

ВЛИЯНИЕ ИСКРИВЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВА НА МОМЕНТ ИНЕРЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПУЛЬСАРА

© 2023 г. А. А. Матевосян¹, Д. П. Барсуков^{2*}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 14.09.2023 г.

После доработки 09.10.2023 г.; принята к публикации 20.10.2023 г.

Рассматривается влияние искривления пространства в метрике Шварцшильда на вклад магнитного поля вне нейтронной звезды в момент инерции радиопульсара. При этом рассмотрение ограничено только простейшей конфигурацией магнитного поля, когда оно может быть описано только одной гармоникой. Показано, что при фиксированном значении величины магнитного поля на поверхности звезды влияние искривления пространства уменьшает вклад магнитного поля вне звезды в отличие тензора инерции от сферического в несколько раз.

Ключевые слова: нейтронные звезды, прецессия.

DOI: 10.31857/S0320010823100042, EDN: MPPLJW

1. ВВЕДЕНИЕ

Изолированные радиопульсары считаются одним из наиболее стабильных источников периодических сигналов. При этом, однако, помимо регулярного роста периода P из-за потерь вращательной энергии медленно вращающиеся пульсары с периодами $P > 100$ мс показывают некоторые циклические изменения своих параметров с характерным временным масштабом $T \sim 10^3 - 10^4$ лет (Бескин и др., 2006; Бирюков и др., 2012). Одно из возможных объяснений подобных вариаций — свободная прецессия нейтронной звезды, которая связана либо с отличием ее формы от сферической, либо с аномальным моментом (см., например, Мелатос, 2000; Нг, 2010; Бескин, Желтоухов, 2014). По всей видимости, прецессия пульсара В1828-11 вызвана именно отличием формы нейтронной звезды от сферической (Джонес и др., 2017). Со свободной прецессией нейтронной звезды, возможно, также связана повторяемость всплесков в источниках быстрых радиовсплесков (FRB) (см., например, Собьянин, 2020). Аномальный момент представляет момент сил, действующий на нейтронную звезду со стороны магнитосферы: $c/(\Omega r_{ns}) \sim 10^2 - 10^4$ раз, где $\Omega = 2\pi/P$ — угловая скорость вращения звезды, а r_{ns} — ее радиус, который

превышает “нормальный” тормозящий момент и не приводит к торможению звезды (Дэвис, Голдстейн, 1970), но зато может вызывать ее прецессию (см., например, Мелатос, 2000). Он может быть описан как вклад искажения поля ближней зоны из-за вращения звезды в тензор натяжений магнитного поля (см., например, Бескин, Желтоухов, 2014). Однако его проще интерпретировать как влияние инерции магнитного поля, вращающегося вместе со звездой (Голдрейх, 1970), и учитывать его вклад на динамику вращения звезды, добавив соответствующую добавку в ее эффективный тензор инерции (см., например, Мелатос, 2000; Гогличидзе и др., 2015). В настоящей работе мы, используя подход Гогличидзе и др. (2015), рассматриваем эту добавку как момент инерции магнитного поля пульсара вне нейтронной звезды и исследуем, как он меняется из-за искривления пространства—времени вблизи звезды. При этом мы ограничиваемся только случаем метрики Шварцшильда и пренебрегаем поправками к метрике из-за вращения звезды. В настоящей работе мы рассматриваем только простейшую конфигурацию магнитного поля, считая что оно может быть описано с помощью одной гармоники.

