

ИТЕРАЦИОННАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ АЛЮМИНИЕВОГО ЛИТЯ С УЧЕТОМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

© 2023 г. С.А. Золотарев^{1,*}, А.Т. Таруат^{2,**}, Э.Г. Биленко^{3,***}

¹ГНУ «Институт прикладной физики НАН Беларуси»,
Республика Беларусь 220072 Минск, ул. Академическая, 16

²Белорусский национальный технический университет, Республика Беларусь 220013 Минск,
пр-т Независимости, 65

³ГНУ «Физико-Технический Институт НАН Беларуси»,
Республика Беларусь 220141 Минск, ул. Купревича, 10

E-mail: *zolotarev@iaph.bas-net.by; **vjgi994@gmail.com; ***bilenko@phti.by

Поступила в редакцию 15.02.2023; после доработки 10.03.2023

Принята к публикации 10.03.2023

Задача малоракурсной рентгеновской томографии является типичным представителем класса некорректно поставленных задач. Практическое решение этой задачи позволит расширить область применения метода рентгеновской томографии. Задача малоракурсной рентгеновской томографии часто является задачей с дефицитом исходных данных и может быть решена только с привлечением априорной информации. Для введения в численный алгоритм необходимой дополнительной информации наиболее пригодными являются методы итерационной реконструкции томографических изображений. Один из подходов для введения такого рода информации изложен в данной статье.

Ключевые слова: итерационные методы, реконструкция изображений, априорная информация, томография, недостаток входных данных.

DOI: 10.31857/S0130308223040048, EDN: YNVEJC

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время среди методов неразрушающего контроля особое место занимает метод рентгеновской томографии. Преимущество этого метода заключается в том, что его информативность о каждом элементарном объеме исследуемого объекта во много раз выше, чем в других известных методах. Высокая эффективность метода рентгеновской томографии впервые была продемонстрирована на примерах его использования в медицине и биологии. Создание первых рентгеновских компьютерных томографов и их применение в медицине было отмечено Нобелевской премией за 1979 г. Современное изложение принципов томографии можно найти в монографии [1].

Техническая реализация и область применения метода рентгеновской томографии жестко связаны с математическим аппаратом, который используется для реконструкции пространственного распределения коэффициента линейного ослабления рентгеновского излучения по рентгеновским проекциям, и возможностями вычислительной техники. В основу первых рентгеновских томографов было положено предложенное еще в 1917 г. двухмерное обратное преобразование Радона [2], который показал, что распределение коэффициента линейного ослабления $\mu(x, y)$ в бесконечно тонком слое объекта однозначно определяется множеством всех линейных интегралов:

$$\mu(x, y) = \frac{1}{2\pi^2} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\varepsilon}^{\infty} \frac{1}{q} \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial l} p(x \cos \theta + y \sin \theta + q, \theta) d\theta dq, \quad (1)$$

где $p(l, \theta)$ — интеграл функции $\mu(x, y)$ вдоль линии, которая удалена на расстояние l от начала координат, а ее перпендикуляр составляет угол θ с осью x ; ε — бесконечно малая величина, стремящаяся к 0.

Основанный на преобразовании (1) принцип современной компьютерной томографии заключается в следующем. Исследуемый объект облучают во множестве ракурсов, регистрируют результаты измерений характеристик излучения, прошедшего через тонкий слой объекта, преобразуют эти результаты в числовые коды, вводят в ЭВМ, с помощью которой посредством численного обратного преобразования Радона находят пространственное распределение коэффициента линейного ослабления, которое затем визуализируют с помощью соответствующих устройств (см. работу [3], стр. 12). При этом, с одной стороны, применение обратного преобразования Радона наибо-

лее эффективно при использовании узко коллимированных источников излучения (в этом случае мал нелинейный вклад рассеянных фотонов) и электронных детекторов излучения (из-за большого объема измеряемых данных), с другой стороны, оно требует строго заданную схему просмотра объекта, требующую для удовлетворительной аппроксимации функции $p(l, \theta)$ значительное число ракурсов (как правило, несколько сотен) при перемещении системы детектор-источник относительно объекта на угол 180 или 360°.

Дальнейшее совершенствование рентгеновских томографов было достигнуто за счет разработки и использования математического аппарата трехмерных обобщений преобразования Радона [4, 5]. Это позволило использовать конический источник излучения и двухмерный матричный детектор, что существенно увеличило скорость сбора информации для трехмерной реконструкции. Но практическое применение нашли томографы, которые используют некоторые приближенные трехмерные преобразования. Основные принципы, изложенные в данной работе, применены были также в публикациях [9—12].

1. ИТЕРАЦИОННЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ

Предельно малый объем проекционных данных, характерный для промышленных малоракурсных систем томографии, заставляет разрабатывать такие алгоритмы реконструкции, которые позволяют использовать дополнительную априорную информацию о восстанавливаемом объекте и являются легко адаптируемыми для различных нетрадиционных схем сканирования. Выбор конкретного алгоритма реконструкции определяется, прежде всего, особенностями системы томографии, точнее, особенностями регистрируемых в системе проекционных данных.

Возможны такие ситуации, когда из-за особенностей системы регистрации либо число проекций очень мало, либо они известны не полностью, либо получены в ограниченном диапазоне углов. Задачи восстановления при таком задании проекционных данных становятся сильно некорректными и для них нарушаются теоремы единственности и устойчивости. Поэтому прямое применение аналитических алгоритмов для их решения не дает приемлемых результатов и приходится разрабатывать другие, более подходящие алгоритмы. В этих случаях наиболее предпочтительными оказываются методы разложения в конечные ряды ортогональных функций.

Восстановление изображений по их проекциям при помощи методов разложения в конечные ряды принципиально отличается от методов интегральных преобразований. Дело в том, что в методах интегральных преобразований используются операторы, действующие на множестве функций, которые заданы на всем континууме вещественных чисел. И лишь для реализации решения на компьютерах и рабочих станциях непрерывные операторы заменяются на дискретные операторы, которые действуют на функциях, заданных на конечных множествах, но это выполняется в самом конце процедуры выполнения алгоритма восстановления.

Методы разложения в конечные ряды предполагают дискретизацию изображения до начала алгоритма восстановления, что сводит основную задачу восстановления к решению систем линейных (или нелинейных) алгебраических уравнений, т.е. к задачам вычислительной линейной алгебры. Известно, что систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) можно решать с помощью как прямых, так и итерационных методов. Итерационные методы применяются главным образом для задач очень большой размерности, которыми, как правило, являются задачи компьютерной томографии.

Для применения алгоритмов разложения в конечные ряды к решению задач реконструктивной вычислительной томографии первоначально необходимо построить полную дискретную модель задачи восстановления. Для этого выберем систему базисных функций $b_j(\mathbf{x})$, $j = 1, 2, \dots, J$ и рассмотрим дискретизированную форму $\tilde{f}$ функции f по отношению к этой системе:

$$\tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^J f_j \times b_j(\mathbf{x}), \quad (2)$$

где $f_j = \text{const}$. Пусть R_i , $i = 1, 2, \dots, I$ — множество линейных непрерывных функционалов, каждый из которых ставит в соответствие функции $f(\mathbf{x})$ вещественное число $R_i f$, которое обозначим p_i . Тогда, применяя операторы R_i к равенству (2), учитывая их непрерывность и линейность и обозначив

$$a_{ij} = R_i b_j(\mathbf{x}), \quad (3)$$

получаем искомую СЛАУ

$$\mathbf{A}\mathbf{f} = \mathbf{p}, \quad (4)$$

где $\mathbf{A} = (a_{ij})$ — проекционная матрица; $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_j)$ — вектор изображения; $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_i)$ — вектор проекций. Таким образом, решение основной задачи восстановления изображения по заданному набору проекций p_i сводится к решению СЛАУ вида (4), при этом вектор $\mathbf{p}$ заведомо задан с некоторой погрешностью.

Существует несколько различных источников зашумления вектора $\mathbf{p}$: 1) вместо функции $f(\mathbf{x})$ мы рассматриваем ее приближенное выражение в виде дискретизированной функции $\tilde{f}(\mathbf{x})$; 2) вектор проекций $\mathbf{p}$ получаем на практике из экспериментальных или практических физических измерений, которые неизбежно зашумлены; 3) при вычислении элементов a_{ij} матрицы $\mathbf{A}$ мы предполагаем идеализацию естественных лучей, как это будет рассмотрено ниже.

Предположим, что функция $f(\mathbf{x})$ задана в пространственной области V . Разобьем область V на некоторое конечное число подобластей, которые будем называть вокселями. Перенумеруем все воксели некоторым удобным образом от 1 до J . Будем считать, что восстанавливаемая функция $f(\mathbf{x})$ принимает постоянное значение f_j внутри j -го вокселя, т.е. функцию $f(\mathbf{x})$ заменяем ее дискретизированным выражением:

$$\begin{aligned} \tilde{f}(\mathbf{x}) &= f_j, \text{ если } (x) \in \text{ вокселю } j - y; \\ &0 \quad \text{в противном случае.} \end{aligned} \quad (5)$$

Пусть $\{b_j(\mathbf{x})\}_1^J$ — система базисных функций, которые задаются следующим образом:

$$\begin{aligned} b_j(\mathbf{x}) &= 1, \text{ если } (x) \in \text{ вокселю } j - y; \\ &0 \quad \text{в противном случае.} \end{aligned} \quad (6)$$

