

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ МНОГОКАНАЛЬНОГО ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ ИМПУЛЬСНЫХ РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

© 2024 г. В. А. Фёдорова^{1*}, А. Е. Родин^{1**}

¹Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

Поступила в редакцию: 28.04.2024 г.

После доработки 05.07.2024 г.; принята к публикации 18.07.2024 г.

Предложен новый подход к обнаружению радиоастрономических импульсных сигналов, основанный на многоканальном приеме, взамен традиционного порогового обнаружения. Показано, что для слабых и сверхслабых импульсных сигналов такой подход является предпочтительным, так как позволяет работать с сигналами, которые в случае порогового обнаружения были бы откинuty как недостоверные. Предложена новая интерпретация вероятности ложной тревоги, основанная на случайном упорядочивании сигнала в многоканальном приемнике. На основе этой вероятности введено эквивалентное отношение сигнал/шум, как если бы использовался одноканальный приемник. Впервые показаны теоретические зависимости $\text{Log } N - \text{Log } F$ для шумовых вариаций, подчиняющихся распределению Гаусса и Лапласа. Показано, что шумовые вариации не могут объяснить закон $-3/2$, соответствующий равномерному распределению источников в пространстве. Предложенный новый подход применен к радиоастрономическим данным радиотелескопа БСА ФИАН.

Ключевые слова: звезды — сверхновые; звезды — нейтронные звезды.

DOI: 10.31857/S0320010824070024, EDN: MCBXKP

1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие радиоастрономической техники привело к тому, что со временем космические сигналы принимаются во все более широкой полосе частот с использованием либо многоканальных приемников, либо методом прямой оцифровки сигнала во всей наблюдательной полосе. Это позволяет применять более продвинутые методы выделения сигналов из шумов, в частности используя частотную зависимость времени прихода от частоты — так называемую дисперсионную задержку. В этом случае считают, что сам факт поведения сигнала в зависимости от частоты и ширины частотного канала доказывает его космическое происхождение. Суммарный импульс при этом может быть относительно слабым с точки зрения отношения сигнал/шум, тем не менее он учитывается исследователями как реальный именно в силу наблюдаемой частотной зависимости. Именно такая ситуация сейчас сложилась с регистрацией быстрых радиовсплесков за рубежом, когда исследователи хотя и декларируют, что нужно учитывать только сигналы с $S/\text{Ш} \geq 7$, но

в каталог заносят заведомо более слабые сигналы, не приводя при этом отношение сигнал/шум.

Хорошим примером из совершенно другой области астрономии того, что подход, основанный на пороговом обнаружении, устарел и нуждается в замене, является регистрация на гравитационно-волновых антеннах сигналов от катастрофических событий типа слияний черных дыр и/или нейтронных звезд. В этом случае гораздо более весомым аргументом за реальность события является уникальная частотная зависимость от времени принимаемого сигнала, хотя зачастую отношение сигнал/шум при этом совершенно не соответствует классическим пороговым критериям достоверности (рис. 1). На графике на грани обнаружения виден нелинейный сигнал с $S/\text{Ш} \approx 2.5$. Если бы мы по-прежнему придерживались критериев, основанных на пороговом обнаружении, сигнал непременно был бы отброшен как недостоверный, и исследователи лишились ценного научного материала.

В этой статье предлагается в качестве критерия достоверности использовать хорошо известное в радиофизике понятие вероятности ложной тревоги $P_{\text{ЛТ}}$, которое является гораздо более универ-

*Электронный адрес: v.fedorova@lebedev.ru

**Электронный адрес: a.rodin@lebedev.ru

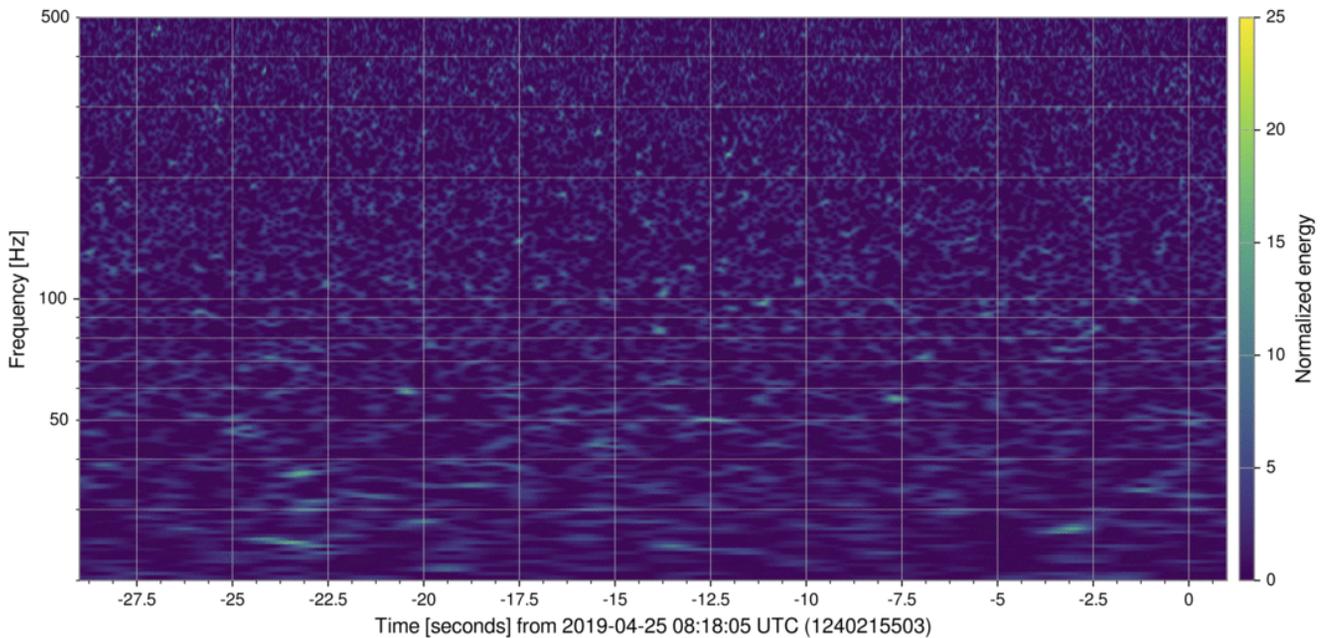


Рис. 1. График гравитационно-волнового события GW 190425. Данные взяты из электронного ресурса (GW190425, 2019a,b)

сальным в сравнении с отношением сигнал/шум. Вероятность ложной тревоги можно вычислить для всех современных сложных сигналов. При этом оказывается, что часто $P_{\text{ЛТ}}$ стремится к исчезающе малой величине, что неявно используется некоторыми исследователями как обоснование достоверности даже относительно слабых сигналов.

Вероятность ложной тревоги однозначно связана с формой распределения случайной величины и ее отклонением от среднего. В итоге мы можем ввести так называемое эквивалентное отношение сигнал/шум, основанное на вероятности $P_{\text{ЛТ}}$ и функции плотности распределения, как если бы мы имели дело с одноканальным приемником. Эти расчеты приведены в разделе 3.3.

Поскольку в качестве критерия достоверности де-факто используется поведение сигнала в зависимости от времени и частоты, как в случае с динамическим спектром, то совершенно необходимым является надежное визуальное выделение сигнала на фоне шумов. При таком подходе предлагается использовать так называемый радиометрический выигрыш — хорошо известную в радиофизике величину $\sqrt{\tau \Delta f}$, где τ — постоянная интегрирования, Δf — частотная полоса. В разделе 2 будет показано, что большой радиометрический выигрыш является более предпочтительным для обнаружения радиоастрономических сигналов в сравнении с простым увеличением амплитуды сигнала путем использования узких частотных каналов.

Наконец, последним вопросом, рассматриваемым в статье в разделе 4, является теоретическая

зависимость подсчета источников в зависимости от их яркости $\text{Log } N - \text{Log } F$, построенная для двух видов распределений шума: по Гауссу и по Лапласу.

Так как доказательство космического происхождения транзиентных импульсных сигналов является одной из самых сложных задач современной радиоастрономии, подход, предлагаемый в статье, призван помочь разрешить этот вопрос.

