

ЦИФРОВАЯ АППАРАТУРА И АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В ИМПУЛЬСНОМ РЕЖИМЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ

© 2023 г. Н.М. Иванов^{1,*}, Е.В. Кондаков^{1,**}, Ю.К. Милославский¹

¹Научное конструкторско-технологическое бюро «Пьезоприбор»
Южного федерального университета, Россия 344090 Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 10
E-mail: *qkivanov@list.ru; **evg_kv@mail.ru

Поступила в редакцию 03.05.2023; после доработки 14.06.2023

Принята к публикации 27.06.2023

Предложен метод измерения спектра комплексной проводимости пьезоэлектрических элементов в импульсном режиме возбуждения и его цифровая реализация. Метод обеспечивает сокращение длительности измерений, а алгоритм обработки — повышение точности оцениваемых параметров. Для определения характеристических частот, добротности и параллельной емкости используется алгоритм дробно-рациональной аппроксимации частотной зависимости комплексной проводимости в резонансном промежутке частот.

Ключевые слова: пьезоэлектрический элемент, комплексный спектр проводимости, характеристические частоты, дробно-рациональная аппроксимация.

DOI: 10.31857/S013030822308002X, EDN: DYMEK

ВВЕДЕНИЕ

Определение основных физических параметров пьезоэлектрических материалов (диэлектрических, упругих, электромеханических) составляет неотъемлемую часть исследований, направленных на создание новых материалов, а также производственных испытаний пьезоэлектрических элементов (ПЭ) после изготовления и/или перед их использованием в изделиях пьезотехники.

Электрическая емкость и тангенс угла диэлектрических потерь ПЭ измеряются на низкой (обычно 1 кГц) частоте при приложении к его электродам гармонического напряжения. Для этого используются мостовые схемы. Измеренное значение электрической емкости ПЭ входит в формулу для расчета одной из компонент тензора диэлектрической проницаемости. Для определения таких параметров пьезоэлектрического материала, как компоненты тензора пьезомодуля и скорость звука, обычно следуют единственному действующему в настоящее время руководящему документу ОСТ II 0444—87 [1], который предписывает использование классического метода «резонанс—антирезонанс». Метод предполагает определение характеристических частот последовательного и параллельного резонансов основной, т.е. низкочастотной, моды колебаний, хорошо изолированной от высших гармоник. Измерения проводятся для образцов ПЭ определенных размеров и формы. По найденным характеристическим частотам и по результатам измерений на низкой частоте определяются относительная диэлектрическая проницаемость, скорость звука, пьезомодуль d_{31} или d_{33} , а также эффективный коэффициент электромеханической связи. Реализация этого метода, согласно [1], заключается в измерении частотной зависимости амплитуды тока через ПЭ, которая при неизменной амплитуде возбуждающего напряжения пропорциональна модулю проводимости. Характеристические частоты ПЭ в этой реализации отождествляются с частотами максимума и минимума модуля проводимости ПЭ. Таким образом, фактически определяется модуль комплексного спектра проводимости, но используются всего две точки этого спектра. Преимуществом такой реализации является простота амплитудных измерений, за что приходится расплачиваться низкой точностью результатов (достаточно высокими случайной и систематической погрешностями), а также низкой скоростью измерений. В [2, 3] приведены расчетные формулы и описания автоматизированных установок, использующий описанный подход.

Полная информация о механической колебательной системе ПЭ и его электрических свойствах, при измерениях с электрической стороны содержится в комплексном спектре, т.е. в частотной зависимости комплексной проводимости $Y(f)$, где f — частота. Для извлечения этой информации необходимо, во-первых, измерять не амплитудный, а комплексный спектр $Y(f)$ в области частот, охватывающей резонансный промежуток, включающий частоты резонанса и антирезонанса. Во-вторых, для получения характеристических частот необходимо выполнять интерпретацию всего измеренного спектра, например, методом круговых диаграмм [4] с подгонкой параметров модели.

Пример реализации такого подхода содержится в [5, 6]. Метод круговых диаграмм применим для ПЭ, обладающих как достаточно высокой механической добротностью, так и высоким значением коэффициента электромеханической связи. В [7] предложена подгонка действительной части проводимости, что позволяет определить несмещенную частоту последовательного резонанса, но частота параллельного резонанса по-прежнему отождествляется с минимумом модуля проводимости, сохраняя ее систематическую ошибку.

Реализация [8] основана на измерении трех амплитуд напряжений: на образце, последовательно соединенном с ним резисторе и суммарного напряжения на всей цепочке. Фазовая информация извлекается из решения треугольника, образованного векторным представлением этих напряжений. Ценой дополнительных погрешностей такой подход позволяет измерить комплексную проводимость с помощью единственного последовательно переключаемого вольтметра.