Предположим, что в качестве линейных функционалов $\mathbf{R}$ выбираем прямое преобразование Радона вдоль набора некоторых прямых L_s :

$$R_i \mathbf{f} = \int_{L_s} f(\mathbf{x}) ds.$$

Тогда

$$R_i b_j(\mathbf{x}) = \int_{L_s} b_j(\mathbf{x}) ds = a_{ij} \quad (7)$$

геометрически представляет собой длину пересечения i -го луча с j -м вокселем. Мы в своей статье используем именно такую систему базисных функций, другие виды базисных функций не рассматриваются в данной работе. Дискретизация является равномерной.

Из вышерассмотренного очевидна гибкость предлагаемого алгебраического подхода к решению задач восстановления. Во-первых, следует отметить свободу выбора базисных функций, что связано с выбором сетки разбиения области D (кроме декартовой квадратной сетки можно выбрать полярную сетку в двухмерном случае и вообще сетку произвольной геометрической конфигурации).

Кроме того, постановка задачи не зависит от геометрии лучей. Изменяются при этом только элементы a_{ij} , которые, как правило, вычисляются заранее. Следует также заметить, что все вышесказанное можно перенести на трехмерный случай. Таким образом, алгебраический метод при фиксированном выборе линейных непрерывных операторов R_i и базисных функций b_j сводит задачу восстановления к решению СЛАУ (4), т.е., казалось бы, к стандартной задаче вычислительной линейной алгебры. Однако применительно к проблеме реконструкции изображения данная задача имеет ряд характерных особенностей: размерность системы чрезвычайно велика:

как правило, число уравнений и неизвестных порядка 10^7 — 10^{10} . При этом отличные от нуля элементы матрицы $\mathbf{A}$, в основном, не образуют никакой определенной упорядоченной структуры для того, чтобы можно было применить какой-нибудь из известных методов решения систем линейных алгебраических уравнений с разреженными матрицами; матрица $\mathbf{A}$ является прямоугольной размера $m \times n$, причем $m \neq n$, как правило, $m < n$ (здесь m — число уравнений, а n — число неизвестных). В последнем случае система является недоопределенной; система уравнений (4) является неустойчивой относительно задания начальных данных, т.е. малым изменениям вектора $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_m)$ могут отвечать сколь угодно большие изменения вектора неизвестных $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$. Эти характерные особенности превращают простую, на первый взгляд, задачу вычислительной линейной алгебры в весьма трудно реализуемую вычислительную процедуру. При этом для каждой конкретной задачи приходится подбирать наиболее оптимальный алгоритм реконструкции.

2. КЛАССИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ

Здесь мы рассмотрим решение задачи реконструктивной вычислительной томографии с помощью классических итерационных алгебраических методов восстановления, основанных на разложении в конечные ортогональные ряды [5]. Для случая задания систем базисных функций в виде формул (6) это приводит к необходимости решения СЛАУ вида:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{p}, \quad (8)$$

где $\mathbf{A} = (a_{ij})$ — проекционная матрица; $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ — вектор неизвестных; $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_m)$ — вектор проекций. Впервые применение итерационного алгебраического алгоритма для вычислительной томографии было описано в 1970 г. в работе [8]. В этом алгоритме в качестве начального приближения вектора изображений выбирается произвольное значение $\mathbf{x}^{(0)} \in R^n$, если система является совместной, $(k+1)$ -я итерация получается из k -й итерации некоторым аддитивным способом. При этом последовательно в порядке перебора рассматривается только один луч, например i -й, а изменению подвергаются только те компоненты вектора $\mathbf{x}^{(k)}$, которые соответствуют вокселям, пересекаемым данным лучом. Величина невязки между измеренным значением p_i и приближенной величиной проекции $\sum_j a_{ij}x_j^{(k)}$, полученной при подстановке k -й итерации $\mathbf{x}^{(k)}$, перераспределяется между вокселями, расположенными вдоль i -го луча, пропорционально их весам a_{ij} в луче. Таким образом, в одном цикле k -й итерации изменяются значения только тех вокселей, которые находятся вдоль данного i -го луча, а остальные значения функции остаются без изменения. Этот алгоритм известен в литературе как ART и его можно определить следующим образом:

- 1) начальное приближение $\mathbf{x}^{(0)} \in R^n$ выбирается произвольно;
- 2) $k+1$ -я итерация вычисляется по формуле:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \lambda^{(k)} ((p_i - (\mathbf{a}^i, \mathbf{x}^{(k)})) / \|\mathbf{a}^i\|^2) \mathbf{a}^i, \quad (9)$$