*Электронный адрес: bars.astro@mail.ioffe.ru

2. МОДЕЛЬ

Будем считать, что вне нейтронной звезды, т.е. при $r > r_{ns}$, пространство–время описывается метрикой Шварцшильда

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = h(r)c^2 dt^2 - dr^2/h(r) - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (1)$$

где $h(r) = 1 - r_g/r$, $r_g = 2GM_{ns}/c^2$ — гравитационный радиус звезды, M_{ns} — масса звезды. И, следовательно, метрика трехмерного пространства $\gamma_{\alpha\beta}$ имеет вид:

$$dl^2 = \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = \frac{1}{h(r)} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (2)$$

Введем ортонормированный набор векторов

$$e_r^\alpha = \sqrt{h(r)} \delta_r^\alpha, \quad e_\theta^\alpha = \frac{1}{r} \delta_\theta^\alpha, \quad (3)$$

$$e_\phi^\alpha = \frac{1}{r \sin \theta} \delta_\phi^\alpha.$$

Также введем связанный с ним “декартов” базис

$$\mathbf{e}_x = \sin \theta \cos \phi \mathbf{e}_r + \cos \theta \cos \phi \mathbf{e}_\theta - \sin \phi \mathbf{e}_\phi, \quad (4)$$

$$\mathbf{e}_y = \sin \theta \sin \phi \mathbf{e}_r + \cos \theta \sin \phi \mathbf{e}_\theta + \cos \phi \mathbf{e}_\phi,$$

$$\mathbf{e}_z = \cos \theta \mathbf{e}_r - \sin \theta \mathbf{e}_\theta.$$

На бесконечности при $r = \infty$ метрика (1) становится плоской, и базис (4) становится обычным декартовым базисом в плоском пространстве. Выражение для стационарного магнитного поля вне звезды было рассмотрено в работе Асеев, Кечинашвили (2002):

$$B^\alpha = \sum_{lm} b_{lm} (l+1) \left(\frac{r_{ns}}{r}\right)^{l+2} f_l(r) e_r^\alpha Y_{lm} - \sum_{lm} b_{lm} \left(\frac{r_{ns}}{r}\right)^{l+2} \sqrt{h(r)} g_l(r) \nabla^\alpha Y_{lm}, \quad (5)$$

где $\nabla^\alpha = e_\theta^\alpha \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + e_\phi^\alpha \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$, $B^\alpha = -(1/(2\sqrt{\gamma})) \times e^{\alpha\mu\nu} F_{\mu\nu}$ — напряженность магнитного поля, F_{ij} — тензор электромагнитного поля, $\gamma = \det(\gamma_{\alpha\beta})$, $Y_{lm}(\theta, \phi)$ — сферические функции, а функции $f_l(r)$ и $g_l(r)$ определены как (Асеев, Кечинашвили, 2002)

$$f_l(r) = F(l, l+2; 2(l+1), r_g/r), \quad (6)$$

$$g_l(r) = F(l+1, l+2; 2(l+1), r_g/r). \quad (7)$$

В настоящей работе, как и в работе Гогличидзе и др. (2015), мы ограничимся случаем, когда отлична от нуля только одна гармоника b_{l0} (если $m = 0$) либо только две гармоники $b_{l-m} = b_{lm}$ (при $m \neq 0$). В

этом случае средний квадрат магнитного поля на поверхности звезды равен

$$\langle B_{lm}^2 \rangle = \frac{1}{4\pi} \int B^2(r_{ns}, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = b_{lm}^2 (2 - \delta_{m0}) (l+1) \times ((l+1) f_l^2(r_{ns}) + l h(r_{ns}) g_l^2(r_{ns})), \quad (8)$$

где $B^2 = \gamma_{\alpha\beta} B^\alpha B^\beta$. Будем считать, что нейтронная звезда вращается с постоянной угловой скоростью $\Omega = 2\pi/P$. Определим вектор угловой скорости вращения звезды $\mathbf{\Omega}$ на бесконечности $r = \infty$, где пространство плоское. И пусть он там выражается через декартов базис (4) как $\mathbf{\Omega} = \sum_{A=x,y,z} \Omega^A \mathbf{e}_A$. Во всех остальных точках пространства будем считать, что векторное поле $\mathbf{\Omega}$ определяется тем же самым выражением, т.е. $\Omega^\alpha = \sum_{A=x,y,z} \Omega^A e_A^\alpha$, где величины Ω^A не зависят от координат. Будем считать, что в системе отсчета, вращающейся с постоянной угловой скоростью $\mathbf{\Omega}$, т.е. вместе с нейтронной звездой, электрическое поле полностью заэкранировано висящими в магнитосфере и вращающимися вместе со звездой частицами. Тогда в “неподвижной” системе отсчета, соответствующей метрике (1), мы имеем

