

Научная статья

УДК 551.465  
EDN: HTUSGA

## Потоки энергии между средними течениями и мезомасштабными вихрями в восточной и западной частях Черного моря

А. А. Павлушин

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия*  
✉ [pavlushin@mhi-ras.ru](mailto:pavlushin@mhi-ras.ru)

Поступила в редакцию 31.12.2022; одобрена после рецензирования 22.06.2023;  
принята к публикации 15.11.2023.

### *Аннотация*

*Цель.* Целью данной работы является анализ потоков энергии между течениями разных масштабов в восточной и западной частях Черного моря.

*Методы и результаты.* Для определения составляющих энергетического баланса использовались результаты численного расчета полей течений в Черном море, выполненного с помощью двухслойной вихререзающей модели, возбуждаемой ветром с циклонической завихренностью. Полная нестационарная крупномасштабная циркуляция моря условно представлялась в виде суммы средних течений и мезомасштабных вихрей. Были рассчитаны переходы между кинетической и доступной потенциальной энергией, а также потоки энергии между крупномасштабными течениями и мезомасштабными вихрями отдельно для восточной и западной части Черного моря. Кроме того, были определены адвективные потоки энергии через меридиональную границу между двумя частями моря.

*Выводы.* Основной вклад в адвективный перенос потенциальной энергии из восточной части Черного моря в западную вносят мезомасштабные вихри. Этот адвективный перенос энергии приводит к возникновению различий в направлении потоков энергии между течениями разных масштабов в восточной и западной частях моря. В восточной части энергия передается от средних течений к мезомасштабным вихрям, а в западной наблюдается обратный поток энергии. Показано, что обмен кинетической энергией между различными масштабами обеспечивается работой силы Кориолиса, которая для исходных течений равна нулю, но оказывается не равной нулю отдельно для средних течений и мезомасштабных вихрей.

**Ключевые слова:** Черное море, крупномасштабная циркуляция, средние течения, мезомасштабные вихри, энергетический баланс, поток энергии,  $\beta$ -эффект, волны Россби

**Благодарности:** работа выполнена в рамках темы государственного задания FNNN-2022-0003 «Развитие методов оперативной океанологии на основе междисциплинарных исследований процессов формирования и эволюции морской среды и математического моделирования с привлечением данных дистанционных и контактных измерений».

**Для цитирования:** Павлушин А. А. Потоки энергии между средними течениями и мезомасштабными вихрями в восточной и западной частях Черного моря // Морской гидрофизический журнал. 2024. Т. 40, № 1. С. 108–129. EDN HTUSGA.

## Energy Flows between the Mean Currents and the Mesoscale Eddies in the Eastern and Western Parts of the Black Sea

A. A. Pavlushin

*Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia*  
✉ pavlushin@mhi-ras.ru

### Abstract

**Purpose.** The study consists in analyzing the energy flows between the currents of different scales in the eastern and western parts of the Black Sea.

**Methods and Results.** The energy balance components were determined based on the results of numerical calculation of current fields in the Black Sea performed using a two-layer eddy-resolving model subjected to a forcing of a wind with cyclonic vorticity. A complete non-stationary large-scale sea circulation was represented conventionally as a sum of mean currents and mesoscale eddies. Conversions between the kinetic and available potential energy, as well as the energy flows between the mean currents and the mesoscale eddies were calculated separately for the eastern and western parts of the Black Sea. Besides, the advective energy flows across the meridional boundary between two parts of the sea were also calculated.

**Conclusions.** The main contribution to the potential energy advective transfer from the eastern part of the Black Sea to its western part is made by the mesoscale eddies. This advective energy transfer results in arising of differences in the energy flow directions in the currents of different scales in the eastern and western parts of the sea. In the Black Sea eastern part, energy is transferred from the mean currents to the mesoscale eddies, whereas in its western part, a reverse energy flow is observed. It is shown that the kinetic energy exchange between the movements of different scales is provided by the Coriolis force work, which for the initial currents is equal to zero, but turns out to be non-zero separately for the mean flows and the mesoscale eddies.

**Keywords:** Black Sea, large-scale circulation, mean currents, mesoscale eddies, energy balance, energy flow,  $\beta$ -effect, Rossby waves

**Acknowledgements:** The study was carried out within the framework of state assignment FNNN-2022-0003 “Development of operational oceanology methods based on interdisciplinary research of the processes of marine environment formation and evolution, and mathematical modeling using the data of remote and contact measurements”.

**For citation:** Pavlushin, A.A., 2024. Energy Flows between the Mean Currents and the Mesoscale Eddies in the Eastern and Western Parts of the Black Sea. *Physical Oceanography*, 31(1), pp. 99-119.

### Введение

Большую роль в формировании и изменчивости горизонтальной циркуляции вод в океанах и морях играет взаимодействие между динамическими процессами различных масштабов. Согласно классификации, предложенной А. С. Мониным<sup>1</sup>, для циркуляции Черного моря актуальной является изменчивость межгодового, сезонного и синоптического масштабов. Процессы межгодового и сезонного масштабов проявляются в формировании течений, ограниченных размерами бассейна. В Черном море это Основное Черноморское течение (ОЧТ), которое в некоторые годы распространяется по всему периметру глубоководной части моря, а в другие годы распадается на два или три

---

<sup>1</sup> Монин А. С., Каменкович В. М., Корт В. Г. Изменчивость Мирового океана. Ленинград : Гидрометеиздат, 1974. 262 с.

суббассейновых циклонических круговорота – «очки Книповича» [1]. К процессам синоптического масштаба относятся меандры ОЧТ, антициклонические и циклонические вихри, образующиеся в ложбинах меандров, ринги – оторвавшиеся меандры, квазистационарные антициклоны (Севастопольский, Батумский), волны Россби с масштабами порядка бароклинного радиуса деформации [2, 3].

В научных статьях зарубежных авторов [4–6] при описании особенностей полей течений чаще применяется другая классификация, согласно которой вихревые образования, по определению А. С. Монины являющиеся синоптическими [7], отнесены к мезомасштабным объектам. Такие объекты называются мезомасштабными вихрями (*mesoscale eddies*), имеют размеры от десяти до нескольких сотен километров, время их жизни составляет от недели до нескольких месяцев [8]. Соответственно, явления большего масштаба, чем мезомасштабные вихри, относятся к крупномасштабным, меньшего – к субмезомасштабным. В данной работе субмезомасштабные динамические объекты не рассматриваются, поскольку пространственное разрешение двухслойной вихре-разрешающей модели [9], с помощью которой проводится расчет полей гидрофизических характеристик, не позволяет этого сделать. В дальнейшем планируется провести некоторую модернизацию модели и увеличить ее пространственное разрешение, чтобы исследовать влияние субмезомасштабных процессов на более крупномасштабные, так как этот вопрос представляет научный интерес [10–12].

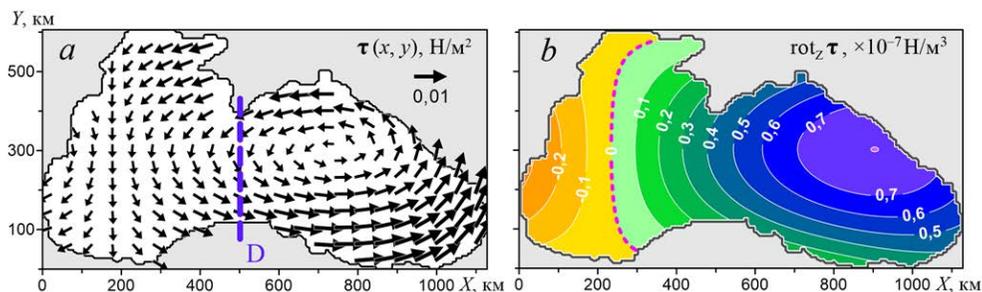
В настоящей работе для удобства изложения используется разделение процессов на крупномасштабные и мезомасштабные, как принято в зарубежной литературе. В качестве крупномасштабных рассматриваются средние течения (СТ), полученные путем осреднения по времени мгновенных полей течений, а отклонения мгновенных течений от этого среднего состояния являются вихревыми образованиями, чаще называемыми мезомасштабными вихрями (МВ). В Черном море МВ образуются в основном вследствие гидродинамической неустойчивости крупномасштабных течений [13]. Они участвуют в передаче энергии в глубинные слои моря, влияют на приток ветровой энергии и на горизонтальное перемешивание вод [14].

Для исследования динамики Черного моря в работе применяется метод энергетического анализа, при котором вычисляются и оцениваются энергетические параметры течений: кинетическая энергия и потенциальная энергия, энергетические потоки (переходы) между различными видами энергии и масштабами движения, источники и стоки энергии. Знание энергетики исследуемых процессов необходимо для лучшего и правильного понимания их физики [15, 16].

### **Постановка задачи, описание модели**

Предметом рассмотрения в настоящей работе являются взаимные переходы кинетической и потенциальной энергии, вызванные крупномасштабными и мезомасштабными динамическими процессами в Черном море. На данном этапе исследований ставилась цель – рассчитать и проанализировать средние за большой период времени переходы механической энергии между ее раз-

личными видами и между движениями различного масштаба отдельно для восточной и западной части Черного моря. Разделение моря на две половины осуществлялось по условной границе D, которая совпадает с меридианом, проходящим через м. Сарыч (рис. 1, *a*).



**Рис. 1.** Поля касательного напряжения ветра (*a*) и завихренности  $\tau$  (*b*)  
**Fig. 1.** Fields of tangential wind stress (*a*) and vorticity  $\tau$  (*b*)

В предыдущей работе [17], также посвященной анализу энергетики Черного моря, было установлено, что под влиянием  $\beta$ -эффекта формируется средний адвективный перенос потенциальной энергии из восточной половины моря в западную, который приводит к пространственной неравномерности распределения энергетических характеристик по акватории моря. В работе анализировались осредненные по времени интегральные потоки и переходы энергии в западной и восточной частях моря, но их разделение по масштабам движения не проводилось.

