
МЕХАНИКА МАШИН

УДК 531.8

МОДИФИКАЦИЯ ПЛАТФОРМЫ ГАУФА–СТЮАРТА С ШЕСТЬЮ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

© 2024 г. И. В. Пашков

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия**e-mail: pivpivpiv@yandex.ru*

Поступила в редакцию 26.01.2024 г.

После доработки 25.03.2024 г.

Принята к публикации 19.04.2024 г.

Платформа Гауфа–Стюарта заняла важное место в производственных и научных отраслях, позволяя облегчить различные циклы производства или провести необходимые исследования. Ее развитие позволяет решать более новые и сложные задачи или облегчать выполнение уже существующих. В настоящей статье рассмотрена модификация классической платформы, рассмотрены решения прямой и обратных задач кинематики, реализация программы визуализации и алгоритма управления, как физической моделью платформы, так и виртуальной, проведена оценка параметров платформы. Прямая и обратная задачи кинематики являются одними из основных задач, описывающих платформу, на их основе можно рассмотреть поведение платформы в различных конфигурациях заданных параметров. Программа визуализации позволяет не только рассмотреть поведение платформы без необходимости применения физической модели платформы, но и управлять реальной платформой, передавая соответствующие сигналы в управляющий контур.

Ключевые слова: платформа Гауфа–Стюарта, шесть степеней свободы, прямая и обратная задачи кинематики, рабочая зона

DOI: 10.31857/S0235711924040028, **EDN:** OZLZUD

Платформа Гауфа–Стюарта позволяет испытывать различные объекты на устойчивость к нагрузкам, позволяет реализовывать различные тренажеры или даже размещает спутниковые антенны [1, 2]. Выходное звено платформы может позиционироваться в пространстве по шести координатам или двигаться в определенном диапазоне.

В общем случае платформа состоит из двух основных частей – неподвижного основания и подвижной платформы, которые соединены между собой шестью пневмоцилиндрами через шарниры. За счет изменения длины пневмоцилиндров платформа может совершать перемещение вдоль осей и вращательные движения в заданном диапазоне.

Для обеспечения выполнения различных задач в платформу вносятся различные конструкторские изменения. Одни имеют шесть степеней свободы [1] и изменяют положение и ориентацию под действием вращения приводов основания и неизменных длин стержней. Другие имеют три степени свободы [3, 4] и используют в кинематических цепях параллелограммы или механизмы со скользящими шарнирами.

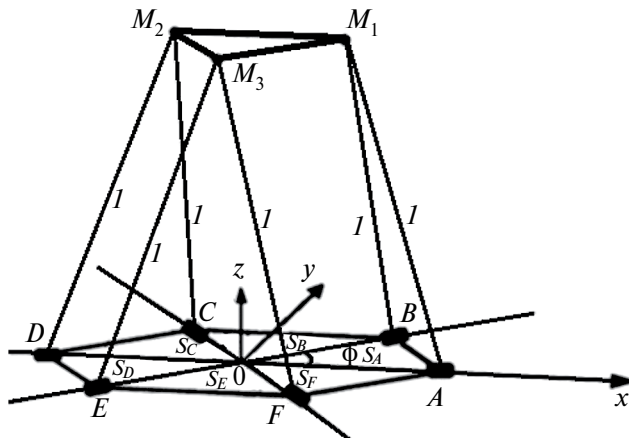


Рис. 1. Схема модифицированной платформы Гауфа–Стюарта: $l = 22.5$ см, $\varphi = 60^\circ$,
 $M_1M_2 = M_1M_3 = M_2M_3 = 5.5$ см, $S_{\min} = 9$ см $S_{\max} = 23$ см.

Еще одна вариация, предложенная в работе, подразумевает также фиксированную длину стержня, однако приводы основания могут перемещаться вдоль своих направляющих, что позволяет увеличить линейные перемещения.

Основными задачами при проектировании платформы и определении ее возможностей являются прямая и обратная задачи кинематики. На их основе можно определить рабочие области платформы при различных заданных параметрах, реализовать программы по виртуальному моделированию поведения платформы и управлению физическими моделями.

Модификация платформы. Система состоит из двух основных частей: нижняя часть, которая состоит из шести подвижных приводов, каждый из которых отстоит от предыдущего на угол $\varphi = 60^\circ$ и верхняя часть, соединенные между собой шестью опорами постоянной длины (рис. 1).