В качестве наблюдательного материала в статье используются радиоастрономические данные антенны БСА ФИАН из работ (Фёдорова, Родин, 2019a,b, 2021; Фёдорова, 2023). В первую очередь речь идет об обнаружении одиночных импульсных сигналов типа быстрых радиовсплесков (FRB — fast radio burst) и вращающихся радиотранзиентов (RRATs — rotation radio transients). На БСА ФИАН уже обнаружено более 60 быстрых радиовсплесков, несколько десятков новых пульсаров и радиотранзиентов. Обнаружение импульсных сигналов на других радиотелескопах, например, регистрация быстрых радиовсплесков на радиотелескопе CHIME, дано в статье (Куртин и др., 2024). На радиотелескопе LOFAR также зарегистрированы импульсы от повторяющегося события FRB 20180916B (Плеунис и др., 2021). Для обнаружения FRB использовалась свертка с шаблоном согласованной формы с последующим визуальным анализом данных. Для обнаружения пульсаров использовалось быстрое преобразование Фурье, в котором использовалась пороговое обнаружение гармоник амплитудой выше 3σ , с последующей сверткой с обнаруженным периодом и визуальным подтверждением дисперсионного запаздывания импульсов как до-

полнительного критерия космического происхождения импульсов. В качестве работ с подробным объяснением алгоритма обнаружения, например, можно привести работы (Фёдорова, Родин, 2019a,b, 2021; Фёдорова, 2023; Родин и др., 2017).

2. ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПОИСКА СЛАБЫХ СИГНАЛОВ В МНОГОКАНАЛЬНЫХ ДАННЫХ РАДИОТЕЛЕСКОПА БСА ФИАН

С 2017 года в Пушинской радиоастрономической обсерватории ведется поиск быстрых радиовсплесков с помощью радиотелескопа БСА ФИАН (Фёдорова, Родин, 2019a,b, 2021; Фёдорова, 2023), который является самым чувствительным инструментом в мире в метровом диапазоне длин волн. Несравненным преимуществом перед другими радиотелескопами является широкое поле зрения антенны (~ 60 кв. гр.) и флуктуационная чувствительность 140 мЯн (Орешко и др., 2017). Также отличительной особенностью инструмента является возможность одновременной записи наблюдательных данных в полосе приема 2.5 МГц в двух режимах: в шести частотных каналах с временным разрешением 0.1 сек и шириной канала 416 кГц, и 32-частотных каналах с временным разрешением 0.0125 сек, шириной канала 78 кГц. Поиск быстрых импульсных радиосигналов осуществляется в 6-канальных данных. Такое решение было принято в связи с тем, что производился поиск импульсов шириной несколько сотен миллисекунд, для которых избыточное временное разрешение не нужно, а также с меньшим объемом данных и, соответственно, более быстрой обработкой.

Сложность поиска слабых импульсов в метровом диапазоне длин волн заключается в том, что они имеют пиковую плотность потока несколько сотен миллианских (FRBSTATS). Соответственно с помощью общепринятых методов профиль таких импульсов на фоне шумовой дорожки невооруженным глазом не виден как и дисперсионная задержка сигнала на динамическом спектре. Кроме того, всплески радиоизлучения представляют собой единичные импульсы, поэтому, в отличие от радиопульсаров, их естественную природу гораздо сложнее доказать в связи с отсутствием повторяемости импульсов.

Основными факторами, воздействующими на импульсные радиосигналы при их распространении в межзвездной среде, являются дисперсионное запаздывание и рассеяние. Дисперсионное запаздывание определяется следующей формулой

$$t_{DM} = \frac{DM}{f^2}, \quad (1)$$

где f — наблюдательная частота (Томпсон и др., 2003), DM — так называемая мера дисперсии, которая показывает количество электронов по пути распространения сигнала и выражается формулой

$$DM = \int_0^L n_e(l) dl, \quad (2)$$

где $n_e(l)$ — концентрация электронов по пути распространения, L — расстояние до радиосточника. Рассеяние импульсных сигналов для галактических источников подчиняется закону $\Delta\tau \propto f^{-4}$ (Шойер, 1968; Рикетт, 1969). Дисперсионное запаздывание приводит к тому, что при приеме в частотных каналах конечной ширины импульс дополнительно уширяется на величину $\Delta t = -2DM\Delta f/f^3$. На частоте БСА ФИАН 111 МГц и ширине частотного канала 416 кГц эффекты рассеяния и уширения сравниваются по величине при $DM \approx 350 \div 360$ пк/см³. При $DM > 360$ пк/см³ доминирует эффект рассеяния. Приведенное сравнение верно для галактических источников, пульсаров и радиотранзиентов. Для внегалактических быстрых радиовсплесков, как показано в статьях (Фёдорова, Родин, 2021; Лоример и др., 2013; Карастергиу и др., 2015), рассеяние намного меньше и не подчиняется закону f^{-4} , что и позволяет их наблюдать несмотря на гигантские меры дисперсии.

В ходе специально проведенного математического моделирования было показано, что в силу особенностей параметров БСА ФИАН мы имеем дело с широкими импульсами, форма которых показана на рис. 2 и подробно описана в работе (Фёдорова, Родин, 2019a). Под широкими импульсами мы понимаем длительность сигнала сотни миллисекунд на частоте 111 МГц. Кроме того, вся методика поиска импульсных сигналов на указанной частоте была выстроена именно под обнаружение широких импульсов. Рис. 2a показывает пример импульса, пришедшего на радиотелескоп и уширенного межзвездной средой. На рис. 2b показана форма импульса после уширения в шести частотных каналах.

Рассмотрим в качестве примера два импульса различной ширины, зарегистрированных в 6-канальных данных радиотелескопа БСА ФИАН, которые показаны на рис. 3. На рис. 3a изображен импульс, ширина которого 1 с. На рис. 3b показан импульс, ширина которого значительно меньше и равна 0.1 с. Под шириной импульса мы понимаем ширину на уровне $1/e$. Уширение в частотном канале одинаково в обоих случаях и составляет 0.9 с. Как можно заметить, в первом случае после уширения сигнала в каждом из шести частотных каналов на выходе мы получаем незначитель-

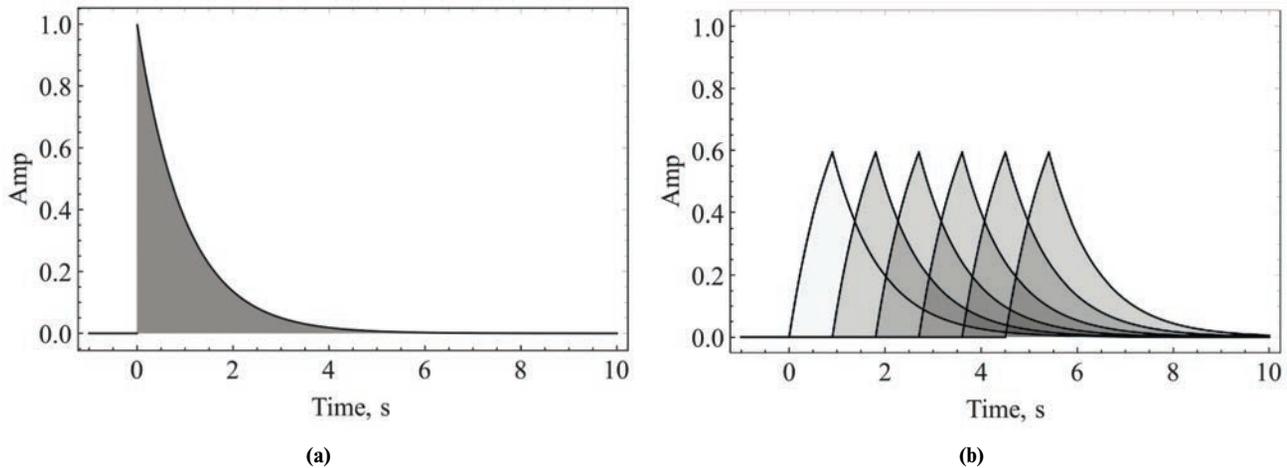


Рис. 2. Форма импульса, полученная в ходе моделирования в работе Фёдорова, Родин (2019а). а) — форма импульса, принятого антенной; б) — форма импульса после уширения в шести частотных каналах.

ное падение амплитуды суммарного импульса, чего нельзя сказать о втором случае. Рис. 3б показывает, что при прохождении узкого импульса в результате уширения мы получаем значительное падение амплитуды сигнала. При этом, забегая вперед, следует отметить, что даже такое сильное падение амплитуды не препятствует визуальному поиску в динамических спектрах импульсных сигналов с дисперсионной задержкой в данных радиотелескопа БСА ФИАН.

Изначально радиотелескоп БСА ФИАН создавался под конкретную научную задачу — поиск и наблюдение пульсаров (Кузьмин, Сороченко, Илясов). Как уже было неоднократно сказано, радиотелескоп БСА ФИАН ведет запись данных в двух режимах: 6 и 32 частотных канала с соответствующим временным разрешением 0.1 с и 0.0125 с соответственно. 32-канальные данные как нельзя лучше подходят для поиска и наблюдений коротких импульсных сигналов типа пульсаров или радиотранзиентов, у которых величина меры дисперсии в среднем находится в пределах 20–100 пк/см³ и уширение в частотных каналах при данной мере дисперсии незначительно. Здесь и далее “уширением” мы называем увеличение ширины импульса в отдельном частотном канале за счет комбинированного эффекта дисперсионной задержки при распространении в ионизованной среде и конечной ширины частотного канала.

