

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ КОЛМОГОВОРА В КВАДРАТНОЙ ЯЧЕЙКЕ¹⁾

© 2024 г. А. О. Посудневская^{1,2,*}, С. В. Фортова², А. Н. Долуденко³, И. В. Колоколов¹,
В. В. Лебедев¹

¹ 142432 Черноголовка, М.о., пр-т Акад. Семенова, 1А,

Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Россия

² 123056 Москва, ул. 2-я Брестская, 19/18, Институт автоматизации проектирования РАН, Россия

³ 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр.2, Объединенный институт высоких температур РАН, Россия

*e-mail: posudnevskaja.ao@phystech.edu

Поступила в редакцию 04.03.2024 г.

Переработанный вариант 04.04.2024 г.

Принята к публикации 31.05.2024 г.

Рассматривается задача двумерного течения вязкой слабосжимаемой жидкости в квадратной ячейке при возбуждении периодической в пространстве статической внешней силой (течение Колмогорова). Представлен новый метод определения структуры течения, основанный на анализе поля завихренности в различные моменты времени. Данный метод использован для классификации типов течений, характеристики которых получены при численном моделировании. Выделены основные режимы течения в зависимости от величин коэффициента трения о дно и силы накачки: ламинарный, хаотический и вихревой режимы. Отдельно исследуются переходные типы течения: квазипериодический режим, который возникает через последовательность бифуркаций при смене ламинарного и хаотического режимов течения, и режим сменяемости, возникающий при переходе от хаотического к вихревому течению. Построены фазовые диаграммы в пространстве амплитуда внешней силы - коэффициент трения о дно, позволяющие по значениям величин коэффициента трения о дно и силы накачки классифицировать тип течения. Библ. 31. Фиг. 8.

Ключевые слова: турбулентность, численное моделирование, течение Колмогорова, вязкая жидкость, вихрь.

DOI: 10.31857/S0044466924090136, **EDN:** WIXOKI

1. ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена изучению широко распространенного в природе явления — турбулентного течения вязкой жидкости при наличии действия внешней силы (накачки).

В трехмерной турбулентности движение возникает на масштабах, меньших масштаба накачки [1, 2]. Это связано с возникновением прямого каскада энергии, который за счет нелинейного взаимодействия переносит энергию от интегрального масштаба турбулентности (где она создается накачкой) на все более мелкие масштабы вплоть до диссипативного масштаба, где включается вязкость, преобразующая кинетическую энергию в тепло.

Однако в описании многообразных явлений природы, таких, например, как циклоны и антициклоны, преобладают двумерные свойства системы. Для них создана теория квазидвумерной турбулентности, которая применима в случае, когда горизонтальные масштабы исследуемой системы много больше вертикального и можно считать, что основное движение жидкости происходит в двух горизонтальных направлениях. Двумерное описание турбулентных потоков широко применяется в атмосферных, океанических и астрофизических исследованиях.

Первые теоретические работы [3–7], посвященные двумерной турбулентности, выявляют ее принципиальное отличие от трехмерной. С аналитической точки зрения отличие связано с существованием двух квадратичных положительных величин (энергии и энстрофии), сохраняющихся двумерными уравнениями Навье–Стокса. Это приводит к образованию двух разных каскадов, возникающих в результате нелинейного взаимодействия: энстрофия переносится от уровня накачки к меньшим масштабам (прямой каскад), тогда как энергия

¹⁾ Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (госзадания 075-00270-24-00, 075-01129-23-00, 075-15-2022-1099, FFWR-2024-0014, 124022400174-3 и АААА-А-19-119041590048-0) и РФФ (грант РФФ 23-72-30006). Численные эксперименты выполнены на кластере “Парма” в ИТФ им. Ландау РАН.

переносится к более крупным масштабам (обратный каскад). Энтрофия рассеивается за счет вязкости на малых масштабах, а энергия рассеивается за счет трения о дно.

Накопление энергии на масштабе размера системы приводит к возникновению интенсивного крупномасштабного движения, в том числе крупных вихрей [4, 6, 8]. Тенденция к образованию больших вихрей отмечалась в работах, посвященных двумерной турбулентности, как экспериментальных [9], так и численных [10–12]. Большие когерентные вихри наблюдались при численном моделировании [13–16], основанном на решении двумерного уравнения Навье–Стокса с граничными условиями прилипания. Аналогичная когерентная вихревая структура была создана в лабораторных экспериментах в квадратной кювете [17–19]. Крупные вихри были получены при численном моделировании статической накачки с различными типами крупномасштабной диссипации, о чем сообщалось в работах [20, 21].

Изучению свойств когерентного вихря посвящена целая серия вычислительных работ [22–25]. Первая попытка установить профиль средней скорости когерентного вихря была предпринята в работе [22], где использовалось влияние периодических граничных условий и использовалась кратковременная коррелированная во времени накачка. Авторами показано возникновение устойчивого вихревого диполя. В [23] в аналогичной постановке численно найден профиль средней скорости когерентного вихря, который проявляет свойства изотропии в диапазоне расстояний до центра вихря. В работе [24] показано, что плоский профиль скорости соответствует пассивному (квазилинейному) режиму турбулентных пульсаций. Заметим, что существенное влияние на формирование подобных течений оказывает наличие трения о дно, которое вводится в систему исследуемых уравнений путем добавления слагаемого с коэффициентом, называемым коэффициентом трения о дно. В работе [25] были исследованы условия существования когерентного вихря и показано, что он не может существовать при достаточно большом значении коэффициента трения о дно. В [26] исследованы различные режимы течения в квадратной ячейке.

Данная работа является продолжением исследований, проведенных в работах [27–29], посвященных изучению двумерного течения вязкой слабосжимаемой жидкости в квадратной ячейке, возбуждаемого внешней силой с характерным масштабом накачки меньше размера ячейки. В [29] путем прямого численного моделирования системы уравнений Навье–Стокса численным методом Мак–Кормака получены различные основные типы течений (ламинарный, турбулентный и вихревой) в зависимости от величины коэффициента трения о дно и амплитуды силы накачки.

