

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВРАЩЕНИЯ ГАЛАКТИКИ НА БАЗЕ СОБСТВЕННЫХ ДВИЖЕНИЙ И ЛУЧЕВЫХ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД КАТАЛОГА GAIA DR3

© 2023 г. А. С. Цветков^{1*}, Ф. А. Амосов^{1**}

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 10.05.2023 г.

После доработки 07.07.2023 г.; принята к публикации 07.07.2023 г.

Решены звездно-кинематические уравнения Огородникова–Милна в галактической прямоугольной системе координат по полным скоростям для специальной выборки звезд, имеющих данные о лучевых скоростях, из финального каталога Gaia Data Release 3. Найдена область применения линейной модели и области, которые она уже плохо описывает. Построена модель второго порядка, более точно учитывающая особенности кинематики звезд, показана ее применимость для звезд, находящихся на расстоянии до 5 кпк.

Ключевые слова: звездная кинематика, собственные движения, лучевые скорости, вращение Галактики, модель Огородникова–Милна.

DOI: 10.31857/S0320010823060062, EDN: GPGBNH

ВВЕДЕНИЕ

Построение звездно-кинематических моделей поля скоростей звезд в околосолнечном пространстве имеет давнюю историю. Впервые наличие собственных движений звезд было обнаружено Э. Галлеем в 1718 г. Было высказано предположение, что систематические эффекты в собственных движениях звезд вызваны движением Солнца в пространстве. Действительно, для ближайших звезд это — самый значимый эффект. Первые определения апекса солнечного движения были сделаны еще В. Гершелем в 1806 г. В 1859 г. М. Ковальский, а затем Дж. Эри предложили современный метод определения координат апекса и вывели уравнения, носящие теперь их имя.

Следующий по значимости эффект — вращение Галактики — начал активно исследоваться в 1920-х гг. В 1925–1927 гг. Б. Линдبلاد (1927) допустил, что вращающаяся система состоит из ряда подсистем, вращающихся вокруг одной оси, но с различной скоростью. В 1927 г. Я. Оорт (1927) предпринял наблюдательную проверку гипотезы вращения Галактики. Он вывел формулы для определения вращения как по собственным движениям звезд, так и по их лучевым скоростям. В этих формулах не делается никаких предположений

о характере вращения (“твердотельное”, “кеплевское”). Угловая скорость вращения Галактики $\Omega(R)$ представляется в виде отрезка ряда Тейлора, ограниченного двумя первыми членами. В общем случае эти уравнения являются частным случаем формул Боттлингера, подробное описание которых есть в (Бобылев, 2007) и в (Бобылев и др., 2014).

До введения системы J2000.0 в звездно-кинематические уравнения включались еще и параметры к действующей постоянной прецессии (Фрикке, 1977; Витязев, 2000).

В 1930 г. К.Ф. Огородников (1958) изложил более общий подход к анализу собственных движений звезд, основанный на теореме Гельмгольца для движения непрерывных сред. Классический вид этих уравнений, часто называемых моделью Огородникова–Милна, можно найти, например, в (Клубе, 1972).

Во второй половине XX в. внимание исследователей обратилось к аномалиям местной кинематики, часто называемой «Местная система звезд» (Шацова, 1950). В первую очередь это объяснялось наблюдательным материалом, поскольку каталоги того времени содержали в основном близкие звезды, а звезды, находящиеся на расстояниях ближе 100 пк, действительно имеют особую кинематику (Цветков, 1995). Довольно точно исследовать кинематику близких звезд позволил каталог Hipparcos (Перриман, 1997), однако, несмотря на

* Электронный адрес: a.s.tsvetkov@inbox.ru

** Электронный адрес: amosov.f@mail.ru

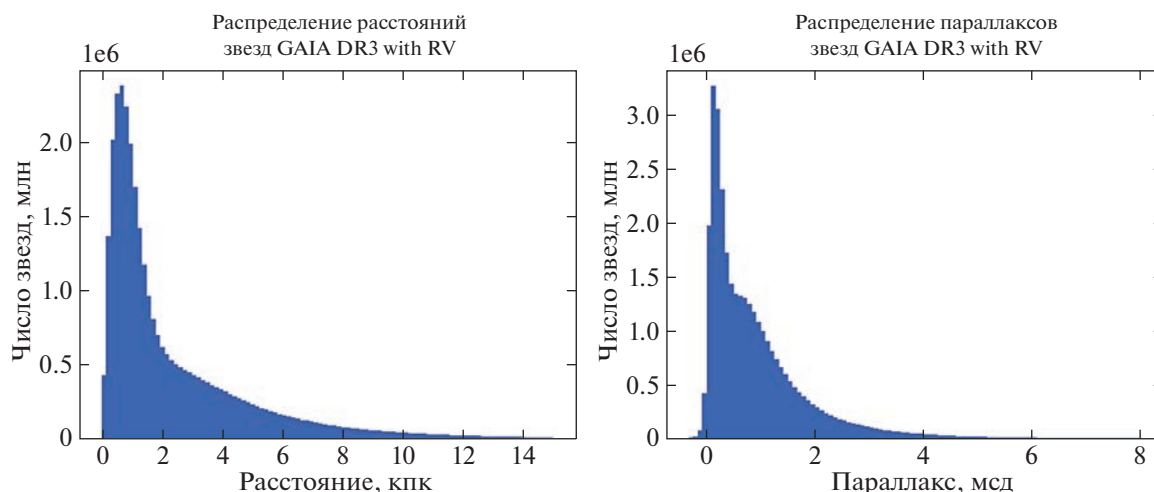


Рис. 1. Распределение звезд Gaia DR3 with RV по расстояниям и параллаксам.

революционное значение этого каталога, он содержал в основном близкие звезды. Наличие индивидуальных параллаксов позволило надежно оценить параметры местной системы звезд (Цветков, 1998).

С появлением массовых звездных каталогов, таких как ХРМ (Фёдоров и др, 2009), PPMXL (Рёзер и др., 2010), UCAC4 (Захарияс и др., 2013), появилась возможность исследовать кинематику больших объемов Галактики. Однако отсутствие индивидуальных параллаксов позволяло лишь косвенными методами определять статистические расстояния до звезд. Тем не менее на материале этих каталогов (впрочем, и более ранних) использовались новые формальные кинематические модели, основанные на использовании скалярных и векторных сферических функций. Эти исследования уверенно показали наличие систематических компонент в собственных движениях звезд, которые не описываются полной линейной моделью Огородникова—Милна (Витязев, Цветков, 2013).

Поиск новых моделей приводил к расширению линейной модели дополнительными компонентами, что стало возможно с выходом последних релизов каталога Gaia (ESA, Gaia), так как практически любые нелинейные модели требуют знания расстояний. Основной подход, используемый в этих моделях, — разложение угловой скорости вращения Галактики в ряд Тейлора более высоких порядков. Особо следует отметить статью (Бобылев, Байкова, 2023), где проведено разложение угловой скорости до четвертого порядка и определены коэффициенты этого разложения.

В настоящей работе мы построим полную модель второго порядка, включающую производные по трем направлениям от всех параметров

линейной кинематической модели Огородникова—Милна. В качестве наблюдательного материала использовано все подмножество звезд Gaia, имеющих данные о лучевых скоростях.

ХАРАКТЕРИСТИКИ КАТАЛОГА GAIA DR3 WITH RV

Каталог Gaia DR3 содержит информацию о 1.8 млрд звезд нашей Галактики (ESA, Gaia); 1.47 млрд звезд имеют данные, как о собственных движениях, так и о параллаксах. Чтобы построить полную трехмерную модель скоростей звезд, необходимо иметь еще и информацию о лучевых скоростях. Каталог Gaia DR3 содержит 33 812 183 звезды с информацией о лучевых скоростях, что дает нам все три компоненты пространственной скорости звезд. Данный подкаталог можно назвать “Gaia DR3 with RV”. Это наиболее важное дополнение к предыдущей версии каталога Gaia Early Release 3 (ESA, Gaia EDR3), из которой астрометрическая часть (а именно данные о координатах, параллаксах и собственных движениях) практически без изменений вошла в финальную третью версию (Браун и др, 2021). Следующая версия ожидается не ранее 2025 г.

