

# ПЕРСПЕКТИВЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПОСТНЬЮТОНОВСКОГО ПАРАМЕТРА $\gamma$ С ПОМОЩЬЮ ДВУХ СПУТНИКОВ, ОСНАЩЕННЫХ ВЫСОКОСТАБИЛЬНЫМИ АТОМНЫМИ ЧАСАМИ И СИСТЕМОЙ КОМПЕНСАЦИИ ЭФФЕКТА ДОПЛЕРА

© 2024 г. Д. А. Литвинов<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва 117997, Россия

Поступила в редакцию 05.08.2024 г.

После доработки 08.10.2024 г.; принята к публикации 17.10.2024 г.

Исследована возможность экспериментального определения ППН-параметра  $\gamma$  путем измерения гравитационного смещения частоты сигналов, которыми обмениваются два космических аппарата, движущиеся по гелиоцентрическим орбитам и оснащенные высокостабильными атомными часами и системой компенсации нерелятивистского эффекта Доплера типа Gravity Probe A. Показано, что система компенсации эффекта Доплера существенно снижает требования к точности определения скоростей космических аппаратов по сравнению с обычными одно- и двухпутевыми режимами обмена сигналами, однако, приводит к сокращению зависящего от  $\gamma$  вклада в сдвиг частоты в ведущем порядке разложения по обратной скорости света,  $O(c^{-3})$ . Получено уравнение, описывающее зависящий от  $\gamma$  вклад в сдвиг частоты для схемы Gravity Probe A в следующем порядке разложения,  $O(c^{-4})$ . Показано, что данное уравнение содержит слагаемые с “расширенными” коэффициентами, которые весьма быстро растут по абсолютной величине при приближении траектории распространения сигнала к источнику гравитационного поля. Благодаря этому при использовании лучших из имеющихся сегодня оптических часов (типа JILA Sr1), точность предлагаемого эксперимента может достичь  $1.7 \times 10^{-7}$  для найденной нами оптимальной конфигурации орбит и 5 лет накопления данных. Это на 1 порядок хуже оценки, полученной нами ранее для аналогичного эксперимента без использования схемы компенсации эффекта Доплера, но на 2 порядка превосходит наилучший на сегодня результат, полученный с зондом Cassini. Рассмотрены некоторые аспекты технической реализации предложенного эксперимента и возможность его проведения совместно с другими типами гравитационных экспериментов.

**Ключевые слова:** гравитационное красное смещение, атомные часы, ППН, спутниковые гравитационные эксперименты.

DOI: 10.31857/S0320010824090018, EDN: LPIKSN

## ВВЕДЕНИЕ

Улучшение точности измерения постньютоновского параметра  $\gamma$ , характеризующего возможные отклонения от общей теории относительности (ОТО) для случая слабых полей и медленных движений, является перспективным способом поиска отклонений от ОТО и, тем самым, заложения основ для построения квантовой теории гравитации (Уилл, 2018; Карлип, 2008). В нашей предыдущей работе (Литвинов, 2024) была предложена концепция эксперимента по измерению  $\gamma$  с помощью двух космических аппаратов, оснащенных высокостабильными атомными часами и обменивающимися сигналами по межспутниковой линии связи. Было показано, что при использовании однопутевого режима обмена сигналами (один спутник посылает сигнал, затем другой его принимает) и современных оптических часов точность эксперимента с аппаратами на гелиоцентрических ор-

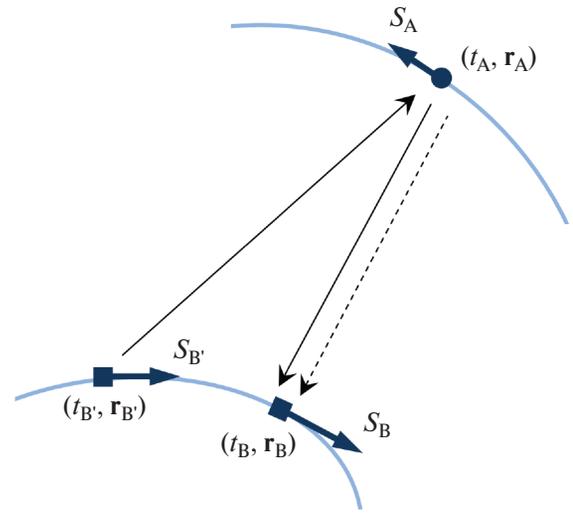
битах может достигнуть  $1.4 \times 10^{-8}$ , что на 3 порядка превышает наилучший на сегодня результат,  $\gamma = 1 + (2.1 \pm 2.3) \times 10^{-5}$ , полученный с межпланетным зондом Cassini (Бертотти и др., 2003). Данный уровень точности позволяет существенно улучшить ограничения на ряд альтернативных метрических теорий гравитации, допускающих отклонение  $\gamma$  от 1 (Дамур и др., 2002; Периволаропулос, 2010; Леанисбаррутия и др., 2017). Тем не менее, как было нами отмечено в работе Литвинов (2024), сложность при реализации данного типа эксперимента представляет учет вклада нерелятивистского эффекта Доплера в полную величину сдвига измеряемых частот межспутниковой линии связи. Для достижения точности измерения  $\gamma$  на уровне  $\sim 10^{-8}$  точность расчета нерелятивистского эффекта Доплера должна составить  $\sim 10^{-18}$ , для чего требуется увеличение точности имеющихся на сегодня средств измерения относительной скорости космических аппаратов, как минимум, на порядок.

В настоящей работе мы исследуем другой подход к

\*Электронный адрес: litvirq@gmail.com

измерению  $\gamma$  — также основанный на использовании бортовых высокостабильных часов и частотных измерений межспутниковых линий связи, — но не в однопутевом режиме, как в работе Литвинов (2024), а в т.н. режиме Доплер-компенсации Gravity Probe A (GP-A). Данная система компенсации нерелятивистского эффекта Доплера была предложена в работе Бадесса и др. (1960) и впервые реализована в проекте Gravity Probe A (Вессо и др., 1980) по измерению эффекта гравитационного красного смещения и проверке эйнштейновского принципа эквивалентности (ЭПЭ). Для данной системы требуются два типа линий связи между космическими аппаратами (или космическим аппаратом и станцией слежения): однопутевая линия от аппарата  $S_A$  к  $S_B$ , сигналы которой синхронизированы по бортовым часам  $S_A$ , и двухпутевая линия  $S_B \rightarrow S_A \rightarrow S_B$  (рис. 1). Сигналы двухпутевой линии синхронизированы по бортовым часам  $S_B$  и, будучи приняты аппаратом  $S_A$ , ретранслируются с сохранением фазы обратно в направлении  $S_B$ . Комбинирование определенным образом частот одно- и двухпутевых сигналов (см. (1) ниже), измеряемых на  $S_B$ , позволяет скомпенсировать вклад в сдвиг частоты от нерелятивистского эффекта Доплера ( $O(c^{-1})$ ), при этом полностью сохраняя гравитационный вклад низшего порядка ( $O(c^{-2})$ ). Эффективность данной схемы компенсации была продемонстрирована в эксперименте GP-A, где в роли  $S_B$  выступала наземная станция слежения. В настоящее время данная система, которую мы для краткости будем называть системой компенсации GP-A, является неотъемлемой частью большинства планируемых космических гравитационных экспериментов с атомными часами (Хесс и др., 2011; Альтшуль и др., 2015; Каччапуоти и Шиллер, 2017; Литвинов и Пилипенко, 2021; Деревянко и др., 2022; Цинь и др., 2024).

Одним из основных преимуществ описанной системы компенсации эффекта Доплера является то, что она существенно снижает требования к точности расчетных значений скоростей космических аппаратов (Литвинов и Пилипенко, 2021). Кроме того, она значительно подавляет вклад тропосферного сдвига частоты (в случае экспериментов космос–Земля (Вессо и Ливайн (1979)), а также ряда других эффектов (Смарр и др., 1983; Литвинов и др., 2021). Наконец, еще одним ее преимуществом в контексте эксперимента по измерению  $\gamma$  является то, что данная схема позволяет отделить задачу определения орбит космических аппаратов от проблемы измерения  $\gamma$ . В частности, процедуру восстановления орбит можно проводить в предположении справедливости ОТО, т.е.  $\gamma = 1$ . При этом для определения орбиты можно использовать те же измерения частоты межспутниковых линий связи, которые используются для оценки  $\gamma$  (в т.ч. в одно- и двухпутевом режиме), т.к. ошибки оценки  $\gamma$  и векторов состояния космических аппаратов оказываются не коррелированными. Действительно, пред-



**Рис. 1.** Система компенсации нерелятивистского эффекта Доплера, предложенная в работе Бадесса и др. (1960) и впервые реализованная в проекте Gravity Probe A (Вессо и др., 1980). Космический аппарат  $S_B$  посылает сигнал, синхронизированный по его бортовому стандарту частоты, в направлении космического аппарата  $S_A$ . Аппарат  $S_A$  принимает данный сигнал и ретранслирует обратно с сохранением фазы. Кроме того, аппарат  $S_A$  посылает в направлении  $S_B$  сигнал, синхронизированный по своему собственному стандарту частоты. Оба эти сигнала затем принимаются аппаратом  $S_B$ . Определенная комбинация этих сигналов, см. (1), оказывается свободной от нерелятивистского эффекта Доплера.

