ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕХАНИКА. ДИАГНОСТИКА ИСПЫТАНИЯ

УДК 531.552

БАЛЛИСТИКА УДЛИНЕННЫХ ТЕХНОГЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

© 2024 г. А. М. Попов

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Москва, Россия

e-mail: aproximandra@mail.ru

Поступила в редакцию 24.11.2023 г.
После доработки 14.02.2024 г.
Принята к публикации 19.02.2024 г.

При производстве инженерно-взрывных работ от конструкции воздействия взрыва могут формироваться различные техногенные элементы (частицы), которые, как показывают экспериментальные данные, могут иметь совершенно произвольную форму и обладать довольно большой массой и скоростью. Статья посвящена рассмотрению баллистики удлиненных элементов и выводу расчетных зависимостей, которые позволяют оценить траекторию их движения.

Ключевые слова: удлиненные техногенные элементы, баллистика, баллистические характеристики, набегающий поток, сопротивление воздуха, коэффициент лобового сопротивления, начальная скорость движения элемента

DOI: 10.31857/S0235711924030121, **EDN:** PGKXNI

Условно техногенные элементы можно разделить на две группы: компактные (осколки) и удлиненные, у которых отношение длины элемента к поперечному размеру превышает семь единиц [1, 9]. При производстве инженерно-взрывных работ эти элементы, разлетаясь, могут нанести значительный ущерб по окружающим объектам. Поэтому безопасное производство инженерно-взрывных работ основывается на различных инструкциях и требованиях руководящих документов.

Безопасное расстояние разлета техногенных элементов определяется прежде всего начальными условиями их разлета и баллистическими характеристиками. Как известно, характер взаимодействия любого элемента с объектом во многом определяется скоростью соударения в момент встречи объекта и элемента. Поэтому при оценке этого взаимодействия необходимо знать, как зависит скорость элемента на траектории от его основных параметров. Баллистике осколков посвящено большое количество работ [1, 10] и малое их количество для удлиненных элементов.

В статье рассматривается баллистика удлиненных элементов, движущихся от точки производства инженерно-взрывных работ. Рассмотрим удлиненный элемент (рис. 1). Элемент имеет круглую форму поперечного сечения (рис. 1, справа) и плоскую его форму (рис. 1, слева). Такой элемент после его метания под действием набегающего потока воздуха почти мгновенно разворачивается, стремясь совместить свою продольную ось с направлением вектора скорости набегающего потока.

Совершая колебательные движения, может покрывать довольно большие расстояния от места производства инженерно-взрывных работ.

При движении элемента в силовом поле Земли на него действуют две силы: сила сопротивления воздуха и сила тяжести. Практический интерес представляет участок

Рис. 1. Вид удлиненного элемента, полученного в эксперименте.

траектории, на котором он имеет еще достаточно высокую скорость. Поэтому действием силы тяжести на элемент будем пренебрегать и рассмотрим его прямолинейное движение при действии на него только силы сопротивления воздуха. В этом случае уравнение движения центра масс элемента будет иметь вид [1, 4]

$$\frac{m\vartheta d\vartheta}{dx} = -C_x S_{\text{м}} \rho_{\text{в}} \frac{\vartheta^2}{2}, \tag{1}$$

где m, C_x и $S_{\text{м}}$ – масса, коэффициент лобового сопротивления и площадь миделя элемента соответственно; $\rho_{\text{в}}$ – плотность воздуха на траектории движения ПЭ; x – текущее расстояние от точки разлета.

Из (1) путем интегрирования можно получить выражение для скорости движения элемента на произвольном расстоянии [2, 11]

$$\vartheta_0 = \vartheta_0 e^{-C_{\text{н}} H(y) x}, \tag{2}$$

где

$$C_{\text{н}} = \frac{C_{\text{х}} S_{\text{м}} \rho_{\text{в}} (y = 0)}{2m}, \tag{3}$$

обобщенная баллистическая характеристика; $\rho_{\text{В}}(y = 0)$ – плотность воздуха над уровнем моря; $H(y)$ – нормировочная нормальная плотность воздуха на высоте движения элемента над поверхностью Земли; ϑ_0 – начальная скорость движения элемента.

Как показывают исследования [2, 6], входящие в уравнение (1) параметры m, C_x, $S_{\text{м}}$, которые характеризуют элемент, формируемый из разрушаемой конструкции, можно определить лишь по экспериментальным данным.

