
**АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ
В МАШИНОСТРОЕНИИ**

УДК 531.133.1

**АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СКЛАДНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ АНТЕНН
С ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ УКЛАДКОЙ ЛЕПЕСТКОВ И СФЕРИЧЕСКИМИ
МЕХАНИЗМАМИ РАСКРЫТИЯ С КОНИЧЕСКИМИ ЗУБЧАТЫМИ
ПАРАМИ**

© 2024 г. С. Н. Саяпин

*Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Москва, Россия**e-mail: S. Sayapin@rambler.ru*

Поступила в редакцию 11.01.2024 г.

После доработки 28.03.2024 г.

Принята к публикации 19.04.2024 г.

Рассмотрена проблема автоматизации процессов анализа и синтеза складных параболических антенн. Выбраны и исследованы взаимосвязанные варьируемые параметры сопрягаемых элементов складного параболического зеркала антенны с осесимметричной укладкой лепестков и сферическими механизмами их раскрытия в виде конических зубчатых пар. Проведен сравнительный анализ вариантов механизмов раскрытия лепестка с постоянным и переменным передаточными отношениями.

Ключевые слова: складные параболические антенны лепесткового типа, механизмы раскрытия лепестков, осесимметричная укладка складных параболических зеркал, конические зубчатые пары с переменным передаточным отношением

DOI: 10.31857/S0235711924040107, EDN: OYMFYN

В настоящее время происходит бурное развитие глобальных спутниковых телекоммуникационных и радиолокационных систем, а также орбитальных радиотелескопов, работающих в сверхвысоких и крайне высоких (СВЧ и КВЧ) диапазонах частот в интересах широкого круга потребителей. Такие системы требуют развертывания на орбите больших прецизионных складных зеркальных параболических антенн [1–8]. Среди многообразия подобных конструкций отдельное место в их классификации [1, 3] занимают осесимметричные антенны лепесткового типа (рис. 1), обладающие компактной укладкой лепестков 1 в транспортном положении внутри полезной зоны 2 ракеты-носителя и высокой жесткостью и точностью параболической рабочей поверхности раскрытого складного зеркала 3 с диаметром раскрыва $2R^*$ (рис. 1) [1–2].

При этом формирование рабочей поверхности складного зеркала 3 осуществляется путем сопряжения друг с другом жестких высокоточных фрагментов рабочей поверхности в виде центрального зеркала 4 с диаметром раскрыва $2R^*$ и лепестков 1. При этом верхняя 5 и нижняя 6 кромки каждого из лепестков 1 образованы пересечением рабочей параболической поверхности секущими плоскостями раскрыва складного и центрального зеркал, а боковые кромки 7 – пересечением параболической поверхности секущими смежными меридиональными полуплоскостями с центральным углом α между ними (на рис. 1 угол α и секущие плоскости условно не

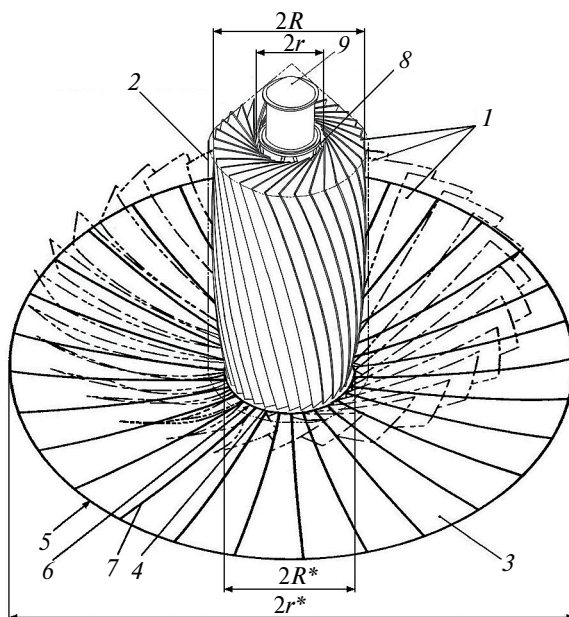


Рис. 1. Общий вид складной параболической антенны лепесткового типа.

показаны). Здесь $2r$ и $2R$ соответственно диаметры вписанных и описанных окружностей, построенных по точкам пересечения верхних кромок лепестков 1 с их внутренними и внешними боковыми кромками.

В реальных конструкциях внутренняя поверхность полезной нагрузки (зона размещения опорной системы 8 фокального контейнера 9) имеет форму усеченного конуса, в то время как внешняя поверхность имеет форму цилиндра, конуса или их комбинации. В сложенном положении лепестки 1 образуют форму, похожую на бутон цветка (рис. 1) [1–3, 4, 6–8].