Большинство звезд подкаталога Gaia DR3 with RV сосредоточено на расстоянии от 0 до 2 кпк, но также есть звезды на расстояниях свыше 10 кпк (рис. 1). Несмотря на то что авторами GAIA заявлена точность определения параллаксов в 0.01 миллисекунд дуги (мсд) для звезд ярче 15^m , реальная точность GAIA (по крайней мере, текущей версии) оказалась значительно ниже. В полном каталоге свыше 15% звезд имеют отрицательный параллакс (Цветков, 2021). При

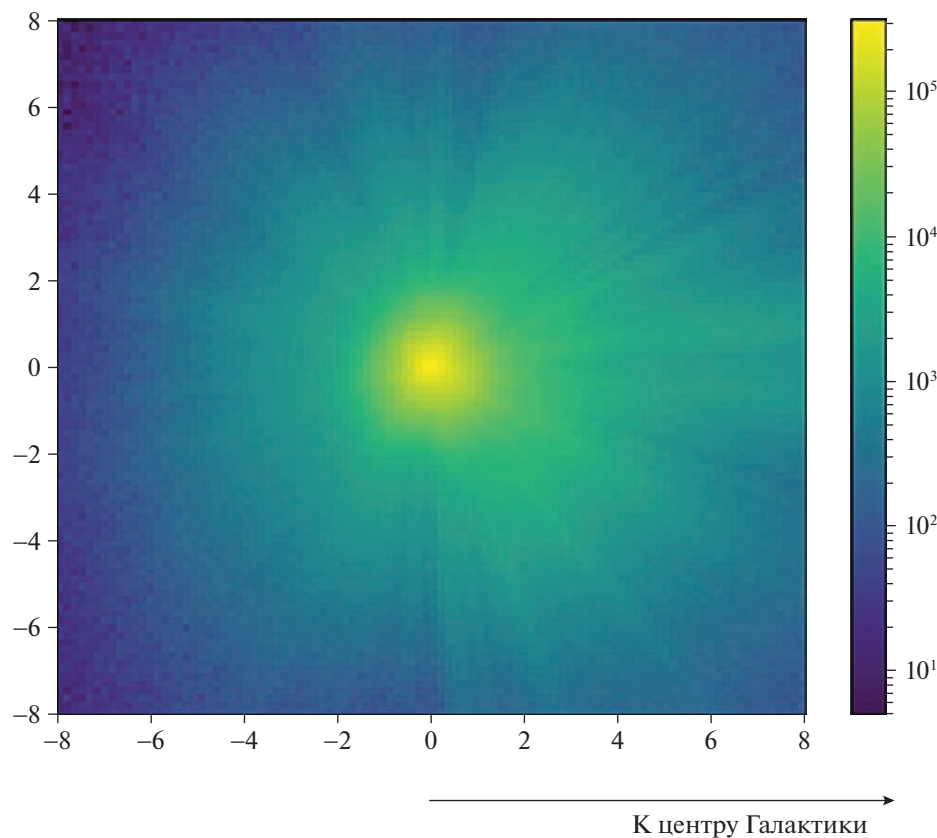


Рис. 2. Плотность распределения звезд Gaia DR3 with RV в проекции на галактическую плоскость. Единицы измерения по осям — кпк, центр Галактики справа.

одинаковой среднеквадратичной погрешности и разных параллаксах естественно ожидать, что относительная точность оценки расстояний будет ниже у более далеких звезд. В частности, относительная точность определения параллаксов звезд, находящихся на расстоянии в несколько килопарсеков, может быть даже хуже 100%. Однако в нашем подмножестве большинство звезд близкие и имеют относительную точность определения параллакса лучше 1%, что является свидетельством о более высоком астрометрическом качестве каталога Gaia DR3 with RV.

Можно заметить интересную особенность в пространственном распределении звезд. На рис. 2 представлена плотность распределения звезд в тонком диске, толщиной в 200 пк в галактической плоскости XY . Отчетливо видны темные “лучи”. Мы их интерпретируем как возможные проявления пылевой материи, которая экранирует далекие участки, вследствие чего мы в них регистрируем меньшее число звезд. Однако это обстоятельство нуждается в дополнительном исследовании.

Следует отметить, что, по-видимому, звезды с данными о лучевых скоростях имеют и лучшую в целом астрометрическую точность. В этой выборке у 99.5% звезд точность параллакса лучше 1 мсд и у 76.7% относительная точность параллакса лучше 10% (рис. 3), в то время как в полном каталоге лишь 5% имеют относительную точность параллаксов лучше 10%.

Собственные движения имеют весьма удовлетворительную точность (рис. 4). Относительная точность определения собственного движения лучше 20% практически для всех звезд нашего списка.

Что касается лучевых скоростей, то первоначальный план Gaia был сильно редуцирован, и не следует ожидать увеличения числа звезд, имеющих информацию о лучевых скоростях. Точность самих лучевых скоростей звезд подкаталога Gaia DR3 with RV невелика и составляет порядка 3 км/с. Это приводит к довольно высокой относительной ошибке лучевой скорости (рис. 5).

Тем не менее в нашем распоряжении находится уникальный материал: 30 млн звезд, имеющих все

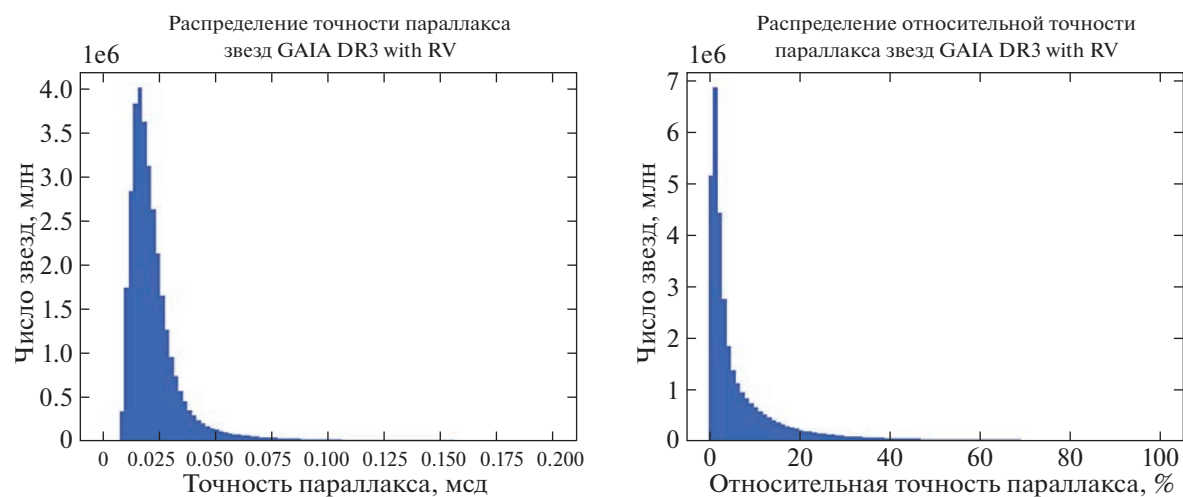


Рис. 3. Распределение звезд Gaia DR3 with RV по абсолютной и относительной точности параллакса.

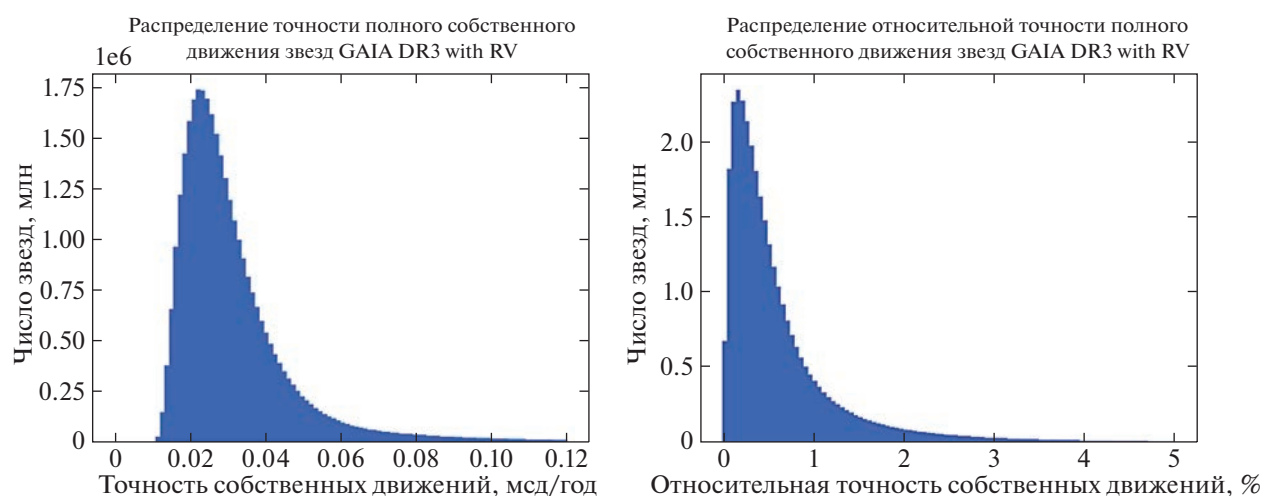


Рис. 4. Распределение звезд Gaia DR3 with RV по абсолютной и относительной точности полных собственных движений.