Целью данной работы является рассмотрение переходных режимов течения вязкой слабосжимаемой жидкости в квадратной ячейке с твердыми стенками, возникающих при смене основных режимов течения, а также построение фазовой диаграммы режимов в зависимости от значения вязкости жидкости, коэффициента трения о дно и амплитуды силы накачки. Особое внимание уделено анализу различных критериев определения различных режимов течения.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Численное моделирование основано на системе уравнения Навье–Стокса. Для замыкания системы используется уравнение слабой сжимаемости, которое хорошо описывает течения в слабосжимаемых средах. Ниже представлен конкретный вид используемых уравнений: неразрывности, движения (в проекции на 2 перпендикулярных направления) и слабой сжимаемости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{V}) &= 0, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \bar{V}) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho G \sin ky + \mu \Delta u - \zeta u, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \bar{V}) &= -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho G \sin kx + \mu \Delta v - \zeta v, \\ dp &= c^2 \rho_0 \frac{d\rho}{\rho}. \end{aligned}$$

Здесь: ρ – плотность жидкости; $\bar{V} = (u, v)^T$ – вектор скорости, компоненты которого равны, соответственно, u и v ; μ – динамическая вязкость жидкости; p – давление; ζ – коэффициент трения о дно; G – амплитуда внешней силы; k – пространственная частота внешней силы; c – скорость звука.

При численном моделировании в данной работе было выбрано значение $k = 5 \frac{1}{M}$.

В правой части уравнений движения присутствуют слагаемые $\rho G \sin ky$ и $-\rho G \sin kx$, которые моделируют действие силы накачки. Также к правой части уравнений движения добавлены $-\zeta u$ и $-\zeta v$, равные силе трения о дно кюветы. Эта сила пропорциональна скорости жидкости и направлена против ее движения. Таким образом, мы учитываем трение о дно в двумерном случае. В качестве граничных условий выбрано прилипание.

Начальные условия и физические свойства жидкости:

$$p(t = 0) = p_0 = 10^5 \text{ Па},$$

$$\rho_0 = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Моделирование проводилось с тремя различными значениями вязкости жидкости: $\mu_1 = 0.006 \text{ Па} \cdot \text{с}$, $\mu_2 = 0.01 \text{ Па} \cdot \text{с}$, $\mu_3 = 0.1 \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Размер расчетной области $2\pi \times 2\pi \text{ м}^2$. Моделирование проводилось на разных сетках: 128×128 , 256×256 , 512×512 , 1024×1024 ячеек.

Моделирование течения вязкой жидкости требует больших вычислительных мощностей и занимает много времени, поэтому необходимо оптимизировать расчеты. Для уменьшения времени расчетов в используемой компьютерной программе реализовано распараллеливание вычислительного кода при помощи стандарта OpenMP. Размер вычислительной сетки в большинстве экспериментов подобран таким образом, чтобы результаты качественно описывали исследуемое течение, а время расчетов было минимально.

Численное решение уравнений Навье–Стокса основано на методе искусственной сжимаемости [30]. При этом гиперболическая часть уравнений решается явным методом Мак–Кормака [31], а параболическая часть стандартным методом конечных разностей. Схема Мак–Кормака имеет второй порядок точности по пространству и времени. Каждый этап расчета на каждом временном шаге разделен на 4 шага: разности вперед и разности назад у предиктора вдоль направления X , а также разности вперед и назад у предиктора по направлению Y . На этапе корректора аналогично, за исключением того, что шаг “вперед” меняется на “назад” и, наоборот. Эти шаги циклически сменяют друг друга с каждым временным шагом. Метод Мак–Кормака хорошо зарекомендовал себя при решении гиперболических уравнений газо- и гидродинамики.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

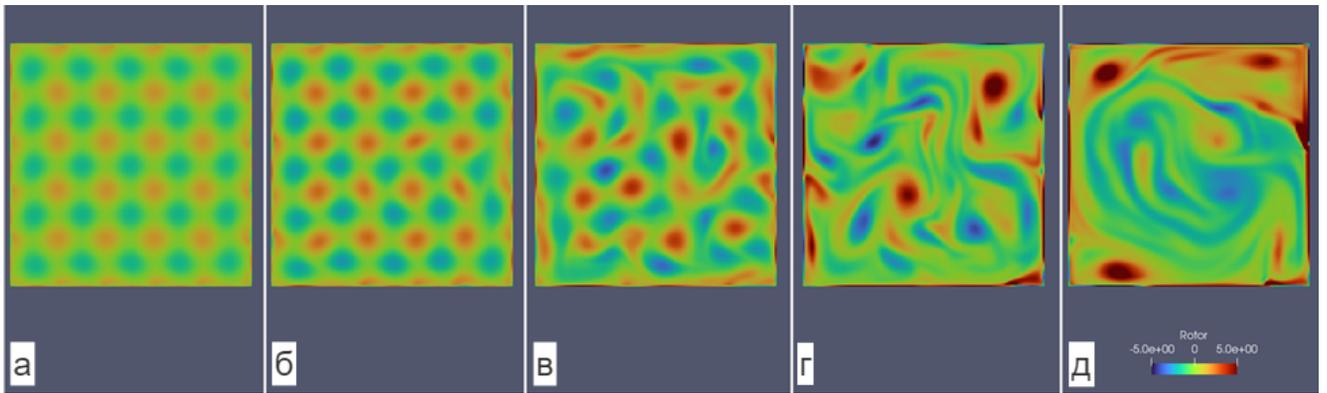
В работе [29] были получены три основных режима течения (фиг. 1а, г, д): ламинарный, при котором картина движения жидкости сохраняет свою начальную форму и не меняется со временем; хаотический (или турбулентный режим), характеризующийся наличием в течении хаотически перемещающихся вихрей различного размера и времени жизни; и вихревой, при котором возникает один крупный когерентный вихрь, занимающий практически всю расчетную область и существующий продолжительное время. Предметом исследования данной работы являются переходные режимы течения, которые возникают при смене основных режимов. Ниже приведены основные результаты численных экспериментов: построены фазовые диаграммы режимов течения в зависимости от коэффициентов трения о дно и величины накачки с учетом переходных состояний, проанализированы различные критерии возникновения режимов исследуемых течений.