В работах [1–2] отмечено, что наиболее распространенными механизмами раскрытия лепестков являются сферические механизмы, обеспечивающие одновременный или последовательный поворот лепестка относительно неподвижного центра вокруг осей Эйлера, и механизмы раскрытия лепестков с наклонной осью вращения. Среди механизмов первого типа предпочтительными являются сферические механизмы, обеспечивающие поворот лепестка вокруг двух ортогональных осей. Сферические механизмы, обеспечивающие поворот вокруг трех ортогональных осей, являются более сложными и в складных космических антеннах практически не применяются. Наиболее простым типом механизма раскрытия лепестка является механизм с наклонной осью его вращения. Одним из важных показателей механизмов раскрытия лепестков является минимальный зазор между рабочими поверхностями смежных лепестков, исключающий в процессе раскрытия их взаимный контакт. Указанный минимальный зазор определяет максимально допустимую строительную высоту лепестка по толщине, которая, в свою очередь, влияет на его жесткость и, как следствие, на точность рабочей поверхности раскрытого зеркала антенны в процессе эксплуатации.

Таким образом, разработка математической модели, методов анализа и синтеза складных параболических антенн с осесимметричной укладкой лепестков и сферическими механизмами раскрытия, устанавливающих кинематические связи между

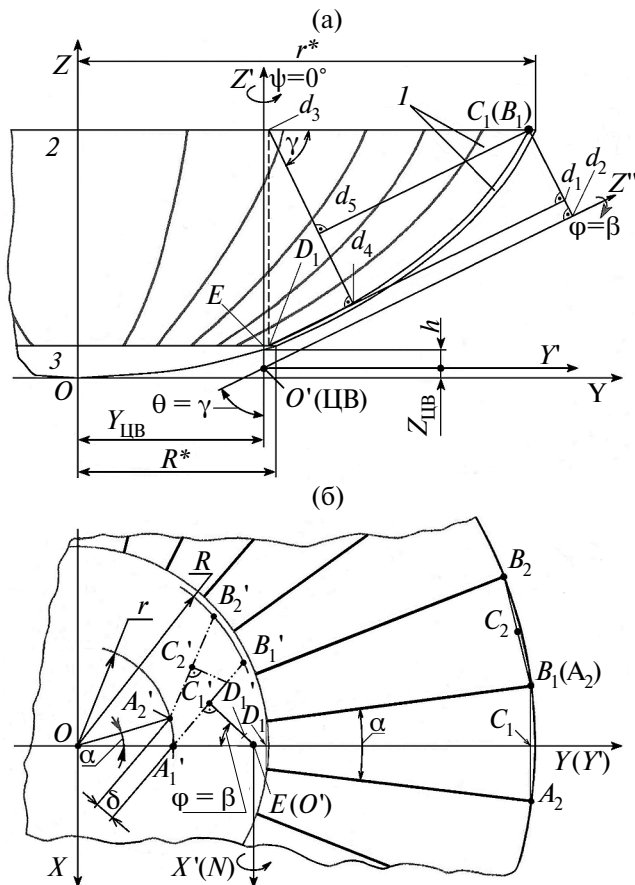


Рис. 2. Схематическое изображение складного параболического зеркала антенны лепесткового типа: (а) — вид спереди; (б) — вид сверху.

основными параметрами центрального зеркала, лепестками и их количеством, а также их взаимным расположением и координатами центра вращения сферического механизма раскрытия и его передаточным отношением, является актуальной задачей.

Ниже представлено описание методов анализа и синтеза складных параболических антенн с осесимметричной укладкой лепестков 1 образующих с помощью сферических механизмов раскрытия параболическое складное зеркало 2 в виде кольцевой вырезки из параболоида вращения сопрягаемой внутренней кромкой с наружной кромкой параболического центрального зеркала 3 (рис. 2). Для оперативного сравнения минимальных зазоров сферического механизма раскрытия и механизма раскрытия с наклонной осью вращения в [1] предложен качественный метод, построенный на взаимосвязи между максимально допустимой строительной высотой лепестка по толщине и отношением геометрических параметров L/S , где $L = (A'_2, B'_1)$ — расстояние между соседними точками смежных лепестков, образованных пересечением боковых и периферийных кромок их рабочих поверхностей, а S — путь, пройденный точкой A'_2 при переводе лепестка 1 из сложенного положения в рабочее до совпадения с точкой B_1 (рис. 2б). Чем выше значение L/S , тем больше величина минимального зазора между рабочими поверхностями смежных лепестков в процессе их

раскрытия (складывания) и, следовательно, предпочтительнее рассматриваемый альтернативный вариант. Действительно, увеличение расстояния L ведет к взаимному повороту смежных лепестков в плане в сложенном положении (рис. 2б) и изначально увеличивается зазор между ними.

При уменьшении пути S наблюдается более крутая траектория взаимного движения смежных лепестков, что также ведет к увеличению зазора между ними по сравнению с более пологой траекторией. Проведенный анализ показал, что наилучшим показателем L/S обладают механизмы, обеспечивающие последовательные поворот и разворот лепестка в меридиональной плоскости зеркала антенны и его разворот относительно продольной оси. В то же время такой тип механизмов требует достаточно сложной кинематики, и они трудно реализуемы на практике.

Самыми простыми являются механизмы, обеспечивающие поворот лепестка относительно наклонной оси вращения. Однако такому типу механизмов соответствуют лепестки минимальной (по сравнению с другими типами механизмов) толщины и жесткости. Рациональные варианты находятся между приведенными. К ним относятся механизмы с постоянным и переменным передаточным отношением, обеспечивающие одновременные поворот лепестка в меридиональной плоскости и его разворот относительно продольной оси.