В качестве исходных данных для расчета энергетических характеристик как в предыдущей, так и в настоящей работе использовались результаты численного моделирования черноморской циркуляции с помощью двухслойной вихреразрешающей модели [9], в которой учитываются реальный рельеф дна, трение на поверхности раздела слоев, придонное трение и горизонтальная турбулентная вязкость.

Несмотря на кажущуюся простоту, в используемой модели учитываются все основные факторы, определяющие формирование и изменчивость поля течений. При правильном выборе внешних и внутренних параметров модель вполне адекватно воспроизводит известные особенности крупномасштабной черноморской циркуляции – Основное Черноморское течение с меандрами и тесно связанными с ними мезомасштабными вихревыми образованиями, Батумский и Севастопольский квазистационарные антициклоны, «очки Книповича» и др. Течения в нижнем слое, полученные с помощью двухслойной модели [18], соответствуют данным наблюдений глубинных течений в Черном море [19, 20].

Если для возбуждения движения в модели использовать стационарный или периодически меняющийся ветер, то удастся получить выход модельного решения на статистически равновесный режим, при котором средние значения всех рассчитываемых характеристик и параметров модели останутся постоянными.

Модель основана на системе уравнений мелкой воды для двухслойной жидкости и включает в себя уравнения движения и неразрывности для каждого слоя:

$$(U_1)_t + (U_1 u_1)_x + (V_1 v_1)_y - fV_1 = gh_1 \zeta_x + \tau^x - R_{L1}^x + A_B h_1 (\Delta \Delta u_1),$$

$$(V_1)_t + (U_1 v_1)_x + (V_1 v_1)_y + fU_1 = gh_1 \zeta_y + \tau^y - R_{L1}^y + A_B h_1 (\Delta \Delta v_1),$$

$$(h_1)_t + (U_1)_x + (V_1)_y = 0,$$

$$(U_2)_t + (U_2 u_2)_x + (V_2 v_2)_y - fV_2 = gh_2 \zeta_x + g'h_2 (h_1)_x + R_{L2}^x - R_D^x + A_B h_2 (\Delta \Delta u_2),$$

$$(V_2)_t + (U_2 v_2)_x + (V_2 v_2)_y + fU_2 = gh_2 \zeta_y + g'h_2 (h_1)_y + R_{L2}^y - R_D^y + A_B h_2 (\Delta \Delta v_2),$$

$$(h_2)_t + (U_2)_x + (V_2)_y = 0,$$

где нижние индексы 1, 2 указывают номер слоя; нижние индексы  $t, x, y$  означают дифференцирование по соответствующей переменной;  $(u_1, v_1), (u_2, v_2)$  – горизонтальные компоненты скорости течений в верхнем и нижнем слое, направленные вдоль осей  $X$  (на восток) и  $Y$  (на север);  $h_1, h_2$  – толщины слоев;  $\zeta$  – уровень моря;  $\tau^x, \tau^y$  – компоненты касательного напряжения ветра, действующего на морскую поверхность;  $(U_1 = u_1 h_1, V_1 = v_1 h_1), (U_2 = u_2 h_2, V_2 = v_2 h_2)$  – компоненты потоков в слоях;  $(R_{L1}^x, R_{L1}^y), (R_{L2}^x, R_{L2}^y)$  – компоненты силы трения на нижней границе верхнего слоя и верхней границе нижнего слоя соответственно (на жидкой границе между слоями  $R_{L1}^x = -R_{L2}^x, R_{L1}^y = -R_{L2}^y$ );  $(R_D^x, R_D^y)$  – компоненты придонного трения в нижнем слое;  $f = f_0 + \beta y$  – параметр Кориолиса,  $f_0 = 10^{-4}$  1/с,  $\beta = 2 \cdot 10^{-8}$  1/(с·м);  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup> – ускорение свободного падения;  $g' = g(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2 = 0,032$  м/с<sup>2</sup> – редуцированное ускорение свободного падения,  $\rho_1, \rho_2$  – плотность воды в верхнем и нижнем слое;  $A_B$  – коэффициент бигармонической горизонтальной турбулентной вязкости;  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  – двумерный оператор Лапласа.

Для замыкания системы уравнений в модели используется уравнение неразрывности для полных потоков в приближении «твердой крышки»  $U_x + V_y = 0$ , где  $U = U_1 + U_2, V = V_1 + V_2$  – составляющие полных потоков. Это позволяет ввести интегральную функцию тока  $\psi$ , для которой  $U = -\psi_y, V = \psi_x$ .

Речной сток и водообмен через проливы в модели не учитываются, на боковых границах бассейна задаются условия прилипания  $\mathbf{u}_1 = 0, \mathbf{u}_2 = 0$ .

Поскольку для параметризации горизонтальной турбулентной вязкости в модели используется бигармонический оператор, возникает необходимость определения граничных условий для лапласиана скорости течений. По аналогии с условиями для  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$  задаем  $\Delta \mathbf{u}_1 = 0, \Delta \mathbf{u}_2 = 0$ , хотя физического смысла в этом нет.

Модель вследствие слабой диссипативности наряду с крупномасштабными течениями хорошо воспроизводит мезомасштабные вихри, что дает возможность, используя результаты проведенных экспериментов, выделить доли энергии и работы сил, связанные с СТ и МВ. Методика подобного анализа описана в [21] и позволяет рассчитать энергетические переходы при взаимодействии мезомасштабных вихрей и крупномасштабных течений.

Исходные данные для расчета энергетических характеристик представляют собой поля толщины верхнего слоя, уровня моря и скоростей течений в верхнем и нижнем слоях за 30 лет с дискретностью 1 сут. Данные были получены в численном эксперименте при следующих параметрах модели: размер горизонтальной ячейки  $\Delta x = \Delta y = 3000$  м, шаг интегрирования по времени  $\Delta t = 120$  с, толщина верхнего слоя в состоянии покоя  $h_0 = 100$  м, коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости  $A_B = 2,0 \cdot 10^8$  м<sup>4</sup>/с, коэффициент придонного трения  $r_D = 0,002$ , коэффициент трения между слоями  $r_L = 2,0 \cdot 10^{-6}$  м/с.

Ветровое воздействие задавалось стационарным полем касательного напряжения ветра  $\tau(x, y)$  с переменной по площади завихренностью (рис. 1, *a, b*), при этом средняя по акватории моря завихренность была циклонической и составляла  $0,3 \cdot 10^{-7}$  Н/м<sup>3</sup>. Выбор стационарного поля  $\tau$  объясняется тем, что в этом случае численная модель быстрее выходит на статистически равновесный режим.

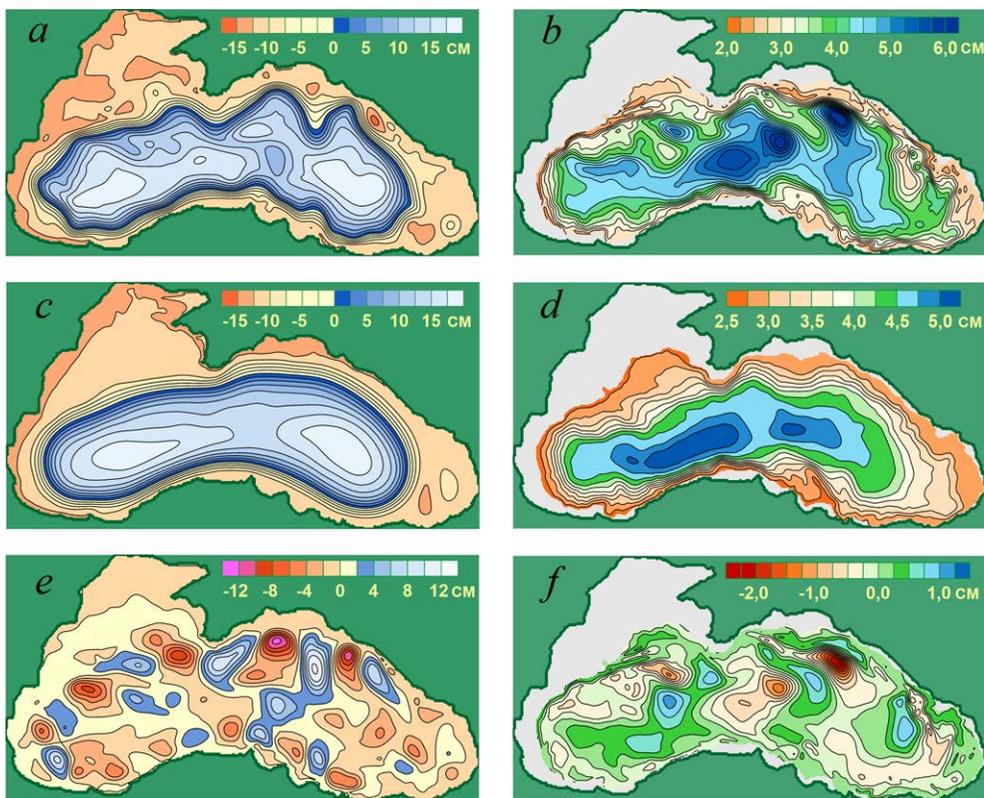
На рис. 2 приводятся полученные в результате расчетов характерные для статистически равновесного режима поля уровня моря  $\zeta(x, y)$  и потенциала Монтгомери  $M(x, y)$  – функции, которая характеризует давление на поверхности раздела слоев<sup>2</sup>. Вследствие квазигеострофичности движений рассматриваемого масштаба пространственное распределение  $\zeta$  и  $M$  дает хорошее представление о крупномасштабных и мезомасштабных течениях. В верхнем слое моря вода движется вдоль изолиний  $\zeta$ , в нижнем слое – вдоль изолиний  $M$ . Движение воды происходит таким образом, что большее давление находится справа от направления течения. Чем гуще расположены изолинии, тем большую скорость имеет поток воды.