В случае поиска единичных импульсных сигналов ситуация с их регистрацией складывается иным образом. На частоте 111 МГц — это импульсы длительностью несколько сотен миллисекунд, имеющие большую меру дисперсии. Поэтому для поиска радиовсплесков в данном случае больше подходят данные, с относительно невысоким временным разрешением. Кроме того, при визуальном анали-

зе на динамическом спектре за счет радиометрического выигрыша (см. ниже) импульс лучше всего виден именно в 6-канальных данных. Ниже приведен пример, в котором рассмотрен модельный импульс шириной 0.2 с (рис. 4а и 5а). Профиль импульса, записанный в 32-канальных данных ожидаемо, более узкий и имеет большую амплитуду в сравнении с профилем сигнала в 6-канальных данных (рис. 4д и 5д). Несмотря на большую амплитуду сигнала, в динамическом спектре 32-канальных данных он просматривается на пределе визуального обнаружения (рис. 4б-с), чего нельзя сказать о динамическом спектре 6-канальных данных (рис. 5б-с). Такая ситуация объясняется разным отношением “сигнал/шум” в динамическом спектре, который в случае 6-канальных данных примерно 6.5 раз больше, чем в 32-канальных данных. Отношение С/Ш улучшается за счет так называемого радиометрического выигрыша, который определяется как $\sqrt{\tau\Delta f}$, где τ — постоянная интегрирования (временное разрешение), Δf — полоса приема отдельного частотного канала и который представляет собой ни что иное как усреднение сигнала по полосе Δf и интервалу τ . Результирующее отношение сигнал/шум включает в себя выражение для радиометрического выигрыша (Томпсон и др., 2003).

$$\frac{S}{N} = C \frac{T_A}{T_S} \sqrt{\Delta f \tau}, \quad (3)$$

где T_A — антенная температура, T_S — системная температура, C — постоянная прядка единицы.

Антенная температура связана с плотностью потока радиоисточника S через следующие формулы

$$P_r = \frac{1}{2} AS\Delta f, \quad (4)$$

$$P_r = kT_A\Delta f, \quad (5)$$

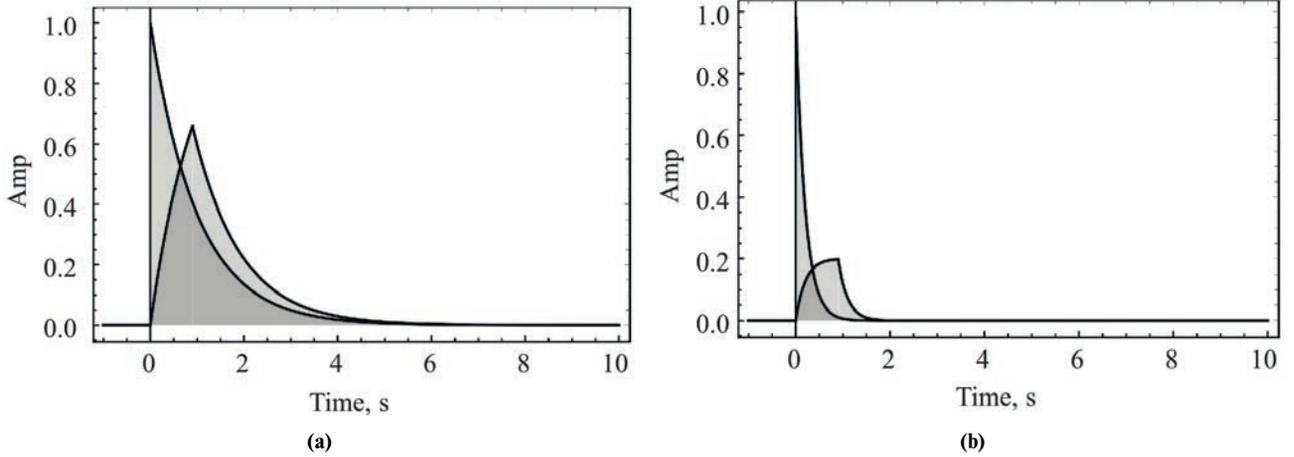


Рис. 3. Падение амплитуды импульса при уширении в шести частотных каналах. а) — ширина импульса на уровне $1/e$ равна 1 с; б) — ширина импульса равна 0.2 с. В обоих случаях уширение в каждом частотном канале составляет 0.9 с.

P_r — мощность излучения, принимаемого от радиоисточника, k — постоянная Больцмана, A — эффективная площадь антенны.

Таким образом, если сравнивать 6- и 32-канальные динамические спектры, то отношение сигнал/шум в каждом элементе 6-канального динамического спектра будет выше в 6.5 раз:

$$\frac{\sqrt{\tau_6 \Delta f_6}}{\sqrt{\tau_{32} \Delta f_{32}}} = \frac{\sqrt{0.1 \text{ с} \cdot 416 \text{ кГц}}}{\sqrt{0.0125 \text{ с} \cdot 78 \text{ кГц}}} \cong 6.5, \quad (6)$$

где Δf_6 и Δf_{32} — ширина полосы одного частотного канала, Δt_6 и Δt_{32} — временное разрешение для данных записанных в режиме шести и 32 каналов.

Наглядный пример того, как “работает” радиометрический выигрыш, показан на реальных записях одного и того же импульса в 6 и 32 каналах радиотелескопа БСА ФИАН. На рис. 6а и 6б отчетливо видно, что импульс, видимый в 6-канальных записях, совершенно теряется в 32-канальных данных несмотря на увеличение амплитуды сигнала.

Действительно, если рассмотреть реальный радиовсплеск на рис. 6б, то мы увидим суммарный профиль импульса длительностью $\Delta t = 0.78$ с, записанного в 32 частотных каналах, отношение сигнал/шум которого 4.3 — величина совершенно недостаточная для классического порогового обнаружения. Более того, если обратить внимание на динамический спектр данного импульса, то импульс практически не виден на записи, чего нельзя сказать о динамическом спектре в шести частотных каналах, приведенном на рис. 6а. В этом случае импульс в динамическом спектре хорошо виден и отчетливо выделяется на фоне шумов. Также на рис. 6а приведен суммарный профиль импульса, свернутого с шаблоном согласованной формы, применение которого позволяет получить дополнительный выигрыш в отношении сигнал/шум

пропорциональный \sqrt{N} , где N — эквивалентная ширина шаблона в отсчетах времени. В этом случае мы видим, что мелкие шумовые вариации сглажены и сигнал лучше выделяется на фоне шумов, а его ширина ожидаемо увеличилась и составляет $\Delta t = 2.1$ с.

Таким образом, на практике дело сводится к тому, что хотя формально амплитуда импульса увеличивается в число раз, равное отношению ширины частотных каналов, импульс регистрируется при худшем отношении сигнал/шум (рис. 6).

Еще раз отметим преимущество методики свертки наблюдательных данных с шаблоном согласованной формы, эквивалентная ширина которого $\Delta t = 1$ с и которая повышает отношение сигнал/шум еще в $\sqrt{10}$ раз. Таким образом, суммарный выигрыш от применения свертки данных с шаблоном согласованной формы и радиометрического выигрыша составляет ≈ 20 раз, что многократно превышает увеличение амплитуды искомого импульса в $32/6 \approx 5.3$ раза за счет более узких частотных каналов. Подчеркнем, что вышеприведенные рассуждения верны для визуального обнаружения импульсов в динамическом спектре, которое применялось в работах Фёдорова, Родин (2019a,b, 2021); Фёдорова (2023).

Альтернативой пороговому обнаружению служит метод выделения сигнала, основанный на выделении поведения сигнала в зависимости от времени и частоты в наблюдательных данных. Как уже говорилось во введении, в случае гравитационно-волновых наблюдений катастрофических явлений типа слияний ЧД и/или НЗ главным критерием является детерминированная кривая на частотно-временной зависимости (рис. 1). В случае радиоастрономических данных рассматривают поведение сигнала в динамическом спектре.

