УДК 531.26

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА ПОТЕНЦИАЛА СПУТНИКОВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ. ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЛАВНЫХ ОСЕЙ ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПО ПАРАМЕТРАМ ЕГО МУЛЬТИПОЛЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Е. А. Никонова[1,*]

[1] 119333 Москва, ул. Вавилова, 44, ФИЦ ИУ РАН, Россия
*e-mail: nikonova.ekaterina.a@gmail.com

Поступила в редакцию 29.05.2024 г.
Переработанный вариант 19.06.2024 г.
Принята к публикации 26.07.2024 г.

Подход Максвелла к представлению однородных гармонических функций в виде суперпозиции производных по направлениям, разработанный им в рамках исследования задач электростатики, применяется к представлению потенциала спутникового приближения. Указанное представление определяется двумя единичными векторами, располагающимися в плоскости, ортогональной средней оси инерции тела. При этом ось инерции тела, отвечающая его наименьшему моменту инерции, является биссектрисой угла, образованного этими векторами. Установлен геометрический смысл векторов: они ортогональны круговым сечениям эллипсоида инерции тела, построенного для центра масс тела. Выше сказанное позволяет предложить подход к отысканию главных осей инерции тела по представлению Максвелла его потенциала спутникового приближения. Библ. 22.

Ключевые слова: потенциал спутникового приближения, представление Максвелла однородных гармонических функций, эллипсоид инерции, круговые сечения трёхосного эллипсоида, конфокальные эллипсоиды.

DOI: 10.31857/S0044466924110152, **EDN**: KFNPCB

1. ВВЕДЕНИЕ

В небесной механике используют разложение потенциала сил ньютоновского притяжения в виде ряда по естественному малому параметру — отношению характерного размера притягивающихся тел к расстоянию между ними — вплоть до слагаемых второго порядка малости, которое зачастую оказывается достаточным для описания и предсказания основных динамических эффектов, обусловленных взаимным притяжением (см. [1]–[5]). Представление ньютоновского потенциала в главных центральных осях инерции тела в виде слагаемых вплоть до второго порядка малости в отечественной литературе носит название *потенциала спутникового приближения* (см. [1]), в зарубежной литературе такое представление называется *формулой Маккуллаха* (см. [6]).

Подход Максвелла к представлению шаровых функций в виде суперпозиции производных по направлениям, применявшийся им при исследовании вопросов электростатики (см. [7], а также [8]), успешно применяется как в вопросах земного магнетизма (см. [9], [10]), так и при изучении гравитационного поля Земли (см. [11], [12]) и малых небесных тел (см. [13], [14]). Описание гравитационного потенциала в виде суммы шаровых функций различных порядков можно интерпретировать как совокупность потенциалов гравитационных полей, каждое из которых порождается некоторым распределением масс в гравитирующем теле. Подход Максвелла позволяет изучать источники этих полей (см. [11], [12]).

Топологическое толкование подхода Максвелла разработано В.И. Арнольдом (см. [15]), где также приводится любопытное историческое замечание, касающееся рассматриваемого вопроса (см. также [8]).

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть $\mathcal{B}$ — твердое тело массы $m_{\mathcal{B}}$ и центром инерции O. Жестко свяжем с телом систему координат $Ox_1x_2x_3$, направляющие векторы $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ которой сонаправлены главным осям инерции тела. Тогда потенциал спутникового приближения имеет вид

$$U = -G\left(\frac{m_{\mathcal{B}}}{r} + \frac{1}{2}\frac{A+B+C}{r^3} - \frac{3}{2}\frac{Ax_1^2+Bx_2^2+Cx_3^2}{r^5}\right), \quad r = \sqrt{x_1^2+x_2^2+x_3^2}, \tag{1}$$

где G — гравитационная постоянная, а A, B, C — главные центральные моменты инерции тела $\mathcal{B}$. В формуле (1) выделяются две группы слагаемых, определяющих гармонические однородные функции — так называемые шаровые функции (см. [8]):

$$U_0 = \frac{m_{\mathcal{B}}}{r}, \quad U_2 = \frac{1}{2}\frac{A+B+C}{r^3} - \frac{3}{2}\frac{Ax_1^2+Bx_2^2+Cx_3^2}{r^5}.$$