В большинстве случаев частотная характеристика комплексной проводимости $Y(f)$ измеряется амплитудно-фазовым способом [4]. При этом гармонический сигнал $u_0(t) = A_0(f)\cos(2\pi ft + \varphi_0(f))$ с частотой f и известной амплитудой $A_0(f)$ с выхода генератора синусоидальных сигналов подается на последовательно соединенные ПЭ и резистор с известным сопротивлением r_0 . Для напряжения на этом резисторе $u(t) = A_1(f)\cos(2\pi ft + \varphi_1(f))$ измеряются как амплитуда $A_1(f)$, так и разность фаз $\varphi(f) = \varphi_0(f) - \varphi_1(f)$. Измерения проводятся на каждой отдельно устанавливаемой частоте f , контролируемой частотомером. Значение комплексной проводимости на частоте f вычисляется по формуле [7, 9]:

$$Y(f) = \frac{1}{r_0} \left(\frac{A_0(f)}{A_1(f)} \exp(i\varphi(f)) - 1 \right),$$

где i — мнимая единица. Номинал нагрузочного сопротивления r_0 выбирается таким образом, чтобы напряжение на нем не превышало одной десятой возбуждающего напряжения A_0 , т.е. $r_0 \approx |10 \cdot Y(f)|^{-1}$. Поскольку в области частот, полностью охватывающей резонансный промежуток ПЭ, модуль его импеданса может меняться в широких пределах (до шести порядков [10]), соблюсти это условие, как правило, невозможно. Поэтому при смене частоты может требоваться изменение величины r_0 (смена предела измерения).

Амплитудно-фазовый способ измерений обычно реализуется стандартными RLC -метрами (анализаторами импеданса). В настоящее время повсеместная доступность таких измерительных приборов и ЭВМ для быстрой интерпретации комплексных спектров позволяет полностью отказаться от амплитудной реализации метода «резонанс—антирезонанс», признав ее устаревшей.

Измерение спектра на отдельных частотах с использованием квазигармонических возбуждающих сигналов требует значительного времени, например, в реализации [11] оно составляет более 95 % от полного времени определения параметров образца. Это обусловлено следующими физическими причинами. Для адекватного определения спектра в резонансном промежутке требуется достаточное число частотных точек n . Увеличение n полезно для уменьшения случайной компоненты ошибки за счет усреднения дополнительных измерений. Это особенно важно при измерениях в окрестности антирезонанса образцов с малой емкостью, обладающих высоким импедансом, и, как следствие, повышенной чувствительностью к внешним наводкам и помехам — источникам дополнительной случайной погрешности. Время измерения τ каждой частотной позиции должно быть больше времени установления стационарных колебаний образца: $\tau \sim Q/f_r$, где Q — добротность ПЭ, f_r — частота резонанса. Таким образом, увеличение числа точек приводит к увеличению времени измерения всего спектра $T = n\tau$. К значению τ следует добавить время, необходимое анализатору импеданса на перестройку частоты и измерение амплитуды и фазы, включая автоматический выбор предела измерения. Поэтому время измерения в целом может оказаться неприемлемым в условиях промышленного контроля ПЭ.

БЫСТРОЕ ИЗМЕРЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ПРОВОДИМОСТИ В ПОЛОСЕ ЧАСТОТ

Преодолеть указанные недостатки позволяет использование цифровых методов возбуждения, регистрации и обработки измерительного сигнала ПЭ [7, 9]. Основная идея предлагаемого метода заключается в отказе от последовательного возбуждения образца отрезками гармонического сигнала в пользу одиночного импульса, содержащего весь спектр актуальных частот. В таком случае длительность всего измерения соответствует длительности одного импульса $T \sim \tau \sim Q/f_r$, а разделение спектральных компонент достигается в цифровом виде дискретным преобразованием Фурье. Отсутствие зависимости общего времени T от числа измеряемых точек спектра n по-

звolyет получить значительный выигрыш по времени измерения и, что немаловажно, избавляет от непростого компромисса между скоростью измерений и снижением случайных погрешностей. Разумеется, такой «одновременный» способ измерения всех компонент спектра, опирающийся на принцип суперпозиции, применим только для линейных образцов, но на практике они составляют абсолютное большинство.

Структурная схема цифровой аппаратуры для измерения частотной характеристики комплексной проводимости представлена на рис. 1.

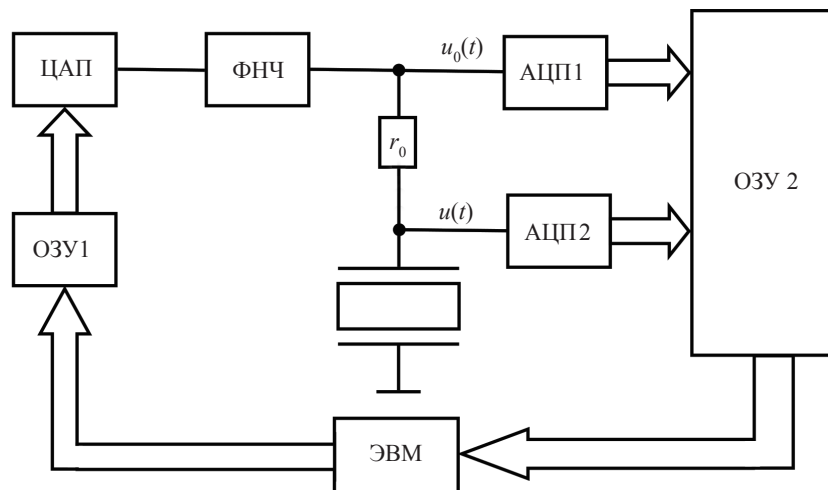


Рис. 1. Структурная схема аппаратуры для измерения частотной характеристики комплексной проводимости.

Аппаратура содержит ЭВМ, буферное запоминающее устройство (ОЗУ1), соединенное с ЭВМ, цифроаналоговый преобразователь (ЦАП), восстанавливающий фильтр нижних частот (ФНЧ), измерительный четырехполюсник, состоящий из последовательно соединенных резистора и ПЭ, двухканальный аналогоцифровой преобразователь (АЦП1 и АЦП2) и буферное запоминающее устройство (ОЗУ2), соединенное с ЭВМ. Аналоговая обработка сигналов сведена к операциям фильтрации и усиления, которые составляют необходимый минимум.