В основании лежит неподвижная система координат с осями x, y, z . Подвижная платформа имеет свою систему координат x', y', z' . Координаты платформы определяются с помощью перемещения вдоль неподвижной системы координат. Три угла поворота определяют ориентацию платформы по отношению к основанию.

Прямая и обратная задачи кинематики. Прямая задача кинематики [5, 6, 7] заключается в определении положения и ориентации платформы для заданных положений приводов, а обратная [8] – в нахождении положения приводов по заданной ориентации платформы, при этом решаемая система уравнений имеет единственное решение.

Матрица поворота относительно основания определяется формулой

$$R = R_z R_y R_x =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\beta \cos\alpha & -\sin\beta \cos\gamma + \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma & \sin\beta \sin\gamma + \cos\beta \cos\gamma \sin\alpha \\ \sin\beta \cos\alpha & \cos\beta \cos\gamma + \sin\beta \sin\gamma \sin\alpha & -\cos\beta \sin\gamma + \sin\beta \sin\gamma \cos\gamma \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \sin\gamma & \cos\alpha \cos\gamma \end{pmatrix}.$$

Для проведения дальнейших расчетов необходимо ввести следующее дополнение

$$\begin{pmatrix} x_{M_i} \\ y_{M_i} \\ z_{M_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix} + R \begin{pmatrix} x'_{M_i} \\ y'_{M_i} \\ z'_{M_i} \end{pmatrix},$$

где $x'_{M_i}, y'_{M_i}, z'_{M_i}$ – координаты точек соединения, связанные с верхней частью платформы.

Согласно конфигурации платформы стержни имеют постоянную длину, а значит, система, описывающая платформу, выглядит следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} l^2 = (S_A - x_{M_1})^2 + y_{M_1}^2 + z_{M_1}^2, \\ l^2 = (S_B \cos \varphi - x_{M_1})^2 + (S_B \sin \varphi - y_{M_1})^2 + z_{M_1}^2, \\ l^2 = (S_C \cos 2\varphi - x_{M_2})^2 + (S_C \sin 2\varphi - y_{M_2})^2 + z_{M_2}^2, \\ l^2 = (S_D \cos 3\varphi - x_{M_2})^2 + y_{M_2}^2 + z_{M_2}^2, \\ l^2 = (S_E \cos 4\varphi - x_{M_3})^2 + (S_E \sin 4\varphi - y_{M_3})^2 + z_{M_3}^2, \\ l^2 = (S_F \cos 5\varphi - x_{M_3})^2 + (S_F \sin 5\varphi - y_{M_3})^2 + z_{M_3}^2. \end{array} \right. \quad (1)$$

Решением обратной задачи кинематики выступает расстояние от начала координат до текущего положения привода. Соответственно используя систему (1), можно получить решение обратной задачи в виде системы

$$\left\{ \begin{array}{l} S_A = x_{M_1} + \sqrt{l^2 - y_{M_1}^2 - z_{M_1}^2}, \\ S_B = \frac{x_{M_1} + \sqrt{3}y_{M_1} + \sqrt{-(\sqrt{3}x_{M_1} - y_{M_1})^2 - 4z_{M_1}^2 + 4l^2}}{2}, \\ \dots \end{array} \right. \quad (2)$$

В задаче наличие второй степени приводит к двум решениям, однако из-за конструкции платформы одно из решений невозможно получить, несмотря на его возможность с точки зрения аналитического решения. Таким образом, остается только одно решение (2).

Используя систему (1), можно также решить и прямую задачу кинематики, добавив еще три уравнения, описывающую подвижную платформу