3.1. Режимы течения и фазовая диаграмма

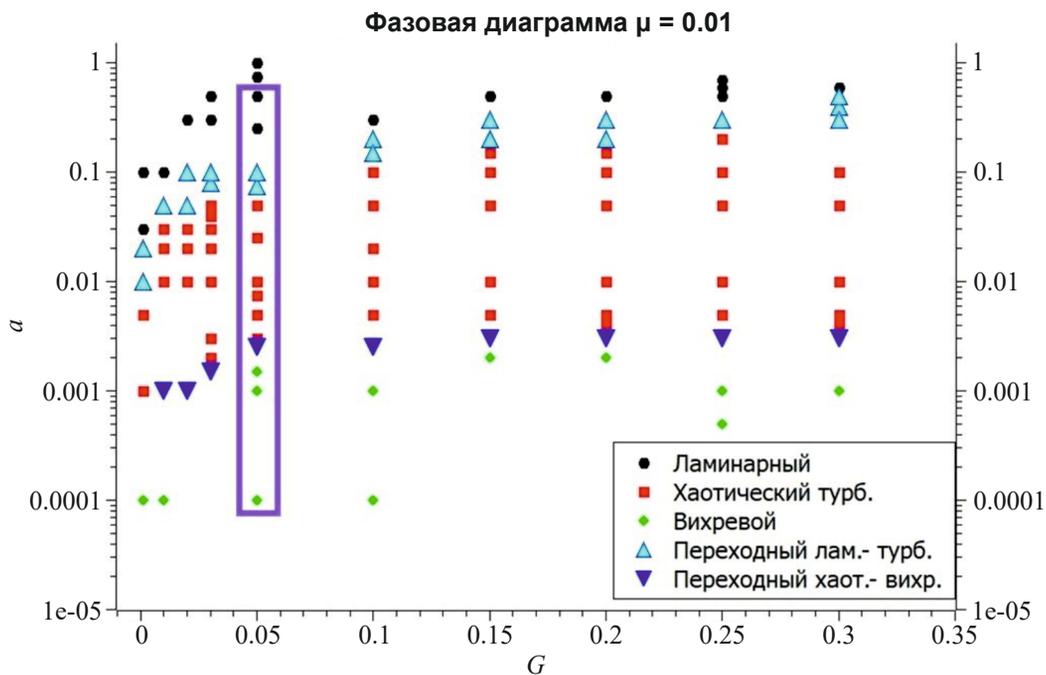
Известно, что наличие трения значительно изменяет структуру течения. Рассмотрим влияние величины коэффициента трения о дно на формирование режимов течения. Для удобства рассмотрим нормированный на плотность коэффициент трения:

$$\alpha = \frac{\xi}{\rho_0}.$$

На фиг. 1 представлены различные типы формирующегося течения в зависимости от величины этого коэффициента, все другие параметры моделирования одинаковы. При малых величинах коэффициента ($\alpha = 0.1 \dots 0.3$), между ламинарным (фиг. 1а) и хаотическим (фиг. 1г) режимами течений существует переход, для которого характерно хаотически флуктуирующее течение с определенным средним видом, характерным для начального поля течения (фиг. 1б, в). Наблюдается система из вихрей, имеющих положительную и отрицательную завихренности (фиг. 1б). Их положение и форма имеют небольшие отклонения от начального ламинарного распределения вихрей. В целом картина течения носит колебательный характер относительно начального распределения и сохраняется на протяжении всего численного эксперимента. Развитие течения (при уменьшении коэффициента трения о дно до $\alpha = 0.1$) приводит к увеличению амплитуды колебаний вихрей около своего начального положения. При дальнейшем уменьшении коэффициента трения размеры и форма вихрей изменяется (фиг. 1в). Критерием перехода к хаотическому режиму (фиг. 1г) является отрыв вихрей от исходного расположения и их хаотическое движение по ячейке. Для этого режима характерно случайное объединение и разрушение вихрей различных размеров, их короткое время жизни. Хаотическое течение на рисунке соответствует значению коэффициента трения $\alpha = 0.01$. Уменьшение величины коэффициента трения ($\alpha = 0.0001$) приводит к возникновению вихревого режима (фиг. 1д), для которого характерно формирование одной крупной структуры, занимающей всю расчетную ячейку. Этот режим подробно численно исследован в работе [28].



Фиг. 1. Поля завихренности при фиксированных параметрах $G = 0.05, \mu = 0.01$, и различных α в ламинарном (а) — для $\alpha = 0.2, Re = 125 \cdot 10^3$, переходных (б) — для $\alpha = 0.2, Re = 220 \cdot 10^3$, (в) — для $\alpha = 0.1, Re = 378 \cdot 10^3$, турбулентном (г) — для $\alpha = 0.01, Re = 754 \cdot 10^3$ и вихревом (д) — для $\alpha = 0.0001, Re = 1257 \cdot 10^3$ режимах течения.



Фиг. 2. Фазовая диаграмма течений в зависимости от величины коэффициента трения о дно и амплитуды накачки.

Важным результатом работы являются фазовые диаграммы режимов течений жидкости, построенные для трех различных значений вязкости: $\mu_1 = 0.006 \text{ Па} \cdot \text{с}$, $\mu_2 = 0.01 \text{ Па} \cdot \text{с}$, $\mu_3 = 0.1 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Так как для разных значений вязкости диаграммы оказались аналогичными, делаем вывод, что вязкость не оказывает существенного влияния на режим течения. Приведем фазовую диаграмму при $\mu_2 = 0.01 \text{ Па} \cdot \text{с}$ (фиг. 2). По оси X отложена амплитуда силы накачки G , по оси Y — нормированный на начальную плотность коэффициент трения о дно α . Вертикальным прямоугольником выделена область, рассмотренная ранее и представленная на (фиг. 1).