Роль генератора сигналов выполняет связка «ЭВМ—ОЗУ1—ЦАП—ФНЧ». Информация о частоте, амплитуде и фазе сигналов выделяется из цифровых сигналов АЦП1 и АЦП2 путем их обработки в ЭВМ. Для повышения точности измерений используются АЦП с достаточно широким (более 70 дБ) динамическим диапазоном. Цифровой измерительный сигнал, формируемый в ЭВМ, произволен и выбирается из соображений удобства и эффективности измерений. Для определения электрической емкости и тангенса угла диэлектрических потерь используется гармонический сигнал. Для измерений в полосе частот используется импульсный сигнал.

Рассмотрим особенности измерения спектра проводимости при импульсном возбуждении ПЭ [12]. Фурье-образы $u_0(f)$ и $u(f)$ напряжений $u_0(t)$ и $u(t)$ связаны соотношением:

$$u(f) = K(f)u_0(f), \quad (1)$$

а комплексный коэффициент передачи измерительного четырехполюсника $K(f)$ определяется выражением:

$$K(f) = \frac{1}{r_0 Y(f) + 1}.$$

Во временной области соотношению (1) соответствует свертка напряжений $u_0(t)$ и $u(t)$:

$$u(t) = \int_{-\infty}^t H(t-t')u_0(t')dt',$$

где импульсная характеристика измерительного четырехполюсника $H(t)$ есть обратное преобразование Фурье $K(f)$:

$$H(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi ift} K(f) df.$$

При импульсном возбуждении $u_0(t) = U_0(t)(\theta(t) - \theta(t - T_1))$, где $U_0(t)$ — напряжение в импульсе; $\theta(t)$ — ступенчатая функция Хэвисайда, равная нулю при $t < 0$ и единице при $t > 0$; T_1 — длительность импульсного сигнала. Тогда при $t \in [0, T_1]$ напряжение

$$u_B(t) = \int_0^t H(t-t')U_0(t')dt'$$

соответствует вынужденным колебаниям ПЭ, а при $t > T_1$ напряжение

$$u_C(t) = \int_0^{T_1} H(t-t')U_0(t')dt'$$

соответствует свободным затухающим колебаниям ПЭ после прекращения возбуждающего воздействия. Для корректного определения спектра $Y(f)$ по формуле:

$$Y(f) = \frac{1}{r_0} \left(\frac{u_0(f)}{u_1(f)} - 1 \right) \quad (2)$$

необходима регистрация как напряжения $u_B(t)$, так и напряжения $u_C(t)$ с последующим переходом в частотную область путем выполнения преобразования Фурье, для чего общее время измерения $T_0 = T_1 + \tau_1$ должно превосходить время возбуждения T_1 на величину τ_1 , которая фактически является временем затухания свободных колебаний и определяется добротностью ПЭ.

Импульсный сигнал удобно выбрать так, чтобы форма его амплитудного спектра была близка к прямоугольной. Последнему условию удовлетворяет сигнал с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). Формирование N значений цифрового сигнала возбуждения с ЛЧМ s_n амплитуды A , $n \in [0, N-1]$, спектр которого локализован в заданной полосе $[f_0, f_1]$, где f_0 и f_1 — минимальная и максимальная циклические частоты диапазона, выполняется в ЭВМ по формуле:

$$s_n = A \sin \left(2\pi n \Delta t \left(f_0 + \frac{f_1 - f_0}{2T_1} n \Delta t \right) \right) (\theta(n \Delta t) - \theta(n \Delta t - T_1)). \quad (3)$$

Здесь Δt — период дискретизации; $T_0 = (N-1)\Delta t$ — длительность измерений; $T_1 = T_0 - \tau_1$ — длительность импульсного сигнала с ЛЧМ; τ_1 — длительность паузы между окончанием возбуждающего импульсного сигнала и моментом окончания регистрации цифровых сигналов.

Таким образом, напряжение приложено к ПЭ на интервале времени длительностью T_1 , в течение которого мгновенная частота сигнала изменяется от f_0 до f_1 . В этот период времени ПЭ совершает вынужденные колебания. Время измерений T_0 превосходит T_1 на длительность паузы τ_1 , в течение которой регистрируется сигнал собственных колебаний ПЭ после прекращения подачи возбуждающего напряжения. Длительность паузы τ_1 подбирается для каждого типа ПЭ индивидуально и обычно составляет 5—10 % от T_1 .