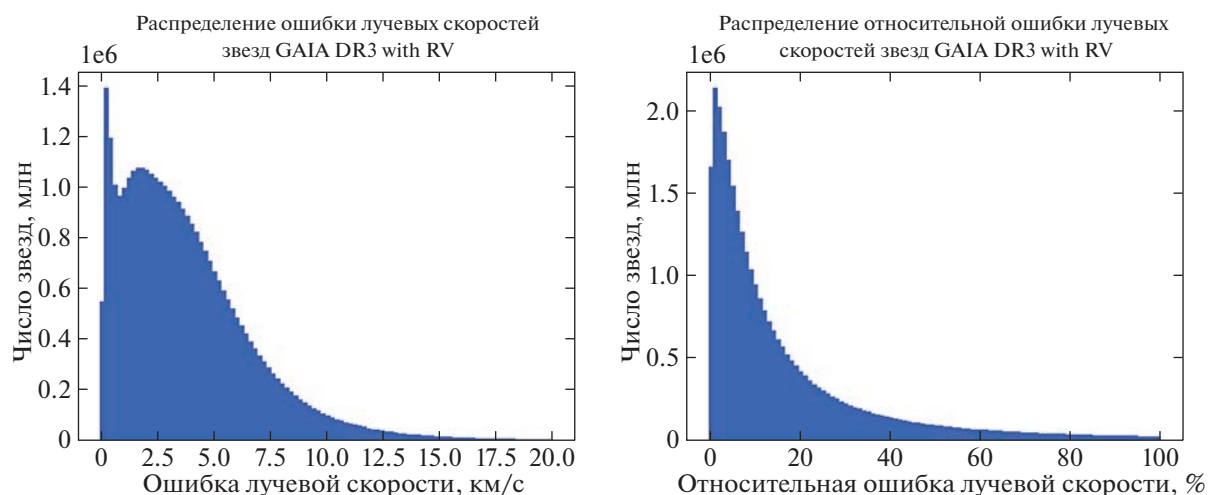


Рис. 5. Распределение звезд Gaia DR3 with RV по абсолютной и относительной точности лучевых скоростей.

три пространственные координаты и три компоненты скорости, что позволяет перейти в прямоугольную систему координат, в которой многие кинематические эффекты видны нагляднее. Для проведения расчетов мы ограничились звездами с расстояниями до 8 кпк (30 667 161 из 33 812 183 звезд Gaia DR3 with RV). Звезды с отрицательными параллаксами отбрасывались.

Мы сознательно не делаем никаких дополнительных ограничений на выборку (по показателю цвета, светимости и другим возможным характеристикам), так как наша работа носит скорее математический характер, предлагая новый метод описания звездной кинематики сразу большой совокупности звезд.

В наших вычислениях мы использовали простые оценки расстояния $1/\pi$, хотя используются и другие способы (см., например, Байлер-Джонс и др., 2021).

МОДЕЛЬ ОГОРОДНИКОВА–МИЛНА В ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТАХ

В силу особенностей построения любых звездных каталогов и, особенно, плохих знаний параллаксов, традиционно используют представление моделей собственных движений и лучевых скоростей звезд в сферической гелиоцентрической системе координат (экваториальной или галактической). Подробно вывод таких уравнений представлен, например, в статье (Цветков, Амосов, 2019). Этот подход порождает довольно громоздкие уравнения с обилием тригонометрических функций, но долгое время оставался единственно оправданным. Имея же все три пространственных координаты и все три компоненты скорости, можно представить полную скорость звезды в галактической прямоугольной системе координат в очень простой форме (Огородников, 1958):

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U \\ -V \\ -W \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где U, V, W — скорость движения Солнца относительно местного стандарта покоя, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — параметры твердотельного вращения звездной системы, $\mathbf{M}$ — симметричный тензор деформации поля скоростей, x, y, z — галактические декартовы координаты звезды.

Представление (1) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} v_x &= -U + M_{11}x + (M_{12} - \omega_z)y + (M_{13} + \omega_y)z, \\ v_y &= -V + (M_{12} + \omega_z)x + M_{22}y + (M_{23} - \omega_x)z, \\ v_z &= -W + (M_{13} - \omega_y)x + (M_{23} + \omega_x)y + M_{33}z. \end{aligned} \quad (2)$$

Если сделать переобозначения для коэффициентов при x, y, z , то мы получим линейное разложение скорости в декартовой системе координат:

$$\begin{aligned} v_x &= -U + a_x x + a_y y + a_z z, \\ v_y &= -V + b_x x + b_y y + b_z z, \\ v_z &= -W + c_x x + c_y y + c_z z. \end{aligned} \quad (3)$$

Коэффициенты этой системы можно легко определить методом наименьших квадратов. Из них однозначно получаются все параметры модели Огородникова–Милна (2) путем элементарных преобразований.

Результат расчета параметров линейной модели по 30 млн. ближайших звезд подкаталога Gaia DR3 with RV приведен в табл. 1. Этому решению соответствуют параметры модели Огородникова–Милна, приведенные в табл. 2.

ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

Считается, что область применимости линейной кинематической модели составляет не более 1–1.5 кпк от Солнца. Причем в самой ближайшей окрестности Солнца, как уже говорилось ранее, проявляются местные аномалии звездной кинематики. В нашей предыдущей работе (Цветков, 2022) показана стабильность параметров Огородникова–Милна для выборок до 1 кпк и даже, неожиданно для нас, для выборок на больших расстояниях за одним исключением — параметр движения Солнца V вдоль оси Y вращения Галактики начинает расти с расстоянием. Мы выявим причину этого явления. В настоящей работе проведено решение для всей группы звезд (поскольку мы учитываем индивидуальные параллаксы звезд), но и здесь мы видим аномально большое значение скорости движения Солнца V (табл. 2). В той же работе (Цветков, 2022) продемонстрировано, что основной вклад в увеличение значения этого параметра вносят далекие звезды.

Таблица 1. Коэффициенты линейной модели, определенные по звездам Gaia DR3 with RV, находящимся ближе 8 кпк

U	11.264 ± 0.009	a_x	-0.865 ± 0.005	a_y	27.823 ± 0.005	a_z	-0.343 ± 0.015
V	30.753 ± 0.009	b_x	-11.174 ± 0.004	b_y	0.338 ± 0.005	b_z	-0.576 ± 0.014
W	7.906 ± 0.006	c_x	-0.437 ± 0.003	c_y	0.217 ± 0.003	c_z	0.212 ± 0.009
	км/с		км/с · кпк ⁻¹		км/с · кпк ⁻¹		км/с · кпк ⁻¹

Таблица 2. Параметры модели Огородникова–Милна, определенные по звездам Gaia DR3 with RV, находящимся ближе 8 кпк

U	11.264 ± 0.009	ω_x	0.397 ± 0.007	M_{11}	-0.865 ± 0.005	M_{12}	8.324 ± 0.003
V	30.753 ± 0.009	ω_y	0.047 ± 0.008	M_{22}	0.338 ± 0.005	M_{13}	-0.390 ± 0.008
W	7.906 ± 0.006	ω_z	-19.498 ± 0.003	M_{33}	0.212 ± 0.009	M_{23}	-0.180 ± 0.007
	км/с		км/с · кпк ⁻¹		км/с · кпк ⁻¹		км/с · кпк ⁻¹

Таблица 3. Усредненное значение параметров остаточных скоростей dv_x , dv_y , dv_z для выборок вдоль оси X галактической системы координат для звезд с $|y| < 100$ пк, $|z| < 100$ пк. В качестве x указано расстояние до левой границы выборки в кпк. Остаточные скорости указаны в км/с

x	-5.0	-4.5	-4.0	-3.5	-3.0	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
dv_x	-9.6	-9.4	-8.5	-6.6	-5.8	-4.2	0.4	2.8	5.4	1.8	0.5	-3.0	-3.0	0.4	1.3	1.6	1.1	2.4	7.4	6.8
dv_y	-53.0	-45.9	-40.3	-34.8	-28.9	-21.0	-15.5	-8.3	0.2	6.8	11.8	19.3	25.0	29.5	29.9	31.5	31.8	29.9	22.6	26.3
dv_z	2.2	0.4	0.0	0.1	0.0	0.2	0.3	-0.5	0.2	0.0	0.4	0.8	0.6	0.5	0.4	-0.5	-0.7	-1.2	-0.2	-1.4