Каждой точке на графике соответствует длительный расчет с определенными параметрами амплитуды вынуждающей силы и коэффициента трения о дно. Черными точками обозначены расчеты, соответствующие ламинарному режиму. Красные квадраты описывают хаотический режим течения. Зеленые ромбы соответствуют вихревому режиму. Отдельно выделены переходные режимы: синим обозначен переход между ламинарным и турбулентным течениями, а голубым — между хаотическим режимом и когерентными вихрями. При малой силе трения наблюдается вихревой режим, при большой — течение ламинарно, а между данными состояниями наблюдается хаотическая турбулентность.

Наибольшее влияние на режим течения оказывает именно трение о дно. Вязкость и величина вынуждающей силы заметно влияют на скорость течения: чем больше вязкость, тем медленнее течение; чем больше сила накачки, тем быстрее течение.

Для подробного рассмотрения режимов течения использовались два различных подхода.

3.2. Анализ максимума завихренности

Первый метод основан на рассмотрении поля завихренности, которое в нашем случае является полем Z -компоненты ротора скорости Ω_z . Значение завихренности в ячейке с номерами i, j определяется следующим соотношением:

$$\Omega_{zij} = \frac{\partial v_{ij}}{\partial x} - \frac{\partial u_{ij}}{\partial y},$$

где u_{ij}, v_{ij} суть X - и Y -компоненты скорости движения жидкости в ячейке с номерами i и j по горизонтали и вертикали соответственно; i, j меняются от 1 до N , где N — размер сетки в одном направлении.

X - и Y -компоненты ротора скорости нас не интересуют, так как в двумерном случае они тождественно равны нулю.

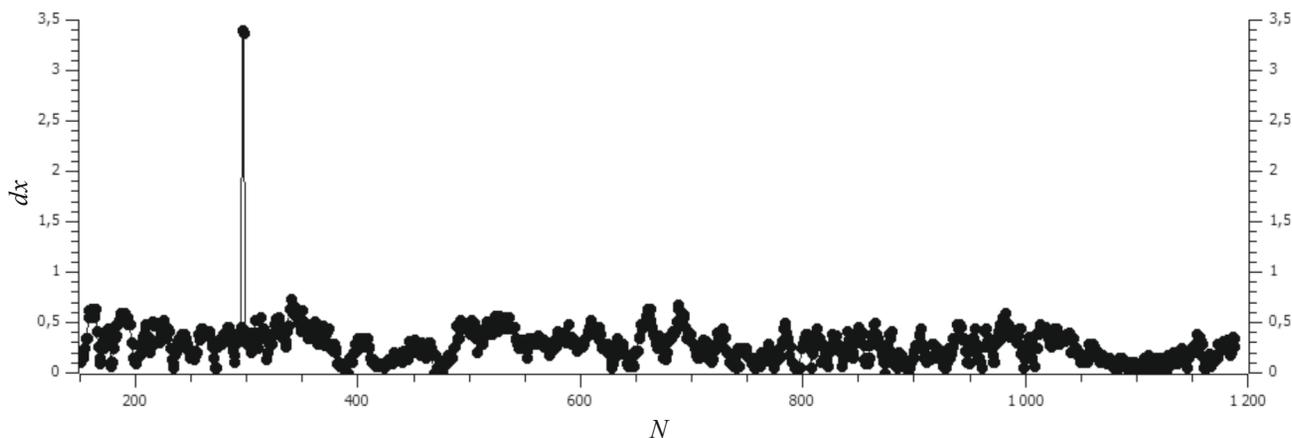
Предлагаемая методика основана на определении максимума поля завихренности в каждый момент времени. Приведем последовательность вычислений, необходимых для определения критерия определения режима течения.

1. На каждом временном шаге (обозначим выдачу индексом N) определяются координаты (x_{mN}, y_{mN}) точки с максимальной завихренностью. Из рассмотрения исключаются области вблизи стенок в связи с тем, что около них продуцируется большое количество мелких вихрей с большой величиной завихренности.
2. Далее вычисляется изменение координаты максимальной завихренности за один шаг по времени.

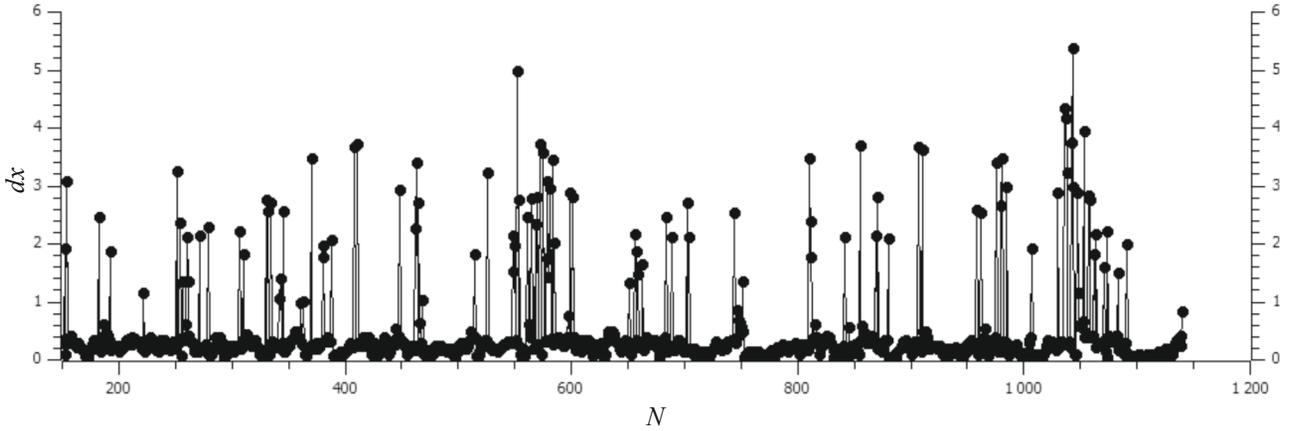
$$dx_N = \sqrt{(x_{mN+1} - x_{mN})^2 + (y_{mN+1} - y_{mN})^2}.$$

3. Строится график зависимости изменения координаты максимальной завихренности в зависимости от шага по времени.
4. Если точка максимальной завихренности меняется без скачков (фиг. 3), то это является критерием возникновения одного вихря с центром в данной точке, который совершает вращение вокруг центра ячейки. Если есть много скачкообразных изменений координаты максимальной завихренности (фиг. 4), то, по нашему мнению, этот режим можно назвать хаотическим. Одиночный пик на графике для вихревого режима (фиг. 3) связан со случайным попаданием мелкого пристеночного вихря с большим значением завихренности в рассматриваемую центральную область.