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad \text{где } \mathbf{v} = [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}], \quad (9)$$

где векторные произведения берутся в метрике (2), $E_\alpha = F_{0\alpha}$ — напряженность электрического поля, $r^\alpha = r e_r^\alpha$, $v^\alpha = dx^\alpha/dt$ — координатная скорость вращения частиц магнитосферы.

Поскольку метрика Шварцшильда (1) является сферически симметричной, то она соответственно обладает тремя векторами Киллинга, связанными с этой симметрией (Владимиров, 2009):

$$\xi_x^m = \sin \phi \delta_\theta^m + \text{ctg } \theta \cos \phi \delta_\phi^m, \quad (10)$$

$$\xi_y^m = -\cos \phi \delta_\theta^m + \text{ctg } \theta \sin \phi \delta_\phi^m,$$

$$\xi_z^m = -\delta_\phi^m.$$

Соответственно в метрике (1) сохраняются величины (Логоунов, 2005)

$$L_A = \int \sqrt{-g} T_m^0(\mathbf{x}, t) \xi_A^m d^3x, \quad (11)$$

где $A = x, y, z$, $g = \det(g_{ik})$, T_m^n — тензор энергии–импульса электромагнитного поля. Поскольку сохранение этих величин связано со сферической симметрией метрики, то их можно считать моментом импульса поля в метрике Шварцшильда. И, следовательно, учитывая (9), получаем, что момент импульса электромагнитного поля вне звезды равен

$$L_A = \int (\mathbf{e}_A \cdot \mathbf{L}) r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi, \quad (12)$$

где $A = x, y, z$, и введено обозначение

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4\pi c^2} \frac{1}{h(r)} ([\mathbf{r} \times [\mathbf{r} \times \boldsymbol{\Omega}]]B^2 + (\mathbf{B} \cdot [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}])[\mathbf{r} \times \mathbf{B}]). \quad (13)$$

Заметим, что выражение (12) с точностью до множителя $1/h(r)$ формально совпадает с выражением (9) из Гогличидзе и др. (2015). Также, как и в Гогличидзе и др. (2015), тензор инерции поля I_{AB} вне звезды определим как

$$L_A = \sum_{B=x,y,z} I_{AB} \Omega^B + O(\Omega^2). \quad (14)$$

Поскольку угловая часть метрики (1) не зависит от r_g , то выражения для I_{AB} совпадают со случаем плоского пространства, рассмотренном в Гогличидзе и др. (2015). Соответственно при $m \neq 1$ тензор инерции поля I_{AB} является осесимметричным (Гогличидзе и др., 2015):

$$\mathbf{L} = I_f \boldsymbol{\Omega} + \delta I_f \mathbf{e}_z (\mathbf{e}_z \cdot \boldsymbol{\Omega}), \quad (15)$$

где $\mathbf{L} = \sum_{A=x,y,z} L_A \mathbf{e}_A$, и величина δI_f равна $\delta I_f = K_{lm} \delta \hat{I}_f$ (Гогличидзе и др., 2015), где

$$K_{lm} = (2 - \delta_{l0}) \frac{(l+1)^2 (l^2 + l - 3m^2)}{(2l+3)(2l-1)}, \quad (16)$$

и введены обозначения

$$\delta \hat{I}_f = \frac{b_{lm}^2 r_{ns}^5}{c^2} \hat{Q}_l, \quad (17)$$

$$\hat{Q}_l = \frac{2l^2 + 2l + 3}{2l^2(l+1)^2} Q_l^\perp - Q_l^r. \quad (18)$$

В случае же $m = 1$, как и в случае плоской метрики $r_g = 0$, мы имеем (Гогличидзе и др., 2015)

$$\mathbf{L} = \tilde{I}_f \boldsymbol{\Omega} + \delta I_x \mathbf{e}_x (\mathbf{e}_x \cdot \boldsymbol{\Omega}) + \delta I_y \mathbf{e}_y (\mathbf{e}_y \cdot \boldsymbol{\Omega}), \quad (19)$$