Следующий шаг – проведение сравнительного анализа сферических механизмов раскрытия выбранной схемы. Для этого необходимо разработать математическую модель, устанавливающую связь между основными сравниваемыми параметрами. Поиск решения аналитически (решение уравнений, описывающих рабочие поверхности лепестков, центрального зеркала и внутренней цилиндрической и наружной конической (цилиндрической) поверхностей полезной зоны под обтекателем ракеты-носителя или другого транспортного средства относительно единой системы координат, начало которой совпадает с вершиной параболоида вращения, а одна из осей – с фокальной осью параболоида, учитывая поворот лепестков из раскрытого положения в транспортное относительно радиально-симметрично расположенных центров вращения, при котором в транспортном положении эти поверхности не должны пересекаться, количество лепестков должно быть минимальным, а расстояние между ними и диаметр параболоида вращения зеркала антенны – максимальным) является новой, сложной и трудоемкой задачей, что существенно затрудняет ее оперативное решение. Для обеспечения оперативного решения поставленной задачи на компьютере трехмерные поверхности заменены на эквивалентную модельную систему характерных двумерных профилей и отрезков, имитирующих критические габаритные линии и точки обводов лепестков.

Для определения искомых параметров начало неподвижной системы декартовых координат $O'X'Y'Z'$ совместим с центром вращения (ЦВ) сферического механизма и направим ее оси $O'X'$, $O'Y'$, $O'Z'$ параллельно соответствующим осям OX , OY , OZ неподвижной системы декартовых координат с началом в вершине параболоида вращения (рис. 2). Далее свяжем лепесток I с осями подвижной системы координат $O'X''Y''Z''$ таким образом, чтобы линия узлов $O'N$ совпала с осью $O'X'$ ($\psi = 0^\circ$), а ось $O'Z''$ в сложенном положении лепестка I совпадала с осью $O'Z'$ ($\theta = 0^\circ$). Тогда для перевода лепестка I из сложенного положения в рабочее потребуется его одновременный или последовательный поворот вокруг осей $O'Z''$ и $O'N$ на углы собственного вращения $\phi = \beta$ и нутации $\theta = \gamma$, отношение которых определяет передаточное отношение сферического механизма, выполненного, например, на основе конической зубчатой пары с ортогональными осями вращения. При этом хорды верхних кромок лепестков I (A_1B_1 , A_2B_2 , ..., A_nB_n) в раскрытом положении лежат в плоскости раскрытого складного зеркала, а в сложенном ($A'_1B'_1$, $A'_2B'_2$, ..., $A'_nB'_n$) – в параллельной плоскости. В свою очередь, хорды нижних кромок лепестков в сложенном и раскрытом положениях со средними точками D_1 , D_2 , ..., D_n и D'_1 , D'_2 , ..., D'_n соответственно, лежат

в одной плоскости — плоскости раскрыва центрального зеркала. Ось собственного вращения лепестка I $O'Z''$ расположена параллельно касательной к его средней параболе в точке K таким образом, что расстояния от середин хорд нижней кромки лепестка в сложенном (точка D'_1) и раскрытом (точка D_1) положениях до точки пересечения оси $O'Z'$ с плоскостью раскрыва центрального зеркала (точка E) равны между собой, т.е. на виде в плане (рис. 2б) $D'_1E = ED_1$ (рис. 2б).

Рассмотрим формулы, устанавливающие аналитическую зависимость между основными параметрами складного параболического зеркала антенны его кромки (рис. 2б):

$$A_1B_1 = 2r^* \sin(\alpha / 2) = 2r^* \sin(180^\circ / n),$$

где r^* — радиус складного зеркала в раскрытом положении; α — центральный угол между смежными меридиональными полуплоскостями; n — количество лепестков.

Для определения расстояния между хордами верхней и нижней кромок лепестка I равной $C'_1D'_1$ на виде в плане (рис. 2б) проведем следующие вспомогательные построения. Из точки O' , совпадающей с ЦВ сферического механизма, проведем ось собственного вращения $O'Z''$ лепестка I под углом нутации $\theta = \gamma$ (варьируемый параметр), а из точки D_1 — параллельный ей луч (рис. 2а). Затем из точки C_1 (рис. 2а) опустим перпендикуляр на построенные параллельные прямые до пересечения в точках d_1 и d_2 . В результате получим отрезки C_1d_1 и C_1d_2 , равные на виде в плане (рис. 2б) расстоянию между срединными точками хорд верхней и нижней кромок лепестка I ($C'_1D'_1 = C_1d_1$) и расстоянию от срединной точки C'_1 верхней кромки лепестка I до оси собственного вращения лепестка $O'Z''$ (C_1d_2). Обозначив точку пересечения оси собственного вращения $O'Z'$ с плоскостью раскрыва центрального зеркала 3 через E , получим на виде в плане (рис. 2б) равные друг другу расстояния от оси собственного вращения лепестка I в сложенном положении ($\theta = \gamma = 0^\circ$) до срединных точек хорд нижних кромок лепестка I в сложенном (точка D'_1) и раскрытом (точка D_1) положениях ($D'_1E = ED_1 = d_1d_2$ и $C'_1E = C'_1D'_1 + d_1d_2$). Опустим перпендикуляры из точки D_1 до его пересечения с плоскостью раскрыва складного зеркала 2 в точке d_3 и из точки d_3 на отрезок луча D_1d_1 до пересечения в точке d_4 . В результате получим прямоугольный треугольник $D_1d_3d_4$ ($\angle d_3D_1d_4 = \geq$). Из уравнения параболы $Z = Y^2/4f$ (f — фокусное расстояние параболы, на рис. 2а не показано) получим

