq A \leq 186$.

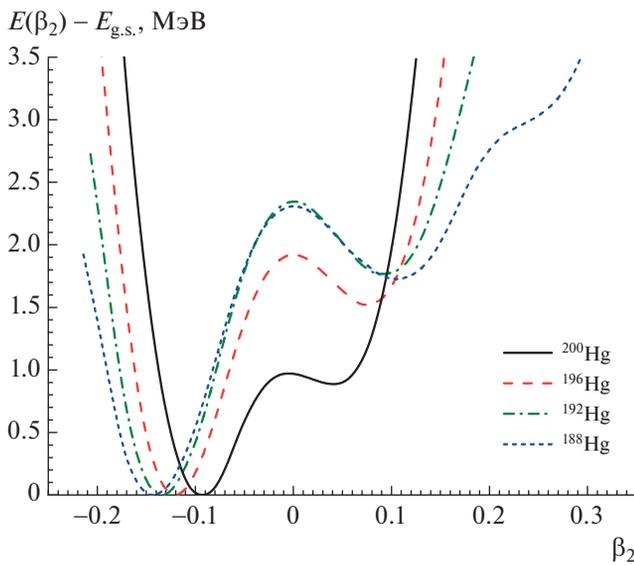


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но для $188 \leq A \leq 200$.

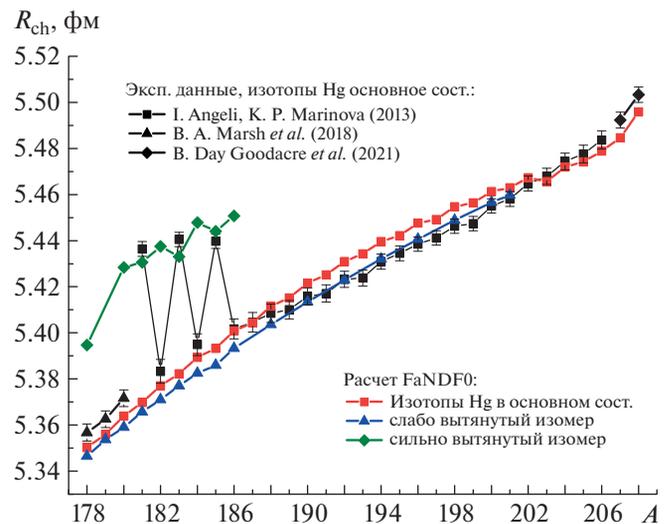


Рис. 6. Зарядовые радиусы изотопов ртути.

ем. Предсказание существования трех конкурирующих по энергии состояний для изотопов ртути в этой массовой области согласуется с расчетами с энергетическими функционалами Скирма UNEDF1 и Sly5* в работе [5].

3.3. Зарядовые радиусы изотопов Hg

Для изотопов ртути существуют экспериментальные данные по зарядовым радиусам [4], включая новые данные по самым легким [5] и тяжелым [3] изотопам. Зарядовый радиус ядра $R_{ch} =$

$= \sqrt{\langle R_{ch}^2 \rangle}$ приближенно определяется выражением:

$$\langle R_{ch}^2 \rangle = \langle r_p^2 \rangle_Z + \langle r_{ch}^2 \rangle_p + (N/Z) \langle r_{ch}^2 \rangle_n. \quad (13)$$

Здесь $\langle r_p^2 \rangle_Z = (\int r^2 \rho_p(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r})/Z$ — средний квадрат радиуса, вычисленный по распределению плотности точечных протонов для данного ядра, $\langle r_{ch}^2 \rangle_p = 0.708(3) \text{ фм}^2$ — средний квадрат радиуса для распределения заряда в протоне [28], $\langle r_{ch}^2 \rangle_n = -0.115(3) \text{ фм}^2$ — средний квадрат радиуса для распределения заряда в нейтроне [4].

Предсказываемые в расчетах с используемой

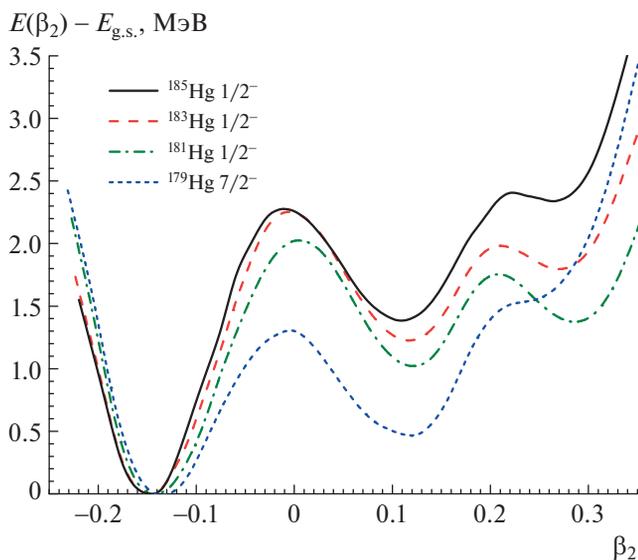


Рис. 7. То же, что на рис. 3, но для $A = 181, 183, 185$.

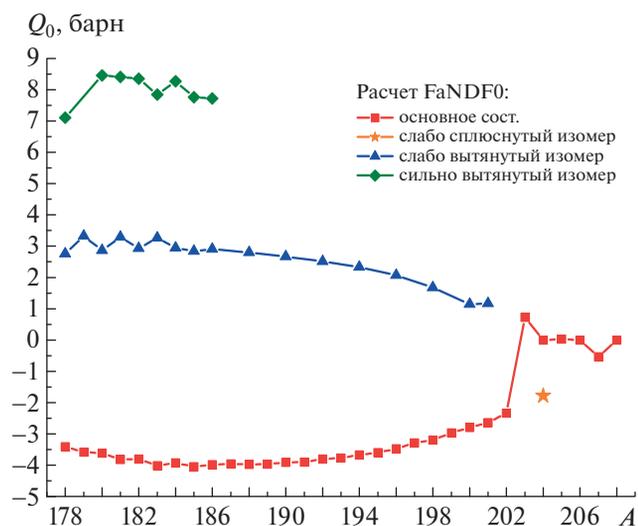


Рис. 8. Собственный зарядовый квадрупольный момент изотопов ртути.