Пусть Δ — оператор Лапласа, тогда для любого $\varkappa > 0$

$$\Delta U_0 = 0, \quad U_0(\varkappa x_1, \varkappa x_2, \varkappa x_3) = \varkappa^{-1}U_0(x_1,x_2,x_3),$$

$$\Delta U_2 = 0, \quad U_2(\varkappa x_1, \varkappa x_2, \varkappa x_3) = \varkappa^{-3}U_2(x_1,x_2,x_3).$$

В рамках исследования задач электростатики [7] Максвелл предложил представлять шаровые функции в следующем виде

$$U_n = (-1)^n\,\frac{p_n}{n!}\,\frac{\partial^n}{\partial\mathbf{h}_1\partial\mathbf{h}_2\ldots\partial\mathbf{h}_n}\left(\frac{1}{r}\right), \tag{2}$$

где $\dfrac{\partial}{\partial\mathbf{h}_k}$ – дифференцирование вдоль единичного вектора $\mathbf{h}_k$, а величина p_n — положительная постоянная. Функция (2) определяет потенциал так называемого мультиполя n-го порядка — специального точечного объекта, располагающегося в начале системы координат. Постоянную p_n называют моментом мультиполя, векторы $\mathbf{h}_k$ — его осями (см. [7, 8]). Ставится задача отыскания момента мультиполя второго порядка и его осей для функции U_2, определяющей потенциал спутникового приближения (1).

3. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА ПОТЕНЦИАЛА СПУТНИКОВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Шаровая функции U_0 в представлении Максвелла имеет практически прежний вид

$$U_0 = \frac{p_0}{r}, \quad p_0 = m_{\mathcal{B}}.$$

Для представления Максвелла функции U_2 необходимо знать величину p_2 и единичные векторы $\mathbf{h}_i = (\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)^T$, $i = 1, 2$, такие, чтобы имело место равенство

$$\frac{A+B+C}{r^3} - 3\frac{Ax_1^2+Bx_2^2+Cx_3^2}{r^5} = p_2\frac{\partial^2}{\partial\mathbf{h}_1\partial\mathbf{h}_2}\left(\frac{1}{r}\right).$$

Приравнивая коэффициенты при соответствующих степенях переменных x_1, x_2, x_3, приходим к системе нелинейных уравнений

$$\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1 = 0, \qquad (\alpha, \beta, \gamma), \tag{3}$$

$$p_2(2\alpha_1\alpha_2 - \beta_1\beta_2 - \gamma_1\gamma_2) = -2A + B + C, \qquad (\alpha,\beta,\gamma), \ (A, B, C), \tag{4}$$

где (α, β, γ) и (A, B, C) одновременный циклический сдвиг величин $\alpha \to \beta \to \gamma \to \alpha$ и $A \to B \to C \to A$ соответственно.

Систему уравнений (3)–(4) следует дополнить условиями единичности векторов $\mathbf{h}_1$ и $\mathbf{h}_2$:

$$\alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 = 1, \quad \alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 = 1, \tag{5}$$

и неравенством

$$p_2 > 0. \tag{6}$$

Исследование соотношений (3) сводится к изучению векторных произведений пар векторов

$$(\sigma_1\alpha_1, -\sigma_1\beta_1, 0)^T \text{ и } (\alpha_2, \beta_2, 0)^T,$$

$$(\sigma_2\alpha_1, 0, -\sigma_2\gamma_1)^T \text{ и } (\alpha_2, 0, \gamma_2)^T,$$

$$(0, \sigma_3\beta_1, -\sigma_3\gamma_1)^T \text{ и } (0, \beta_2, \gamma_2)^T,$$

где $\sigma_i = \pm 1$, $i = 1, 2, 3$. Анализ условий, при которых эти векторные произведения одновременно дают нулевые векторы в совокупности с соотношениями (4)–(5) позволяет сформулировать следующее

Утверждение 1.

Система уравнений (3)–(6) имеет два семейства решений:

• Векторы $\mathbf{h}_1$ и $\mathbf{h}_2$ противоположно направлены и одновременно коллинеарны некоторой одной и той же главной оси инерции, т.е. выполняется одно из следующих условий $\alpha_1 = -\alpha_2 = \pm 1$, или $\beta_1 = -\beta_2 = \pm 1$, или $\gamma_1 = -\gamma_2 = \pm 1$. При этом, тело непременно является динамически симметричным с осью динамической симметрии соответствующей ненулевой компоненте α_i, или β_i, или γ_i.