С помощью цифроаналогового преобразователя и фильтра нижних частот отсчеты цифрового сигнала s_n преобразуются в аналоговый сигнал возбуждения $u_0(t)$ длительностью T_0 . Аналоговый сигнал возбуждения $u_0(t)$ подается на измерительный четырехполюсник, а измерительное напряжение $u(t)$ регистрируется в точке соединения резистора и ПЭ. В двухканальном АЦП сигнал возбуждения $u_0(t)$ и измерительный сигнал $u(t)$ синхронно преобразуются в цифровую форму и накапливаются в буферном ОЗУ2, откуда поступают в ЭВМ, где подвергаются дискретному преобразованию Фурье (ДПФ) с использованием алгоритма БПФ. В результате определяются комплексные дискретные спектры цифровых сигналов $U_0(f_n)$ и $U(f_n)$, $f_n = n/T_0$, $n \in [0, N/2]$. Значения комплексной проводимости $Y(f_j)$ ПЭ на каждой дискретной частоте $f_j = j/T_0$, попадающей в полосу частот возбуждающего сигнала, т.е. такой, что $f_j \in [f_0, f_1]$, вычисляются по формуле, идентичной (2):

$$Y(f_j) = \frac{1}{r_0} \left(\frac{U_0(f_j)}{U_1(f_j)} - 1 \right). \quad (4)$$

Период дискретизации Δt , а с ним и частота дискретизации $F_d = 1/\Delta t$, выбираются как обычно, так, чтобы выполнялось неравенство $F_d > 2f_1$.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

При $f_0 = f_1$ сигнал вида (3) вырождается в радиоимпульс. Такой сигнал используется для измерения электрической емкости C_T и тангенса угла диэлектрических потерь $\tan \delta$ свободного ПЭ. При той же схеме обработки (два ДПФ) проводимость вычисляется по формуле (4) на одной частоте f_0 , а емкость и тангенс вычисляются по формулам:

$$C_T = \text{Im} Y(f_0) / (2\pi f_0), \quad \tan \delta = \text{Re} Y(f_0) / \text{Im} Y(f_0).$$

При измерениях в полосе частот, охватывающей резонансный промежуток, из множества значений комплексной проводимости необходимо выделить частоты резонанса и анторезонанса, добротность и сопротивление ПЭ на резонансе. Для решения этой задачи исходим из канонической эквивалентной схемы ПЭ [13], приведенной на рис. 2, которая содержит соединенные параллельно емкость C_0 , большое сопротивление потерь R_0 на низкой частоте, последовательную резонансную RLC -цепочку (колебательный контур). Такая схема замещения хорошо описывает спектр проводимости ПЭ в окрестности изолированного резонанса.

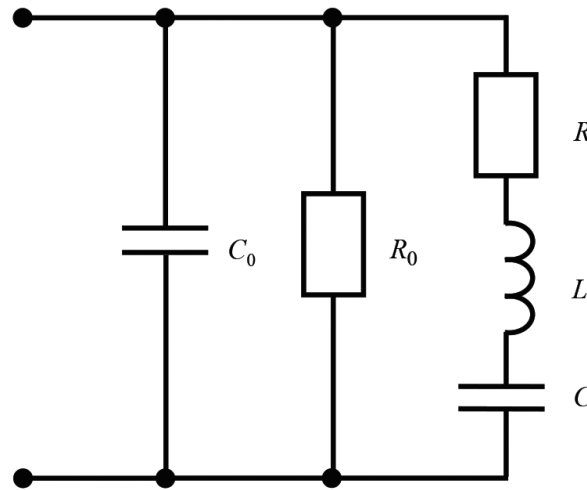


Рис. 2. Каноническая эквивалентная схема ПЭ.

Комплексную проводимость эквивалентной схемы $Y(f)$ можно представить в виде [9, 12]:

$$Y(f) = y_0 + 2\pi i f C_0 \frac{f^2 - 2if\alpha - f_a^2}{f^2 - 2if\alpha - f_r^2}, \quad (5)$$

где $y_0 = 1/R_0$; $f_r = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ — частота последовательного резонанса; $f_a = f_r\sqrt{1+C/C_0}$ — частота параллельного резонанса (анторезонанса); $\alpha = f_r/2Q$ — постоянная затухания; $Q = R^{-1}\sqrt{L/C}$ — добротность. Полюсы проводимости (5) определяют частоты собственных затухающих колебаний ПЭ:

$$f_{1,2} = i\alpha \pm F_r,$$

где $F_r = \sqrt{f_r^2 - \alpha^2} = f_r \sqrt{1 - 1/4Q^2}$ — резонансная частота затухающих колебаний. Нули второго слагаемого в (5):

$$f_{1,2} = i\alpha \pm F_a,$$

где $F_a = \sqrt{f_a^2 - \alpha^2}$ — антирезонансная частота с учетом затухания. Поскольку обычно $Q > 10$ для ПЭ, с хорошей точностью можно полагать $F_{r,a} \approx f_{r,a}$. Можно показать, что на частоте f_r достигается максимум активной составляющей проводимости (5), что служит аргументом в пользу использования последней в качестве оценки частоты резонанса, как указано в [14].

Таким образом, проводимость эквивалентной схемы пьезоэлемента определяется простой формулой (5), в которую входят четыре основных параметра C_0 , α , f_a^2 , f_r^2 . Они подлежат определению по измеренной зависимости комплексной проводимости Y от частоты в резонансной области. Оценки этих параметров будут получены не по отдельным значениям модуля проводимости (как предписывает [1]), и не по спектру ее вещественной части (активной составляющей) [7], что не позволяло определить f_a^2 , а по всей совокупности измеренных значений комплексного спектра проводимости в заданном диапазоне частот.