Таблица 4. Усредненное значение параметров остаточных скоростей dv_x , dv_y , dv_z для выборок вдоль оси Y галактической системы координат для звезд с $|x| < 100$ пк, $|z| < 100$ пк. В качестве y указано расстояние до левой границы выборки в кпк. Остаточные скорости указаны в км/с

y	-5.0	-4.5	-4.0	-3.5	-3.0	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
dv_x	17.2	7.1	2.2	8.3	3.0	2.4	1.7	0.6	0.4	1.3	1.5	1.7	1.6	-0.2	-0.6	-3.2	-3.6	-6.9	-8.9	-7.5
dv_y	-9.5	-5.6	-8.9	-1.6	-1.4	0.5	4.1	8.6	9.8	8.9	9.5	10.6	8.9	5.2	0.9	-3.5	-8.9	-12.6	-16.6	-21.7
dv_z	-3.3	-0.8	-1.3	0.2	-0.1	-0.1	0.2	0.6	0.5	0.3	0.2	0.5	0.5	0.3	0.2	-0.6	-0.7	-1.4	-1.4	-1.2

Убедиться в неприменимости линейной модели дальше 1 кпк можно, рассмотрев поведение остаточных скоростей с ростом расстояния. Остаточной скоростью назовем скорость звезды за вычетом скорости, рассчитанной по модели

$$\begin{aligned} dv_x &= v_x - (-U + a_x x + a_y y + a_z z), \\ dv_y &= v_y - (-V + b_x x + b_y y + b_z z), \\ dv_z &= v_z - (-W + c_x x + c_y y + c_z z). \end{aligned} \quad (4)$$

Полученные остаточные скорости dv_x , dv_y , dv_z можно изобразить в проекции на галактическую плоскость XY (рис. 6). Численное значение остаточных скоростей вдоль осей X и Y представлено в табл. 3 и 4.

Мы видим, что остаточные скорости звезд имеют значения менее 10 км/с в небольшой окрестности Солнца. На более далеких расстояниях разница между ними начинает расти и достигает

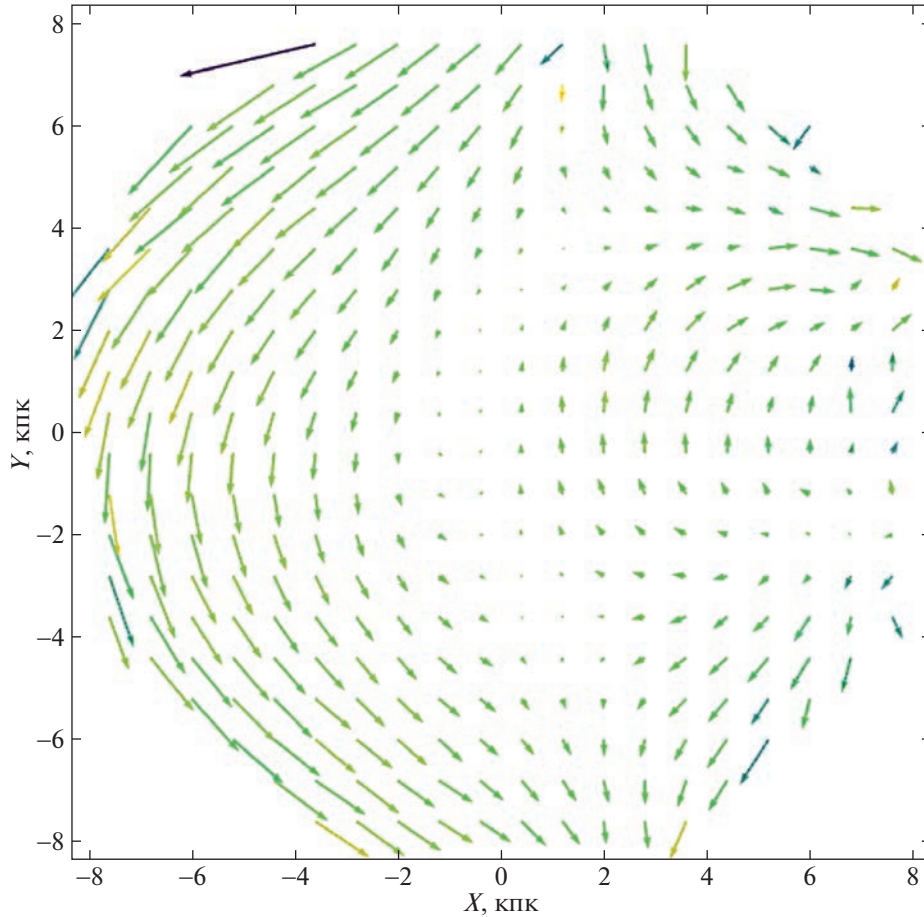


Рис. 6. Остаточные скорости dv_x , dv_y , dv_z звезд с $|z| < 100$ пк в проекции на галактическую плоскость XY для звезд, находящихся ближе 8 кпк. Галактический центр справа. Каждая стрелка соответствует спроецированной усредненной скорости в столбике по оси Z .

нескольких десятков км/с. На рис. 6 область малых остаточных скоростей отчетлива видна и имеет вид вытянутого участка вдоль направления вращения Галактики.

КВАДРАТИЧНАЯ МОДЕЛЬ

Естественным расширением линейной модели (4) является квадратичная модель (5). При этом смысл коэффициентов при функциях второго порядка — линейные комбинации частных производных по разным направлениям от различных параметров модели Огородникова—Милна:

$$\begin{aligned} v_x &= -U + a_x x + a_y y + a_z z + a_{xx} x^2 + & (5) \\ &+ a_{yy} y^2 + a_{zz} z^2 + a_{xy} xy + a_{xz} xz + a_{yz} yz, \\ v_y &= -V + b_x x + b_y y + b_z z + b_{xx} x^2 + \\ &+ b_{yy} y^2 + b_{zz} z^2 + b_{xy} xy + b_{xz} xz + b_{yz} yz, \\ v_z &= -W + c_x x + c_y y + c_z z + c_{xx} x^2 + \end{aligned}$$

$$+ c_{yy} y^2 + c_{zz} z^2 + c_{xy} xy + c_{xz} xz + c_{yz} yz.$$

Результат расчета коэффициентов формулы (5) методом наименьших квадратов по 30 млн звезд Gaia DR3 with RV представлен в табл. 5.

Видим, что значение $V = 21.64$ км/с приняло свое обычное значение, получаемое для ближайшей окрестности Солнца. Тем самым, данная модель, с одной стороны, позволяет получать достоверные значения параметров движения Солнца относительно местного стандарта покоя, с другой, за счет квадратичных членов работает на больших расстояниях, вплоть до центра Галактики.

По аналогии с остаточными скоростями линейной модели dv_x, dv_y, dv_z можно рассчитать остаточные скорости квадратичной модели dv'_x, dv'_y, dv'_z . Эти данные приведены в табл. 6 и 7 и проиллюстрированы на рис. 7.