где $\mathbf{a}^i = (a_{ij})_{j=1}^n$ — i -я строка матрицы $\mathbf{A}$, параметры релаксации $\lambda^{(k)}$ представляют собой последовательность вещественных чисел, а $i = i_k = k(\text{mod}_m) + 1$, т.е. лучи перебираются циклически. Этот алгоритм характеризуется эффективным использованием памяти, поскольку n -мерный вектор $\mathbf{x}^{(k+1)}$ можно запоминать в том же блоке оперативной памяти, что и вектор $\mathbf{x}^{(k)}$, необходимость хранения которого отпадает после k -й итерации. Исследователями доказано, что он принадлежит к классу итерационных алгоритмов, основанных на методе проектирования на выпуклые множества. Однако качество реконструкции алгоритма ART уступает качеству алгоритмов SIRT, ILST и алгоритму байесовой реконструкции в силу наличия полосовых артефактов. Поэтому мы предпочтительно используем последние вышеназванные алгоритмы.

3. АЛГОРИТМЫ РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Как отмечалось выше, на практике часто приходится решать так называемые задачи восстановления с неполным набором данных. Этого набора данных, как правило, недостаточно для решения задачи восстановления. Однако для многих таких задач, в частности для задач исследования физических процессов, бывает, что известна некоторая дополнительная информация об исходном вос-

становливаемом объекте. Эта различная априорная информация может быть эффективно учтена в алгебраических итерационных алгоритмах. Использование этой априорной дополнительной информации часто дает существенное улучшение для скорости сходимости итерационных процессов. В этом подразделе рассматриваются различные комбинации итерационных алгебраических реконструктивных алгоритмов, рассмотренных в предыдущих разделах, с использованием наиболее важной и доступной априорной информации о восстанавливаемом объекте и устанавливаются свойства сходимости таких алгоритмов.

Предположим, что итерационный алгебраический алгоритм для решения СЛАУ (4) задан в виде следующей рекуррентной формулы:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = Q \mathbf{x}^{(k)}, \quad (10)$$

где $Q: R^n \rightarrow R^n$ — некоторый оператор. Дополнительную информацию об объекте в общем случае можно также задать с помощью некоторого оператора $S: R^n \rightarrow R^n$ в виде:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = S \mathbf{x}^{(k)}, \quad (11)$$

тогда общий итерационный процесс будет представляться в виде суперпозиции этих двух операторов:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = S Q \mathbf{x}^{(k)}. \quad (12)$$

Следует при этом заметить, что не всегда из сходимости последовательности (10) к решению системы (4) следует сходимость последовательности (12) и наоборот. Операторы Q и S должны удовлетворять определенным свойствам, чтобы гарантировать эту сходимость. Заранее эти свойства неизвестны, поэтому мы практически устанавливаем их на основании численных экспериментов. Предположим, априорно известно, что искомое решение $\mathbf{x}$ принадлежит подпространству $L \subset R^n$. Тогда в качестве оператора S можно взять оператор ортогонального проектирования $P = P_L$ на подпространство L . Например, если априорно известны границы значений искомого вектора решений $\mathbf{x}$, т.е. известно, что i -я компонента x_i находится в интервале $[\alpha_i, \beta_i]$, то в качестве множества L может быть взято прямое произведение этих интервалов:

$$L = [\alpha_1, \beta_1] \times [\alpha_2, \beta_2] \times \dots \times [\alpha_n, \beta_n].$$

В этом случае оператор ортогонального проектирования P_L задается в виде:

$$P_L(x_i) = \begin{cases} \alpha_i, & \text{если } x_i < \alpha_i \\ x_i, & \text{если } \alpha_i \leq x_i \leq \beta_i \\ \beta_i, & \text{если } x_i > \beta_i \end{cases}, \quad (13)$$

несмотря на кажущуюся тривиальность этих ограничений, они являются весьма полезными при итерационной реконструкции искомого изображения.

В качестве априорного знания об объекте могут быть заранее известны также границы его протяженности, т.е. известно множество $S \subset R^n$, вне которого восстанавливаемая функция равна 0. В этом случае оператор проектирования на подмножество S определяется как

$$P_S \mathbf{x} = \begin{cases} x, & \text{если } x \in S \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}. \quad (14)$$

Мы применим описанный выше принцип (14) введения априорной информации в итерационный процесс для реконструкции изображений алюминиевых корпусов.