$$\left\{ \begin{array}{l}
 l^2 = (S_A - x_{M_1})^2 + y_{M_1}^2 + z_{M_1}^2, \\
 l^2 = (S_B \cos \varphi - x_{M_1})^2 + (S_B \sin \varphi - y_{M_1})^2 + z_{M_1}^2, \\
 l^2 = (S_C \cos 2\varphi - x_{M_2})^2 + (S_C \sin 2\varphi - y_{M_2})^2 + z_{M_2}^2, \\
 l^2 = (S_D \cos 3\varphi - x_{M_2})^2 + y_{M_2}^2 + z_{M_2}^2, \\
 l^2 = (S_E \cos 4\varphi - x_{M_3})^2 + (S_E \sin 4\varphi - y_{M_3})^2 + z_{M_3}^2, \\
 l^2 = (S_F \cos 5\varphi - x_{M_3})^2 + (S_F \sin 5\varphi - y_{M_3})^2 + z_{M_3}^2, \\
 M_1 M_2^2 = (x_{M_1} - x_{M_2})^2 + (y_{M_1} - y_{M_2})^2 + (z_{M_1} - z_{M_2})^2, \\
 M_1 M_3^2 = (x_{M_1} - x_{M_3})^2 + (y_{M_1} - y_{M_3})^2 + (z_{M_1} - z_{M_3})^2, \\
 M_2 M_3^2 = (x_{M_2} - x_{M_3})^2 + (y_{M_2} - y_{M_3})^2 + (z_{M_2} - z_{M_3})^2.
 \end{array} \right. \quad (3)$$

Аналитически система (3) не решается, поэтому воспользуемся численными методами. Для ее решения был применен метод Ньютона из-за своей быстрой сходимости и возможности применения в реальном времени

$$\Delta X = W^{-1} F(X); X_{i+1} = X_i + \Delta X; W = \frac{\delta F}{\delta X},$$

где W – матрица Якоби; ΔX – отклонение от заданных положений.

Существуют и иные методы решения прямой задачи: исключение, аналитическое продолжение, базисы Гребнера, интервальный анализ, использование нейронных сетей [9]. Метод исключения обычно не очень устойчив, аналитическое продолжение [10] более устойчиво. Последние три метода наиболее быстрые и имеют большую числовую устойчивость, однако нейронные сети очень сложно реализовать аппаратно.

Визуализация. Моделирование движения платформы осуществлялось с использованием среды разработки Unity. В основе программы визуализации (рис. 2) лежит решение обратной задачи кинематики, которая связывает положение подвижной платформы с положением приводов.

Программа визуализации используется также для управления физической моделью. Процесс управления заключается в следующем: в программе визуализации формируется сообщение, включающее в себя данные о приводе, которому оно соответствует и содержит информацию о положении привода в виртуальной среде. На платформе происходит расшифровка сообщения и формирование сигнала управления. После этого датчики считывают текущее положение каждого привода и формируют ответное сообщение на программу визуализации, где происходит сравнение положений виртуальной и физической моделей и формируется новый сигнал управления.

Оптимальный размер платформы. Решение прямой задачи кинематики позволяет оценить рабочую зону платформы. Основными для исследования встают два вопроса: как изменится размер рабочей зоны при изменении параметров платформы и какие изменения в рабочей зоне произойдут при изменении углов ориентации.

Для исследования первого вопроса зафиксируем углы ориентации и рассмотрим только линейные перемещения, также неизменными будут размеры стержней и области перемещения приводов основания.

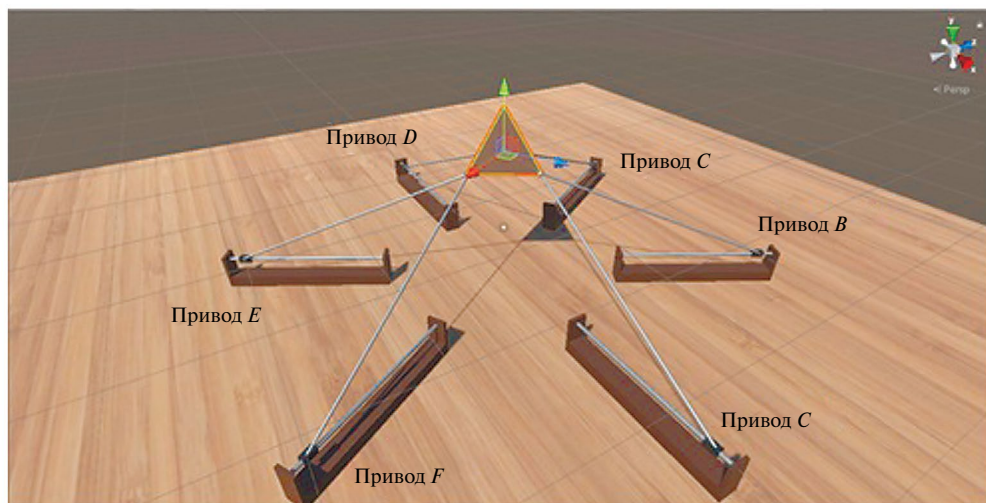


Рис. 2. Виртуальная модель платформы.