Пусть измерены $J + 1$ значений комплексной проводимости Y_j на частотах f_j , $j \in [0, J]$, $f_j \in [f_0, f_1]$, $f_j = f_0 + j/T_0$. Обозначим $\xi_0 = 2\alpha$, $\xi_1 = f_a^2$, $\xi_2 = f_r^2$. Пренебрегая в формуле (5) малой проводимостью y_0 , несущественной в резонансной области частот, запишем основное уравнение для определения трехкомпонентного вектора $\xi = (\xi_0, \xi_1, \xi_2)^T$ и параллельной емкости C_0 :

$$Y_j = 2\pi i f_j C_0 \frac{f_j^2 - i f_j \xi_0 - \xi_1}{f_j^2 - i f_j \xi_0 - \xi_2}. \quad (6)$$

Уравнение (6) дает типичный пример задачи дробно-рациональной аппроксимации, которая решается итерационным методом наименьших квадратов [15]. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} z_1(f, \xi) &= f^2 - i f \xi_0 - \xi_1; \\ z_2(f, \xi) &= f^2 - i f \xi_0 - \xi_2; \\ G(f, \xi) &= 2\pi i f z_1(f, \xi) / z_2(f, \xi), \end{aligned}$$

в которых среднеквадратическое отклонение (СКО) левой и правой частей уравнения (6) записывается в виде:

$$\sigma^2(C_0, \xi) = M(Y^\dagger - C_0 G^\dagger)(Y - C_0 G) \equiv M\|Y - C_0 G\|^2, \quad (7)$$

где M — нормировочный множитель; Y — вектор-столбец измеренных значения проводимости; $(\cdot)^\dagger$ — символ эрмитова сопряжения; G — вектор-столбец с компонентами $G_j = G(f_j, \xi)$, $\|\cdot\|$ — евклидова норма вектора. Дифференцируя выражение (7) по переменной C_0 и приравнявая результат к нулю, найдем значение C_0 , соответствующее минимуму функции (7):

$$C_0 = \text{Re}(Y^\dagger G) / \|G\|^2. \quad (8)$$

Подставляя в формулу (7) C_0 из выражения (8) и выбирая $M = Y^\dagger Y = \|Y\|^2$, т.е. нормируя $\sigma^2(\xi)$ на единицу и тем самым заключая область ее значений в отрезок $[0, 1]$, получим:

$$\sigma^2(\xi) = 1 - \frac{(\text{Re}(Y^\dagger G))^2}{\|Y\|^2 \|G\|^2}. \quad (9)$$

Дифференцирование выражения (7) по компонентам вектора ξ после некоторых преобразований приводит к системе квазилинейных уравнений вида:

$$(M - \Delta M)\xi = \text{Re}(A^\dagger B) - \Delta B, \quad (10)$$

где 3×3 матрица $\mathbf{M} = \text{Re}(\mathbf{A}^\dagger \mathbf{A})$; $\mathbf{A}$ — матрица размером $(J+1) \times 3$ с элементами $A_{j,k} = \rho_j a_{j,k}$, $k = 0, 1, 2$:

$$\rho_j(\xi) = |z_2(f_j, \xi)|^{-1}, \quad a_{j,0} = if_j(Y_j - 2\pi if_j C_0), \quad a_{j,1} = -2\pi if_j C_0, \quad a_{j,2} = Y_j;$$

$\mathbf{B}$ — вектор размером $(J+1) \times 1$ с элементами $B_j = \rho_j f_j^2 (Y_j - 2\pi if_j C_0)$; $\Delta \mathbf{M}$ — диагональная матрица с ненулевыми элементами:

$$\Delta M_{0,0} = \sum_{j=0}^{J-1} |\rho_j(\xi) f_j (B_j - A_{j,k} \xi_k)|^2, \quad \Delta M_{2,2} = \sum_{j=0}^{J-1} |\rho_j(\xi) (B_j - A_{j,k} \xi_k)|^2.$$

Здесь по индексу k подразумевается суммирование от 0 до 2, а компоненты вектора $\Delta \mathbf{B}$ есть $\Delta B_0 = \Delta B_1 = 0, \Delta B_2 = \Delta M_{0,0}$.

Таким образом, формальное решение задачи дробно-линейной аппроксимации дается формулой (8) для параллельной емкости C_0 и квазилинейной системой уравнений (10), матрица и правая часть которой зависят от C_0 и неизвестного вектора ξ . Следовательно, задача должна решаться методом последовательных приближений, который может быть сформулирован как последовательность следующих действий.

1. Задаются начальные значения C_0 и $\rho_j = 1, j \in [0, J]$, элементов вектора ρ .
2. Вычисляются матрица $\mathbf{A}$, матрицы $\mathbf{M}$ и $\Delta \mathbf{M}$, а также векторы $\mathbf{B}$, $\mathbf{A}^\dagger \mathbf{B}$ и $\Delta \mathbf{B}$.
3. Решается система (10) трех линейных уравнений с тремя неизвестными и находится трехмерный вектор ξ .
4. Вычисляется вектор $\mathbf{G}$, в котором используется найденный вектор ξ .
5. Находится новое значение C_0 по формуле (8).
6. Вычисляются новые значения $\rho_j = |f_j^2 - if_j \xi_0 - \xi_2|^{-1}, j \in [0, J]$.
7. Процесс продолжается с п. 2 при новых значениях C_0 и ρ .