Первый набор 32 рентгеновских проекций был предоставлен господином Dr. Martin Simon, сотрудником германской фирмы Зауэрвайн (Sauerwein). Все эти проекции были получены в

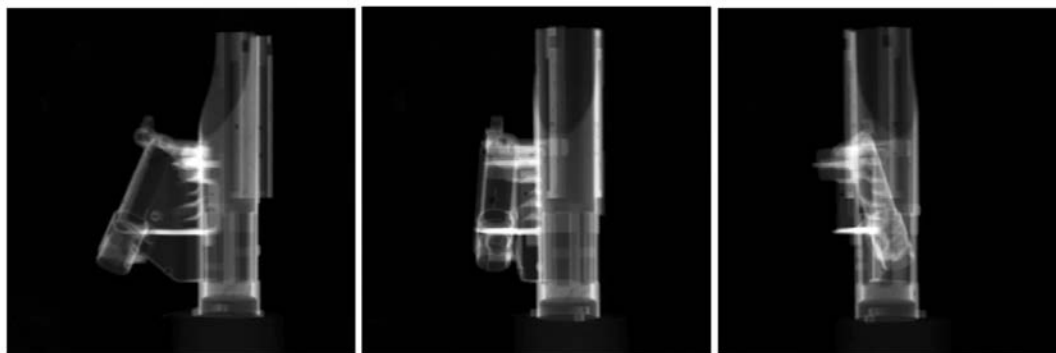


Рис. 1. Проекция алюминиевого корпуса для углов 0, 45 и 90 град.

угловом диапазоне 180 град, т.е. при одностороннем доступе к объекту реконструкции. Мы имеем характерную задачу именно для малоракурсной томографии. Число проекционных видов несколько десятков, причем все они расположены в неполном угловом диапазоне, который меньше 360 град. На рис. 1 показаны три проекции алюминиевого корпуса для углов 0, 45 и 90 град.

4. ПОСТРОЕНИЕ НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ИЗОБРАЖЕНИЯ АЛЮМИНИЕВОГО КОРПУСА

Для уменьшения числа вокселей, для которых необходимо оценить приближенное значение коэффициента линейного ослабления, целесообразно уменьшить их количество, исходя из принципа наблюдаемости реконструируемого объекта на всех проекциях.

Определим трехмерную область предполагаемого положения объекта:

$$Volume = \left\{ j : \sum_{n=1}^N \eta \left(\frac{Pixel_{jn}}{\varepsilon_{jn}} \right) = N \right\}, \quad (15)$$

где $\eta(x)$ — пороговая функция:

$$\eta(x) = \begin{cases} 1, & x > 1 \\ 0, & x \leq 1 \end{cases}$$

Это означает, что воксель j принадлежит $Volume$, если значения соответствующих ему пикселей $Pixel_{jn}$, в которые он проецируется, больше некоторого минимального значения на всех проекциях. В соответствии с (15) воксель j принадлежит $Volume$, если значения соответствующих ему пикселей превышают погрешность измерения ε_{jn} на всех N -проекциях.

Все воксели пронумерованы последовательно. Это всегда используется при преобразовании трехмерного массива в одномерный с целью упрощения программного кода. Заметим, что по индексам конкретного вокселя (i, j, k) этот одномерный индекс вычисляется однозначно: $position = dims[0] * (dims[1] * k + j) + i$, где $dims[0]$ и $dims[1]$ — размерности зоны реконструкции по осям абсцисс и ординат. Верно и обратное утверждение: по индексу $position$ можно однозначно восстановить индексы конкретного вокселя (i, j, k) .

Сначала на рис. 2 покажем перспективные изображения реконструируемого объекта для разного числа итераций, когда в качестве начального приближения взята вся область реконструкции.

Далее на рис. 3 покажем перспективные изображения реконструируемого объекта для разного числа итераций, когда в качестве начального приближения взята область $Volume$. Понятно, что при этом мы учитываем априорную информацию о пространственном положении объекта реконструкции. Роль подмножества S в соотношениях (14) играет подмножество зоны реконструкции $Volume$.

Видно, что при использовании второго способа выбора начального приближения мы более точно и качественно восстанавливаем форму и внутреннюю структуру объекта.