$$D_1d_3 = [(r^*)^2 - [R^*]^2]/4f.$$

Тогда

$$d_3d_4 = D_1d_3 \sin \gamma = [(r^*)^2 - [R^*]^2] \sin \gamma / 4f.$$

Далее, опустив из точки C_1 перпендикуляр на сторону d_3d_4 до пересечения в точке d_5 , получим прямоугольный треугольник $C_1d_3d_5$ ($\angle d_5d_3C_1 = \gamma$). Тогда

$$d_3d_5 = d_3C_1 \cos \gamma = (r^* - R^*) \cos(180^\circ / n) \cos \gamma.$$

Расстояние между хордами верхней и нижней $C'_1D'_1$ кромок лепестка I в сложенном положении в плане (см. рис. 2б), определяют по формуле

$$\begin{aligned} C'_1D'_1 &= d_3d_4 - d_3d_5 = D_1d_3 \sin \gamma - d_3C_1 \cos \gamma = \\ &= \{[(r^*)^2 - [R^*]^2] \sin \gamma / 4f\} - (r^* - R^*) \cos(180^\circ / n) \cos \gamma, \end{aligned}$$

где f – фокусное расстояние параболического зеркала; $\theta = \gamma$ – угол нутации оси собственного вращения лепестка l в раскрытом положении, r^* – радиус складного зеркала 2 , R^* – радиус центрального зеркала 3 .

Далее из треугольника $EA'_1C'_1$ (рис. 26) по теореме косинусов определяем его сторону EC'_1 . При этом $\angle C'_1A'_1E = 180^\circ - \angle OA'_1B'_1$, а $\angle OA'_1B'_1$ определяем из треугольника $OA'_1B'_1$ как арксинус выражения

$$\sin \angle OA'_1B'_1 = \frac{2}{r^* A'_1 B'_1} \sqrt{P_{OA'_1B'_1}(P_{OA'_1B'_1} - R)(P_{OA'_1B'_1} - r)(P_{OA'_1B'_1} - A'_1 B'_1)},$$

где $P_{OA'_1B'_1} = 0.5(OB'_1 + A'_1 B'_1 + OA'_1)$ – периметр треугольника $OA'_1B'_1$. При этом

$$D'_1 E = ED_1 = d_1 d_2 = C'_1 E - C'_1 D'_1.$$

Расстояние от сферического механизма раскрытия лепестка l (точка O') до хорды его нижней кромки в плане (рис. 26) в сложенном ($D'_1 E$) и равном ему в раскрытом (ED_1) положении зеркальной антенны определяем по формуле с учетом приведенных выражений и обозначений

$$\begin{aligned} D'_1 E = ED_1 = d_1 d_2 = C'_1 E - C'_1 D'_1 = \\ = \frac{[R^* \cos(180^\circ / n)]^2 - \{2R^2 + 2r^2 - [2r^* \sin(180^\circ / n)]^2\} / 4}{2DE + 2R^* \cos(180^\circ / n) +} - \\ - \frac{(C'_1 D'_1) \sqrt{2R^2 + 2r^2 - [2r^* \sin(180^\circ / n)]^2} - \{(R^2 - r^2)^2 / [2r^* \sin(180^\circ / n)]^2\}}{\sqrt{2R^2 + 2r^2 - [2r^* \sin(180^\circ / n)]^2} - \{(R^2 - r^2)^2 / [2r^* \sin(180^\circ / n)]^2\}}, \end{aligned}$$

где R^* – радиус центрального зеркала; r^* – радиус складного зеркала; R – радиус внешней полезной зоны размещения лепестков в сложенном положении (по верхним кромкам); r – радиус внутренней полезной зоны размещения лепестков в сложенном положении (по верхним кромкам); n – количество лепестков.