Следует заметить, что результаты аэродинамических продувок, приведенных в работе [3, 5], позволяют сделать следующее заключение: если элемент (компактный или удлиненный) движется со скоростью более 1000 м/с, то величину коэффициента лобового сопротивления C_x с погрешностью до 10% можно принять равным единице.

Практический интерес представляет случай, когда ось элемента совершает затухающие колебания относительно касательной к траектории движения его центра масс (ц.м.) (рис. 2), в пределе совпадая с последней. Причем, чем быстрее затухают колебания оси элемента, тем устойчивее его движение. Ниже дадим теоретический подход к расчету баллистики таких элементов [5, 6]. Введем связанные с элементом систему координат $x_1 0_1 y_1$ с центром в центре давления (ц.д.) и с его траекторией $x0y$ с центром в ц.м. Их центры разнесены друг от друга на расстояние $x_{\text{д}}$ (рис. 2).

Не останавливаясь подробно на математических условиях, достаточных для устойчивого движения удлиненного элемента вообще, отметим, что для его устойчивого

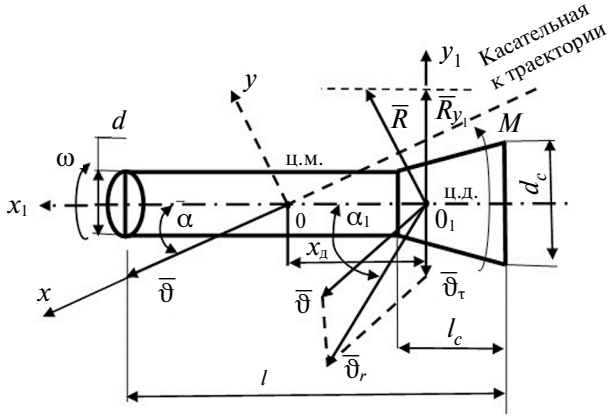

Рис. 2. Схема действия аэродинамических сил.

движения в смысле Ляпунова, достаточно, чтобы при малых углах отклонения продольной оси элемента от касательной к траектории его оперение создавало момент, стремящийся уменьшить этот угол α (рис. 2). Данное обстоятельство, как показано в трудах проф. В. С. Пугачева, выполняется тогда, когда точка 0_1 приложения равнодействующей аэродинамических сил сопротивления воздуха находится позади центра масс [2–4].

Однако устойчивость в смысле Ляпунова не может гарантировать требуемой степени затухания колебаний элемента, т.е. он может совершать и незатухающие колебания [1–4].

Поэтому за критерий оценки на устойчивость примем часто используемый на практике параметр $K(t)$, который характеризует степень затухания колебаний удлиненного элемента и определяется формулой [8]

$$K(t) = A(t - T)/A(t), \tag{5}$$

где $A(t)$ – амплитуда колебаний в некоторый момент времени t; T – период колебаний.

Определим составляющие, входящие в выражения (5). Рассмотрим случай, когда центр давления ц.д. (рис. 2) элемента смещен назад относительно его центра масс ц.м. на расстояние $x_д$ что обуславливается наличием хвостового оперения с размахом d_c и длиной l_c. Для простоты расчетов будем считать, что центральная часть элемента является цилиндром с диаметром d. Тогда при движении элемента на него в продольной плоскости элемента относительно центра масс будет действовать момент M силы R_{y1}, старающийся совместить продольную ось элемента с касательной к траектории его центра масс. Причем,

$$M = R_{y1}x_д, \tag{6}$$

здесь R_{y1} – составляющая аэродинамической силы R на продольную ось элемента.

Пусть перо элемента характеризуется площадью F и совершает вращательное движение вокруг центра масс элемента с круговой скоростью [1, 2]

$$\vartheta = \omega x_д,$$

где ω – угловая скорость вращения оси элемента.