положим, что истинное значение  $\gamma$  отличается от 1 на  $\Delta\gamma$ , где  $\Delta\gamma \sim 10^{-6}$ . Для спутников на гелиоцентрических орбитах в одно- и двухпутевом режиме связи величина вкладов в сдвиг частоты от эффектов, связанных с  $\gamma$ , достигает  $(df/f)_\gamma \sim 10^{-10}$  для орбит с перигелиями  $\gtrsim 0.3$  а.е. (Литвинов, 2024). Использование в процессе восстановления орбит значения  $\gamma = 1$  приведет к неучтенным вкладам в измеренный относительный сдвиг частоты  $(df/f)_\gamma \cdot \Delta\gamma \sim 10^{-16}$ . В наименее благоприятном для рассматриваемой задачи сценарии эта ошибка будет полностью поглощена оценками скоростей аппаратов, которые, соответственно, будут оценены с ошибкой  $\delta v/c \sim 10^{-16}$ . Однако, при использовании системы компенсации GP-A такая ошибка оценки скорости будет вносить вклад только в слагаемые  $O(c^{-2})$  и выше, поэтому ошибка в расчетных значениях частот сигналов на выходе схемы компенсации будет  $\sim v\delta v/c^2$  (см. (2) ниже). Для спутников на рассматриваемых гелиоцентрических орбитах  $v \lesssim 50$  км/с, и с учетом  $\delta v/c \sim 10^{-16}$  получаем, что величина этой ошибки не превышает  $\sim 10^{-20}$ , т.е. пренебрежимо мала при использовании часов со стабильностью до  $\sim 10^{-19}$ .

Тем не менее использование системы Доплер-компенсации GP-A в экспериментах по измерению  $\gamma$  имеет нежелательную особенность, отсутствующую в

экспериментах по проверке ЭПЭ. В отличие от гравитационных вкладов в полный сдвиг частоты порядка  $O(c^{-2})$ , измеряемых в экспериментах по проверке ЭПЭ, система Доплер-компенсации GP-A приводит к полному сокращению зависящих от  $\gamma$  вкладов ведущего порядка разложения по обратной скорости света ( $O(c^{-3})$ ) (см. раздел 1). Ведущим порядком для эффектов, зависящих от  $\gamma$ , в режиме GP-A является, таким образом,  $O(c^{-4})$ . Оказывается, однако, что соответствующие слагаемые содержат численные коэффициенты, зависящие от взаимного расположения спутников и источника гравитационного поля (Солнца), которые быстро растут по абсолютной величине при приближении траектории распространения сигналов к источнику. Это те же самые коэффициенты, которые имеют место для вкладов  $O(c^{-3})$  в одно- и двухпутевом режимах связи и которые получили название “расширенных” (Эшби и Бертогги, 2010; Литвинов, 2024). Для вкладов  $O(c^{-4})$  в режиме GP-A некоторые из этих “расширенных коэффициентов” возведены в квадрат, а потому их величина растет быстрее соответствующих слагаемых  $O(c^{-3})$  в одно- и двухпутевом режимах. Это позволяет предположить, что точность измерения  $\gamma$  в режиме Доплер-компенсации по схеме GP-A может оказаться сравнимой с точностью эксперимента в обычном одно- или двухпутевом режимах. Целью настоящей работы является получение количественного ответа на данный вопрос.

Как мы показываем далее, достижимая с современными оптическими часами точность эксперимента в режиме GP-A (при учете лишь шума часов), действительно, оказывается существенно выше, чем можно было бы ожидать из наивного подсчета степеней  $c^{-1}$ , — на 2 порядка выше той, которая была достигнута с зондом Cassini, — но все же она на 1–2 порядка ниже точности эксперимента, основанного на обычных одно/двухпутевых частотных измерениях. Тем не менее, как отмечено выше, требования к точности восстановления орбит в режиме GP-A существенно ниже, чем в одно/двухпутевом режимах, поэтому реально доступная точность эксперимента с использованием схемы GP-A может оказаться выше, чем без нее.

Отдельно отметим, что в настоящей работе мы используем скорректированные выражения для спектральной плотности мощности (СПМ) шумов для моделей часов JILA SrI и PHARAO по сравнению с работами Литвинов и Пилипенко (2021), Пилипенко и др. (2024а), Пилипенко и др. (2024b), Литвинов (2024). Новые выражения более точно аппроксимируют кривые аллановской девиации частоты данных часов. Для удобства сравнения с результатами работы Литвинов (2024) мы приводим все оценки также и для ранее использованных нами выражений СПМ.

Статья имеет следующую структуру. В разделе 1 мы получаем уравнение, описывающее вклады в гравитационный сдвиг частоты сигналов на выходе схемы компенсации нерелятивистского эффекта Доплера типа GP-A до  $O(c^{-4})$ .

Математический аппарат, который мы используем для оценки достижимой точности эксперимента по измерению  $\gamma$ , а также параметры используемых нами моделей часов приведены в разделе 2. В разделе 3 мы приводим параметры орбит, соответствующие найденной нами конфигурации эксперимента, которая является оптимальной в практически важном классе орбит с одинаковыми периодами и перигелиями. Полученные нами оценки точностей измерения  $\gamma$  для этой конфигурации орбит и различных часов приведены в разделе 4. Раздел 5 посвящен обсуждению полученных результатов и технической реализуемости предложенного эксперимента. Наконец, раздел 6 содержит сводку полученных результатов и планы дальнейших исследований.

## 1. ГРАВИТАЦИОННЫЙ СДВИГ ЧАСТОТЫ СИГНАЛОВ ДО ПОРЯДКА $c^{-4}$ В РЕЖИМЕ GRAVITY PROBE A

Рассмотрим, аналогично работе Литвинов (2024), два спутника,  $S_A$  и  $S_B$ , которые движутся вокруг массивного тела массы  $M$ . Тело  $M$  будем считать неподвижным и расположенным в начале координат. Спутники обмениваются электромагнитными сигналами, синхронизированными по их бортовым стандартам частоты (часам). Для простоты будем считать данные стандарты одинаковыми.

В режиме компенсации нерелятивистского эффекта Доплера типа Gravity Probe A космический аппарат  $S_B$  посылает сигнал в пространственно-временной точке  $B'$  с координатами  $(t_{B'}, r_{B'})$  в направлении  $S_A$  (рис. 1). Данный сигнал синхронизирован по часам аппарата  $S_B$ . Космический аппарат  $S_A$  принимает этот сигнал в точке  $(t_A, r_A)$  и ретранслирует его обратно к  $S_B$  с сохранением фазы (для простоты полагаем, что задержка между приемом и ретрансляцией отсутствует). В дополнение к ретранслированному сигналу  $S_A$  посылает другой сигнал, синхронизированный по его собственным бортовым часам (на рис. 1 изображен штрихованной линией). Эти одно- и двухпутевые сигналы затем принимаются  $S_B$  в  $(t_B, r_B)$ , и их частоты измеряются бортовым измерителем  $S_B$ . Здесь мы предполагаем, что лишь один из аппаратов оснащен измерителем частоты, а другой — транспондером. Однако, далее в разделе 4 мы рассматриваем также случай, когда транспондер и измерители частоты размещены на обоих аппаратах (такая конфигурация обладает рядом дополнительных преимуществ, рассмотренных в работе Смартт и др., 1983). Для простоты мы также игнорируем тот факт, что на практике частоты всех трех сигналов обычно делают различными для избежания самовозбуждения антенн. Сдвиги частот одно- и двухпутевых сигналов,  $\delta f_{1w}$  и  $\delta f_{2w}$ , по отношению к частоте бортовых часов  $S_B$  далее комбини-

руют – либо радиотехническими средствами в режиме реального времени, либо на этапе пост-обработки – следующим образом (Бадесса и др., 1960; Вессо и Ливайн, 1979; Литвинов и др., 2018):

$$\frac{\delta f_{GP-A}}{f} = \frac{\delta f_{1w}}{f} - \frac{1}{2} \frac{\delta f_{2w}}{f}. \quad (1)$$

Выражение для  $\delta f_{GP-A}/f$  до  $O(c^{-4})$  может быть получено с помощью формализма функций переноса времени, изложенного в работе Лине и Тейссандье (2002). Результат достаточно длительных выкладок имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\delta f_{GP-A}}{f} = & \frac{1}{c^2} \left( U_A - U_B - \frac{(\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B)^2}{2} - \right. \\ & \left. - \mathbf{r}_{AB} \cdot \mathbf{a}_B \right) + \frac{1}{c^3} \left( (\mathbf{n}_{AB} \cdot (\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B)) (U_A - U_B - \right. \\ & \left. - \frac{(\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B)^2}{2} - \mathbf{r}_{AB} \cdot \mathbf{a}_B) + r_{AB} (-\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{a}_B + \mathbf{r}_{AB} \cdot \mathbf{b}_B + \right. \\ & \left. + 2\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{a}_B - \mathbf{v}_B \cdot \nabla U_B) \right) + \frac{\delta f_{J2}^{(3)}}{f} + \frac{\delta f_{kin}^{(4)}}{f} + \frac{\delta f_{\gamma}^{(4)}}{f} + \\ & + \frac{\delta f_{grav,other}^{(4)}}{f} + \frac{\delta f_{media}}{f} + \frac{\delta f_0}{f} + O(c^{-5}), \quad (2) \end{aligned}$$

где  $U_A$  и  $U_B$  – ньютоновские гравитационные потенциалы в точках А и В;  $\mathbf{v}_A$  и  $\mathbf{v}_B$  – скорости аппаратов;  $r_A$  и  $r_B$  эвклидовы (т.е. формально вычисленные так, как если бы пространство-время было плоским) длины радиусов-векторов  $\mathbf{r}_A$  и  $\mathbf{r}_B$ ;  $\mathbf{n}_A = \mathbf{r}_A/r_A$  и  $\mathbf{n}_B = \mathbf{r}_B/r_B$  – соответствующие эвклидовы единичные вектора;  $\mathbf{r}_{AB} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$ ;  $r_{AB}$  – эвклидово расстояние от А до В;  $\mathbf{n}_{AB}$  – эвклидов единичный вектор в направлении от А к В;  $\mathbf{a}_B$  – ускорение  $\mathcal{S}_B$  в точке В;  $\mathbf{b}_B$  – производная ускорения  $\mathcal{S}_B$  в точке В;  $\delta f_{J2}^{(3)}$  – вклад  $O(c^{-3})$  за счет несферичности гравитационного поля (вклад несферичности  $O(c^{-2})$  содержится в  $U$ );  $\delta f_{kin}^{(4)}$  – кинематические, т.е. не содержащие гравитационную постоянную  $G$ , слагаемые  $O(c^{-4})$ ;  $\delta f_{\gamma}^{(4)}$  – члены  $O(c^{-4})$ , содержащие  $\gamma$ ;  $\delta f_{grav,other}^{(4)}$  – прочие гравитационные вклады  $O(c^{-4})$ , т.е. содержащие  $G$ , но не содержащие  $\gamma$ ;  $\delta f_{media}$  – вклад сред распространения сигнала (атмосферы, ионосферы, межпланетной среды);  $\delta f_0$  – собственная разность частот между часами  $\mathcal{S}_A$  и  $\mathcal{S}_B$  (Лине и Тейссандье, 2002; Литвинов и др., 2018).