В мгновенном поле  $\zeta$  (рис. 2, *a*) хорошо проявляются известные особенности черноморской циркуляции. В верхнем слое моря наблюдаются меандрирующее ОЧТ и мезомасштабные антициклонические вихри справа от него. В нижнем слое (рис. 2, *b*) движение воды происходит в циклоническом направлении так же, как в верхнем слое, но с меньшей скоростью (это видно по размаху шкалы  $M$ ). Круговое течение в нижнем слое сильно меандрирует, причем меандры вытягиваются вдоль изобат и движутся в направлении против часовой стрелки как волны, захваченные материковым склоном [9].

Следующие два поля (рис. 2, *c, d*) получены осреднением за большой период времени мгновенных полей  $\zeta, M$ . Они отражают крупномасштабную циркуляцию в бассейне. Согласно рисунку, в верхнем слое СТ представляет собой круговое течение, расположенное над материковым склоном (среднее ОЧТ), а в нижнем слое – течение, у которого линии тока близки к изобатам.

---

<sup>2</sup> Шакина Н. П. Лекции по динамической метеорологии. М. : ТРИАДА ЛТД, 2013. 160 с.  
МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 40 № 1 2024



**Р и с. 2.** Мгновенные поля  $\zeta$  (a) и  $M$  (b), средние поля  $\bar{\zeta}$  (c) и  $\bar{M}$  (d), отклонения мгновенных значений от средних  $\zeta - \bar{\zeta}$  (e) и  $M - \bar{M}$  (f)

**Fig. 2.** Instantaneous fields  $\zeta$  (a) and  $M$  (b), average fields  $\bar{\zeta}$  (c) and  $\bar{M}$  (d), deviations of the instantaneous values from the average ones  $\zeta - \bar{\zeta}$  (e) and  $M - \bar{M}$  (f)

На рис. 2, e, f приведены отклонения мгновенных полей  $\zeta$ ,  $M$  от средних. На этих рисунках хорошо видны вихревые структуры (МВ) в нижнем и верхнем слоях моря. Эти вихревые образования связаны между собой и перемещаются в циклоническом направлении с одинаковой фазовой скоростью [20].

### Баланс механической энергии в двухслойной модели

Используемая в работе двухслойная вихререзающая модель является энергетически сбалансированной и позволяет в достаточно простой форме описать процессы обмена механической энергией между верхним и нижним слоями моря. Механическая энергия в двухслойной модели состоит из кинетической энергии течений в отдельных слоях и потенциальной энергии.

Кинетическая энергия столба воды единичного сечения в верхнем и нижнем слое  $K_1$ ,  $K_2$  определяется как

$$K_1 = h_1 e_{K1}, \quad K_2 = h_2 e_{K2}, \quad e_{K1} = \rho_1 \frac{u_1^2 + v_1^2}{2}, \quad e_{K2} = \rho_2 \frac{u_2^2 + v_2^2}{2},$$

где  $e_{K1}$ ,  $e_{K2}$  – кинетическая энергия единицы объема воды верхнего и нижнего слоя;  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  – плотность воды в слоях.

Потенциальная энергия положения столба воды единичного сечения от поверхности моря до дна равна

$$PE = - \int_{\zeta}^H \rho(z) g z dz = - \int_{\zeta}^{h_1+\zeta} \rho_1 g z dz - \int_{h_1+\zeta}^H \rho_2 g z dz = \rho_2 \left( -g \frac{H^2}{2} + g \frac{\zeta^2}{2} + g' \frac{(h_1 + \zeta)^2}{2} - g' \frac{\zeta^2}{2} \right),$$

где  $H(x, y)$  – глубина моря.

Вертикальная ось координат  $Z$  направлена вниз, за начало отсчета ( $z = 0$ ) принимается невозмущенная поверхность моря. В этом случае потенциальная энергия отрицательна и равна работе, которую нужно совершить, чтобы поднять всю воду на нулевой уровень.

Иногда вместо потенциальной энергии удобнее пользоваться доступной потенциальной энергией ( $P$ ), которая представляет собой разность между текущей потенциальной энергией ( $PE$ ) и энергией наиболее устойчивого состояния жидкости ( $P_0$ ). Для двухслойной жидкости наиболее устойчивым является состояние покоя, при котором поверхность моря и граница раздела слоев горизонтальны, поэтому

$$P = PE - P_0 = \rho_2 \left( g \frac{\zeta^2}{2} + g' \frac{h_1^2}{2} + g' h_1 \zeta - g' \frac{h_0^2}{2} \right),$$

где  $h_0$  – толщина верхнего слоя в состоянии покоя.

$$\text{В приближении «твердой крышки» } P = \rho_2 g' \frac{(h_1^2 - h_0^2)}{2}.$$

Энергетика двухслойной модели описывается системой уравнений энергетического баланса, состоящей из двух уравнений для кинетической энергии (верхнего и нижнего слоя) и уравнения для потенциальной энергии. Уравнения энергетического баланса  $K_1$  и  $K_2$  можно получить, если для каждого слоя сложить уравнения движения, умноженные на соответствующие составляющие скорости течений. Уравнение баланса потенциальной энергии получается дифференцированием по времени уравнения для  $P$  с последующим использованием приближений Буссинеска и «твердой крышки»:

$$\begin{cases} \frac{\partial K_1}{\partial t} + \frac{\partial U_1 e_{K1}}{\partial x} + \frac{\partial V_1 e_{K1}}{\partial y} = W_{C1} + W_{G1} + W_{\tau} + W_{RL1} + W_{AB1}, \\ \frac{\partial K_2}{\partial t} + \frac{\partial U_2 e_{K2}}{\partial x} + \frac{\partial V_2 e_{K2}}{\partial y} = W_{C2} + W_{G2} + W_{RL2} + W_{RD} + W_{AB2}, \\ \frac{\partial P}{\partial t} - \rho g' \left( \frac{\partial U_2 h_1}{\partial x} + \frac{\partial V_2 h_1}{\partial y} \right) - \rho g \left( \frac{\partial U \zeta}{\partial x} + \frac{\partial V \zeta}{\partial y} \right) = -W_{G1} - W_{G2}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $W_{C1} = U_1 \cdot f v_1 - V_1 \cdot f u_1 = 0$ ;  $W_{C2} = U_2 \cdot f v_2 - V_2 \cdot f u_2 = 0$ ;  $W_{\tau} = \rho(u_1 \tau^x + v_1 \tau^y)$ ;

$$W_{RL1} = \rho(u_1 R_{L1}^x + v_1 R_{L1}^y); \quad W_{RL2} = \rho(u_2 R_{L2}^x + v_2 R_{L2}^y); \quad W_{RD} = \rho(u_2 R_D^x + v_2 R_D^y);$$

$$W_{G1} = \rho g (U_1 \zeta_x + V_1 \zeta_y); \quad W_{G2} = \rho g (U_2 \zeta_x + V_2 \zeta_y) + \rho g' (U_2 h_x + V_2 h_y);$$

$$W_{AB1} = \rho A_B (U_1 (\Delta \Delta u_1) + V_1 (\Delta \Delta v_1)); \quad W_{AB2} = \rho A_B (U_2 (\Delta \Delta u_2) + V_2 (\Delta \Delta v_2));$$

$\rho$  – средняя плотность воды в Черном море.

Левая часть уравнений (1) включает в себя локальные производные по времени и дивергенции адвективных потоков соответствующих энергий.

В правой части уравнений находятся члены, описывающие работы в единицу времени (мощность) сил, входящих в уравнения движения, которые определяют соответствующие потоки энергии:  $W_{C1}$ ,  $W_{C2}$  – работа силы Кориолиса в верхнем и нижнем слое;  $W_{\tau}$  – работа касательного напряжения ветра, равная притоку кинетической энергии в море (ветровая накачка);  $W_{RL1}$ ,  $W_{RD}$  – работа сил трения (диссипация энергии вследствие трения на нижней границе верхнего и нижнего слоев);  $W_{RL2}$  – работа сил трения (поступление энергии в нижний слой из верхнего за счет трения между слоями);  $W_{G1}$ ,  $W_{G2}$  – работа градиента давления (переход между кинетической и потенциальной энергией в верхнем и нижнем слое);  $W_{AB1}$ ,  $W_{AB2}$  – работа сил горизонтальной турбулентной вязкости в слоях (диссипация энергии).

Потоки  $W_{G1}$ ,  $W_{G2}$  с разными знаками входят одновременно в уравнения баланса кинетической и потенциальной энергии, тем самым обеспечивая энергетическую связь между верхним и нижним слоями.

Работа силы Кориолиса  $W_{C1}$  и  $W_{C2}$  в уравнениях (1) равна нулю, но, как будет показано ниже, она может быть ненулевой отдельно для СТ и МВ. Поэтому эти члены в уравнениях сохранены. В этом случае работа силы Кориолиса определяет переходы кинетической энергии между СТ и МВ.

### Энергетические характеристики СТ и МВ

Итак, согласно поставленной задаче, требуется провести разделение энергетических характеристик течений, полученных с помощью численной модели, по масштабам движения, а именно: рассчитать средние по времени значения энергии и ее переходов отдельно для средних течений и мезомасштабных вихревых образований. Также необходимо определить, каким образом происходит обмен энергией между СТ и МВ. Расчеты проведем отдельно для восточной и западной части моря.

Рассмотрение средних характеристик дает возможность исключить в уравнениях энергетического баланса производные энергии по времени и тем самым уменьшить количество факторов, влияющих на изменчивость энергетических характеристик. Это несколько упрощает анализ.