параметризацией функционала FaNDF0 зарядовые радиусы четных изотопов ртути в основном и метастабильных состояниях, а также нечетных изотопов в основном состоянии представлены на рис. 6 вместе с известными из эксперимента значениями зарядовых радиусов изотопов ртути в основном состоянии. Кроме того, на нем нанесены зарядовые радиусы метастабильных состояний изотопов $^{181,183,185}\text{Hg}$. При исключении трех особых точек $A = 181, 183, 185$ зарядовые радиусы в основных состояниях предсказываются со среднеквадратичным отклонением 0.01 фм. В нечетных изотопах ^{181}Hg , ^{183}Hg , ^{185}Hg основное со-

стояние, по-видимому, обладает сильно вытянутой формой ($\beta_2 \sim 0.2-0.3$), поскольку подобные по величине радиусы предсказываются (зеленая кривая на рис. 6) для сильно вытянутых, но метастабильных в наших расчетах состояний. Потенциальные поверхности для изотопов $^{181,183,185}\text{Hg}$ со спином и четностью $1/2^-$, соответствующими основному состоянию, приведены на рис. 7. Как видно, сильно вытянутый изомер лежит по энергии выше основного состояния примерно на 2 МэВ, как и в соседних четных изотопах. В то же время рис. 1 и рис. 2 в области $181 \leq A \leq 185$ показывают неплохое совпадение рассчитанных энергий отделения с экспериментальными (точность $\sim 0.1-0.2$ МэВ). Таким образом, если ориентироваться на значения зарядовых радиусов, то энергетический минимум сильно вытянутого состояния для изотопов $^{181,183,185}\text{Hg}$ должен находиться лишь слегка ниже минимума слабо сплюснутого состояния. На рис. 7 также приведена потенциальная поверхность для изотопа ^{179}Hg в состояниях $7/2^-$. Как видно, у этого ядра сильно вытянутый изомер отсутствует.

Чтобы убедиться в надежности определения деформации основного состояния для изотопов Hg, отличных от трех особых случаев $A = 181, 183, 185$, обратимся к нашему расчету зарядовых квадрупольных моментов. В табл. 2 представлено сравнение экспериментальных значений зарядовых квадрупольных моментов с найденными для ЭФП FaNDF0. На рис. 8 показаны собственные зарядовые квадрупольные моменты $Q_0 = \int \rho_p(\mathbf{r}) r^2 (3 \cos^2 \vartheta - 1) d^3\mathbf{r}$ основного состояния всех изучаемых изотопов ртути, а также метастабильных состояний всех четных и определенных нечетных $A = 179, 181, 183, 185, 201$ изотопов. Из таблицы видно хорошее согласие для изотопов ^{187}Hg , ^{189}Hg , ^{191}Hg , ^{193}Hg . Это подтверждает сплюснутую форму деформации основного состояния в этой области. Для изотопа ^{201}Hg эксперимент дает положительный квадрупольный момент в основном состоянии, в то время как расчет предсказывает отрицательный. Потенциальная поверхность для изотопа ^{201}Hg в состояниях с $3/2^-$ представлена на рис. 9. Видно, что у этого изотопа предсказывается слабо вытянутое изомерное состояние с квадрупольным моментом $Q = 0.235$ бн. По-видимому, это состояние должно быть основным.

Для изотопа ^{203}Hg наш расчет предсказывает вытянутую форму основного состояния в согласии с экспериментальными данными. Для изотопов ^{205}Hg и ^{207}Hg ЭФП FaNDF0 предсказывает сферическую и слабо сплюснутую форму соответственно. Соответствующие потенциальные кривые приведены на рис. 9. Отметим, что при расчетах

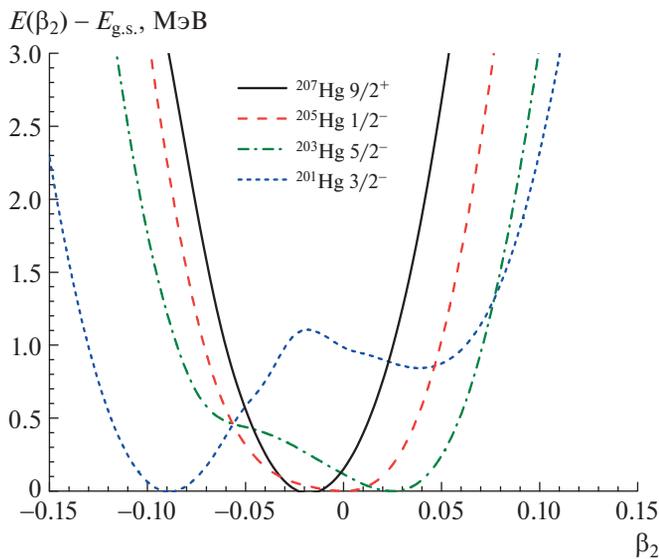


Рис. 9. То же, что на рис. 3, но для $A = 201, 203$.

нечетных ядер блокировалось ближайшее к поверхности Ферми одночастичное состояние, отвечающее наблюдаемому спину и четности основного состояния нечетного изотопа. Блокировка проводилась как для частичных, так и для дырочных состояний. Потенциальная поверхность нечетного ядра отвечает минимальной энергии в состоянии с заданными спином и четностью при заданной деформации β_2 .

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Самосогласованные расчеты квадрупольной деформации цепочки изотопов ртути показывают сосуществование слабо вытянутого изомерного состояния наряду со слабо сплюснутым основным состоянием в четных изотопах от ^{188}Hg до ^{200}Hg . Сравнение рассчитанных зарядовых квадрупольных моментов для нечетных изотопов ^{187}Hg , ^{189}Hg , ^{191}Hg , ^{193}Hg с наблюдаемыми согласуется со сплюснутой формой изотопов в этой области. Таким образом, подтверждается относительное расположение рассчитанных энергетических минимумов на поверхности потенциальной энергии. Рассчитанные зарядовые радиусы четных изотопов в этой массовой области достаточно хорошо описывают экспериментальные данные с типичным средним отклонением от эксперимента, составляющим 0.01 фм.

В области легких изотопов от ^{178}Hg до ^{186}Hg наш расчет предсказывает наличие двух метастабильных состояний со слабо и сильно вытянутой формой наряду со слабо сплюснутым основным состоянием, что согласуется с другими расчетами

[5]. Зарядовые радиусы четных изотопов в этой области также описываются со средним отклонением от эксперимента, составляющим 0.01 фм.

Экспериментально известные скачки зарядовых радиусов для нечетных изотопов $^{181}\text{--}^{185}\text{Hg}$ не воспроизводятся, поскольку эти нечетные изотопы, по-видимому, обладают сильно вытянутой формой в основном состоянии. Это означает, что для близких четных изотопов, например ^{182}Hg , ^{184}Hg , метастабильное состояние с сильно вытянутой формой должно быть близко по энергии к основному состоянию [5]. Наш подход недостаточно точно предсказывает положение энергетического минимума сильно вытянутого метастабильного состояния. Возможно, что деформация такого состояния более сложная, чем рассмотренная квадрупольная.