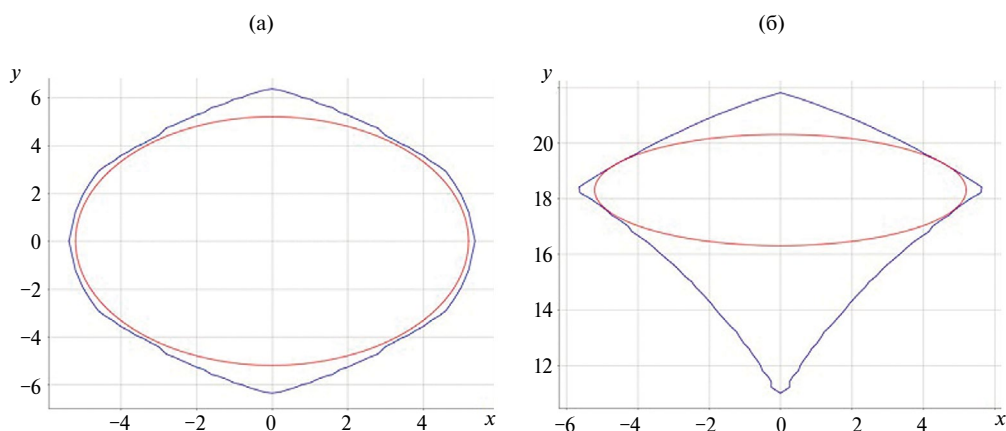


Рис. 3. Рабочая зона платформы со сторонами 5.5 см: (а) – горизонтальная; (б) – вертикальная.

Изменим размеры подвижной платформы и сравним полученные результаты с исходной платформой (рис. 3). В графики вписаны эллипсы, описывающие рабочую зону, в которой совершает линейные перемещения виртуальная модель. Для более удобного сравнения подобные эллипсы были выделены и на остальных графиках. Радиусы исходной области составляют: 5.2 см в горизонтальной плоскости (имеет форму круга) и 2.0 см и 5.2 см в вертикальной плоскости.

Рассмотрим результаты исследования рабочей зоны платформы с размерностью меньшей, чем исходная (рис. 4). Она имеет рабочую зону, превосходящую по всем параметрам исходную, в горизонтальной проекции радиусы имеют чуть больший размер (5.4 см), как и в вертикальной проекции (5.4 см и 2.1 см), что приводит к большему объему, а, следовательно, и большему числу допустимых положений.

Исследуем рабочую зону платформы с большими размерами подвижной части (рис. 5). В данном случае наблюдается обратный результат, относительно

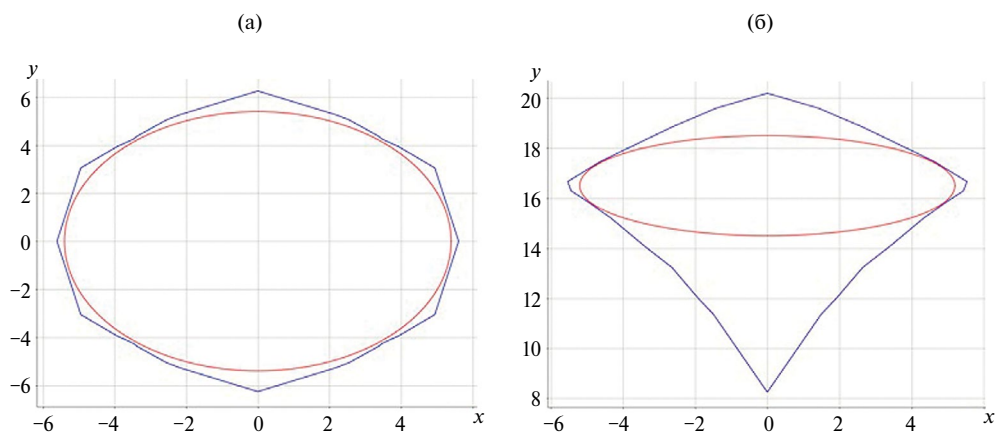


Рис. 4. Рабочая зона платформы со сторонами 4 см: (а) – горизонтальная; (б) – вертикальная.