Данные табл. 6 и 7 показывают, что область применимости квадратичной модели значительно

Таблица 5. Коэффициенты квадратичной модели, построенной по звездам Gaia DR3 with RV

U	11.405 ± 0.010	a_x	-0.493 ± 0.006	a_y	25.046 ± 0.005	a_z	-0.404 ± 0.017
V	21.644 ± 0.008	b_x	-4.774 ± 0.005	b_y	-0.023 ± 0.005	b_z	-1.83 ± 0.014
W	7.838 ± 0.006	c_x	-0.507 ± 0.004	c_y	0.190 ± 0.003	c_z	0.148 ± 0.011
	км/с		км/с · кпк ⁻¹		км/с · кпк ⁻¹		км/с · кпк ⁻¹
a_{xx}	-0.507 ± 0.004	a_{yy}	0.049 ± 0.001	a_{zz}	0.065 ± 0.007		
b_{xx}	-1.811 ± 0.001	b_{yy}	-1.115 ± 0.001	b_{zz}	-8.727 ± 0.006		
c_{xx}	0.037 ± 0.001	c_{yy}	-0.036 ± 0.001	c_{zz}	-0.181 ± 0.004		
a_{xy}	2.306 ± 0.002	a_{xz}	0.092 ± 0.005	a_{yz}	-0.122 ± 0.006		
b_{xy}	0.117 ± 0.002	b_{xz}	0.273 ± 0.004	b_{yz}	0.332 ± 0.005		
c_{xy}	0.027 ± 0.001	c_{xz}	0.060 ± 0.003	c_{yz}	0.312 ± 0.004		
	км/с · кпк ⁻¹		км/с · кпк ⁻¹		км/с · кпк ⁻¹		км/с · кпк ⁻¹

Таблица 6. Усредненное значение параметров остаточных скоростей dv'_x , dv'_y , dv'_z для выборок вдоль оси X галактической системы координат для звезд с $|y| < 100$ пк, $|z| < 100$ пк. В качестве x указано расстояние до левой границы выборки кпк. Остаточные скорости указаны в км/с

x	-5.0	-4.5	-4.0	-3.5	-3.0	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
dv_x	-5.5	-5.9	-6.0	-5.0	-3.8	-1.9	0.9	3.3	4.4	2.5	0.0	-2.6	-2.6	-1.7	-1.8	0.4	2.4	3.4	5.5	5.2
dv_y	11.9	7.4	2.4	-1.6	-3.7	-5.2	-6.3	-5.9	-3.4	-0.8	2.7	6.6	8.5	9.7	11.5	14.4	16.3	17.1	17.7	18.6
dv_z	0.8	-0.4	-0.2	-0.5	-0.3	-0.1	-0.3	-0.6	-0.2	0.2	0.3	0.5	0.4	0.5	0.3	-0.1	-0.5	-0.8	-1.4	-2.5

Таблица 7. Усредненное значение параметров остаточных скоростей dv'_x , dv'_y , dv'_z для выборок вдоль оси Y галактической системы координат для звезд с $|x| < 100$ пк, $|z| < 100$ пк. В качестве r указано расстояние до левой границы выборки в кпк. Остаточные скорости указаны в км/с

r	-5.0	-4.5	-4.0	-3.5	-3.0	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
dv_x	0.7	-1.9	-3.6	-4.9	-5.9	-5.9	-4.6	-3.3	-1.7	-0.1	1.8	3.0	4.3	5.5	6.3	6.0	5.0	4.0	2.3	-0.6
dv_y	-0.4	-1.6	-2.0	-1.4	-0.5	0.8	2.6	3.9	3.6	2.3	2.6	4.2	5.8	5.4	3.1	1.2	-0.1	-0.6	-0.7	-0.4
dv_z	0.2	-0.2	0.2	0.2	0.1	0.0	0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.4	0.3	0.0	-0.2	-0.4	-0.2	-0.6	-0.7	-0.7

шире, чем у линейной, и может достигать 4–5 кпк, за исключением небольшой области ближе к центру Галактики (рис. 8). Наличие систематических составляющих в остаточных скоростях звезд, удаленных более чем на 5 кпк, может быть обусловлено как более сложным вращением Галактики, так и недостаточным количеством звезд с хорошей точностью всех шести кинематических параметров на таких расстояниях.

СМЫСЛ ПАРАМЕТРОВ КВАДРАТИЧНОЙ МОДЕЛИ

Для того чтобы объяснить физическое значение коэффициентов при квадратичных функциях, представим коэффициенты линейной модели не как константы, единые для всей выборки, а как функции от x, y, z :

$$v_x(x, y, z) = -U + a_x(x, y, z)x + a_y(x, y, z)y + a_z(x, y, z)z, \quad (6)$$

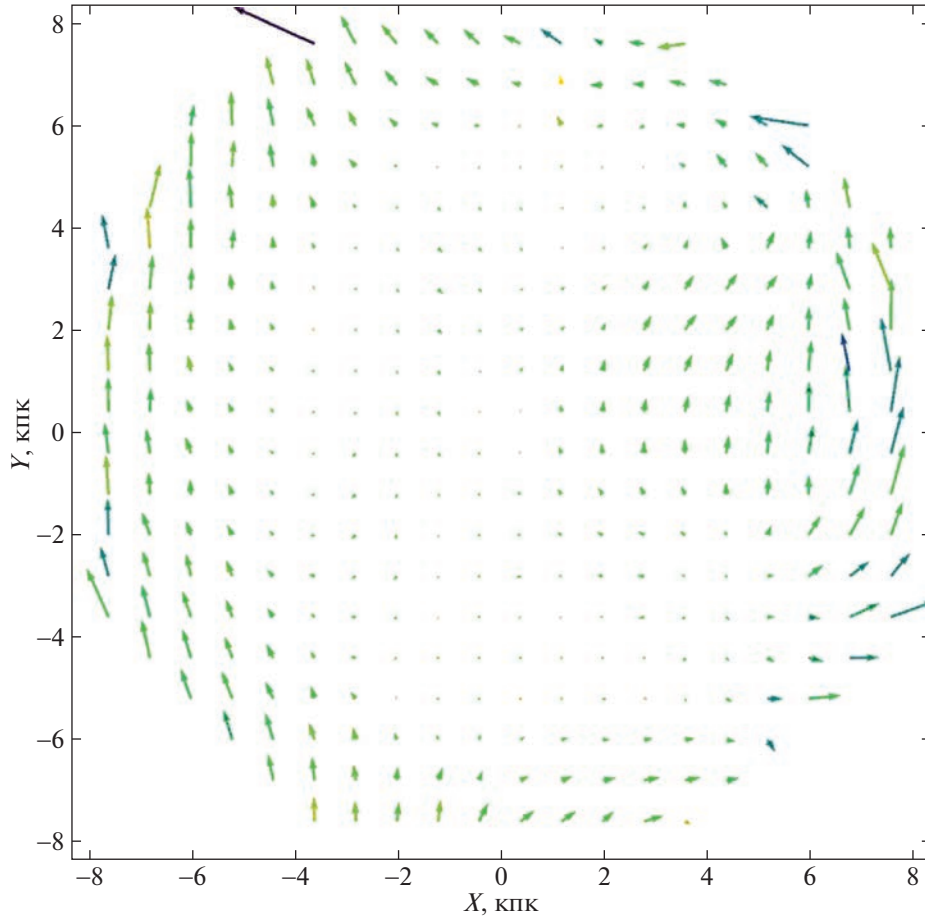


Рис. 7. Остаточные скорости dv'_x , dv'_y , dv'_z звезд с $|z| < 100$ пк в проекции на галактическую плоскость XY . Галактический центр справа. Каждая стрелка соответствует спроецированной усредненной скорости в столбике по оси Z .

$$\begin{aligned} v_y(x, y, z) &= -V + b_x(x, y, z)x + \\ &+ b_y(x, y, z)y + b_z(x, y, z)z, \\ v_z(x, y, z) &= -W + c_x(x, y, z)x + \\ &+ c_y(x, y, z)y + c_z(x, y, z)z, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} a_x(x, y, z) &= M_{11}(x, y, z), \\ a_y(x, y, z) &= M_{12}(x, y, z) - \omega_z(x, y, z), \\ a_z(x, y, z) &= M_{13}(x, y, z) + \omega_y(x, y, z), \\ b_x(x, y, z) &= M_{12}(x, y, z) + \omega_z(x, y, z), \\ b_y(x, y, z) &= M_{22}(x, y, z), \\ b_z(x, y, z) &= M_{23}(x, y, z) - \omega_z(x, y, z), \\ c_x(x, y, z) &= M_{13}(x, y, z) - \omega_y(x, y, z), \\ c_y(x, y, z) &= M_{23}(x, y, z) + \omega_x(x, y, z), \\ c_z(x, y, z) &= M_{33}(x, y, z). \end{aligned} \quad (7)$$

Для оценки возможных значений этих производных в нуле воспользуемся разложением поля

скоростей в ряд Тейлора (Маклорена). Используя формулу разложения функции от трех переменных $f(x, y, z)$ в ряд Тейлора до второго порядка (8), несложно получить это разложение для функций v_x, v_y, v_z в окрестности нуля (9):