Координаты центра вращения сферического механизма раскрытия лепестка определяются по формулам

$$OE = Y_{\text{ЦВ}} = R^* \cos(180^\circ / n) - ED_1;$$

$$Z_{\text{ЦВ}} = [(R^*)^2 / 4f] - [ED_1 / \operatorname{tg} \angle EO_1 D_1] = [(R^*)^2 / 4f] - [ED_1 / \operatorname{tg}(\gamma / 2)].$$

Угол поворота лепестка $\phi = \beta$ (рис. 26) относительно оси его собственного вращения $O'Z''$ определяем по формуле

$$\begin{aligned} \angle C_1 EO = \beta = \frac{1}{2Y_{\text{ЦВ}}} \left\{ \sqrt{2R^2 + 2r^2 - [2r^* \sin(180^\circ / n)]^2} \times \right. \\ \left. \times \cos \left[\arcsin \sqrt{1 - \left[\frac{(R^2 - r^2)^2}{[2r^* \sin(180^\circ / n)]^2 [2R^2 + 2r^2 - [2r^* \sin(180^\circ / n)]^2]} \right]} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Минимальный зазор δ между смежными лепестками в транспортном положении определяем по формуле

$$\delta = \frac{1}{2r^2} \left\{ \left[R^2 - r^2 - [2r^* \sin(180^\circ/n)]^2 \cos(180^\circ/n) + \sin(180^\circ/n) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \sqrt{4R^2r^2 - [R^2 + 2r^2 - [2r^* \sin(180^\circ/n)]^2} \right]^2 \right\}.$$

Расстояние h от центра вращения лепестка до рабочей поверхности зеркала антенны находим из выражения

$$h = (Y_{\text{ЦВ}}^2/4f) - Z_{\text{ЦВ}}.$$

Передаточное отношение i сферического механизма раскрытия лепестка связано с его углами собственного вращения ($\varphi = \beta$) и нутации ($\theta = \gamma$) (рис. 2)

$$i = (\beta / \gamma).$$

В результате исследований выбираем наиболее предпочтительные параметры, относящиеся не только к геометрической форме самих лепестков, их укладке в транспортном положении и количеству. Выбираем также основные параметры сферических механизмов раскрытия лепестков: координаты центра вращения лепестков: координаты центра вращения лепестка $X_{\text{ЦВ}}$, $Z_{\text{ЦВ}}$; передаточное отношение i между углом поворота β и раскрытия лепестка γ ; расстояние h от центра вращения лепестка до рабочей поверхности зеркала антенны, определяющее его конструктивную форму.

Практические расчеты показали, что в случае сопряжения внешней крайней точки верхней кромки лепестка со стенками обтекателя конической формы, ось собственного вращения лепестка $l O'Z''$ целесообразно рассматривать параллельно к касательной параболического профиля лепестка на первой трети профиля, т.к. в остальных случаях верхняя часть лепестка не вписывается в полезную зону ракеты-носителя.

Для проведения численных исследований разработана программа “SSS”, записанная на языке Турбо-Си. При этом время, затрачиваемое на трансляцию и решение задачи составляет несколько минут.

Настоящая методика дает точное решение при определении теоретических значений координат оптимального центра вращения лепестков и их пространственных геометрических и кинематических параметров. При этом теоретические значения координат оптимального центра вращения лепестков должны совпадать с номинальными значениями реальных координат, а определение величины поля допуска осуществляется по известным методикам точностных и термодинамических расчетов из условия влияния люфтов на геометрические, кинематические и динамические параметры.

На рис. 3а представлена кинематическая схема синтезированного сферического механизма разворачивания лепестка в виде зубчатой конической пары, позволяющей организовать одновременный поворот лепестка вокруг двух ортогональных осей. Если ось собственного вращения лепестка 5 повернуть на угол поворота β (рис. 2б), то лепесток 1 одновременно повернется в меридиональной плоскости на угол раскрытия γ в соответствии с передаточным отношением конической передачи i [1].

Следует отметить, что более предпочтительными являются сферические механизмы с переменным передаточным отношением, позволяющие осуществлять вращение лепестка относительно его продольной оси в начальной фазе раскрытия медленнее, чем в конечной, и обеспечивать возможность создания лепестков с большей строительной высотой (толщиной) и жесткостью [1].

В представленном механизме коническая шестерня 3 с осью 1 неподвижно установлена в кронштейнах, закрепляемых на несущей конструкции (рис. 3б). Ось 1