Перепишем осредненные за большой период времени уравнения (1) в терминах переходов энергии, используя для обозначения среднего по времени перехода одного вида энергии в другой конструкцию  $\{E_1, E_2\}$  [21]. Если  $\{E_1, E_2\} > 0$ , это означает, что  $E_2$  переходит в  $E_1$ , и наоборот: если  $\{E_1, E_2\} < 0$ , то  $E_1$  переходит в  $E_2$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \overline{U_1 e_{K1}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_1 e_{K1}}}{\partial y} = \overline{W_{C1}} + \{K_1, P\} + \{K_1, \tau\} + \{K_1, D_L\} + \{K_1, D_{T1}\}, \\ \frac{\partial \overline{U_2 e_{K2}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_2 e_{K2}}}{\partial y} = \overline{W_{C2}} + \{K_2, P\} + \{K_2, K_1\} + \{K_1, D_H\} + \{K_1, D_{T2}\}, \\ -\rho g' \left( \frac{\partial \overline{U_2 h_1}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_2 h_1}}{\partial y} \right) - \rho g \left( \frac{\partial \overline{U \zeta}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V \zeta}}{\partial y} \right) = -\{K_1, P\} - \{K_2, P\}, \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $\overline{W_{C1}} = 0$ ;  $\overline{W_{C2}} = 0$ ;  $\{K_1, \tau\} = \overline{W_\tau}$ ;  $\{K_1, P\} = \overline{W_{G1}}$ ;  $\{K_2, P\} = \overline{W_{G2}}$ ;  $\{K_1, D_L\} = \overline{W_{RL1}}$ ;  $\{K_2, K_1\} = \overline{W_{RL2}}$ ;  $\{K_1, D_H\} = \overline{W_{RD}}$ ;  $\{K_1, D_{T1}\} = \overline{W_{AB1}}$ ;  $\{K_1, D_{T2}\} = \overline{W_{AB2}}$ ;  $D_L$  – диссипация вследствие трения на нижней границе верхнего слоя;  $D_H$  – диссипация вследствие придонного трения;  $D_{T1}, D_{T2}$  – диссипация вследствие горизонтальной турбулентной вязкости в верхнем и нижнем слоях; черта сверху означает осреднение по времени.

Проинтегрируем уравнения (2) по пространству в пределах западной и восточной области, после чего получим две системы уравнений, в которых для записи суммарных по площади энергетических характеристик применим квадратные скобки с верхним индексом  $W$  или  $E$ , означающим область интегрирования:

$$[...]^W = \iint_W (...) dx dy, \quad [...]^E = \iint_E (...) dx dy,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \iint_W \left( \frac{\partial \overline{U_1 e_{K1}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_1 e_{K1}}}{\partial y} \right) dx dy = [W_{C1}]^W + [K_1, P]^W + [K_1, \tau]^W + [K_1, D_L]^W + [K_1, D_{T1}]^W, \\ \iint_W \left( \frac{\partial \overline{U_2 e_{K2}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_2 e_{K2}}}{\partial y} \right) dx dy = [W_{C2}]^W + [K_2, P]^W + [K_2, K_1]^W + [K_1, D_H]^W + [K_1, D_{T2}]^W, \\ \iint_W \left( -\rho g' \left( \frac{\partial \overline{U_2 h_1}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_2 h_1}}{\partial y} \right) - \rho g \left( \frac{\partial \overline{U \zeta}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V \zeta}}{\partial y} \right) \right) dx dy = -[K_1, P]^W - [K_2, P]^W, \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \iint_E \left( \frac{\partial \overline{U_1 e_{K1}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_1 e_{K1}}}{\partial y} \right) dx dy = [W_{C1}]^E + [K_1, P]^E + [K_1, \tau]^E + [K_1, D_L]^E + [K_1, D_{T1}]^E, \\ \iint_E \left( \frac{\partial \overline{U_2 e_{K2}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_2 e_{K2}}}{\partial y} \right) dx dy = [W_{C2}]^E + [K_2, P]^E + [K_2, K_1]^E + [K_1, D_H]^E + [K_1, D_{T2}]^E, \\ \iint_E \left( -\rho g' \left( \frac{\partial \overline{U_2 h_1}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_2 h_1}}{\partial y} \right) - \rho g \left( \frac{\partial \overline{U \zeta}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V \zeta}}{\partial y} \right) \right) dx dy = -[K_1, P]^E - [K_2, P]^E. \end{array} \right. \quad (4)$$

Используя формулу Остроградского – Гаусса и условия прилипания на твердой границе, заменим стоящие в левой части уравнений двойные интегралы по площади от дивергенции адвективных потоков энергии линейными интегралами от  $x$ -составляющей этих потоков вдоль границы  $D$ :

$$\begin{aligned}
\int_D \overline{F_{K1}}(y) dy &= \iint_W \left( \frac{\partial \overline{U_1 e_{K1}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_1 e_{K1}}}{\partial y} \right) dx dy = - \iint_E \left( \frac{\partial \overline{U_1 e_{K1}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_1 e_{K1}}}{\partial y} \right) dx dy, \\
\int_D \overline{F_{K2}}(y) dy &= \iint_W \left( \frac{\partial \overline{U_2 e_{K2}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_2 e_{K2}}}{\partial y} \right) dx dy = - \iint_E \left( \frac{\partial \overline{U_2 e_{K2}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_2 e_{K2}}}{\partial y} \right) dx dy, \\
\int_D \overline{F_P}(y) dy &= \iint_E \left( -\rho g' \left( \frac{\partial \overline{U_2 h_1}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_2 h_1}}{\partial y} \right) - \rho g \left( \frac{\partial \overline{U \zeta}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V \zeta}}{\partial y} \right) \right) dx dy = \\
&= - \iint_W \left( -\rho g' \left( \frac{\partial \overline{U_2 h_1}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_2 h_1}}{\partial y} \right) - \rho g \left( \frac{\partial \overline{U \zeta}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V \zeta}}{\partial y} \right) \right) dx dy,
\end{aligned} \tag{5}$$

где  $\overline{F_{K1}} = \overline{U_1 e_{K1}}$ ,  $\overline{F_{K2}} = \overline{U_1 e_{K1}}$ ,  $\overline{F_P} = -\rho \left( g' \overline{U_2 h_1} + g \overline{(U_1 + U_2) \zeta} \right)$  – средние адвективные потоки кинетической и потенциальной энергии между западной и восточной частями моря.

Чтобы разделить энергетические характеристики по масштабам движения, воспользуемся данным выше определением для СТ и МВ. Как уже говорилось, СТ получается осреднением по времени мгновенных полей течений, а МВ – это отклонения мгновенных течений от СТ. Для идентификации СТ и его энергетических характеристик используем верхний индекс  $m$ , для МВ – индекс  $p$ .

Математически разделение циркуляции по масштабам движения можно выразить через течения (потоки воды) в слоях следующим образом:

$$\begin{aligned}
U_1 &= U_1^m + U_1^p = \overline{u_1 h_1} + (u_1 h_1)', \quad V_1 = V_1^m + V_1^p = \overline{v_1 h_1} + (v_1 h_1)', \\
U_2 &= U_2^m + U_2^p = \overline{u_2 h_2} + (u_2 h_2)', \quad V_2 = V_2^m + V_2^p = \overline{v_2 h_2} + (v_2 h_2)',
\end{aligned} \tag{6}$$

где штрих означает отклонение (пульсацию) от среднего значения;  $(U_1, V_1)$ ,  $(U_2, V_2)$  – составляющие течений (потоков) в слоях;  $(U_1^m, V_1^m)$ ,  $(U_2^m, V_2^m)$  – составляющие среднего течения;  $(U_1^p, V_1^p)$ ,  $(U_2^p, V_2^p)$  – составляющие пульсационных течений, или МВ.

В данной работе период осреднения течений был выбран равным периоду осреднения уравнений (2).

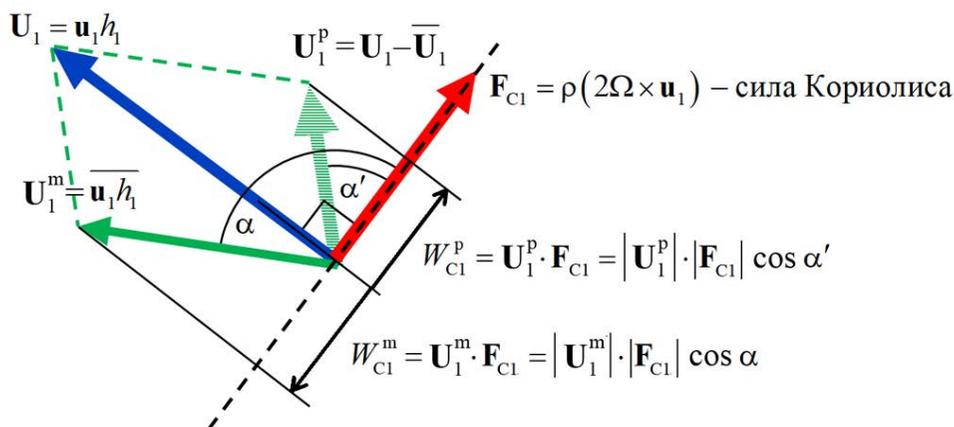
Если подставить выражения (6) в систему уравнений (1), то после раскрытия скобок и разделения членов уравнений по масштабам движения можно получить отдельные системы уравнений энергетического баланса для СТ и МВ.

Покажем, как работает разделение по масштабам движения на примере члена, описывающего работу силы Кориолиса в первом уравнении системы (1):

$$\begin{aligned}
W_{Cl} &= u_1 h_1 \cdot f v_1 - v_1 h_1 \cdot f u_1 = (U_1^m + U_1^p) \cdot f v_1 - (V_1^m + V_1^p) \cdot f u_1, \\
W_{Cl} &= (U_1^m \cdot f v_1 - V_1^m \cdot f u_1) + (U_1^p \cdot f v_1 - V_1^p \cdot f u_1) = W_{Cl}^m + W_{Cl}^p,
\end{aligned}$$

где  $W_{Cl}^m = U_1^m \cdot f v_1 - V_1^m \cdot f u_1$  и  $W_{Cl}^p = U_1^p \cdot f v_1 - V_1^p \cdot f u_1$  – работа силы Кориолиса, совершаемая СТ и МВ соответственно.