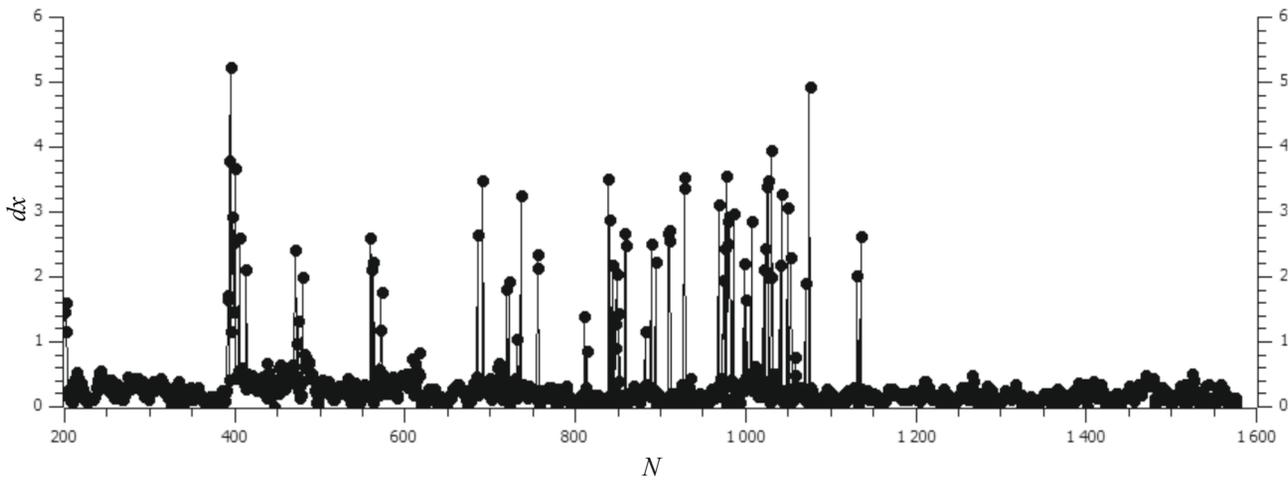
Между хаотическим и вихревым типами течения существует режим сменяемости, когда при одних и одинаковых начальных параметрах моделирования существуют разные режимы течений. Для этого режима течения характерна смена во времени вихревого и хаотического режимов (фиг. 5).



Фиг. 3. Зависимость изменения координаты точки с максимальной завихренностью от выдачи по времени, вихревой режим.



Фиг. 4. Зависимость изменения координаты точки с максимальной завихренностью от выдачи по времени, хаотический турбулентный режим.



Фиг. 5. График зависимости изменения координаты точки с максимальной завихренностью от выдачи по времени, режим сменяемости.

3.3. Анализ фурье-компонент скорости

Другой подход, использованный для рассмотрения переходных режимов течения, основан на анализе фурье-разложения поля скорости:

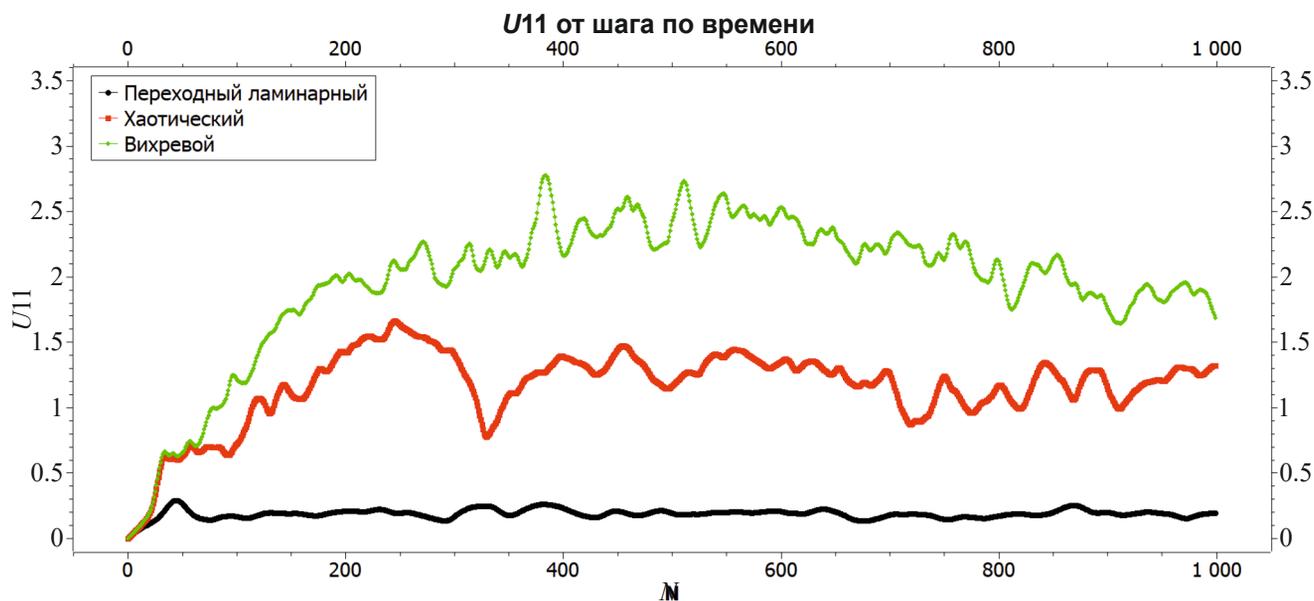
$$u(x, y) = \sum_{l,m} u_{lm}^* \sin \pi l x \cos \pi m y,$$