Для тяжелых изотопов от ^{202}Hg до ^{208}Hg из расчета не ожидается существование изомерных состояний, за исключением изотопа ^{204}Hg , у которого сферическая форма конкурирует со слабо сплюснутой. Для четных изотопов $^{204}\text{--}^{208}\text{Hg}$ и нечетного ^{205}Hg основное состояние имеет сферическую форму. Для ^{203}Hg основное состояние предсказывается слабо вытянутым, что согласуется с наблюдаемым зарядовым квадрупольным моментом [29, 30]. Для изотопа ^{207}Hg расчет предсказывает слабо сплюснутую форму основного состояния. Зарядовые радиусы в области тяжелых изотопов воспроизводятся со средним отклонением от эксперимента, составляющим 0.004 фм.

Суммируя, можно заключить, что универсальная параметризация функционала FaNDF0 [10], описывающая уравнения состояния ядерной и нейтронной материи [21, 22] и энергии связи около 100 сферических ядер, позволяет описать также зарядовые ms -радиусы и квадрупольные моменты для большинства деформированных изотопов ртути, за исключением аномалии в нечетных изотопах $^{181}\text{--}^{185}\text{Hg}$.

В дальнейшем представляют интерес расчеты этих характеристик для ядер вблизи данной массовой области, в которых основные состояния фиксируются блокировкой квазичастичной конфигурации соответствующей спин-четности основного состояния. Последняя может быть установлена из сравнения экспериментальных магнитных моментов с рассчитанными для набора возможных значений J^P . Важен также учет эффектов смешивания конфигураций.

С.С.П. выражает благодарность Д.С. Блау за обсуждение затронутых в статье вопросов. Работа выполнена при частичной поддержке внутреннего гранта НИЦ "Курчатовский институт", приказ № 2184 от 18.08.2022 (расчет потенциальных поверхностей) и гранта РФФ № 21-12-00061 (расчет

зарядовых радиусов и квадрупольных моментов), а также с использованием оборудования центра коллективного пользования “Комплекс моделирования и обработки данных исследовательских установок мега-класса” НИЦ “Курчатовский институт”, <http://ckp.nrcki.ru/>

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. K. Minamisono *et al.*, Phys. Rev. Lett. **117**, 252501 (2016).
2. M. Kortelainen, Z. Sun, G. Hagen, W. Nazarewicz, T. Papenbrock, and P.-G. Reinhard, Phys. Rev. C **105**, L021303 (2022).
3. T. Day Goodacre *et al.*, Phys. Rev. Lett. **126**, 032502 (2021).
4. I. Angeli and K. P. Marinova, At. Data Nucl. Data Tables **99**, 69 (2013).
5. S. Sels *et al.*, Phys. Rev. C **99**, 044306 (2019).
6. A. Barzakh *et al.*, Phys. Rev. Lett. **127**, 192501 (2021).
7. Y. Hirayama, M. Mukai, Y. X. Watanabe, P. Schury, H. Nakada, J. Y. Moon, T. Hashimoto, S. Iimura, S. C. Jeong, M. Rosenbusch, M. Oyaizu, T. Niwase, M. Tajima, A. Taniguchi, M. Wada, and H. Miyatake, Phys. Rev. C **106**, 034326 (2022).
8. A. E. Barzakh *et al.*, Phys. Rev. C **101**, 034308 (2020).
9. S. A. Fayans, S. V. Tolokonnikov, E. L. Trykov, and D. Zawischa, Nucl. Phys. A **676**, 49 (2000).
10. С. А. Фаянс, Письма в ЖЭТФ **68**, 161 (1998) [S. A. Fayans, JETP Lett. **68**, 169 (1998)].
11. S. V. Tolokonnikov and E. E. Saperstein, Phys. At. Nucl. **73**, 1684 (2010).
12. E. E. Saperstein, I. N. Borzov, and S. V. Tolokonnikov, JETP Lett. **104**, 218 (2016).
13. I. N. Borzov and S. V. Tolokonnikov, Phys. At. Nucl. **85**, 222 (2022).
14. I. N. Borzov and S. V. Tolokonnikov, Phys. At. Nucl. **83**, 795 (2020).
15. P.-G. Reinhard and W. Nazarewicz, Phys. Rev. C **95**, 064328 (2017).
16. A. J. Miller, K. Minamisono, A. Klose, D. Garand, C. Kujawa, J. D. Lantis, Y. Liu, B. Maaß, P. F. Mantica, W. Nazarewicz, W. Nörtershäuser, S. V. Pineda, P.-G. Reinhard, D. M. Rossi, F. Sommer, C. Sumithrarachchi, *et al.*, Nat. Phys. **15**, 432 (2019).
17. P.-G. Reinhard, W. Nazarewicz, and R. F. Garcia Ruiz, Phys. Rev. C **101**, 021301(R) (2020) and Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevC.101.021301>
18. R. F. Garcia Ruiz, M. L. Bissell, K. Blaum, A. Ekström, N. Frömmgen, G. Hagen, M. Hammen, K. Hebel, J. D. Holt, G. R. Jansen, M. Kowalska, K. Kreim, W. Nazarewicz, R. Neugart, G. Neyens, W. Nörtershäuser, *et al.*, Nat. Phys. **12**, 594 (2016).
19. Á. Kozzorús, X. F. Yang, W. G. Jiang S. J. Novario, S. W. Bai, J. Billowes, C. L. Binnersley, M. L. Bissell, T. E. Cocolios, B. S. Cooper, R. P. de Groote, A. Ekström, K. T. Flanagan, C. Forssén, S. Franchoo, R. F. Garcia Ruiz, *et al.*, Nat. Phys. **17**, 439 (2021).
20. U. C. Perera, A. V. Afanasjev, and P. Ring, Phys. Rev. C **104**, 064313 (2021).
21. B. Friedman and V. R. Pandharipande, Nucl. Phys. A **361**, 502 (1981).
22. R. B. Wiringa, V. Fiks, and A. Fabrocini, Phys. Rev. **38**, 1010 (1988).
23. S. V. Tolokonnikov, I. N. Borzov, M. Kortelainen, Y. S. Lutostansky, and E. E. Saperstein, J. Phys. G **42**, 075102 (2015).
24. S. V. Tolokonnikov, I. N. Borzov, Y. S. Lutostansky, and E. E. Saperstein, Phys. At. Nucl. **79**, 21 (2016).
25. S. V. Tolokonnikov, I. N. Borzov, Y. S. Lutostansky, I. V. Panov, and E. E. Saperstein, Phys. At. Nucl. **80**, 631 (2017).
26. M. V. Stoitsov, N. Schunck, M. Kortelainen, N. Michel, H. Nam, E. Olsen, J. Sarich, and S. Wild, Comput. Phys. Commun. **184**, 1592 (2013).
27. Meng Wang, W. J. Huang, F. G. Kondev, G. Audi, and S. Naimi, Chin. Phys. C **45**, 030003 (2021).
28. <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value/rp>
29. N. J. Stone, At. Data Nucl. Data Tables **90**, 75 (2005).
30. N. J. Stone, <https://www-nds.iaea.org/publications/indc/indc-nds-0658.pdf>