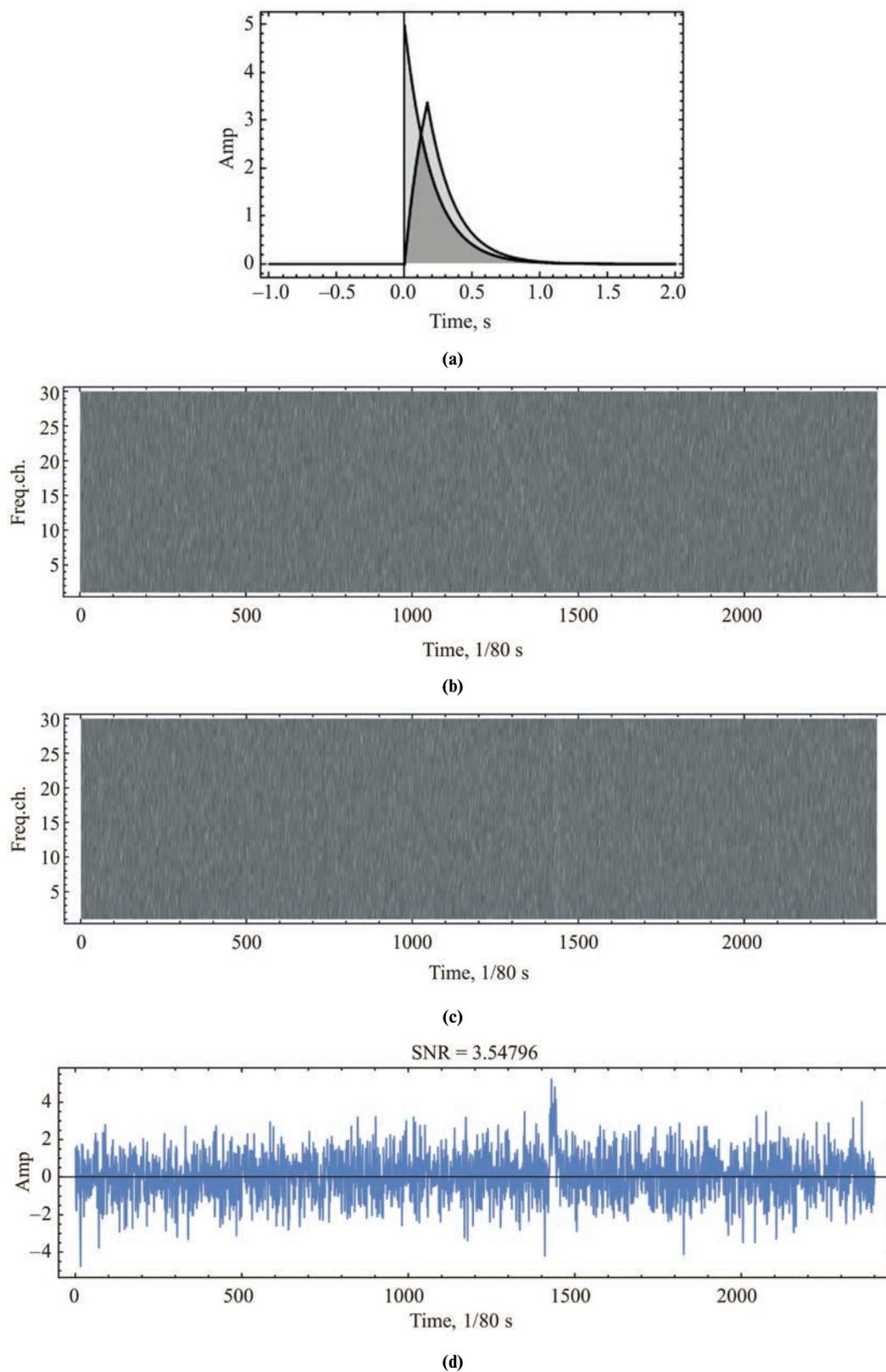


Рис. 4. а) Импульс с большей амплитудой – импульс, принимаемый радиотелескопом БСА ФИАН, импульс с меньшей амплитудой – форма сигнала после уширения в 32 частотных каналах. б) Динамический спектр импульса, записанного в 32-канальных данных без компенсации меры дисперсии. в) Динамический спектр импульса, записанного в 32-канальных данных с компенсацией меры дисперсии. д) Суммарный профиль импульса.

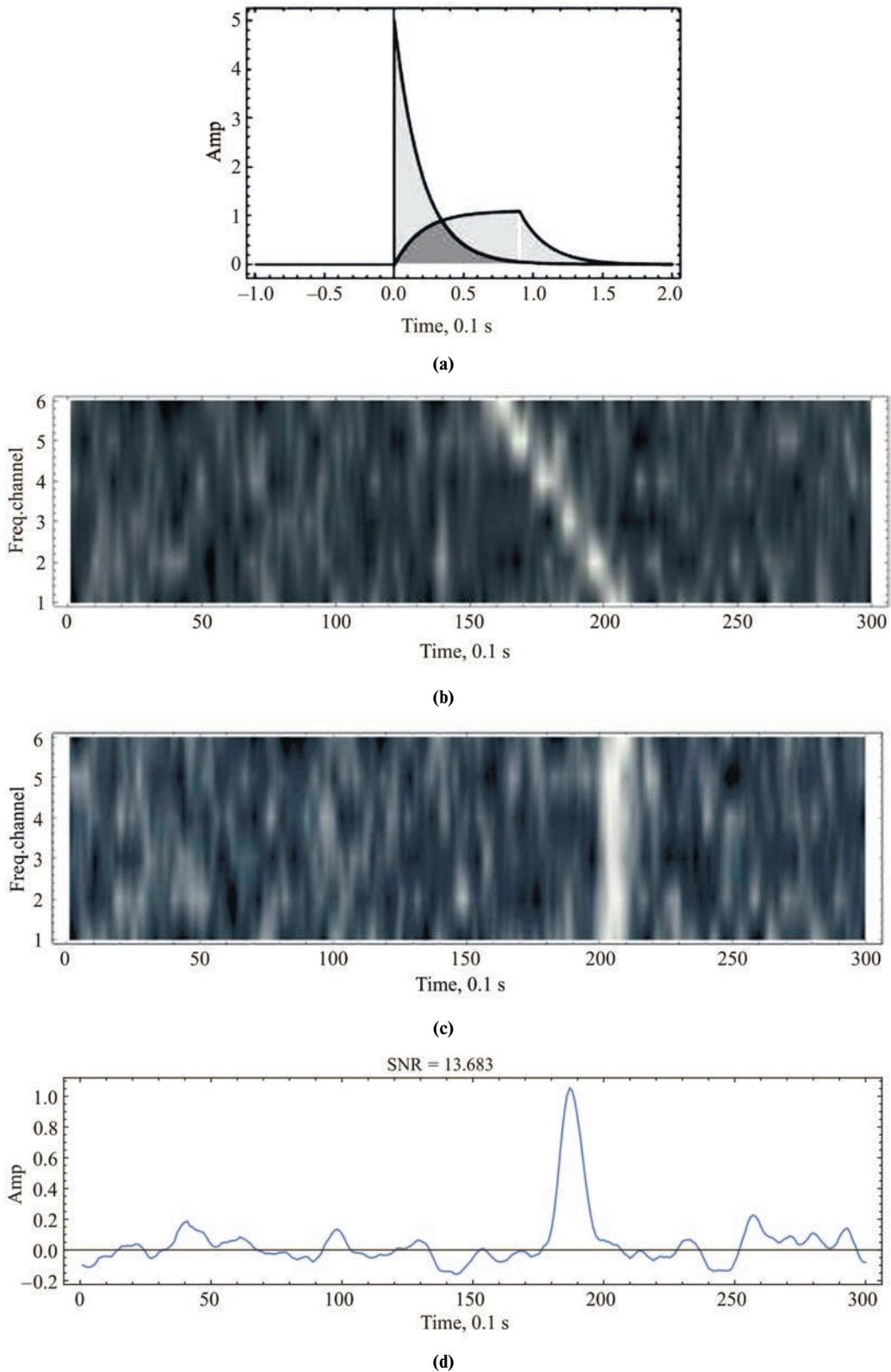


Рис. 5. а) Импульс с большей амплитудой – импульс принимаемый радиотелескопом БСА ФИАН, импульс с меньшей амплитудой – сигнал после уширения в шести частотных каналах. б) Динамический спектр импульса, записанного в 6-канальных данных без компенсации меры дисперсии. в) Динамический спектр импульса, записанного в 6-канальных данных с компенсацией меры дисперсии. г) Суммарный профиль импульса. На рис. б)–г) применена свертка с шаблоном согласованной формы.