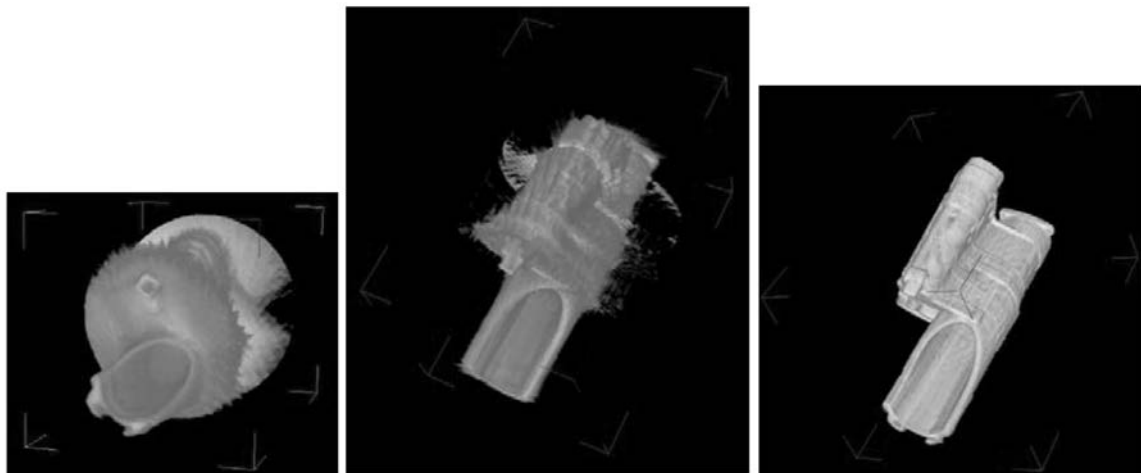


Рис. 2. Перспективные изображения алюминиевого корпуса для 1, 5 и 10 итераций. Начальное приближение: вся зона реконструкции.

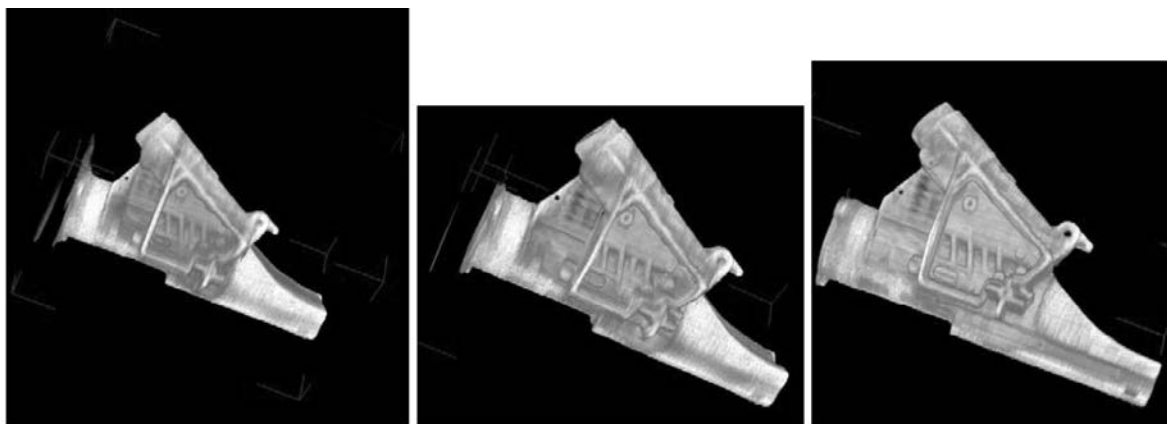


Рис. 3. Перспективные изображения алюминиевого корпуса для 5, 10 и 30 итераций. Начальное приближение: область *Volume*.

5. РЕКОНСТРУКЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ О ГРАНИЦАХ ЗНАЧЕНИЙ РЕШЕНИЯ

Поскольку коэффициент ослабления алюминиевого корпуса является однородным, мы можем использовать условие (13) для улучшения качества реконструкции изображения. Путем умножения всех проекций на некоторый постоянный коэффициент можно так откалибровать их, что плотность реконструируемого объекта станет равной единице. Денкевич Ю.Б. в кандидатской диссертации [6] для улучшения выполнения условий (13) для вокселей, границы значений которых принадлежат отрезку $0 \leq x_j \leq 1, j = 1 \dots N$, предложил одновременно минимизировать функционал $B(x) = (4,0 \times x \times x] - 6,0 \times x + 2,0)$. Численный алгоритм решения нашей задачи можно построить с помощью вариационной задачи минимизации функционала:

$$\tilde{x} = \arg \min_{x \in Volume} \{ \|Ax - p\|^2 + \alpha B(x) \}, \quad (16)$$

где $\tilde{x}$ — приближенное решение уравнения $\hat{A}x = p$; $\|Ax - p\|^2$ — невязка; $B(x)$ — стабилизирующий функционал; α — параметр регуляризации.

