
НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 621.833.1

АНАЛИЗ МЕТОДИК РАСЧЕТА КОНТАКТНОЙ ВЫНОСЛИВОСТИ ЗУБЧАТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

© 2024 г. С. Ю. Лебедев^{1,*}, В. Н. Сызранцев¹, Ф. Г. Нахатакян²

¹Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

²Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Москва, Россия

*e-mail: lebedevsergey1995@gmail.com

Поступила в редакцию 27.02.2024 г.

После доработки 08.08.2024 г.

Принята к публикации 15.08.2024 г.

В статье представлен анализ стандартизованных методик расчета нагружочной способности зубчатых цилиндрических передач по критерию контактной выносливости. Представлен расчет нескольких передач по различным стандартизованным методикам, в том числе расчет передачи редуктора ЦУ-100-3.15.

Ключевые слова: цилиндрическая зубчатая передача, контактная выносливость, ГОСТ 21354-87, ISO 6336:2019

DOI: 10.31857/S0235711924060069, **EDN:** NOXAAV

При проектировании зубчатых передач конструктор использует программное обеспечение, в котором реализованы существующие стандартизованные методики проектного и проверочного расчета зубчатых передач. Однако зачастую программное обеспечение позволяет выполнять расчет по нескольким стандартизованным методикам. К примеру, в программном обеспечении KISSsoft нагрузочную способность цилиндрической эвольвентной передачи можно осуществить по стандарту ГОСТ 21354-87 [1], ISO 6336:2019 [2], ANSI/AGMA 2101-D04 [3], DIN3990:1987 и др. В отечественном программном обеспечении КОМПАС-3D реализован проверочный расчет цилиндрических эвольвентных передач по ГОСТ 21354-87 [1]. Помимо методик, реализованных в программных продуктах, существуют отраслевые стандарты [4], а также методики [5, 6], базирующиеся на формулах ГОСТ 21354-75. Такой спектр методик требует от конструктора выбора, который необходимо обосновать, что создает дополнительные трудности при конструировании.

Другая необходимость ориентироваться в существующих стандартизованных методиках связана с обратным инжинирингом зубчатых передач. При обратном инжиниринге зубчатых передач зарубежного производства понимание стандартов проектирования по зарубежным методикам позволит конструктору объективно оценить нагрузочную способность копируемой передачи, а также возможности создать ее аналог на имеющихся производственных мощностях.

Цель статьи — продемонстрировать ключевые отличия стандартизованных методик проверочного расчета зубчатых цилиндрических передач по критерию контактной выносливости.

Научная новизна статьи заключается в том, что впервые представлены не только отличия различных стандартизованных методик, но и результаты расчетов нескольких передач по рассматриваемым методикам. Кроме того, в научно-технической литературе не было обнаружено сравнительного анализа методик [1, 3].

Действующие контактные напряжения. Для оценки нагрузочной способности необходимо вычислить действующие и допускаемые контактные напряжения в зацеплении передачи.

Контактные напряжения, возникающие при зацеплении зубьев цилиндрических передач, рассчитываются на основе положений теории упругости для точечного (арочные передачи) или линейного контакта, предложенных Г. Герцем [6]. Ввиду того, что реальное зубчатое зацепление имеет неизбежные отклонения от теоретического зацепления, расчетная формула контактных напряжений эвольвентных цилиндрических косозубых и прямозубых передач имеет ряд корректирующих коэффициентов, которые учитывают несовершенство зацепления, а также позволяют выполнять расчет через ключевые параметры зубчатой пары

$$\sigma_H = Z_e Z_H Z_E \sqrt{\frac{K_H F_t}{b_w d_1} u + 1}, \quad (1)$$

где Z_e — коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий; Z_H — коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубьев; Z_E — коэффициент, учитывающий механические свойства материала; K_H — коэффициент нагрузки; F_t — окружное усилие, Н; u — передаточное отношение; b_w — рабочая ширина венца зубчатой передачи, мм; d_1 — делительный диаметр шестерни, мм.