$$v(x, y) = \sum_{l,m} v_{lm}^* \cos \pi l x \sin \pi m y.$$

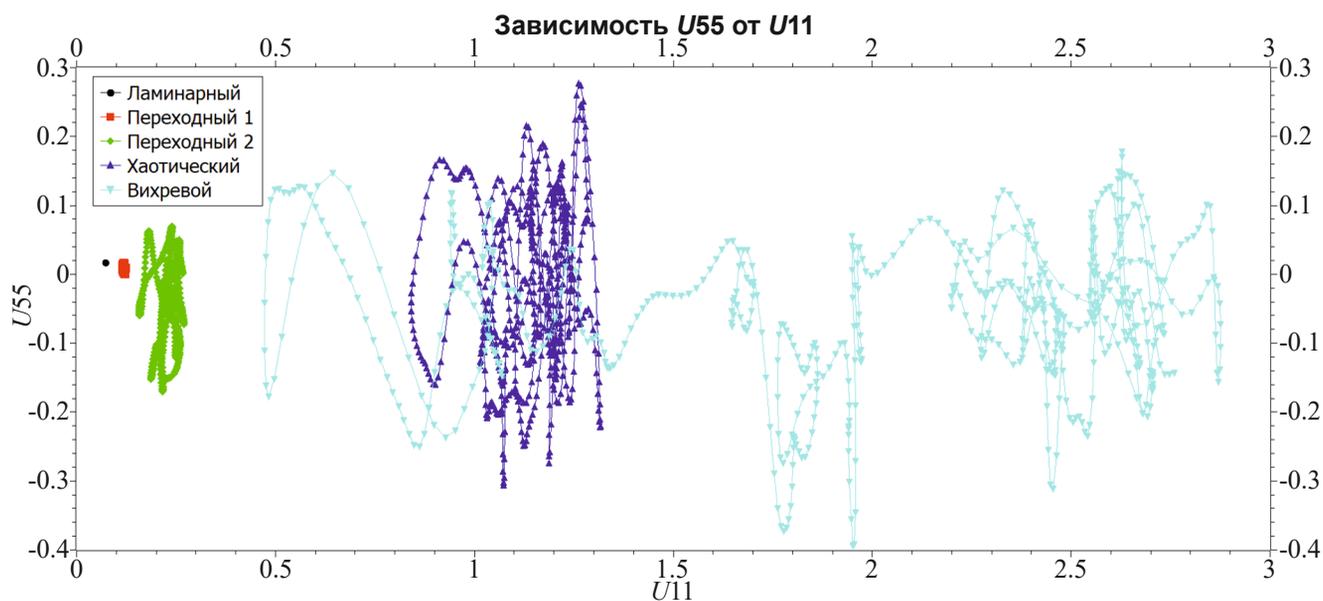
Рассмотрим фурье-компоненты горизонтальной составляющей скорости на масштабе всей ячейки u_{11}^* и на масштабе накачки u_{55}^* . Вертикальную компоненту скорости можем не рассматривать, так как ее свойства будут аналогичны.

Для удобства и универсальности компоненты Фурье-разложения рассматривались в безразмерной форме U_{lm} . Обезразмеривание проведено по формуле $U_{lm} = \frac{u_{lm}^*}{\sqrt{G/k}}$.

Для вихревого, хаотического и ламинарного режимов течения построены графики зависимости коэффициента Фурье U_{11} от номера выдачи по времени N . На фиг. 6 зеленой линией обозначен вихревой режим, красной -



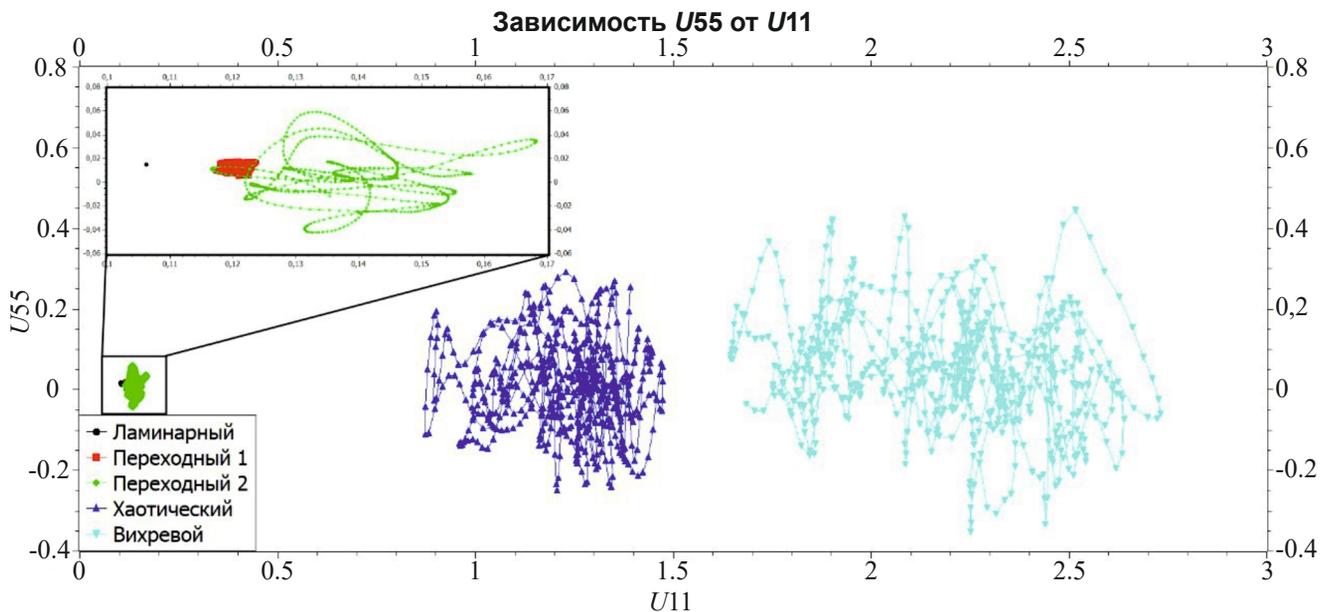
Фиг. 6. Зависимость коэффициента U_{11} от шага по времени для разных типов течения.