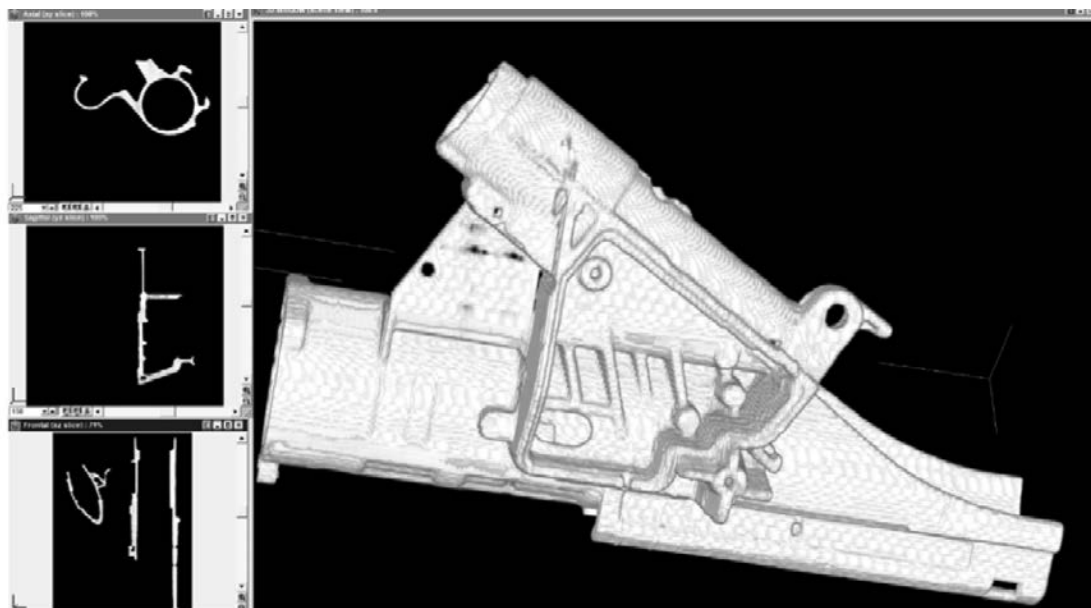


Рис. 4. Изображение алюминиевого блока, которое получается при учете априорной информации с помощью решения вариационной задачи (16). Слева показаны центральные ортогональные сечения объекта.

На рис. 4 показано изображение алюминиевого блока, которое получается при решении вариационной задачи (16).

Второй набор из 2300 рентгеновских проекций был предоставлен Иваном Георгиевым, научным сотрудником Института информационных и коммуникационных технологий (ИИКТ) Болгарской академии наук. Они были получены на промышленном томографе ХТ Н 225 фирмы Nikon Metrology. Проекции имели размерности 1840×1446 пикселей. Размер пикселя был равен $0,127 \times 0,127$ мм. Расстояние от рентгеновского источника до матрицы детекторов было равно 1009 мм, а расстояние от источника до объекта — 775 мм. Угловой шаг был равен $0,156^\circ$. Была произведена реконструкция алюминиевого бокса итерационным методом SART по 575 проекциям, снятым через угловой интервал $0,626^\circ$. На рис. 5 показаны различные перспективные виды реконструированного изображения алюминиевого бокса.

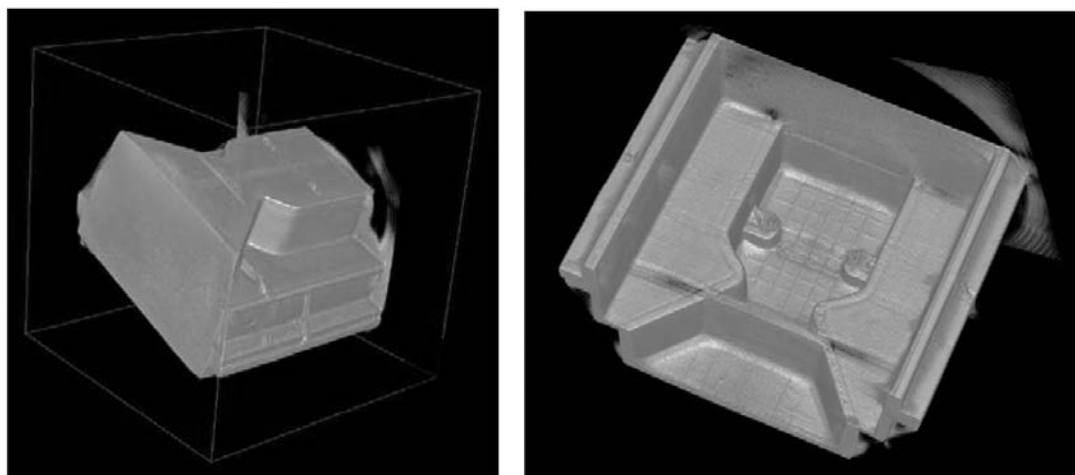


Рис. 5. Два различных перспективных вида алюминиевого бокса.