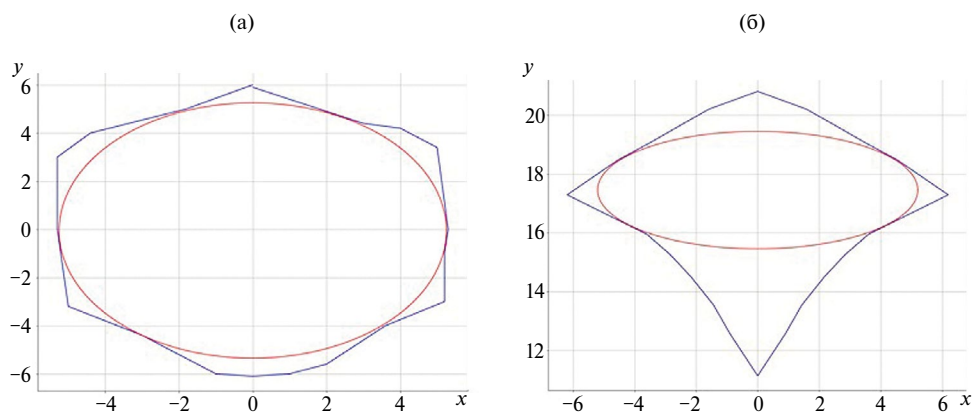


Рис. 5. Рабочая зона платформы со сторонами 7 см: (а) – горизонтальная; (б) – вертикальная.

предыдущего. Размеры области допустимых положений незначительно, но уменьшились, радиусы составляют 5.1 см в горизонтальной проекции и 5.1 см и 2 см в вертикальной, следовательно, увеличение размеров приведет к уменьшению рабочей области.

Рассмотрим второй вопрос, поставленный в начале главы. Введем ограничение на поворот вокруг каждой из осей в 30° , именно такие ограничения накладывает конструкция платформы в данный момент, при ее улучшении можно увеличить это значение. Для исследования изменений были зафиксированы два из трех углов и рассмотрены вращения по одной из осей. Шаг измерения был выбран в 3° . Как видно из полученных результатов (рис. 6), рабочая зона тем меньше, чем больше угол поворота и максимальна при отсутствии любого вращения.

При рассмотрении различных вариаций можно сделать вывод о том, что чем меньший размер подвижной платформы, тем больше рабочая зона, следовательно, больше положений, которые можно достичь. Однако при выборе размера подвижной платформы следует учитывать и конструкторские требования к платформе, что может также ограничить диапазон возможных размерностей. Если же обратить внимание на повороты, которые можно совершить, то становится, очевидно, что число