Формула (1) может быть видоизмененной, но является ключевой в существующих методиках расчета нагрузочной способности зубчатых цилиндрических эвольвентных косозубых и прямозубых передач в России [1, 4–6] и за рубежом [2, 3]. Отличие существующих методик заключается в расчете коэффициента K_H , который и учитывает несовершенство зубчатого зацепления передачи. Коэффициент K_H , является произведением нескольких коэффициентов

$$K_H = K_A K_{Hv} K_{H\beta} K_{H\alpha}, \quad (2)$$

где K_A — коэффициент внешней нагрузки; K_{Hv} — коэффициент динаминости; $K_{H\beta}$ — коэффициент концентрации нагрузки по длине зуба; $K_{H\alpha}$ — коэффициент распределения нагрузки между зубьями.

В зависимости от методики коэффициенты в (2) могут иметь разные наименования и способы определения, поэтому рассмотрим их подробнее.

Необходимость применения коэффициента K_A связана с тем, что в зависимости от типа машины, в которой установлена передача, могут возникать пиковье и внешние вибрационные нагрузки. И если при расчете нагрузочной способности отсутствует циклограмма нагружения, то используют коэффициент K_A , значение которого определяют по типу машины и силовой установке, приводящей в движение зубчатый привод. Значения K_A , представленные в [1, 14], имеют одинаковые величины. В стандарте [3] указано о необходимости учета возможных перегрузок, но рекомендуемые значения коэффициента K_A отсутствуют. Методика [4], основанная на ГОСТ 21354-75, коэффициент K_A не учитывает, т.к. он не указан в ГОСТ 21354-75. В Р.007-2004 [5] указаны значения K_A для расчета передач, эксплуатируемых на судах.

Значение коэффициента K_{Hv} зависит от конструкции передачи, технологии ее изготовления и условий эксплуатации. Расчет K_{Hv} по методике [1, 7] зависит от того, находится ли передача в резонансной или зарезонансной зоне, что определяется по специальной формуле через окружную скорость передачи. Расчет K_{Hv} по методике [1, 7] в резонансной и зарезонансной зоне идентичен. Однако для расчета

K_{Hv} до резонансной зоны ГОСТ 21354-87 [1] использует формулы, разработанные в ГОСТ 21354-75, которые также реализованы в методике [4]. В стандарте [3] расчет K_{Hv} ведется по собственным формулам, исходными данными для которых служат окружная скорость и степень точности передачи в соответствии со стандартом [8]. В Р.007-2004 [5] используются формулы для расчета K_{Hv} из ГОСТ 21354-87 [1].

На рис. 1 представлены результаты расчетов коэффициента K_{Hv} по стандартам [1, 3, 7], для передачи с параметрами (табл. 1), взятыми из [6].

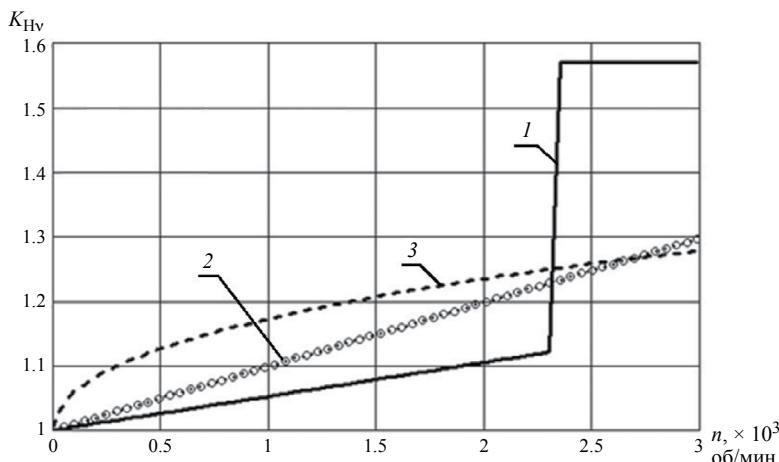


Рис. 1. График изменения коэффициента K_{Hv} от частоты вращения шестерни: 1 — ГОСТ 21354-87; 2 — ISO 6336-1; 3 — AGMA 2101-D04.