Слагаемые  $O(c^{-3})$  в (2) были ранее получены в работе Бланше и др. (2001). Однако авторы той работы с самого начала используют  $\gamma = 1$ , поэтому из их результатов неочевидно, что в сигнале (2) на выходе компенсационной схемы отсутствуют слагаемые  $O(c^{-3})$ , содержащие  $\gamma$ . Наш вывод делает этот результат явным.

Гравитационный сдвиг частоты, связанный с  $\gamma$ , при обмене сигналами по схеме GP-A выглядит следующим

образом:

$$\begin{aligned} \frac{\delta f_{\gamma}^{(4)}}{f} = & \frac{1}{c^4} \left( \gamma (-\mathbf{v}_A^2 U_A + \mathbf{v}_B^2 U_B) + \frac{1}{2} (\mathbf{v}_B \cdot \delta \mathbf{l}_{B'}) - \right. \\ & - \frac{1}{2} (\mathbf{v}_A \cdot \delta \mathbf{l}_A) + \frac{\mathcal{T}^{(3)}}{r_{AB}} \left( (\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{v}_B) - \mathbf{v}_B^2 + \right. \\ & + ((\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A) \cdot \mathbf{n}_{BA}) (\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_{BA}) + (\mathbf{b}_B \cdot \mathbf{n}_{BA}) \mathcal{T}^{(3)} + \\ & + (\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{l}_A^{(2)}) (\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_{BA}) + (\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{n}_{BA}) (\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{l}_B^{(2)}) - \\ & \left. \left. - 2(\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{l}_B^{(2)}) (\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_{BA}) + (\mathbf{b}_B \cdot \mathbf{l}_B^{(2)}) r_{AB} \right) \right). \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{l}_A^{(2)}$  и  $\mathbf{l}_B^{(2)}$  – поправки за счет монополюльной части гравитационного потенциала к касательным векторам траектории сигнала А → В в точках, соответственно, А и В:

$$\mathbf{l}_A(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) = -\mathbf{n}_{AB} + \frac{1}{c^2} \mathbf{l}_A^{(2)}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) + \dots, \quad (4)$$

$$\mathbf{l}_B(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) = -\mathbf{n}_{AB} + \frac{1}{c^2} \mathbf{l}_B^{(2)}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) + \dots, \quad (5)$$

$$\mathbf{l}_A^{(2)}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) = -2GM(\gamma + 1) \frac{(r_A + r_B) \mathbf{n}_{AB} + r_{AB} \mathbf{n}_A}{(r_A + r_B)^2 - r_{AB}^2}, \quad (6)$$

$$\mathbf{l}_B^{(2)}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) = -2GM(\gamma + 1) \frac{(r_A + r_B) \mathbf{n}_{AB} - r_{AB} \mathbf{n}_B}{(r_A + r_B)^2 - r_{AB}^2}, \quad (7)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная, а многоточие обозначает пренебрежимо малые в рамках данной задачи вклады квадруполь и спина источника, а также члены более высоких порядков по  $c^{-1}$  (Лине и Тейссандье, 2002).

Далее в (3),  $\mathcal{T}^{(3)}$  есть монополюльная поправка

$$\mathcal{T}^{(3)}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) = GM(\gamma + 1) \ln \left( \frac{r_A + r_B + r_{AB}}{r_A + r_B - r_{AB}} \right) \quad (8)$$

к интервалу координатного времени, протекшего между  $t_B$  и  $t_A$ :

$$\mathcal{T}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) = t_B - t_A = \frac{1}{c} r_{AB} + \frac{1}{c^3} \mathcal{T}^{(3)}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) + \dots, \quad (9)$$

где многоточие имеет тот же смысл, что и в (4). Выражение (8) представляет собой известную задержку Шапиро.

Наконец,  $\delta \mathbf{l}_{B'}$  и  $\delta \mathbf{l}_A$  в (3) представляют собой поправки к касательным векторам к траектории сигнала  $B' \rightarrow A$ , соответственно, в точках  $B'$  и А. Эти поправки учитывают несовпадение траекторий  $B' \rightarrow A$

и  $A \rightarrow B$  и даются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \delta I_{B'} = & -4GM(\gamma + 1) \times \\ & \times \left\{ \frac{2r_{AB}(\mathbf{n}_B r_{AB} + \mathbf{n}_{BA}(r_A + r_B))}{((r_A + r_B)^2 - r_{AB}^2)^2} \times \right. \\ & \times \left[ (r_A + r_B)(\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_B) + r_{AB}(\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_{BA}) \right] + \\ & + \frac{1}{(r_A + r_B)^2 - r_{AB}^2} \left[ \mathbf{v}_B \left( r_A + r_B - \frac{r_{AB}^2}{r_B} \right) + \right. \\ & + \mathbf{n}_B r_{AB} \left( \frac{r_{AB}}{r_B} (\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_B) + (\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_{BA}) \right) - \\ & \left. \left. - \mathbf{n}_{BA} (r_{AB}(\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_B) + (r_A + r_B)(\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_{BA})) \right] \right\}, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta I_A = & -4GM(\gamma + 1) \left\{ -\frac{r_{AB}(\mathbf{n}_A r_{AB} + \mathbf{n}_{AB}(r_A + r_B))}{((r_A + r_B)^2 - r_{AB}^2)^2} \times \right. \\ & \times \left( (r_A + r_B)(\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_B) - r_{AB}(\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_{AB}) \right) + \\ & + \frac{1}{(r_A + r_B)^2 - r_{AB}^2} \left[ \mathbf{v}_B (r_A + r_B) + \right. \\ & + \mathbf{n}_A r_{AB} (\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_{AB}) + \mathbf{n}_{AB} (r_{AB}(\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_B) - \\ & \left. \left. - (r_A + r_B)(\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}_{AB})) \right] \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

Так как вклады  $\delta f_{\text{grav,other}}^{(4)}$ ,  $\delta f_{\text{kin}}^{(4)}$  и  $\delta f_{j_2}^{(3)}$  не содержат  $\gamma$ , мы не приводим здесь соответствующие им выражения.

Величины кинематических параметров, таких как  $r_A$ ,  $\mathbf{v}_A$ ,  $\mathbf{n}_{AB}$ , а также ньютоновских потенциалов  $U_A$  и  $U_B$  и кинематического сдвига частоты  $\delta f_{\text{kin}}$  могут быть рассчитаны с использованием данных об орбитах космических аппаратов и модели гравитационного поля источника. Требования к точности расчета данных параметров рассмотрены далее в разделе обсуждения результатов. Вклад несферичности  $\delta f_{j_2}^{(3)}$  может быть вычислен по известным выражениям (Лине и Тейссандье, 2002) с использованием коэффициентов мультипольного разложения потенциала (для Солнца достаточно коэффициента  $J_2$ ). Гравитационные слагаемые 4-го порядка  $\delta f_{\text{grav,other}}^{(4)}$  также могут быть вычислены по формулам из работы Лине и Тейссандье (2002). Вклады ионосферы и межпланетной среды могут быть с достаточной точностью учтены путем использования многочастотных линий связи (Литвинов и др., 2018; Бертогги и др., 2003; Империи и др., 2018). Поэтому  $\delta f_{\text{media}}$  мы будем считать известным с достаточной досточностью. Вклад момента импульса источника входит в  $\delta f_{\text{grav,other}}^{(4)}$ .

Отметим наличие “расширенных факторов” (Эшби и Бертогги, 2010; Литвинов, 2014) в (6) и (7), т.е. коэффициентов вида  $1/((r_A + r_B)^2 - r_{AB}^2)$ . Слагаемые с этими коэффициентами приводят к существенному увеличению смещения частоты при положениях аппара-

тов, близких к диаметрально противоположным относительно источника. Также отметим наличие слагаемых с этими коэффициентами в (10) и (11), причем здесь они появляются в т.ч. возведенными в квадрат. Именно слагаемые с “расширенными факторами” дают основной вклад в сдвиг частоты сигналов, распространяющихся на минимальных расстояниях от источника.

## 2. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Мы используем методику оценки достижимой точности эксперимента, основанную на методе максимального правдоподобия и неравенстве Крамера–Рао, следуя работам Литвинов (2024) и Литвинов и Пилипенко (2021). Математическая модель экспериментальных данных, представляющих собой частотные измерения, получаемые на спутнике  $S_B$  и прошедшие систему компенсации нерелятивистского эффекта Доплера (1), выглядит следующим образом:

$$x(t) = s(t) + z_0 + n(t). \quad (12)$$

Здесь  $x(t)$  – измеренный относительный сдвиг частоты  $\delta f/f$ , из которого с помощью (2) вычтены расчетные значения слагаемых  $O(c^{-2})$  и  $O(c^{-3})$ , а также  $\delta f_{j_2}^{(3)}$ ,  $\delta f_{\text{kin}}^{(4)}$ ,  $\delta f_{\text{grav,other}}^{(4)}$  и  $\delta f_{\text{media}}^{(4)}$ ;  $s(t)$  – сумма слагаемых в правой части (2), содержащих  $\gamma$ , т.е. (3) (полезный сигнал);  $z_0 = \delta f_0/f$  – неизвестный относительный сдвиг частоты между часами (константный параметр);  $n(t)$  – случайный гауссовский процесс, описывающий флуктуации относительной частоты часов. Неизвестными параметрами модели, таким образом, являются  $\gamma$  (информативный параметр) и  $z_0$  (неинформативный).