Фиг. 7. Зависимость U_{55} от U_{11} для разных режимов течения при фиксированных параметрах $G = 0.05$, $\mu = 0.01$, и различных α (ламинарный $\alpha = 0.3$, $Re = 125 \cdot 10^3$, переходный 1 $\alpha = 0.2$, $Re = 220 \cdot 10^3$, переходный 2 $\alpha = 0.1$, $Re = 378 \cdot 10^3$, хаотический $\alpha = 0.01$, $Re = 754 \cdot 10^3$, вихревой $\alpha = 0.0001$, $Re = 1257 \cdot 10^3$).

хаотический и черной – ламинарный. Наибольшее значение U_{11} имеет для вихревого режима, что показывает его лидирующую роль в этом типе течения.

Для анализа перехода течения от ламинарного к хаотическому и от хаотического к вихревому построим график зависимости фурье-компонент скорости U_{55} от U_{11} (фиг. 7, 8) для каждого из исследуемых типов течения. Каждой точке на графике соответствует одна выдача по времени, соседние выдачи соединены линией. Графики построены для установившихся режимов течения (100–250 с). В ламинарном случае скорость течения стабильна и соотношение между различными гармониками разложения скорости постоянно во времени. На графике (фиг. 7, 8) это представлено точкой черного цвета. Это состояние соответствует ламинарному режиму течения на фиг. 1а. В переходном режиме возникают квазипериодические колебания скорости, что показано красной линией (фиг. 7, 8) (соответствует режиму на фиг. 1б). При приближении к турбулентному режиму зависимость



Фиг. 8. Зависимость U_{55} от U_{11} для разных режимов течения при фиксированных параметрах $G = 0.15$, $\mu = 0.01$, и различных α (ламинарный $\alpha = 0.4$, $Re = 315 \cdot 10^3$, переходный 1 $\alpha = 0.35$, $Re = 315 \cdot 10^3$, переходный 2 $\alpha = 0.3$, $Re = 378 \cdot 10^3$, хаотический $\alpha = 0.01$, $Re = 1570 \cdot 10^3$, вихревой $\alpha = 0.0001$, $Re = 1885 \cdot 10^3$).

между U_{55} и U_{11} становится хаотической, представлена зеленой линией (фиг. 7, 8). Это соответствует переходному режиму с сильными флуктуациями (фиг. 1в). При уменьшении трения о дно течение становится более хаотическим, на графике зависимости U_{55} от U_{11} ему соответствует синий цвет. Голубым цветом на графике (фиг. 7, 8) обозначен вихревой режим (соответствует типу течения на фиг. 1д). Для него характерно большое значение величины гармоники U_{11} . Это означает, что она играет решающую роль в образовании вихревого режима течения. Отметим также, что при уменьшении донного трения значение гармоники U_{11} систематично возрастает. При большем значении амплитуды вынуждающей силы G вихревой режим получился более стабильным, чем при меньшем значении G , что можно видеть по диапазону значений U_{11} на графиках (фиг. 7, 8) для вихревого режима. Данные результаты согласуются с данными из работы [26].

4. ВЫВОДЫ

Рассмотрена задача двумерного течения вязкой жидкости в квадратной ячейке при воздействии внешней силы (течение Колмогорова) и наличии донного трения. Анализ возникающих типов течения при переходе от ламинарного типа течения к вихревому происходит через ряд бифуркаций, включающих квазипериодический и турбулентный типы течения. Для исследуемых течений построены фазовые диаграммы в пространстве амплитуда внешней силы - коэффициент трения о дно. Анализ фурье-гармоник разложения скорости для рассматриваемых типов течений показал ведущую роль гармоники U_{11} в вихревом течении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Monin A.S., Yaglom A.M. Statistical Fluid Mechanics. V. I, MIT Press, 1971. V. II, Diver, 2007.
2. Белоцерковский О.М., Опарин А.М. Численный эксперимент: от порядка к хаосу. Изд. 2-е доп. М.: Наука, 2000.
3. Бетчелор Дж. К. Теория однородной турбулентности. М.: Изд-во иностр. лит., 1955.
4. Kraichnan R.H. Inertial Ranges in Two-Dimensional Turbulence // Phys. Fluids. 1967. V. 10. P. 1417–1423.
5. Leith C. E. Diffusion Approximation for Two-Dimensional Turbulence // Phys. Fluids. 1968. V. 11. P. 671–672.
6. Batchelor G. K. Computation of the Energy Spectrum in Homogeneous Two-Dimensional Turbulence // Phys. Fluids. 1969. V. 12 P. 233–239.
7. Kolmogorov A. N. Proceedings of the USSR Academy of Sciences // Doklady Akademii Nauk SSSR 1941 30 299303.