Если для моментов инерции выполнено соотношение $C > B = A$, то одно из возможных решений имеет вид

$$\mathbf{h}_1 = (0, 0, 1)^T, \quad \mathbf{h}_2 = (0, 0, -1)^T, \quad p_2 = C - A.$$

• Векторы $\mathbf{h}_1$ и $\mathbf{h}_2$ одновременно ортогональны некоторой одной и той же главной оси инерции, то есть выполняется одно из следующих условий $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ или $\beta_1 = \beta_2 = 0$, или $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$. Эта ось отвечает среднему моменту инерции тела, а ось, отвечающая наименьшему моменту инерции тела, является биссектрисой угла между $\mathbf{h}_1$ и $\mathbf{h}_2$.

Если для моментов инерции выполнено неравенство $C > B > A$, то одно из возможных решений имеет вид

$$\mathbf{h}_1 = (\alpha, 0, \gamma)^T, \quad \mathbf{h}_2 = (\alpha, 0, -\gamma)^T, \quad p_2 = C - A, \quad \alpha = \sqrt{\frac{B - A}{C - A}}, \ \gamma = \sqrt{\frac{C - B}{C - A}}. \tag{7}$$

Соотношение (7) позволяет выписать представление Максвелла потенциала спутникового приближения

$$U = -G\left(\frac{p_0}{r} + \frac{p_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{h}_1 \partial \mathbf{h}_2}\left(\frac{1}{r}\right)\right). \tag{8}$$

Полагая ψ — угол между векторами $\mathbf{h}_1$ и $\mathbf{h}_2$, имеет место соотношение

$$\cos\psi = 2(B - A)/(C - A) - 1,$$

и для потенциала спутникового приближения можно указать еще одно представление, а именно

$$U = -G\left(\frac{p_0}{r} + \frac{1}{2}\frac{p_2}{r^5}\left(\frac{\cos\psi + 3}{2}x_1^2 - \cos\psi\, x_2^2 + \frac{\cos\psi - 3}{2}x_3^2\right)\right), \tag{9}$$

зависящее, если принять во внимание $p_0 = m_{\mathcal{B}}$, фактически от двух Максвелловых постоянных p_2 и ψ.

4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ НАПРАВЛЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Укажем геометрический смысл векторов $\mathbf{h}_1$, $\mathbf{h}_2$ из (7). Для этого рассмотрим эллипсоид инерции тела $\mathcal{B}$, который в системе координат $Ox_1x_2x_3$ имеет следующий вид

$$Ax_1^2 + Bx_2^2 + Cx_3^2 = m_{\mathcal{B}}\varepsilon^4, \tag{10}$$

где ε — постоянная величина, имеющая размерность длины.

Известно (см. [16]), что среди всех плоскостей, проходящих через среднюю ось трехосного эллипсоида имеются две такие плоскости, которые в пересечении с эллипсоидом дают круговые сечения. Для эллипсоида инерции (10) такие плоскости $\mathcal{P}_+$ и $\mathcal{P}_-$ задаются уравнениями

$$\mathcal{P}_\pm: \ x_3 = \pm x_1\sqrt{\frac{B - A}{C - B}}.$$

Ортогональным между собой векторам

$$\mathbf{a} = \left(\sqrt{C - B}, 0, \sqrt{B - A}\right)^T \quad \text{и} \quad \mathbf{e}_2,$$

принадлежащим плоскости $\mathcal{P}_+$, ортогонален вектор $\mathbf{h}_2$ из (7). Векторам

$$\mathbf{b} = \left(-\sqrt{C - B}, 0, \sqrt{B - A}\right)^T \quad \text{и} \quad \mathbf{e}_2$$

принадлежащим плоскости $\mathcal{P}_-$ и также ортогональным друг другу, ортогонален вектор $\mathbf{h}_1$ из (7). Таким образом, векторы $\mathbf{h}_1$ и $\mathbf{h}_2$, определяющие представление Максвелла (8) потенциала спутникового приближения (1), ортогональны круговым сечениям эллипсоида инерции, построенного в центре масс тела.