Таблица 1. Параметры передачи

Параметр	Значение
Модуль нормальный, мм	5
Число зубьев шестерни/колеса	32/64
Угол наклона винтовой линии зуба, град	16.25
Ширина зубчатого колеса, мм	60
Крутящий момент, кН·м	1891
Отклонение шага зацепления, мкм	14
Отклонение формы профиля, мкм	16

Результаты расчетов K_{Hv} , представленные на рис. 1, показывают, что методика [1] определяет зону резонанса для рассматриваемой передачи значительно раньше (при 2300 об/мин) относительно методики [7]. Скорость увеличения коэффициента K_{Hv} по методике [3] с ростом числа оборотов шестерни в минуту снижается, что может привести к заниженным значениям контактных напряжений в скоростных передачах.

Коэффициент K_{Hv} учитывает влияние неравномерного распределения контактных напряжений по площадке контакта пары зубьев в передаче. На значение K_{Hv} влияет несовершенство изготовления и сборки зубчатой передачи (технологический перекос), а также упругая деформация валов, подшипниковых колец и корпуса передачи (силовой перекос), зазоры в подшипниках. Кроме того, коэффициент K_{Hv} зависит от жесткости зуба, тепловой деформации и воздействия центробежных сил.

Расчет коэффициента $K_{H\beta}$ в методике [1] во многом схож с методикой расчета [7] по методу В (определение расчетных коэффициентов по ISO 6336-1 возможно тремя методами: метод А — экспериментальное определение, метод В — уточненный расчет, метод С — ориентировочный расчет). Первое отличие заключается в том, что в [7] расчет ведется при полном значении допуска на отклонение контактных линий, вызванное погрешностями изготовления, в то время как в [1] в расчете принимается треть или половина допуска в зависимости от технологии упрочнения зубьев колес. Второе отличие связано с тем, что в [7] есть возможность ориентировочно посчитать отклонение контактных линий в результате силового перекоса в зацеплении передачи, а в [1] это значение является требуемым исходным данным. Третье отличие — это возможность учета продольной и профильной модификации при расчете коэффициента $K_{H\beta}$ по методике [7].

Методика расчета коэффициента $K_{H\beta}$ [3] предлагает альтернативные формулы расчета коэффициента $K_{H\beta}$, которые отличаются наибольшей простотой. Часть расчетных значений при определении $K_{H\beta}$ зависит от типа передачи: открытая или закрытая, прецизионная или сверхпрецизионная передача.

Методика [4] использует расчет по ГОСТ 21354-75. В Р.007-2004 [5] используются формулы для расчета $K_{H\beta}$ из ГОСТ 21354-87 [1].

На рис. 2 представлен график изменения коэффициента $K_{H\beta}$ от ширины венца шестерни, полученного по формулам: ГОСТ 21354-87 [1] (стандартная и уточненная методика по Приложению 3), ГОСТ 21354-75 [4], ISO 6336-1 [7] и ANSI/AGMA 2101-D04 [3]. Расчеты проводились для передачи с параметрами, представленными в табл. 1. Ввиду того, что величина $K_{H\beta}$ зависит от расположения опор и жесткости вала, была принята конструкция передачи с симметричным расположением шариковых подшипников (расстояние между подшипниками 100 мм) при среднем диаметре шеек вал-шестерни в 100 мм и разностороннем расположении входного и выходного концов валов.