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= f_0 + x \frac{\partial f_0}{\partial x} + y \frac{\partial f_0}{\partial y} + z \frac{\partial f_0}{\partial z} + \\ &+ \frac{x^2}{2} \frac{\partial^2 f_0}{\partial x^2} + \frac{y^2}{2} \frac{\partial^2 f_0}{\partial y^2} + \frac{z^2}{2} \frac{\partial^2 f_0}{\partial z^2} + xy \frac{\partial^2 f_0}{\partial x \partial y} + \\ &+ xz \frac{\partial^2 f_0}{\partial x \partial z} + yz \frac{\partial^2 f_0}{\partial y \partial z} + o(x^2 + y^2 + z^2), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} v_x &= -U + a_x x + a_y y + a_z z + \frac{\partial a_x}{\partial x} x^2 + \\ &+ \frac{\partial a_y}{\partial y} y^2 + \frac{\partial a_z}{\partial z} z^2 + \left(\frac{\partial a_x}{\partial y} + \frac{\partial a_y}{\partial x} \right) xy + \\ &+ \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} + \frac{\partial a_z}{\partial x} \right) xz + \left(\frac{\partial a_y}{\partial z} + \frac{\partial a_z}{\partial y} \right) yz, \end{aligned} \quad (9)$$

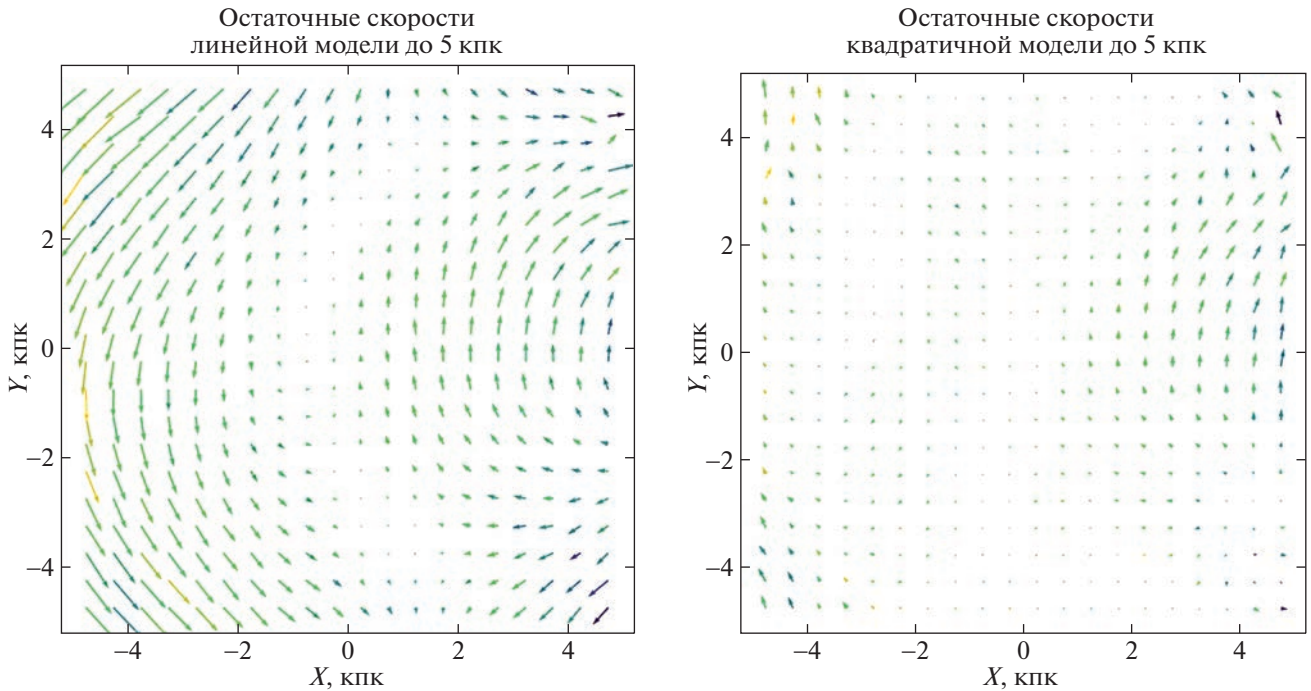


Рис. 8. Наглядное сравнение остаточных скоростей линейной модели dv_x, dv_y, dv_z (слева) с остаточными скоростями квадратичной модели dv'_x, dv'_y, dv'_z (справа) в более крупном масштабе (± 5 кпк). Величины остаточных скоростей приведены в одном масштабе.

$$\begin{aligned}
 v_y &= -V + b_x x + b_y y + b_z z + \frac{\partial b_x}{\partial x} x^2 + \\
 &+ \frac{\partial b_y}{\partial y} y^2 + \frac{\partial b_z}{\partial z} z^2 + \left(\frac{\partial b_x}{\partial y} + \frac{\partial b_y}{\partial x} \right) xy + \\
 &+ \left(\frac{\partial b_x}{\partial z} + \frac{\partial b_z}{\partial x} \right) xz + \left(\frac{\partial b_y}{\partial z} + \frac{\partial b_z}{\partial y} \right) yz, \\
 v_z &= -W + c_x x + c_y y + c_z z + \frac{\partial c_x}{\partial x} x^2 + \\
 &+ \frac{\partial c_y}{\partial y} y^2 + \frac{\partial c_z}{\partial z} z^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial y} + \frac{\partial c_y}{\partial x} \right) xy + \\
 &+ \left(\frac{\partial c_x}{\partial z} + \frac{\partial c_z}{\partial x} \right) xz + \left(\frac{\partial c_y}{\partial z} + \frac{\partial c_z}{\partial y} \right) yz.
 \end{aligned}$$

Здесь для более компактной записи имеется в виду, что значения всех коэффициентов и производных взяты в точке $(0, 0, 0)$:

$$\begin{aligned}
 a_x &= a_x(0, 0, 0), \quad a_y = a_y(0, 0, 0), \quad \dots; \\
 \frac{\partial a_x}{\partial x} &= \frac{\partial a_x}{\partial x}(0, 0, 0), \quad \frac{\partial a_y}{\partial y} = \frac{\partial a_y}{\partial y}(0, 0, 0), \quad \dots
 \end{aligned}$$

Подставив (7) в (9), получаем

$$\begin{aligned}
 v_x &= -U + M_{11}x + (M_{12} - \omega_z)y + \\
 &+ (M_{13} + \omega_y)z + \frac{\partial M_{11}}{\partial x} x^2 +
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 &+ \left(\frac{\partial M_{12}}{\partial y} - \frac{\partial \omega_z}{\partial y} \right) y^2 + \left(\frac{\partial M_{13}}{\partial z} + \frac{\partial \omega_y}{\partial z} \right) z^2 + \\
 &+ \left(\frac{\partial M_{11}}{\partial y} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x} - \frac{\partial \omega_z}{\partial x} \right) xy + \\
 &+ \left(\frac{\partial M_{11}}{\partial z} + \frac{\partial M_{13}}{\partial x} + \frac{\partial \omega_y}{\partial x} \right) xz + \\
 &+ \left(\frac{\partial M_{13}}{\partial y} + \frac{\partial \omega_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{12}}{\partial z} - \frac{\partial \omega_z}{\partial z} \right) yz, \\
 v_y &= -V + (M_{12} + \omega_x)x + M_{22}y + \\
 &+ (M_{23} - \omega_x)z + \left(\frac{\partial M_{12}}{\partial x} + \frac{\partial \omega_z}{\partial x} \right) x^2 + \\
 &+ \frac{\partial M_{22}}{\partial y} y^2 + \left(\frac{\partial M_{23}}{\partial z} - \frac{\partial \omega_x}{\partial z} \right) z^2 + \\
 &+ \left(\frac{\partial M_{22}}{\partial x} + \frac{\partial M_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \omega_z}{\partial y} \right) xy + \\
 &+ \left(\frac{\partial M_{23}}{\partial x} - \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{12}}{\partial z} + \frac{\partial \omega_z}{\partial z} \right) xz + \\
 &+ \left(\frac{\partial M_{23}}{\partial y} - \frac{\partial \omega_x}{\partial y} + \frac{\partial M_{22}}{\partial z} \right) yz, \\
 v_z &= -W + (M_{13} - \omega_y)x + (M_{23} + \omega_x)y + \\
 &+ M_{33}z + \left(\frac{\partial M_{13}}{\partial x} - \frac{\partial \omega_y}{\partial x} \right) x^2 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{\partial M_{23}}{\partial y} + \frac{\partial \omega_x}{\partial y} \right) y^2 + \frac{\partial M_{33}}{\partial z} z^2 + \\
& + \left(\frac{\partial M_{23}}{\partial x} + \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{13}}{\partial y} - \frac{\partial \omega_y}{\partial y} \right) xy + \\
& + \left(\frac{\partial M_{33}}{\partial x} + \frac{\partial M_{13}}{\partial z} - \frac{\partial \omega_y}{\partial z} \right) xz + \\
& + \left(\frac{\partial M_{33}}{\partial y} + \frac{\partial M_{23}}{\partial z} + \frac{\partial \omega_x}{\partial z} \right) yz.
\end{aligned}$$

Сопоставим табл. 5 и формулу (10) и выпишем значения коэффициентов при квадратичных членах, выделим жирным четыре наиболее значимых коэффициента (табл. 8).