Данная модель является линейной относительно неизвестных параметров и гауссовой. Для ее полной спецификации необходимо задать сигнал  $s(t)$ , т.е. орбиты спутников, и свойства шумового процесса  $n(t)$ . Выбор орбит обсуждается в следующем разделе. Шумовой процесс  $n(t)$  мы характеризуем путем задания его спектральной плотности мощности (СПМ). В настоящей работе мы рассматриваем 5 моделей атомных часов: бортового водородного стандарта частоты ВЧ-1010, использованного на космическом радиотелескопе РадиоАстрон (Кардашев и др., 2013); бортовых цезиевых фонтанных часов PHARAO планируемого эксперимента ACES (Хесс и др., 2011); промышленного водородного стандарта ВЧ-2021 (Поляков и др., 2021); находящихся в разработке бортовых стронциевых часов планируемого эксперимента I-SOC (Орилья и др., 2018); лабораторных стронциевых часов JILA SrI (Ботвелл и др., 2019).

В табл. 1 приведены СПМ шума данных часов, полученные из приведенных в цитированной выше литературе кривых аллановской девиации частоты. В настоящей работе мы используем скорректированные значения коэффициентов в выражениях для СПМ

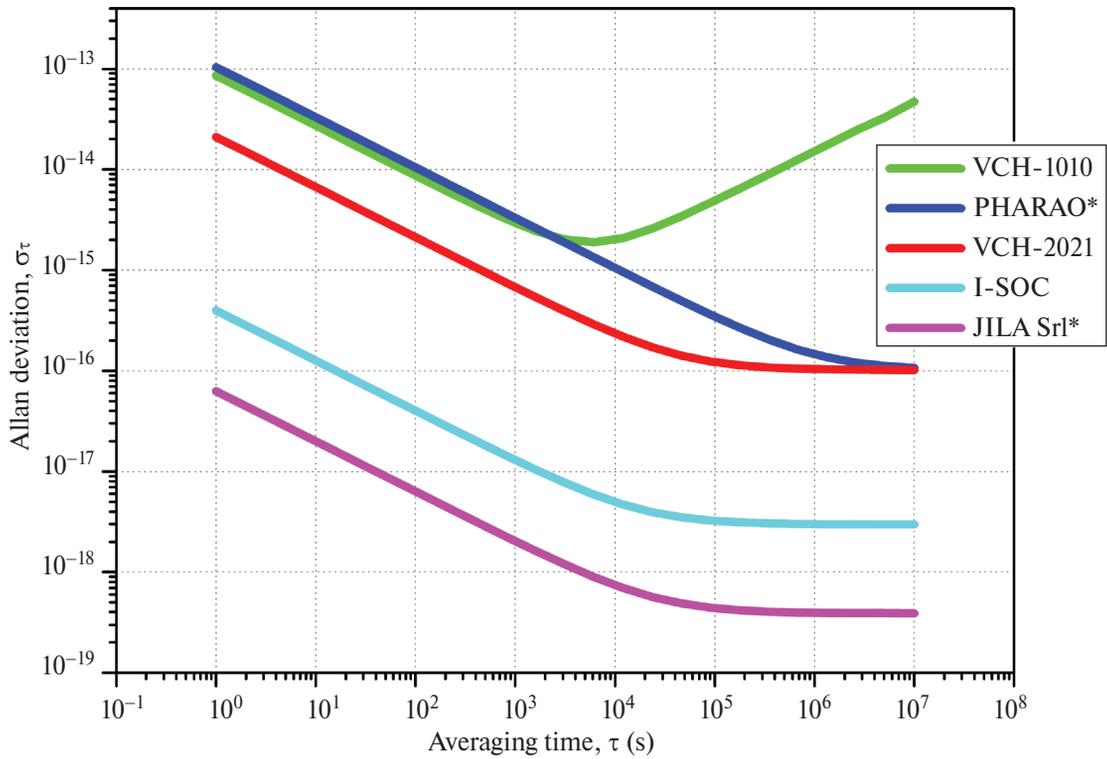


Рис. 2. Аллановская девиация частоты атомных часов из табл. 1.

**Таблица 1.** Спектральная плотность мощности (СПМ) флуктуаций относительной частоты часов. Звездочки отмечают модели часов, коэффициенты в выражениях для СПМ которых были изменены по сравнению с нашими предыдущими работами (см. текст)

Часы	СПМ
VCH-1010	$1.5 \times 10^{-26} f^0 + 7 \times 10^{-31} f^{-1} + 3.5 \times 10^{-35} f^{-2}$
PHARAO*	$2.2 \times 10^{-26} f^0 + 7.5 \times 10^{-33} f^{-1}$
VCH-2021	$9.0 \times 10^{-28} f^0 + 7.6 \times 10^{-33} f^{-1}$
I-SOC	$3.2 \times 10^{-31} f^0 + 6.4 \times 10^{-36} f^{-1}$
JILA SrI*	$0.8 \times 10^{-32} f^0 + 1.1 \times 10^{-37} f^{-1}$

шума моделей часов JILA SrI и PHARAO по сравнению с работами Литвинов и Пилипенко (2021), Пилипенко и др. (2024а), Пилипенко и др. (2024б), Литвинов (2024). Соответствующие новым выражениям теоретические кривые аллановской девиации частоты (рис. 2) существенно более точно воспроизводят фактически измеренные (для JILA SrI) или предсказываемые (для PHARAO) на малых и средних интервалах усреднения ( $\lesssim 10^4$  с). Кроме того, для JILA SrI мы также скорректировали интенсивность фликкер-шума (коэффициент при  $f^{-1}$ ), так чтобы снизить положение плато аллановской кривой с прежнего чрез-

мерно консервативного уровня  $2 \times 10^{-18}$ , соответствующего точности данных часов, до  $4 \times 10^{-19}$ , что соответствует фактически измеренным значениям нестабильности JILA SrI на больших временах усреднения и заявленным ограничениям на величину дрейфа систематических эффектов (Ботвелл и др., 2019). Добавленная новая модель перспективных бортовых часов I-SOC по своим параметрам близка к нашей прежней модели JILA SrI. Для избежания путаницы при сравнении с предыдущими результатами мы обозначаем скорректированные модели как PHARAO\* и JILA SrI\*.

Для численной оценки достижимой точности измерения параметра  $\gamma$  мы используем модель (12) в дискретном времени:

$$x_i = s_i + z_0 + n_i, \quad (13)$$

где  $x_i = x(t_i)$ ,  $s_i = s(t_i)$ ,  $n_i = n(t_i)$  и  $t_i = i\Delta t$ ,  $i = 0, T/\Delta t$ ,  $\Delta t$  – удовлетворяющий теореме Котельникова шаг дискретизации,  $T$  – продолжительность эксперимента. Точность измерения информативного параметра  $\gamma$  мы оцениваем с помощью неравенства Крамера–Рао (ван Трис и др., 2013). Необходимые для этого ковариационные матрицы  $C$  шумового процесса  $n_i$  для белого ( $f^0$ ), фликкер- ( $f^{-1}$ ) и броуновского ( $f^{-2}$ ) шума имеют вид

$$C_{ij}^0 = \Delta t^{-1} \delta_{ij},$$

$$C_{ij}^{-1} = 2\pi \sum_{m=1}^i \varphi_m \varphi_{i-j+m}, \quad \varphi_m = \frac{\Gamma(m+1/2)}{m! \Gamma(1/2)}, \quad (14)$$

$$C_{ij}^{-2} = (2\pi)^2 \Delta t \min(i, j),$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\Gamma$  – гамма-функция (Литвинов и Пилипенко, 2021).

### 3. ВЫБОР ОРБИТ СПУТНИКОВ

Выбранные нами параметры орбит спутников представлены в табл. 2. Данные параметры являются оптимальными, т.е. обеспечивают минимальную ошибку оценки  $\gamma$  за выбранное время накопления 5 лет, в достаточно широком классе орбит двух гелиоцентрических спутников, обладающих одинаковыми периодами и перигелиями в интервале от 0.3 до 2.0 а.е. (Достижение минимума было установлено для наиболее высокостабильных из рассматриваемых нами моделей часов JILA SrI\* и I-SOC, для остальных часов поиск минимума не производился.) Ограничение данным классом орбит, помимо сокращения времени счета, обосновано тем, что именно такая конфигурация предпочтительна для других возможных в рамках подобной миссии типов экспериментов – проверки ЭПЭ (Литвинов и Пилипенко, 2021), измерения момента импульса Солнца (Пилипенко и др., 2024а) и др.

При поиске данной конфигурации следующие параметры орбиты спутника  $S_A$  были зафиксированы (произвольно положены равными 0): наклонение, долгота восходящего узла, аргумент перицентра и средняя аномалия на эпоху. Это не является дополнительным ограничением, т.к. в силу сферической симметрии вкладов (3) влияние на точность измерения может иметь лишь взаимная ориентация орбит и разность средних аномалий спутников. Перигелии и афелии варьировались в диапазоне от 0.3 до 2.0 а.е. Амплитуда полезного сигнала увеличивается при уменьшении перигелиев и увеличении афелиев

**Таблица 2.** Параметры орбит спутников, обеспечивающие максимальную точность измерения  $\gamma$  в режиме с компенсацией нерелятивистского эффекта Доплера по схеме GP-A. Параметры приведены на произвольно выбранную эпоху 01.01.2030 00:00 UTC

Параметр орбиты	Спутник $S_A$	Спутник $S_B$
Наклонение, град	0	165
Перицентр, а.е.	0.3	0.3
Апоцентр, а.е.	2.0	2.0
Период, сут.	450	450
Долг. восх. узла, град	0	25
Арг. перицентра, град	0	25
Ср. аномалия, град	0	177