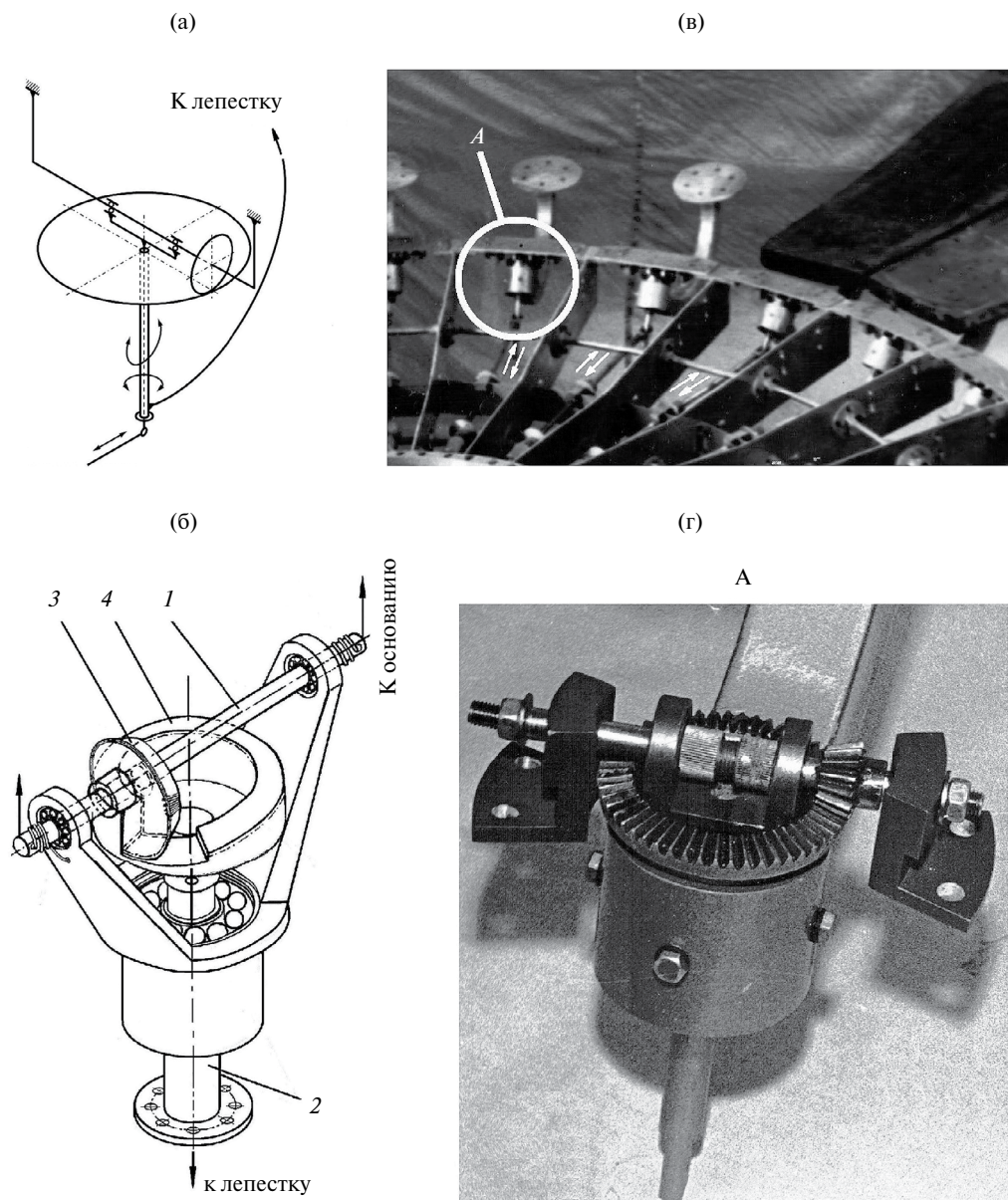


Рис. 3. Сферические механизмы раскрытия лепестка на основе конической зубчатой передачи с постоянным (а) и переменным (б) передаточными отношениями; (в), (г) – полномасштабный макет сферического механизма раскрытия лепестка складного параболического зеркала антенны диаметром 10 м.

с конической шестерней 3 устанавливается перпендикулярно меридиональной плоскости симметрии лепестка и совпадает с осью нутации. На ось надета вилка 2 с вращающимся зубчатым колесом 4 с образованием конического зубчатого зацепления. К ступице зубчатого колеса через серповидный кронштейн прикреплен лепесток (рис. 3а).

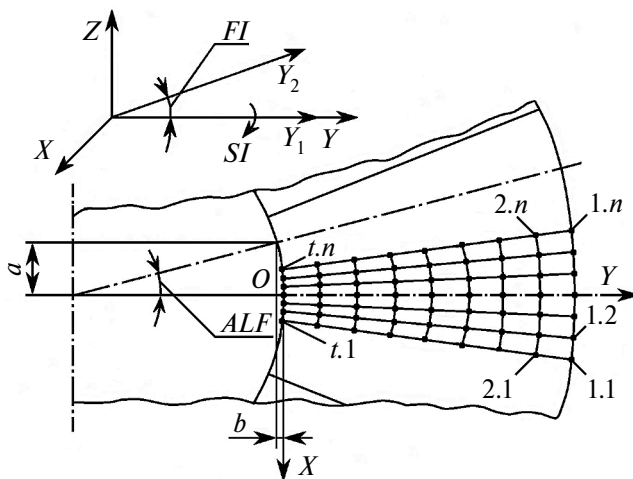


Рис. 4. Вид сверху на схему разбивки поверхности лепестка складного зеркала параболической антенны в раскрытом положении.

В результате при повороте оси вилки происходит обкат коническим колесом 4 неподвижной конической шестерни 3 и соответственно одновременный поворот лепестка вокруг двух ортогональных осей — оси нутации (неподвижной оси 1 с конической шестерней 3) и оси собственного вращения лепестка (вращающейся оси вилки 2). Углы поворота лепестка вокруг осей нутации и собственного вращения связаны между собой передаточным отношением конической зубчатой пары. Очевидно, что при повороте лепестков в меридиональных плоскостях относительно осей нутации (рис. 2) при их синхронном раскрытии они совершают расходящиеся друг относительно друга перемещения. В результате максимально допустимые габариты лепестка по толщине определяются лишь геометрией их укладки в полезной зоне под обтекателем ракеты носителя. При достаточном свободном пространстве между тыльной поверхностью центрального зеркала и ЦВ, определяемым расстоянием h в качестве сферического механизма можно успешно применить пространственные механизмы параллельной структуры, отличающиеся повышенной удельной жесткостью несущей конструкции [9, 10].