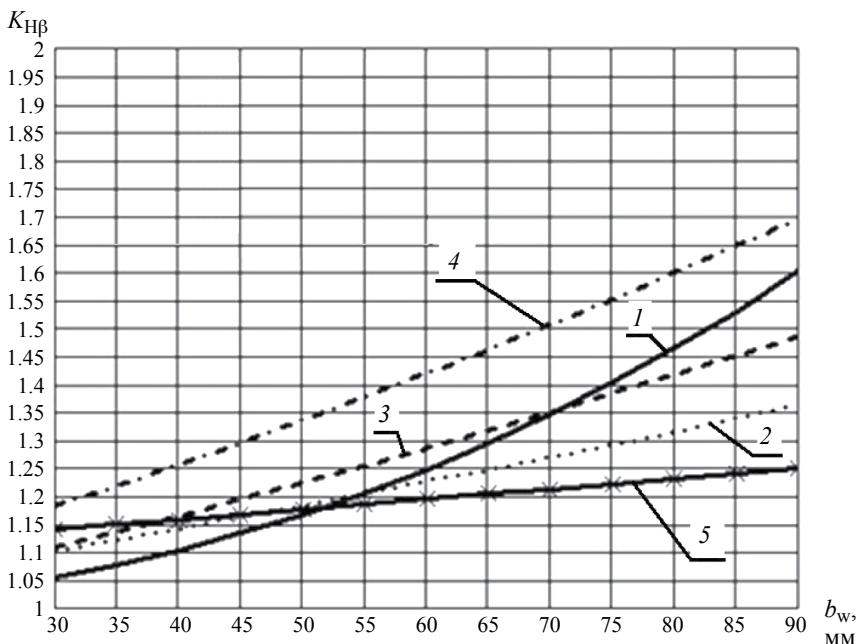


Рис. 2. График изменения коэффициента $K_{H\beta}$ от ширины зубчатого венца b_w :
1 — ГОСТ 21354-75; 2 — ГОСТ 21354-87; 3 — ГОСТ 21354-87 (уточненный расчет);
4 — ISO 6336-1; 5 — AGMA 2101-D04.

На основе полученных результатов (рис. 2) можно сделать следующие выводы: 1) результаты расчетов по формулам ГОСТ 21354-75 [4] показывают наибольший рост величины $K_{H\beta}$ с увеличением ширины зубчатого венца, при этом показывают минимальное значение (1.052) при ширине венца в 30 мм; 2) графики $K_{H\beta}$, полученный по формулам ГОСТ 21354-87 [1] (уточненный расчет) и ISO 6336-1 [7] имеют одинаковую форму, но большие значения по ISO 6336-1 [7] обусловлены тем, что при расчетах использовалось полное значение допуска на отклонение контактных линий, вызванных неточностью изготовления передач; 3) меньшие значения $K_{H\beta}$ полученные по стандартным формулам ГОСТ 21354-87 [1] относительно уточненного расчета, скажем всего связаны с тем, что при уточненном расчете коэффициент $K_{H\alpha}$ необходимо принять равным единице, т. е. уточненный расчет является произведением коэффициентов $K_{H\beta}$ и $K_{H\alpha}$; 4) результаты расчетов по формулам ANSI/AGMA 2101-D04 [3] имеют наименьшую чувствительность к увеличению ширины зубчатого венца.

Применение в расчетах коэффициента $K_{H\alpha}$ связано с необходимостью учесть неравномерность распределения контактных напряжений между несколькими (как правило, двумя) парами зубьев, находящихся в зацеплении одновременно. Наибольшее влияние на величину коэффициента $K_{H\alpha}$ оказывает жесткость зуба, погрешность шага зацепления и величина допустимой приработки.

Расчет коэффициента $K_{H\alpha}$ в стандартах [1] и [7], как и в случае с расчетом коэффициента $K_{H\beta}$, отличается тем, что в [7] принимается полное значение допуска эквивалентной погрешности зацепления, а в [1] — 30 или 20% от полного допуска в зависимости от твердости рабочей поверхности зуба. Стандарт [3] принимает значение коэффициента $K_{H\alpha}$ равным единице. В ГОСТ 21354-75 коэффициент $K_{H\alpha}$ определяется для косозубых передач по графикам, для прямозубых передач принимается равным единице. В стандарте [5] формула для расчета идентична формуле из [1], но в расчет введен коэффициент, учитывающий отклонение суммарной длины контактных линий от их среднего значения.

Важно также отметить, что методика расчета контактных напряжений в стандарте [2] также требует выполнить расчет коэффициентов однопарного зацепления по шестерни и колесу, которые позволяют пересчитать значения контактных напряжений в точках разделения линии зацепления на однопарную и двупарную зоны.