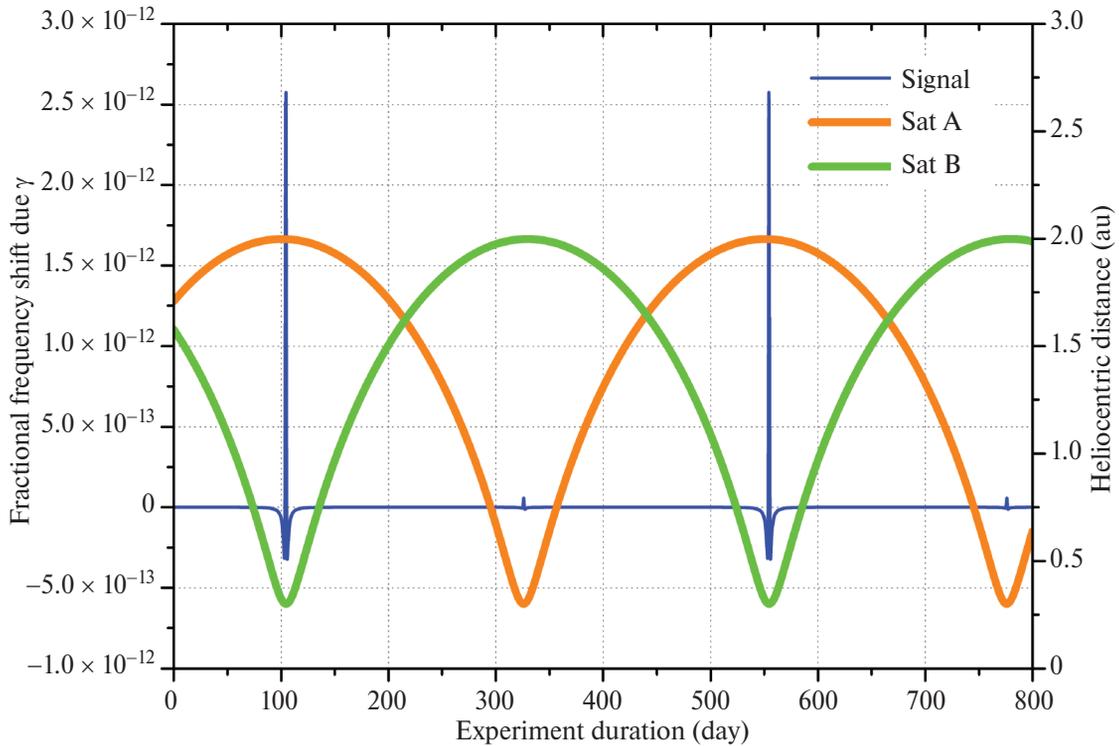
орбит. Однако, перигелии  $< 0.3$  а.е., по-видимому, не имеет смысла рассматривать из-за тепловых ограничений, а афелии  $> 2.0$  а.е. приводят к слишком большим периодам орбит ( $\gtrsim 1.5$  лет) и снижению количества прохождений максимумов сигнала (раздел 4) за единицу времени.

Найденная оптимальная конфигурация отвечает критерию максимизации “расширенных факторов” (раздел 1), что обеспечивается нахождением спутников на определенных участках траекторий приблизительно по разные стороны от Солнца. Тем не менее, она заметно отличается от ad hoc конфигурации, использованной нами ранее в работе Литвинов (2024), и не является оптимальной для измерения  $\gamma$  в рассмотренном там однопутевом режиме (подробнее см. раздел 5). Как и в работе Литвинов (2024), мы предполагаем, что орбиты являются кеплеровыми. Также мы учитываем, что для выбранных конфигураций орбит (незначительную) часть времени спутники находятся в тени Солнца друг относительно друга. Из анализа были исключены сегменты, для которых сигнал проходит на расстоянии ближе  $6R_\odot$  от Солнца (Эшби и Бертогги, 2010).

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ

Вид сигнала  $s_i$ , соответствующего движению спутников по орбитам с параметрами из табл. 2, приведен на рис. 3. Расчет сигнала выполнен с помощью (3). Данный сигнал соответствует случаю, когда транспондер расположен на аппарате  $S_A$ , а измеритель частоты – на  $S_B$ . Наиболее ценными для эксперимента сегментами, обеспечивающими накопление сигнала с амплитудой до  $\delta f/f = 2.6 \times 10^{-12}$  (основные максимумы), являются  $\approx 2$  дня, в течение которых космические аппараты находятся в приблизительно противоположных точках относительно Солнца вблизи своих перигелия ( $S_B$ ) и афелия ( $S_A$ ). Такое расположение обеспечивает максимизацию слагаемых с “расширенными факторами” (раздел 1). Наблюдается также вторичный максимум с амплитудой  $\delta f/f = 5.6 \times 10^{-14}$ , когда  $S_B$  находится вблизи афелия, а  $S_A$  – перигелия. Оба типа максимумов совпадают с минимумами величины кратчайшего расстояния от траектории сигнала до центра Солнца (рис. 4 и 5). Рассматриваемая конфигурация орбит обеспечивает строгое достижение установленной минимально допустимой величины этого расстояния в  $6R_\odot$  (раздел 3). Отметим, что вблизи основного максимума аппараты не заходят в тень Солнца друг для друга, но вблизи вторичных максимумов имеется небольшое затенение длительностью  $\approx 30$  мин.

Амплитуда вторичного максимума существенно меньше основного. Данная асимметрия обусловлена как выбранной конфигурацией орбит, так и асимметрией схемы измерений – расположением транспондера на  $S_A$ , а измерителя частоты на  $S_B$ . Максимальный



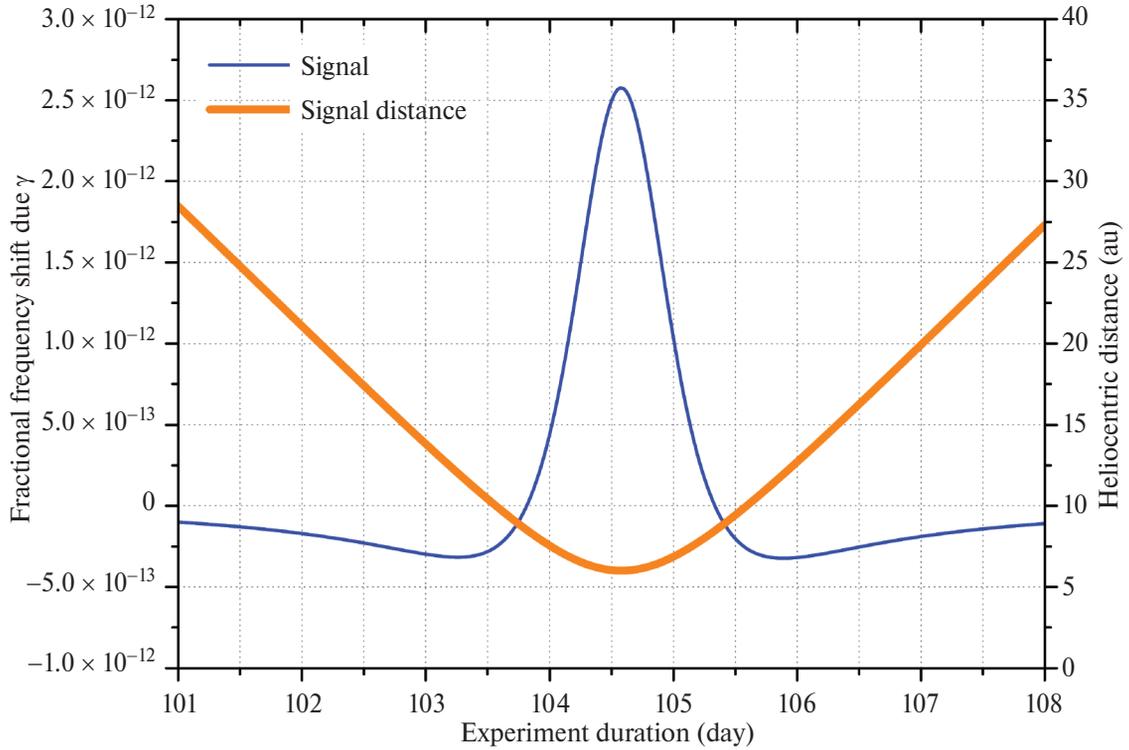
**Рис. 3.** Вид сигнала в эксперименте по измерению  $\gamma$  с помощью двух космических аппаратов  $S_A$  и  $S_B$ , движущихся по гелиоцентрическим орбитам с параметрами из табл. 2 и обменивающихся сигналами по схеме с компенсацией нерелятивистского эффекта Доплера типа GP-A. Транспондер находится на аппарате  $S_A$ , измеритель частоты – на  $S_B$ . Сигнал, представляющий собой зависящую от  $\gamma$  часть гравитационного смещения частоты (3), изображен тонкой синей линией (значения по левой вертикальной шкале). Жирными линиями изображены гелиоцентрические расстояния спутников (значения по правой вертикальной шкале). Положения основных максимумов сигнала близки к (не совпадающим) моментам прохождения аппаратом  $S_A$  афелия и  $S_B$  – перигелия.

вклад в амплитуду сигнала для данной конфигурации орбит дает слагаемое  $v_B \cdot \delta l_{B'}$  в (3), а именно, первое слагаемое во вторых квадратных скобках выражения (10) для  $\delta l_{B'}$ , которое при умножении на  $v_B$  дает фактор  $v_B^2$  (данное слагаемое, очевидно, будет максимальным при максимальной скорости  $S_B$ , т.е. вблизи перигелия). Остальные слагаемые в (10) содержат единичные вектора  $\mathbf{n}_B$  или  $\mathbf{n}_{BA}$ , которые при умножении на  $v_B$  дают малый вклад в (3), т.к. вблизи перигелия  $\mathbf{n}_B \cdot v_B \approx 0$  и  $\mathbf{n}_{BA} \cdot v_B \approx 0$ . Аналогичный по структуре вклад от  $\delta l_A \cdot v_A$  в (3) всегда оказывается существенно меньше вследствие асимметрии выражений (10) и (11), отражающей асимметрию схемы компенсации: вблизи афелия  $S_A$  мала скорость  $v_A$ , а вблизи перигелия  $S_A$  – мала  $v_B$ .