Тогда равнодействующая скоростей ϑ и ϑ_τ, равная ϑ_r, образует с осью элемента некоторый угол α_1. Следовательно, нормальная составляющая силы сопротивления набегающего воздуха, действующая на рассматриваемое перо и образующую угол α_1 с вектором ϑ_r, выразится формулой

$$R_{y1} = C_{\text{п}}(\alpha_1)\rho\vartheta_r^2\frac{F}{2},$$

где $C_{\text{п}}(\alpha_1)$ – коэффициент силы R_{y1} определяемый экспериментально в системе координат, связанной с пером, причем [2, 3]

$$C_{\text{п}}(\alpha_1) = C_{x1}(\alpha_1)\sin\alpha_1 + C_{y1}(\alpha_1)\cos\alpha_1.$$

Воспользуемся условием достаточности Ляпунова. Тогда в случае малых колебаний можно положить [2, 7]

$$C_{\text{п}}(\alpha_1) \approx C_{y1}(\alpha_1) = \left(C_{y1}^0\right)\alpha_1,$$

и, следовательно,

$$R_{y1} = \left(C_{y1}^0\right)\alpha_1\rho\vartheta_r^2\frac{F}{2}. \tag{7}$$

В формуле (7) должно выполняться

$$\vartheta_r\sin\alpha_1 = x_{\text{д}}\omega + \vartheta\sin\alpha,$$

или, заменяя для малых углов $\sin\alpha_1 = \alpha_1$; $\sin\alpha = \alpha$ и $\vartheta_r = \vartheta$, имеем

$$\alpha_1 = \frac{x_{\text{д}}\omega}{\vartheta} + \alpha.$$

Подставляя полученное значение α_1 в зависимость (7), получим выражение

$$R_{y1} = \left(C_{y1}^0\right)\rho\vartheta^2 F\frac{\left(\dfrac{x_{\text{д}}\omega}{\vartheta + \alpha}\right)}{2}. \tag{8}$$

Зависимость угла α от дальности полета представлена на рис. 3.

Тогда из формулы (6) момент силы R_{y1} относительно центра масс элемента запишется в виде

$$M = \left(C_{y1}^0\right)\rho\vartheta^2 F\frac{x_{\text{д}}\alpha}{2 +}\frac{\left(C_{y1}^0\right)\rho\vartheta^2 F x_{\text{д}}^2\omega}{2}. \tag{9}$$

Заметим, что первое слагаемое выражения (9) представляет собой не что иное, как стабилизирующий момент, а второе слагаемое – момент, возникающий благодаря наличию ω, т.е. наличию колебаний относительно центра масс элемента, который называют демпфирующим моментом. Последний момент стремится уменьшить угловую скорость колебаний продольной оси элемента.

Перепишем уравнение (9) вращательного движения элемента в виде

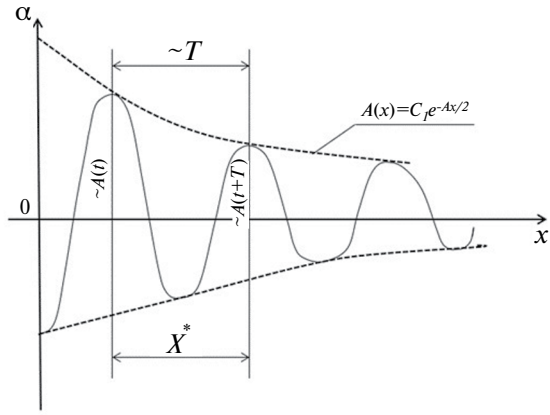

Рис. 3. Зависимость угла α от дальности полета удлиненного элемента.

$$Jd^2\frac{\alpha}{dt^2} = -\left(C_{y1}^0\right)\rho\vartheta^2 F\frac{x_д\alpha}{2-}\frac{(C_{y1}^0)\rho\vartheta^2 F x_д^2 d\alpha}{2dt}, \tag{10}$$

где J – момент инерции элемента относительно центра масс.

Перейдем в выражении (10) к переменной x. Имеем

$$\frac{d^2\alpha}{dx^2} + A\frac{d\alpha}{dx} + B\alpha = 0, \tag{11}$$

где $A = 24(C_{y1}^0)\rho F\dfrac{x_д}{(\pi\rho_o\alpha^2 l^3)}$, l, ρ_c – длина и плотность материала элемента.