Для практической реализации сформулированных пунктов необходимо указать способ задания начального значения C_0 и условие завершения итерационного процесса. Начальное значение C_0 естественно заимствовать из измерений емкости C_T на низкой частоте. Привлекая результаты измерений в резонансном промежутке, можно найти частоты максимума $f_{\max}$ активной составляющей и минимума $f_{\min}$ модуля проводимости, которые дадут начальные оценки частот резонанса и антирезонанса. Тогда начальное значение C_0 можно определить по формуле $C_0 = (f_{\min}/f_{\max})^2 C_T$. Условие завершения процесса можно задать в виде $|\xi^{(q)} - \xi^{(q-1)}|/|\xi^{(q)}| < \varepsilon_1$, где $q = 1, 2, \dots$ — номер итерации, или в виде $|C_0^{(q)} - C_0^{(q-1)}|/C_0^{(q)} < \varepsilon_2$, где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — заданные малые числа. Значения $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ подбираются так, чтобы соблюсти компромисс между количеством итераций и глубиной достигаемого минимума функции $\sigma^2(\xi)$. Обычно они принимают значения на отрезке $[10^{-3}, 10^{-5}]$. При выполнении одного или обоих условий задача считается решенной, а искомые величины определяются по формулам $f_r = \sqrt{\xi_2}$, $f_a = \sqrt{\xi_1}$, $Q = \sqrt{\xi_2}/\xi_0$, в которые подставляются значения ξ_0, ξ_1, ξ_2 , найденные на последней итерации. По найденным значениям C_0, f_r, f_a и Q легко определяются параметры эквивалентной схемы R, L, C , а f_r и f_a используются в качестве характеристических частот в методе «резонанс—антирезонанс». В отличие от метода круговых диаграмм, использованная модель не накладывает ограничений на величины механической добротности и коэффициента электромеханической связи, поэтому описанный метод интерпретации спектра комплексной проводимости применим к материалам с низкими значениями указанных параметров.

Для оценки качества результатов удобно использовать значение нормированного СКО σ_0^2 , вычисленного по формуле (9) при найденных значениях параметров эквивалентной схемы. Значениям СКО σ_0^2 , меньшим 10^{-4} , соответствует высокое качество аппроксимации, значения $\sigma_0^2 \in [10^{-4}, 10^{-2}]$ означают удовлетворительное качество, а неравенство $\sigma_0^2 > 10^{-2}$ свидетельствует о том, что результаты неудовлетворительны по той простой причине, что частотная зависимость измеренной проводимости ПЭ не описывается канонической эквивалентной схемой с достаточной степенью точности.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Прежде всего оценивался выигрыш во времени выполнения измерений, достигаемый за счет применения импульсного метода возбуждения. Для сравнения использовался анализатор импеданса HIOKI IM3570. Измерения проводились в диапазоне частот 90—120 кГц. Максимальное число частотных позиций указанного анализатора $N = 800$, среднее время измерений 6 с, т.е. время, затрачиваемое на измерение спектра проводимости в одной частотной позиции, составляет 7,5 мс при шаге по частоте 37,5 Гц. Для импульсного режима возбуждения примем значение частоты дискретизации $F_d = 2,5$ МГц и максимальный объем выборки $N = 2^{18}$ отсчетов. Тогда шаг по частоте $\Delta f = F_d / N = 9,54$ Гц. При этом в рабочий диапазон измерений попадают 3145 частотных позиций. Общее время измерения спектра проводимости, включая обработку, составляет примерно 5 с. Таким образом, удельное время на одну частотную позицию составит чуть меньше, чем 1,6 мс. Следовательно, в приведенном примере время измерения, затрачиваемое на одну частотную позицию спектра проводимости, сокращается почти в пять раз по сравнению с использованием генератора качающейся частоты и возбуждения ПЭ в квазигармоническом режиме. При этом в импульсном режиме частотное разрешение и время измерений зависят только от объема выборки и частоты дискретизации, но никак не от частотного диапазона измерений. С расширением этого диапазона возрастает число актуальных отсчетов спектра проводимости, но не время измерений. А поскольку основные параметры ПЭ определяются по всей совокупности отсчетов, то снижается влияние шумов и помех на результаты, тем самым повышая их точность.

Необходимо отметить, что пример оценки времени измерений приведен для экстремальных значений F_d и N . Их оптимальный подбор в соответствии с заданным частотным диапазоном и параметрами ПЭ позволяет сократить время измерений до 1 с.

Для исключения погрешностей, вносимых неидеальными характеристиками измерительной схемы, должны быть предусмотрены процедуры калибровки и компенсации [10]. Калибровка заключается в измерении и последующем учете неидентичности амплитудно-фазовых характеристик двух измерительных каналов (усилителей и АЦП). Процедура компенсации состоит в определении величин паразитных связей держателя измеряемого ПЭ, а именно параллельной емкости, последовательной индуктивности и тангенсов углов потерь в них. Для этого проводятся измерения в режиме короткого замыкания и полного размыкания держателя. В процессе измерения полученная информация о паразитных связях используется для коррекции комплексной проводимости [16].

На рис. 3 приведены элементы управления аппаратурой, результаты текущих измерений, настройки аппаратуры и данные калибровки, иллюстрирующие процесс выполнения измерений.