DEFORMATION PROPERTIES AND NUCLEAR RADII OF Hg ISOTOPES

I. N. Borzov^{1,2)}, S. S. Pankratov^{1,3)}, S. V. Tolokonnikov^{1,3)}

¹⁾National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia

²⁾Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR, Dubna, Russia

³⁾Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russia

Self-consistent calculations of potential surfaces, quadrupole moments and charge radii for mercury isotopes ^{178–208}Hg are performed within Fayans energy density functional. The weakly oblate and strongly prolate isomeric states are shown to occur. The charge radii are predicted with typical accuracy of 0.01 fm except for the three specific cases of ^{181,183,185}Hg.

ФУНКЦИОНАЛ ФАЯНСА. ОГРАНИЧЕНИЯ ИЗ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ

© 2023 г. И. Н. Борзов^{1),2)*}, С. В. Толоконников^{1),3)}

Поступила в редакцию 06.12.2022 г.; после доработки 06.12.2022 г.; принята к публикации 06.12.2022 г.

Выполнен вариационный анализ функционала плотности энергии Фаянса с учетом ранее не использованного изовекторного параметра h_2^- в объемной части функционала. Сохранено качество предыдущего фита к ядерным плотностям, массам ядер, одночастичным уровням и зарядовым радиусам с дополнительным условием описания энергии гигантского дипольного резонанса в ядре ^{208}Pb . Определено влияние вариации изовекторного параметра h_2^- на уравнения состояния (EOS) бесконечной симметричной ядерной материи (SNM) и чистой нейтронной материи (PNM). Исследована плотностная зависимость энергии симметрии $S(\rho)$ и ее производной $L(\rho)$. Установлен диапазон параметра h_2^- , согласующийся с оценкой параметров уравнения состояния SNM — энергии симметрии $J = S(\rho_0)$ и ее производной $L_0 = L(\rho_0)$ при равновесной плотности ρ_0 . Она была получена ранее из совместного анализа величин “нейтронной шубы” ΔRnp ядер ^{208}Pb и ^{48}Ca из экспериментов PREX-II, CREX, результатов *ab initio* расчетов EOS и свойств основных состояний ядер, из астрофизических наблюдений и данных по обнаружению гравитационных волн от слияния двойных нейтронных звезд коллаборацией LIGO-Virgo в 2017 г.

DOI: 10.31857/S0044002723030066, EDN: RKQJDM

1. ВВЕДЕНИЕ

Уравнение состояния ядерной материи определяет свойства различных ядерных систем в широком диапазоне барионной плотности — от атомных ядер до нейтронных звезд. Размеры этих объектов различаются в огромном диапазоне, составляющем десятки порядков [1, 2]. Ядерное уравнение состояния (EOS) определяет функциональную зависимость нуклонной энергии на одну частицу (E/A) от полной барионной плотности $\rho = \rho_p + \rho_n$ и асимметрии $\delta = (\rho_n - \rho_p)/\rho = 1 - 2Y_q$. Энергия, приходящаяся на один нуклон при плотности, близкой к равновесной ядерной плотности $\rho_0 = 0.164(7) \text{ фм}^{-3}$, и зарядовой (протонной) фракции $Y_q = \rho_p/\rho \simeq 1/2$ — для симметричной ядерной материи с $\delta = 0$ — определяется объемной компонентой ядерного функционала плотности. По мере увеличения нейтрон-протонной асимметрии (уменьшении доли протонов Y_q) энергия, приходящаяся на одну частицу, растет и достигает

максимума при $\delta = 0$ для чистой нейтронной материи (PNM).

Разложив $E(\rho, \delta)/A$ по параметру асимметрии δ^2 , можно показать, что различие между SNM- и PNM-системами определяется следующими параметрами: энергией симметрии $S(\rho) = E(\rho, 1)/N - E(\rho, 0)/A$ и ее производной $L(\rho) = 3\rho \partial S(\rho)/\partial \rho$ при равновесной плотности ρ_0 (ниже J , L_0 соответственно), содержащими основную информацию о зависимости E/A от барионной плотности. Энергия симметрии характеризует зависимость EOS от изовекторных потенциалов, имеющих противоположный знак для нейтронов и протонов и линейно зависящих от изоспиновой асимметрии δ .

При плотностях вблизи равновесной плотности ядерного насыщения ρ_0 и относительно больших фракциях протонов оценка значений параметров энергии симметрии J и наклона L_0 вблизи равновесной плотности ρ_0 дает важную информацию о реалистичном ядерном уравнении состояния, важном как для ядерной физики, так и для ядерной астрофизики. Однако неопределенность этих величин в настоящее время остается достаточно высокой.

Ограничения на параметры EOS могут быть извлечены из экспериментов на ускорителях редких изотопов (FRIB), использующих пучки радиоактивных нуклидов для измерения энергий пигми- и гигантских дипольного и гамов-теллеровского

¹⁾Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

²⁾Лаборатория теоретической физики им. Боголюбова, ОИЯИ, Дубна, Россия.

³⁾Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия.

*E-mail: ibor48@mail.ru

резонансов и дипольной поляризуемости сильно нейтронно-избыточных ядер [3].

Для более высоких плотностей неопределенность в определении энергии симметрии еще выше. В этой области используют центральные ядро-ядерные столкновения при начальных энергиях порядка 300 А МэВ, в которых достижимы плотности до $2\rho_0$. В экспериментах с пучками редких изотопов ^{132}Sn , ^{124}Sn , ^{112}Sn , ^{108}Sn при 270 А МэВ на изотопически-обогащенных мишенях $^{112,124}\text{Sn}$ [4] из отношения экстраполированных спектров заряженных пионов получены также ограничения на L_0 и энергию симметрии J : $42 < L_0 < 117$, $32.5 < J < 38.1$ МэВ.