Расчет контактных напряжений вне полюса зацепления можно обосновать тем, что теоретический расчет контактных напряжений по всей линии зацепления показывает, что в начале зацепления величина контактных напряжений больше [10]. Кроме того, на ножках шестерен после введения передачи в эксплуатацию можно наблюдать незначительный питтинг [6]. Однако расчет контактных напряжений в полюсе зацепления в большинстве методик связан с тем, что в полюсе вектор относительной скорости принимает противоположное значение, в результате чего в этой точке происходит разрыв масляной пленки. Это приводит к возникновению сухого или граничного контакта рабочих поверхностей зубьев. Поэтому прогрессирующий питтинг возникает в околоволосной зоне и является причиной отказа зубчатой цилиндрической передачи [11].

Допускаемые контактные напряжения. Расчет допускаемых контактных напряжений позволяет определить максимальное допустимое значение напряжений, при котором передача не откажет по данному критерию работоспособности при заданном ресурсе с определенной вероятностью.

Расчет допускаемых контактных напряжений осуществляется по формуле [1–6]

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_H \lim Z_{NT}}{S_H} Z_R Z_v Z_L Z_x. \quad (3)$$

В зависимости от методики часть коэффициентов в (3) может не учитываться или иметь различное наименование и/или способ определения, поэтому рассмотрим их подробнее.

Предел контактной выносливости $\sigma_{H\lim}$ зависит от материала и способа обработки рабочей поверхности зубьев (улучшенная сталь, объемная закалка, цементация и др.). Существующие стандарты предлагают свои значения пределов контактной выносливости для каждой технологии. Зарубежные методики стандартов [3, 12] в отличии от русскоязычных для одного и того же материала и способа обработки зубьев определяют три уровня качества, каждый из которых определяет требования к структуре материала и технологии изготовления. Кроме того, согласно стандарту [12] цементированные зубья могут иметь предел контактной выносливости 1650 МПа при высшем уровне качества, а согласно стандарту [3] цементированные зубья на высшем уровне качества имеют контактную выносливость 1895 МПа. Однако в ГОСТ 21354-87 даже при твердости 65 HRC предел контактной выносливости для цементированных и нитроцементированных зубьев достигает 1495 МПа. Альтернативную методику определения контактной выносливости зуба предлагает стандарт [5], в котором значение определяется по формуле, переменными значениями которой являются суммарная скорость качения и твердость по Бринеллю.

Коэффициент Z_{NT} в стандартах [1, 5] и методике [4] определяется по формулам, отличительная особенность которых в определении базового числа циклов по значению твердости рабочей поверхности зуба. В стандартах [2, 3] коэффициент Z_{NT} определяется по таблицам или графикам (для удобства программирования указаны уравнения графиков изменения Z_{NT}).

Коэффициент Z_R в стандартах [1, 5] и методике [4] имеет определенные значения, зависящие от величины среднеарифметической шероховатости R_a рабочей поверхности зуба. В ISO 6336-2 на значение Z_R также влияет предел контактной выносливости. Стандарт [3] шероховатость поверхности не учитывает.

В стандартах [1, 5] и методике [4] используются одинаковые формулы для расчета коэффициента Z_v . Отличием стандарта [2] является влияние на Z_v значения контактной выносливости. В стандарте [3] коэффициент Z_v отсутствует.

Стандарты [1, 5] принимают значение коэффициента Z_L равным единице, ссылаясь на то, что для получения каких-либо расчетных зависимостей вопрос еще недостаточно изучен. Стандарты [2, 3] и предлагают следующие формулы для расчета Z_L :

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4(1.0 - C_{ZL})}{\left(1.2 + \frac{80}{v_{50}}\right)^2}, \quad (4)$$

где C_{ZL} — коэффициент, учитывающие среднее значение предела контактной выносливости зубьев шестерни и колеса; v_{50} — коэффициент вязкости минерального масла при температуре 50°.

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4(1.0 - C_{ZL})}{\left(1.2 + \frac{134}{v_{40}}\right)^2}, \quad (5)$$

где v_{40} — коэффициент вязкости минерального масла при температуре 40°.