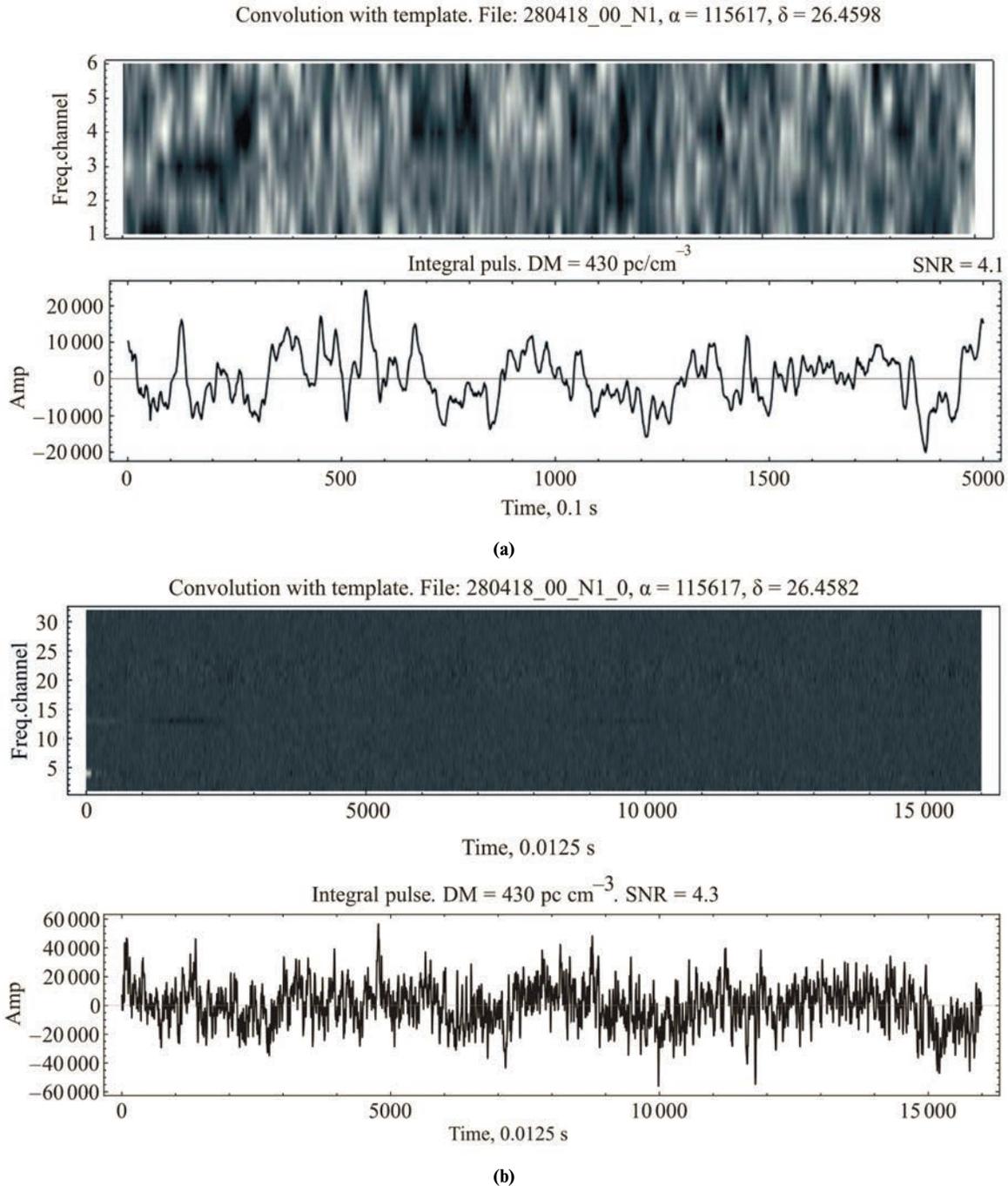


Рис. 6. Сравнение записей данных радиотелескопа БСА ФИАН, сделанных в режиме а) шести частотных каналов и б) 32 частотных каналов. На верхних изображениях рисунков а) и б) показаны динамические спектры импульсов. По оси ординат приводятся номера частотных каналов от наименьшей частоты к наибольшей. На нижних изображениях рисунков а) и б) показаны суммарные профили импульсов. По оси ординат приведена амплитуда в единицах АЦП ($1 \text{ Ян} \approx 1.7 \times 10^5 \text{ ед. АЦП}$). Для нижних и верхних рисунков по оси абсцисс приводится время. Одна точка соответствует 0.0125 с для записи в 32 частотных каналах (нижний рисунок) и 0.1 с для записи в шести частотных каналах (верхний рисунок). На обоих рисунках а) и б) оси абсцисс в динамическом спектре и суммарном профиле импульса совпадают

Так как импульсный сигнал распространяется в межзвездной и межгалактической плазме, то он испытывает запаздывание, которое определяется формулой (1).

В динамическом спектре нелинейная зависимость $\Delta \sim f^{-2}$ выражается в виде запаздывания сигнала к низким частотам. В классическом пороговом обнаружении детектирование суммарно-

го импульса сводится к превышению его амплитуды наперед заданной величины. Но гораздо более сильным критерием неслучайности импульса является сама зависимость задержки сигнала от частоты $\Delta \sim f^{-2}$. Вычислению вероятности случайного упорядочивания шумовых флуктуаций посвящен специальный раздел статьи.

3. ШУМОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ИЛИ КОСМИЧЕСКИЕ ИМПУЛЬСЫ НА РЕКОРДНО НИЗКОЙ ЧАСТОТЕ?

3.1. О помеховой обстановке

В начале исследования быстрых радиовсплесков ученые обсерватории Паркс столкнулись с феноменом перитонов — искусственными сигналами, полностью имитировавшими быстрые радиовсплески (Петрофф и др., 2015). Впервые данное явление ученые фиксировали еще в 1998 году с частотой не более нескольких раз в год. Сигналы регистрировались, как мощные миллисекундные вспышки, их природа была не ясна, но неоднократно высказывались предположения о том, что таким образом могли регистрироваться разряды молнии.

В случае с парковскими перитонами сразу стало понятно, что данное явление — это земные помехи. На тот момент было зарегистрировано уже несколько быстрых радиовсплесков и все они приходили из какой-либо конкретной области. Перитоны в момент регистрации были очень похожи на быстрые радиовсплески, но главное их отличие состояло в том, что они не имели выделенного направления, а регистрировались со всей небесной сферы и во всех лучах диаграммы направленности радиотелескопа. В результате учеными была проведена исследовательская работа, в результате которой выяснилось, что данные помехи возникают в момент отключения магнетрона СВЧ-печи.

Данный пример свидетельствует о том, что доказательство естественной природы импульсов — это сложная задача, требующая тщательного анализа и проверки. Авторами данной работы неоднократно были представлены критерии, которые позволяют отличить импульсы космического происхождения на низких частотах от радиопомех:

1. Видны в одном луче диаграммы.
2. Имеют частотную зависимость времени прихода.
3. Регистрируются во всех шести каналах.
4. Имеют относительно невысокую амплитуду.

Импульсы, которые не удовлетворяли вышеприведенным условиям, считались помехами и не рассматривались (Фёдорова, Родин, 2019b).

В этой же работе (Фёдорова, Родин, 2019b) показано, что помеховая обстановка около БСА контролируется регулярно. Соответственно, на осно-

вании многолетних измерений авторами выделяются следующие виды помех:

1. Атмосферные (грозовые разряды, возмущения ионосферы во время солнечных вспышек).
2. Индустриальные (искровые разряды от работающих электроприборов, проезжающих автомобилей, электросварки и другое).
3. Помехи от радиооборудования (телевидение, УКВ-радиостанции, РЛС и прочее).

3.2. О вероятности ложной тревоги

Оценка достоверности импульса как реально-го космического сигнала является весьма условным соглашением между наблюдателями. В радиоастрономии поиск импульсных сигналов естественной природы практически всегда сводился к одной методике — пороговому обнаружению. Большинство исследователей считает, что если сигнал имеет амплитуду выше $5-7\sigma$, где σ — это среднеквадратическое отклонение шумовой дорожки, то это с большой долей вероятности реальный космический импульс. Обычно в работах по обнаружению импульсов пульсаров или радиотранзиентов в качестве пороговой величины берется $C/Ш \geq 7$ (Родин и др., 2017). Что касается конкретно быстрых радиовсплесков, обнаруженных на зарубежных инструментах, то в некоторых случаях наблюдатели не стесняются давать оценку отношения сигнал/шум, равную нулю, при этом считая сигнал реальным (FRBSTATS).

Так как на частоте 111 МГц быстрые радиовсплески представляют собой слабые импульсы, в данном случае применять к ним вышеуказанные критерии не совсем корректно. Поэтому в нашей работе на этапе отбора импульсов-кандидатов в быстрые радиовсплески мы пользовались именно визуальным анализом, а не пороговым обнаружением. При этом на кандидаты накладывался, как уже отмечалось, жесткий критерий: импульс должен быть виден в каждом частотном канале и только в одном луче радиотелескопа БСА ФИАН.