Для меньших зарядовых фракций $Y_q \sim 0.1$ и экстремально высоких плотностей ядерное EOS определяет динамику коллапсирующих сверхновых: критическую плотность, степень нейтронизации и результирующий состав выбрасываемого вещества, массу и радиус протонейтронной звезды, спектры эмиссии нейтрино и скорость охлаждения. Сильно нейтронно-избыточное ядерное вещество нейтронных звезд не может быть исследовано непосредственно в земных условиях. Нейтронные звезды — уникальная лаборатория для изучения суперплотной ядерной материи в экстремальных условиях. И здесь ядерная энергия симметрии влияет на фундаментальные свойства нейтронных звезд: прежде всего на соотношение масс и радиусов и моменты инерции. Однако неопределенности в конструировании EOS ядерной материи вблизи и выше плотности ядерного насыщения существенно сказываются на надежности моделирования коллапсирующих сверхновых и нейтронных звезд.

Необходимость в изучении ядерного уравнения состояния стала более актуальной после обнаружения гравитационных волн от слияния двойных нейтронных звезд коллаборацией LIGO-Virgo в 2017 г. [5] и идентификации этого процесса как возможного сценария г-процесса нуклеосинтеза.

В последнее время большие усилия были направлены на установление ограничений на параметры J , L вблизи плотности ядерного насыщения из нарушающего четность электронного рассеяния (Проекты PREX-II [6] и CREX [7]). Как известно, плотностная зависимость энергии симметрии и ее производной вблизи равновесной плотности ρ_0 коррелирует с величиной “нейтронной шубы” ΔRnp в результате конкуренции эффектов поверхностного натяжения и энергии симметрии. При “жесткой” зависимости S (большие L) избыточным нейтронам выгоднее быть у поверхности, где S меньше, чем в центре, соответственно “нейтронная шуба” ΔRnp становится “толще”.

В измерениях изотопических сдвигов ядер методами коллинеарной лазерной спектроскопии доступны только зарядовые, но не нейтронные радиусы. Нарушающее четность электронное рассеяние чувствительно к распределению нейтронной плотности, что открывает путь к прямому определению величины “нейтронной шубы” ΔRnp стабильных нейтронно-избыточных ядер. В масштабном эксперименте PREX-II [6] для дважды магического ядра ^{208}Pb была найдена величина $\Delta Rnp = 0.283 \pm 0.071$ фм, что соответствует параметру $L = 106 \pm 37$ МэВ, появились также результаты аналогичных измерений в ^{48}Ca [7].

В то же время в обзоре [8] были систематизированы ограничения на энергию симметрии и ее производную с использованием данных по массам ядер, результатов *ab initio* расчетов со взаимодействием N³LO в совокупности с величинами ΔRnp , извлеченными из экспериментов PREX-II, а также результаты по радиусам нейтронных звезд и данные по регистрации гравитационных волн. Анализ этих данных привел к значительно отличающейся оценке: $L = 59 \pm 16$ МэВ, $\Delta Rnp = 0.19 \pm 0.07$ фм.

Расчет параметров EOS с адаптивным функционалом плотности [9] и фитированием к энергиям связи, зарядовым радиусам и дипольной поляризуемости α_D ядра ^{208}Pb привел к близкой оценке: $L = 54 \pm 8$ МэВ, $\Delta Rnp = 0.19 \pm 0.02$ фм.

Непараметрический подход к EOS [10, 11] основан на модели гауссовских процессов, расчетах в киральной теории эффективного поля (χ EFT) и астрофизических ограничениях из масс тяжелых пульсаров и измерений LIGO/Virgo и NICER. Как и в работах [8, 9], была получена более низкая, чем в PREX-II, величина $\Delta Rnp = 0.17 \pm 0.004$ фм и соответствующие параметры $J = 33.0_{-1.8}^{+2.0}$ МэВ, $L_0 = 53_{-15}^{+14}$ МэВ (с учетом погрешности расчета: $J = 32.7_{-1.8}^{+1.9}$ МэВ, $L_0 = 49_{-15}^{+14}$ МэВ).

Таким образом, многомерный массив данных по ядерным экспериментам, астрофизическим данным и результатам микроскопических и *ab initio* расчетов в нейтронно-избыточных ядрах позволяет повысить надежность оценок энергии симметрии.

В настоящей работе произведены самосогласованные расчеты EOS в рамках теории функционала плотности энергии. Выполнен вариационный анализ функционала Фаянса DF3-а с добавлением не использовавшегося до сих пор (свободного) параметра функционала h_2^- . Введено дополнительное условие на верхний предел энергии максимума гигантского дипольного резонанса. Сохранено качество предыдущего фита ЭФП Фаянса к ядерным плотностям, массам ядер, одночастичным уровням и зарядовым радиусам. Определено влияние вариации изовекторного параметра h_2^- на уравнения

состояния бесконечной симметричной ядерной материи и чистой нейтронной материи. Исследована плотностная зависимость энергии симметрии S и ее производной $L(\rho)$.

Основная цель работы — установить степень согласия допустимого интервала изменения параметра h_2^- с величинами “нейтронной шубы” Rnp ядер ^{208}Pb и ^{48}Ca из экспериментов PREX-II, CREX [6, 7] и с оценкой величин ΔRnp и параметров уравнения состояния SNM: $J = S(\rho_0)$ и $L_0 = L(\rho_0)$, полученных в [8, 10, 11].

Статья имеет следующую структуру. Раздел 1 — Введение. В разд. 2 кратко описаны основы теоретического подхода. В разд. 3 представлены результаты наших расчетов, полученных при варьировании параметра h_2^- функционала Фаянса DF3-а в сравнении с доступными данными. Раздел 4 — Заключение.

2. САМОСОГЛАСОВАННОЕ ОПИСАНИЕ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ

Для расчета ядерного уравнения состояния до плотностей $\rho < 2\rho_0$ и его экстраполяции к экстремальным значениям барионной плотности вплоть до $\rho \sim 1 \text{ фм}^{-3}$ используется самосогласованная теория конечных ферми-систем (ТКФС). Основные состояния ядер описываются функционалом плотности энергии DF3-а, предложенным Фаянсом и соавторами. Его отличительная особенность — дробно-линейная зависимость от плотности — более сложная, чем у стандартного функционала Скирма. Такая зависимость возникает в том числе из-за эффективного учета $3N$ -корреляций и корреляций более высокого порядка.