Для той же конфигурации орбит, но при расположении транспондера на  $S_B$ , а измерителя частоты – на  $S_A$ , основной и вторичный пики меняются местами (рис. 6). (При этом 30-минутное затенение, почти не влияющее на точность эксперимента, оказывается вблизи основного максимума.) Очевидно поэтому, что целесообразно располагать транспондеры и измерители частоты на обоих аппаратах. Помимо увеличения точности эксперимента в  $\sqrt{2}$  раз при условии

работоспособности всех подсистем на обоих спутниках, такое решение позволяет продолжать измерения при отказе, например, измерителя частоты на одном из них. Использовать полностью идентичное оборудование на обоих спутниках, однако, не удастся из-за отмеченной выше необходимости разделения частот приемо-передающих подсистем. В наших оценках достижимой точности измерения  $\gamma$  мы предполагаем, что транспондеры и измерители частоты расположены на обоих аппаратах.

Результаты оценки достижимой точности измерения ППН-параметра  $\gamma$  с помощью двух космических аппаратов, оснащенных высокостабильными атомными часами и системой компенсации нерелятивистского эффекта Доплера типа GP-A приведены на рис. 7. График построен в предположении, что транспондеры и измерители частоты расположены на обоих космических аппаратах. Наилучшая точность измерения, как и ожидалось, обеспечивается часами JILA SrI\* и достигает  $1.7 \times 10^{-7}$  для времени накопления 5 лет. Это на 2 порядка превосходит результат эксперимента с зондом Cassini (Бертотти и др., 2003) и на 1 порядок – ожидаемый результат миссии VeriColombo (Империи и др., 2018). В то же время это



**Рис. 4.** Вид сигнала рис. 3 вблизи основного максимума (синяя тонкая линия, значения по левой вертикальной шкале). Максимум сигнала достигается одновременно с достижением минимально разрешенного значения  $6R_{\odot}$  (раздел 3) величиной кратчайшего расстояния от траектории сигнала до центра Солнца (жирная оранжевая линия, значения по правой вертикальной шкале). Вблизи максимума аппараты все время находятся в прямой видимости.

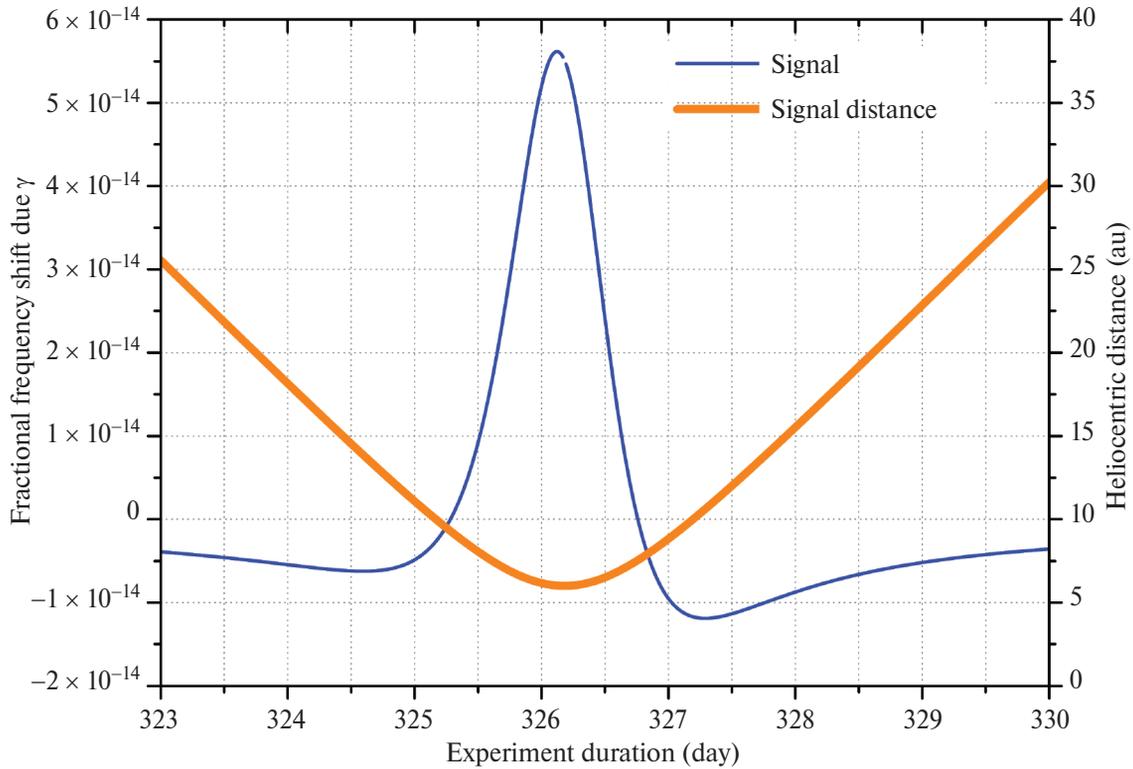
на 1 порядок хуже оценки точности, полученной нами ранее для эксперимента с двумя спутниками на гелиоцентрической орбите (Литвинов, 2024), не использующими систему компенсации GP-A. Важно отметить при этом, что в работе (Литвинов, 2024) нами использовалась прежняя модель часов JLA SrI (раздел 2) и время накопления 3 года. Для скорректированной модели JLA SrI\*, конфигурации орбит из работы Литвинов (2024) и времени накопления 5 лет оценка точности в режиме без Доплер-компенсации составляет  $2.3 \times 10^{-9}$ , т.е. почти на 2 порядка лучше, чем для рассматриваемой здесь схемы GP-A. Эксперимент с часами I-SOC позволяет улучшить результат Cassini на 1 порядок, но лишь повторить ожидаемый результат VeriColombo. Основанные на микроволновых переходах часы (VCH-1010, PHARAO и VCH-2021) не позволяют рассчитывать на улучшение результата Cassini.

### 5. ОБСУЖДЕНИЕ

Как уже отмечалось нами в работе Литвинов (2024), улучшение точности измерения  $\gamma$  является перспективным способом поиска отклонений от предсказаний ОТО. Лежащая в основе исследуемого в настоящей работе подхода система компенсации нерелятивистского эффекта Доплера типа GP-A является неотъемлемой частью большинства рассматриваемых

и планируемых в настоящее время космических гравитационных экспериментов, основанных на измерении эффекта гравитационного замедления времени. В качестве примеров приведем проверки ЭПЭ (Хесс и др., 2011; Альтшуль и др., 2015; Каччапуоти и Шиллер, 2017; Литвинов и Пилипенко, 2021; Деревянко и др., 2022; Цинь и др., 2024), измерение параметров Солнечной системы (Пилипенко и др., 2024a), детектирование темной материи (Пилипенко и др., 2024b) и исследование гравитационного поля Земли (Джулиани и др., 2024). Поэтому возможность измерения с ее помощью также ППН-параметра  $\gamma$  с точностью  $1.7 \times 10^{-7}$ , достижимой с часами JLA SrI\*, представляет существенный интерес. Данная точность уже позволяет проверить ряд теорий, предсказывающих отклонение  $\gamma$  от 1 на уровне  $10^{-5} - 10^{-7}$  (Дамур и др., 2002; Периволаропулос, 2010; Леанисбаррутия и др., 2017).

Полученные оценки точности измерения  $\gamma$ , тем не менее, оказались ниже тех, которые можно было бы ожидать благодаря наличию в (3) слагаемых с “дважды расширенными факторами”, т.е. вида  $((r_A + r_B)^2 - r_{AB}^2)^{-2}$  (см. (10) и (11)), которые крайне быстро растут при приближении траектории распространения сигналов к поверхности Солнца. Причина уменьшения вклада данных слагаемых состоит в том, что все они также содержат факторы вида  $\mathbf{n}_B \cdot \mathbf{v}_B$ ,  $\mathbf{n}_{BA} \cdot \mathbf{v}_B$ , которые, наоборот, оказываются весьма малы



**Рис. 5.** Вид сигнала рис. 3 вблизи вторичного максимума (синяя тонкая линия, значения по левой вертикальной шкале). Как и основной (рис. 4), вторичный максимум достигается для сигнала, приближающегося к Солнцу на минимально разрешенное расстояние  $6R_{\odot}$  (жирная оранжевая линия, значения по правой вертикальной шкале). Разрыв сигнала вблизи вторичного максимума длительностью  $\sim 30$  мин представляет собой участок, на котором аппараты находятся в тени Солнца друг для друга.

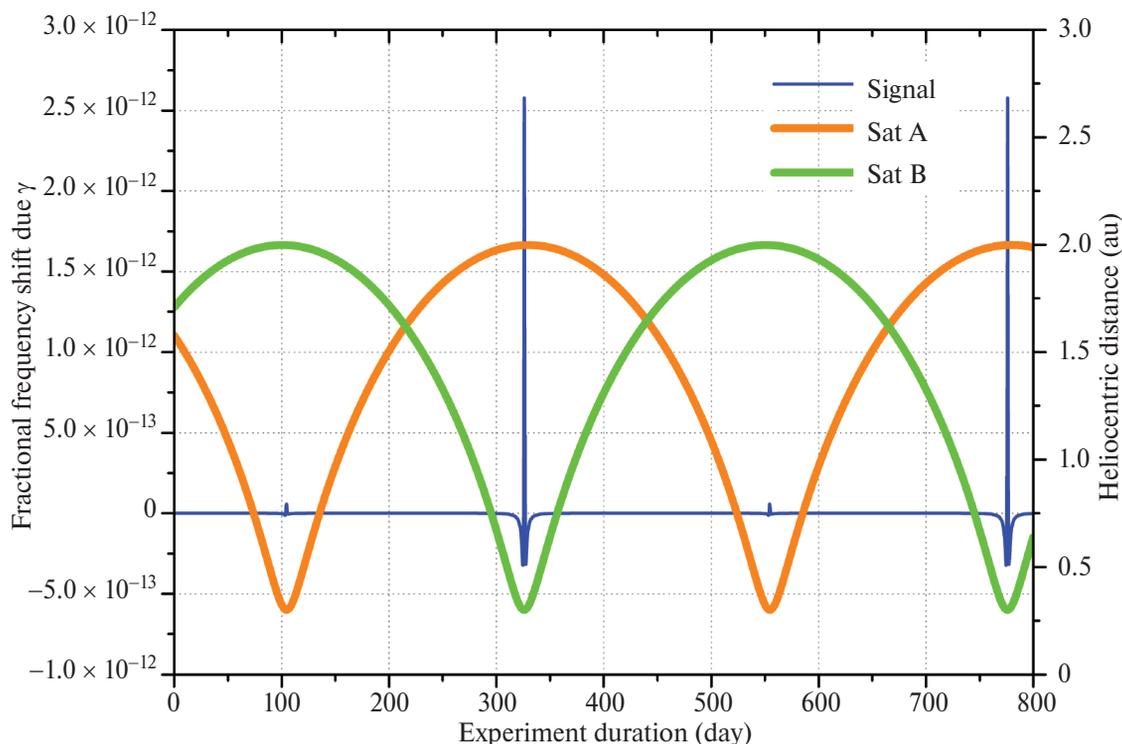
для близких к диаметрально противоположным расположениям аппаратов вблизи перигелия и афелия. В результате основной вклад в сигнал дают лишь слабые с обычными “расширенными факторами” вида  $((r_A + r_B)^2 - r_{AB}^2)^{-1}$ .