На рис. 3 приведен вектор мгновенного потока, разложенный на средний и пульсационный потоки, и вектор силы Кориолиса, действующей на мгновенный поток.



**Р и с. 3.** Возникновение ненулевых работ силы Кориолиса ( $W_{C1}^m = -W_{C1}^p \neq 0$ ) при разложении течений на сумму средних  $\overline{\mathbf{u}_1 h_1}$  и пульсационных  $(\mathbf{u}_1 h_1)'$

**F i g. 3.** Arising of non-zero values of the Coriolis force work ( $W_{C1}^m = -W_{C1}^p \neq 0$ ) at decomposing the flows into a sum of the average  $\overline{\mathbf{u}_1 h_1}$  and pulsation  $(\mathbf{u}_1 h_1)'$  values

Как видно из рисунка, разделение течений (потоков) на средние (СТ) и пульсационные (МВ) приводит к появлению ненулевых работ силы Кориолиса, с ними связанных. В сумме эти работы равны нулю, т. е. взаимно уничтожаются. Но при разделении уравнений энергетического баланса реальных потоков на уравнения для СТ и МВ соответствующие работы силы Кориолиса должны быть учтены для согласования систем уравнений. Правильно считать эти работы мнимыми (фиктивными), поскольку разделение течений на средние и пульсационные также является мнимым, существующим только в рамках используемого метода представления.

В уравнениях баланса энергии СТ и МВ работы силы Кориолиса определяют переходы кинетической энергии между средними и пульсационными течениями. Можно сказать, что не существующие на самом деле средние и пульсационные течения обмениваются между собой кинетической энергией за счет мнимой работы силы Кориолиса, которая сама является мнимой (фиктивной) силой.

Учитывая, что уравнения (3) – (5) являются следствием уравнений (1), получим для западной и восточной частей Черного моря две системы уравнений, в которых члены, относящиеся к СТ и МВ, разнесены в разные уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_{K_1}^m = [K_1^m, K_1^p]^W + [K_1^m, P^m]^W + [K_1^m, \tau]^W + [K_1^m, D_L^m]^W + [K_1^m, D_{T1}^m]^W, \\ \Phi_{K_1}^p = [K_1^p, K_1^m]^W + [K_1^p, P^p]^W + [K_1^p, \tau]^W + [K_1^p, D_L^p]^W + [K_1^p, D_{T1}^p]^W, \\ \Phi_{K_2}^m = [K_2^m, K_2^p]^W + [K_2^m, P^m]^W + [K_2^m, K_1^m]^W + [K_2^m, D_H^m]^W + [K_2^m, D_{T2}^m]^W, \\ \Phi_{K_2}^p = [K_2^p, K_2^m]^W + [K_2^p, P^p]^W + [K_2^p, K_1^p]^W + [K_2^p, D_H^p]^W + [K_2^p, D_{T2}^p]^W, \\ \Phi_P^m = -[K_1^m, P^m]^W - [K_2^m, P^m]^W, \\ \Phi_P^p = -[K_1^p, P^p]^W - [K_2^p, P^p]^W, \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\Phi_{K_1}^m = [K_1^m, K_1^p]^E + [K_1^m, P^m]^E + [K_1^m, \tau]^E + [K_1^m, D_L^m]^E + [K_1^m, D_{T1}^m]^E, \\ -\Phi_{K_1}^p = [K_1^p, K_1^m]^E + [K_1^p, P^p]^E + [K_1^p, \tau]^E + [K_1^p, D_L^p]^E + [K_1^p, D_{T1}^p]^E, \\ -\Phi_{K_2}^m = [K_2^m, K_2^p]^E + [K_2^m, P^m]^E + [K_2^m, K_1^m]^E + [K_2^m, D_H^m]^E + [K_2^m, D_{T2}^m]^E, \\ -\Phi_{K_2}^p = [K_2^p, K_2^m]^E + [K_2^p, P^p]^E + [K_2^p, K_1^p]^E + [K_2^p, D_H^p]^E + [K_2^p, D_{T2}^p]^E, \\ -\Phi_P^m = -[K_1^m, P^m]^E - [K_2^m, P^m]^E, \\ -\Phi_P^p = -[K_1^p, P^p]^E - [K_2^p, P^p]^E, \end{array} \right. \quad (8)$$

где  $\Phi_{K_1}^m = \int_D F_{K_1}^m dy$ ;  $\Phi_{K_2}^m = \int_D F_{K_2}^m dy$ ;  $\Phi_P^m = \int_D F_P^m dy$ ;  $\Phi_{K_1}^p = \int_D F_{K_1}^p dy$ ;  $\Phi_{K_2}^p = \int_D F_{K_2}^p dy$ ;

$$\Phi_P^p = \int_D F_P^p dy; \quad F_{K_1}^m + F_{K_1}^p = \overline{F_{K_1}}; \quad F_{K_2}^m + F_{K_2}^p = \overline{F_{K_2}}; \quad F_P^m + F_P^p = \overline{F_P}; \quad F_{K_1}^m = U_1^m \cdot \overline{e_{K_1}};$$

$$F_{K_1}^p = \overline{F_{K_1}} - F_{K_1}^m; \quad F_{K_2}^m = U_2^m \cdot \overline{e_{K_2}}; \quad F_{K_2}^p = \overline{F_{K_2}} - F_{K_2}^m;$$

$$F_P^m = -\rho(g'U_2^m \cdot \overline{h_1} + g(U_1^m + U_2^m)\overline{\zeta}); \quad F_P^p = \overline{F_P} - F_P^m;$$

$$[K_1^m, K_1^p]^W = [W_{C1}^m]^W = [U_1^m \cdot f \overline{v_1} - V_1^m \cdot f \overline{u_1}]^W;$$

$$[K_1^p, K_1^m]^W = [W_{C1}^p]^W = -[K_1^m, K_1^p]^W; \quad [K_1^m, P^m]^W = \rho g [U_1^m \cdot \overline{\zeta_x} + V_1^m \cdot \overline{\zeta_y}]^W;$$

$$[K_1^p, P^p]^W = \rho g [\overline{U_1 \zeta_x} + \overline{V_1 \zeta_y}]^W - [K_1^m, P^m]^W;$$

$$[K_1^m, \tau]^W = \rho [U_1^m \cdot \overline{\tau^x h_1^{-1}} + V_1^m \cdot \overline{\tau^y h_1^{-1}}]^W; \quad [K_1^p, \tau]^W = \rho [\overline{u_1 \tau^x} + \overline{v_1 \tau^y}]^W - [K_1^m, \tau]^W;$$

$$[K_1^m, D_L^m]^W = \rho [U_1^m \cdot \overline{R_{L1}^x h_1^{-1}} + V_1^m \cdot \overline{R_{L1}^y h_1^{-1}}]^W;$$

$$[K_1^p, D_L^p]^W = \rho [\overline{u_1 R_{L1}^x} + \overline{v_1 R_{L1}^y}]^W - [K_1^m, D_L^m]^W;$$

$$[K_1^m, D_{T1}^m]^W = \rho A_B [U_1^m (\Delta \Delta \overline{u_1}) + V_1^m (\Delta \Delta \overline{v_1})]^W;$$

$$[K_1^p, D_{T1}^p]^W = \rho A_B [\overline{U_1 (\Delta \Delta u_1)} + \overline{V_1 (\Delta \Delta v_1)}]^W - [K_1^m, D_{T1}^m]^W;$$

$$[K_2^m, K_2^p]^W = [W_{C2}^m]^W = [U_2^m \cdot f \overline{v_2} - V_2^m \cdot f \overline{u_2}]^W;$$

$$[K_2^p, K_2^m]^W = [W_{C2}^p]^W = -[K_2^m, K_2^p]^W;$$

$$[K_2^m, P^m]^W = \rho [g(U_2^m \cdot \overline{\zeta_x} + V_2^m \cdot \overline{\zeta_y}) + g'(U_2^m \cdot \overline{h_{1x}} + V_2^m \cdot \overline{h_{1y}})]^W;$$

$$\begin{aligned}
[K_2^p, P^p]^W &= \rho \left[ g \left( \overline{U_2 \zeta_x} + \overline{V_2 \zeta_y} \right) + g' \left( \overline{U_2 h_{1x}} + \overline{V_2 h_{1y}} \right) \right]^W - [K_2^m, P^m]^W; \\
[K_2^m, K_1^m]^W &= \rho \left[ U_2^m \cdot \overline{R_{L2}^x h_2^{-1}} + V_2^m \cdot \overline{R_{L2}^y h_2^{-1}} \right]^W; \\
[K_2^p, K_1^p]^W &= \rho \left[ \overline{u_2 R_{L2}^x} + \overline{v_2 R_{L2}^y} \right]^W - [K_2^m, K_1^m]^W; \\
[K_2^m, D_H^m]^W &= \rho \left[ U_2^m \cdot \overline{R_D^x h_2^{-1}} + V_2^m \cdot \overline{R_D^y h_2^{-1}} \right]^W; \\
[K_2^m, D_H^m]^W &= \rho \left[ \overline{u_2 R_D^x} + \overline{v_2 R_D^y} \right]^W - [K_2^m, D_H^m]^W; \\
[K_2^m, D_{T2}^m]^W &= \rho A_B \left[ U_2^m (\Delta \Delta \bar{u}_2) + V_2^m (\Delta \Delta \bar{v}_2) \right]^W; \\
[K_2^p, D_{T2}^p]^W &= \rho A_B \left[ \overline{U_2 (\Delta \Delta u_2)} + \overline{V_2 (\Delta \Delta v_2)} \right]^W - [K_2^m, D_{T2}^m]^W.
\end{aligned}$$

Формулы для вычисления переходов энергии в восточной половине моря получаются заменой  $W$  на  $E$  в вышеприведенных выражениях.