Плотность энергии и уравнение состояния для бесконечной ядерной материи имеет вид

$$E(\rho, \delta)/A = \mathcal{E}(\rho_p, \rho_n)/\rho, \quad (1)$$

$$E(\rho, \delta)/A = \varepsilon_{0F} \left\{ \frac{3}{10} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} \times \right. \quad (2)$$

$$\times \left[(1 - \delta)^{5/3} + (1 + \delta)^{5/3} \right] + \frac{1}{3} a_+ \frac{1 - h_1^+(\rho/\rho_0)^\sigma}{1 + h_2^+(\rho/\rho_0)^\sigma} \times$$

$$\left. \times \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + \frac{1}{3} a_- \frac{1 - h_1^-(\rho/\rho_0)}{1 + h_2^-(\rho/\rho_0)} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \delta^2 \right\}.$$

Здесь ε_F^p , ρ_p , ε_F^n и ρ_n — энергия Ферми и плотность протонов (нейтронов), $\rho = \rho_p + \rho_n$, $\rho_0 = 2k_F^0/3\pi^2 = 0.164(7) \text{ фм}^{-3}$ — равновесная плотность симметричной ядерной материи, $\delta = (\rho_n - \rho_p)/\rho$ — параметр асимметрии, $\hbar k_F^0$ — импульс Ферми нуклонов одного сорта частиц, $a_{+,-}$

и $h_{1,2}^{+,-}$ — безразмерные параметры, определяемые из сравнения с экспериментальными данными по основным состояниям; для функционала DF3-а используется значение $\sigma = 1$, $C_0 = (dn/d\varepsilon_F)^{-1} = 4\varepsilon_{0F}/3\rho_0$ — обратная плотность состояний нуклонов одного сорта на поверхности Ферми в точке равновесия симметричной материи. Уравнение состояния для чистой нейтронной материи соответствует значению параметра изоспиновой асимметрии $\delta = 1$.

Уравнение состояния для SNM в тех же обозначениях определяется изоскалярной частью функционала плотности:

$$E_{\text{SNM}}(\rho)/A = E(\rho, 0)/A = \quad (3)$$

$$= \varepsilon_{0F} \left[\frac{3}{5} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} + \frac{1}{3} a_+ \frac{1 - h_1^+(\rho/\rho_0)^\sigma}{1 + h_2^+(\rho/\rho_0)^\sigma} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \right].$$

Энергия симметрии определяется, как $S(\rho) = E(\rho, 1)/N - E(\rho, 0)/A$, и зависит от изовекторной части функционала:

$$S(\rho) = \varepsilon_{0F} \left\{ \frac{3}{5} \left(2^{2/3} - 1 \right) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} + \right. \quad (4)$$

$$\left. + \frac{1}{3} a_- \frac{1 - h_1^-(\rho/\rho_0)}{1 + h_2^-(\rho/\rho_0)} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \right\}.$$

В простом параметрическом подходе для $\delta \ll 1$ используется разложение

$$E(\rho, \delta)/A = E_{\text{SNM}}(\rho)/A + S(\rho)\delta^2 + \dots, \quad (5)$$

$$S(\rho) = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 E(\rho, \delta)/A}{\partial \delta^2} \right|_{\delta=0}.$$

Для функционала DF3-а:

$$S(\rho) = \frac{1}{3} \varepsilon_{0F} \times \quad (6)$$

$$\times \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} + a_- \frac{1 - h_1^-(\rho/\rho_0)}{1 + h_2^-(\rho/\rho_0)} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \right].$$

Для производной энергии симметрии имеем соответственно:

$$L(\rho) = 3\rho \frac{\partial S(\rho)}{\partial \rho} = 3S(\rho) \frac{\partial \ln S}{\partial \ln \rho} = \quad (7)$$

$$= 3S(\rho) \left(1 - \frac{1}{1 - h_1^-(\rho/\rho_0)} + \frac{1}{1 + h_2^-(\rho/\rho_0)} \right).$$

В наших предыдущих расчетах изовекторный параметр h_2^- принимался равным изоскалярному h_2^+ из-за недостатка в данных для его определения. В настоящих расчетах h_2^- считается свободным параметром.

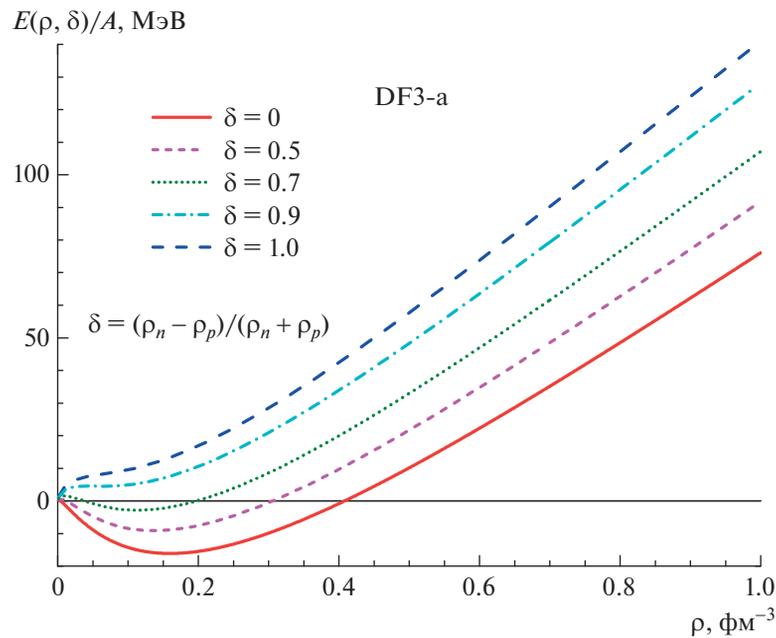


Рис. 1. Энергия на нуклон-ядерной материи с различной концентрацией нейтронов как функция плотности. Наш расчет с DF3-a.