Найденная в данной работе конфигурация орбит (табл. 2), являющаяся оптимальной для измерения  $\gamma$  в режиме GP-A, заметно отличается от ad hoc конфигурации из работы Литвинов (2024), использованной нами для оценки точности аналогичного эксперимента в однопутевом режиме. В конфигурации из работы Литвинов (2024) спутники движутся в одной плоскости и обращаются вокруг Солнца в одном направлении. Сигнал вблизи обоих максимумов испытывает разрыв, связанный с уходом спутников в тень. В конфигурации же данной работы наклонения орбит существенно различны ( $0^\circ$  и  $165^\circ$ ), спутники движутся в противоположных направлениях и затенение либо отсутствует, либо незначительно. Отметим также, что данная конфигурация не является оптимальной для измерения  $\gamma$  в однопутевом режиме, т.к. обеспечивает меньшую точность измерения, чем ad hoc конфигурация работы Литвинов (2024):  $2.0 \times 10^{-8}$  против  $1.4 \times 10^{-8}$  для часов JILA SrI и времени накопления 3 года,  $3.4 \times 10^{-9}$  против  $2.3 \times 10^{-9}$  для часов JILA

SrI\* и времени накопления 5 лет. Наконец, найденная здесь конфигурация орбит существенно отличается от оптимальной для измерения момента импульса Солнца (Пилипенко и др., 2024a) и проверки ЭПЭ (Литвинов и Пилипенко, 2021). Поэтому поиск квазиоптимальной конфигурации орбит космических аппаратов проекта, нацеленного на одновременное проведение всех этих фундаментальных исследований, а также детектирование темной материи (Пилипенко и др., 2024b), является нетривиальной задачей. Мы планируем рассмотреть данный вопрос в отдельной работе.

Остановимся на некоторых аспектах технической реализуемости предложенного эксперимента. Помимо высокостабильных бортовых часов для его осуществления необходима крайне высокая точность восстановления орбит космических аппаратов. Как и в работе Литвинов (2024), мы можем заключить, что точность восстановления координат межпланетных аппаратов  $\sim 450$  м, продемонстрированная в рамках проекта VeriColombo (Кастеллини и др., 2020), является достаточной для данного эксперимента, т.к. обеспечивает точность расчета вклада  $(U_A - U_B)/c^2$  в (2) не хуже  $3 \times 10^{-22}$ .

Ситуация с вкладами в сдвиг частоты, зависящими от скоростей аппаратов, является менее ясной.

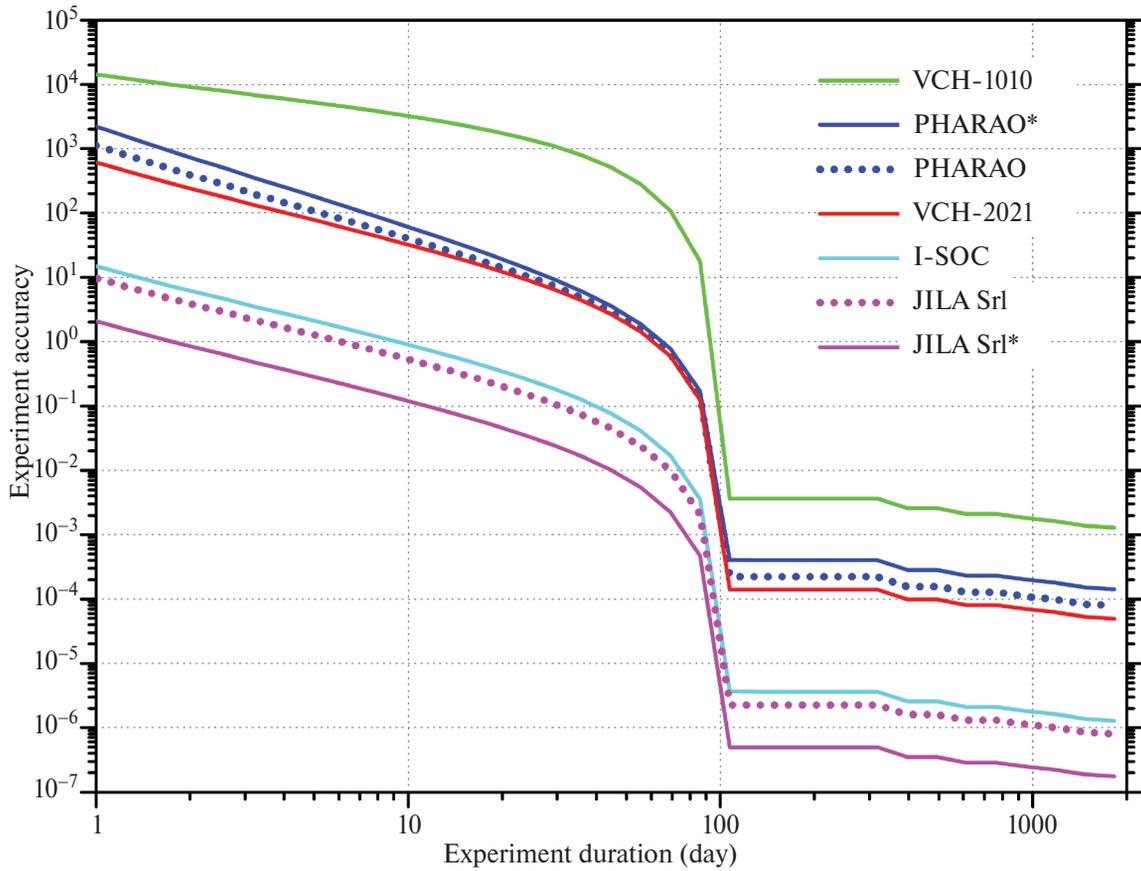


**Рис. 6.** То же, что на рис. 3, но транспондер находится на аппарате  $S_B$ , а измеритель частоты — на  $S_A$ . По сравнению с рис. 3 положения основных и вторичных максимумов поменялись местами.

Несмотря на то, что схема GP-A приводит к компенсации наибольшего вклада в сдвиг частоты, связанного с нерелятивистским эффектом Доплера, требуемая точность расчета слагаемых  $O(c^{-2})$  все еще крайне высока и не была до настоящего момента продемонстрирована для межпланетных аппаратов. Для часов со стабильностью  $\sim 10^{-18}$  и скоростей аппаратов  $\sim 50$  км/с точность восстановления каждой компоненты вектора скорости должна составлять  $\sim 1$  мкм/с. Для радиальной компоненты, вдоль траектории распространения сигнала, данная точность уже достигнута для околоземных спутников. Так, микроволновой интерферометрический дальномер миссии GRACE обеспечивает точность расчета радиальной скорости 0.1 мкм/с на базе 220 км (Кан и др., 2020), а лазерный интерферометрический дальномер миссии GRACE-FO, как ожидается, улучшит это значение в  $\sim 20$  раз (Абих и др., 2019). Ожидается, что данная система будет использована в проекте LISA, где будет обеспечивать аналогичную точность на расстояниях  $2.5 \times 10^6$  км (Абих и др., 2019). Исследования возможности работы подобных систем на расстояниях  $\sim 1$  а.е. по нашим сведениям пока не проводились.

Также на настоящий момент отсутствуют экспериментальные результаты, демонстрирующие достижение необходимой точности  $\sim 1$  мкм/с для двух других компонент скорости, перпендикулярных направлению спутник–спутник. Традиционные радиотехнические средства контроля орбит межпланетных кос-

мических аппаратов, основанные на одно- и двухпутевых измерениях дальности и радиальной скорости с помощью наземных станций слежения, обеспечивают точность восстановления полного вектора скорости на уровне 1 мм/с (Будник и др., 2012). Радиоинтерферометрическая технология Delta-DOR позволяет достичь точности восстановления компонент вектора скорости, нормальных к направлению аппарат–Земля, также на уровне 1 мм/с для аппаратов на расстояниях  $\sim 1$  а.е. (Хан и др., 2019). Подобные точности, конечно, недостаточны для рассматриваемой нами задачи, однако они соответствуют задаче восстановления орбиты одного аппарата по данным слежения с Земли. Для группировок мемпланетных космических аппаратов, осуществляющих межспутниковые измерения дальности и радиальной скорости, пока имеются лишь предварительные теоретические оценки. В работе Ли и Чжэн (2021) рассмотрена группировка из 3 аппаратов в треугольной конфигурации с межспутниковыми расстояниями  $3 \times 10^6$  км. Для точности восстановления полного вектора скорости была получена оценка 2 мм/с. Это на 3 порядка меньше необходимого, однако, авторы решали задачу для случая, когда проводятся измерения лишь дальности и углов, причем достаточно низкой точности. В работе Чун (2006) рассмотрена проблема высокоточного восстановления орбит аппаратов миссии LISA (для первоначальной версии проекта с межспутниковыми расстояниями  $5 \times 10^6$  км) в предположении, что про-



**Рис. 7.** Точность эксперимента по измерению  $\gamma$  с помощью двух оснащенных часами спутников на гелиоцентрических орбитах в режиме компенсации нерелятивистского эффекта Доплера типа GP-A. Транспондеры и измерители частоты установлены на обоих спутниках. Шумовые характеристики часов указаны в табл. 1, параметры орбит – в табл. 2. Пунктиром изображены кривые, соответствующие использовавшимся нами ранее моделям часов JILA Srl и PHARAO. Специфическая форма кривых отражает свойства сигнала (рис. 3 и 6). Первый пик амплитуды сигнала приходится на 104 день от момента начала накопления данных. В это же время происходит резкое увеличение точности измерения  $\gamma$ . Далее точность эксперимента остается почти постоянной вплоть до следующего пика в сигнале. Спустя несколько периодов орбит ход кривых выходит на ожидаемую зависимость от времени  $\sim t^{-1/2}$ , и для часов JILA Srl\* точность достигает  $1.7 \times 10^{-7}$  после 5 лет накопления.