Итак, рассмотрим пример. Экспериментально установлено, что при визуальном анализе в каждом частотном канале импульс хорошо виден глазом при амплитуде 1.5σ . В этом случае отношение $C/Ш$ суммарного сигнала будет равно 3.7 (рис. 7). Среди импульсов, обнаруженных на частоте 111 МГц всего несколько имеют значение $C/Ш \approx 3-4.5$, остальные же имеют значение $C/Ш \geq 5$. Это свидетельствует о том, что визуальный метод выделения слабых сигналов на фоне шумовых флуктуаций не уступает пороговому обнаружению, несмотря на малое отношение сигнал/шум суммарного импульса.

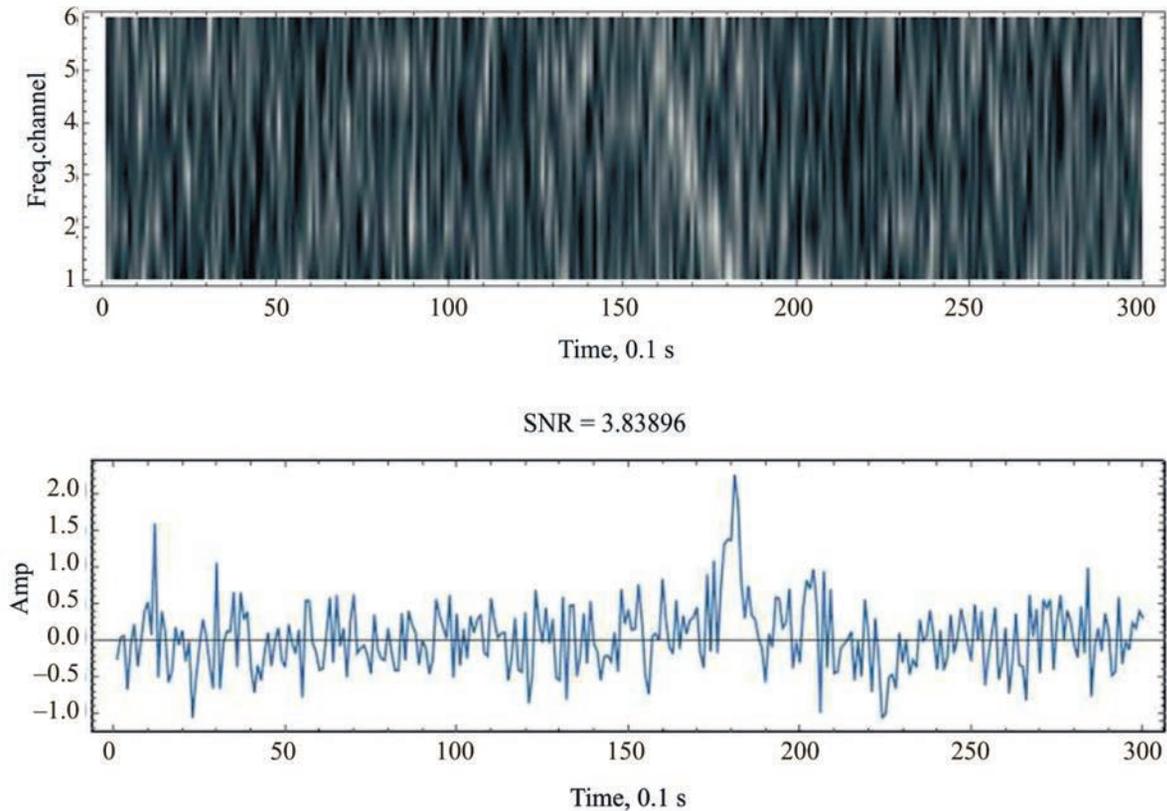


Рис. 7. Пример динамического спектра (верхнее изображение) и суммарного профиля импульса (нижнее изображение), которые исследуются визуальным методом в ходе поиска импульсных радиосигналов на частоте 111 МГц. На верхнем изображении представлен динамический спектр с отдельными импульсами в каждом из шести частотных каналов, амплитуда которых 1.5σ . Суммарный профиль при этом имеет отношение «сигнал/шум» ≈ 3.8 . По оси ординат на верхнем рисунке приводятся номера частотных каналов от наименьшей частоты к наибольшей, на нижнем рисунке — амплитуда в произвольных единицах

Поскольку в нашей работе мы имеем дело со слабыми сигналами, неоднократно возникал вопрос о том, могут ли шумовые флуктуации случайно выстраиваться в искомый динамический спектр? Для ответа на этот вопрос в первую очередь нами была проанализирована сама шумовая дорожка без каких-либо сигналов. В результате анализа было установлено, что шумы в шумовой дорожке подчиняются смешанному распределению: шумовые выбросы, имеющие отрицательные значения, подчиняются распределению Стьюдента, а выбросы, имеющие положительные значения, подчиняются распределению Лапласа (рис. 8), поэтому далее в работе рассматривается только распределение Лапласа и для сравнения с ним распределение Гаусса.

Также в работах (Фёдорова, Родин, 2019b; Фёдорова, 2023) была рассмотрена вероятность случайного выстраивания шумовых флуктуаций в реальный динамический спектр. В результате в зависимости от ширины импульса была получена оценка данной вероятности, равная 10^{-12} – 10^{-16} . Эта

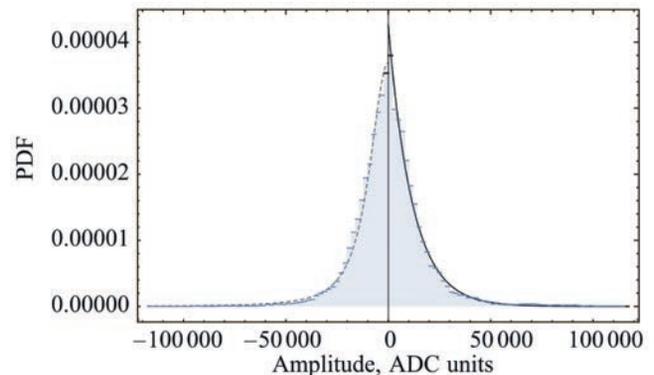


Рис. 8. Смешанное распределение шумов в шумовой дорожке часовой записи радиотелескопа БСА ФИАН. Прерывистой линией показаны вариации шумового сигнала, имеющие отрицательные значения и подчиняющиеся распределению Стьюдента. Сплошной линией отмечены вариации шумового сигнала, имеющие положительные значения и подчиняющиеся распределению Лапласа

оценка дается при приеме сигнала в многоканальном приемнике и по своему смыслу является ничем иным как вероятностью ложной тревоги — вероят-

ность, с которой мы принимаем случайный шумовой выброс за реальный сигнал в отсутствии реального сигнала. Если же мы проведем аналогию с пороговым обнаружением и рассмотрим одноканальный приемник, то, в таком случае, вероятность ложной тревоги при заданной функции плотности вероятности распределения шумов однозначно определяется пороговым отношением сигнал/шум.

В качестве примера рассмотрим уравнение (7), которое описывает плотность вероятности нормально распределенной случайной величины. Вероятность ложной тревоги сводится к вычислению интеграла

$$P_{\text{ЛТ}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\infty} e^{-x^2/2} dx \approx \frac{e^{-\alpha^2/2}}{\sqrt{2\pi\alpha}} \quad (\alpha \gg 1), \quad (7)$$

где α — пороговое отношение сигнал/шум.

Зависимость величины порогового отношения С/Ш от вероятности ложной тревоги $\alpha(P_{\text{ЛТ}})$ находится путем решения уравнения (7) относительно α и определяется следующей формулой

$$\alpha(P_{\text{ЛТ}}) = \sqrt{2} \operatorname{Ierf}(-1 + 2P_{\text{ЛТ}}), \quad (8)$$

где Ierf — обратная функция ошибок, которая определяется как решение для переменной z в уравнении $s = \operatorname{erf}(z)$, где $\operatorname{erf}(z)$ — это интегральная функция распределения случайной величины. График зависимости $\alpha(P_{\text{ЛТ}})$ для нормально распределенной случайной величины показан на рис. 9 сплошной серой линией.

Аналогичные вычисления можно провести для случайной величины, подчиненной распределению Лапласа. В этом случае зависимость $\alpha(P_{\text{ЛТ}})$ определяется формулой

$$\alpha(P_{\text{ЛТ}}) = \begin{cases} -\ln 2(1 - P_{\text{ЛТ}}), & 0 \leq P_{\text{ЛТ}} < 1/2, \\ \ln(2P_{\text{ЛТ}}), & 1/2 \leq P_{\text{ЛТ}} < 1. \end{cases} \quad (9)$$

График зависимости $\alpha(P_{\text{ЛТ}})$ для распределения Лапласа показан на рис. 9 прерывистой линией.