Коэффициент C_{ZL} рассчитывается:

- при $\sigma_{H\lim} < 850$ МПа $C_{ZL} = 0.83$,
- при $850 \text{ МПа} \leq \sigma_{H\lim} \leq 1200 \text{ МПа}$ $C_{ZL} = \frac{\sigma_{H\lim}}{4375} + 0.6357$,
- при $\sigma_{H\lim} > 1200$ $C_{ZL} = 0.91$.

Коэффициент Z_x в [1, 5] рассчитывают для колес диаметром более 700 мм. Стандарты [2, 3] Z_x не учитывают.

В стандартах [2, 3] также представлен коэффициент Z_w , который учитывает возможность увеличения предела контактной выносливости в результате наклена более мягкого зуба ведомого колеса. Согласно [2, 3] наклеп возможен для зубьев, твердость которых не превышает 450 НВ.

Расчет коэффициента запаса прочности по контактным напряжениям. Для получения полноценного представления о существующих различиях в методиках расчета нагрузочной способности эвольвентных зубчатых цилиндрических передач был выполнен расчет [13] (табл. 2) коэффициента запаса прочности по контактным напряжениям для передач, параметры которых представлены в [1, 6, 14, 15]. Расчет выполнен по формулам ГОСТ 21354-87 [1], ISO 6336-1 [2, 7], ANSI/AGMA 2101-D04 [3] и ГОСТ 21354-75. Результаты расчетов по стандарту [5] показывают практически идентичные результаты с расчетом по стандарту [1], поэтому в табл. 2 не представлены. В расчетах независимо от методики общими приняты пределы контактной выносливости шестерни и колеса.

Таблица 2. Примеры расчетов зубчатых цилиндрических передач по стандартизованным методикам

Параметр	Пример № 1 [6]	Пример № 2 [15]	Пример № 3 [1]	Пример № 4 [14]
m , мм	5.0	2.0	5.0	8.0
z_1/z_2	36/72	23/73	32/64	17/103
α_w , град	20.00	20.76	20.76	21.07
x_1/x_2	0.000/0.000	0.080/−0.080	0.000/0.000	0.145/0.000
β , град	0.00	16.26	16.25	15.80
b_w , мм: шестерня/колесо	90/90	25/25	60/60	100/100
d_a , мм: шестерня/колесо	190.0/370.0	52.2/155.1	176.7/343.4	159.7/872.4
d_b , мм: шестерня/колесо	169.1/338.3	44.8/142.2	155.8/311.7	132.2/801.0
Коэффициент ε_α	1.752	1.594	1.64	1.55
Коэффициент ε_β	0.00	1.11	1.07	1.08
Крут. момент, кН·м	2.85	0.08	1.97	9.00
Число оборотов шестерни, рад/с	418.88	157.08	157.08	37.70
Ресурс, ч	3000	10000	1000	50000
Ra , мкм	2.0	2.0	2.0	1.0
Отклонение направ. зуба, мкм	12.0	19.0	23.0	9.0
Отклонение шага зацепления, мкм	10.0	16.0	20.0	11.0
$\sigma_{H\lim}$, МПа: шестерня/колесо	1380/1380	1380/1380	1360/1050	1500/1500
Тип упрочнения раб. поверхности: шестерня/колесо	цементация/цементация	цианирование/цианирование	цианирование/закалка ТВЧ	цементация/цементация

Таблица 2. Окончание

Вязкость масла (40°), мм ² /с	320	82	46	320
Произв. коэфф.: Z_e, Z_H, Z_E	419	371	366	365
Окр. скорость, м/с	37.70	3.76	13.10	2.66
Стандарт				
Коэффициент K_{Hv}	2.15	1.79	1.00	1.24
Коэффициент $K_{H\beta}$	1.10	1.23	1.24	1.23
Коэффициент K_{Ha}	1.00	1.00	1.00	1.04
Коэффициент Z_{NT} : — шестерня — колесо	0.91 0.95	1.00 1.00	0.79 0.82	1.00 1.00
Коэффициент Z_R	0.95	0.91	—	0.95
Коэффициент Z_v	1.11	1.03	—	1.10
Коэффициент Z_L	—	0.93	—	0.96
Коэффициент Z_x	1.00	—	1.00	—
σ_H , МПа	1105	1070	891	946
σ_{HP} , МПа: — шестерня — колесо	1324 1382	1202 1202	1090 1132	1442 1442
Коэффициент запаса: — шестерня — колесо	1.198 1.251	1.123 1.123	1.357 1.410	1.618 1.618