Выражения  $[K_1^m, K_1^p]^W$ ,  $[K_1^p, K_1^m]^W$ ,  $[K_2^m, K_2^p]^W$ ,  $[K_2^p, K_2^m]^W$ ,  $[K_1^m, K_1^p]^E$ ,  $[K_1^p, K_1^m]^E$ ,  $[K_2^m, K_2^p]^E$ ,  $[K_2^p, K_2^m]^E$  не равны нулю и определяют переходы кинетической энергии между СТ и МВ в соответствующей части моря.

### Результаты расчета энергетических характеристик

Прежде всего были определены средние по времени значения энергий крупномасштабных течений и мезомасштабных вихревых образований в западной и восточной частях моря, для чего использовались формулы для  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $P$ , выражения (6) и представление  $h_1 = h_1^m + h_1^p$  (где  $h_1^m = \bar{h}_1$ ):

$$\begin{aligned}
K_1 &= h_1 e_{K1} = \rho \frac{h_1 u_1^2 + h_1 v_1^2}{2} = \rho \frac{(U_1^m u_1 + V_1^m v_1) + (U_1^p u_1 + V_1^p v_1)}{2}, \\
K_2 &= h_2 e_{K2} = \rho \frac{h_2 u_2^2 + h_2 v_2^2}{2} = \rho \frac{(U_2^m u_2 + V_2^m v_2) + (U_2^p u_2 + V_2^p v_2)}{2}, \\
P &= \rho g' \frac{h_1^2 - h_0^2}{2} = \rho g' \frac{(h_1^m + h_1^p)^2 - h_0^2}{2} = \rho g' \frac{(h_1^m)^2 + 2h_1^m h_1^p + (h_1^p)^2 - h_0^2}{2}.
\end{aligned}$$

Осреднение по времени и разделение по масштабам движения дает

$$\begin{aligned}
\overline{K_1} &= \rho \frac{(U_1^m \bar{u}_1 + V_1^m \bar{v}_1) + \overline{(U_1^p u_1 + V_1^p v_1)}}{2} = \rho \frac{(U_1^m \bar{u}_1 + V_1^m \bar{v}_1)}{2} + \rho \frac{\overline{(U_1^p u_1 + V_1^p v_1)}}{2}, \\
\overline{K_1} &= K_1^m + K_1^p, \quad K_1^m = \rho \frac{U_1^m \bar{u}_1 + V_1^m \bar{v}_1}{2}, \quad K_1^p = \rho \frac{\overline{(U_1^p u_1 + V_1^p v_1)}}{2} = \overline{K_1} - K_1^m, \\
\overline{K_2} &= \rho \frac{(U_2^m \bar{u}_2 + V_2^m \bar{v}_2) + \overline{(U_2^p u_2 + V_2^p v_2)}}{2} = \rho \frac{(U_2^m \bar{u}_2 + V_2^m \bar{v}_2)}{2} + \rho \frac{\overline{(U_2^p u_2 + V_2^p v_2)}}{2}, \\
\overline{K_2} &= K_2^m + K_2^p, \quad K_2^m = \rho \frac{U_2^m \bar{u}_2 + V_2^m \bar{v}_2}{2}, \quad K_2^p = \rho \frac{\overline{(U_2^p u_2 + V_2^p v_2)}}{2} = \overline{K_2} - K_2^m,
\end{aligned}$$

$$\bar{P} = \rho g' \frac{(h_1^m)^2 - h_0^2 + \overline{(h_1^p)^2}}{2} = \rho g' \frac{(h_1^m)^2 - h_0^2}{2} + \rho g' \frac{\overline{(h_1^p)^2}}{2},$$

$$\bar{P} = P^m + P^p, \quad P^m = \rho g' \frac{(h_1^m)^2 - h_0^2}{2}, \quad P^p = \rho g' \frac{\overline{(h_1^p)^2}}{2} = \bar{P} - P^m.$$

После интегрирования по площади для западной и восточной частей моря осредненных по времени энергий СТ и МВ получим искомые значения (таблица).

**Осредненные по времени кинетическая и доступная потенциальная энергии (ТДж)**  
**Time-averaged kinetic and available potential energy (TJ)**

$[K_1]$	$[K_2^m]$	$[K_1^p]$	$[K_2]$	$[K_2^m]$	$[K_2^p]$	$[\bar{P}]$	$[P^m]$	$[P^p]$
Западная часть / Western part								
313,7	238,3	75,4	48,4	1,9	46,4	881,1	756,0	125,0
Восточная часть / Eastern part								
370,7	286,6	84,1	61,7	2,2	59,4	2915,0	2773,2	141,8

Средние по времени энергии стационарны и не влияют на переходы энергии, но их знание полезно для общего понимания энергетики Черного моря и сравнения результатов моделирования с данными наблюдений.

Согласно полученным данным, кинетическая энергия СТ и МВ распределена в Черном море достаточно равномерно между его восточной и западной частями. Немного более высокие значения кинетической энергии в восточной половине моря можно объяснить большей протяженностью крупномасштабных течений в этой части бассейна.

В верхнем слое моря кинетическая энергия СТ больше кинетической энергии МВ примерно в три раза, а в нижнем слое – наоборот: в МВ содержится в 25 раз больше кинетической энергии, чем в СТ.

Больше всего средней механической энергии в море (~ 60%) приходится на доступную потенциальную энергию СТ, сосредоточенную в его восточной половине. Она почти в 10 раз превосходит кинетическую энергию СТ в этой части бассейна. В западной половине моря общая доступная потенциальная энергия СТ в три раза превышает кинетическую энергию СТ. При этом она в три раза меньше, чем доступная потенциальная энергия СТ в восточной половине.

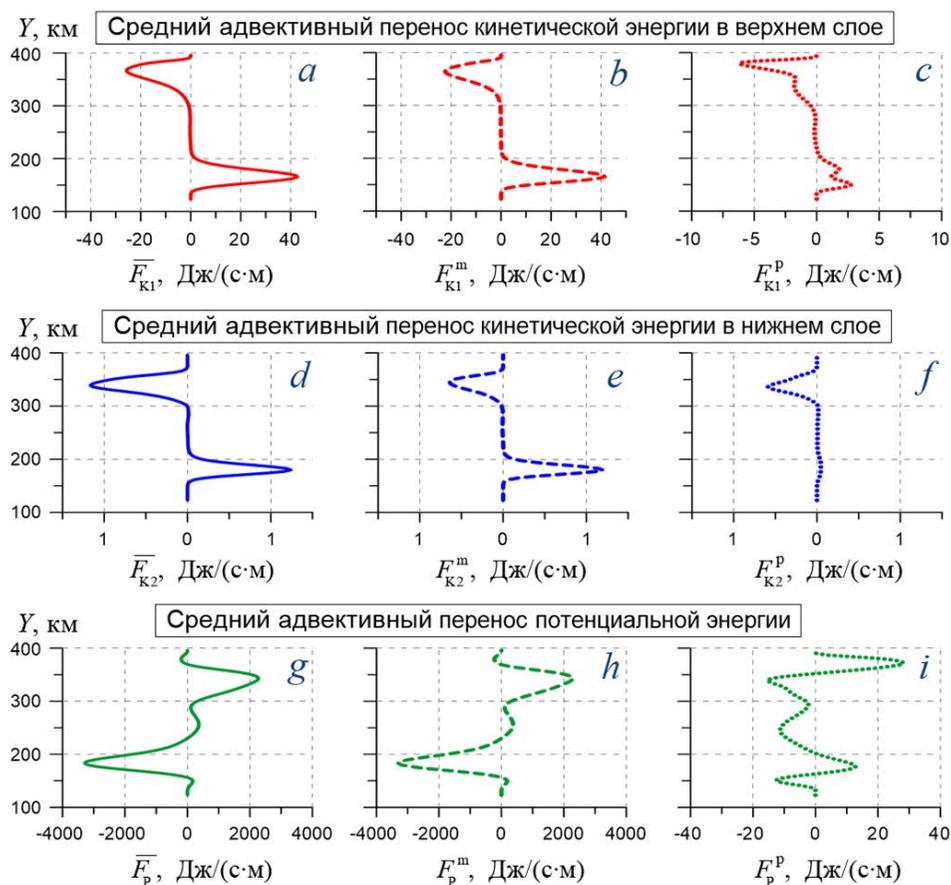
Для МВ разница в распределении  $P$  между западной и восточной частями пропорциональна длине среднего ОЧТ в соответствующей области.

Следует обратить внимание на выявленную закономерность: в сумме кинетическая энергия МВ верхнего и нижнего слоев получилась примерно равной доступной потенциальной энергии МВ:

$$[K_1^p]^W + [K_2^p]^W \approx [P^p]^W, \quad [K_1^p]^E + [K_2^p]^E \approx [P^p]^E.$$

На следующем шаге вычислялись средние адвективные переносы энергии между западной и восточной частями моря, осуществляемые СТ и МВ. Именно эти потоки, возникающие вследствие  $\beta$ -эффекта, как было показано в работе [17], являются причиной образования пространственной неоднородности полей энергетических характеристик в Черном море.

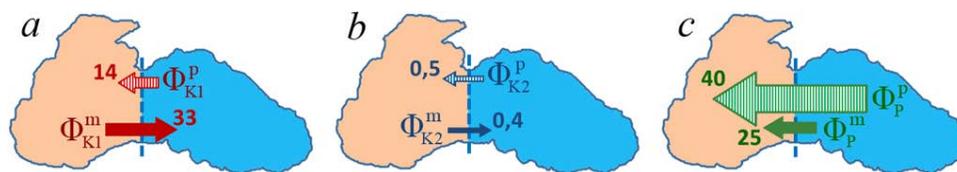
На рис. 4 показано распределение адвективных потоков энергии по оси  $Y$ . В верхнем слое моря максимальный средний перенос кинетической энергии отмечается в стречне среднего ОЧТ (рис. 4, *a*). Направление переноса энергии совпадает с направлением течения. Основной вклад в адвекцию кинетической энергии вносит СТ (рис. 4, *b*), максимум  $F_{K1}^m$  совпадает со стречнем среднего потока.