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ ОСЕЙ ИНЕРЦИИ ТЕЛА ЧЕРЕЗ ОСИ МУЛЬТИПОЛЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

В декартовой системе координат, оси которой сонаправлены с главными осями инерции тела, его матрица инерции имеет диагональный вид, а функция $r^5 \cdot U_2$ записывается в каноническом виде

$$r^5 \cdot U_2 = \Lambda_1 x_1^2 + \Lambda_2 x_2^2 + \Lambda_3 x_3^2,$$

где коэффициенты Λ_i, $i = 1, 2, 3$, следуя, например, (9), записываются как

$$\Lambda_1 = \frac{p_2}{4}(\cos\psi + 3), \quad \Lambda_2 = -\frac{p_2}{2}\cos\psi, \quad \Lambda_3 = \frac{p_2}{4}(\cos\psi - 3).$$

Выражения для осей мультиполя второго порядка из (7), а также их геометрическая интерпретация позволяют ставить обратную задачу, а именно: для твердого тела в связанной с ним произвольной декартовой системе координат по векторам $\mathbf{h}_i = (\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)^T$, $i = 1, 2$, считающимся заданными, определить главные оси инерции тела.

Формула (2) позволяет выписать общий вид функции U_2, имеем:

$$r^5 \cdot U_2 = \Lambda_{11} x_1^2 + \Lambda_{22} x_2^2 + \Lambda_{33} x_3^2 + 2\Lambda_{12} x_1 x_2 + 2\Lambda_{13} x_1 x_3 + 2\Lambda_{23} x_2 x_3, \tag{11}$$

$$\Lambda_{11} = \frac{p_2}{2}(3\alpha_1\alpha_2 - \cos\psi), \quad \Lambda_{22} = \frac{p_2}{2}(3\beta_1\beta_2 - \cos\psi), \quad \Lambda_{33} = \frac{p_2}{2}(3\gamma_1\gamma_2 - \cos\psi),$$

$$\Lambda_{12} = \frac{3p_2}{4}(\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1), \quad \Lambda_{13} = \frac{3p_2}{4}(\alpha_1\gamma_2 + \alpha_2\gamma_1), \quad \Lambda_{23} = \frac{3p_2}{4}(\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1).$$

Характеристическое уравнение для квадратичной формы (11) имеет вид

$$-\lambda^3 + \frac{3p_2^2}{16}(\cos^2\psi + 3)\lambda - \frac{p_2^3}{32}(\cos\psi^2 - 9)\cos\psi = 0,$$

а его корни записываются как

$$\lambda_1 = \frac{p_2}{4}(\cos\psi + 3), \quad \lambda_2 = -\frac{p_2\cos\psi}{2}, \quad \lambda_3 = \frac{p_2}{4}(\cos\psi - 3).$$

Собственным значениям отвечают следующие собственные векторы

$$\begin{aligned}
\lambda_1:& \quad \mathbf{f}_1 = \pm\left(\alpha_1 + \alpha_2, \beta_1 + \beta_2, \gamma_1 + \gamma_2\right)^T, \\
\lambda_2:& \quad \mathbf{f}_2 = \pm\left(\beta_1\gamma_2 - \beta_2\gamma_1, \gamma_1\alpha_2 - \gamma_2\alpha_1, \alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1\right)^T, \\
\lambda_3:& \quad \mathbf{f}_3 = \pm\left(\alpha_1 - \alpha_2, \beta_1 - \beta_2, \gamma_1 - \gamma_2\right)^T.
\end{aligned} \tag{12}$$

Анализ формул (12) позволяет сделать следующие выводы.

- Векторы $\mathbf{f}_1$ и $\mathbf{f}_3$ лежат в плоскости векторов $\mathbf{h}_1$ и $\mathbf{h}_2$.
- Вектор $\mathbf{f}_1$ лежит на биссектрисе угла ψ между векторами $\mathbf{h}_1$ и $\mathbf{h}_2$. Вектор $\mathbf{f}_3$ лежит на биссектрисе угла $\pi - \psi$.
- Векторы $\mathbf{f}_1$ и $\mathbf{f}_3$ ортогональны, а вектор $\mathbf{f}_2$ взаимного ортогонален им.

Совпадение направлений собственных векторов квадратичной формы (11) с главными осями инерции тела, позволяет применить формулы (12) для определения главных осей инерции тела относительно связанной с ним декартовой системы координат, а также заключить, что оси наибольшего и наименьшего моментов инерции тела всегда лежат в плоскости осей его мультиполя второго порядка. При этом, ось наименьшего момента инерции является биссектрисой угла между осями мультиполя, а остальные две оси инерции дополняют первую до тройки взаимно ортогональных векторов.