Так как определение вероятности ложной тревоги носит универсальный характер, то оно является первичным по отношению к критерию порогового обнаружения, применяемого в случае одноканального приема. Для перехода от одного метода обнаружения к другому можно сопоставить $P_{\text{ЛТ}}$, основанное на многоканальном приеме, с отношением сигнал/шум в одноканальном приемнике. Тогда для верхней оценки вероятности $P_{\text{ЛТ}} = 10^{-12}$ величина $\alpha \approx 7$ для нормального распределения и $\alpha \approx 25 \div 30$ для распределения Лапласа. Обе величины соответствуют высокому уровню достоверности.

Хотя расчет вероятности ложной тревоги неоднократно приводился в предыдущих статьях, приведем здесь еще один альтернативный метод расчета, который ожидаемо приводит к тому же результату. Рассмотрим пример динамического спектра, получаемого на БСА. Типичная продолжительность записи $T = 300$ секунд, что в среднем соответствует прохождению источника через диаграмму БСА. После сглаживания шаблоном с эквивалентной шириной 1 с имеем в каждом из $M = 6$ частотных каналах $N = TM$ отсчетов. Таким образом, вероятность появления сигнала случайным образом в динамическом спектре сводится к известной задаче спорлото выпадения шести нужных чисел. Запишем вероятность в общем виде

$$P_1 = \frac{L}{N_{\text{tot}}}, \quad (10)$$

где L — это число благоприятных исходов, N_{tot} — общее число исходов. L сверху можно оценить величиной T^2 , которая учитывает, что сигнал может появиться в любом месте динамического спектра и может иметь произвольную меру дисперсии. Общее число исходов дается известной из комбинаторики формулой

$$N_{\text{tot}} = \frac{N!}{M!(N-M)!} = 46\,846\,777\,478\,732\,700. \quad (11)$$

В этом случае вероятность случайного “выпадения” сигнала без учета отношения сигнал/шум равна $P = 1.9 \times 10^{-12}$.

Экспериментально установлено, что на пределе визуального обнаружения человеческий глаз в динамическом спектре в каждом частотном канале выделяет импульсный сигнал с С/Ш = $\alpha = 1.5$. В случае 6-канальных данных отношение сигнал/шум суммарного импульса будет $\alpha = 1.5\sqrt{6} \approx 3.8$. Вероятность превышения сигналом порога αP_2 в общем виде выражается формулой (Гуткин, 1972)

$$P_2 = \int_{\alpha}^{\infty} f(x) dx, \quad (12)$$

где $f(x)$ — плотность вероятности распределения случайной величины. Для централизованного ряда с $\sigma = 1$ распределения Гаусса

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}, \quad (13)$$

и распределения Лапласа

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}, \quad (14)$$

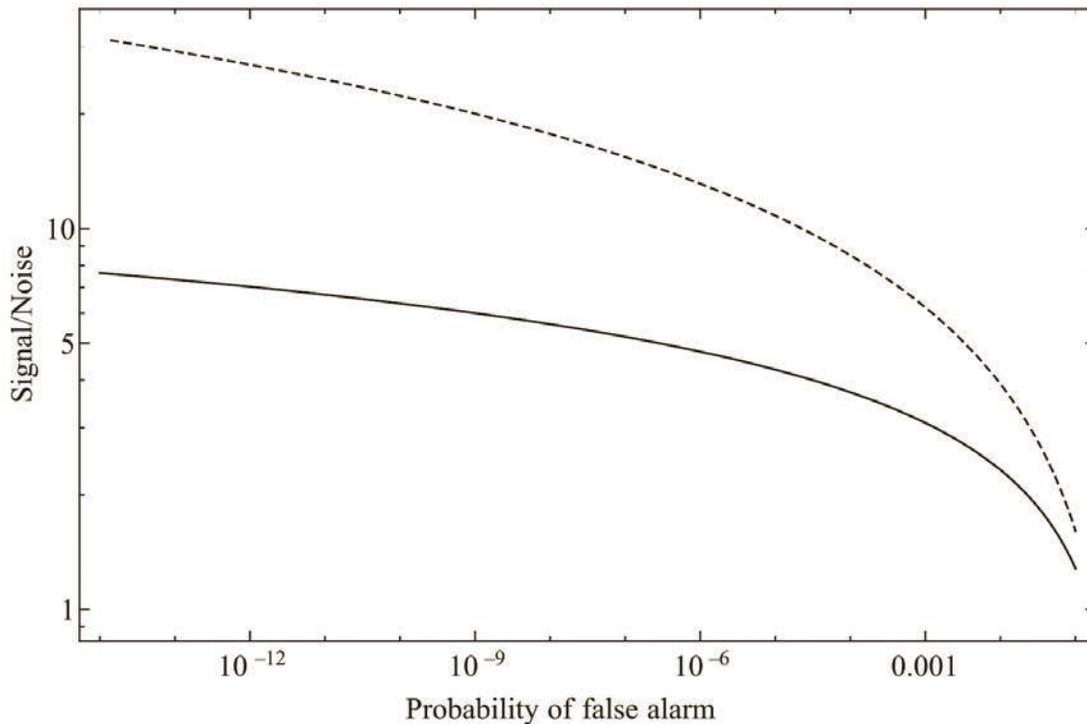


Рис. 9. Зависимость порогового обнаружения сигнал/шум от вероятности ложной тревоги для двух распределений: нормального (серая сплошная линия) и Лапласа (прерывистая линия)

$P_2(\alpha = 3.8) = 1.2 \times 10^{-4}$ и 1.3×10^{-2} для распределений Гаусса и Лапласа соответственно. Так как события, соответствующие вероятностям $P_{ЛТ}$ и P_2 , являются независимыми, то результирующая вероятность $P = P_{ЛТ} \cdot P_2 \sim (2.3 \times 10^{-16} \div 2.4 \times 10^{-14})$.

4. ЗАВИСИМОСТЬ $\text{LOG } N - \text{LOG } F$ ДЛЯ РАЗНЫХ ТИПОВ ШУМА

В наблюдательной космологии используется так называемая зависимость $\text{Log } N - \text{Log } F$, которая представляет собой функцию интегрального количества радиоисточников N выше определенной плотности потока F . При равномерном распределении радиоисточников в пространстве эта функция представляет собой степенную зависимость $N \propto F^{-3/2}$. При проведении таких подсчетов в зависимости от плотности потока часто возникает желание объяснить падающую зависимость $\text{Log } N - \text{Log } F$ статистикой поведения сильных шумовых выбросов. Действительно, сильные выбросы встречаются реже, что дает искомым зависимость. Для того чтобы опровергнуть это утверждение было проведено специальное исследование и выведены теоретические зависимости $\text{Log } N - \text{Log } F$ для двух видов белого шума — с распределением Гаусса и Лапласа. Вывод теоретических зависимостей $\text{Log } N - \text{Log } F$ основан на построении комплиментарной кумулятивной функции плотности вероятности распределения случай-

ной величины. Полученные теоретические кривые показаны на рис. 10 вместе с экспериментальными зависимостями на 111 и 1400 МГц. Хорошо видно, что ни одна из теоретических зависимостей не падает в соответствии с экспериментальными данными и наклоном $-3/2$, а убывает гораздо быстрее. Иными словами шумовые вариации с большой амплитудой заканчиваются быстрее, чем это необходимо для объяснения экспериментальных кривых. Таким образом, из поведения теоретических кривых $\text{Log } N - \text{Log } F$ на рис. 10 следует однозначный вывод, что зарегистрированные импульсные сигналы не могут быть объяснены простыми шумовыми флуктуациями.