8. *Kolokolov I. V., Lebedev V. V.* Large-scale flow in two-dimensional turbulence at static pumping // *JETP Lett.* 2017. V. 106, № 10. P. 659–661.
9. *Sommeria J.* Experimental study of the two-dimensional inverse energy cascade in a square box // *Fluid Mech.* 1986 V. 170, P. 139–168.
10. *Smith L. M., Yakhot V.* Bose condensation and small-scale structure generation in a random force driven 2D turbulence // *Phys. Rev. Lett.* 1993 V. 71, P. 352.
11. *Smith L. M., Yakhot V.* Finite-size effects in forced two-dimensional turbulence // *Fluid Mech.* 1994 V. 274, P. 115–138.
12. *Borue V.* Inverse energy cascade in stationary two-dimensional homogeneous turbulence // *Phys. Rev. Lett.* 1994 V. 72, 1475.
13. *Clercx H.J.H.* A spectral solver for the Navier–Stokes equations in velocity-vorticity formulation for flows with two nonperiodic directions // *Comp. Phys.* 1997 V. 137, P. 186.
14. *Clercx H.J.H., Maassen S.R., van Heijst G.J.F.* Spontaneous spin-up during the decay of 2D turbulence in a square container with rigid boundaries // *Phys. Rev. Lett.* 1998 V. 80, 5129.
15. *Clercx H.J.H., Nielsen A.H., Torres D.J., Coustias E.A.* Two-dimensional turbulence in square and circular domains with no-slip walls // *Eur. J. Mech. B-Fluids* 2001 V. 20 P. 557–576.
16. *Molenaar D., Clercx H.J.H., van Heijst G.J.F.* Angular momentum of forced 2D turbulence in a square no-slip domain // *Physica D* 2004 V.196, P. 329–340.
17. *Xia H., Punzmann H., Falkovich G., Shats M. G.* Turbulence-Condensate Interaction in Two Dimensions // *Phys. Rev.* 2008 Lett. 101 194504.
18. *Xia H., Shats M., Falkovich G.* Spectrally condensed turbulence in thin layers // *Phys. Fluids* 2009 V. 21 125101.
19. *Francois N., Xia Y., Punzmann H., Ramsden S., Shats M.* Three-Dimensional Fluid Motion in Faraday Waves: Creation of Vorticity and Generation of Two-Dimensional Turbulence // *Phys. Rev.* 2014 X4 021021.
20. *Yue-Kin Tsang, Young W.R.* Forced-dissipative two-dimensional turbulence: a scaling regime controlled by drag // *Phys. Rev.* 2009 E 79, 045308.
21. *Yue-Kin Tsang.* Nonuniversal velocity probability densities in two-dimensional turbulence: The effect of large-scale dissipation // *Phys. Fluids* 2010 22, 115102.
22. *Chertkov M., Connaughton C., Kolokolov I., Lebedev V.* Dynamics of Energy Condensation in Two-Dimensional Turbulence // *Phys. Rev.* 2007 Lett 99 084501.
23. *Laurie J., Boffetta G., Falkovich G., Kolokolov I., Lebedev V.* название // *Phys. Rev.* 2014 Lett. 113 254593.
24. *Kolokolov I.V., Lebedev V.V.* Structure of coherent vortices generated by the inverse cascade of two-dimensional turbulence in a finite box *Phys. Rev.* 2016 E 93 033104.
25. *Kolokolov I.V., Lebedev V.V.* Coherent vortex in two-dimensional turbulence: Interplay of viscosity and bottom friction // *Phys. Rev. E* 102 023108 (2020).
26. *Mishra P. K., Herault J., Fauve S., Verma M. K.* Dynamics of reversals and condensates in two-dimensional Kolmogorov flows // *Phys. Rev.* 2015 E 91 053005.
27. *Denisenko V.V., Doludenko A.N., Fortova S.V., Kolokolov I.V., Lebedev V.V.* Numerical modeling of the Kolmogorov flow in a viscous media, forced by the periodic on space static force // *Computer Research and Modeling.* 2022. V. 14. T. Issue 4. P. 741–753.
28. *Doludenko A.N., Fortova S.V., Kolokolov I.V., Lebedev V.V.* Coherent vortex in a spatially restricted two-dimensional turbulent flow in absence of bottom friction // *Physics of Fluids* 2021 V. 33 011704.
29. *Doludenko A.N., Fortova S.V., Kolokolov I.V., Lebedev V.V.* Coherent vortex versus chaotic state in two-dimension turbulence // *Annals of Physics* 2022 V. 447. part 2 169072.

30. *Anderson D., Tannehill J.C., Pletcher R.H.* Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, third ed., Taylor and Francis, 2016.
31. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 1–2. М.: Мир, 1991.

NUMERICAL STUDY OF THE TRANSIENT MODES OF THE KOLMOGOROV FLOW IN A SQUARE CELL

A. O. Posudnevskaya^{a,b,*}, S. V. Fortova^b, A. N. Doludenko^c, I. V. Kolokolov^a, V. V. Lebedev^a

^a 142432 Chernogolovka, Moscow region, Akad. Semenova Ave., 1A,

L.D. Landau Institute of Theoretical Physics of the Russian Academy of Sciences, Russia

^b 123056, 19/18 2nd Brestskaya str., Moscow, Institute of Design Automation of the Russian Academy of Sciences, Russia

^c 125412 Moscow, Izhorskaya str., 13, bldg 2, Joint Institute of High Temperatures

of the Russian Academy of Sciences, Russia

*e-mail: posudnevskaya.ao@phystech.edu

Received: 04.03.2024

Revised: 04.04.2024

Accepted: 31.05.2024

Abstract. The problem of two-dimensional flow of a viscous slightly compressible liquid in a square cell under excitation by a static external force periodic in space (Kolmogorov flow) is considered. A new method for determining the flow structure based on the analysis of the vorticity field at various points in time is presented. This method is used to classify the types of flows whose characteristics are obtained by numerical modeling. The main flow modes are distinguished depending on the values of the bottom friction coefficient and the pumping force: laminar, chaotic and vortex modes. Transitional flow types are studied separately: the quasi-periodic regime, which arises through a sequence of bifurcations during the change of laminar and chaotic flow modes, and the regime of alternation, which occurs during the transition from chaotic to vortex flow. Phase diagrams in the space of the amplitude of the external force — the bottom friction coefficient are constructed, making it possible to classify the type of flow according to the values of the bottom friction coefficient and the pumping force.

Keywords: turbulence, numerical modeling, Kolmogorov flow, viscous liquid, vortex.