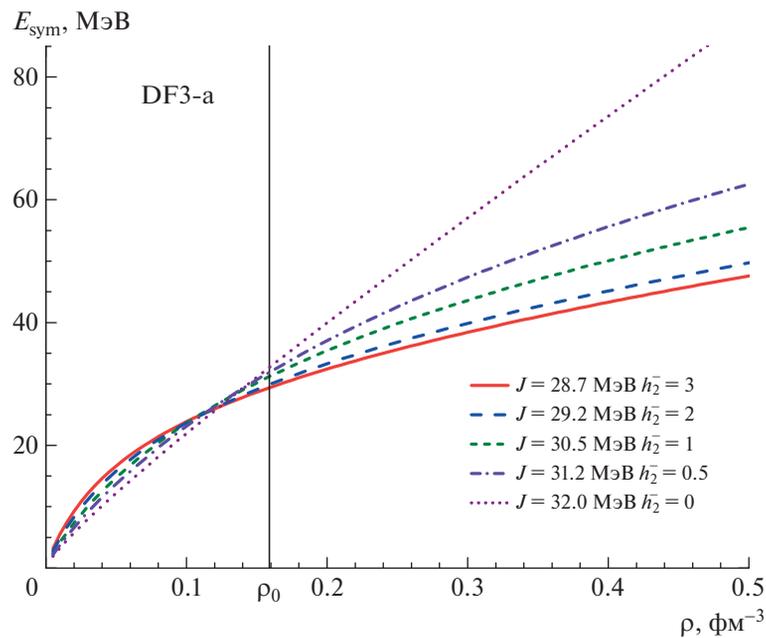


Рис. 2. Энергия симметрии ядерной материи как функция плотности. Расчет с функционалом DF3 для различных значений параметра h_2^- .

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим зависимость EOS от параметра асимметрии δ (рис. 1), рассчитанную для функционала DF3-a. Как можно убедиться, в нашем подходе контролируется правильное описание равновесной плотности ρ_0 . Видно также, что при изменении δ описывается постепенный переход к EOS PNM.

Вариационный анализ функционала Фаянса DF3-a демонстрирует влияние параметра функционала h^2 на зависимость энергии симметрии ядерной материи $S(\rho)$ от полной плотности (рис. 2). При изменении h_2^- в интервале от 0 до 3 значение $J = S(\rho_0)$ спадает от 32.0 до 28.7 МэВ, что согласуется с интервалом его изменения,

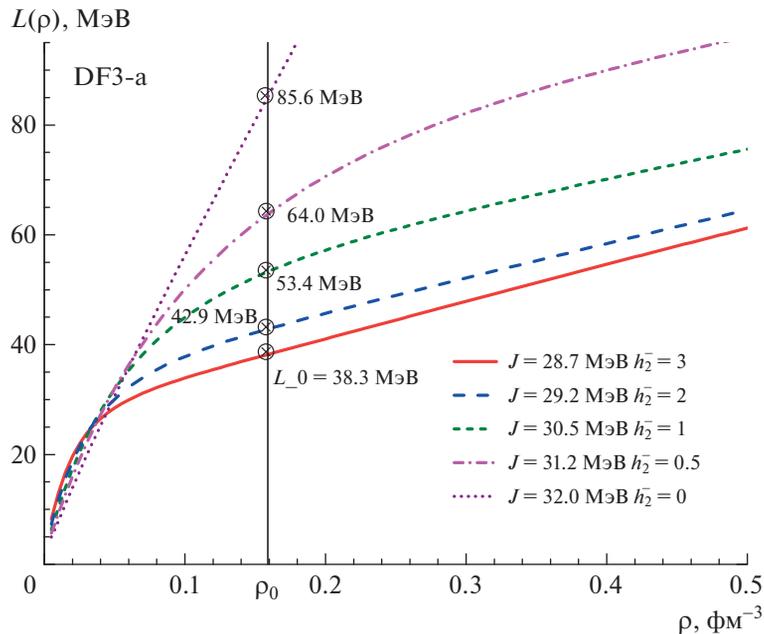


Рис. 3. Функция $L(\rho)$ ядерной материи. Расчет с функционалом DF3 для различных значений параметра h_2^- .

оцененным в работах [8, 10, 11]. Важно, что описание основных характеристик ядер, входящих в протокол фитирования ЭФП DF3-а, при вариации h_2^- не “портится”.

Рисунок 3 показывает поведение производной $L(\rho)$ для различных h_2^- при изменении полной плотности (отмечены также значения β и параметра уравнения состояния $L(\rho_0)$) для равновесной плотности ρ_0 . Можно заметить достаточно высокую чувствительность $L(\rho_0)$ к изменению параметра h_2^- . Значению $L = 59 \pm 16$ МэВ из [8] отвечает $h_2^- = 0.5-2.0$, а значению $L = 49_{-16}^{+14}$ МэВ из [10] соответствует $h_2^- = 0.5-3.0$. Различие найденных интервалов параметра h_2^- объясняется различием центральных величин в оценках [8, 10].

Далее был выполнен вариационный анализ с функционалом Фаянса DF3-а, в который включен не использованный ранее изовекторный параметр h_2^- . Применено дополнительное условие на верхний предел энергии максимума гигантского дипольного резонанса в ядре ^{208}Pb [12]. Он получен как квадратный корень отношения моментов силовой функции GDR: $\omega_{\text{GDR}} = \sqrt{m_3/m_1}$, что эффективно учитывает необходимость отрицательной поправки к E_{th} (GTR) за счет квазичастично-фотонного взаимодействия, не включенного в RPA-расчет.

Расчеты “нейтронной шубы” ΔRnp для референтного ядра ^{208}Pb проведены для нескольких

значений параметра h_2^- (табл. 1), и изучено влияние вариации параметра h_2^- на степень корреляции величин ΔRnp и $L(\rho_0)$. Также приведены рассчитанные с функционалом DF3-а характеристики ТКФС: β — параметр энергии симметрии в формуле Вейцекера и значения интерполированных изовекторных констант f^- (т.е. их значения в объеме, на поверхности и вне ядра). Следует учитывать, что при интерполяционном определении β , приближенно учитывающем конечность ядра в ТКФС, растет вклад ее поверхностной компоненты по мере увеличения h_2^- (табл. 1).

Видно, что при расчете производной энергии симметрии дополнительное условие на энергию максимума гигантского $E1$ -резонанса заметно сужает интервал допустимых значений параметра h_2^- . Теперь одновременное согласие с величиной L_0 из [8, 10, 11] и с данными по энергии максимума гигантского $E1$ -резонанса в ядре ^{208}Pb $E_{\text{exp}} = 14.2 \pm 0.1$ МэВ [12] достигается уже для $h_2^- \sim 1.0-1.5$. Результирующее значение производной энергии симметрии при равновесной плотности $L_0 = 50-55$ МэВ, что согласуется с величиной $L_0 = 49_{-15}^{+14}$ МэВ [8, 11].