В силу того что квадратичных членов всего 18, а частных производных от параметров модели Огородникова—Милна, входящих в них, — 27, не представляется возможным определить их все независимо. Мы можем получить лишь некоторые их линейные комбинации. Надо сказать, что при определении параметров тензора деформации только лишь по собственным движениям мы сталкиваемся с подобным и при определении параметров стандартной кинематической модели.

Если отойти от формальной математической точки зрения и обратиться к физической картине, то, очевидно, нет необходимости определять все 27 производных. Заметим, что кроме параметров движения Солнца U , V , W , значимыми в модели Огородникова—Милна остаются всего лишь две величины: ω_z и M_{12} (которые известны в более простой модели Оорта—Линдблада как параметры Оорта B и A). Разумно (по крайней мере, на первый раз) ограничиться рассмотрением производных всего лишь от этих величин.

В этом случае из квадратичных коэффициентов возможно однозначно определить следующие значения:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M_{12}}{\partial x} &= 0.247 \pm 0.002 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{кпк}^2}, \\
\frac{\partial \omega_z}{\partial x} &= -2.059 \pm 0.002 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{кпк}^2}.
\end{aligned}$$

Значимыми оказываются частные производные параметров Оорта вдоль направления на центр Галактики. Если не учитывать это изменение в линейной модели, эти эффекты проникают в параметр движения Солнца V , приводя к его заметному увеличению при его определении по далеким звездам. Учет квадратичных членов приводит значение параметра V с 30.8 км/с к его обычному значению 21.6 км/с. Адекватность этого расширения стандартной модели можно проиллюстрировать зависимостью скорости звезд (компоненты v_y) на различных расстояниях от центра Галактики. На рис. 9

хорошо видно, что традиционная линейная модель Огородникова—Милна в состоянии описывать движение звезд в области от 0 до 3–4 кпк, в то время как реальные скорости звезд (синяя линия) далеки от линейного закона, квадратичное приближение описывает их значительно лучше. К аналогичным выводам приходят и другие исследователи (см., например, Бобылев, Байкова, 2022).

Следует обратить внимание еще и на значимый коэффициент $\partial M_{23}/\partial z - \partial \omega_x/\partial z$ при z^2 в уравнении для v_y . Это параметр ответственен за нелинейное вертикальное изменение скорости v_y (рис. 10). В работе (Витязев и др., 2012) уже анализировалась асимметрия кинематики звезд северного и южного галактических полушарий, а также рассматривалась модель “слоистого” вращения Галактики.

Значимость показывает также коэффициент $\partial M_{22}/\partial y$ при y^2 , ответственный за изменение компоненты при изменении координаты y .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулированы линейная и квадратичная звездно-кинематические модели в прямоугольной галактической системе координат. Найдена связь всех коэффициентов со стандартными звездно-кинематическими параметрами и частными производными от них по всем трем направлениям. Показано, что квадратичная модель обладает значительно большей пространственной областью применимости. Получено объяснение поведения значений кинематических параметров линейной модели Огородникова—Милна в зависимости от расстояний используемых звезд. Обнаружено четыре значимых эффекта второго порядка:

- 1) $\frac{\partial M_{12}}{\partial x} = 0.247 \pm 0.002 \frac{\text{км}}{\text{с}} \text{ кпк}^{-2}$ — изменение параметра деформации поля скоростей в плоскости XY (параметр Оорта A) в зависимости от расстояния в направлении на центр—антицентр Галактики;
- 2) $\frac{\partial \omega_z}{\partial x} = -2.059 \pm 0.002 \frac{\text{км}}{\text{с}} \text{ кпк}^{-2}$ — вертикальный градиент угловой скорости вращения совокупности звезд (параметр Оорта B);
- 3) $\frac{\partial M_{22}}{\partial y} = -1.115 \pm 0.001 \frac{\text{км}}{\text{с}} \text{ кпк}^{-2}$ — изменение параметра, ответственного за сжатие—растяжение системы звезд в плоскости XZ в зависимости от расстояния вдоль направления вращения Галактики;
- 4) $\frac{\partial M_{23}}{\partial z} - \frac{\partial \omega_x}{\partial z} = -8.727 \pm 0.006 \frac{\text{км}}{\text{с}} \text{ кпк}^{-2}$ — линейная комбинация неразделяемых параметров,

Таблица 8. Значения линейных комбинаций частных производных параметров модели Огородникова—Милна в нулевой точке. Жирным выделены наиболее значимые коэффициенты

Параметры	Формулы	Значения
a_{xx}	$\frac{\partial M_{11}}{\partial x}$	-0.507 ± 0.004
a_{yy}	$\frac{\partial M_{12}}{\partial y} - \frac{\partial \omega_z}{\partial y}$	0.049 ± 0.001
a_{zz}	$\frac{\partial M_{13}}{\partial z} + \frac{\partial \omega_y}{\partial z}$	0.065 ± 0.007
a_{xy}	$\frac{\partial M_{11}}{\partial y} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x} - \frac{\partial \omega_z}{\partial x}$	2.306 ± 0.002
a_{xz}	$\frac{\partial M_{11}}{\partial z} + \frac{\partial M_{13}}{\partial x} + \frac{\partial \omega_y}{\partial x}$	0.092 ± 0.005
a_{yz}	$\frac{\partial M_{13}}{\partial y} + \frac{\partial \omega_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{12}}{\partial z} - \frac{\partial \omega_z}{\partial z}$	-0.122 ± 0.006
b_{xx}	$\frac{\partial M_{12}}{\partial x} + \frac{\partial \omega_z}{\partial x}$	-1.811 ± 0.001
b_{yy}	$\frac{\partial M_{22}}{\partial y}$	-1.115 ± 0.001
b_{zz}	$\frac{\partial M_{23}}{\partial z} - \frac{\partial \omega_x}{\partial z}$	-8.727 ± 0.006
b_{xy}	$\frac{\partial M_{22}}{\partial x} + \frac{\partial M_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \omega_z}{\partial y}$	0.117 ± 0.002
b_{xz}	$\frac{\partial M_{23}}{\partial x} - \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{12}}{\partial z} + \frac{\partial \omega_z}{\partial z}$	0.273 ± 0.004
b_{yz}	$\frac{\partial M_{23}}{\partial y} - \frac{\partial \omega_x}{\partial y} + \frac{\partial M_{22}}{\partial z}$	0.332 ± 0.005
c_{xx}	$\frac{\partial M_{13}}{\partial x} - \frac{\partial \omega_y}{\partial x}$	0.037 ± 0.001
c_{yy}	$\frac{\partial M_{23}}{\partial y} + \frac{\partial \omega_x}{\partial y}$	-0.036 ± 0.001
c_{zz}	$\frac{\partial M_{33}}{\partial z}$	-0.181 ± 0.004
c_{xy}	$\frac{\partial M_{23}}{\partial x} + \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{13}}{\partial y} - \frac{\partial \omega_y}{\partial y}$	0.027 ± 0.001
c_{xz}	$\frac{\partial M_{33}}{\partial x} + \frac{\partial M_{13}}{\partial z} - \frac{\partial \omega_y}{\partial z}$	0.060 ± 0.003
c_{yz}	$\frac{\partial M_{33}}{\partial y} + \frac{\partial M_{23}}{\partial z} + \frac{\partial \omega_x}{\partial z}$	0.312 ± 0.004
		км/с · кпк ⁻²