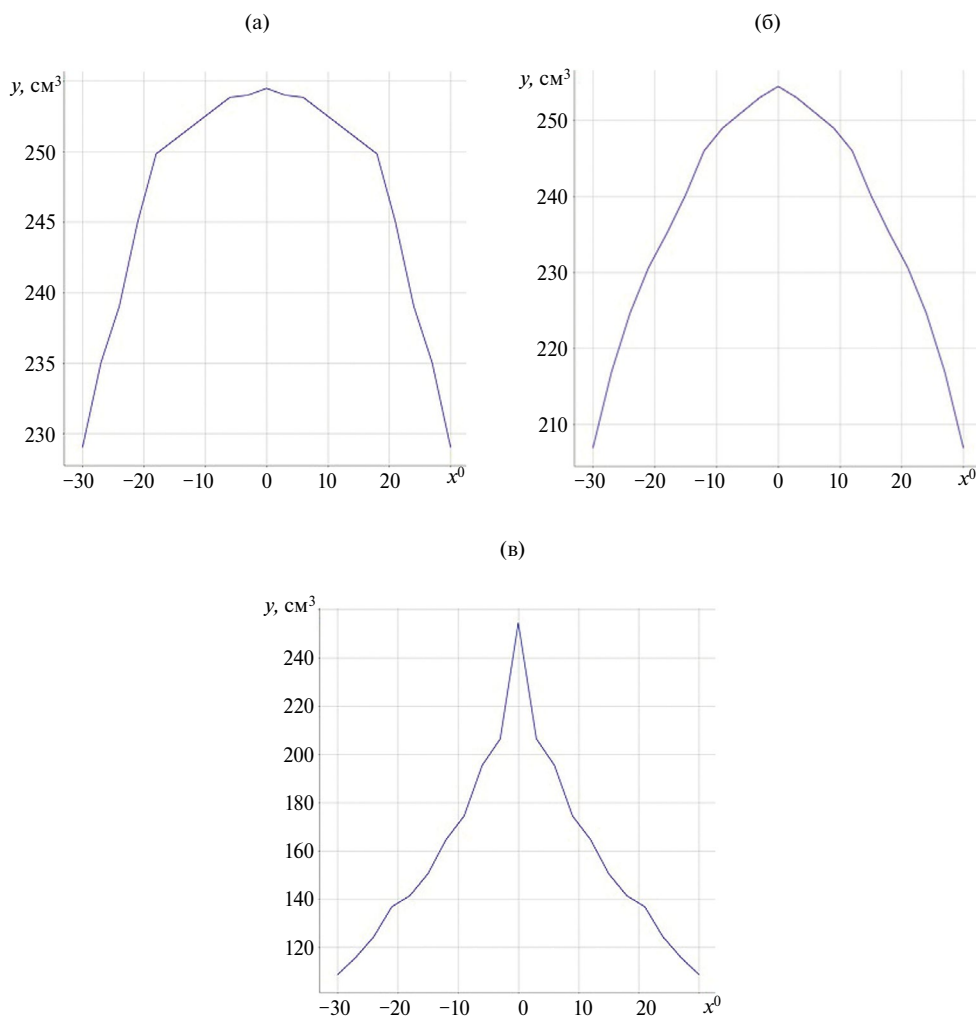


Рис. 6. Изменение объема рабочей зоны в зависимости от угла поворота: (а) – вокруг оси z ; (б) – вокруг оси y ; (в) – вокруг оси x .

положений уменьшается с увеличением угла поворота и максимально при его отсутствии, т.е. положении равновесия. В виду особенностей конструкции и наложенных ограничений, внутри рабочей зоны отсутствуют точки особых положений, а близкие к особым находятся только на границе. В связи с этим на перемещения моделей платформы наложены ограничения, чтобы исключить попадание в особые или близкие к особым положения.

Заключение. Таким образом, предложена вариация классической платформы Гауфа–Стюарта с шестью степенями свободы, которая превосходит свои аналоги в линейных перемещениях. Прямая и обратная задачи кинематики позволили полностью описать модель как математически, так и виртуально, используя виртуальную среду Unity. Модель в свою очередь позволяет наглядно оценить кинематические возможности платформы, а также рассчитать поведение платформы при изменении параметров самой платформы, линейных и угловых перемещений.

Финансирование. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сейдахмет А. Ж., Абдураимов А. Е., Камал А. Н. Использование обратной кинематики и системы MATLAB для управления рычажной платформой стюарта // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2017. № 8–2. С. 216.
2. Stewart D. A Platform with Six Degrees of Freedom // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. 1965. V. 180 (15). P. 371.
3. Ceccarelli M. A New 3 D.O.F. Spatial Parallel Mechanism // Mechanism and Machine Theory. 1997. V. 32 (8). P. 895.
4. Ebert-Uphoff I., Gosselin C. M. Kinematic Study of a New Type of Spatial Parallel Platform Mechanism // Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences. Atlanta, 1998.
5. Dietmaier P. The Stewart-Gough platform of general geometry can have 40 real postures in Advances in Robot Kinematics: Analysis and Control // Proceedings Paper, 6th Int. Symposium on Advances in Robot Kinematics, Salzburg, Austria, Jun-Jul, 1998. P. 7.
6. Fichter E. A Stewart Platform-Based Manipulator – General-Theory and Practical Construction // Int. J. of Robotics Research. 1986. V. 5 (2). P. 157.
7. Gao X., Lei D., Liao Q., Zhang G. Generalized Stewart-Gough platforms and their direct kinematics // IEEE Transactions on Robotics. 2005. V. 21 (2). P. 141.
8. Лапинов А. Л., Пащенко В. Н. Алгоритм решения прямой задачи кинематики многосекционного манипулятора параллельной структуры // Наука и Образование. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 12. С. 128.
9. Geng Z., Haynes L. S. Neural network solution for the forward kinematics problem of a Stewart platform // Robot. Comput. Integr. Manuf. 1992. V. 9 (6). P. 485.
10. Sommese A. J., Wampler Ch. W. Numerical Solutions of Polynomial Systems Arising in Engineering and Science. Singapoure: World Scientific, 2005. 401 p.