где введены обозначения

$$\delta I_x = \frac{(l-2)(l+3)}{2(l^2+l-3)} \delta I_f, \quad (20)$$

$$\delta I_y = \frac{3(l-1)(l+2)}{2(l^2+l-3)} \delta I_f. \quad (21)$$

Искривление пространства влияет только на вид величин Q_l^r и Q_l^\perp , которые будут равны

$$Q_l^r = \frac{1}{l^2} \int_0^{r_{\max}} \frac{1}{h(r)} \left(\frac{r_{ns}}{r} \right)^{2l} f_l^2(r) \frac{dr}{r_{ns}}, \quad (22)$$

$$Q_l^\perp = \int_0^{r_{\max}} \left(\frac{r_{ns}}{r} \right)^{2l} g_l^2(r) \frac{dr}{r_{ns}}. \quad (23)$$

Согласно Гогличидзе и др. (2015) верхний предел интегрирования r_{\max} равен радиусу светового цилиндра $r_{LC} = c/\Omega$, как границе между вращающейся вместе со звездой магнитосферы и области пульсарного ветра. Однако в силу быстрой сходимости интегралов мы в настоящей работе формально полагаем $r_{\max} = +\infty$. Это допустимо в том числе и потому, что нас в выражении (14) интересуют только члены, линейные по угловой скорости вращения звезды Ω , а учет вклада области $r \sim r_{LC}$ дает в лучшем случае поправку $O(\Omega^2)$. Введем также величину \tilde{Q}_l , определенную как

$$\delta \hat{I}_f = \frac{\langle B_{lm}^2 \rangle r_{ns}^5}{c^2} \tilde{Q}_l. \quad (24)$$

Из формул (15), (16) и (19)–(21) видно, что отклонение тензора I_{AB} от изотропного полностью определяется величиной $\delta \hat{I}_f$. Причем зависимость от r_g входит только через величину $\delta \hat{I}_f$. При этом выражения (17) и (24) позволяют рассматривать величины \hat{Q}_l и \tilde{Q}_l как величину $\delta \hat{I}_f$, вычисленную при постоянном моменте b_{lm} на бесконечности и при постоянном поле на $\langle B_{lm}^2 \rangle$ на поверхности звезды соответственно.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1 показана зависимость величины \tilde{Q}_l от числа l для различных значений отношения r_g/r_{ns} , а на рис. 2 показана аналогичная зависимость, но для отношения $\tilde{Q}_l / \tilde{Q}_l|_{r_g=0}$. Зависимости этих величин от отношения r_g/r_{ns} для различных значений l показаны на рис. 3 и рис. 4 соответственно. Видно, что учет искривления пространства вблизи нейтронной звезды уменьшает величины \tilde{Q}_l всего лишь в 2–5 раз. И соответственно величина δI_f при постоянном значении магнитного поля на поверхности уменьшается тоже всего лишь в 2–5 раз. Немонотонная зависимость от числа l при $r_g/r_{ns} = 0.5$ и 0.6 на рис. 1 и рис. 2 связана с тем, что при некотором значении r_g/r_{ns} величина \tilde{Q}_l меняет знак, а особенности на рис. 3 и рис. 4 — это просто изображение плавного перехода величины \tilde{Q}_l через нуль в логарифмическом масштабе. Аналогично, на рис. 5 и рис. 6 показана зависимость величин \hat{Q}_l и $\hat{Q}_l / \hat{Q}_l|_{r_g=0}$ от числа l для различных значений r_g/r_{ns} , а на рис. 7 и рис. 8 — зависимость этих величин от отношения r_g/r_{ns} для различных значений l . Видно, что при фиксированном значении момента b_{lm} на бесконечности учет искривления пространства приводит к увеличению δI_f в $10^3 - 10^5$ раз. Это является проявлением отмеченного