Результаты расчетов в табл. 2 приводят к следующим выводам: 1) результаты расчетов показывают, что стандарт ANSI/AGMA 2101-D04 [3] дает минимальные значения коэффициента Z_{NT} во всех рассчитываемых передачах, что снижает величину допускаемых напряжений; 2) большинство расчетных коэффициентов по стандартам ГОСТ 21354-87 [1], ISO 6336-1 [2, 7] показывают приблизительно одинаковые значения, что привело в примерах № 1 и № 4 к близким значениям коэффициентов запаса прочности по контактным напряжениям; 3) расчет в примере № 2 сделан для передачи стандартизированного редуктора ЦУ-100-3.15, который серийно изготавливается на территории РФ и в странах СНГ. Все методики, кроме ISO 6336-1 [2, 7] показали расчетное значение коэффициента запаса прочности по контактным напряжениям не менее 1,2, что можно считать удовлетворительным значением. Снижение коэффициента запаса прочности в результатах расчетов передачи редуктора ЦУ-100-3.15 по методике ISO 6336 связано с наиболее высоким значением коэффициента K_{Ha} , а также снижением предела контактной выносливости коэффициентом Z_R , учитывающим шероховатость контактирующих поверхностей зубьев.

Финансирование. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета институтов. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Расчет на прочность. М.: Изд-во стандартов, 1988. 125 с.
- ISO 6336-2:2019. Calculation of load capacity of spur and helical gears. Part 2: Calculation of surface durability (pitting). Switzerland: ISO, 2019. 36 p.
- ANSI/AGMA 2101-D04. Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth. Virginia: AGMA, 2004. 56 p.
- Сызранцева К. В. Расчет прочностной надежности деталей машин при случайному характере внешних нагрузок. Тюмень: ТюмГНГУ, 2011. 92 с.
- Руководство Р.007-2004 Расчет зубчатых передач на прочность. М.: Российский речной регистр, 2005. 91 с.
- Гинзбург Е. Г., Голованов Н. Ф., Фирун Н. Б., Халебский Н. Т. Зубчатые передачи: Справочник / Под общ. ред. Е. Г. Гинзбурга. 2-е изд. Ленинград: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1980. 416 с.
- ISO 6336-1:2019. Calculation of load capacity of spur and helical gears. Part 1: Basic principles, introduction and general influence factors. Switzerland: ISO, 2019. 109 p.
- ANSI/AGMA 2015-1-A01. Accuracy Classification System — Tangential Measurements for Cylindrical Gears. Virginia: AGMA, 2002. 44 p.
- ГОСТ ISO 1328-1-2017. Передачи зубчатые цилиндрические. Система ISO. Классификация допусков на боковые поверхности зубьев. М.: Стандартинформ, 2018. 48 с.
- Babichev D. T., Babichev D. A., Lebedev S. Y. Calculation of tooth profile radiiuses of curvature into line of contact parameters. Текст: непосредственный // The 10th ISMIDE (KOD2018). 2018.
- Часовников Л. Д. Передачи зацеплением (зубчатые и червячные). 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машгиз, 1969. 486 с.
- ISO 6336-5:2019. Calculation of load capacity of spur and helical gears. Part 5: Strength and quality of materials. Switzerland: ISO, 2019. 52 p.
- Лебедев С. Ю. Совершенствование методов расчета прочностной надежности поверхностно-упрочненных колес цилиндрических передач: Дис. ... канд. тех. наук. Челябинск: ЮУрГУ, 2023. 157 с.
- ISO 6336-0:2017. Calculation of load capacity of spur and helical gears. Part 30: Calculation examples for the application of ISO 6336 part 1, 2, 3, 5. Switzerland: ISO, 2017. 68 p.
- Ануров В. И. Справочник конструктора-машиностроителя: В 3-х т. Т. 3. 8-е изд. М.: Машиностроение, 2001. 677 с.