После определения искомых параметров требуется решить задачу определения максимально допустимых габаритов лепестка по толщине из условия бесконтактного движения смежных лепестков в процессе раскрытия складной параболической антенны. Для решения поставленной задачи разработан количественный метод, позволяющий определять максимально допустимые толщины лепестка по всей его поверхности, необходимые для сравнения альтернативных вариантов и последующей разработки конструкции лепестка.

Рассмотрим разработанную методику определения максимально-допустимых габаритов лепестков в складных параболических антеннах лепесткового типа. На рис. 4 приведен вид сверху на схему разбивки поверхности лепестков складного параболического зеркала антенны в раскрытом положении и его основные параметры.

Суть предлагаемого метода в следующем. Рабочая (тыльная) поверхность лепестка в раскрытом положении зеркала антенны разбивается по точкам, полученным пересечением, равномерно расположенных, радиальных плоскостей и концентрических цилиндров (рис. 4). При этом оси цилиндров и линия пересечения радиальных плоскостей совпадают с фокальной осью. Затем производят одновременный поворот

двух смежных лепестков относительно двух взаимно перпендикулярных осей, пересекающихся в центрах вращения механизмов поворота лепестков. Углы поворота и раскрытия лепестка, связанные передаточным отношением механизма раскрытия, разбивается на t равных значений относительно указанных осей вращения, для каждого из которых определяется зазор между рабочими поверхностями смежных лепестков. Для этого измеряется расстояние от каждой точки разбиения рабочей поверхности одного лепестка до ближайших точек разбиения рабочей поверхности смежного лепестка. Наиболее короткий отрезок будет соответствовать зазору между смежными лепестками в данной точке для их текущего положения в пространстве. При этом точность определения величины искомого зазора зависит от частоты сетки разбиения рабочих поверхностей лепестков. После определения зазоров для всех точек разбиения во всех положениях двух смежных лепестков при переводе их из рабочего положения в транспортное (и, наоборот) для каждой из рассмотренных точек отыскивается минимальное значение зазора между смежными лепестками. Их совокупность с учетом конструктивных допусков и даст максимально-допустимые габариты лепестков из условия исключения их взаимного задевания в процессе раскрытия (складывания). Данный метод является количественным. Ниже приведен алгоритм решения задачи.

Запишем матрицу перехода от раскрытого положения лепестка в сложенное

$$\begin{aligned} Q = Q_1 \times Q_2 &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(FI) & -\sin(FI) \\ 0 & \sin(FI) & \cos(FI) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \cos(SI) & 0 & \sin(SI) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(SI) & 0 & \cos(SI) \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} \cos(SI) & 0 & \sin(SI) \\ \sin(FI)\sin(SI) & \cos(FI) & \sin(FI)\cos(SI) \\ -\cos(FI)\sin(FI) & \sin(FI) & \cos(FI)\cos(SI) \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (1)$$

где Q_1 – матрица поворота при раскрытии лепестка в радиальных плоскостях; Q_2 – матрица поворота вокруг продольной оси лепестка; FI , SI – углы раскрытия и поворота лепестка соответственно.

Запишем матричное преобразование при повороте первого лепестка на $\angle ALF$. Получим матрицу перехода от раскрытого положения в сложенное 1-го лепестка

$$\begin{aligned} P &= P_1 \times Q = \\ &= \begin{vmatrix} \cos(ALF) & -\sin(ALF) & 0 \\ \sin(ALF) & \cos(ALF) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos(SI) & 0 & \sin(SI) \\ \sin(FI)\sin(SI) & \cos(FI) & \sin(FI)\cos(SI) \\ -\cos(FI)\sin(FI) & \sin(FI) & \cos(FI)\cos(SI) \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} C_\alpha C_\xi - S_\alpha S_\varphi S_\xi & -S_\alpha C_\varphi & C_\alpha S_\xi + S_\alpha S_\varphi C_\xi \\ S_\alpha C_\xi + C_\alpha S_\varphi S_\xi & C_\alpha C_\varphi & S_\alpha S_\xi - C_\alpha S_\varphi C_\xi \\ -C_\varphi S_\xi & S_\varphi & C_\varphi C_\xi \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $C_\alpha = \cos(ALF)$; $S_\alpha = \sin(ALF)$; $C_\varphi = \cos(FI)$; $S_\varphi = \sin(FI)$; $C_\xi = \cos(SI)$; $S_\xi = \sin(SI)$; P_1 – матрица поворота лепестка на угол $\angle ALF$.