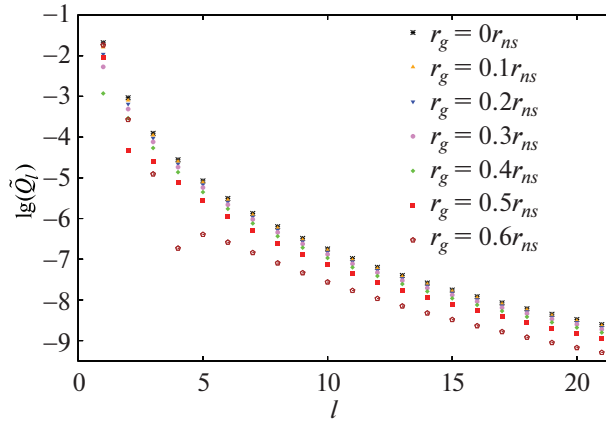


Рис. 1. Зависимость величины \tilde{Q}_l от l для различных значений r_g .

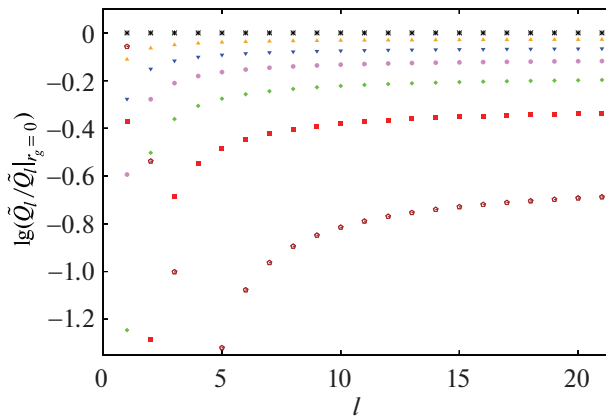


Рис. 2. Зависимость отношения $\tilde{Q}_l / \tilde{Q}_l|_{r_g=0}$ от l для различных значений r_g . Обозначения те же, что на рис. 1.

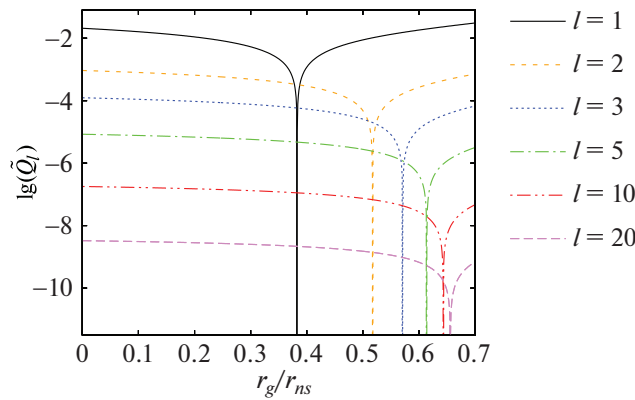


Рис. 3. Зависимость величины \tilde{Q}_l от отношения r_g/r_{ns} для различных значений l .

в Асеев, Кечинашвили (2002) “усиления” мелко-масштабного поля в метрике Шварцшильда (1). Впрочем, уменьшение величины \tilde{Q}_l с ростом r_g/r_{ns} также является проявлением этого “усиления”: в метрике Шварцшильда по мере увеличения r_g/r_{ns} высокие гармоники спадают все быстрее при уда-

лении от звезды, как бы “прижимаясь” к ней, и, следовательно, давая все меньший вклад в тензор инерции при заданном поле на поверхности. Хотя, конечно, постановки задачи и с фиксированным моментом b_{lm} на бесконечности, и с фиксированным значением $\langle B_{lm}^2 \rangle$ на поверхности звезды