В первом приближении при определении коэффициентов A и B будем пренебрегать массой пера, а момент инерции элемента примем равным моменту инерции тонкого стержня, т.е. $J = \dfrac{ml^2}{12}$. Анализ уравнения (11) показывает, что элемент будет совершать затухающие колебания при условии, когда [3, 12]

$$A^2/4 - B < 0.$$

В этом случае решение этого уравнения имеет вид

$$\alpha = C_1 e^{\frac{-Ax}{2}}\sin\left[C_2 + \left(\sqrt{B - \frac{A^2}{4}}\right)x\right]. \tag{12}$$

Задаваясь начальными условиями: $x = 0$; $\alpha = \alpha_0$; $d\alpha/dx = \omega_0$, получим искомые выражения для постоянных интегрирования

$$C_1 = \sqrt{\alpha_0^2 + \frac{\left(\omega_0 + \alpha_0\dfrac{A}{2}\right)^2}{\left(B - \dfrac{A^2}{4}\right)}},\ C_2 = \arcsin\left(\frac{\alpha_0}{C_1}\right).$$

Анализ решения (12) показывает, что амплитуда колебаний элемента ограничена функцией

$$A(x) = C_1 e^{-Ax/2}. \tag{13}$$

Используя зависимость (13), можно найти дальность $x_{кр}$, на которой элемент будет отклоняться не более чем на заданной угол $\alpha_{кр}$

$$x_{кр} = 2\ln\frac{\left(\dfrac{C_1}{\alpha_{кр}}\right)}{A}.$$

Определим теперь степень затухания колебаний оси элемента, для чего рассмотрим изменения амплитуды колебаний за один период. В соответствии с выражением (12) период колебаний X^* можно определить из условия (рис. 3) [2, 4]

$$\sqrt{B - \frac{A^2}{4}} = 2\pi.$$

В данном случае X^* означает путь, на котором совершается одно полное колебание элемента

$$X^* = 2\pi \Big/ \sqrt{B - A^2/4}. \tag{14}$$

Зависимость X^* от конструктивных и аэродинамических данных, характеризующих элемент, очевидна из последней формулы.

Перейдя в выражении (5) от времени t к расстоянию x, определим степень затухания колебаний элемента

$$K(x) = A(x + X^*) \,/\, A(x).$$

Подставляя в последнее соотношение выражение (11), после элементарных преобразований имеем

$$K(x) = \frac{e^{\frac{-A(x+X^*)}{2}}}{e^{\frac{-Ax}{2}}} = e^{\frac{-AX^*}{2}}.$$

Очевидно, что колебания элемента будут затухающими, т.е. амплитуда каждого последующего колебания будет меньше амплитуды предыдущего колебания, если $K(x) < 1$, т.е. если будет выполнено условие

$$e^{\frac{-AX^*}{2}} < 1.$$

Тогда, с учетом формул (14) и выражения $B = x_д A$ из (11), после элементарных преобразований окончательно получим выражения для определения логарифмического декремента затухания

$$\ln K(x) = \frac{2\pi A}{\sqrt{4Ax_д - A^2}} > 0, \tag{15}$$

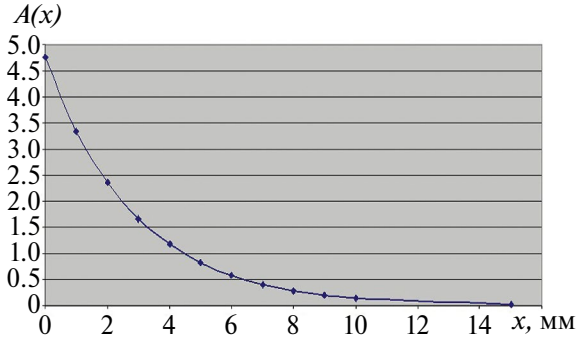

Рис. 4. Расчетная зависимость огибающей $A(x)$ амплитуды колебаний элемента от расстояния.

где $A = 24(C_{y1}^0)\rho F \dfrac{x_д}{(\rho_o \pi d^2 l^3)}$.

Неравенство (15) представляет собой общий критерий устойчивости движения элемента. Чем больше будет величина $\ln K(x)$, тем быстрее будут затухать колебания элемента.

С помощью полученных зависимостей (12)–(15) можно провести анализ влияния начальных условий метания и конструктивных параметров элемента на траекторию его движения, в частности, на дальность стабилизации.

Для проведения оценочных расчетов значений коэффициентов A и B в формуле (11) исходные данные параметров C_{y1}, $x_д$ и I можно принимать в соответствии с рекомендациями, приведенными в работе [1, 3, 6]. На рис. 4 показан расчетный пример изменения огибающей $A(x)$ при заданных параметрах изменения угла $\alpha(x)$.