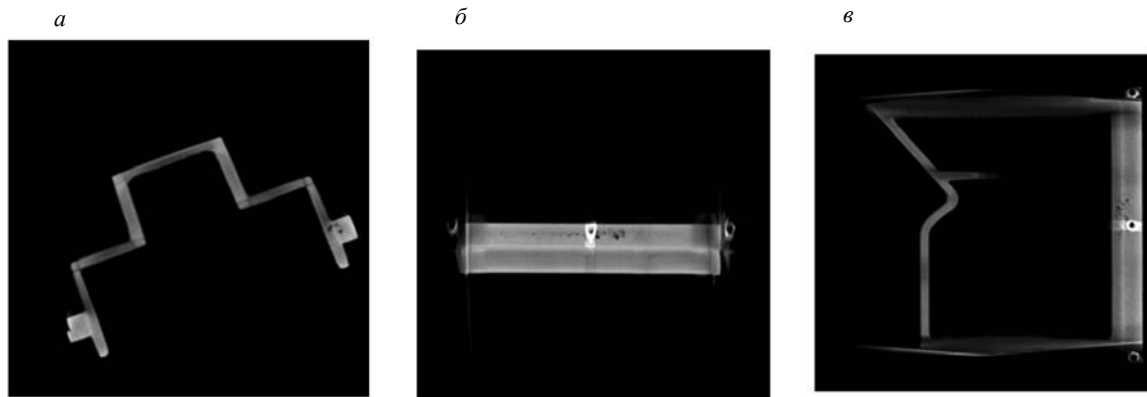


Рис. 6. Сечения изображения алюминиевого бокса плоскостями XOZ , YOZ и XOY :
 а — слой XOZ 360 вдоль оси OY ; б — слой YOZ 646 вдоль оси OX ; в — слой XOY 328 вдоль оси OZ .

На рис. 6 показаны сечения трехмерного реконструированного изображения алюминиевого бокса плоскостями XOZ , YOZ и XOY в месте расположения поры максимального размера, обнаруженной в слое XOZ № 360 при анализе изображения объекта вдоль оси OY . ПО VGStudioMAX позволяет одновременно выводить сразу все три этих изображения на дисплей и проводить виртуальные измерения размеров поры на каждом из этих изображений. Оцененный размер этой поры равен 1,5 мм.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Результатом проведенных экспериментальных исследований является подтверждение возможности решения задачи малоракурсной рентгеновской томографии для конкретного класса объектов алюминиевого литья. Разработка прикладных численных алгоритмов решения данной задачи для этого класса объектов позволит расширить область применения метода рентгеновской томографии для неразрушающего контроля изделий, содержащих такие распространенные дефекты, как поры, включения, расслоения, трещины, раковины и т.п.

Вклад авторов является одинаковым по 33 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Herman Gabor T.* Fundamentals of Computerized Tomography. Image Reconstruction from Projections. Second Edition. Springer-Verlag London Limited. 2009. 297 p.
2. *Radon J.* Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte langs gewisser Mannigfaltigkeiten. Ber. Verb. Saechs. Akad. Wiss., Leipzig, Math. Phys. Kl. 1917. № 69. P. 262—277.
3. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Тимонов А.А.* Математические задачи компьютерной томографии. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 160 с.
4. *Smith Bruce D.* Cone-beam tomography: recent advances and a tutorial review // *Optical Engineering*. 1990. V. 29. No. 5. P. 524—534.
5. *Reimers P., Goebbels J.* History of computerized tomography at BAM / Int. Simp. on Computerized Tomography for Industrial Applications. Berlin. Juni 1994. P. 13—22.
6. *Венгринович В.Л., Золотарев С.А.* Итерационные методы томографии. Минск: Белорусская наука, 2009. 227 с.
7. *Денкевич Ю.Б.* Восстановление изображений и свойств объектов путем решения обратных задач малоракурсной рентгеновской томографии и магнитошумовой структуроскопии / Дисс. Минск: ИПФ НАН Беларуси, 2000. 138 с.
8. *Gordon R., Bender R., Herman G.T.* Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography // *J. Theor. Biol.* 1970. No. 29. P. 471—481.
9. *Krammer J., Zolotarev S.A., Hillman I.* Evaluation of a new image reconstruction method for digital breast tomosynthesis: Effects on the visibility of breast lesions and breast density // *The British journal of radiology*. 2019. V. 92. No. 1103. DOI: 10.1259/bjr.20190345
10. *Zolotarev S.A., Vengrinovich V.L., Smagin S.I.* Iterative tomography of pipes during operation // *Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus Physical. Technical Series*. 2021. V. 66. No.4. P. 505—512.

11. Золотарев С.А., Савеня П.С., Жуков К.А., Седнина М.А. Метод неразрушающего контроля толщины стенок и внутренней дефектности металлической трубы // Системный анализ и прикладная информатика. 2020. № 3. С. 28—33.
 12. Золотарев С.А., Таруат А.Т., Биленко Э.Г. Оценка влияния уровня шума на точность реконструкции изображения промышленного изделия // Системный анализ и прикладная информатика. 2022. № 4. С. 38—44.
-