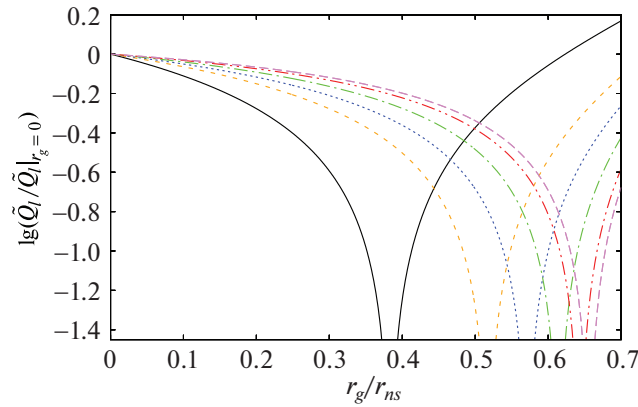


Рис. 4. Зависимость отношения $\hat{Q}_l / \hat{Q}_l|_{r_g=0}$ от отношения r_g / r_{ns} для различных значений l . Обозначения те же, что на рис. 3.

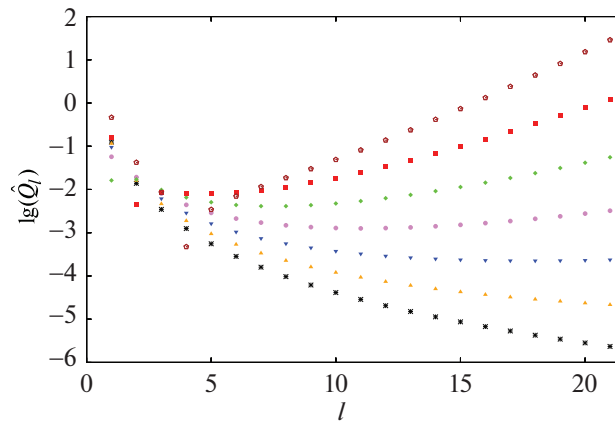


Рис. 5. То же, что на рис. 1, но для величины \hat{Q}_l .

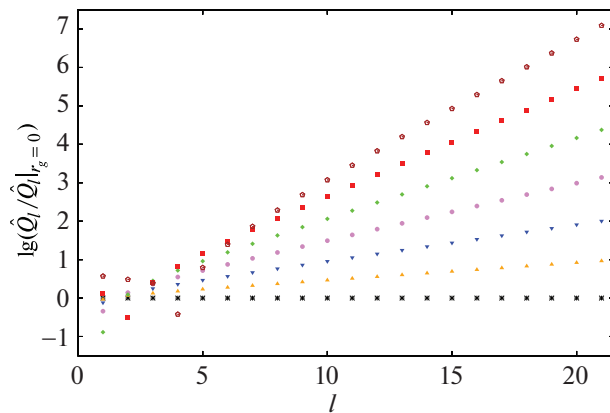


Рис. 6. То же, что на рис. 2, но для отношения $\hat{Q}_l / \hat{Q}_l|_{r_g=0}$.

являются в равной степени допустимыми, но, на наш взгляд, более разумно рассматривать вопрос о величине δI_f при заданном поле на поверхности,

в особенности при больших l . В настоящей работе мы ограничились только случаем простейшей конфигурации магнитного поля, когда оно описывается

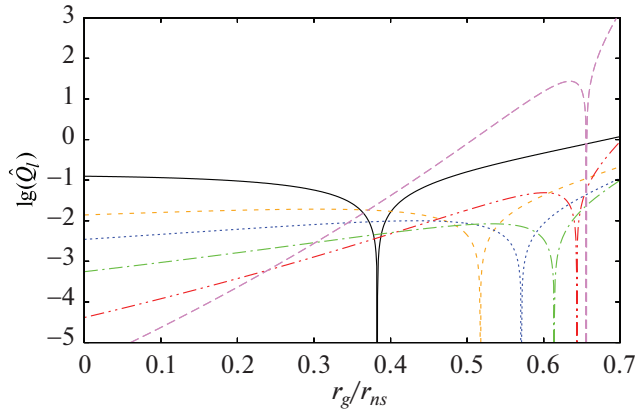


Рис. 7. То же, что на рис. 3, но для величины \hat{Q}_l .