Из рисунка видно, что с увеличением расстояния x от точки подрыва элемент ориентируется параллельно к вектору скорости его движения. Данные изменения огибающей были получены при следующих начальных условиях: длина элемента

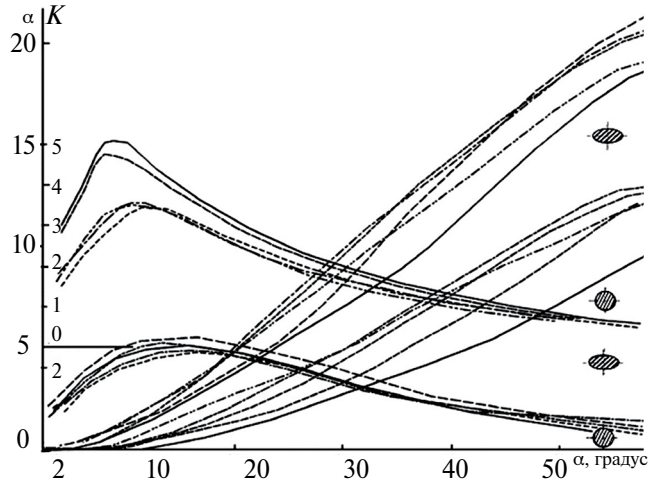

Рис. 5. График влияния формы поперечного сечения на аэродинамические характеристики тела большого удлинения при числе маха M > 2 и числах Рейнольдса Red = 380000 [2].

$l_c = 0.19$ м; диаметр хвостовой части $d_c = 0.03$ м; фокусное расстояние (расстояние между ц.д. и ц.м.) $x_д = 0.18$ м; диаметр головной части $d = 0.018$ м; площадь хвостовой части $F = 0.2$ м^2; коэффициент подъемной силы $C_y = 7$.

Для анализа аэродинамических характеристик воспользуемся результатами продувок длинных стержней с различной формой поперечного сечения при различных скоростях и значениях числа Рейнольдса (рис. 5), полученные в аэродинамической трубе в ВВИА имени проф. Н. Е. Жуковского [2].

Анализ результатов продувок свидетельствует о том, что значение логарифмического коэффициента затухания $\ln K(x)$ в формуле (15) для различных форм поперечного сечения элемента при углах атаки α более 30° заметно больше единицы, что является показателем чрезвычайно быстрой стабилизации элемента на траектории при больших скоростях.

Вывод. Таким образом, на основе рассмотрения характера движения удлиненного элемента на траектории установлена связь баллистической характеристики элемента с его основными параметрами.

Финансирование. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Института машиноведения им. А. А. Благонравова РАН. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Постников А. Г., Чуйко В. С.* Внешняя баллистика неуправляемых авиационных ракет и снарядов. М.: Машиностроение, 1985.
2. *Петров А. В.* Аэродинамика удлиненных тел. М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1989.
3. *Белоцерковский С. М., Одновол Л. А. и др.* Аэродинамика плохообтекаемых тел. М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1956.
4. *Бураго Г. Ф.* Аэродинамика. М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1957.
5. *Попов А. М.* Баллистика удлиненных поражающих элементов // Материалы Всероссийской научно-технической школы-семинара “Передача, обработка и отображение информации при быстропротекающих процессах”. Сочи, 2006 г., 2006. С. 79.
6. *Попов А. М.* Баллистика плохо обтекаемых поражающих элементов // Сб. трудов 3-го Международного симпозиума «Специальная связь и безопасность информации. Краснодар–Терскол, 2014 г., 2014. С. 154.
7. *Попов А. М., Валиев Р. М.* Система статистических методов обработки экспериментальных данных в машиностроении: Монография. М.: Технологии стратегического менеджмента, 2018. 384 с.
8. *Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П., Челышев В. П., Шехтер Б. И.* Физика взрыва. М.: Наука, 1975.
9. *Миропольский Ф. П., Вишняков О. Л., Попов А. М., Саркисян Р. С. А*виационные боеприпасы и их исследование. М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1996.
10. *Саркисян Р. С.* Основы теории взрыва. М.: ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1965.
11. *Одинцов В. А., Чудов Л.* А. Расширение и разрушение оболочек под действием продуктов детонации // В сб. Проблемы динамики упругопластических сред. М.: Мир, 1975.
12. *Мазалов В. Н., Немировский Ю. В.* Динамика тонкостенных пластических конструкций // В сб. Проблемы динамики упругопластических сред. М.: Мир, 1975.