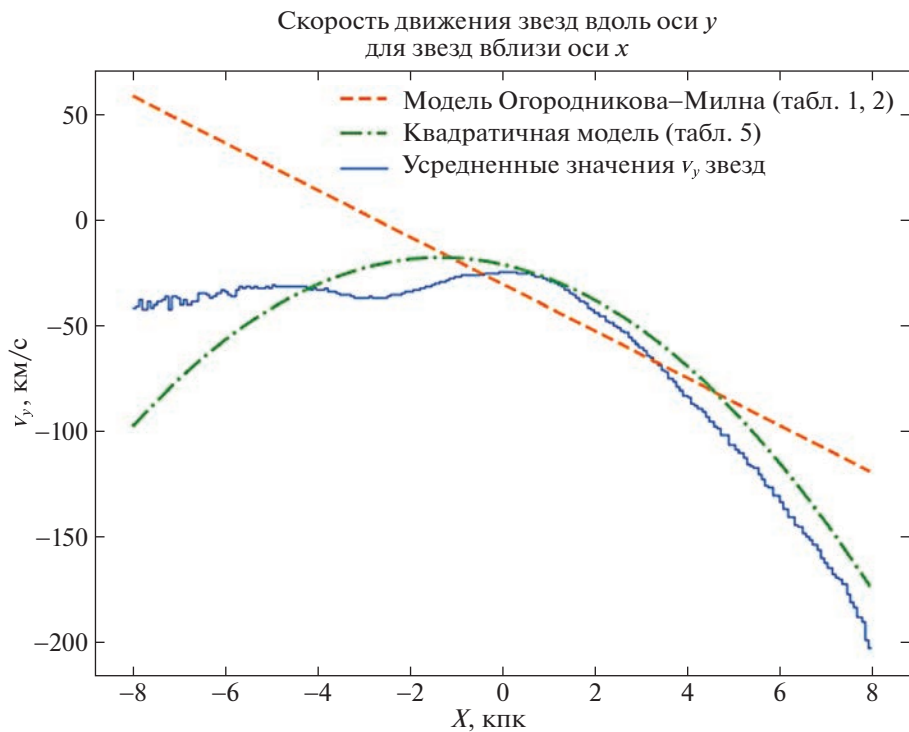


Рис. 9. Изменение компоненты в скоростях движения звезд вдоль оси X (направленной на центр Галактики). Усреднение проводилось для звезд с $|y| < 10$ кпк, $|z| < 10$ кпк. На графике изображены теоретические значения скорости, полученной исходя из модели Огородникова–Милна и квадратичной модели.

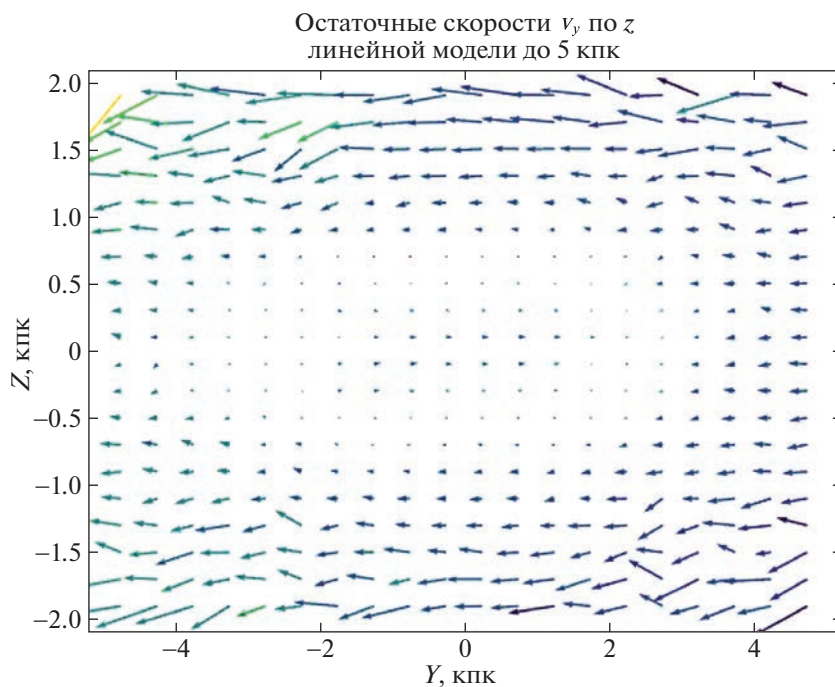


Рис. 10. Остаточные скорости линейной модели dv_x , dv_y , dv_z звезд с $|x| < 100$ пк в проекции на YZ (нормальная к направлению на центр Галактики).

разность вертикального градиента скорости вращения вдоль оси, направленной на центр Галактики и деформации поля скоростей в плоскости YZ .

Авторы выражают благодарность консорциуму Gaia за предоставленные данные каталога Gaia DR3.

Авторы благодарят анонимных рецензентов, чьи ценные замечания позволили улучшить качество статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ESA Gaia: <https://sci.esa.int/web/gaia>
2. Gaia, EDR3: <https://www.cosmos.esa.int/web/gaia/earlydr3>
3. Gaia Collaboration, *Astron. Astrophys.* **649**, A1 (2021).
4. Байлер-Джонс и др. (C.A.L. Bailer-Jones, J. Rybizki, M. Fouesneau, M. Demleitner, and R. Andrae), *Astron. J.* **161**, 147B (2021).
5. Бобылев В.В., Байкова А.Т., Лебедева С.В., Письма в Астрон. журн. **33**, 809 (2007) [V.V. Bobylev, A.T. Bajkova, S.V. Lebedeva, *Astron. Lett.* **33**, 720 (2007)].
6. Бобылев В.В., Байкова А.Т., Письма в Астрон. журн. **40**, 830 (2014) [V.V. Bobylev, A.T. Bajkova, *Astron. Lett.* **40**, 773 (2014)].
7. Бобылев В.В., Байкова А.Т., *Астрон. журн.* **99**, 267 (2022).
8. Бобылев, Байкова (V.V. Bobylev and A.T. Bajkova), *Res. Astron. Astrophys.* **23**, 045001 (2023).
9. Браун и др. (A. Brown, A. Vallenari, T. Prusti, J.H.J. de Bruijne, C. Babusiaux, M. Biermann, O.L. Creevey, D.W. Evans, et al.), *Astron. Astrophys.* **649**, 1G (2021).
10. Витязев (V.V. Vityazev), *Proc. of the JOURNEES 2000*, Paris, p. 121–122 (2000).
11. Витязев, Цветков (V.V. Vityazev and A.S. Tsvetkov), *Astron. Nachr.* **334**, 760 (2013).
12. Витязев и др. (V.V. Vityazev, A.S. Tsvetkov, V.V. Bobylev, and A.T. Bajkova), *Astrophysics* **60**, 503 (2017).
13. Витязев В.В. и др., Письма в Астрон. журн. **44**, 265 (2018) [V.V. Vityazev, et al., *Astron. Lett.* **44**, 236 (2018)].
14. Захариас и др. (N. Zacharias, C.T. Finch, T.M. Girard, A. Henden, J.L. Bartlett, D.G. Monet, and M.I. Zacharias), *Astron. J.* **145**, 44 (2013).
15. Клубе (S.V.M. Clube), *MNRAS* **159**, 289 (1972).
16. Линдبلاد (B. Lindblad), *Arkiv Math. Astron. Fys.* **20**, A, 17, 1 (1927).
17. Огородников К.Ф., *Динамика звездных систем* (М.: Физматгиз, 1958).
18. Оорт (J.H. Oort), *Bull. Astron. Netherl.* **3**, 275 (1927).
19. Перриман и др. (M.A.C. Perryman, et al.), *The Hipparcos and Tycho Catalogues*, V. 1–17, ESA (1997).
20. Рёзер (S. Roeser, M. Demleitner, and E. Schilbach), *Astron. J.* **139**, 2440 (2010).
21. Рыбка С.П., *Кинемат. и физ. небесн. тел* **20**, 437 (2004).
22. Федоров и др. (P.N. Fedorov, A.A. Myznikov, and V.S. Akhmetov), *MNRAS* **393**, 133 (2009).
23. Фрикке (W. Fricke), *Veroff. Astron. Rechen-Inst. Heidelberg N 28*, p. 1–52 (1977).
24. Цветков (A.S. Tsvetkov), *Astron. Astrophys. Transact.* **9**, 1 (1995).
25. Цветков (A.S. Tsvetkov), *Proc. of the IV Intern. Workshop on Posit. Astron. Celest. Mech.*, Univ. de Valencia, Spain, P. 73–80 (1998).
26. Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **47**, P. 900 (2021) [A.S. Tsvetkov, *Astron. Lett.* **47**, 863 (2021)].
27. Цветков А.С., Амосов Ф.А., Письма в Астрон. журн. **45**, 517 (2019) [A.S. Tsvetkov, *Astron. Lett.* **45**, 462 (2019)].
28. Шацова Р.Б., *Ученые записки ЛГУ*, 136 (1950).