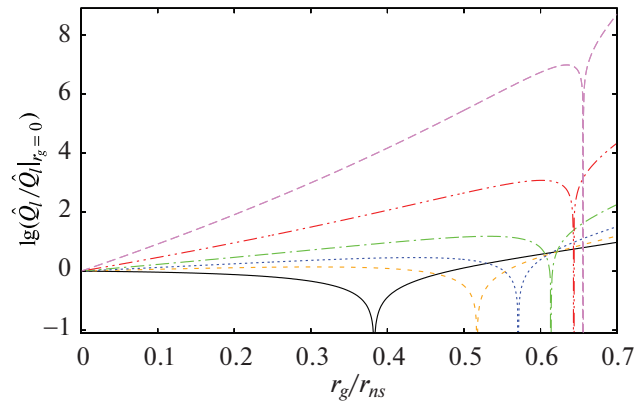


Рис. 8. То же, что на рис. 4, но для отношения $\hat{Q}_l / \hat{Q}_l|_{r_g=0}$.

одной гармоникой. Это — хорошее приближение только для пульсара с чисто дипольным магнитным полем $l = 1$. Однако надо иметь в виду, что вклады в тензор инерции от гармоник, для которых числа l отличаются более чем на 3, можно просто складывать. Поэтому наше рассмотрение годится и для пульсара с дипольным полем, мелкомасштабное поле которого может быть описано одной гармоникой с $l \approx 10$.

Заметим также, что в выражении (14) мы пренебрегли поправками $\sim (\Omega r_{ns}/c)^2$, что допустимо для медленно вращающихся пульсаров с $P \gtrsim 100$ мс. Учет же квадратичных по Ω членов весьма сложен, поскольку требует корректного учета торможения пульсара (см., например, комментарии в Бескин, Желтоухов, 2014), а также учета ускорения частиц в магнитосфере (см., например, Хакобян, 2023).

Максимальное значение индекса торможения пульсара $n = P\ddot{P}/\dot{P}^2$, связанное с прецессией, вы-

зываемой аномальным моментом, можно оценить как $n_{\max} = K_n 2\tau/T_p$, где $\tau = P/(2\dot{P})$ — характеристический возраст пульсара, T_p — период прецессии и K_n — коэффициент порядка единицы. Оценивая темп торможения пульсара как $\dot{\Omega} = K_{br}(2/3)m^2\Omega^3/(I_{ns}c^3)$, где I_{ns} — момент инерции звезды, $m = b_{10}r_{ns}^3\sqrt{3/(4\pi)}$ — дипольный магнитный момент пульсара, а K_{br} — коэффициент порядка единицы, зависящий главным образом от угла χ между угловой скоростью Ω и направлением магнитного момента \mathbf{m} . В рамках рассматриваемой в настоящей работе конфигурации поля $\Omega_z = \Omega \cos \chi$. Например, согласно работе Филиппов и др. (2014) $K_{br} \approx 1 + \cos^2 \chi$. Период прецессии T_p можно оценить как $T_p = K_{pr}PI_{ns}/\delta I_f$, где K_{pr} — коэффициент порядка единицы. В рассматриваемой в настоящей статье конфигурации поля при $m \neq 1$ он равен $K_{pr} = \cos \chi$. Тогда, полагая для