Описанный подход находит свое применение при отыскании системы главных осей инерции малых небесных тел. В работе [17], см. также [14], предложен опирающийся на теорему Сильвестра о существовании системы вещественных полюсов сферической функции [8] подход к отысканию параметров мультиполей различных порядков через интегралы инерции соответствующих порядков изучаемого гравитирующего тела. В [14] этот способ применяется для вычисления мультиполей вплоть до четвертого порядка для астероида (16) Психея.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Потенциал спутникового приближения, нашедший широкое использование в задачах динамики космического полета, представлен в форме Максвелла. Определены два единичных вектора, задающих это представление. Эти векторы располагаются в плоскости, ортогональной средней оси инерции тела, симметрично относительно наибольшей и наименьшей его оси, и зависят от попарных разностей главных центральных моментов инерции тела. Показано, что векторы ортогональны круговым сечениям эллипсоида инерции тела, построенного для его центра масс. Предложен подход к определению главных осей инерции тела по осям его мультиполя второго порядка.

Замечание 1. Согласно (8) или (9) потенциал спутникового приближения зависит от разностей моментов инерции тела, о чем непросто заключить исходя из более привычной формулы (1). Следовательно для тел одинаковой массы, у которых моменты инерции отличаются на одно и тоже слагаемое, потенциал спутникового приближения один и тот же. Это имеет место, например, для семейства однородных конфокальных эллипсоидов одинаковой массы. Действительно, согласно, например, [18], семейство конфокальных эллипсоидов задается соотношением

$$\frac{x_1^2}{a^2+\lambda}+\frac{x_2^2}{b^2+\lambda}+\frac{x_3^2}{c^2+\lambda}=1, \quad \lambda\geq 0. \tag{13}$$

Оси системы координат, в которой записано соотношение (13), являются главными центральными осями инерции любого эллипсоида из (13), если масса сосредоточенного в нем вещества распределена равномерно. Согласно, например, [19], см. также [20–22], главные центральные моменты инерции однородного эллипсоида массы m, поверхность которого задается формулой (13), имеют вид

$$A_\lambda=\frac{m}{5}\left(b^2+c^2+2\lambda\right), \quad B_\lambda=\frac{m}{5}\left(a^2+c^2+2\lambda\right), \quad C_\lambda=\frac{m}{5}\left(a^2+b^2+2\lambda\right).$$

Различные разности этих моментов не зависят от параметра λ, поэтому потенциал спутникового приближения однородных конфокальных эллипсоидов равной массы одинаковый.

Замечание 2. Соотношение (8) позволяет выписать представление Максвелла для силы тяготения. Этот вектор имеет вид

$$\mathbf{F}=-\operatorname{grad}U=(f_1,f_2,f_3)^T,$$

где

$$f_i=G\left(-p_1\frac{\partial}{\partial\tilde{\mathbf{e}}_i}\left(\frac{1}{r}\right)-\frac{p_3}{6}\frac{\partial^3}{\partial\tilde{\mathbf{e}}_i\partial\mathbf{h}_1\partial\mathbf{h}_2}\left(\frac{1}{r}\right)\right), \quad p_1=p_0, \quad p_3=3p_2, \quad \tilde{\mathbf{e}}_i=-\mathbf{e}_i.$$

Момент силы относительно центра масс тела также может быть представлен в виде максвеллова представления:

$$\mathbf{T}=[\mathbf{r},\mathbf{F}]=G\left(\frac{p_2^1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\mathbf{e}_2\partial\mathbf{e}_3}\left(\frac{1}{r}\right),\frac{p_2^2}{2}\frac{\partial^2}{\partial\tilde{\mathbf{e}}_1\partial\mathbf{e}_3}\left(\frac{1}{r}\right),\frac{p_2^3}{2}\frac{\partial^2}{\partial\mathbf{e}_1\partial\mathbf{e}_2}\left(\frac{1}{r}\right)\right)^T,$$

$$p_2^1=2(C-B), \quad p_2^2=2(C-A), \quad p_2^3=2(B-A).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белецкий В.В.* Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965.
2. *Maciejewski A.J.* Regular precessions in the restricted problem of the rotational motion // Acta Astronomica. 1994. V. 44. P. 301–316.
3. *Elipe A., Vallejo M.* On the attitude dynamics of perturbed triaxial rigid bodies // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2001. V. 81. P. 3–12.
4. *Celletti A.* Stability and Chaos in Celestial Mechanics. Berlin: Springer, 2010.
5. *Newman W.I.* Rotational kinematics and torques for triaxial bodies // Icarus. 2013. V. 223. Iss. 1. P. 615–618.
6. *MacCullagh J.* On the attraction of ellipsoids // Transactions of the Royal Irish Academy. 1853. V. XXII. P. 379—397.
7. *Maxwell J.C.* A treatise on electricity and magnetism Vol I, Oxford: Clarendon Press. 1873.