водятся как межспутниковые измерения дальности, так и радиальной скорости. Точность восстановления полного вектора скорости составила  $< 1$  мкм/с на интервалах  $\sim 1$  дня. Данная оценка является многообещающей, но также не может быть непосредственно применена к настоящей задаче, т.к. в рассматриваемом нами случае имеются 2 аппарата, а не 3, конфигурация их орбит существенно иная, и расстояние между спутниками может достигать  $\sim 1$  а.е. Кроме того, при моделировании точности восстановления орбит с перигелиями  $\sim 0.3$  а.е. необходимо учитывать данные измерений акселерометров, используемых для учета негравитационных ускорений, вызываемых световым давлением и солнечным ветром. Изучение данной проблемы является предметом наших дальнейших исследований.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Точность измерения ППН-параметра  $\gamma$ , которая может быть достигнута с помощью двух спутников, движущихся по гелиоцентрическим орбитам и оснащенных высокостабильными атомными часами и системой компенсации нерелятивистского эффекта Доплера типа Gravity Probe A, составляет  $1.7 \times 10^{-7}$  для времени накопления 5 лет. Это на 2 порядка лучше результата, полученного с межпланетным зондом Cassini (Бертотти и др., 2003), и на 1 порядок – ожидаемого по итогам миссии VeriColombo (Империи и др., 2018). Такая точность уже позволяет проверить ряд теорий, которые предсказывают отклонения от значения  $\gamma = 1$ , соответствующего ОТО, на уровне  $10^{-5}$ – $10^{-7}$  (Дамур и др., 2002; Периволаропулос, 2010; Леанисбаррутия и др., 2017).

По сравнению с однопутевым режимом измерений (Литвинов, 2024) система компенсации эффек-

та Доплера существенно снижает требования к точности восстановления орбит (а именно, скоростей) спутников и снимает возможную корреляцию между ошибками оценки  $\gamma$  и векторов состояния спутников. В то же время она приводит к сокращению ведущего ( $O(c^{-3})$ ) вклада эффектов, связанных с  $\gamma$ , в сдвиг частоты. Коэффициенты при слагаемых следующего порядка ( $O(c^{-4})$ ) быстро растут при приближении траектории распространения сигнала к Солнцу, однако, не могут полностью компенсировать дополнительный фактор  $v/c$ . Поэтому формальная, учитывающая лишь стабильность часов, точность эксперимента с системой Доплер-компенсации оказывается на 1–2 порядка ниже, чем без нее (см. работу Литвинов (2024) и раздел 5).

Для более полного исследования достижимой точности предложенного эксперимента – как с системой Доплер-компенсации, так и без нее – необходимо провести моделирование процедуры восстановления орбит двух спутников, движущихся по гелиоцентрическим орбитам рассмотренных конфигураций и снабженных интерферометрическими средствами измерения межспутниковой дальности и радиальной скорости, а также акселерометрами для измерения негравитационных ускорений, вызываемых световым давлением и солнечным ветром. Данная задача является предметом наших дальнейших исследований. Предложенная конфигурация орбит и бортового оборудования допускает проведение других фундаментальных экспериментов: поиска нарушений принципа эквивалентности (Литвинов и Пилипенко, 2021), измерения спина Солнца (Пилипенко и др., 2024а), детектирования темной материи (Пилипенко и др., 2024б). Оптимальные конфигурации орбит для всех этих экспериментов являются различными. Поэтому в дальнейших работах мы планируем также осуществить поиск квазиоптимальных конфигураций, обеспечивающих близкие к максимальным точности всех этих экспериментов.

Автор выражает благодарность М.В. Захваткину и С.В. Пилипенко за ценные дискуссии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абих и др. (K. Abich, A. Abramovici, V. Amparan, et al.), *Phys. Rev. Letters* **123**, 031101 (2019).
2. Альтшуль и др. (B. Altschul, Q. G. Bailey, L. Blanchet, et al.), *Adv. Space Res.* **55**, 501 (2015).
3. Бадесса и др. (R. Badessa, R. Kent, J. Nowell, et al.), *Proceedings of the IRE*, vol. 48, no. 4, pp. 758–764 (1960).
4. Бертогги и др. (B. Bertotti, L. Iess, P. Tortora), *Nature* **425**, 374 (2003).
5. Бланше и др. (L. Blanchet, C. Salomon, P. Teysandier, et al.), *Astron. Astrophys.* **370**, 320 (2001).
6. Ботвелл и др. (T. Bothwell, D. Kedar, E. Oelker, et al.), *Metrologia* **56**, 065004 (2019).
7. Будник и др. (F. Budnik, T. Morley, and M. Croon), *Orbit reconstruction for the GAIA mission (23rd Symposium on Space Flight Dynamics, Pasadena, 2012)*.
8. Вессо и Ливайн (R. F. C. Vessot, M. W. Levine), *Gen. Rel. and Grav.* **10**, 181 (1979).
9. Вессо и др. (R. F. C. Vessot, M. W. Levine, E. M. Mattison, et al.), *Phys. Rev. Lett.* **45**, 2081 (1980).
10. Дамур и др. (T. Damour, F. Piazza, G. Venziano), *Phys. Rev. D* **66**, 046007 (2002).
11. Деревянко и др. (A. Derevianko, K. Gible, L. Hollberg, et al.), *Quantum Sci. and Tech.* **7**, 044002 (2022).
12. Джулиани и др. (S. Giuliani, B. D. Tapley, and J. C. Ries), *Journal of Geodesy* **98**, 50 (2024).
13. Империи и др. (L. Imperi, L. Iess, and M. J. Mariani), *Icarus* **301**, 9 (2018).
14. Кан и др. (Z. Kang, S. Bettadpur, P. Nagel, et al.), *J. of Geodesy* **94**, 1 (2020).
15. Кардашев и др. (Н. С. Кардашев, В. В. Хартов, В. В. Абрамов и др.), *Астрон. журн.* **90**, 179 (2013)
16. Карлип (S. Carlip), *Classical and Quantum Gravity* **25**, 154010 (2008).
17. Кастеллини и др. (F. Castellini, G. Bellei, F. Budnik), *AIAA Scitech 2020 Forum (Orlando, 2020, с. 1701)*.
18. Каччапуоти и Шиллер (L. Cacciapuoti and S. Schiller), *I-SOC scientific requirements (European Space Research and Technology Centre, 2017)*.
19. Леанисбаррутия и др. (I. Leanizbarrutia, F. S. Lobo, D. Saez-Gomez), *Phys. Rev. D* **95**, 084046 (2017).
20. Ли и Чжэн (Z. Li, J. Zheng), *Acta Astronautica* **185**, 170 (2021).
21. Лине и Тейссандье (B. Linet and P. Teysandier), *Phys. Rev. D* **66**, 024045 (2002).
22. Литвинов и др. (D. A. Litvinov, V. N. Rudenko, A. V. Alakoz, et al.), *Phys. Lett. A* **382**, 2192 (2018).
23. Литвинов и Пилипенко (D. Litvinov and S. Piliipenko), *Classical and Quantum Gravity* **38**, 135010 (2021).
24. Литвинов и др. (D. A. Litvinov, N. V. Nunes, A. I. Filetkin, et al.), *Adv. Space Res.* **68**, 4274 (2021).
25. Литвинов (Д. А. Литвинов), *Письма в Астрон. журн.* **50**, 253 (2024).
26. Орилья и др. (S. Origlia, M. S. Pramod, S. Schiller, et al.), *Phys. Rev. A* **98**, 053443 (2018).
27. Периволаропулос (L. Perivolaropoulos), *Phys. Rev. D* **81**, 047501 (2010).
28. Пилипенко и др. (С. В. Пилипенко, М. В. Захваткин, Д. А. Литвинов, et al.), *Краткие сообщения по физике ФИАН* **3**, 42 (2024а).
29. Пилипенко и др. (С. В. Пилипенко, М. В. Захваткин, Д. А. Литвинов, et al.), *Астрон. журн.* **101**, 43 (2024б).
30. Поляков и др. (V. Polyakov, Y. Timofeev, N. Demidov), *2021 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS), (IEEE, 2021, с. 1)*.
31. Смарт и др. (L. L. Smarr, R. F. C. Vessot, C. A. Lundquist, et al.), *Gen. Rel. and Grav.* **15**, 129 (1983).
32. ван Трис и др. (H. L. van Trees, K. L. Bell, Z. Tian), *Detection, Estimation, and Modulation Theory. Part 1 — Detection, Estimation, and Filtering Theory (Wiley, New York, 2nd ed., 2013)*.

33. Уилл (C. M. Will), Theory and experiment in gravitational physics (Cambridge university press, 2018).
34. Хан и др. (S. Han, A. Nothnagel, Z. Zhang, et al.), Adv. Space Res. **63**, 1754 (2019).
35. Хесс и др. (M. P. Heß, L. Stringhetti, B. Hummelsberger, et al.), Acta Astronautica **69**, 929 (2011).
36. Цинь и др. (C.-G. Qin, T. Liu, X.-Y. Dai, et al.), Classical and Quantum Gravity **41**, 135006 (2024).
37. Чун (L. R. Chung), Orbit determination methods for deep space drag-free controlled laser interferometry missions (University of Maryland, College Park, 2006).
38. Эшби и Бертоцци (N. Ashby and B. Bertotti), Classical and Quantum Gravity **27**, 145013 (2010).