Исходя из предыдущих выкладок (1), (2), можно записать в векторной форме расстояние между точками 1-го и 2-го лепестков

$$\delta = \begin{vmatrix} -a \\ -b \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} C_\alpha C_\xi - S_\alpha S_\phi S_\xi & -S_\alpha C_\phi & C_\alpha S_\xi + S_\alpha S_\phi C_\xi \\ S_\alpha C_\xi + C_\alpha S_\phi S_\xi & C_\alpha C_\phi & S_\alpha S_\xi - C_\alpha S_\phi C_\xi \\ -C_\phi S_\xi & S_\phi & C_\phi C_\xi \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{vmatrix} - Q \times \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где матрица-столбец $\begin{vmatrix} -a \\ -b \\ 0 \end{vmatrix}$ – перенос начала координат 1-го лепестка ко 2-му; X , Y ,

Z – координаты точек разбиения 1-го лепестка (в раскрытом положении); X' , Y' , Z' – координаты точек 2-го лепестка (в раскрытом положении).

При перемножении и сложении матриц в (3), получим

$$\vec{\delta} = \begin{vmatrix} \vec{\delta}_X \\ \vec{\delta}_Y \\ \vec{\delta}_Z \end{vmatrix},$$

где

$$\delta_X = a + (C_\alpha C_\xi - S_\alpha S_\phi C_\xi)X' - S_\alpha C_\phi Y' + (C_\alpha S_\xi + S_\alpha S_\phi C_\xi)Z' - C_\xi X - S_\xi Z;$$

$$\delta_Y = -b + (S_\alpha C_\xi + C_\alpha S_\phi C_\xi)X' - C_\alpha C_\phi Y' + (S_\alpha S_\xi - C_\alpha S_\phi C_\xi)Z' - S_\phi S_\xi X - C_\phi Y + S_\phi C_\xi Z;$$

$$\delta_Z = -C_\phi S_\xi X' + S_\phi Y' + C_\phi C_\xi Z' + C_\phi S_\xi X - S_\phi Y - C_\phi C_\xi Z.$$

Задавая X , Y , Z и X' , Y' , Z' , можно найти расстояние между двумя точками

$$|\delta| = \sqrt{\delta_X^2 + \delta_Y^2 + \delta_Z^2}.$$

Для определения минимального расстояния между поверхностями двух смежных лепестков при переводе их из транспортного положения в рабочее разработана программа на языке Турбо-Си [1]. Время, затрачиваемое на решение для сетки с частотой разбивки 11×21 задачи вместе с трансляцией, составляет не более 10 мин. После получения минимального расстояния между поверхностями двух смежных лепестков зеркала антенны в процессе раскрытия и складывания определяют максимально – допустимые габаритные размеры лепестка по толщине.

Заключение. Представленные методы исследования раскрываемых на орбите антенных зеркал лепесткового типа космических радиотелескопов позволяют не только выбрать наиболее предпочтительный вариант укладки лепестков в транспортном положении, но и определить их количественные параметры, а также выбрать тип и определить параметры механизма раскрытия. Изложенный оперативный качественный метод позволяет проводить предварительный сравнительный анализ вариантов на начальных стадиях разработки.

Финансирование. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Института машиноведения им. А. А. Благонравова. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sayapin S. N., Shkapov P. M.* Kinematics of Deployment of Petal-Type Large Space Antenna Reflectors with Axisymmetric Petal Packaging // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2016. V. 45. № 5. P. 387.
<https://doi.org/10.3103/S1052618816050137>
2. *Arkhipov M. Yu., Savel'ev V.A., Smirnov A. V., Oberemok Yu.A.* Solving the Problem of the Deployment Kinematics of a Large Petal Reflector // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2020. V. 49. № 9. P. 796.
<https://doi.org/10.3103/S1052618820090034>
3. *Лопатин А. В., Рутковская М. А.* Обзор конструкций современных трансформируемых космических антенн (Часть 1) // *Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М. Ф. Решетнева*. 2007. № 2 (15). С. 51.
4. *Лопатин А. В., Рутковская М. А.* Обзор конструкций современных трансформируемых космических антенн (Часть 2) // *Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М. Ф. Решетнева*. 2007. № 3 (16). С. 78.
5. *Duan B., Zhang Y., Du J.* Large Deployable Satellite Antennas. Singapore: Springer, 2020. 290 p.
6. *Tan G., Duan X., Yang D., Ma J., Zhang D.* Parametric design optimization approach to petal-type solid surface deployable reflectors // *Acta Astronautica*. 2022. V. 197. P. 280.
<https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2022.02.032>
7. *Guest S. D., Pellegrino S.* A new concept for solid surface deployable antennas // *Acta astronautica*. 1996. V. 38. № 2. P. 103.
[https://doi.org/10.1016/0094-5765\(96\)00009-4](https://doi.org/10.1016/0094-5765(96)00009-4)
8. *Huang H., Guan F.-L., Pan L.-L., Xu Y.* Design and deploying study of a new petal-type deployable solid surface antenna // *Acta Astronautica*. 2018. V. 148. P. 99.
9. *Ganiev R. F., Glazunov V. A.* Handling mechanisms of parallel structure and their application in modern equipment // *Doklady Physics*. 2014. V. 59 (12). P. 582.
<https://doi.org/10.1134/S1028335814120015>
10. *Глазунов В. А.* Механизмы параллельной структуры и их применение: робототехнические, технологические, медицинские, обучающие системы. Москва—Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2018. 1036 с.