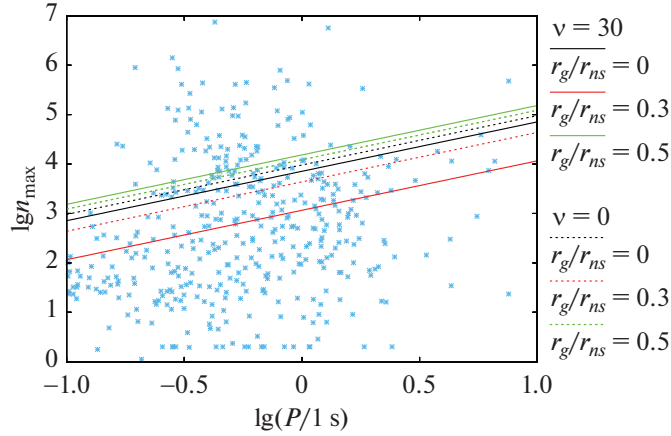


Рис. 9. Показана зависимость оценки максимального значения n_{\max} индекса торможения пульсара от его периода P для нескольких значений отношения r_g/r_{ns} . Сплошными кривыми показан случай $\nu = 30$, штрихованными $\nu = 0$. Звездочками отмечены наблюдаемые значения индексов торможения.

простоты, что мелкомасштабное поле нейтронной звезды описывается только одной гармоникой $l \approx 10$ и $m \neq 1$, мы получаем оценку на максимальное значение индекса торможения

$$n_{\max} = K_n \frac{K_{pr}}{K_{br}} \left(\frac{c}{\Omega r_{ns}} \right) \frac{\langle B_{10}^2 \rangle}{b_{10}} \times \quad (25)$$

$$\times \left(\frac{8}{5} \tilde{Q}_1 + \nu^2 K_{lm} \tilde{Q}_l \right),$$

где $\nu = \sqrt{\langle B_{lm}^2 \rangle / \langle B_{10}^2 \rangle}$ — среднее отношение напряженностей мелкомасштабной и дипольной компонент поля на поверхности нейтронной звезды. Получающиеся значения оценки n_{\max} для случая $l = 10$, $m = 10$ и $r_{ns} = 10$ км при условии $K_n K_{pr} / K_{br} \sim 1$ показаны на рис. 9. Видно, что искривление пространства может приводить как к уменьшению, так и к увеличению оценки n_{\max} , хотя в общем это влияние не велико. При этом стоит отметить, что при оценке величины индекса торможения n мы учли только вклад в прецессию, связанный с аномальным моментом, и не учли вклада деформации самой звезды. Поэтому большие индексы торможения n у ряда пульсаров, лежащих выше проведенных на рис. 9 линий, означают, что у них деформация нейтронной звезды дает вклад в эффективный тензор инерции намного больший, чем вклад аномального тормозящего момента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Асеев, Кечинашвили (E. Asseo and D. Khechinashvili), MNRAS **334**, 743 (2002).
2. Бескин В.С., Желтоухов А.А., Успехи физ. наук **184**, 865 (2014) [V.S. Beskin and A.A. Zheltoukhov, Phys. Usp. **57**, 799 (2014)].
3. Бирюков и др. (A. Biryukov, G. Beskin, and S. Kargov), MNRAS **420**, 103 (2012).
4. Владимиров Ю.С., *Классическая теория гравитации* (М.: Книжный Дом “ЛИБРОКОМ”, 2009), с. 175.
5. Гогличидзе и др. (O.A. Goglichidze, D.P. Barsukov, and A.I. Tsygan), MNRAS **451**, 2564 (2015).
6. Голдрейх (P. Goldreich), Astrophys. J. **160**, L11 (1970).
7. Джонес и др. (D.I. Jones, G. Ashton, and R. Prix), Phys. Rev. Lett. **118**, 261101 (2017).
8. Дэвис, Голдстейн (L. Davis and M. Goldstein), Astrophys. J. **159**, L81 (1970).
9. Логунов А.А., *Лекции по теории относительности и гравитации* (М.: Наука, 2005), с. 228.
10. Мелатос (A. Melatos), MNRAS **313**, 217 (200).
11. Нг (Kim Kwee Ng), Astrophys. J. **714**, 675 (2010).
12. Собьянин (D.N. Sob'yanin), MNRAS **497**, 1001 (2020).
13. Филиппов и др. (A. Philippov, A. Tchekhovskoy, and J.G. Li), MNRAS **441**(3), 1879 (2014).
14. Хакобян и др. (H. Hakobyan, A. Philippov, and A. Spitkovsky), Astrophys. J. **943**, 105 (2023).