8. *Гобсон Е.В.* Теория сферических и эллипсоидальных функций. Перевод с англ. С.В. Фомина, М.: ИЛ, 1952. 476 с.

9. *Тихонов А.А., Петров К.Г.* Мультипольные модели магнитного поля Земли // Космич. исслед. 2002. Т. 40. № 3. С. 219–229.

10. *Антипов К.А., Тихонов А.А.* Мультипольные модели геомагнитного поля: построение N-го приближения // Геомагнетизм и аэрономия. 2013. Т. 53. № 2. С. 271–281.

11. *Мещеряков Г. А.* Задачи теории потенциала и обобщенная Земля. М.: Наука, 1991.

12. *Chao B.F., Shih S.A.* Multipole Expansion: Unifying Formalism for Earth and Planetary Gravitational Dynamics // Surveys in Geophysics. 2021. V. 42. P. 803–838.

13. *Dobrovolskis A.R., Korycansky D.G.* The quadrupole model for rigid-body gravity simulations // Icarus. 2013. V. 225. № 1. P. 623–635.

14. *Nikonov V. I.* Multipole Representation of the Gravitational Field of the Asteroid (16) Psyche // Comput. Math. and Math. Phys. 2023. V. 63. № 12. P. 2572–2579.

15. *Arnold V.* Topological content of the Maxwell theorem on multipole representation of spherical functions // Topological Meth. in Nonlinear Analys. 1996. V. 7. № 2. P. 205–217.

16. *Гильберт Д., Кон-Фоссен С.* Наглядная геометрия. Пер. с нем. С.А. Каменецкого. М.-Л.: ОНТИ, 1936. 304 с.

17. *Буров А.А., Никонов В.И.* Вычислительные задачи теории гравитационного потенциала. Учебное пособие. М.: Белый ветер, 2023. 64 с.

18. *Чандрасекхар С.* Эллипсоидальные фигуры равновесия. Перевод с анг. В.Н. Рубановского, под ред. В.В. Румянцева. М.: МИР, 1973. 288 с.

19. *Dobrovolskis A. R.* Inertia of Any Polyhedron // Icarus. 1996. V. 124. № 2. P. 698–704.

20. *Dobrovolskis A. R.* Classification of ellipsoids by shape and surface gravity // Icarus. 2019. V. 321. P. 891–928.

21. *Буров А.А., Никонова Е.А.* Производящая функция компонент тензора Эйлера-Пуансо // Докл. РАН. Физика, технические науки. 2021. Т. 498. С. 53–56.

22. *Burov A.A., Nikonova E.A.* Generating function of the inertial integrals for small celestial bodies // Celestial Mech. and Dynamic. Astron. 2022. V. 134. № 4. ArtNo. 37.

MAXWELL'S REPRESENTATION OF THE SATELLITE APPROXIMATION POTENTIAL. ON ONE METHOD FOR DETERMINING THE MAIN AXES OF INERTIA OF A SOLID BODY USING THE PARAMETERS OF ITS SECOND-ORDER MULTIPOLE

E. A. Nikonova*

119333 Moscow, Vavilov str., 44, FRC CSC RAS
**e-mail: nikonova.ekaterina.a@gmail.com*

Received: 29.05.2024
Revised: 19.06.2024
Accepted: 26.07.2024

Abstract. Maxwell's approach to the representation of homogeneous harmonic functions in the form of a superposition of derivatives in directions, developed by him within the framework of the study of problems of electrostatics, is applied to the representation of the potential of satellite approximation. The specified representation is determined by two unitary vectors located in a plane orthogonal to the intermediate axis of inertia of the body. In this case, the axis of inertia of the body corresponding to its smallest moment of inertia is the bisector of the angle formed by these vectors. The geometric meaning of the vectors is established: they are orthogonal to the circular sections of the body inertia ellipsoid constructed for the center of mass of the body. The above makes it possible to propose an approach to finding the main axes of inertia of a body based on Maxwell's representation of its satellite approximation potential.

Keywords: satellite approximation potential, Maxwell's representation of homogeneous harmonic functions, ellipsoid of inertia, circular sections of a triaxial ellipsoid, confocal ellipsoids.