Также неоднократно высказывался комментарий, что в силу огромной статистики яркие импульсы должны появиться просто в силу большой вероятности их появления в таком богатом массиве данных. Для независимой проверки этого утверждения было проведено специальное математическое моделирование, имитирующее процесс обнаружения импульсных сигналов. Было сгенерировано 600 тысяч динамических спектров по числу уже просмотренных, шум в каждом из шести частотных каналов генерировался в соответствии с распределением Лапласа. Затем на основе динамических спектров вычислялись средние импульсы с пробной мерой дисперсии в диапазоне от 0 до 3000 пк/см^3 , и к ним применялось пороговое обна-

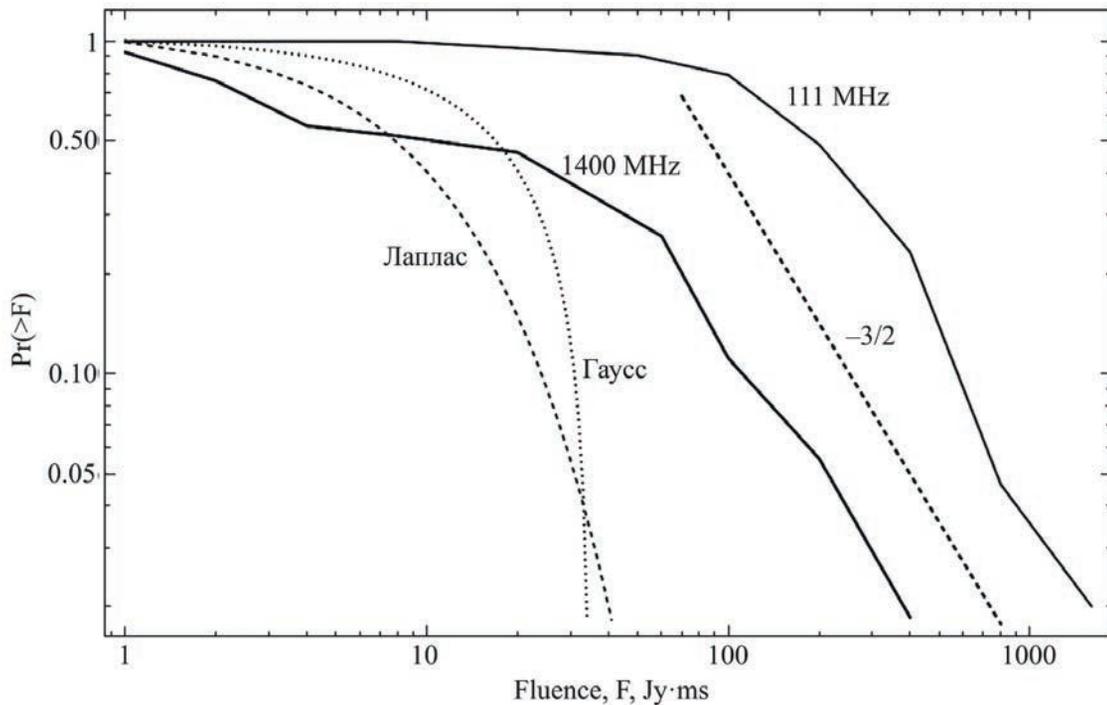


Рис. 10. График теоретической зависимости $\text{Log } N - \text{Log } F$ для двух видов распределения шумовых флуктуаций: гауссовского (пунктирная линия) и Лапласа (прерывистая линия). Для сравнения показаны экспериментальные зависимости $\text{Log } N - \text{Log } F$ данных на 111 и 1400 МГц. Хорошо видно, что ни одна из теоретических зависимостей не подчиняется закону $-3/2$, а убывают гораздо быстрее

ружение с $C/\text{Ш} \geq 5$. Импульсы с амплитудой выше заданного порога действительно были обнаружены в количестве 3–5 штук, чего совершенно недостаточно для объяснения на порядок большего количества уже обнаруженных импульсов. Более того, и это самое главное, все обнаруженные импульсы были получены в результате сложения случайных вариаций в **двух** частотных каналах, и ни разу не было чтобы импульсы самопроизвольно упорядоченно выстроились в соответствии с дисперсионной задержкой во всех шести частотных каналах.

Таким образом, требование упорядоченного выстраивания импульсов в динамическом спектре является гораздо более жестким по сравнению с простым пороговым обнаружением. Этот вывод хорошо согласуется с предыдущим выводом, что за счет шумовых флуктуаций не набирается достаточного количества импульсов с требуемыми свойствами.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье показано, что для распознавания в динамических спектрах слабых импульсных сигналов длительностью несколько сотен миллисекунд необходимо использовать оптимальные параметры по частотному и временному разрешению. Избыточное разрешение по времени и частоте за счет малого радиометрического выигрыша приводит к то-

му, что слабый сигнал теряется на фоне шумов, что приводит к невозможности его визуального обнаружения. Дополнительное сглаживание данных шаблоном оптимальной формы позволяет получить дополнительный выигрыш отношения сигнал/шум порядка \sqrt{N} , где N — эквивалентная ширина шаблона в отсчетах времени.

В статье вводится понятие вероятности ложной тревоги, основанное не на пороговом обнаружении, а на многоканальном приеме, когда искомым сигналом в динамическом спектре следует закону дисперсионного запаздывания. Верхний предел вероятности случайного упорядочивания импульсов в динамическом спектре без учета отношения сигнал/шум оценивается величиной $\lesssim 10^{-12}$, что с точки зрения одноканального приема соответствует пороговой величине сигнал/шум ≈ 7 и $\approx 25 \div 30$ для распределений Гаусса и Лапласа соответственно, что соответствует заведомо достоверному уровню обнаружения.

Впервые в статье выведены теоретические зависимости $\text{Log } N - \text{Log } F$ для шумовых вариаций, распределенных по закону Гаусса и Лапласа. В обоих случаях эти теоретические зависимости не могут объяснить экспериментальные зависимости, следующие наклону $-3/2$, так как убывают быстрее. Иными словами, шумовые вариации с большой

амплитудой заканчиваются быстрее, чем реальные импульсы.

Этот же вывод независимо подтверждается проведенным математическим моделированием, в результате которого хотя и были получены импульсы с $S/\text{Ш} > 5$, но в количестве совершенно недостаточном для объяснения числа обнаруженных радиовсплесков.

Таким образом, использование вероятности ложной тревоги для обоснования достоверности регистрации импульсных сигналов является гораздо более сильным методом в сравнении с классическим пороговым обнаружением и де-факто давно используется исследователями в других областях астрономии.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы статьи хотят выразить большую благодарность директору ФИАН, член-корреспонденту РАН, д.ф.-м.н. Н. Н. Колачевскому, заместителям директора ФИАН к.ф.-м.н. О. В. Иванову и к.ф.-м.н. А. В. Колобову, сотрудникам ФИАН д.ф.-м.н. А. В. Леонидову, к.ф.-м.н. В. А. Нечитайло, а также Отделению теоретической физики им. И. Е. Тамма ФИАН за проявленный интерес к работе (Фёдорова, 2023) и ее независимую оценку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуткин (Л. С. Гуткин), *Теория оптимальных методов приема при флуктуационных помехах* (М.: Советское радио, 1972).
2. Карастергиу и др. (А. Karastergiou, J. Chennamangalam, W. Armour, et al.), *MNRAS* **452**, 1254 (2015).
3. Д. А. Кузьмин, Р. Л. Сороченко, Ю. П. Илясов и др., *50 лет Пуцунской радиоастрономической обсерватории*. Электронная книга: <https://www.prao.ru/History/history.html>.
4. Куртин и др. (А. Р. Curtin, S. Sirota, V. M. Kaspi, et al.), eprint arXiv:2404.09242 (2024).
5. Лоример и др. (D. R. Lorimer, A. Karastergiou, M. A. MacLaughlin, S. Jonson), *MNRAS* **436**, L5 (2013).
6. Орешко и др. (В. В. Орешко, Г. А. Латышев, И. А. Алексеев, Ю. А. Азаренков, Б. И. Иванов, В. М. Карпов, В. И. Кастромин), *Труды ИПА* **24**, 80 (2012).
7. Петрофф и др. (E. Petroff, E. F. Keane, E. Barr, et al.), *MNRAS* **451(4)**, 3933 (2015).
8. Плеунис и др. (Z. Pleunis, D. Michilli, C. G. Bassa, et al.), *ApJL* **911**, L3 (2021).
9. Рикетт (B. J. Rickett), *Nature* **221(5176)**, 158 (1969).
10. Родин и др. (А. Е. Rodin, V. V. Rodin, V. A. Samodurov), *ARep.* **61(1)**, 30 (2017).
11. Томпсон и др. (А. Р. Томпсон, Д. М. Моран, Д. У. Свенсон-мл.), *Интерферометрия и синтез в радиоастрономии* (М.: Физматлит, 2003).
12. Фёдорова, Родин (V. A. Fedorova, A. E. Rodin), *ARep.* **63(1)**, 39 (2019).
13. Фёдорова, Родин (V. A. Fedorova, A. E. Rodin), *ARep.* **63(11)**, 877 (2019).
14. Фёдорова, Родин (V. A. Fedorova, A. E. Rodin), *ARep.* **65(9)**, 776 (2021).
15. Фёдорова (V. A. Fedorova), *Detection and study of fast radio bursts at the radio telescope BSA LPI: Thesis*: 1.3.1, DOI 10.13140/RG.2.2.20914.58566 (2023).
16. Шойер (P. A. G. Scheuer), *Nature* **218(5145)**, 920 (1968).
17. Электронный каталог быстрых радиовсплесков, <https://www.herta-experiment.org/frbstats/catalogue>.
18. Анимированное gif-изображение динамического спектра гравитационно-волнового события GW 190425, https://www.ligo.org/detections/GW190425/L1_spectrogram.gif.
19. GW190425 Detail Page, https://gwosc.org/eventapi/html/O3_Discovery_Papers/GW190425/v1/.