**Р и с. 4.** Распределение адвективных потоков энергии вдоль границы D: средние потоки – сплошная линия, доля СТ – штриховая, доля МВ – пунктир

**Fig. 4.** Distribution of the energy advective flows along boundary D: mean flows are shown by a solid line, share of mean currents – by a dashed line, share of mesoscale eddies – by a dotted one

Южная ветвь СТ переносит больше энергии, чем северная, в результате суммарный поток кинетической энергии  $\Phi_{K1}^m$  составляет 33 МДж/с и имеет направление из западной половины моря в восточную (рис. 5, *a*).



**Рис. 5.** Суммарные адвективные потоки энергии (МДж/с) между восточной и западной частями моря:  $\Phi_{K1}^m$ ,  $\Phi_{K1}^p$  (*a*);  $\Phi_{K2}^m$ ,  $\Phi_{K2}^p$  (*b*);  $\Phi_P^m$ ,  $\Phi_P^p$  (*c*)

**Fig. 5.** Total advective energy flows (MJ/s) between the eastern and western parts of the sea:  $\Phi_{K1}^m$ ,  $\Phi_{K1}^p$  (*a*);  $\Phi_{K2}^m$ ,  $\Phi_{K2}^p$  (*b*);  $\Phi_P^m$ ,  $\Phi_P^p$  (*c*)

Мезомасштабные вихревые образования в верхнем слое моря осуществляют перенос кинетической энергии так же, как СТ, в направлении среднего ОЧТ, но максимумы потоков энергии МВ не совпадают со стрежнем среднего потока, а расположены рядом с ним в зонах наибольшего градиента скорости течений (рис. 4, *c*). Причем справа от стрежня СТ перенос энергии  $F_{K1}^p$  больше, чем слева. Вероятнее всего, это происходит потому, что мезомасштабные антициклонические вихри, которые образуются между ОЧТ и берегом, содержат в себе больше энергии, чем циклонические МВ, образующиеся в основном слева от ОЧТ. Максимальный адвективный поток кинетической энергии МВ наблюдается правее северной ветви СТ, он вносит основной вклад в суммарный адвективный перенос  $\Phi_{K1}^p$ , который составляет 14 МДж/с в западном направлении (рис. 5, *a*). Это меньше, чем  $\Phi_{K1}^m$ , поэтому общий адвективный перенос кинетической энергии течениями в верхнем слое направлен из западной половины моря в восточную.

В нижнем слое моря южная ветвь СТ переносит в восточном направлении больше кинетической энергии, чем северная ветвь в западном (рис. 4, *e*). Но общий перенос кинетической энергии (рис. 4, *d*) оказывается все же направленным на запад за счет адвективного потока МВ, который максимален в северной части разреза D (рис. 4, *f*). Суммарный адвективный поток кинетической энергии СТ  $\Phi_{K2}^m$ , направленный на восток, равен 0,4 МДж/с, а суммарный поток кинетической энергии МВ  $\Phi_{K2}^p$  направлен на запад и равен 0,5 МДж/с (рис. 5, *b*).

Средний адвективный перенос потенциальной энергии СТ происходит в направлении, противоположном потоку, в отличие от переноса кинетической энергии (рис. 4, *g*, *h*). Максимальные значения  $\overline{F}_p$  и  $F_p^m$  отмечаются в стрежне СТ нижнего слоя. Они намного превышают максимумы потоков кинетической

энергии СТ в верхнем и нижнем слоях. Но суммарный поток  $\Phi_p^m$  при этом оказывается одного порядка с  $\Phi_{K1}^m$  и составляет 25 МДж/с в западном направлении за счет южной ветви СТ (рис. 5, *с*).

Наиболее интересным представляется распределение вдоль разреза D адвективного потока  $F_p^p$  (рис. 4, *и*). Он имеет максимумы в области стрежня СТ в нижнем слое моря и направлен по потоку. Правее стрежня СТ поток  $F_p^p$  меняет направление на противоположное, достигает максимума и обращается в ноль на берегу. Можно предположить, что такое распределение  $F_p^p$  связано с образованием и движением справа от СТ мезомасштабных антициклонических вихрей (рис. 1, *г*). В [9] показано, что такие вихри являются элементами градиентно-вихревых волн (захваченных материковым склоном), которые относятся к классу топографических волн Россби. В целом потоки  $F_p^p$  между стрежнем СТ и берегом вследствие разнонаправленности компенсируют друг друга.

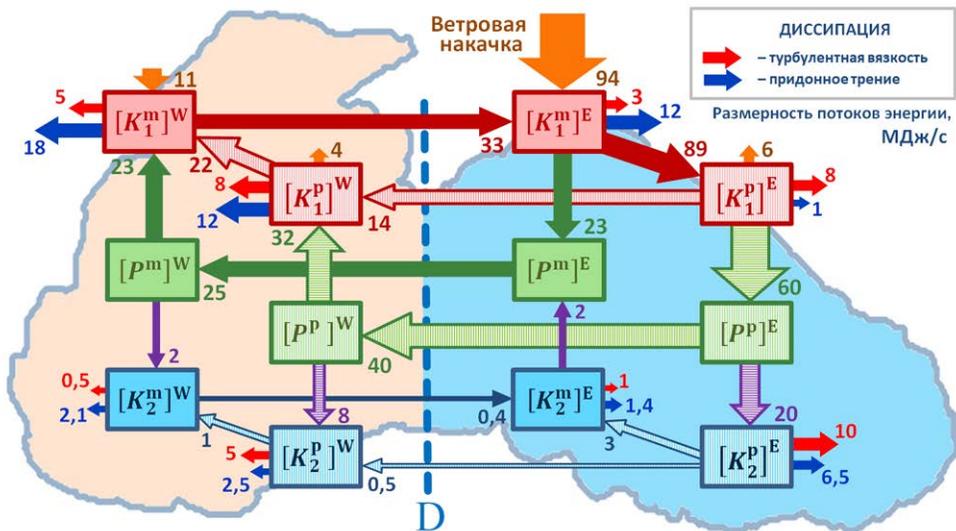
В центральной части разреза D (рис. 4, *и*, между 200 и 300 км на вертикальной шкале) существует еще один максимум адвективного потока  $F_p^p$ , который и определяет основной вклад МВ в общий перенос потенциальной энергии, в результате чего суммарный поток  $\Phi_p^p = 40$  МДж/с направлен на запад (рис. 5, *с*).

В целом можно сказать, что МВ переносят из восточной половины Черного моря в западную и кинетическую, и потенциальную энергию, тогда как СТ переносят на запад только потенциальную энергию. Наибольший вклад в западный перенос энергии вносит адвективный поток  $\Phi_p^p$  (рис. 5, *с*), который формируется вследствие переноса потенциальной энергии мезомасштабными вихревыми образованиями через центральную часть разреза D. Такими МВ, согласно работам [9, 22], являются баротропные волны Россби замкнутого бассейна, образующиеся в глубоководной части моря вследствие  $\beta$ -эффекта. Как показано в <sup>3</sup>, в бассейне с двухслойной жидкостью при стационарном ветровом воздействии происходит генерация именно баротропных волн Россби. Если для возбуждения движения в модели использовать сезонно меняющийся ветер, то в бассейне кроме баротропных волн будут формироваться и бароклинные волны Россби <sup>3</sup> [23].

Рассмотрим средние по времени переходы механической энергии, являющиеся следствием динамических процессов в море, с учетом разделения течений на СТ и МВ. Эти переходы, рассчитанные для западной и восточной частей Черного моря, показаны в виде схемы на рис. 6. Период осреднения по времени составил 20 модельных лет, этого оказалось достаточно, чтобы временная изменчивость средних энергетических характеристик оказалась близкой к нулю.

---

<sup>3</sup> Сафронов Г. Ф. Возбуждение длинных волн в океане крупномасштабными изменениями в поле касательного напряжения ветра. М. : Гидрометеоздат, 1985. 108 с.  
МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 40 № 1 2024



**Рис. 6.** Средние переходы энергии между СТ и МВ с учетом деления моря на две части, западную и восточную

**Fig. 6.** Mean energy flows between the mean currents and the mesoscale eddies with the regard for the sea division into two parts – the western and eastern ones

Отметим ряд особенностей в переходах энергии.

1. Ветровая накачка энергией происходит в основном в восточной части моря (94 МДж/с), что объясняется особенностями используемого в модели поля ветра и соответствует наблюдениям [14]. В западной части приток ветровой энергии составляет 11 МДж/с, что в 9 раз меньше, чем в восточной.

2. Вся приходящая от ветра энергия идет на пополнение кинетической энергии СТ в верхнем слое. На МВ ветер в среднем оказывает тормозящее воздействие, что приводит к потере кинетической энергии МВ как в восточной (6 МДж/с), так и в западной части моря (4 МДж/с).

3. В верхнем слое восточной части моря МВ получают кинетическую энергию от СТ, а в западной части наблюдается обратный переход кинетической энергии от МВ к СТ.

4. В верхнем слое восточной части моря кинетическая энергия СТ и МВ переходит в потенциальную энергию СТ и МВ, в западной части – противоположное направление переходов энергии от потенциальной к кинетической.

5. В нижний слой моря энергия поступает за счет перехода доступной потенциальной энергии МВ в кинетическую энергию МВ как в восточной, так и в западной части моря.

6. Кинетическая энергия СТ нижнего слоя в обеих частях моря пополняется за счет кинетической энергии МВ, т. е. наблюдается переход энергии от движений мелкого масштаба к более крупным. В теории турбулентности такой переход энергии называется эффектом отрицательной вязкости, но в данном случае это результат осреднения движущихся над материковым склоном захваченных волн, которые вследствие нелинейности переносят некоторую массу воды, т. е. имеют свойства вихрей.