Менее жесткое ограничение — только на энергию максимума $E1$ -резонанса в ^{208}Pb — приводит к более широкому коридору для значений L_0 (от 38.3 до 53.4 МэВ). Для параметра энергии симметрии β (в формуле Вейцекера), учитывающего интерполяцию изовекторной константы ТКФС

Таблица 1. Расчет с функционалом DF3 для различных значений параметра h_2^- ; $\omega_{\text{GDR}} = \sqrt{m_3/m_1}$, m_1 , m_3 — первый и третий моменты силовой функции GDR

h_2^-	J , МэВ	f'_{in}	f'_{ex}	f'_{surf}	ω_{GDR} (^{208}Pb), МэВ	$L(\rho_0)$, МэВ	ΔRnp (^{208}Pb), фм	ΔRnp (^{48}Ca), фм
0	32.0	0.808	0.808	0.808	12.80	85.6	0.228	0.192
0.5	31.2	0.775	1.163	0.969	13.37	64.0	0.204	0.180
1	30.5	0.747	1.494	1.115	13.73	53.4	0.184	0.170
2	29.2	0.694	2.080	1.387	14.11	42.9	0.154	0.154
3	28.7	0.673	2.693	1.687	14.41	38.3	0.137	0.143

$f' = 1/2(f_{nn} - f_{np})$, получим $J = 30.5$ МэВ по сравнению с 32.1 ± 0.6 МэВ [10].

Вариация параметра h_2^- достаточно эффективно влияет как на зависимость величин S и L от плотности ядерного вещества, так и на степень корреляции величин ΔRnp и L_0 (см. табл. 1). Важно, что величина “нейтронной шубы” для референтного ядра ^{208}Pb , оцененная в [11], как $\Delta Rnp(\text{exp}) = 0.183 \pm 0.004$ фм описывается практически в том же интервале значений (для $h_2^- = 1.0-1.5$: $\Delta Rnp(\text{th}) = 0.183-0.170$ фм). (Величина “нейтронной шубы” ^{208}Pb , найденная в PREX-II: $\Delta Rnp = 0.283 \pm 0.071$ фм соответствует значениям $h_2^- < 0$ вне вышеуказанного интервала.) Отметим, что для $h_2^- = 2.0$ величина $\Delta Rnp(\text{th}) = 0.154$ фм в ^{48}Ca согласуется с верхним пределом полученного в CREX экспериментального значения $\Delta Rnp = 0.121(\text{exp}) \pm 0.026 \pm 0.024(\text{mod})$ фм.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

“Активация” изовекторного параметра h_2^- в функционале Фаянса DF3-а и дополнительное условие на верхний предел энергии максимума гигантского дипольного резонанса в ядре ^{208}Pb позволяют описать величину “нейтронной шубы” ΔRnp в ^{48}Ca и в ^{208}Pb и параметры уравнения состояния $J = S(\rho_0)$ и $L_0 = L(\rho_0)$, полученные в оценках [8, 10, 11] в достаточно узком диапазоне h_2^- . Уточнение данных расчетов будет возможно после появления результатов эксперимента MREX (Mainz Radius Experiment) по определению нейтронного радиуса ^{208}Pb с точностью до 0.03 фм.

Как было показано в [9], при измерениях в нарушающем четность рассеянии электронов (в фиксированных кинематических условиях, определяемых переданным моментом) безмодельной величиной является фактор асимметрии A_{PV} . Это стимулирует расчеты данной наблюдаемой величины (в [9]

использовалось борновское приближение плоских волн). Также представляют интерес расчеты дипольной поляризуемости, высокочувствительной к распределению нейтронной плотности. Эти вопросы будут рассмотрены в следующей статье.

Авторы выражают благодарность Е.Э. Коломейцеву и С.С. Панкратову за обсуждения. Работа поддержана грантом РФФ 21-12-00061.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В. Е. Фортов, *Уравнения состояния вещества. От идеального газа до кварк-глюонной плазмы* (Физматлит, Москва, 2013).
2. C. Drischler, J. W. Holt, and C. Wellenhofer, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **71**, 403 (2021).
3. D. Testov, D. Verney, B. Roussire, J. Bettane, F. Didierjean, K. Flanagan, S. Franchoo, F. Ibrahim, E. Kuznetsova, R. Li, B. Marsh, I. Matea, Yu. Penionzhkevich, H. Pai, V. Smirnov, E. Sokol, *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods A* **815**, 96 (2016).
4. J. Estee *et al.* (S π RIT Collab.), *Phys. Rev. Lett.* **126**, 162701 (2021).
5. B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific Collab. and Virgo Collab.), *Phys. Rev. Lett.* **119**, 161101 (2017).
6. D. Adhikari *et al.* (PREX-II Collab.), *Phys. Rev. Lett.* **126**, 172502 (2021).
7. D. Adhikari *et al.* (CREX Collab.), *Phys. Rev. Lett.* **129**, 042501 (2022).
8. J. M. Lattimer, *Nuclear Matter Symmetry Energy From Experiment, Theory and Observation, in Workshop at INT S@INT Seminar, Seattle, November 9, 2021.*
9. P.-G. Reinhard, Roca-Maza, and W. Nazarewicz, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 232501 (2022); **129**, 232501 (2022).
10. R. Essick, I. Tews, P. Landry, and A. Schwenk, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 192701 (2021).
11. R. Essick, P. Landry, A. Schwenk, and I. Tews, *Phys. Rev.* **104**, 065804 (2021).
12. <http://cdf.e.sinp.vsu.ru>

THE FAYANS FUNCTIONAL. CONSTRAINTS FROM THE EQUATIONS OF STATE

I. N. Borzov^{1),2)}, S. V. Tolokonnikov^{1),3)}

¹⁾ National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia

²⁾ Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR, Dubna, Russia

³⁾ Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University),
Dolgoprudny, Russia

A variational analysis of the Fayans energy density functional is performed taking into account the previously unused isovector parameter h_2^- in the volume part of the functional. The quality of the previous fit to nuclear densities, nuclear masses, singleparticle levels and charge radii is preserved with an additional condition for describing the energy of the giant dipole resonance in the nucleus ^{208}Pb . An impact of variation of the isovector parameter h_2^- on the equations of state (EOS) of infinite symmetric nuclear matter (SNM) and pure neutron matter (PNM) is determined. The density dependence of the symmetry energy $S(\rho)$ and its derivative $L(\rho)$ is studied. The range of the parameter h_2^- is established, consistent with the estimation of the parameters of the equation of state of the SNM — symmetry energy $J = S(\rho_0)$ and its derivative $L = L(\rho_0)$ at equilibrium density ρ_0 . It was obtained earlier from the joint analysis of the values of the “neutron skin” ΔR_{np} of nuclei ^{208}Pb and ^{48}Ca from the PREX-II, CREX experiments, the results of *ab initio* calculations of EOS and properties of the ground states of nuclei, from astrophysical observations, and data on the detection of gravitational waves from the merger of binary neutron stars by the LIGO-Virgo collaboration in 2017.