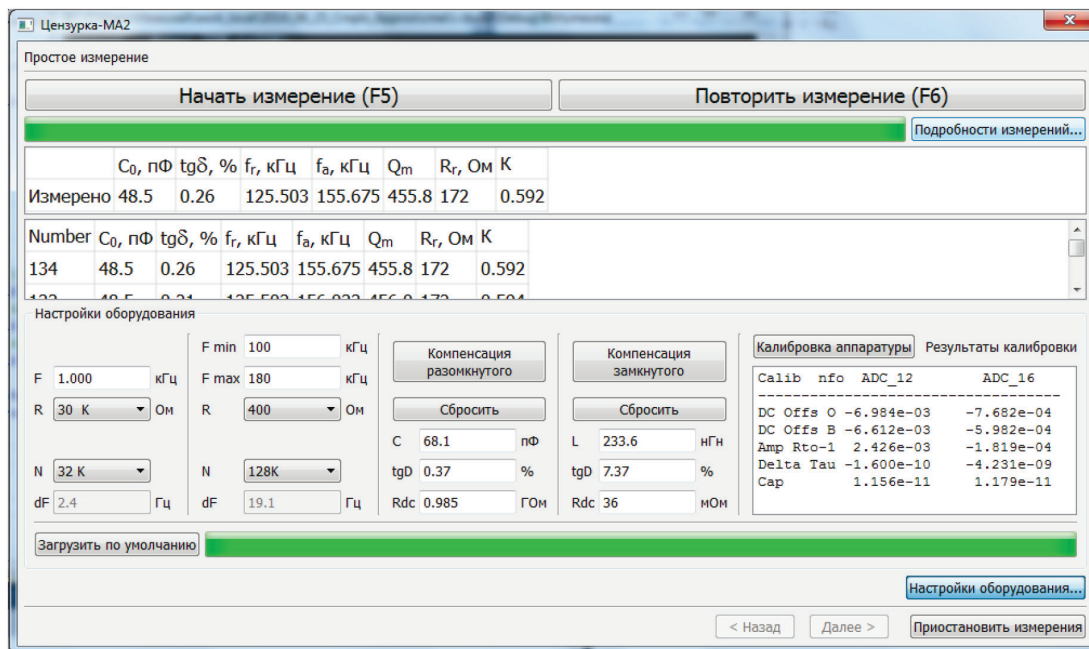


Рис. 3. Управление, настройки параметров и отображение результатов.

Приведем пример экспериментальных исследований, для которого был выбран столбик квадратного сечения с размерами $6 \times 6 \times 13,4$ мм из пьезокерамики ПКВ-460 с электродами, расположенными на его торцах. Вследствие низкой емкости свободного образца $C_f \approx 50$ пФ резонансный промежуток достаточно велик, а частотная зависимость модуля проводимости в окрестности частоты антирезонанса оказывается очень пологой. Поэтому сравнивались два метода определения частоты антирезонанса: первый — как частоты минимума модуля проводимости [1, 7] и второй — как результат дробно-рациональной аппроксимации частотной зависимости спектра проводимости в полосе частот, охватывающей резонансный промежуток.

Обработка результатов $M = 128$ измерений дала следующие результаты. Средние значения и стандартные отклонения частоты антирезонанса составили соответственно $F_{a1} = 156,100$ кГц, $\sigma_1 = 382$ Гц для первого метода и $F_{a2} = 155,736$ кГц, $\sigma_2 = 39$ Гц для второго. Таким образом, случайная погрешность определения частоты антирезонанса в методе дробно-рациональной аппроксимации оказалась на порядок ниже. Результаты эксперимента отражают гистограммы, приведенные на рис. 4, каждая из которых построена на 8 частотных интервалах. По оси ординат отложено отношение $p_{\text{отн}} = M_m/M$, где M_m , $m \in [1, 8]$ — число значений $F_{a1,2}$, оказавшихся в m -м частотном интервале. Систематическое смещение F_{a2} в сторону низких частот обусловлено тем, что частота параллельного резонанса канонической эквивалентной схемы не совпадает с частотой минимума модуля проводимости [4, 17]. Тем самым устраняется систематическая погрешность, присущая амплитудным измерениям.

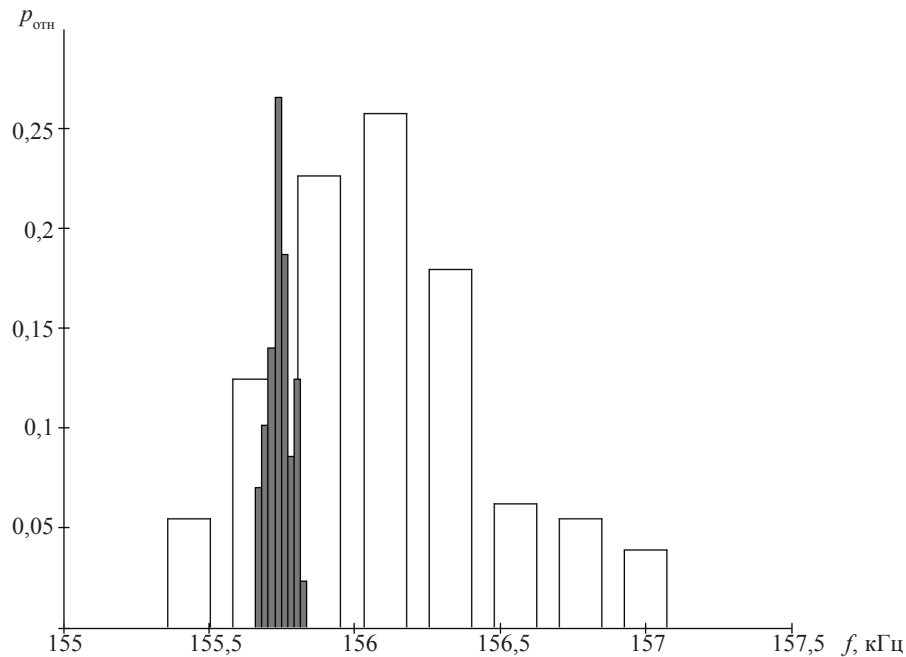


Рис. 4. Гистограмма частоты антирезонанса: светлые столбики — F_{a1} , темные столбики — F_{a2} .