7. В восточной половине моря часть кинетической энергии СТ нижнего слоя переходит в потенциальную энергию СТ, а в западной половине – наоборот: потенциальная энергия СТ частично переходит в кинетическую энергию СТ.

8. Несмотря на то что приток энергии в море находится преимущественно в его восточной половине, диссипация энергии на западе больше, чем на востоке (53 и 42 МДж/с соответственно). Причем больше всего энергии, 67 МДж/с, теряется за счет диссипации в верхнем слое, при этом 43 МДж/с приходится на западную часть моря.

На рис. 6 не обозначены переходы кинетической энергии из верхнего слоя в нижний вследствие их малости. Соответствующие им значения учтены в диссипации энергии.

Важной особенностью представленной схемы, связывающей воедино все ее элементы, является наличие рассмотренных выше адвективных потоков энергии, направленных из одной половины моря в другую (рис. 5). С одной стороны, можно сказать, что данные адвективные потоки компенсируют различия в размере и направлении энергетических переходов в западной и восточной частях моря. Но, с другой стороны, эти адвективные потоки энергии, являющиеся следствием  $\beta$ -эффекта, и есть главная причина неравномерного распределения по акватории моря переходов энергии.

### **Заключение**

Рассмотрение энергетических характеристик отдельно для восточной и западной части Черного моря позволило выявить ряд закономерностей в энергетике двухслойной модели, получить новую информацию о протекании динамических процессов в море. В частности, оказалось, что направление и размер осредненных за большой период времени переходов механической энергии между ее видами в различных частях моря значительно отличаются друг от друга.

Были установлены различия в направлении и размере потоков энергии в восточной и западной частях моря. Их причиной оказались адвективные потоки энергии, которые в сумме направлены из восточной половины моря в западную. В результате вычисления вклада средних течений и мезомасштабных вихревых образований в средние по времени адвективные потоки энергии получено, что основной вклад в западный перенос энергии вносят МВ, локализованные в центральной части моря вне зоны распространения крупномасштабных течений. На этом основании сделан вывод, что данные МВ являются волнами Россби, которые образуются вследствие  $\beta$ -эффекта в замкнутом (ограниченном) бассейне. Этот вывод еще раз подтверждает важность  $\beta$ -эффекта для формирования черноморской циркуляции.

Показана роль работы силы Кориолиса в переходах кинетической энергии между СТ и МВ. Возникает резонный вопрос: как такое возможно? Известно, что сила Кориолиса является мнимой силой и не производит работы. Чтобы разрешить данное противоречие, напомним, что разделение течений на СТ и МВ искусственное, т. е. мнимое, поэтому и переходы энергии между ними мнимые. Эти мнимые переходы определяются работой мнимой силы Кориолиса, которая для суммарных течений равна нулю, но получилась не равной нулю отдельно для СТ и МВ.

На данном этапе исследований анализировались энергетические характеристики, осредненные за большой период времени в статистически равновесном режиме, в котором все средние характеристики и параметры модели остаются постоянными. Такой подход значительно упрощает энергетический анализ, так как позволяет исключить производные по времени в уравнениях энергетического баланса. Но при этом из рассмотрения исключаются некоторые важные процессы, которые имеют стохастический или периодический характер и происходят в различных частях моря (напр., бароклинная неустойчивость). Для исследования подобных процессов при определении средней циркуляции необходимо выбирать соответствующий период осреднения и учитывать пространственно-временную локализацию самого явления. В этом направлении и планируется проведение дальнейших исследований.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов В. А., Белокопытов В. Н.* Океанография Черного моря. Севастополь, 2011. 212 с.
2. Seasonal, interannual, and mesoscale variability of the Black Sea upper layer circulation derived from altimeter data / G. Korotaev [et al.] // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2003. Vol. 108, iss. C4. 3122. doi:10.1029/2002JC001508
3. *Коротенко К. А.* Моделирование мезомасштабной циркуляции Черного моря // *Океанология*. 2015. Т. 55, № 6. С. 909–915. EDN UVEPDV. doi:10.7868/S0030157415060076
4. Universal structure of mesoscale eddies in the ocean / Z. Zhang [et al.] // *Geophysical Research Letters*. 2013. Vol. 40, iss. 14. P. 3677–3681. doi:10.1002/grl.50736
5. *Chelton D. B., Schlax M. G., Samelson R. M.* Global observations of nonlinear mesoscale eddies // *Progress in Oceanography*. 2011. Vol. 91, iss. 2. P. 167–216. doi:10.1016/j.pcean.2011.01.002
6. *Chen G., Hou Y., Chu X.* Mesoscale eddies in the South China Sea: Mean properties, spatio-temporal variability, and impact on thermohaline structure // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2011. Vol. 116, iss. C6. C06018. <https://doi.org/10.1029/2010JC006716>
7. *Кубряков А. А., Станичный С. В.* Синоптические вихри в Черном море по данным спутниковой альтиметрии // *Океанология*. 2015. Т. 55, № 1. С. 65–77. EDN TGWBIX. doi:10.7868/S0030157415010104
8. *Numerical Models of Oceans and Oceanic Processes* / Ed. L. N. Kantha, C. A. Clayson. San-Diego : Academic Press, 2000. 940 p. (International Geophysics Series ; vol. 66). doi:10.1016/s0074-6142(00)x8001-1
9. *Павлушин А. А., Шапиро Н. Б., Михайлова Э. Н.* Роль рельефа дна и  $\beta$ -эффекта в динамике Черного моря // *Морской гидрофизический журнал*. 2017. № 6. С. 27–39. EDN QHQKPF. doi:10.22449/0233-7584-2017-6-27-39
10. Субмезомасштабные вихри на кавказском шельфе Черного моря и порождающие их механизмы / А. Г. Зацепин [и др.] // *Океанология*. 2011. Т. 51, № 4. С. 592–605. EDN NXXEQF.
11. Mesoscale to Submesoscale Transition in the California Current System. Part II: Frontal Processes / X. Capet [et al.] // *Journal of Physical Oceanography*. 2008. Vol. 38, iss. 1. P. 44–64. doi:10.1175/2007JPO3672.1
12. Влияние субмезомасштабных вихрей на перенос взвешенного вещества в прибрежной зоне Крыма по данным БПЛА, спутниковых и контактных измерений / А. А. Кубряков [и др.] // *Океанология*. 2021. Т. 61, № 2. С. 182–197. EDN VZKVBX. doi:10.31857/S0030157421020106
13. *Калашиник М. В., Курганский М. В., Чхетиани О. Г.* Бароклинная неустойчивость в геофизической гидродинамике // *Успехи физических наук*. 2022. Т. 192, № 10. С. 1110–1144. EDN PLRMZL. doi:10.3367/UFN.2021.08.039046
14. Бассейновая циркуляция и мезомасштабная динамика Черного моря под ветровым воздействием / А. Г. Зацепин [и др.] // *Современные проблемы динамики океана и атмосферы : сборник статей, посвященный 100-летию со дня рождения П. С. Линейкина*. Москва : ТРИАДА ЛТД, 2010. С. 347–368. EDN TVXEMZ.

15. *Kang D., Curchitser E. N.* Energetics of Eddy–Mean Flow Interactions in the Gulf Stream Region // *Journal of Physical Oceanography*. 2015. Vol. 45, iss. 4. P. 1103–1120. doi:10.1175/JPO-D-14-0200.1
16. *Демьшев С. Г., Дымова О. А.* Анализ энергетического цикла Лоренца для различных режимов циркуляции Черного моря // *Труды Карельского научного центра РАН*. 2022. № 6. С. 26–40. EDN QAWITM. doi:10.17076/lim1621
17. *Павлушин А. А.* Особенности и причины пространственной неоднородности потоков механической энергии в Черном море // *Морской гидрофизический журнал*. 2023. Т. 39, № 3. С. 328–341. EDN OSWDCN.
18. *Павлушин А. А., Шатино Н. Б., Михайлова Э. Н.* Захваченные волны и меандрирование Основного Черноморского течения // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря*. 2019. № 4. С. 14–21. EDN SYNPMJ. doi:10.22449/2413-5577-2019-4-14-21
19. *Маркова Н. В., Багаев А. В.* Оценка скоростей глубоководных течений в Черном море по данным дрейфующих буев-профилемеров Argo // *Морской гидрофизический журнал*. 2016. № 3. С. 26–39. EDN WNAFSV.
20. Энергетический спектр скорости течения в глубокой части Черного моря / А. А. Ключевиткин [и др.] // *Доклады Академии наук*. 2019. Т. 488, № 5. С. 550–554. EDN RUPYJT. doi:10.31857/S0869-56524885550-554
21. *Holland W. R., Lin L. B.* On the Generation of Mesoscale Eddies and their Contribution to the Oceanic General Circulation. I. A Preliminary Numerical Experiment // *Journal of Physical Oceanography*. 1975. Vol. 5, iss. 4. P. 642–657. doi:10.1175/1520-0485(1975)005<0642:OTGOME>2.0.CO;2
22. *Stanev E. V., Rachev N. H.* Numerical study on the planetary Rossby modes in the Black Sea // *Journal of Marine Systems*. 1999. Vol. 21, iss. 1–4. P. 283–306. [https://doi.org/10.1016/S0924-7963\(99\)00019-6](https://doi.org/10.1016/S0924-7963(99)00019-6)
23. *Павлушин А. А.* Автоколебания интенсивности крупномасштабной циркуляции в Черном море // *Морской гидрофизический журнал*. 2022. Т. 38, № 6. С. 605–619. EDN UFLDYX. doi:10.22449/0233-7584-2022-6-605-619

*Об авторе:*

**Павлушин Андрей Александрович**, младший научный сотрудник, отдел динамики океанических процессов, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **ORCID ID: 0000-0002-2098-5068**, **ResearcherID: R-4908-2018**, **SPIN-код: 1439-2290**, [pavlushin@mhi-ras.ru](mailto:pavlushin@mhi-ras.ru)