ВЫВОДЫ

Таким образом, в настоящей работе предложен способ определения основных параметров пьезоэлектрических элементов, особенности которого заключаются в следующем.

1. Частотная характеристика проводимости ПЭ определяется в импульсном режиме, т.е. при однократном, а не многократном воздействии внешнего сигнала на образец, чем достигается существенное сокращение времени измерений.

2. Повышение точности измерений достигается применением АЦП с достаточно широким динамическим диапазоном (более 70 дБ), компенсацией погрешностей, вносимых неидеальными характеристиками измерительной схемы, а также использованием для оценки свойств ПЭ комплексного спектра проводимости, измеренного во всем резонансном промежутке.

3. Параметры канонической эквивалентной схемы ПЭ определяются подгонкой к измеренному спектру комплексной проводимости методом дробно-рациональной аппроксимации. Наряду с параллельной емкостью, частотой резонанса и постоянной затухания, в набор этих параметров включена частота антитрезонанса, что, как показано выше, существенно снижает погрешность ее определения.

4. Приведены результаты эксперимента, подтверждающие преимущества предложенного способа по быстродействию и точности определения основных параметров эквивалентной схемы ПЭ.

Таким образом, применение импульсного сигнала с линейной частотной модуляцией, полностью цифрового способа определения комплексной проводимости и определения по спектру проводимости параметров эквивалентной схемы ПЭ существенно уменьшает длительность измерений и снижает их погрешность. На базе предложенного способа разработана автоматизированная аппаратура для исследования и контроля пьезоэлементов и пьезоматериалов, которая используется как в лабораторных условиях, так и на производстве. Аппаратура сертифицирована и выпускается серийно в различных модификациях под общим названием «Цензурка».

Авторы признательны В.В. Мадорскому за предоставленные материалы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ОСТ II 0444—87. Материалы пьезокерамические. Технические условия. М.: Электростандарт, 1987. 141 с.
2. Виноградов Д.А., Наседкин А.В., Паринов И.А., Рожков Е.В. Определение электрических и механических характеристик пьезокерамических элементов // Дефектоскопия. 2002. № 2. С. 18—25.
3. Fialka J., Benes P. Comparison of Methods for the Measurement of Piezoelectric Coefficients // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2013. V. 62. № 5. P. 1047—1057.
4. Пьезокерамические преобразователи / Справочник. Под ред. С.И. Пугачева. Л.: Судостроение, 1984. 256 с.
5. Longbiao He, Xiuiuan F., Triantafillos K., Feng N., Bo Z., Ping Y. Comparison between methods for the measurement of the d33 constant of piezoelectric materials / 25th International Congress on Sound and Vibration. 8—12 July 2018. Hiroshima. P. 1—8.
6. Biao H.L., Wen Z.R., Jiang Z.H., Ping Y. Measurement of Piezoelectric Strain Constant Based on Virtual Instrument Technology by Dynamic Method // Applied Mechanics and Materials. 2013. V. 333—335. P. 2422—2427.
7. Иванов Н.М., Кондаков Е.В., Милославский Ю.К. Цифровая аппаратура и алгоритмы оперативного измерения параметров изделий пьезотехники // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2005. Т. 46. № 2. С. 78—83.
8. Karlash V.L. Analysis of the methods of determination of the viscoelastic coefficients of piezoceramic resonators // Journal of Mathematical Sciences. 2017. V. 226. No. 2. P. 123—138.
9. Кондаков Е.В., Иванов Н.М., Милославский Ю.К. Пат. 2584719 РФ. Цифровой способ измерения параметров пьезоэлектрических элементов // Изобретения. Полезные модели. 2016. № 14.
10. Sherrit S., Mukherjee B.K. Characterization of piezoelectric materials for transducers // arXiv preprint arXiv: 0711.2657. 2007.
11. Jiménez F.J., González A.M., Pard L. et al. A Virtual Instrument for Measuring the Piezoelectric Coefficients of a Thin Disc in Radial Resonant Mode // Sensors 21. 2021. № 12. P. 4107.
12. Иванов Н.М., Кондаков Е.В., Милославский Ю.К. Моделирование измерительной спектроскопии комплексной проводимости пьезоэлектрических элементов // Научно-технический сборник «Гидроакустика». 2022. № 51(3). С. 69—78.
13. Пьезоэлектрические резонаторы / Справочник. Под ред. П.Е. Кандыбы, П.Г. Позднякова. М.: Радио и связь, 1992. 392 с.
14. Мадорский В.В., Рогов И.Е., Скрылев А.Н. Экспериментальное определение полного набора констант поляризованной пьезокерамики на одном образце в форме кольца // Измерительная техника. 2019. № 12. С. 20—25.
15. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.
16. Кондаков Е.В. Анализ источников погрешностей измерения параметров пьезоэлементов и пути их снижения / Актуальные проблемы пьезоэлектрического приборостроения: Сборник трудов Международной молодежной научной конференции, Анапа, 23—27 сентября 2013 года. Анапа: Южный федеральный университет, 2013. С. 172—175.
17. International Standard CEI/IEC 60483: 1976. Guide to dynamic measurements of piezoelectric ceramics with high electromechanical coupling.